

Aprendizaje matemático y bilingüismo. Una aproximación al estado de la cuestión

Mathematical learning and bilingualism.
An approach to the state of the art

ELVIRA FERNÁNDEZ-AHUMADA, NATIVIDAD ADAMUZ-POVEDANO,
RAFAEL BRACHO-LÓPEZ Y MANUEL TORRALBO
Universidad de Córdoba

Resumen

Este trabajo aporta una revisión de la literatura sobre la educación bilingüe y las matemáticas. En el contexto europeo, la modalidad de educación bilingüe predominante se basa en el enfoque de aprendizaje integrado de contenido y lengua extranjera (AICLE). La revisión llevada a cabo evidencia este estrecho vínculo entre el aprendizaje del contenido y del lenguaje, así como la complejidad que esto supone desde el punto de vista de la investigación. Se ha detectado que la mayor parte de la literatura existente se centra en la incidencia de la educación bilingüe en los procesos y resultados del aprendizaje matemático. A pesar de los costes cognitivos añadidos, existen trabajos que apoyan los beneficios que la educación bilingüe puede generar sobre el aprendizaje matemático.

Palabras clave: aprendizaje matemático, AICLE, cognición, educación bilingüe, lenguaje.

Abstract

This paper provides a review of the literature on bilingual education and mathematics. In the European context, the predominant form of bilingual education is the content and language integrated learning (CLIL) approach. The review carried out shows the close link between content and language learning, and the complexity this entails from a research point of view. It was found that most of the existing literature focuses on the impact of bilingual education on

mathematical learning processes and outcomes. In spite of the added cognitive costs, there are works that support the benefits that bilingual education can generate on mathematical learning.

Keywords: mathematical learning, CLIL, cognition, bilingual education, language.

12.1. Introducción

En este capítulo se presenta una revisión de la literatura que pretende aportar luz sobre la relación existente entre matemáticas y bilingüismo. Para ello comenzaremos por establecer qué se entiende por bilingüismo para pasar a centrarnos en un caso concreto de bilingüismo, como es el enfoque CLIL (de las siglas en inglés *Content and Language Integrated Learning*).

La concepción tradicional del bilingüismo como dominio nativo de dos o más idiomas no es compartida por la mayoría de los investigadores de este campo. Así, una de las primeras definiciones que nos encontramos es la de Valdés-Fallis (1979), que definía *bilingüismo* como el producto de una comunidad lingüística específica que domina dos lenguas de forma que utiliza una de ellas en unas situaciones concretas y la otra en otras situaciones. En la misma línea, Grosjea (1999) afirma que los bilingües adquieren y usan sus idiomas para distintos propósitos, en diferentes facetas de su vida y con distintas personas. Por tanto, el hecho de que las necesidades de uso de un idioma y otro sean distintas, hace que su dominio también lo sea. Pero el bilingüismo no se puede entender solo como una habilidad individual de la persona, sino que además es un fenómeno social, cultural, histórico y político (Moschkovich, 2007). Esta componente sociológica del bilingüismo hace que la percepción que tenemos del bilingüismo esté asociada a los contextos en los que se sitúe. Así, ser bilingüe no siempre se considera como un valor añadido de la persona, como puede ser el caso de la comunidad latina de Estados Unidos, pero en otros contextos o con otros idiomas sí se percibe que aporta un valor añadido, como puede ser el caso del dominio del inglés en la mayoría de los países del norte de Europa.

Los primeros programas educativos de enseñanza bilingüe se remontan a los años cincuenta, en Canadá, con sus entornos de

inmersión en francés, y en Estados Unidos con sus modelos de enseñanza bilingüe. Los efectos de estos programas se han estudiado ampliamente, reconociéndose a nivel general su éxito en los ámbitos lingüísticos, de contenido, cognitivo y actitudinal. Aunque exitosas, estas experiencias no eran extrapolables al contexto europeo, ya que los contextos de partida son muy diferentes (menor número de población inmigrante, nivel de dominio del profesorado en la segunda lengua, exposición menor al segundo idioma, etc.). Por ello, la inclusión del bilingüismo en la educación en Europa fue tomando otro enfoque. Las primeras incursiones se hacen a través de escuelas internacionales en las que se introduce un segundo idioma desde primer curso y un tercer idioma en 7.º curso (Pérez-Cañado, 2012). Algunas investigaciones que comparan este tipo de escuelas con el modelo inmersivo canadiense concluyeron que era más efectiva la enseñanza de un segundo idioma integrada con las materias específicas, que en el caso de la inmersión total en el segundo idioma (Genesee, 1994). Es así como empieza a desarrollarse el enfoque integrado de idioma y contenido como forma de aprendizaje de un segundo idioma.

12.2. CLIL

La Comisión Europea, en colaboración con los gobiernos nacionales, propone como uno de sus objetivos con relación a los idiomas, que cada ciudadano de la Unión Europea hable al menos dos idiomas, además de su lengua materna, con el firme convencimiento de que las lenguas unen a las personas, hacen que otros países y sus culturas sean accesibles y fortalecen el entendimiento intercultural (European Commission, 1995). Con el propósito de favorecer este aprendizaje surge la metodología CLIL. Este término fue acuñado en 1994 por la University of Jyväskylä (Finlandia) y la Plataforma Europea para el Aprendizaje del Alemán. De acuerdo con Coyle, Hood y Marsh (2010) se trataría de un planteamiento educativo en el que se usa una metodología de doble enfoque sustentada en un idioma distinto a la lengua materna de los estudiantes en la que se presta atención tanto al lenguaje como al contenido. Es decir, el enfoque no está puesto ni en el idioma ni en el contenido, sino que está entrela-

zado, aun cuando en momentos puntuales se preste más atención a uno que a otro. La Comisión Europea (Eurydice, 2006) se expresa en términos parecidos al definir CLIL como un enfoque que va más allá del mero aprendizaje de una lengua, sino que «la lengua y la materia no lingüística, constituyen objetos de enseñanza sin que haya predominio de una sobre la otra» (p. 7). Este enfoque implica una metodología más integradora que requiere de una formación específica del docente, como veremos más adelante.

La conceptualización teórica del enfoque CLIL pivota en torno a 3 pilares fundamentales (Coyle *et al.*, 2010) que pasamos a describir:

- *La conexión entre el aprendizaje de contenido y aprendizaje del idioma.* Se ha de hacer creando sinergias entre ambos, de forma que se enriquezca el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este proceso el estudiante debe tomar un papel activo en su aprendizaje, puesto que se pretende que haya un compromiso cognitivo que permita la resolución de problemas y un pensamiento de orden superior. En ese sentido, la conexión entre procesos de pensamiento y construcción de conocimientos recogida en la taxonomía de Bloom (1956) encaja perfectamente en la conceptualización del aprendizaje de contenido en el enfoque CLIL, ya que en él se integran tanto los procesos cognitivos de orden inferior (recordar, comprender y aplicar) como los de orden superior (analizar, evaluar y crear).
- *El aprendizaje y uso del idioma.* Los inicios del aprendizaje de un segundo idioma estuvieron marcados por el aprendizaje de gramática y vocabulario. A partir del siglo xx, gracias al influjo de nuevas teorías específicas y de teorías de aprendizaje en general, cambia la tendencia y se incluyen otros enfoques. El que más influencia ha tenido es el enfoque comunicativo, cuyos principios son extrapolables al enfoque CLIL de acuerdo con Savignon (2004): el idioma es una herramienta de comunicación; la diversidad es reconocida y aceptada como parte del desarrollo de un idioma; la competencia del alumno es relativa en términos de género, estilo y corrección; se reconocen múltiples variedades de lenguaje; no hay una metodología única o conjunto de técnicas para la enseñanza y

aprendizaje de un idioma; el objetivo es tanto el uso del lenguaje como su aprendizaje.

- *La importancia de la comprensión intercultural.* Según diversos autores, existe una interacción entre cultura e idioma, así Brown (1980) destaca que los patrones culturales, costumbres y formas de vivir están expresadas en el idioma. Apoyando esta idea, Halliday (1982) define el desarrollo de un idioma como un evento sociológico. Vemos, por tanto, que integrar la componente cultural en el entorno de aprendizaje de un idioma favorece el objetivo central de la Comisión Europea para el fomento del aprendizaje de los idiomas, ya que el conocimiento de una cultura es el primer paso para reconocer y respetar la diversidad.

Estos tres pilares constituyen el mapa conceptual que nos permite entender el enfoque CLIL y dan sustento a lo que se conoce como las 4 C (Coyle *et al.*, 2010): Contenido de la asignatura, comunicación (uso y aprendizaje del lenguaje), cognición (aprendizaje y procesos de pensamiento) y cultura (desarrollo de comprensión intercultural y ciudadanía global), como puede verse en la figura 1.

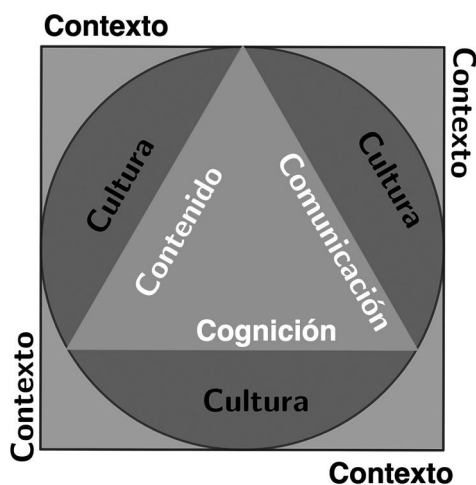


Figura 1. Esquema marco teórico de las 4C. Fuente: Coyle *et al.* (2010).

Para que la integración del aprendizaje de contenidos y lengua sea realmente efectiva debemos tener en cuenta que no es

una tarea fácil; por tanto, se requiere una planificación previa muy exigente, además de una evaluación reflexiva. También hay que tener en cuenta que raramente un estudiante tendrá el mismo nivel cognitivo tanto en la materia como en el idioma, por lo que puede ser interesante para el docente tener presente la matriz de Cummins (1984), mostrada en la figura 2, para tener claro en qué cuadrante están planteadas las actividades y hacia dónde se dirige el progreso de sus estudiantes:

Demanda cognitiva	Alta	2	3
	Baja	1	4
		Baja	Alta
		Demanda lingüística	

Figura 2. Esquema demanda cognitiva y lingüística. Fuente: Cummins (1984).

Por último, cabe señalar que en la introducción del enfoque CLIL no se pretende que el docente de la materia específica adopte el papel del profesor de idiomas, sino abrir la puerta a metodologías alternativas, integradoras, que puedan ser más reconfortantes tanto para profesores como para estudiantes.

Un enfoque CLIL efectivo no solo promueve la competencia lingüística, sino que también sirve para estimular la flexibilidad cognitiva, además de tener cierto impacto en la conceptualización, es decir, en cómo pensamos, enriqueciendo la comprensión de los conceptos (Coyle *et al.*, 2010). Un ejemplo que muestra de forma clara esta idea es el de las tablas de multiplicar, esto es, la forma que tenemos de nombrarlas en español no aporta mucho significado al concepto de *multiplicación*. Cuando leemos 2×3 en español decimos «dos por tres»; en cambio, en inglés se expresa como «two times three», cuya traducción al español es «dos veces tres», enunciado que aporta mucho más significado al concepto de *multiplicación*.

A nivel europeo, CLIL está presente en prácticamente todos los países con distintas formas de participación, en la mayoría de los casos está integrada dentro de los programas de educación general (Comisión Europea/EACEA/Eurydice, 2017). Dentro de estos países, su implementación es muy variada estando influenciada principalmente por cómo es el sistema educativo del país y por cómo se han abordado los temas lingüísticos (Pérez-Cañado, 2012). Atendiendo a características como obligatoriedad, duración en el tiempo, curso en el que se incorpora, número de asignaturas que se adhieren al programa, etc., se han encontrado hasta 216 tipos de programas CLIL (Coyle, 2007). A pesar de esta gran variedad, se pueden encontrar características comunes como son la ampliación de la presencia del segundo idioma en las planificaciones escolares y la incorporación de distintas asignaturas que se imparten a través de ese idioma (Fortanet-Gómez y Ruiz-Garrido, 2009). Mientras que en la escuela primaria y secundaria los idiomas objetivo más comunes son inglés (mayoritariamente), francés, alemán y español, a nivel universitario prácticamente predomina exclusivamente el inglés. Con relación a las asignaturas, las más comunes tanto en Primaria como en Secundaria son Ciencias, Historia y Geografía. Mientras que en Secundaria también hay bastante presencia de CLIL en Matemáticas, Tecnología y Música.

12.3. Bilingüismo y aprendizaje matemático

Al abordar bilingüismo y matemáticas, resulta inevitable hacer referencia a la importancia de la relación entre lenguaje y conocimiento, en general, y entre lenguaje y aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, en particular.

Investigaciones sobre la relación entre lenguaje y pensamiento sugieren que, efectivamente, el conocimiento se representa de una manera estrechamente vinculada al lenguaje (Gentner y Goldin-Meadow, 2003; Gumpers y Levinson, 1996; Malt y Wolff, 2010), y lenguaje y contenido son inseparables para todo tipo de aprendizaje, en el sentido de que el contenido se aprende generalmente a través del lenguaje, y el lenguaje se utiliza para interpretar el contenido (Lemke, 1990 citado por Lo y Fung, 2018).

En relación con la educación bilingüe, Grabner, Saalbach y Eckstein (2012) señalan que uno de los principales errores de los programas bilingües radica en suponer que el conocimiento adquirido se representa en un sistema independiente de la lengua de aprendizaje y, por lo tanto, se puede acceder a él con la misma facilidad desde otras lenguas. Esta suposición contrasta con lo indicado anteriormente y con lo que añaden Marian y Fausey (2006) en relación con la memoria: la información se codifica lingüísticamente de manera coherente con la recuperación posterior, la lengua actúa como un marco mental y, por ello, puede apoyar a la memoria que depende de dicha lengua.

Las representaciones del conocimiento dependientes del lenguaje son particularmente evidentes en el dominio del aprendizaje de las matemáticas. Varios estudios han revelado, por ejemplo, que el idioma nativo afecta a la forma en que se representa la cantidad y a cómo de bien se pueden realizar las operaciones aritméticas (Gordon, 2004; Pica, Lemer, Izard y Dehaene, 2004).

En el ámbito de la educación matemática, es extensa la literatura que ahonda en la conceptualización de la relación entre lenguaje y matemáticas y en su importancia desde el punto de vista de los procesos de enseñanza-aprendizaje (Barwell *et al.*, 2016; Ellerton y Clarkson, 1996; Jung y Schütte, 2018; Moschkovich y Zahner, 2018; Planas, 2014). Berger (2016) señala que los primeros trabajos al respecto ponían el énfasis en las matemáticas como lenguaje en sí mismo, es decir, como sistema de comunicación dentro de una comunidad específica; mientras que, investigaciones más recientes destacan el papel crucial del lenguaje natural, es decir, las matemáticas dejan de ser una entidad separada para incluirse en el sistema más completo del lenguaje natural. El contenido matemático y su comprensión son inconcebibles sin la flexibilidad del lenguaje cotidiano. El simbolismo matemático evoluciona y requiere un contexto lingüístico para determinar su función y significado. En palabras de Lemke (2003), el lenguaje natural, los símbolos matemáticos y las representaciones forman un único sistema unificado para la creación de significado.

Esta estrecha relación entre matemáticas y lenguaje cotidiano se pone de manifiesto en contextos de enseñanza-aprendizaje y se ha visto consolidada por el cambio del paradigma cognitivo a enfoques socioconstructivistas (Berger, 2016). Referentes inter-

nacionales también se hicieron eco de esta relación y del hecho de que hacer cosas con palabras en las aulas de matemáticas significa aprender de las ideas propias y de las ideas de los demás, lo que es coherente con la idea de que el aprendizaje de las matemáticas se mejora con la comunicación (NCTM, 2000). El aula, por tanto, es el contexto inicial donde tiene lugar la creación de significado matemático, bien sea mediante el discurso, la evaluación, la estructura semántica o a través de la producción escrita, como señalan Ellerton y Clarkson (1996), de tal forma que el docente es agente y proveedor de lenguaje para la construcción de significado y el alumnado adquiere un papel activo que requiere la combinación de competencia lingüística y de conocimiento matemático.

Teniendo en cuenta lo anterior, resulta razonable pensar que la interacción entre lenguaje y matemáticas es un tema que reúne especial complejidad cuando el idioma en el que estas se imparten no es la lengua materna de los estudiantes y, en muchos casos, tampoco de los docentes. Así, surgen preguntas como: ¿es la segunda lengua un obstáculo para el aprendizaje matemático?, ¿cómo influye esta en el pensamiento matemático?, ¿cómo se desarrollan la construcción de los significados y los procesos de resolución de problemas en una segunda lengua?, ¿se ve afectado el lenguaje por las matemáticas?

Estos interrogantes hacen referencia solo a algunas dimensiones que se pueden abordar desde el punto de vista de la investigación. En ese sentido, a lo largo de las tres últimas décadas, la comunidad científica de educación matemática ha mostrado un interés creciente por la educación bilingüe (Yeh, 2017). De acuerdo con Dalton-Puffer y Smit (2007), se pueden establecer cuatro perspectivas de investigación básicas, basadas en dos dimensiones (figura 3). Por un lado, la dimensión «enfoque de investigación», que incluye perspectivas macro o micro, refiriéndose la primera a la implementación de programas bilingües, mientras que la segunda se centra en los sujetos que participan en dichos programas. Por otro lado, la dimensión «objeto de investigación» analiza los procesos que se ponen en marcha en los contextos bilingües o los productos y resultados de dichos contextos.

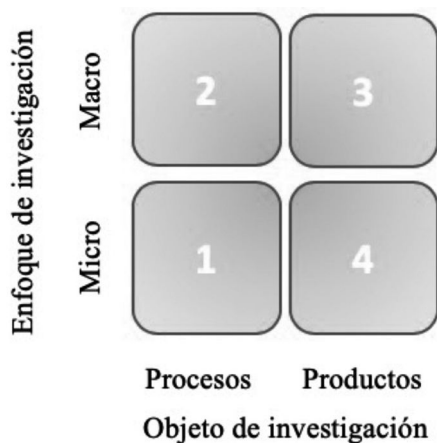


Figura 3. Perspectivas básicas de investigación en aprendizaje de las matemáticas en un segundo idioma. Fuente: Elaboración propia.

Barwell (2009) señala que, probablemente, la pregunta más recurrente que se ha planteado desde instancias de profesorado, de investigación o políticas, haya sido la de discernir si la educación bilingüe o multilingüe tiene un efecto en los resultados y logros matemáticos de los estudiantes, lo que situaría a los trabajos que han tratado de dar respuesta a dicha pregunta en la zona 4 de la figura 3. Sin embargo, medir dicho impacto resulta especialmente complejo, pues difícilmente se puede aislar del dominio de la lengua, de su estructura o de condicionamientos sociales, culturales o políticos. Además, como se ha señalado anteriormente, los contextos y escenarios en los que se desarrollan las clases bilingües de matemáticas a nivel mundial son muy diversos.

Investigaciones de las dos últimas décadas del siglo pasado trataron de reducir dicha complejidad centrándose exclusivamente en el estudio de la relación entre el dominio de la lengua y los resultados en matemáticas. La mayoría de dichas investigaciones se vieron influenciadas por el trabajo de Cummins (1979), tratando de corroborar sus hipótesis de los umbrales y del desarrollo interdependiente. La hipótesis de los umbrales se basa en la idea de personas con bilingüismo equilibrado, es decir, aquellas que muestran un nivel de competencia similar en su lengua original y en la segunda lengua. En estos casos, los sujetos bilingües, que desarrollan sus lenguas en un ambiente aditivo donde hay motivación para aprender la segunda lengua, pre-

sentan ventajas cognitivas sobre los monolingües. No obstante, esta ventaja empieza a ponerse de manifiesto cuando se alcanza un umbral superior de competencia en la segunda lengua. Si, por el contrario, los sujetos están en un ambiente sustractivo, donde su lengua original se ve reemplazada por la segunda lengua, entonces los bilingües muestran peor desempeño que los que solo dominan una lengua. Se pone de manifiesto, por tanto, un umbral inferior. Por otro lado, la segunda hipótesis sugiere que el nivel de competencia en un idioma depende parcialmente del nivel de competencia en el otro. De esta manera, la formación impartida en un idioma no solo desarrolla habilidades en dicho idioma, sino que desarrolla un dominio conceptual y lingüístico más profundo que está relacionado con el desarrollo del otro idioma y con habilidades académicas generales.

Son numerosos los trabajos que han utilizado las ideas de Cummins para explicar sus resultados en clases bilingües de matemáticas. De los primeros en encontrar evidencias de la hipótesis de los umbrales fue Dawe (1983), en el Reino Unido, con 50 estudiantes de entre 11 y 14 años y distintos países de origen. Destacan también las investigaciones de Clarkson (1992) y de Clarkson y Galbraith (1992) en escuelas primarias de Papúa Nueva Guinea. En estos estudios, se llevaron a cabo tanto pruebas de competencia lingüística de los idiomas en juego como de conocimientos generales de matemáticas y de resolución de problemas de enunciado verbal. En todos ellos, los alumnos con baja competencia lingüística en el primer y segundo idioma mostraron resultados más pobres en las pruebas de matemáticas que el resto de alumnado, corroborando la idea del umbral inferior. En lo que respecta a la comparación entre el alumnado monolingüe y el alumnado competente en los dos idiomas, estos últimos obtuvieron mejores resultados, pero no siempre significativamente diferentes a los primeros.

Más allá de confirmar en mayor o menor medida las hipótesis de Cummins, lo que estos trabajos ponen de manifiesto es la necesidad de considerar el bilingüismo como una entidad multidimensional, donde al menos la dimensión del nivel de competencia en cada lengua puede evidenciar diferentes rendimientos en tareas cognitivas del ámbito de las matemáticas.

En referencia también a aspectos cognitivos, hay otro cuerpo de la investigación que se ha dedicado a los mecanismos neuro-

cognitivos subyacentes al aprendizaje en entornos de instrucción bilingüe. Esto se podría encuadrar en la zona 1 de la figura 3. A pesar de las ventajas de dichos programas, reconocidas por el público en general y la política (Eurydice, 2006), existen investigaciones que demuestran la existencia de costes cognitivos (*language switching costs*, LSC) cuando la lengua en la que se adquiere un conocimiento difiere de la lengua en la que posteriormente se aplica dicho conocimiento. Sería el caso, por ejemplo, de alumnado que aprende matemáticas en un programa de inmersión en inglés dentro de un entorno de habla castellana y necesita recuperar esos conocimientos no solo en las materias que no se enseñan en inglés (por ejemplo, física), sino también en su vida cotidiana.

La mayoría de las investigaciones experimentales sobre LSC se han realizado en el dominio de las matemáticas (Volmer, Grabner y Saalbach, 2018). En uno de los primeros estudios, Spelke y Tsivkin (2001) llegaron a la conclusión de que existen aptitudes matemáticas independientes del idioma, como la representación de números aproximados y pequeños conjuntos de números hasta cuatro, y aptitudes matemáticas que los seres humanos deben aprender mediante el uso del idioma, como la representación de grandes números exactos. Cuando este conocimiento dependiente del lenguaje debe ser transferido de un idioma a otro, se produce el coste por el cambio de idioma. Así, según Spelke y Tsivkin (2001), cuando la aplicación de conocimientos de aritmética se produce en un idioma distinto al del aprendizaje, los niños pueden tener que practicar aritmética de nuevo, o pueden necesitar realizar una traducción entre idiomas que requiere más tiempo y puede resultar confusa. Los costes, por tanto, se pueden manifestar en una menor velocidad de respuesta y en errores de exactitud o precisión.

Saalbach, Eckstein, Andri, Hobi y Grabner (2013) encontraron costes cognitivos por el cambio de idioma durante el aprendizaje de hechos aritméticos al examinar a estudiantes de Secundaria que participaban en un programa de educación bilingüe. La formación se realizó en alemán o en francés; y en la evaluación, tenían que resolver problemas estudiados y no estudiados en ambos idiomas. Se encontraron efectos de cambio de idioma en los tiempos de reacción y en la precisión en los problemas estudiados, y también en los tiempos de reacción en los proble-

mas no estudiados, especulándose que dichos costes podían derivar de la dependencia del lenguaje de otros procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas. Por su parte, Grabner *et al.* (2012), haciendo uso de imagen de resonancia magnética funcional en adultos, observaron que los costes del cambio de idioma se acompañaron de un aumento de la activación de áreas cerebrales asociadas al procesamiento de magnitudes, imágenes visoespaciales, reconocimiento de estímulos numéricos y funciones ejecutivas, concluyendo que los costes del cambio de idioma en aritmética se deben al procesamiento adicional de información numérica.

Volmer *et al.* (2018) señalan que también existen efectos beneficiosos para los bilingües desde el punto de vista cognitivo. Así, los bilingües que utilizan ambos idiomas con frecuencia necesitan suprimir uno de sus idiomas mientras hablan el otro. Sin embargo, esta constante capacitación para controlar la atención puede tener un efecto beneficioso en las funciones ejecutivas, es decir, la inhibición, la flexibilidad cambiante/cognitiva establecida y la actualización de la información en la memoria de trabajo (Bialystok, 2009). En el ámbito de la resolución de problemas, Berger (2016) observa que, al trabajar en una segunda lengua, los estudiantes bilingües dedican más tiempo a las fases que denomina de *recepción de texto* (lectura del enunciado, comprensión del problema...) y prolongan el vínculo con el contenido matemático, favoreciendo oportunidades adicionales de reflexión conceptual y lingüística. Sin embargo, los estudiantes monolingües se quedan solo con palabras clave y rápidamente se mueven hacia los procesos matemáticos, sin asegurar una correcta comprensión del enunciado. En ese sentido, Domínguez (2011) concluye que los problemas que parten de situaciones familiares, tanto en español como en inglés, facilitan la reinención de otros problemas similares en mayor medida que los problemas que parten de situaciones que no les son familiares, aunque las situaciones de matematización son mucho más ricas en español. Lo que refuerza el vínculo mencionado anteriormente. Asimismo, Berger (2016) señala que las dificultades en la segunda lengua pueden obstruir el foco hacia determinados procesos matemáticos, teniendo en cuenta que la resolución de problemas en una segunda lengua requiere recursos cognitivos adicionales, particularmente, en la organización de

la información matemática para su posterior procesamiento, en la deducción del modelo matemático y en la fase de interpretación, coincidiendo esto con los resultados obtenidos por Domínguez (2011).

12.4. Conclusiones

A modo de conclusión, en esta revisión de la literatura sobre la educación bilingüe y las matemáticas se ha puesto de manifiesto el estrecho vínculo existente entre el aprendizaje del contenido y del lenguaje, así como la complejidad que supone desde el punto de vista de la investigación, ya que entran en juego numerosas variables y dimensiones a tener en cuenta. Algunas de ellas han sido analizadas en este estudio concluyendo que, aun reconociendo dificultades y costes cognitivos añadidos, son muchas las voces que apoyan el hecho de que la educación bilingüe puede fortalecer el aprendizaje matemático.

Una de las principales limitaciones del estudio, por un lado, a nivel micro, está asociada a todo lo referente al rol, necesidades de formación, conflictos y dilemas que encuentran los docentes en los procesos de planificación y evaluación al tener que considerar todas las componentes del enfoque del aprendizaje integrado. Por otro lado, a nivel macro, la gran casuística de programas bilingües implementados en los distintos sistemas educativos, como se mencionó al principio del capítulo, y el hecho de que su incidencia en el aprendizaje matemático no sea tan directa, ha hecho que esa dimensión no se aborde en este estudio. Consideramos que estas mismas limitaciones abren posibles líneas de análisis que podrán ser abordadas en el futuro.

12.5. Referencias

- Barwell, R. (2009). Multilingualism in mathematics classrooms: An introductory discussion. En: Barwell, R. (ed.). *Multilingualism in Mathematics Classrooms: Global Perspectives* (pp. 1-13). Bristol, Buffalo & Toronto (Reino Unido, EE. UU. y Canadá): Multilingual Matters.
- Barwell, R., Clarkson, P. C., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., Villavicencio Ubilús, M. et al. (2016). *Mathematics Edu-*

- cation and Language Diversity. *New ICMI Study Series*. Róterdam: SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-229-5_2.
- Berger, A. (2016). Learning mathematics bilingually: An Integrated Language and Mathematics Model (ILMM) of word problem-solving processes in English as a foreign language. En: Nikula, T., Dafouz, E., Moore, P. y Smit, U. (eds.). *Conceptualising Integration in CLIL and Multilingual Education* (pp. 73-100). Bristol, Buffalo & Toronto (Reino Unido, EE. UU. y Canadá): Multilingual Matters.
- Bialystok, E. (2009). Bilingualism: The good, the bad, and the indifferent. *Bilingualism: Language and Cognition*, 12(1), 3-11. <https://doi.org/10.1017/S1366728908003477>.
- Bloom, B. (1956). *Taxonomy of educational objectives*. Nueva York, NY: McKay.
- Brown, H. D. (1980). *Principles of language learning and teaching*. New Jersey, NJ: Prentice Hall.
- Clarkson, P. C. (1992). Language and mathematics: A comparison of bilingual and monolingual students of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23(4), 417-429.
- Clarkson, P. C. y Galbraith, P. (1992). Bilingualism and mathematics learning: Another perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 34. <https://doi.org/10.2307/749162>.
- Comisión Europea (1995). *Teaching and learning - Towards the learning society. White paper on education and training*. Bruselas: European Commission.
- Comisión Europea/EACEA/Eurydice. (2017). *Cifras clave de la enseñanza de lenguas en los centros escolares de Europa - Edición 2017. Informe de Eurydice*. Luxemburgo: Oficina de Publicaciones de la Unión Europea. <https://doi.org/10.2797/986128>.
- Coyle, D. (2007). Content and language integrated learning: Towards a connected research agenda for CLIL pedagogies. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*, 10(5), 543-562. <https://doi.org/10.2167/beb459.0>.
- Coyle, D., Hood, P. y Marsh, D. (2010). *CLIL: Content and language integrated learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cummins, J. (1979). Linguistic interdependence and the educational development of bilingual children. *Review of Educational Research*, 49(2), 222-251.
- (1984). *Bilingualism and Special Education: Issues in assessment and Pedagogy*. San Diego, CA: Multilingual Matters.

- Dalton-Puffer, C. y Smit, U. (2007). *Empirical perspectives on clil classroom discourse*. Frankfurt: Peter Lang.
- Dawe, L. (1983). Bilingualism and mathematics reasoning in English as a second language. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 325-353.
- Domínguez, H. (2011). Using what matters to students in bilingual mathematics problems. *Educational Studies in Mathematics*, 76(3), 305-328. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9284-z>.
- Ellerton, N. F. y Clarkson, P. C. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. En: Bishop, A. J. (ed.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 987-1033). Kluwer Academic Publishers.
- Eurydice (2006). *Aprendizaje integrado de contenidos y lenguas (AICLE) en el contexto escolar europeo*. Bruselas.
- Fortanet-Gómez, I. y Ruiz-Garrido, M. F. (2009). Sharing CLIL in Europe. En: Carrió-Pastor, M. L. (ed.). *Content and language integrated learning: Cultural diversity* (pp. 47-75). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Genesee, F. (1994). *Integrating language and content: Lessons from immersion*. Santa Cruz: National Center for Research on Cultural Diversity and Second Language Learning.
- Gentner, D. y Goldin-Meadow, S. (2003). *Language in mind: advances in the study of language and thought*. Cambridge: MIT Press.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Emerging themes from the analysis of teachers' interpretations of argumentation in the mathematics classroom. *Enseñanza de Las Ciencias*, 31(1), 61-78. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v31n1.835>.
- Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306(5695), 496-499. <https://doi.org/10.1126/science.1094492>.
- Grabner, R. H., Saalbach, H. y Eckstein, D. (2012). Language-switching costs in bilingual mathematics learning. *Mind, Brain, and Education*, 6(3), 147-155. <https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2012.01150.x>.
- Grosjean, F. (1999). Individual bilingualism. En: Spolsky, B. (ed.). *Concise Encyclopedia of Educational Linguistics*. Londres: Elsevier.
- Gumpers, J. J. y Levinson, S. C. (1996). *Rethinking linguistic relativity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Halliday, M. A. K. (1982). *El lenguaje como semiótica social: la interpretación social del lenguaje y el significado*. México, DF: Fondo de Cultura Económica.
- Jung, J. y Schütte, M. (2018). An interactionist perspective on mathematics learning: conditions of learning opportunities in mixed-

- ability groups within linguistic negotiation processes. *ZDM - Mathematics Education*, 50(6), 1089-1099. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0999-0>
- Lemke, J. L. (1990). *Talking science: Language, learning and values*. New Jersey, NY: Ablex Publishing Corporation.
- (2003). Mathematics in the middle: Measure, picture, gesture, sign, and word. *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing* (enero), 1-14.
- Lo, Y. Y. y Fung, D. (2018). Assessments in CLIL: the interplay between cognitive and linguistic demands and their progression in secondary education. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*, 0(0), 1-19. <https://doi.org/10.1080/13670050.2018.1436519>.
- Malt, B. y Wolff, P. (2010). *Words and the mind*. Nueva York, NY: Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195311129.001.0001>.
- Marian, V. y Fausey, C. M. (2006). Language-dependent memory in bilingual learning. *Applied Cognitive Psychology*, 20(8), 1025-1047. <https://doi.org/10.1002/acp.1242>.
- Moschkovich, J. (2007). Using two languages when learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64(2), 121-144. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9005-1>.
- Moschkovich, J. y Zahner, W. (2018). Using the academic literacy in mathematics framework to uncover multiple aspects of activity during peer mathematical discussions. *ZDM - Mathematics Education*, 50(6), 999-1011. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0982-9>.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pérez-Cañado, M. L. (2012). CLIL research in Europe: Past, present, and future. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*, 15(3), 315-341. <https://doi.org/10.1080/13670050.2011.630064>.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V. y Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306(5695), 499-503. <https://doi.org/10.1126/science.1102085>.
- Planas, N. (2014). One speaker, two languages: Learning opportunities in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 87(1), 51-66. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9553-3>.
- Saalbach, H., Eckstein, D., Andri, N., Hobi, R. y Grabner, R. H. (2013). When language of instruction and language of application differ:

Cognitive costs of bilingual mathematics learning. *Learning and Instruction*, 26, 36-44. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.01.002>.

Savignon, S. (2004). Language, identity, and curriculum design: Communicative language teaching in the 21st century. En: *New Insights in Foreign Language Learning and Teaching* (pp. 71-88). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Spelke, E. S. y Tsivkin, S. (2001). Language and number: A bilingual training study. *Cognition*, 78(1), 45-88. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(00\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(00)00108-6).

Valdés-Fallis, G. (1979). Social interaction and code switching patterns: A case study of Spanish/English alternation. En: Viera, S. (ed.). *Bilingualism in the Bicentennial and Beyond* (pp. 209-229). Nueva York, NY: Bilingualism Press.

Volmer, E., Grabner, R. H. y Saalbach, H. (2018). Language switching costs in bilingual mathematics learning: Transfer effects and individual differences. *Zeitschrift Fur Erziehungswissenschaft*, 21(1), 71-96. <https://doi.org/10.1007/s11618-017-0795-6>.

Yeh, C. (2017). Math is more than numbers: Beginning bilingual teachers' mathematics teaching practices and their opportunities to learn. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(2), 106-139.