ESTRATEGIAS PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LOS CASOS DE PRODUCTOS NOTABLES, COCIENTES NOTABLES Y FACTORIZACIÓN EN LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO DEL COLEGIO COOPERATIVO DE SAN GIL

HECTOR HENRY QUIROGA ARIZA

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN CIENCIAS BÁSICAS CON ENFÁSIS EN MATEMÁTICAS
SOCORRO, SANTANDER
2018

ESTRATEGIAS PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LOS CASOS DE PRODUCTOS NOTABLES, COCIENTES NOTABLES Y FACTORIZACIÓN EN LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO DEL COLEGIO COOPERATIVO DE SAN GIL

HECTOR HENRY QUIROGA ARIZA

Trabajo de investigación para optar el título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Asesor y Director
CESAR AUGUSTO ALBA ROJAS

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN CIENCIAS BÁSICASCON ENFÁSIS EN MATEMÁTICAS
SOCORRO, SANTANDER
2018

Nota de aceptación

____

____

____

____

____

____

Jurado

César

____

Jurado

Enero 15 de 2019

Agradecimientos

El autor expresa sus agradecimientos a:

A Dios Todopoderoso, por darme el don de la vida y por permitirme cursar este Pregrado, llenándome de entendimiento, fortaleza e ilusión

A mi familia por ser gran motivación en todo lo que me propongo.

A la comunidad educativa, por ser parte activa de este proyecto y contribuir al desarrollo del mismo.

A la UNILIBRE, por sus programas de educación con los cuales abren un mundo de posibilidades a quienes vemos en la educación el camino hacia el progreso.

Al asesor César Alba, quien me orientó en esta agradable labor de la investigación docente.

Dedicatoria

A Dios.

Que es la fuente inagotable

de sabiduría y conocimiento.

A mi familia.

Por enseñarme a ser perseverante

demostrándome con su ejemplo de vida

que toda meta es alcanzable

A mi esposa

Alba Salas Sarmiento y

A mi hijo Juan Manuel Quiroga Salas

Son el motor de mi vida.

A mis padres

Marina Ariza Ariza y

Marco Cortés Casallas

Gracias por creer en mí.

Tabla de contenido

LISTA DE TABLAS

LISTA DE GRÁFICAS

LISTA DE APÉNDICES

Resumen

La presente investigación está fundamentada en el paradigma de enfoque mixto, de carácter acción con intervención pedagógica y basada en el método inductivo-deductivo que busca contrarrestar las falencias encontradas a través de la observación directa y aplicación de la prueba diagnóstica, con respecto al desarrollo de operaciones para la solución de problemas basados en los conceptos previos de los productos y cocientes notables y de factorización, dado que la mayoría de los estudiantes del grado Octavo del Colegio Cooperativo de San Gil, Santander no reconocen ningún caso de factorización y confunden los conceptos básicos entre productos notables, cocientes notables. Se hace necesario plantear como objetivo de esta investigación la aplicación de una estrategia pedagógica que facilite el aprendizaje significativo de los casos de Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización a partir del desarrollo de operaciones para la solución de problemas matemáticos.

Para lograr lo anterior, se utilizó dos métodos de enseñanza-aprendizaje: el conocimiento de combinaciones por medio de la clase magistral y la construcción y elaboración de mapas conceptuales.

Después se observó que el grupo de estudiantes del grado octavo obtuvo buenos resultados en el aprendizaje significativo de los productos y cocientes notables y en la factorización mediante la relación de combinaciones y de la construcción de mapas conceptuales, debido que ellos mismo reconocían una expresión algebraica en forma de producto, luego en forma de cociente y finalmente en forma de factorización, buscando siempre la relación que hay entre los tres casos. Lo anterior, permite sugerir que la relación entre combinaciones y la construcción de mapas conceptuales es una excelente alternativa para la enseñanza-aprendizaje de los productos y cocientes notables y la factorización.

Palabras Claves: aprendizaje significativo, cocientes notables, combinaciones, factorización, mapas conceptuales, productos notables.

ABSTRACT

The present research is based on the paradigm of mixed approach, of action issue with pedagogic intervention and based in the inductive-deductive method that seeks to slow down the shortcomings found throughout direct observation and application of the diagnostic test, according to the operations development to solve problems based in previous concepts of products, notable ratios and factoring, due to most of the eighth grade students in "Colegio Cooperativo de San Gil" do not recognize any factoring case and misunderstand the basic concepts between notable products and notable ratios. It is necessary to raise as an aim of this research the application of a pedagogic strategy that helps the significant learning of notable product cases, notable ratios and factoring through the operations development to solve mathematical problems.

To achieve the previous, two methods are being used teaching-learning, the knowledge of combining in the master class and the building and elaboration of mind maps.

It was observe that the group of students of eighth grade gain good results with the significant learning of products with notable ratios and factoring throughout relation of combinations and the mind maps building, in order that themselves recognize an algebraic expression as product shape, then in ratio shape and finally in factoring shape seeking always the relation between the three cases. The previous statement allows to suggest that the relation between combinations and the mind maps building are an excellent choice for the teaching-learning of products, notable ratios and factoring.

Key Words: Significant learning, notable ratios, combinations, factoring, mind maps and notable products.

INTRODUCCIÓN

Teniendo en cuenta los resultados arrojados por las pruebas internacionales de educación, en especial la del Programa de Evaluación Internacional de estudiantes (PISA, 2012) que evalúa los desempeños académicos de los estudiantes, se evidencia gran preocupación en lo referente a los desempeños alcanzados por Colombia en el área de matemáticas ya que es el área en la que el país muestra la mayor brecha con relación al promedio de los países que evalúa la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Según el ICFES (2013) el promedio anual de mejoramiento para Colombia entre 2006 y 2012 fue del 1.1% en Matemáticas como se muestra en la tabla 1:

Tabla 1. Cambios anuales: Promedio en matemáticas, PISA 2006 - 2012

Países	Matemáticas	
	Promedio 2012	Cambio anual
Shanghái	613	**4,2**
Singapur	573	**3,8**
Hong Kong	561	**1,3**
Taipéi	560	1,7
Corea	554	1,1
Finlandia	519	**-2,8**
Canadá	518	**-1,4**
Polonia	518	**2,6**
España	484	0,1
Estados Unidos	481	0,3
Chile	423	**1,9**
México	413	**3,1**
Uruguay	409	**-1,4**
Costa Rica	407	-1,2
Brasil	391	**4,1**
Argentina	388	1,2
Colombia	376	1,1
Perú	368	1,0
Promedio OCDE	494	**-0,3**

Fuente: OECD (2013), PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do - Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I), PISA, OECD Publishing, p. 19.

Según MEN (2013) afirma:

> De una población de 428 estudiantes, solamente el 11,4% aprobó la evaluación de matemática básica. El 45,1 % obtuvo calificaciones entre 0 y 1, o sea que está en un nivel crítico. Es sumamente preocupante que la mayoría ni siquiera sobrepase la calificación baja de 2,5. Que desde el colegio vengan con un nivel tan bajo de aprendizaje no solo es un inconveniente para el estudiante, sino para la universidad, que afronta grandes retos para solucionar el problema (p.1)

De lo anterior se infiere que el nivel educativo de las matemáticas y en especial el estudio del Álgebra en estos momentos es preocupante ya que los estudiantes no comprenden lo que leen, los docentes hacen uso de métodos pedagógicos inapropiados y no planean sus clases teniendo en cuenta nuevos ambientes de aprendizaje y el uso de estrategias pedagógicas y didácticas de aprendizaje. En cuanto a conocimiento didáctico de contenido falta mucha profundización, se requiere que se evidencien los aprendizajes de los estudiantes de forma significativa y se haga uso de la evaluación formativa.

Por consiguiente, hacen falta educadores bien preparados en esta rama (muchos la enseñan sin conocer profundamente la materia) y con vocación de maestros. Esto hace que la enseñanza no tenga la calidad ni el atractivo suficiente. Si una persona no siente amor por lo que enseña y no la cautiva el tema, no puede generar interés en sus alumnos. Las matemáticas son un lenguaje, como el inglés, que se aprende poco a poco. Al principio sí se repite lo que dice el profesor, pero luego hay que dejar que el estudiante utilice lo aprendido en la vida real. (MEN, 2013).

En la actualidad la mayoría de los estudiantes de grado Octavo presentan dificultad en el proceso de aprendizaje del álgebra y son promovidos a grados superiores con algunas deficiencias en el conocimiento de los casos de productos notables, de factorización y cocientes notables lo cual repercute en el aprendizaje de temas relacionados con estos contenidos.

Según Muñoz & Ríos (2008) concuerdan que el paso de la aritmética al álgebra produce, en la mayoría de estudiantes de Octavo y Noveno, dificultades de aprendizaje, las cuales se agudizan en el tema de resolución de problemas cuando aplican ecuaciones lineales, ya que interviene un mayor análisis y no sólo la repetición de un proceso mecánico. En efecto, la resolución de problemas es protagónica en la mayoría de carreras universitarias, tales como: ingenierías, medicina, economía, administración, por lo que se hace necesario sentar buenas bases en el colegio, para que los conocimientos adquiridos puedan ayudar al estudiante en otros ámbitos de aprendizaje.

Estos problemas parecen estar relacionados con una serie de dificultades en comprensión de conceptos y en las formas de enfocar el álgebra con su aprendizaje; en la mayoría de los casos los alumnos memorizan sin comprender las reglas.

El MEN (2013) afirma: "Sigue predominando la memorización de fórmulas y se ignora el poder conceptual de las matemáticas: entender la idea detrás de la suma, la división, la multiplicación. Todo ejercicio tiene una razón de ser, pero esto no se enseña" (p.1). Lo que conlleva a los estudiantes a cometer los mismos errores de manera persistente, además estos suelen ser considerado por el docente como una falta de estudio o de atención, cuando en realidad indica una fuerte carencia de comprensión.

Esto podría atribuirse en gran medida, a que en el aula de clases no existe un aprendizaje de conceptos de factorización de una manera significativa y más bien, se enseñan con una clase expositiva en donde no se crean espacios para interiorizar los conceptos básicos. Así, los estudiantes pueden aprender los algoritmos para factorizar un polinomio, técnicas de graficación y propiedades de algunas funciones, entre otros, pero no comprenden el concepto de factorización. (Vílchez, 2005).

A partir de lo anterior, se puede deducir que se está presentando un cierto nivel de dificultades tanto en la comprensión de la ley de signos, como en la resolución de problemas con temáticas relacionadas con la agrupación de términos, diferencia de cuadrados, y en algunos casos factor común. Así, en el caso del álgebra, muchos docentes coinciden en afirmar que la mayoría de los alumnos cometen los mismos errores de forma reiterada, síntoma de las serias dificultades que tienen en su aprendizaje (García, 2010).

Esta propuesta de investigación, tiene como objetivo principal implementar una estrategia pedagógica que sea facilitadora en el aprendizaje significativo de los casos de Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización a partir del desarrollo de operaciones para la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado octavo del Colegio Cooperativo de San Gil.

Con la aplicación de una serie de actividades tales como: talleres para la socialización del método de combinaciones y elaboración de mapas conceptuales, será pieza fundamental para que los estudiantes de Octavo grado se motiven por el aprendizaje en el área de matemáticas, especialmente en el reconocimiento y resolución de ejercicios en los casos de productos notables, factorización y cocientes notables. Los resultados de esta estrategia pedagógica, demostrarán una nueva práctica en el aula de clase y conducirán a los estudiantes a mejorar sus capacidades de análisis e interpretación del lenguaje matemático incluyendo solución de problemas aplicados en la cotidianidad.

Este proyecto de investigación se basó en la aplicación de la estrategia (método de combinación) que consistía en la elaboración de talleres y la construcción de mapas conceptuales, esenciales en el aprendizaje de la factorización, los productos y los cocientes notables, los cuales servían como guías de orientación para los docentes en el desarrollo de su clase. De la misma manera, la aplicación de estas estrategias aportó resultados significativos a los estudiantes, ya que lograron adquirir, desarrollar y fortalecer las habilidades en el reconocimiento y resolución de problemas matemáticos de la temática establecida como el método de combinaciones entre productos notables, cocientes notables y factorización. A raíz de lo anteriormente mencionado, se hace necesario que esta propuesta investigativa haga énfasis en una pedagogía con bases bien estructuradas, que faciliten la potenciación del aprendizaje significativo en los estudiantes con el propósito de promover estrategias apropiadas en la adquisición del conocimiento en el área de matemáticas y eleve el nivel cognitivo de los mismos en la educación básica secundaria.

Durante la prueba diagnóstica y la encuesta que se aplicó en los estudiantes del grado Octavo y Noveno del Colegio Cooperativo de San Gil al *iniciar el proceso investigativo, surge la* problemática que hace referencia al poco conocimiento y desarrollo de ejercicios por medio de los casos de productos notables, factorización y cocientes notables. Para ello, se establecieron objetivos en la investigación como metas a alcanzar tales como el análisis de los pre-saberes, la implementación de una estrategia pedagógica para la potenciación del aprendizaje significativo y la evaluación de la misma.

Así que, cada objetivo planteado describe la relevancia de la aplicación de esta propuesta investigativa para contribuir al conocimiento y a la pedagogía del aprendizaje para la solución de ejercicios algebraicos en el reconocimiento de los casos de productos y cocientes notables y la factorización, en estudiantes de Octavo grado de educación básica secundaria, pretendiendo ser un trabajo útil, enriquecedor y productivo porque buscó desarrollar en los estudiantes habilidades y destrezas en la materia, como también identificar que falencias presentaban anteriormente para mejorarlas.

En esta investigación se trabajaron diversas actividades como: talleres y juegos didácticos por medio de la implementación del método de combinaciones y la construcción de mapas conceptuales con los estudiantes, que contribuyeron a cambiar los esquemas tradicionales en el área de matemáticas para optar por nuevas pedagogías, potencializando el aprendizaje significativo, y favoreciendo el interés, la habilidad, la comprensión y la interpretación por el conocimiento matemático.

Las bases teóricas que apoyan y sustentan esta investigación están constituidas por los siguientes autores: Frida Díaz Barriga, David Ausubel, Jean Piaget, George Polya, Joseph Novak y Gerardo Hernández Rojas, quienes convergen en sus ideas, en emitir juicios relacionados con el análisis y resolución de problemas matemáticos aplicados a la cotidianidad.

Asimismo, se dan a conocer las bases legales de este proyecto investigativo, entre las cuales se encuentran: la Constitución Política de Colombia de 1991, la Ley General de Educación del 1994, el Decreto 1860 de 1994, los Lineamientos curriculares de matemáticas, los estándares básicos de matemáticas del grado Octavo, los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y las matrices de referencia. Este marco legal es importante porque contribuye al buen desarrollo de esta propuesta y sitúa en la temática a investigar.

Por otro lado, dentro del diseño metodológico de la investigación se encuentra: la línea paradigma socio-crítico, el método inductivo - deductivo, el enfoque mixto, el tipo de investigación empleado que es la acción, el componente innovador utilizando el método de combinaciones, la población y la muestra que es la misma, ya que el tipo de muestreo es no probabilístico por conveniencia, las técnicas e instrumentos, la propuesta metodológica, el análisis e interpretación de la experiencia.

De la misma manera, se resalta el análisis e interpretación de la experiencia ya que facilita la categorización y triangulación de la información obtenida desde la experiencia vivida durante el desarrollo del proyecto investigativo, permitiendo evidenciar el proceso y los resultados alcanzados con las estrategias utilizadas. De hecho, se puede describir brevemente que antes de la ejecución de esta propuesta los estudiantes escogidos tenía muchas falencias conceptuales y confusiones entre la identificación de los productos notables, cocientes notable y factorización, una vez implementado el método de combinaciones con ayuda de la construcción de mapas conceptuales, los mismos estudiantes elevaron su nivel de comprensión hacia la temática y se obtuvieron resultados satisfactorios en los resultados finales.

Finalmente, es relevante que exista la aplicación de estrategias pedagógicas con el proceso del razonamiento en la solución de problemas matemáticos aplicados al diario vivir, para hacer más fácil su proceso de solución, durante el desarrollo de esta investigación se pudo observar que la educación en Colombia, en especial las pruebas de estado Saber, maneja un esquema donde se evalúa que tan competentes están los estudiante matemáticamente en la sociedad, de ahí su importancia.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Delimitación

Por décadas, en Colombia, la población estudiantil de colegios oficiales y privados en los grados de básica secundaria, se ha podido constatar que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades particulares en el aprendizaje de las matemáticas, en la cual este factor puede estar dado por un avance en los contenidos basados en la repetición, la memorización de reglas, y la desconceptualización de ejercicios aritméticos, generando una apatía hacia el área y colocando barreras para el desarrollo de ejercicios con frases como "no soy capaz", "no entiendo" conllevando a un fracaso del estudiante en esta área y representando una problemática como se muestra en la tabla 2.

Tabla 2. *Puntaje promedio en matemáticas, diferencias por sector*

	Puntaje promedio en matemáticas				Diferencia controlando por NSE (privado - oficial)
	Oficiales	Privados Dependientes	Privados Independientes	Diferencia privado – oficial	De estudiantes y colegios
Brasil	377		461	83	19*
Uruguay	393		492	99	-28*
Chile	389	424	503	53	8
Argentina	368	428	428	60	27*
Perú	350		424	74	7
Costa Rica	396	465	478	78	10
Colombia	369	362	441	50	7
México	408		452	42	-19*
Promedio OCDE	489	517	542	28	-7*

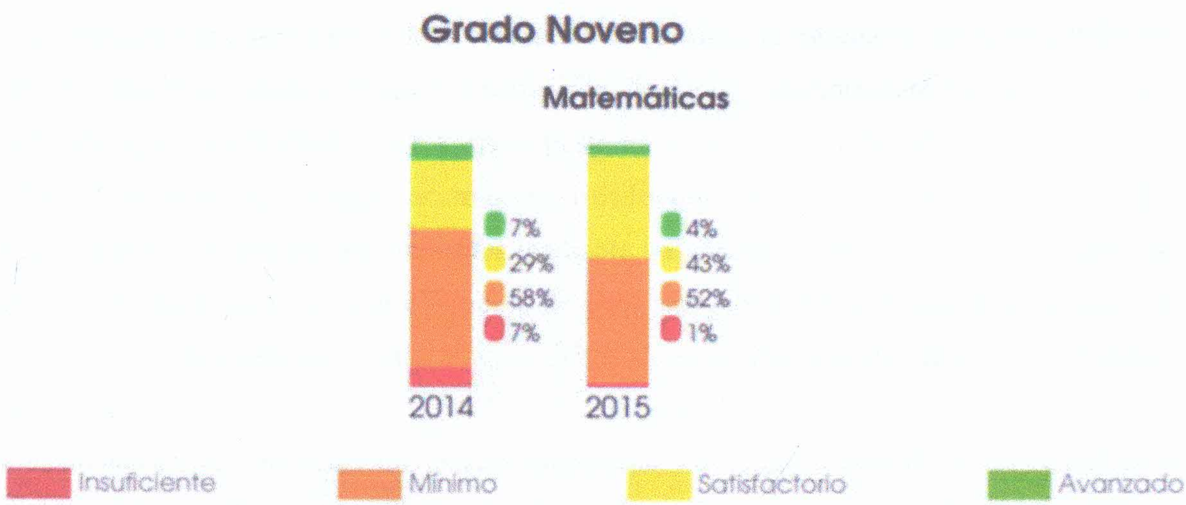
Fuente: ICFES (2013). Colombia en PISA 2012. Tomado de https://bit.ly/2zug0SB

En los lineamientos curriculares (1998) se propone:

Una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento, ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender. (Pág. 35)

De acuerdo a la OCDE el promedio anual de mejoramiento para los estudiantes de 15 años en Colombia entre los años 2006 y 2012 según las pruebas (PISA) fue de 1.1% en el área de Matemáticas (ICFES, 2014); aunque el país ha mejorado en esta última, son preocupantes los bajos resultados en el área de matemáticas. Sin embargo, al analizar los resultados de las pruebas Saber grado Noveno durante los últimos tres años en el Colegio Cooperativo de San Gil, se evidenció una disminución en los niveles insuficiente y mínimo en el área de matemáticas, del 75% en el año 2013 (ICFES 2013) a un 53% en el año 2015 (ICFES, 2015) como se muestra en la figura 1.

Gráfica 1. Niveles de desempeño en Matemáticas. Grado 9°.



Fuente: Reporte de la Excelencia, 2018. Colegio Cooperativo de San Gil.

Estos resultados muestran que el Colegio Cooperativo ha ido mejorando progresivamente en el área de matemáticas, no obstante, mediante la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de Noveno, se pudo identificar que en los presaberes (sobre el desarrollo de operaciones para la solución de problemas desde el manejo de conceptos básicos) éstos presentan dificultades en el reconocimiento y aplicación de casos de productos notables, cocientes notables y factorización. En suma, son varias las causas de esta situación escolar y entre ellas se encuentra: el insuficiente desarrollo de problemas relacionados con esta temática aplicados en la vida cotidiana, también se determinó que los estudiantes no identifican el caso y el uso correcto de cada uno para la elaboración de problemas en la vida diaria, del mismo modo, al preguntárseles por el proceso que llevó para la solución del problema planteado no dan razón y al momento de realizar ejercicios con la factorización, la gran mayoría se les dificulta resolver ejercicios porque no saben qué caso de factorización deben utilizar, demostrando así que no tienen claro los conceptos y las operaciones en el momento de resolver ejercicios de la vida diaria en casos de productos y cocientes notables y que presentan dificultades cuando se les pide, desarrollar cada caso por producto, luego por cociente y luego por factorización y una causa principal de todas estas falencias es la poca información de los conceptos que abarcan el álgebra tales como: que casos utilizar en binomios, trinomios, en polinomios, cuando es un producto, un cociente y una factorización, qué relación hay entre producto y multiplicación, cociente y división, factorización y descomposición, entre otras relaciones entre ellas; la dificultad en el aprendizaje en los productos y cocientes notables y casos de factorización incide en la poca comprensión que tiene el estudiante de su aplicabilidad, limitándolo para la asimilación de nuevos temas que requieren posteriormente del manejo de este concepto, incluyendo dificultades en los grados posteriores y en estudios de carreras profesionales.

La falta de motivación y la ejercitación de actividades que permitan el desarrollo cognitivo del estudiante, además el enseñar los conceptos mediante un sistema tradicionalista, son algunas de las causas que dificultan y retrasan el proceso de enseñanza aprendizaje, haciendo más difícil el desarrollo de las competencias en el grado que deben alcanzar. Bermúdez (citado por Fernández, 2011) declara:

> Es importante que el niño reciba información seleccionada y es lo que se pretende con la estimulación temprana: que se pueda ofrecer mediante estímulos, en base a conocimientos científicos, que asegure el aprendizaje y la adecuación al entorno, elegir aquellos estímulos que son necesarios para que el niño aprenda lo importante o significativo de su entorno (p.9).

El no interesarse en la superación de estas falencias desde edades tempranas (12 a 15 años), repercute en el desarrollo intelectual de los estudiantes y por ende en los desempeños alcanzados en las pruebas que se aplican en los diferentes grados tanto a nivel institucional como nacional. Es por esto que se diseña una herramienta didáctica para el fortalecimiento de la resolución de problemas desde el manejo de conceptos bien establecidos.

Finalmente este proyecto de investigación tiene relevancia al tratarse de un componente innovador como lo es, la relación entre los productos notables, los cocientes notables y la factorización por medio de una estrategia llamada "***Combinaciones***", que propone solucionar las deficiencias en la gran mayoría de los estudiantes del grado Octavo en el reconocimiento e identificación de cada contenido saliendo del esquema tradicional, así como identificar cual caso se debe emplear en la formulación y desarrollo de ejercicios del Álgebra que pueden ser útiles en años posteriores en las diferentes ramas de las matemáticas como: en la trigonometría, el cálculo y en la matemática general que se emplea tanto en la vida profesional como personal. Con la aplicación de talleres y construcción de mapas conceptuales como herramientas facilitadoras del aprendizaje, se logra la integración de los actores del proceso educativo, es decir docente-saber-estudiante, favoreciendo la construcción de pedagogías de aprendizajes significativos para la vida. La acción principal que se realizará, será el permitir a los estudiantes adquirir conocimientos y habilidades de manera dinámica y comprensible, favoreciendo su proceso del aprendizaje. Como prioridad, está en seguir la elaboración una estructura metodológica de talleres y construcción de mapas conceptuales que se usan en el proceso de formación, en la cual, algunos de ellos se realizan en forma grupal.

1.2 Formulación de la pregunta de investigación

¿Cómo potenciar en los estudiantes del grado octavo del Colegio Cooperativo de San Gil el desarrollo de operaciones para la solución de problemas desde el manejo de los conceptos en los casos de Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización?

2. JUSTIFICACIÓN

En la década de los ochenta, el Estado Colombiano hace un esfuerzo por modernizar la educación a través de un modelo que en su momento fue llamado la "Renovación Curricular" y que de forma específica para las matemáticas buscaba superar las dificultades del modelo anterior que se centraba en las categorías abstractas y el rigor lógico matemático. Según lo planteado en los lineamientos curriculares del MEN la programación de los cursos de matemáticas se hacía por contenidos, lo que implicaba la colección más o menos hilada de una serie de temas en cada área que se consideraban importantes que el estudiante aprendiera, estas áreas estaban bien delimitadas y sus contenidos tenían unos tiempos específicos para su desarrollo; en este contexto, el pensamiento matemático favorecía organizar los diferentes aspectos de las matemáticas hacia una "Estructura Sistémica" que permitiera comprenderla como un todo estructurado, esto en reemplazo del "Enfoque estructural de los conjuntos" que indiscutiblemente demandaba una comprensión más rigurosa y menos flexible de los principios simbólicos. (Murcia & Henao, 2015, Pág.2)

Agregando a lo anterior, surge la unión de los pensamientos matemáticos en tres categorías: pensamiento numérico-variacional; pensamiento métrico-geométrico y pensamiento aleatorio; con el fin de integrar estos conocimientos por parte del docente y los saberes por parte del estudiante para evidenciar los aprendizajes en el aula. Desde esta perspectiva, para Murcia & Henao (2015):

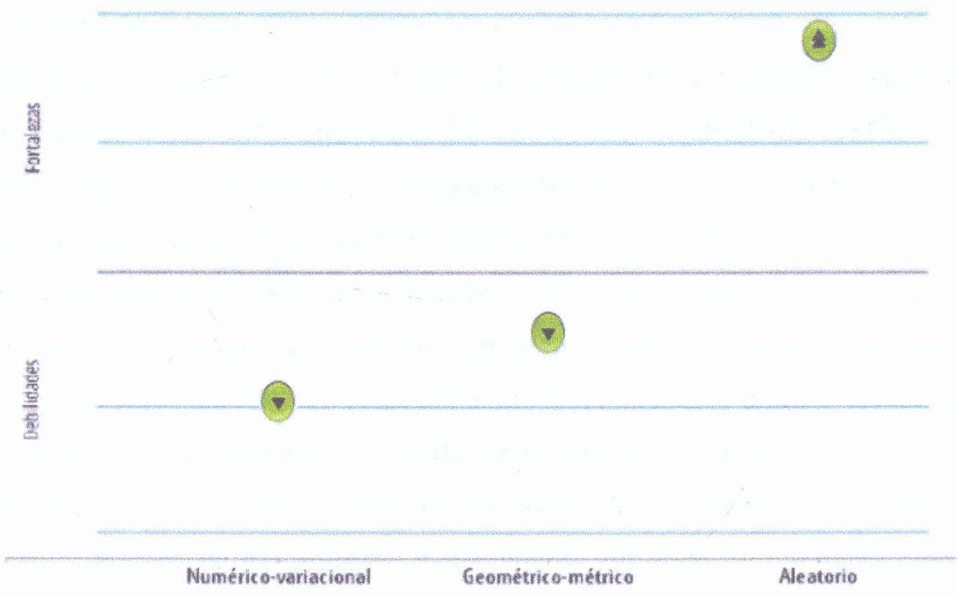
> El pensamiento numérico busca desarrollar en el estudiante una comprensión general de los números y las operaciones asociadas a ellos para que piense flexiblemente y pueda hacer juicios matemáticos con la habilidad para comunicar, procesar e interpretar información numérica. En el pensamiento espacial y los sistemas geométricos el currículo se enfoca hacia el desarrollo de procesos cognitivos para construir, manipular e interpretar representaciones mentales de objetos en el plano o el espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus propiedades. Para el pensamiento métrico y los sistemas de medida se espera que el estudiante desarrolle sus habilidades para cuantificar diferentes parámetros en diversas situaciones, que los pueda comparar y establecer entre ellos relaciones, usando magnitudes y unidades. En el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos la propuesta curricular del MEN se orienta a desarrollar la curiosidad y la indagación mediante los contenidos de la probabilidad y la estadística integrando la construcción de modelos analíticos que expliquen situaciones específicas de la cotidianidad del estudiante; en este escenario se favorecen los procesos de pensamiento inductivo, inferencial y pensamiento divergente. Finalmente en el pensamiento variacional y los sistemas

algebraicos analíticos se espera superar la enseñanza de contenidos algebraicos segregados, pues demanda una articulación intencionada de todos los contenidos y pensamientos a fin de alcanzar un dominio conceptual estructurado. (Pág. 3)

Esta propuesta de investigación se enfoca en el pensamiento matemático, específicamente en el desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. De hecho, centra su atención en el dominio de un campo conceptual que involucra conceptos y procedimientos interestructurados (productos notables, cocientes notables y factorización) que permitan el análisis, la modelación y organización matemática de situaciones y problemas del contexto.

Según los resultados de las pruebas Saber 2017 correspondientes al área de Matemáticas del grado Noveno del Colegio Cooperativo se puede observar que aún se necesita fortalecer en los estudiantes el componente numérico variacional en lo concerniente a interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes (Ver figura 1).

Gráfica 2. Componentes evaluados. Matemáticas. 9°



Fuente: Pruebas Saber, 2017

Desde esta perspectiva, el propósito de esta investigación es la aplicación de una estrategia pedagógica que facilite el aprendizaje significativo de los casos de Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización a partir del desarrollo de operaciones para la solución de problemas matemáticos en los estudiantes de octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

Lo anterior contribuye positivamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del grado Octavo, así como en la preparación y ejercitación de éstos para la presentación de pruebas internas (pruebas de calidad, Supérate con el Saber) como externas de conocimiento algebraico (SABER) que se realiza en los grados: Noveno y Undécimo. Sin lugar a dudas, se resalta la importancia de estas temáticas como fundamento en la construcción de expresiones algebraicas o fórmulas, tal como lo señala Demana (citado en los lineamientos curriculares de matemáticas, 1998): "la exposición repetida de construcciones de fórmulas, como expresiones que explican un patrón de variación, ayuda a los estudiantes a comprender la sintaxis de las expresiones algebraicas que aparecen después del estudio del álgebra" (p.73)

Por consiguiente, el estudio de los productos notables, cocientes notables y factorización, es base fundamental para evidenciar los aprendizajes en los grados superiores de secundaria y carreras universitarias con temas afines ya que potencia el desarrollo de la competencia matemática, el nivel cognitivo y las habilidades de pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos que se concibe como una oportunidad única en el desarrollo del área de las matemáticas para localizar, analizar e interpretar de forma coherente las diversas variaciones que se presentan en gráficos con base en diversos patrones, datos, números, figuras y datos algebraicos lo cual potencia en gran medida el desarrollo de la lógica y el razonamiento.

No obstante, lo que actualmente ocurre en el aula es que el docente utiliza una metodología tradicional en las clases de Álgebra (especialmente al momento de enseñar el tema de productos, cocientes notables y factorización) en donde los estudiantes a través de ejercicios mecánicos y monótonos aplican reglas básicas para el desarrollo de los mismos sin tener en cuenta la comprensión y análisis de los procesos matemáticos. Por ende, la constante renovación de la educación se enfoca hacia la preparación de los estudiantes para que sean competentes en la vida diaria, es por eso que el educador está en el deber de renovar sus métodos de enseñanza para alcanzar dicho objetivo. Según Piaget (1978): "el objetivo principal de la educación es crear personas capaces de hacer cosas nuevas, y no simplemente repetir lo que otras generaciones hicieron". En efecto, estos cambios empiezan desde el salón de clase haciendo énfasis en el desarrollo de la competencia matemática de manera contextualizada, es decir, relacionando las matemáticas con todo lo que está alrededor. De acuerdo con Aja (2000) "las matemáticas que se necesitan y se utilizan no aparecen en estado puro, están entremezcladas con otras áreas de las ciencias a las que le sirven de herramienta, mostrando de esta manera su utilidad" (p. 1003). Efectivamente, cuando se empiezan a relacionar los contenidos matemáticos con todas las áreas de la vida, los objetivos propuestos son alcanzados con mayor facilidad.

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo General

Aplicar una estrategia pedagógica que facilite el aprendizaje significativo de los casos de Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización a partir del desarrollo de operaciones para la solución de problemas matemáticos en los estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

3.2 Objetivos Específicos

1. Analizar los conceptos ya enseñados a los estudiantes sobre casos de productos notables, cocientes notables y factorización y sus posibles falencias en el proceso del pensamiento a través de la aplicación de instrumentos.

2. Diseñar una estrategia pedagógica basada en el método de combinaciones por medio de mapas conceptuales para desarrollar habilidades y destrezas en la solución de problemas matemáticos sobre los casos de productos notables, cocientes notables y factorización.

3. Evaluar el nivel de desempeño alcanzado en la conceptualización, comprensión y solución de casos de productos notables, cocientes notables y factorización en estos estudiantes de octavo grado en la aplicación de la estrategia pedagógica.

4. MARCO DE REFERENCIA

4.1 Antecedentes

Para el desarrollo de este proyecto de investigación, se realizó en primera instancia una búsqueda de investigaciones realizadas sobre el tema, los trabajos investigativos que a continuación se relacionan preceden el presente proyecto y guardan relación con los alcances que se proponen en este trabajo, de igual manera sus resultados alcanzados son un aporte que sirven como punto de referencia a tener en cuenta para alcanzar los objetivos que en el presente trabajo se han trazado, los proyectos encontrados que han tratado el tema de estudio son:

En el año 2016 sobresale la tesis "El póquer como propuesta lúdica para afianzar el conocimiento de los primeros 7 casos de factorización". Esta investigación estuvo a cargo de Andriws Giovanni de los Ríos quien trabajó con 9 estudiantes del grupo 1002 del Técnico Laboral en Auxiliar Contable del Centro de Formación Bancaria en la ciudad de Bogotá y cuyo objetivo era diseñar un ejercicio lúdico basado en el póquer para afianzar el conocimiento en los primeros siete casos de factorización estos estudiantes que inician sus estudios superiores. La metodología utilizada fue la cuantitativa de tipo exploratorio ya que se tenía como propósito medir los conocimientos en relación a un tema del Álgebra. Se diseñó una prueba inicial que constaba de siete ejercicios que consistían en identificar las variables, las constantes y resolver los polinomios según el caso de factorización. Asimismo se aplicó una encuesta para conocer los gustos de los estudiantes en materia de juegos y así corroborar que el juego del póquer generaba en ellos gusto y por ende, una posible motivación en el aprendizaje de este tema algebraico. Los resultados de esta investigación fueron positivos debido a que el juego del póker algebraico facilitó en los estudiantes la reelaboración de los conceptos algebraicos mediante el uso de sus capacidades cognitivas que les permiten pasar de las acciones concretas a construir la abstracción que se requiere.

Esta tesis se relaciona con este proyecto por utilizar una estrategia metodológica innovadora para el reconocimiento de los casos de factorización por medio de diferentes tipos de combinaciones.

En el año 2014, el investigador Milton Javier Morán Galindo presentó un trabajo titulado "Material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del colegio San Francisco de la ciudad de Tuluá", guiado por la Universidad Católica de Manizales; el autor de este proyecto ha implementado una estrategia como apoyo al aprendizaje e inclusive a la enseñanza de la factorización, utilizando material didáctico y pretendiendo con esto, un aprendizaje significativo, de una forma dinámica y menos compleja, que permita al estudiante una mejor comprensión de los conceptos y que encuentren aplicabilidad de la geometría en el campo del álgebra. Este proyecto se realizó con el objetivo de ayudar los estudiantes a encontrar una forma práctica y dinámica de realizar operaciones algebraicas y aprender a realizarlas con ayuda de cuadrados, triángulos y rectángulos, elaborados en foamy, cartón, cartulina o madera; al finalizar la investigación, el autor concluyó que los estudiantes se apropian del conocimiento mucho más fácil cuando las estrategias utilizadas en el aula de clase son dinámicas y despierta en los estudiantes un pensamiento analítico para determinar a partir del material lúdico que los productos notables son operaciones inversas de los procesos de factorización.

Dicha investigación se relaciona con este proyecto debido a que la problemática de esta propuesta se basa en el rendimiento de los estudiantes en el área de matemáticas, en especial el estudio de la factorización, además, sirve de apoyo para ampliar el conocimiento en el diseño de estrategias y actividades, estimulando al estudiante en el aprendizaje de las matemáticas y permitir el desarrollo de capacidades para percibir, comprender, asociar, analizar e interpretar los conocimientos adquiridos.

En el año 2013, sobresale la investigación sobre "Aportes de la educación para la convivencia al proyecto de investigación el software libre como estrategia neuropedagógica (tricerebral) en el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas, de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa San José María Escrivá de Balaguer del municipio de Chía" liderado por Francisco Pastrán Beltrán & Francisco Pinzón Herrera. Esta investigación hace referencia al mejoramiento de los procesos de aprendizaje de las matemáticas, específicamente el aprendizaje de la factorización de expresiones algébricas, a partir de una propuesta basada en la utilización de software libre como estrategia neuropedagógica (tricerebral), ya que los estudiantes de grado noveno (9°) de la institución educativa departamental San José María Escrivá de Balaguer del municipio de Chía presentan una actitud con alto grado de desinterés, desmotivación y apatía frente al proceso de formación en matemáticas. El objetivo general era determinar cuál de las aplicaciones de software libre como estrategia neuropedagógica (tricerebral) era la más adecuada para que los estudiantes del grado noveno superaran las dificultades en el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas.

El proyecto se desarrolla desde la investigación cuantitativa, la cual refiere a la investigación empírica sistemática de los fenómenos sociales a través de técnicas estadísticas, matemáticas o informáticas. Asimismo, desde lo cualitativo la investigación se desarrolla desde los paradigmas cognitivo y constructivista, buscando el más alto grado de entendimiento del fenómeno social presentado en el aula. La población objeto estaba constituida por 120 estudiantes del grado noveno y la muestra poblacional fueron 30 estudiantes seleccionados aleatoriamente de la población objeto. La recolección de información durante el trabajo de campo se hace por medio de instrumentos como el revelador del cociente tricerebral, la encuesta, la entrevista y observación directa. Los resultados fueron: el reconocimiento del software libre como estrategia neuropedagógica para el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas, interés y motivación de los estudiantes en pro del aprendizaje de la factorización y reducción de la mortalidad académica en el área de matemáticas en el grado noveno. Se concluye que una estrategia que permite superar las dificultades de aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas, es el trabajo en equipo, según Velandia (2013), esta propuesta parte de la idea de que el conocimiento no es algo que alguien tiene y deposita en otro(a), el conocimiento se construye, aparece como emergencia, de la relación entre las personas que interactúan en el proceso educativo, el conocimiento es lo que queda de la interacción, interafectación e interdependencia de sus experiencias, emociones y saberes intelectuales.

En el año 2012 sobresale la tesis titulada "El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado" liderada por Javier Orlando Ballén Novoa y aplicada a 38 estudiantes de Octavo grado de la básica secundaria de la Institución Educativa Departamental las Villas del municipio de Cogua cuyo objetivo general era comprender y afianzar el significado de la factorización así como utilizar los productos de expresiones algebraicas, realizados con significado geométrico y establecer generalizaciones a partir de observación de regularidades. Por ende, la estrategia utilizada fue el álgebra geométrica que se constituyó en una herramienta útil porque permitió la "visualización" de la factorización. Como conclusiones se encuentra que la generalización es una actividad que permite fortalecer el paso del lenguaje natural al algebraico. Asimismo, que mediante el desarrollo de los talleres los estudiantes le encontraban más significado a las expresiones algebraicas y lograban encontrar patrones de regularidad al utilizar las figuras dadas e intentar deducir las dimensiones de los diferentes rectángulos obtenidos.

El trabajo presentado por la especialista Olga Inés Ceballos Rincón en el año 2005 con la Universidad de Manizales, es una investigación denominada "Enseñanza de la factorización a través de la construcción de Mapas Conceptuales", ha proporcionado elementos que clarifican el problema del aprendizaje significativo de la factorización de polinomios. La metodología utiliza un tipo de investigación la comparativa, porque contrasta el aprendizaje significativo con dos grupos de estudiantes, utilizando dos métodos de enseñanza-aprendizaje: la clase magistral y la construcción del conocimiento a través de la elaboración de mapas conceptuales. La autora de esta investigación concluye que la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales tiene la capacidad de orientar la construcción de conocimiento de manera más significativa, además sugiere que el estudiante se le puede brindar unas bases más seguras, la posibilidad de construcción de los conocimientos más duraderos y una instancia para que pueda generar mayor proceso de aprendizaje significativo, siempre que el docente tenga claro de antemano la propuesta de actividades para trabajar el tema de factorización, la relación con el objeto de estudio y con el grupo de estudiantes, así como la transposición didáctica que se realiza.

Esta investigación se relaciona en la construcción de mapas conceptuales como estrategia de aprendizaje en la identificación de los casos de factorización mediante la clase magistral y la retroalimentación de los contenidos a través de la construcción del conocimiento gracias a la ayuda de los mapas conceptuales, además, esta enfocada en la elaboración de mapas conceptuales mediante la clasificación de los polinomios según su grado pero no establece cual caso de factorización pertenece a cada polinomio y no tiene en cuenta factorización con binomios.

"Mapas conceptuales como herramienta metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos del análisis matemático", es un artículo presentado en el Foro Educativo Nacional que se realizó en la ciudad de Bogotá en el mes de Octubre del año 2006 organizado por el Ministerio de Educación Nacional, su autor, Pedro Vicente Esteban Duarte, resalta la idea clave de la teoría de Ausubel y Novak, el aprendizaje significativo en contraste con el aprendizaje memorístico; afirma que un instrumento que ha demostrado gran utilidad para lograr el aprendizaje significativo es el Mapa Conceptual. En este artículo se propone una metodología para la utilización del Mapa Conceptual en los diferentes momentos del proceso de enseñanza aprendizaje, como estrategia para guiar a los estudiantes a encontrar los procedimientos a seguir en la resolución de problemas. Al final del artículo el autor concluye que en las clases de resolución de problemas, el mapa conceptual puede ser empleado como estrategia de aprendizaje, cuando el alumno lo construye de forma individual o en grupo. De esta forma, el estudiante realiza un análisis más integral del objeto de estudio, pues logra una mayor organización en la estructura de su conocimiento, y añade que el mapa conceptual puede ser una estrategia de control del aprendizaje porque revela la forma en que los conocimientos se encuentran organizados en la estructura mental del estudiante.

Este artículo se asemeja a esta investigación por que confirma que la herramienta de los mapas conceptuales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas genera conocimiento en los estudiantes en cualquier temática, en el caso del autor lo aplica en temas de aproximación local, como es el concepto de límite, de derivada y de convergencia de una serie, a diferencia de esta propuesta, que está más enfocada a los Productos notables, Cocientes Notables y Factorización.

Consecutivamente, el trabajo presentado por María Fernanda Mejía Palomino en su estudio investigativo "Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas", en el año 2004 con la Universidad del Valle, resalta las diferentes técnicas para factorizar polinomios de grado dos y aunque menciona en sus apartes el uso del material manipulable, hace mayor énfasis en el uso de herramientas tecnológicas para encontrar soluciones a las expresiones mencionadas, al final se concluye que el uso de diversas herramientas pedagógicas en el aula diferentes a las herramientas tradicionales como el lápiz y papel, permiten proponer actividades aumentando el desarrollo de diferentes habilidades que le facilitan el estudiante el aprendizaje significativo de los contenidos en cuestión; este proyecto tiene cierta relación con la presente investigación porque están estrechamente ligadas entre la factorización, los productos notables y la solución de ecuaciones cuadráticas.

A nivel internacional, en el año 2008 sobresale el artículo "How structure sense for algebraic expressions or equations is related to structure sense for abstract algebra" a cargo de Jarmila

Novotná & Maureen Hoch. Estos autores consideran que muchos estudiantes tienen dificultades con los conceptos algebraicos básicos en la escuela secundaria y en la universidad. Por ende, en su trabajo se definen dos niveles de sentido de la estructura algebraica: para el álgebra de la escuela secundaria y para el álgebra universitaria. Además, sugieren que los componentes de sentido de estructura de álgebra de la escuela secundaria son subcomponentes de algunos componentes de sentido de estructura de álgebra universitaria y que varios componentes del sentido de estructura de álgebra universitaria son analogías de los componentes de sentido de estructura de álgebra de escuela secundaria.

Desde esta perspectiva, en el año 2004 sobresale al artículo: Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? A cargo de Carolyn Kieran de la Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec, para quien el pensamiento algebraico en los primeros grados implica el desarrollo de formas de pensar dentro de actividades para las cuales el álgebra de letras y símbolos se puede usar como una herramienta, pero que no son exclusivas del álgebra y que podrían emplearse sin usar ninguna letra-álgebra simbólica en absoluto, como analizar relaciones entre cantidades, notando la estructura, estudiando el cambio, generalizando, resolviendo problemas, modelando, justificando, probando y prediciendo.

Aunque esta investigación comienza sus estudios con estudiantes de primaria, tiene una relación en la estrategia significativa que genera procesos de pensamiento algebraico, analítico y variacional por medio de actividades lúdicas.

4.2 Referente Teórico

En la actualidad, existen grandes autores que a través de sus teorías, han aportado a la educación, principalmente en el campo de las matemáticas, conocimientos para lograr un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje con los estudiantes.

En el siguiente apartado se dan a conocer las bases teóricas que dan sustento al presente trabajo de investigación, y donde se encuentran valiosos aportes que han hecho posible su realización con argumentos válidos y aceptables como la importancia de diseñar o implementar "estrategias didácticas" al estar frente al grupo y trabajar los contenidos curriculares con el fin de lograr que los alumnos adquieran "aprendizajes significativos". De hecho, estos diferentes tipos de estrategias se pueden utilizar en congruencia con el objetivo de esta investigación, tomando en cuenta que todas ellas se caracterizan porque son prácticas, se relacionan con los contenidos y ponen en juego las habilidades, conocimientos y destrezas de los estudiantes. Para utilizarlas será necesario planearlas con anticipación y definir cuál es el momento adecuado para realizarlas. Por lo tanto, para Díaz & Hernández (1999) se pueden ubicar los diferentes tipos de estrategias en tres grandes grupos; en primer lugar están las estrategias de apoyo que se ubican en el plano afectivo-motivacional y permiten al aprendiz mantener un estado propicio para el aprendizaje; pueden optimizar la concentración, reducir la ansiedad ante situaciones de aprendizaje y evaluación, dirigir la atención, organizar las actividades y tiempo de estudio, etc. En segundo lugar, están las estrategias de aprendizaje o inducidas, procedimientos y habilidades que el alumno posee y emplea en forma flexible para aprender y recordar la información, afectando los procesos de adquisición, almacenamiento y utilización de la información y en tercer lugar, se encuentran las estrategias de enseñanza, las cuales consisten en realizar manipulaciones o modificaciones en el contenido o estructura de los materiales de aprendizaje, o por extensión dentro de un curso o una clase, con el objeto de facilitar el aprendizaje y comprensión de los alumnos, son planeadas por el agente de enseñanza (docente, diseñador de materiales o *software* educativo) y deben utilizarse en forma inteligente y creativa (Pág. 16).

Dentro de estas estrategias de aprendizaje es importante tener en cuenta la aproximación a la realidad, Bonilla (1999) declara:

> Evitan el aislamiento y los excesos teóricos mediante el contacto directo con las condiciones, problemas y actividades de la vida cotidiana; incrementan la conciencia social y establecen el camino de ida y vuelta entre teoría y realidad. Son útiles en todas las áreas académicas, pues facilitan trabajar con textos y otros elementos de uso cotidiano que permiten a los estudiantes que, a partir de situaciones reales, relacionen conocimientos y resuelvan problemas para consolidar aprendizajes (p. 184).

También sobresalen las estrategias de búsqueda, organización y selección de la información, al respecto Bonilla (1999), afirma:

> Preparan a los alumnos para localizar, sistematizar y organizar la información y el conocimiento a su alcance; por ello resultan adecuadas para sugerir, por ejemplo, investigaciones a mediano plazo sobre corrientes, autores, tipos de textos, periodos históricos o desarrollo científico. Por sus características promueven la comprensión y uso de metodologías para la generación y aplicación del conocimiento;

desarrollan la objetividad y racionalidad, así como las capacidades para comprender, explicar, predecir y promover la transformación de la realidad (p.185).

Otra estrategia es la estrategia de descubrimiento, según Bonilla (1999): "Incitan el deseo de aprender, detonan los procesos de pensamiento y crean el puente hacia el aprendizaje independiente; en ellas resulta fundamental el acompañamiento y la motivación que el docente dé al grupo; el propósito es llevar a los alumnos a que descubran por sí mismos nuevos conocimientos" (p.185).

Dentro de la investigación, es importante que todos los conceptos no sólo queden en la teoría, también es importante llevarlos a la práctica, por eso la estrategia de extrapolación y transferencia se hace vital, Bonilla (1999), declara:

> Propician que los aprendizajes pasen de la teoría a la práctica, relacionados con otros campos de acción y de conocimiento hasta convertirse en un bien de uso que mejore la calidad de vida de las personas, mediante el cual los alumnos reconocerán el conocimiento como algo integrado y no fragmentado (p. 186).

Finalmente, la estrategia de trabajo colaborativo complementa las estrategias de enseñanza dentro del trabajo de investigación, Bonilla (1999) observó que "Integra a los miembros del grupo, incrementan la solidaridad, la tolerancia, el respeto, la capacidad argumentativa; la apertura a nuevas ideas, procedimientos y formas de entender la realidad; multiplican las alternativas y rutas para abordar, estudiar y resolver problemas" (p. 187)

Desde el punto de vista educativo, es importante conocer cuáles son las habilidades matemáticas básicas que los niños deben aprender para poder así determinar donde se sitúan las dificultades y planificar su enseñanza. Desde el punto de vista psicológico, interesa estudiar los procesos cognitivos subyacentes a cada uno de estos aprendizajes, teniendo en cuanta el pre-concepto del estudiante y asociarlo con un nuevo concepto orientado por el docente, es por eso que la teoría del aprendizaje significativo afirma lo siguiente: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe" (Ausubel, 1983, p.18).

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición.

En el contexto de la educación en nuestro país, el aprendizaje significativo puede dar lugar a relacionar los nuevos contenidos de las diferentes áreas, como: Matemáticas, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales, Lenguaje y Comunicación, etc., con los conocimientos que ya traen consigo los estudiantes como por ejemplo: los saberes propios de su contexto relacionados con la cultura, el mercado, las fiestas, etc.

Según Ausubel (1983), para lograr un aprendizaje significativo se debe cumplir con tres condiciones básicas y fundamentales. La primera es la significatividad lógica, que consiste en otorgar un nuevo material de aprendizaje teniendo en una estructura lógica. Al respecto Ausubel (1983), afirma:

> El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria (p. 48)

Una vez atraviesan la primera etapa de significatividad lógica, el educando debe poseer en su estructura cognoscitiva, conocimientos previos pertinentes y activados que se pueden relacionar con el nuevo material de aprendizaje; cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo, se puede decir que ha adquirido el segundo requisito que es un significado psicológico de esta forma el emerger del significado psicológico no sólo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, "sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios" (Ausubel, 1983, p.55) en su estructura cognitiva.

El último requisito es tener una disposición favorable del educando frente al aprendizaje significativo, es decir su predisposición para relacionar el nuevo conocimiento con lo que ya sabe, este requisito se hace evidente cuando el alumno muestra una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva, si no hay disposición por parte del estudiante, el proceso no funciona, Ausubel (1983), afirma:

> Así independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el

proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva (p. 56)

Luego, el aprendizaje significativo depende de la estructura y las características del material que se va a utilizar, como de la estructura cognitiva y las actitudes del alumno. Esto quiere decir que para concretar un aprendizaje significativo, no es suficiente con que el nuevo material sea intencional y sustancial con las ideas correspondientes sino que también es necesario, que dicho contenido sea pertinente para el estudiante y así entrar a una etapa que se llama principio de asimilación, se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente, origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propician su asimilación, Ausubel (1983) afirma: "La nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente" (p. 71). El modelo de enseñanza de este aprendizaje se caracteriza por promover el aprendizaje significativo, necesita de la interacción entre el maestro y los estudiantes, es deductivo en la mayoría de los casos, es decir va de lo general a lo específico, es secuencial, es decir, el material instructivo presenta un orden determinado con unos pasos a seguir, y por último se emplean ejemplos y contrastes entre similitudes y diferencias.

En consecuencia, el aprendizaje significativo es un proceso de construcción de conocimientos conceptuales, procedimentales y actitudinales que se dan en el educando a través de la interacción con el medio que lo rodea. Actualmente se considera como un sistema en el que se interrelacionan todos los componentes del proceso educativo como son: los objetivos, los contenidos, técnicas y métodos.

Agregando a lo anterior, es de gran importancia conocer las etapas del desarrollo cognitivo y los cambios que se presentan en las estructuras mentales o esquemas de los niños mientras se desarrollan de infantes a adultos. Piaget concluye que a través de sus interacciones con el ambiente, los niños construyen activamente su propia comprensión del mundo. La teoría de Piaget explica, que el lenguaje de un niño refleja el desarrollo de su pensamiento lógico y sus habilidades de razonamiento en períodos o etapas, y cada período tiene un nombre y una duración específica, es decir que los seres humanos avanzamos desde una etapa inicial o primaria llamada sensorio motora, hasta llegar a una etapa final que corresponde al pensamiento operativo formal.

Desde esta perspectiva, el rol de la educación formal, sería la construcción del pensamiento formal, que se logra a través de sucesivas asimilaciones y ajustes entre lo que el niño sabe y lo que debería saber. Como ejemplo evidente, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que parte de una actividad en que los estudiantes practican en la vida cotidiana, cuando van a la tienda o a la panadería a comprar pan. Luego, estas situaciones permiten enfocar de forma organizada un nuevo aprendizaje.

La etapa de operaciones formales (12 – 16 años), está caracterizada por la posesión de un pensamiento lógico completo, donde el adolecente es capaz de pensar lógicamente, no sólo acerca del mundo físico sino también acerca de enunciados hipotéticos. Flavell (citado por Muñoz, 2015) afirma: "El cambio más importante en la etapa de las operaciones formales es que el pensamiento hace la transición de lo real a lo posible (p. 115)"

Según Piaget, el "intelecto" se constituye de estructuras físicas o mentales que son llamados "esquemas", los cuales son utilizados por personas para experimentar nuevos conocimientos y formas otros esquemas. Estas estructuras ya formadas ayudan a adquirir nuevas ideas que a su vez conllevan a cambiar las que ya se tenían hasta el momento.

Cabe resaltar que en los lineamientos curriculares de Matemáticas se expone que "El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás" (Lineamientos curriculares Matemáticas, 1998, p.18).

Allí también se plantea la renovación curricular a través de la cual se propone un acercamiento a los distintos conocimientos básicos de las matemáticas como lo son, los sistemas numéricos, geométricos, sistemas de medidas, sistemas de datos, los sistemas algebraicos y analíticos desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones. Con el fin de obtener una mejor comprensión del mundo que nos rodea, contribuyendo así a la solución de necesidades específicas en las personas.

Del mismo modo establece la naturaleza de su aprendizaje, la importancia de la motivación y de la presentación de actividades que despierten la curiosidad y el interés de los educandos y que además correspondan a la etapa de desarrollo en los que ellos se encuentren.

Para ahondar un poco más en esta construcción del conocimiento es importante realizar un acercamiento a las estrategias de plantear y resolver problemas de George Polya, que opina que el planteamiento y la resolución de problemas son parte integral de la profesión docente en el aula de clase y que los estudiantes logran el éxito, ganando confianza en sí mismos haciendo uso de las matemáticas y logrando desarrollar su capacidad mental para afrontar problemas matemáticos en la vida cotidiana (Polya, 1965).

A continuación se muestra la ruta en la solución de un problema siguiendo los pasos de Polya. (Ver tabla 3)

Tabla 3. Pasos para la solución de un problema

1. Entender el problema ¿Entiendes todo lo que dice? ¿Sabes a qué quieres llegar? ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?	-Lee el problema y subraya la pregunta (releer). -Repite el problema en tus propias palabras (visualizar).
2. Configurar un plan Ensayo y error Hacer una lista Resolver un problema similar más simple Hacer una figura Hacer un diagrama	-Encierra en un círculo la información importante que te ayude a entender el problema y las acciones claves. -Haz un cuadro alrededor de los números que necesitas para resolver el problema y tacha la información innecesaria. -Planea una estrategia (un dibujo, una tabla, etc.).
3. Ejecutar el plan Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.	-Escribe una oración numérica y resuelve el problema. -Explica tu razonamiento.
4. Mirar hacia atrás ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? ¿Adviertes una solución más sencilla?	-Revisa hasta que tu respuesta sea precisa y razonable. -Elimina las opciones de respuestas que no son razonables.

Fuente: Tomado del MEN "Libro Nivelemos 3°", 2015.

Para Polya (1965) las cuatro etapas o principios para la solución de problemas matemáticos inician con la compresión de problema, en esta primera etapa los estudiantes se encuentran con obstáculos en sus esfuerzos para solucionar problemas de la vida cotidiana, y que no logran entender porque se limitan en la realización de esfuerzos personales; es importante que los docentes realicen preguntas importantes a los estudiantes que conlleve como respuesta la cantidad información del problema para encontrar la solución, el replanteamiento del problema con sus propias palabras, entender todas la palabras empleadas en el problema para finalmente comprender ampliamente el problema.

Una vez superan esta etapa, se continúa con la elaboración de un plan que es la habilidad para elegir una estrategia adecuada, en esta etapa se aprende mejor a través de la solución de muchos problemas por medio de varias estrategias tales como la eliminación de posibilidades, el uso de la simetría y el razonamiento directo, la adivinación y comprobación, la resolución de ecuaciones, búsqueda de patrones entre otras, y así continuar con la siguiente etapa que es llevar a cabo el plan, donde la paciencia y el cuidado son fundamentales y ser persistentes con el plan que se ha escogido, dando lugar al descarte en caso que no funcione el primer plan para elegir otro, y finalmente, la última etapa donde se revisa e interpreta el resultado, es en esta etapa donde se toma el tiempo para mirar hacia atrás y reflexionar en lo que se ha hecho, lo que funciono y lo que no, realizar esto le permite al estudiante predecir que estrategias debe usar para solucionar problemas en el futuro.

Finalmente, se considera los aportes de Joseph Novak y su estrategia de mapas conceptuales que son afines con el objetivo de esta investigación; Novak (1998) afirma: "Los mapas conceptuales son técnicas estratégicas que permiten concentrar los conocimientos y conceptos por medio de asociaciones y relaciones entre ellos mismos para tener una visión global de un tema, al incluir las palabras clave que se debe recordar" (p.83). El objetivo de Novak es lograr un aprendizaje significativo, es decir un aprendizaje que habilite a los estudiantes para encargarse de su futuro de forma creativa y constructiva. Por consiguiente, Novak diseñó un modelo educativo que funcionó como un estímulo controlado para provocar en los estudiantes cambios en su estructura cognitiva, que en el plano educativo significaba el aprendizaje de conceptos científicos; para elaborar un mapa conceptual se debe tener en cuenta tres elementos fundamentales para su organización, es importante saber el concepto, seguido de la palabra de enlace y la suma de ambas produce la proposición, además, se realiza mediante un resumen esquemático de lo aprendido y ordenado de manera jerárquica; así, Novak (1998) afirma: "Un mapa conceptual es un recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de preposiciones" (p.22).

4.3 Referente Conceptual

En esta investigación se tienen en cuenta los siguientes conceptos:

4.3.1 El aprendizaje cognitivo.

Es considerado como aquello que pertenece o que está relacionado al conocimiento. Éste, a su vez, es el cúmulo de información que se dispone gracias a un proceso de aprendizaje o a la experiencia, no se limita a una simple absorción y memorización de informaciones del exterior. La adquisición del conocimiento es más relevante que la simple acumulación de información, la comprensión puede aportar puntos de vistas muy valiosos.

Fairstein & Gissels (2004), afirma:

> El aprendizaje no consiste en incorporar conocimientos al vacío, sino en modificar conocimientos anteriores. Ante cada nuevo aprendizaje la mente no funciona como una hoja en blanco en la que se inscriben los nuevos conocimientos, sino más bien como un organismo vivo, en el cual toda nueva incorporación va a entremezclarse con los conocimientos anteriores. El proceso cognitivo del aprendizaje consiste en proceso de cambio (p.20).

El aprendizaje requiere que la persona se sienta bien en la situación de aprendizaje por lo que desde el punto de vista emocional, se necesita el estudiante esté en la disposición para aprender y esto no es más que el estado emocional en el que se encuentra una persona frente a una situación del aprendizaje.

De acá surge la necesidad de profundizar un poco más en los procesos en los cuales se puede lograr un conocimiento efectivo en las personas. Existen varias teorías del conocimiento postuladas por diversos autores, pero en esta investigación se resalta la teoría del aprendizaje significativo propuesta por Ausubel (1983) en contraposición de los aprendizajes acumulativos, repetitivos, mecánicos o memorísticos, característicos de la enseñanza tradicional.

Moreira (1997), afirma:

> El aprendizaje significativo es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal. Esa interacción con la estructura cognitiva no se produce considerándola como un todo, sino con

aspectos relevantes presentes en la misma, que reciben el nombre de subsumidores o ideas de anclaje. (p.2).

De este modo, el aprendizaje significativo se distingue por dos características esenciales: su contenido puede relacionarse de un modo sustancial con los conocimientos previos del estudiante y éste, a su vez, debe adoptar una actitud favorable para aprender y estar dispuesto a realizar aprendizajes dotando de significado a los contenidos que asimila, dando paso así al aprendizaje activo, el cual implica una experiencia directa, activa e inmediata con los objetos, los hechos y las personas, para que el niño logre la asimilación de las relaciones esenciales que se da en el mundo de los objetos, ideales o materiales, en la que el aprendizaje no es una experiencia que se le transmite al niño, sino un proceso dirigido por el niño, en el que su experiencia produce un efecto sobre este mundo de los objetos, experiencias que son cruciales para el desenvolvimiento de su pensamiento. En este modelo el aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto, de lo simple a lo complejo y de lo cercano a lo lejano, principios que hay que tomar en cuenta para que sea significativo y efectivo lográndose así un desarrollo cognitivo en los niños permitiendo el crecimiento que tiene el intelecto en el curso del tiempo, y que implica la maduración de los procesos superiores de pensamiento desde la infancia hasta la adultez.

4.3.2 Factorización

Factorizar es descomponer en factores, es decir, expresar un polinomio como el producto de polinomios de menor grado, es una herramienta fundamental en el desarrollo y construcción de conceptos matemáticos posteriores y su aplicación se puede observar en el desarrollo de asignaturas como el cálculo, estadística y álgebra lineal; para obtener buenos resultados en la aplicación de ejercicios con el uso de la factorización es importante que se comprenda y ejemplifique los procesos de factorización, explicar y resolver el caso de factorización a utilizar, aplicar cada caso acorde al problema que se le presente, operar la factorización de manera reversible usando los casos de productos y cocientes notables, para esto es importante tener claro el concepto de combinaciones, además el estudiante debe tener unos conceptos previos que le permitan relacionar adecuadamente operaciones como suma, resta, multiplicación de polinomios, exponentes enteros y la aplicación de algunas propiedades de los números reales como la propiedad distributiva.

Aun así, los estudios demuestran que existen varias falencias en el aprendizaje de los casos de factorización y su aplicación, muchas veces por errores en los procedimientos debido a conocimientos previos; "Por lo general los estudiantes tienen dificultades relacionadas básicamente con la ley de los signos, lo cual predice un mal resultados en la solución de ejercicios" (Hitt, 2003, p. 29); cabe hacer notar que la visión del enfoque anterior puede deberse un mal aprendizaje y por otra parte a el desinterés del estudiante en cuanto a la práctica de ejercicios donde estos sean utilizados, en el caso del desarrollo de los ejercicios de factorización, es importante implementar nuevas estrategias a la hora de factorizar que despierten el interés de los estudiantes. Así, muchos docentes coinciden en afirmar que la mayoría de los alumnos cometen los mismos errores de forma reiterada, síntoma de las serias dificultades que tienen en su aprendizaje (García, 2010).

4.3.3 Método de combinación

Dentro de las matemáticas, el concepto de combinaciones está relacionado con tomar todas las agrupaciones posibles de elementos dentro de un mismo conjunto sin importar su orden, en el caso de esta investigación se debe tener en cuenta que el método de combinaciones hace referencia a la asociación que existe entre los productos notables, cocientes notables y casos de factorización para facilitar su comprensión.

En este sentido, Villegas (citado por Villamizar, 2011), afirma que:

> La asimilación representa el proceso cognitivo de adquirir habilidades mecánicas que responden a la construcción de un modelo matemático, mientras que la comprensión, es decir, la organización de esas formas en un significado conceptual total que pueda aplicarse de manera efectiva en la resolución de problemas. (p. 12).

Este método facilita que el nivel cognitivo de los estudiantes mejore durante las pruebas, ya que tienen definido que es un producto notable, un cociente notable y un caso de factorización, lo cual se ha evidenciado, es una gran falencia en el proceso de aprendizaje en las aulas de clase.

Gracias al método de combinaciones, el estudiante logra conceptualizar los contenidos que parecen abstractos, así poder clasificar las diferencias y similitudes entre un producto notable, un cociente notable y un caso de factorización.

Según Moreno (Citado por Villamizar, 2011): "El aprendizaje en el campo de la matemática, se basa en la asociación de conceptos abstractos, que se acumulan y definen en la medida de su avance" (p. 49).

4.3.4 Mapas Conceptuales

Son utilizados como técnica de estudio o herramienta para el aprendizaje, ya que permite al docente ir construyendo con sus estudiantes y explorar en estos los conocimientos previos con fines en la organización, interrelación y fijación del conocimiento en el contenido estudiado. El ejercicio de elaboración de mapas conceptuales fomenta la reflexión, el análisis y la creatividad; Castillo & Barberán (1996) expresan que "el mapa conceptual aparece como una herramienta de asociación, interrelación, discriminación, descripción y ejemplificación de contenidos, con un alto poder de visualización". (p.1).

Lo más llamativo de esta herramienta, a primera vista, es que se trata de un gráfico, un entramado de líneas que confluyen en una serie de puntos. En los mapas conceptuales los puntos de confluencia se reservan para los términos conceptuales, que se sitúan en un óvalo o cuadrado; los conceptos relacionados se unen por línea y el sentido de la relación se aclara con "palabras-enlaces", que se escriben con minúscula. Los conceptos, junto a las palabras- enlaces, forman una proposición. El mapa conceptual contiene tres elementos significativos, el primer elemento son los conceptos, según Novak (1995): "Se entiende por concepto una regularidad en los acontecimientos o en los objetos que se designa mediante algún término" (p.18).

Desde la perspectiva del individuo, se puede definir a los conceptos, como imágenes mentales que provocan en las personas las palabras o signos con los que se expresan regularmente; luego se debe tener en cuenta la proposición, es un elemento clave del aprendizaje significativo según la teoría de Ausubel, la proposición es la formulación verbal de una idea, lo que significa que para poder enunciar una proposición se requieren de ciertos procesos intelectuales que involucran los conocimientos previos de una persona; y finalmente, las palabras de enlace, son las palabras que sirven para unir los conceptos y señalar el tipo de relación existente entre ambos. La función de las palabras enlace es determinante en el proceso de lectura del mapa conceptual ya que crean una secuencia de lectura de tipo: concepto-palabra enlace-concepto produciendo un enunciado-proposición. La palabra enlace cumple también una función para determinar la jerarquía conceptual y da precisión relacional entre conceptos.

4.4 Referente Contextual

4.4.3 Marco Institucional.

[Fotografía de Facebook Colegio Cooperativo San Gil]. (San Gil, Santander. 2016). Colegio Cooperativo.

Nombre: Colegio Cooperativo de San Gil
Ubicación y localización física de la sede: carrera 5 # 11-81, San Gil, departamento Santander, zona Urbana.
Naturaleza Jurídica: Privado
Jornada: Única
Calendario: A

El Colegio Cooperativo de San Gil es una institución educativa perteneciente al sector solidario, reconocido por el Ministerio de Educación Nacional mediante la resolución de funcionamiento indefinida 016670 del 19 de Agosto de 2015 para los niveles de Preescolar, Básica y Media, de naturaleza privado con especialidad comercial.

El 24 de Noviembre de 1968 se reunieron los socios fundadores, con el ánimo de crear la institución; y la protocolización de la fundación del Colegio fue el 3 Febrero de 1969; finalmente el 27 de Febrero del mismo año abre sus puertas con el nombre "Gimnasio Cooperativo".

Actualmente el colegio cuenta con un total de 281 estudiantes entre Pre- Escolar, Básica y Media, ha graduado a más de un millar de estudiantes, capacitados para enfrentarse al mundo, a partir del 13 de Febrero de 2015, el colegio pasó a incorporarse a la Fundación Coomuldesa mediante resolución 201533000862 del 27 de Enero de 2015, notificada el 2 de febrero del 2015 y registrada en Cámara de Comercio el 13 de febrero del mismo año de la Superintendencia Solidaria, cuenta con una de las mejores infraestructuras de la región, con amplios salones donde cada uno cuanta con herramientas tecnológicas como T.V., video beam, DVD, entre otros, de igual manera son reconocidas sus zonas verdes y espacios deportivos, destacándose la cancha sintética y cancha polideportiva que es muy valorada por los estudiantes, también cuentan grupos de teatro, danza y orquesta musical conformada por personal docente y estudiantil, se encuentra ubicado en la Carrera 5 # 11-81 de San Gil.

El docente investigador ingresa en el año 2013 a laborar en el Colegio Cooperativo con asignación académica en el área de matemáticas y en sus prácticas de aula pudo identificar que en los grados de Noveno, Décimo y Undécimo existían falencias en los estudiantes a la hora de formular y resolver situaciones problémicas. De hecho, a la mayoría de los estudiantes se les dificultaban algunas temáticas primordiales en estos grados (despeje de ecuaciones cuadráticas, identidades trigonométricas, límites, derivadas, inecuaciones, entre otros). Lo anterior, provocó la indagación de las posibles causas del problema, llegando a la conclusión de que los conceptos de algunos temas como productos notables, cocientes notables y casos de factorización eran bastante insuficientes y por ende se dificultaba evidenciar los aprendizajes de los estudiantes en los grados superiores. Sin lugar a dudas, el docente de aula analiza y concluye que se debe implementar una nueva estrategia pedagógica (método de combinación) para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el grado Octavo.

4.5 Marco Legal

Las bases legales que fundamentan esta investigación se presentan a continuación:

4.5.1 Constitución Política de Colombia de 1991.

4.5.1.1 Artículo 67. -La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.

-La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

-El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica.

-La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos.

-Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

4.5.1.2 Artículo 5. Fines de la educación. El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.

4.5.1.3 Artículo 20. Objetivos Generales de la Educación Básica. a) Propiciar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo;

c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

4.5.1.4. Artículo 23. Áreas Obligatorias y Fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional.

Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:

1. Ciencias naturales y educación ambiental.
2. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.
3. Educación artística.
4. Educación ética y en valores humanos.
5. Educación física, recreación y deportes.
6. Educación religiosa.
7. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.
8. Matemáticas.
9. Tecnología e informática.

4.5.2 Decreto 1860 de 1994. Artículo 48. Dentro de los medios para realizar una evaluación se encuentra el uso de pruebas que impliquen comprensión, análisis, discusión crítica y apropiación de conceptos; Por lo tanto, es necesario potenciar las "habilidades matemáticas y el pensamiento lógico" para que el estudiante tenga la capacidad de aprender las situaciones de su vida escolar y cotidiana, aplique procesos en la solución de problemas y encuentre el verdadero sentido a su aprendizaje; ayudando así, al buen desempeño en sus labores diarias; encaminando todo esto, al mejoramiento de la calidad de vida del estudiante y de los que lo rodean.

Para ello se tienen en cuenta los lineamientos curriculares, los cuales orientan para que las instituciones, desde sus PEI, asuman la elaboración de sus propios currículos. Se estructurarán los ejes problemáticos y a través de competencias, de manera se permitan un aprendizaje significativo, que vincule lo aprendido con el medio circundante, local, nacional y global.

4.5.3 Estándares Curriculares de Matemáticas.

Los estándares son un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto, cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media, especificando por grupos de grados (Ministerio de Educación Nacional, 2014).

4.5.3.1 El pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Grados 8 y 9.

Para el MEN (2004) los estándares correspondientes al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos para los grados octavo y noveno, son:

-Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

-Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

-Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

-Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.

-Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

-Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.

-Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.

-Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

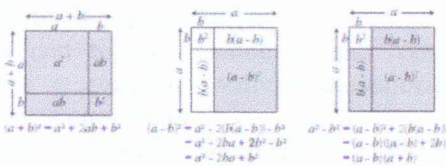
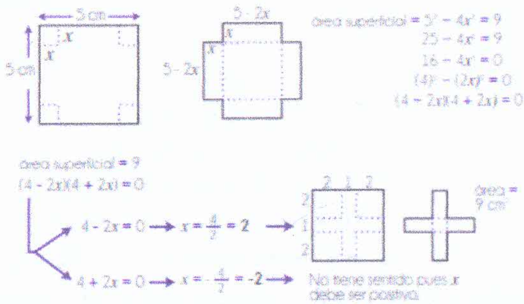
-Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas (Pág. 87).

4.5.4 Derechos Básicos De Aprendizaje (DBA).

Son un conjunto de saberes y habilidades fundamentales que orientan a la comunidad educativa acerca de lo que se espera que cada estudiante aprenda al finalizar un grado. Se plantean como un apoyo y un complemento para la construcción y actualización de propuestas curriculares, guardando coherencia con los Estándares Básicos de Competencias (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

4.5.4.1 DBA Versión 1. Grado 8°.

Tabla 4. Derechos básicos de aprendizaje V1. 8°

Derechos Básicos de Aprendizaje versión 1	Ejemplos
-Factoriza expresiones cuadráticas $(ax^2 + bx + c)$ usando distintos métodos. Comprende que tener la expresión factorizada es de gran ayuda al resolver ecuaciones.	$x^2 + 3x = 10$ $x^2 - 3x - 10 = 0$ $(x-2)(x+5) = 0$ $x = 2$ y $x = -5$
-Utiliza identidades como: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ **Para resolver problemas y las justifica algebraica o geométricamente.** Reconoce errores comunes como $(a+b)^2 = a^2 + b^2$. Justificación **geométrica**:  Justificación **algebraica**: • $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = (a+b)a + (a+b)b = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$ • $(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$	Por ejemplo, se va a construir un molde para una caja (sin tapa) a partir de un cuadrado de 5 cm de lado quitándole en cada esquina un cuadradito de lado x cm. Se quiere determinar para qué valores de x el área superficial de la caja será igual a 9 cm². 

Fuente: Derechos básicos de Aprendizaje V1

4.5.4.2 DBA Versión 2. Grado 8°.

Tabla 5. Derechos básicos de aprendizaje V2. 8°

Derechos Básicos de Aprendizaje. Versión 2	**Ejemplos**
DBA 8. Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos,	Escribe una expresión que relacione el cambio que ocurre en el valor del volumen del cono circular recto cuando el radio cambia de r a r+Δr (Δr representa un incremento en el valor de r) y la

numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación. **Evidencias de aprendizaje:** -Opera con formas simbólicas y las interpreta. -Relaciona un cambio en la variable independiente con el cambio correspondiente en la variable dependiente. -Encuentra valores desconocidos en ecuaciones algebraicas. -Reconoce y representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y encuentra el conjunto de variación de una variable en función del contexto. -Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.	altura permanece constante. Calcula el cambio en el volumen para algunos incrementos del radio. Representa por medio de una gráfica la relación entre volumen cuando la altura del cono y el radio de su base son iguales y la utiliza para averiguar el valor del radio para que el volumen sea igual a 20 u (u es la unidad de medida). Encuentra los valores enteros del volumen a partir de los valores del radio.
DBA 9. Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos. **Evidencias de aprendizaje:** -Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas. -Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente. -Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables. -Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas. -Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones.	Encuentra valores para b, c, d, e, etc., que satisfagan las ecuaciones propuestas y argumenta cómo cambian las respuestas obtenidas si se cambia el valor de a por 6 o por 8. $a = 4$ $a + 2b = 10$ $a + 2b + 3c = 28$ $a + 2b + 3c + 4d = 68$ $a + 2b + 3c + 4d + 5e = 93$ $a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f = 123$ $a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f + 7g = 200$ Describe los procedimientos para obtener valores numéricos que satisfagan las ecuaciones segunda y tercera, si se desconoce el valor de a.

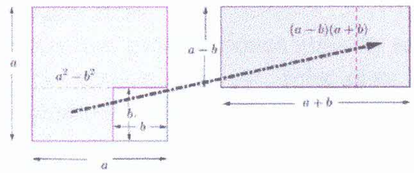
Fuente: Derechos básicos de Aprendizaje V2

4.5.5 Mallas de aprendizaje.

Son un documento articulador. Por una parte, integran los Derechos Básicos de Aprendizaje como definidores de la progresión de aquellos aprendizajes estructurantes que los estudiantes deben desarrollar año a año. Por otra, conectan en las consideraciones didácticas diversos recursos publicados por el Ministerio de Educación (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

Tabla 6. Mallas de aprendizaje. 8°

Pensamiento Variacional y sistemas algebraicos y analíticos	
Expresiones algebraicas	-Interpreta y usa expresiones algebraicas. -Realiza operaciones con expresiones algebraicas. -Factoriza. -Reconoce algunas identidades y las usa.
Comprensiones	***Preguntas esenciales***
Los estudiantes comprenderán que... -Las matemáticas son la única escritura ideográfica universal. -Los números decimales permiten acercase a una representación continua de la realidad. -Las razones y proporciones determinan relaciones entre cantidades que ligan la aritmética y la geometría y se aplican en medición, en escalas, en definir la forma, en porcentajes, pero espacialmente en comparar y medir el cambio. -La escritura simbólica permite la creación y manipulación de objetos matemáticos.	Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas... ¿Para qué sirven las proporciones? ¿Cuándo una relación es una función? ¿Para qué sirven las funciones? ¿Qué relación hay entre la tabla, la gráfica y la representación algebraica de una función? ¿Qué relación hay entre un conjunto de puntos y el conjunto de parejas de números que los representan?
Conocimientos	**Habilidades**
Los estudiantes sabrán que... Expresiones algebraicas equivalentes Proporcionalidad Funciones Rectas Ecuaciones cuadráticas	Los estudiantes tendrán habilidad para... -Usar razones y proporciones para modelar situaciones y resolver problemas -Leer y escribir números racionales usando diferentes notaciones. -Es consciente de que los enteros son una parte de los racionales y describe algunas propiedades particulares de cada conjunto de números. -Realizar con precisión operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre números racionales. -Escribir, leer, y hacer operaciones aritméticas con expresiones que contienen letras, usarlas para modelar situaciones aditivas y multiplicativas y resolver ecuaciones sencillas.
Evidencias, actividades de aprendizaje y recomendaciones pedagógicas	
Factorización: -Factoriza expresiones algebraicas: Comprende el significado del proceso de factorización y el significado de un factor en una expresión algebraica.	Ejemplo 1: Escribe la expresión $x^2 - 9$ como el producto de dos factores. Muestra algebraica y geométricamente que $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$.
-Interpreta las fórmulas de factorización y las utiliza para simplificar expresiones algebraicas y solucionar ecuaciones.	Ejemplo 1: Transforma la ecuación $x^2 + 6xy + 9y^2$ en $x^2 + 2(x)(3y) + (3y)^2$ Ejemplo 2: Dada la expresión $(x+3)(x^2-x) + x(x+3)$ factoriza x y x+3 y obtiene: $x(x+3)[(x-1)+1] = x^2(x+3)$. Desarrolla ambas expresiones para verificar que si son equivalentes.

-Justifica con argumentos geométricos o algebraicos la valides de algunas identidades algebraicas	Ejemplo: Representa y justifica geométricamente la diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ Interpreta la gráfica y muestra por qué justifica la identidad. Para demostrarla algebraicamente multiplica (a-b) (a+b).  Ejemplo 2: Representa el cuadrado de una suma como: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + b^2 + 2ab$.

Fuente: Mallas de aprendizaje. Grado 8°.

4.5.6 Matrices De Referencia. Grado 8°.

Instrumento que presenta los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia, relacionándolos con las evidencias de lo que debería hacer y manifestar un estudiante que haya logrado dichos aprendizajes en una competencia específica, como insumo para las pruebas saber 3°, 5° y 9°. Constituye un elemento que permite orientar procesos de planeación, desarrollo y evaluación formativa (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

Tabla 7. Matrices de aprendizaje. 8°

Componente	Competencia	Aprendizaje	Evidencia
Numérico - Variacional	Razonamiento	-Interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes.	-Interpretar una ecuación teniendo en cuenta la situación que está representando (Variables de la ecuación, coeficientes, símbolo=). -Reconocer procesos necesarios en la resolución de ecuaciones. -Determinar condiciones para que dos expresiones algebraicas sean equivalentes.
		-Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas.	-Utilizar las propiedades de las operaciones para simplificar datos. -Utilizar propiedades para determinar si un problema, que se representa a través de una ecuación, tiene o no solución.

		-Estimar un valor numérico teniendo en cuenta las condiciones èstablecidas en una situación problema.
	-Verificar conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.	-Establecer conjeturas sobre propiedades y relaciones numéricas usando expresiones algebraicas. -Evaluar proposiciones abiertas relativas a las propiedades y relaciones de los números reales.

Fuente: Matrices de referencia Grado 9.

5. MARCO METODOLÓGICO

5.1 Tipo de Investigación

El presente proyecto de investigación titulado "Estrategias para potenciar el aprendizaje significativo en los casos de productos notables, cocientes notables y factorización en los estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil", se ubica en la línea de paradigma socio-crítico, por permitir reflexionar sobre la eficacia de la aplicación de talleres y construcción de mapas conceptuales como estrategia para potenciar los procesos de análisis en la solución de problemas donde intervengan procedimientos de casos de factorización aplicados a la vida, exigiendo la participación e interacción entre los estudiantes, el docente y el contexto, y lograr desarrollar estrategias de aprendizaje para comprender la temática.

Latorre & González (1992), afirman:

> En este modelo las tareas docente e investigadora no se separan; no existe división de trabajo entre el que lo ejerce y el que lo investiga. Ambas son interdependientes; se establece una relación dialéctica entre la teoría y la práctica. (p.172).

Esto sin olvidar que la participación de la comunidad educativa es fundamental en el proceso. Es decir, que se implementa un diseño que permite que se diagnostique el problema y a partir de éste se desarrolle una investigación de acción participativa y colaborativa que conlleve al desarrollo del pensamiento lógico de los niños objeto de la investigación.

Este proceso está basado en un enfoque mixto, es decir se aplica un análisis cualitativo y cuantitativo, que permite describir y analizar el problema y el objeto de la investigación, en palabras de Bourdieu (citado por Gutiérrez, 2017) "objeto que habla" entre el sujeto de la investigación y el objeto que habla se establece una relación de interdependencia e interacción.

Así, Hernández, Fernández y Baptista (citado por Pérez, 2011) afirman que: "un diseño mixto de integración de procesos y representan el más alto grado de combinación entre los enfoques cualitativo y cuantitativo" (p.561). Los cuales se entremezclan en el proceso investigativo permitiendo que constantemente la información se analice y se compare tanto cualitativa como cuantitativamente, favoreciendo el seguimiento a los proceso que desarrollan tanto los estudiantes de octavo grado del Colegio Cooperativo como el investigador, frente al desarrollo de las estrategias para potenciar el aprendizaje significativo en los casos de productos notables, cocientes notables y factorización, seguimiento que arroja unos resultados a partir de los cuales se infieren conclusiones y se realizar generalizaciones apoyadas en la triangulación de la información aportada por el marco teórico y los antecedentes.

En este presente proyecto, el tipo de investigación empleado es la acción, ya que se puede evidenciar que con la aplicación de la propuesta, a través de talleres y construcción de mapas conceptuales, los estudiantes son actores del conocimiento, y que a partir de esa interacción con el medio, se origina la posibilidad de aplicar una pedagogía como estrategia para la solución de problemas matemáticos aplicados en la vida cotidiana, "el conocimiento práctico no es el objetivo de la investigación acción sino el comienzo" (Moser, 1978, p. 254)

Asimismo se aplica el método inductivo-deductivo, deductivo puesto que parte de la observación directa de un hecho, a través del cual se percibe una problemática general en los estudiantes frente a la interpretación y desarrollo de actividades que requieren cierto grado de razonamiento, a partir del problema observado se crea una hipótesis que busca fundamentar con la implementación de la estrategia pedagógica y el análisis de impacto de la misma en el objeto de investigación, permitiendo así que se realice una correlación de causa y efecto entre el objeto investigado, la estrategia metodológica aplicada y los resultados obtenidos, cuyo soporte de este método Rodríguez (2011) refiere "para llegar a leyes generales a partir de la observación de casos particulares, que resulten válidos para casos no observables" (p. 54).

5.2 Población y muestra beneficiada

Por conveniencia de este proyecto de investigación, la población y muestra es la misma y corresponde a los 22 estudiantes del grado Octavo del Colegio Cooperativo de San Gil. De hecho, el tipo de muestreo es "no probabilístico por conveniencia", que es una técnica de donde los sujetos son seleccionados dada la conveniente accesibilidad y proximidad de los estudiantes para el investigador de esta propuesta y su desempeño laboral.

La población-muestra seleccionada para la intervención de la propuesta pedagógica corresponde a un grupo de 22 estudiantes del grado octavo del Colegio Cooperativo de San Gil cuyas edades se encuentran entre los 12 y 15 años, que provienen del sector urbano del municipio de San Gil, sus familias están conformadas por un número mínimo de 2 y máximo 6 integrantes, donde el 47% de las familias están en estrato bajo-alto, con ingresos que no superan el uno y medio salario mínimo, el 35% de estrato medio - bajo, con ingresos que están entre los dos y tres salarios mínimos, y el 18% de las familias pertenecen a un estrato medio-alto y alto – bajo, con ingresos que superan los cuatro salarios mínimos, así mismo se encontró que el 40% de las madres y el 40% de los padres tienen un nivel de escolaridad que están en bachilleres básico o técnicos profesionales, mientras el 60% de las madres y el 60% de los padres son profesionales universitarios. El 55% de los niños viven con uno de los padres por pertenecer a familias con padres separados y el porcentaje restante viven con sus dos padres, lo que refleja un alto índice de desintegración familiar y falta de atención frente a las actividades escolares de los niños, es decir que los educandos pocos poseen medios que propicien ambientes generadores de formación académica, lo que conlleva a tener bajos niveles de interés frente al proceso educativo.

Sin lugar a dudas, son múltiples los factores que inciden en el proceso enseñanza-aprendizaje de los estudiantes y por ende el docente debe estar actualizado en referentes curriculares, estrategias, metodologías de enseñanza, evaluación formativa y uso de las TIC en el aula para así contribuir en el buen desempeño académico de los estudiantes y en el logro de los estándares de calidad y permanencia.

5.3 Técnicas e Instrumentos

Las siguientes técnicas e instrumentos de recolección de datos que continuación se relacionan, permitió recoger información requerida y a través de estos se logró demostrar el avance de los estudiantes en el proceso de identificación y posterior resolución de problemas matemáticos en casos de factorización, productos y cocientes notables, con la ayuda de la implementación de las estrategias de aprendizaje en las distintas actividades durante la aplicación del proyecto de investigación.

5.3.1 Observación Directa. Se utilizaron las rejillas de observación y fotografías del proceso de observación en el aula. Instrumentos que se evidencian durante todo el proceso de investigación. (Ver Apéndices A y B)

5.3.1.1 Rejillas de Observación. Con la utilización de las rejillas de observación se logró describir el progreso de los estudiantes con respecto al desarrollo de las diferentes actividades y los objetivos a ser alcanzados. Se elaboraron 8 rejillas en total, 7 para el desarrollo de talleres y 1 para la construcción de mapas conceptuales, las cuales permitieron realizar un análisis de cada actividad. (Ver Apéndice A)

5.3.1.2 Fotografías. Durante el desarrollo de cada una de las actividades se deja evidencia fotográfica o fílmica de las actividades desarrolladas como soporte verídico de la ejecución de los talleres realizados en esta investigación. (Ver Apéndice B)

5.3.2 Encuesta. Se realizan dos encuestas, diseñada con preguntas de selección múltiple con única respuesta, la cual se aplica de manera comparativa a los estudiantes del grado Octavo y Noveno del Colegio Cooperativo de San Gil, con el fin de conocer información relevante para visualizar el interés y el tiempo que los estudiantes le dedican al área de matemáticas y los instrumentos que emplea el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las temáticas. (Ver Apéndices C1 y C2)

Asimismo se hace uso de:

5.3.3 La Prueba diagnóstica. Inicialmente se aplicó este instrumento para recoger información, con el fin de conocer que pre-saberes tienen sobre el tema de factorización, productos y cocientes notables, como también conocer las falencias que poseen los estudiantes del grado Noveno porque es un referente de soporte que justifica el trabajo del método de combinaciones con los estudiantes del grado Octavo en la solución de problemas aplicados a la vida diaria y a partir de esa problemática diseñar estrategias para potenciar un aprendizaje significativo donde los estudiantes asocien lo conocido con el nuevo conocimiento. (Ver Apéndice D)

5.3.4 Guías de trabajo. Este instrumento empleado como estrategia para el aprendizaje, consistía en aplicar talleres, para los estudiantes del grado octavo del Colegio Cooperativo de San Gil, con el fin de que desarrollen sus habilidades y destrezas, de manera lúdica con ejercicios de factorización, productos y cocientes notables relacionándolos por medios de una estrategia metodológica la cual tiene por nombre "***Método de combinaciones***". Estás guías fueron orientadas por el docente investigador, los cuales acompañaron el proceso a llevar a cabo, mediante el concepto de dicho método y ejemplos de la vida cotidiana, fortaleciendo sus conocimientos y desarrollando habilidades en ellos, para lograr, un mejor análisis y comprensión en los ejercicios y problemas planteados. (Ver Apéndice F)

5.3.5 Construcción de Mapas Conceptuales: Esta herramienta didáctica y pedagógica relevante, permitió mostrar el interés y la atención sobre el tema de una forma más dinámica, con el fin de que los estudiantes participarán en el aprendizaje y utilizarán sus habilidades frente a la construcción de mapas conceptuales, y a la vez fuera enriquecedora. Se aplicó de manera conjunta con el desarrollo del método de combinaciones. El objetivo es que los estudiantes identifiquen cada combinación entre productos notables, cocientes notables y casos de factorización por medio de la construcción de mapas conceptuales. (Ver Apéndice G)

5.3.6 Procedimiento: Para Kemmis y Mctaggart (citado por Hurtado, 2010) el ciclo de investigación acción supone cuatro fases: Observación, planificación, acción, reflexión.

La primera fase, la fase de la observación, que algunos autores denominan diagnóstico o reflexión inicial, tiene como objetivo hacer un diagnóstico, partiendo de observaciones tomadas por el agente investigador, el cual hace parte del entorno de donde se realiza la investigación. En esta primera fase se utilizan diversas herramientas en el proceso de recolección de datos, tales como: encuestas, prueba diagnóstica y la misma observación directa, que estén ligadas con el tema en estudio. El desarrollo de los procesos de aprendizaje en el álgebra, no solamente suelen ser aplicados en un solo año lectivo, pues las matemáticas poseen contenidos fundamentados y organizados en forma cronológica y de acuerdo al nivel de capacidad de comprensión y de abstracción de los educandos; es por esto que a partir de observaciones hechas a estudiantes del grado Octavo, Noveno, Décimo y Undécimo del Colegio Cooperativo de San Gil, se hará un primer diagnóstico por medio de una encuesta a los estudiantes del grado Octavo y Noveno y luego una prueba diagnóstica con el fin de determinar la forma de orientación de tipo algebraico que se venía desarrollando en los estudiantes del Colegio Cooperativo. A partir de las observaciones en este primer proceso, se va labrando el camino para comenzar a desarrollar el ejercicio investigativo.

Con los resultados de la encuesta y la prueba diagnóstica, se da inicio a la **segunda fase**, llamada Planificación, en donde se plantean hipótesis y se esbozan las posibles variables, de la misma forma se proponen los interrogantes que nos llevan a desarrollar objetivos claros: el ¿qué?, ¿cómo? y ¿para qué? éstos vislumbran el camino para ejercer las acciones pertinentes. Los objetivos estarán diseñados a la elaboración de la estrategia para el fortalecimiento del aprendizaje por medio del ***método de combinaciones***, que consiste en una serie de seis combinaciones donde se relaciona un producto notable, un cociente notable y un caso de factorización según sus características y similitudes de identificación de cada caso; dicha combinación se estructura mediante el desarrollo de mapas conceptuales para su mejor comprensión. . Es en esta fase donde se traza el camino que se debe de seguir para la consecución de las metas.

La tercera fase de la acción comienza a partir de la ejecución de la planificación, es en este punto donde aparecen desarrolladas las actividades y donde el educando comienza a vivenciar los procesos de aprendizaje por medio de la estrategia planteada, que consiste en una primera etapa la enseñanza – aprendizaje del desarrollo de combinaciones entre productos notables, cocientes notables y casos de factorización, seguidamente de la construcción de mapas conceptuales, finalizando con el desarrollo de cada combinación mediante la construcción de mapas conceptuales. El ejercicio de observación y control es muy importante para la organización y consignación de los datos. Se utilizarán herramientas de evaluación tales como: evaluaciones escritas, orales, guías de trabajo y la elaboración de mapas conceptuales. Por ende, en un derrotero se consignarán los detalles observados dentro de este ejercicio. La fase de la acción, concreta las actividades planeadas en la segunda fase para proceder a una prueba final que permita evaluar la efectividad de las herramientas aplicadas y que nos enfocará hacia las virtudes y debilidades de la investigación con el firme propósito de mejorar en la solución del problema.

Cuarta fase: Fase de la reflexión. La estadística es una herramienta vital en este proceso de investigación, ya que permite analizar una serie de datos, este procedimiento se consigna en la fase de reflexión, la cual se caracteriza por la interpretación, análisis y conclusiones de los datos consignados en un cuadro de frecuencias y cuyos valores han sido obtenidos en las fases anteriores. Los resultados entre la prueba diagnóstica y la prueba final, generan un grado de efectividad del método de combinaciones por medio de la construcción de mapas conceptuales utilizados para la buena compresión y resolución de ejercicios en los Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización.

6. RESULTADOS

A continuación se presenta el análisis de los datos de los instrumentos aplicados a estudiantes de Octavo grado del colegio Cooperativo de San Gil, a través de la tabulación y análisis estadístico aplicado a los resultados. La aplicación del proyecto investigativo se inició el 1 de Febrero de 2017 con la participación de 22 estudiantes del grado octavo del Colegio Cooperativo de San Gil.

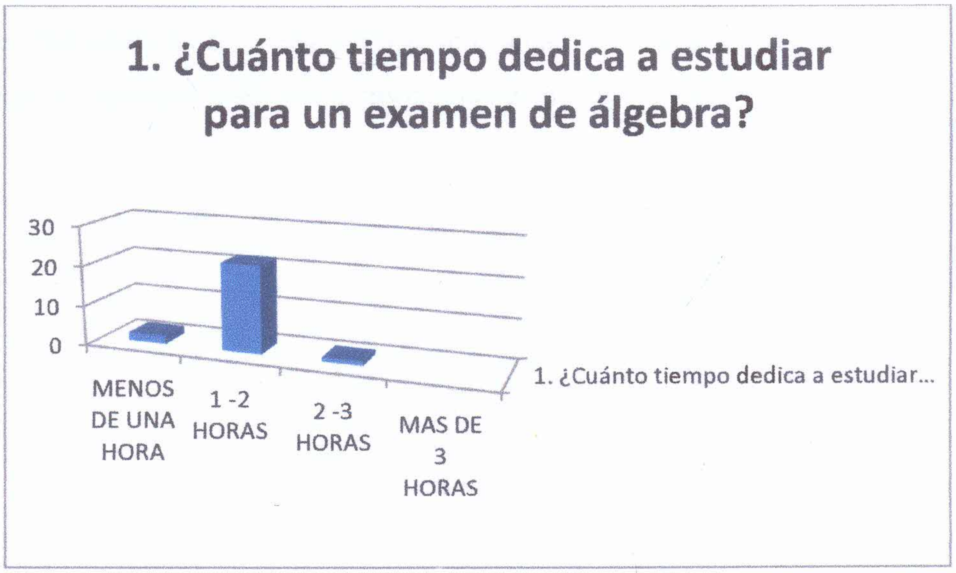
6.2 Reconocimiento del contexto

6.2.1 Encuesta a estudiantes de grado Octavo y Noveno

El objetivo del análisis e interpretación de la información es evidenciar antes, durante y después, el progreso que obtuvieron los estudiantes de Octavo y Noveno grado del Colegio Cooperativo de San Gil a través del aprendizaje con los métodos lúdicos pedagógicos que se aplicaron.

La encuesta se aplicó al inició de la investigación, se dividió en dos partes, una para los estudiantes de Octavo para conocer las distintas opiniones sobre el tiempo que le dedican a estudiar matemáticas y la forma como se evalúa, y la segunda encuesta a los estudiantes de Noveno donde se preguntó lo mismo que a los estudiantes de Octavo y se adicionó los conocimientos de factorización visto el año anterior.

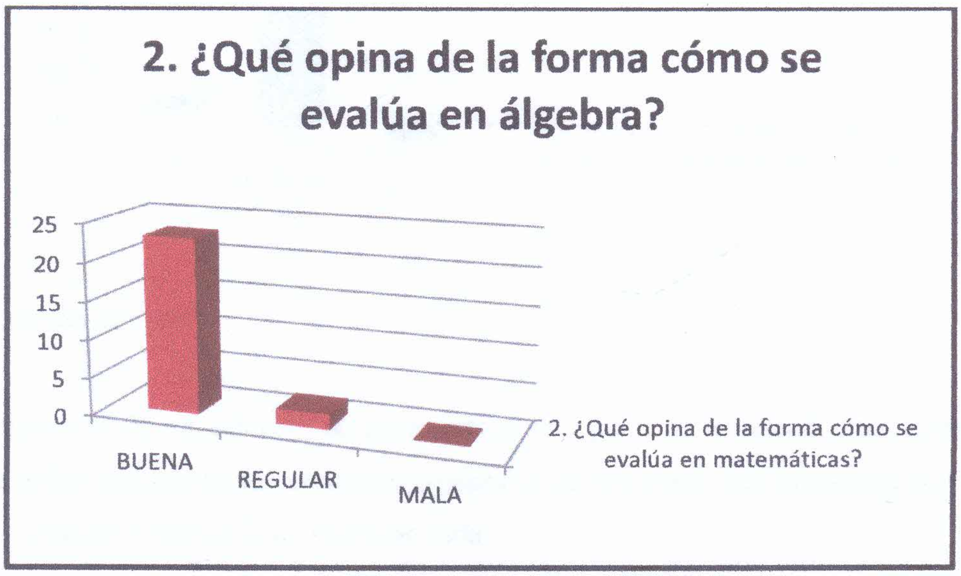
Gráfica 3. Tiempo dedicado al estudio.



Fuente: Autor del proyecto

En esta figura, de acuerdo con la información suministrada se puede evidenciar que la gran mayoría de los estudiantes dedican 1 a 2 horas para estudiar un examen de matemáticas, dos estudiantes manifestaron estudiar menos de una hora, demostrando así, el poco tiempo empleado para estudiar esta área de gran relevancia.

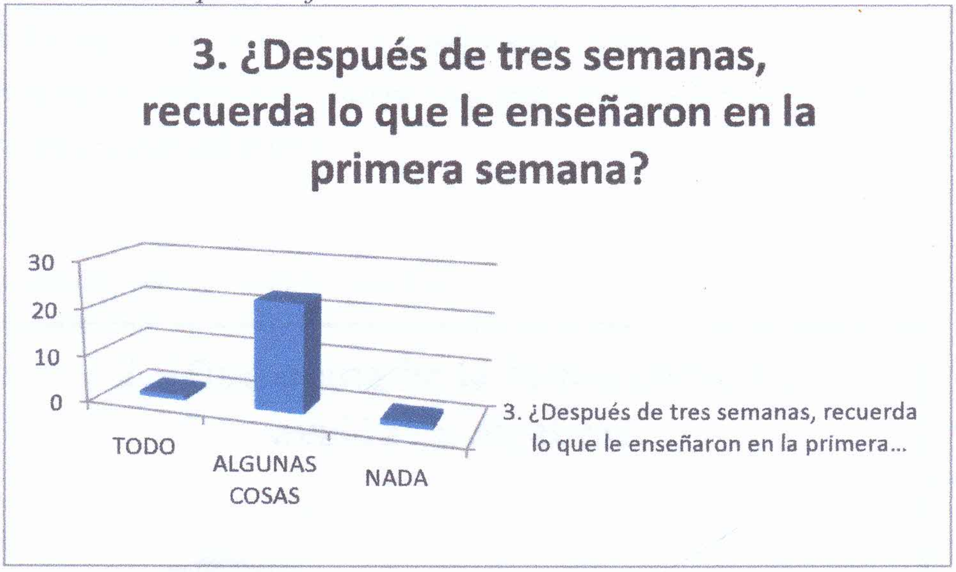
Gráfica 4. Opinión como se evalúa el Algebra



Fuente: Autor del proyecto

Se puede evidenciar en la figura 4 que la mayoría de los estudiantes opinan que la forma como se evalúa en matemáticas es buena, porque se evalúan los temas de forma escrita e individual, trabajos y tareas, aunque existe una minoría que opinan que es regular.

Gráfica 5. Retención del aprendizaje

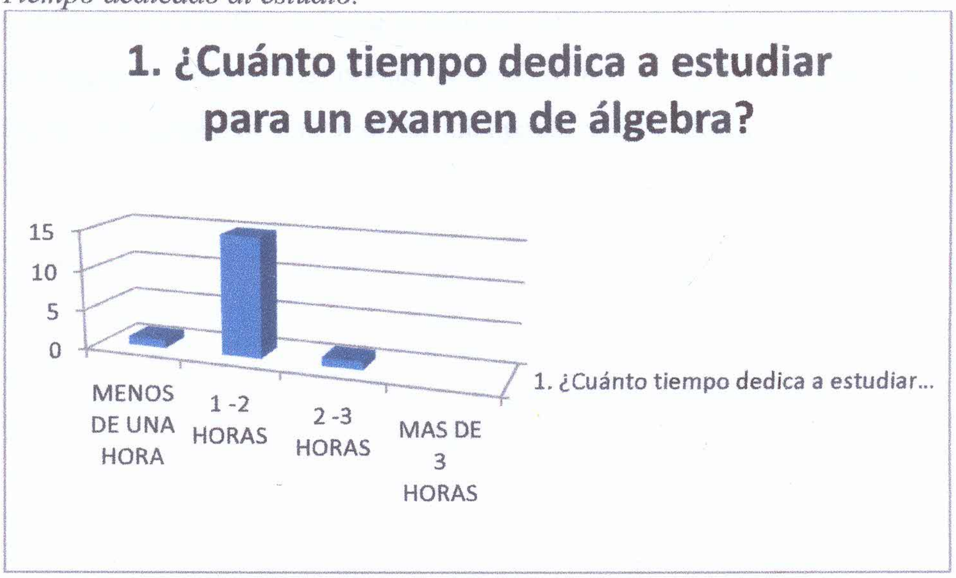


Fuente: Autor del proyecto

De acuerdo a la figura anterior, se observa la mayor parte de los estudiantes después de tres semanas de haber visto un tema, recuerdan algunas cosas, un estudiante sólo opina que si recuerda todo y otro estudiante responde no recordar nada.

6.2.2 Encuesta a estudiantes de grado Noveno

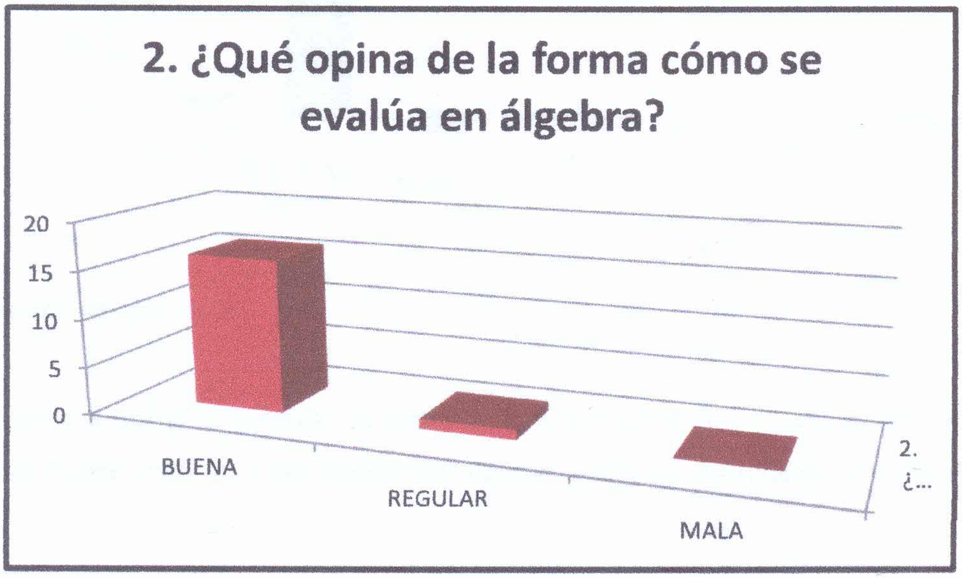
Gráfica 6. Tiempo dedicado al estudio.



Fuente: Autor del proyecto

En esta figura, de acuerdo con la información suministrada se puede evidenciar que la gran mayoría de los estudiantes dedican 1 a 2 horas para estudiar un examen de matemáticas, un estudiante manifestó estudiar menos de una hora, demostrando así, el poco tiempo empleado para estudiar esta área de gran relevancia.

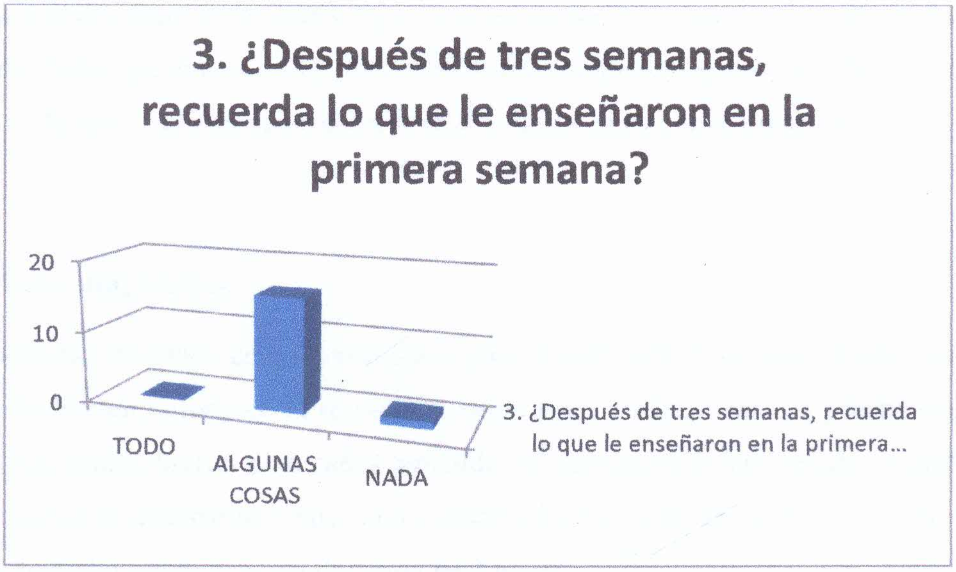
Gráfica 7. Opinión como se evalúa el Algebra



Fuente: Autor del proyecto

Se puede evidenciar en la figura 7 que la mayoría de los estudiantes opinan que la forma como se evalúa en matemáticas es buena, porque se evalúan los temas de forma escrita e individual, trabajos y tareas, aunque existe una minoría que opinan que es regular.

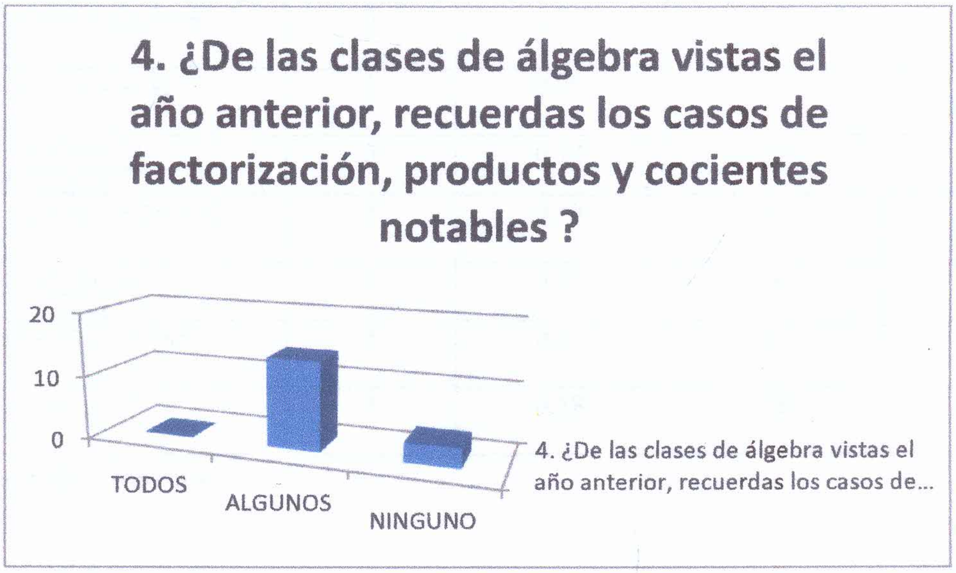
Gráfica 8. Retención del aprendizaje



Fuente: Autor del proyecto

De acuerdo a la figura anterior, se observa la mayor parte de los estudiantes después de tres semanas de haber visto un tema, recuerdan algunas cosas, un estudiante sólo opina no recordar nada.

Gráfica 9. Conocimiento previo de los casos de factorización, productos notables y cocientes notables.



Fuente: Autor del proyecto

Según la anterior figura, se observa que la mayoría de los estudiantes no recuerdan los todos los casos de factorización, incluso tres estudiantes respondieron no recordar ningún caso de factorización, lo que confirma la problemática propuesta en esta investigación.

6.2.2 Prueba diagnóstica

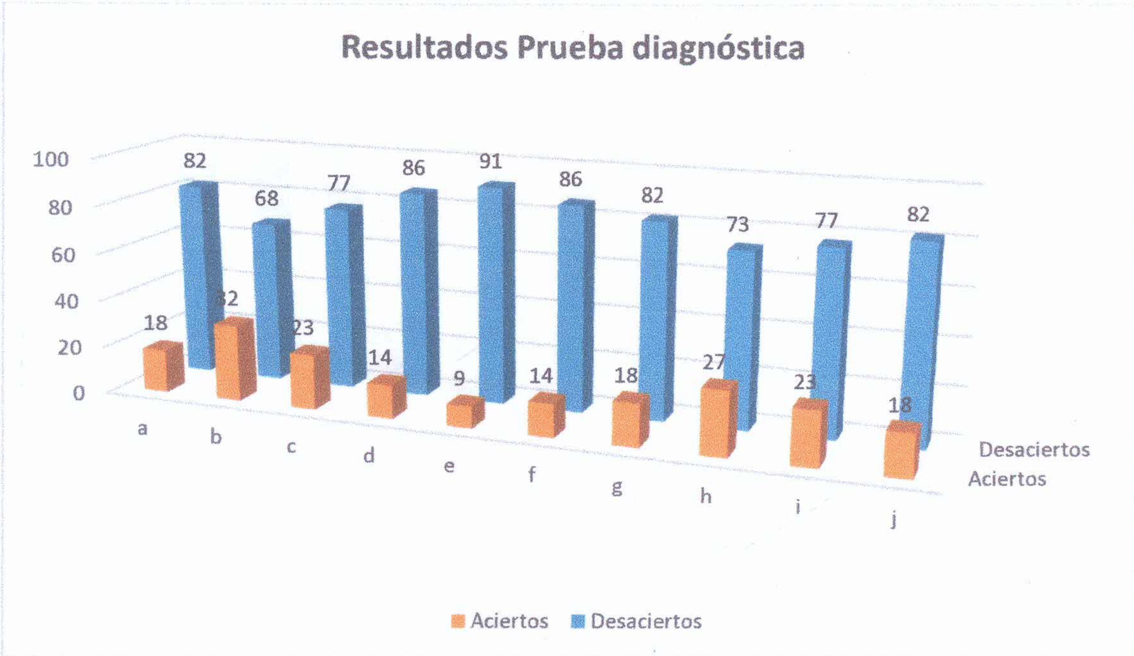
Esta prueba fue diseñada como herramienta para diagnosticar los conocimientos previos a los estudiantes de Noveno grado en la resolución situaciones problémicas. La prueba constaba de 3 actividades las cuales fueron planteadas teniendo en cuenta los referentes de calidad educativa propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para el área de matemáticas. Se aplicó a 22 estudiantes de dicho grado con una duración de 2 horas.

Tabla 8. Prueba diagnóstica: Punto 1. Grado Noveno

Punto 1	Aciertos	Porcentaje %	Desaciertos	Porcentaje %
a. $(a^3 - b^3)^2$	4	0,18	18	0,82
b. $x^2 - 49$	7	0,32	15	0,68
c. $\frac{n^2-1}{n-1}$	5	0,23	17	0,77
d. $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$	3	0,14	19	0,86
e. $(x - 3)(x - 4)$	2	0,09	20	0,91
f. $\frac{6x^2-7x-3}{2x-3}$	3	0,14	19	0,86
g. $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$	4	0,18	18	0,82
h. $\frac{x^2+9x+20}{x+4}$	6	0,27	16	0,73
i. $4a^2 - 12ab + 9b^2$	5	0,23	17	0,77
j. $(2x + 1)^3$	4	0,18	18	0,82

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 10. Reconocimiento entre Producto Notable, Cociente Notable y Factorización



Fuente: Autor del proyecto

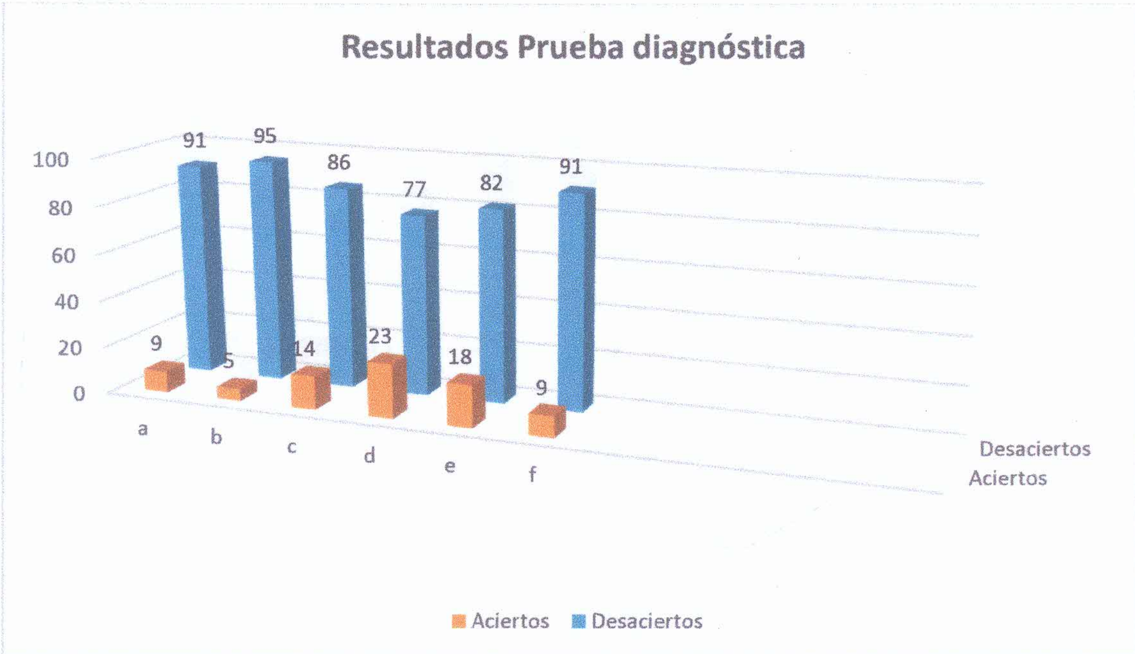
Pregunta 1. De acuerdo a los siguientes ejercicios, escribe al frente de cada uno P.N. si corresponde a un Producto Notable, C.N. si es un Cociente Notable o FACT., si corresponde a un Caso de Factorización. De las 22 pruebas aplicadas a los estudiantes de Noveno, un 19,6% identificó correctamente lo que se les pedía mientras que un 80,4% aún posee dificultad, lo que evidencia falencias en la competencia de razonamiento y resolución de problemas, así como en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

Tabla 9. Prueba diagnóstica: Punto 2. Grado Noveno

Punto 2	**Aciertos**	**Porcentaje %**	**Desaciertos**	**Porcentaje %**
a. $(x+5)(x-2)$	2	0,09	20	0,91
b. $\frac{1-64a^3}{1-4a}$	1	0,05	21	0,95
c. $a^2-4ab+4b^2$	3	0,14	19	0,86
d. $4a^2-9$	5	0,23	17	0,77
e. $(x^2-3)^3$	4	0,18	18	0,82
f. $6x^2-5x-6$	2	0,09	20	0,91

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 11. Relación entre la columna de la izquierda con la columna de la derecha.



Fuente: Autor del proyecto

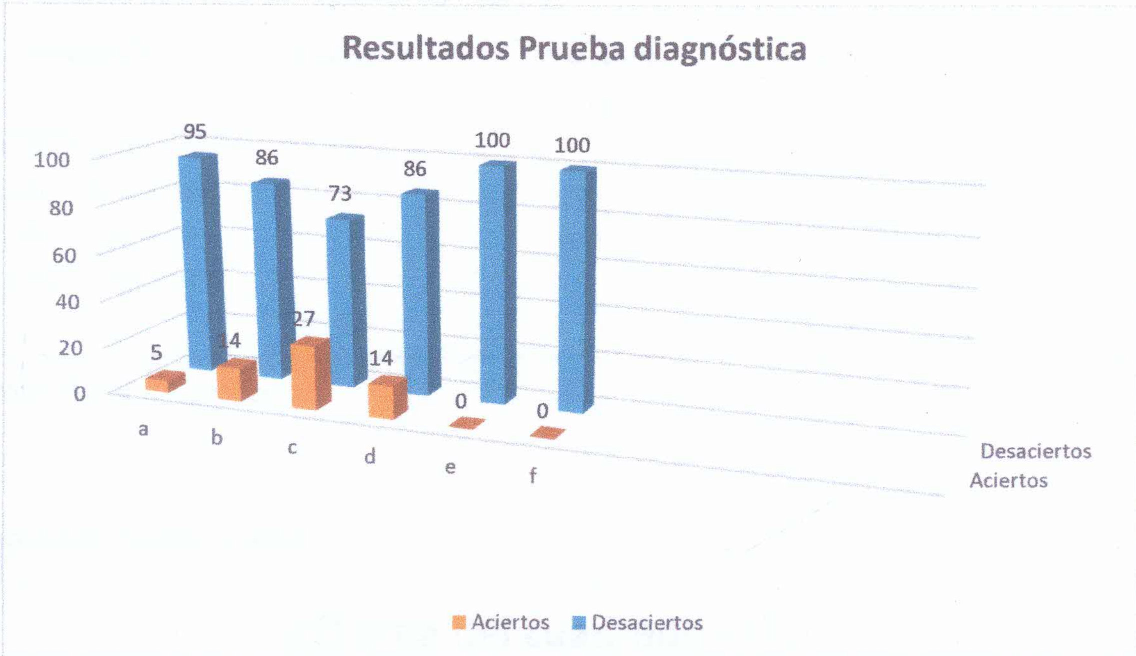
Pregunta 2. Relacionar correctamente por medio de una línea los ejercicios que están en la columna de la izquierda con las respuestas que están en la columna de la derecha. De los 22 estudiantes encuestados un 13% lo hizo correctamente mientras que un 87% presenta notable dificultad al relacionar los ejercicios con sus respuestas correspondientes, lo que evidencia falencias en la competencia de razonamiento , resolución de problemas y comunicación, así como en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

Tabla 10. Prueba diagnóstica: Punto 3. Grado Noveno

Punto 3	Aciertos	Porcentaje %	Desaciertos	Porcentaje %
a. $10a^2 + 11a + 3$	*1*	0,05	21	0,95
b. $n^2 + 6n - 16$	*3*	0,14	19	0,86
c. $a^2 - 25$	*6*	0,27	16	0,73
d. $a^2 + 2ab + b^2$	*3*	0,14	19	0,86
e. $1 + 12a + 48a^2 + 64a^3$	*0*	*0*	*22*	*1*
f. $y^3 + 1$	*0*	*0*	*22*	

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 12. Resolución de casos de factorización.



Fuente: Autor del proyecto

Pregunta 3. Resolver los casos de factorización propuestos. Respecto a esta actividad la mayoría de los estudiantes poseen gran dificultad al resolver los ejercicios propuestos, es decir, sólo un 10% de los estudiantes acertó en algunos ejercicios mientras que un 90% no, lo que evidencia falencias en la competencia de resolución de problemas, así como en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

6.2.3 Prueba final

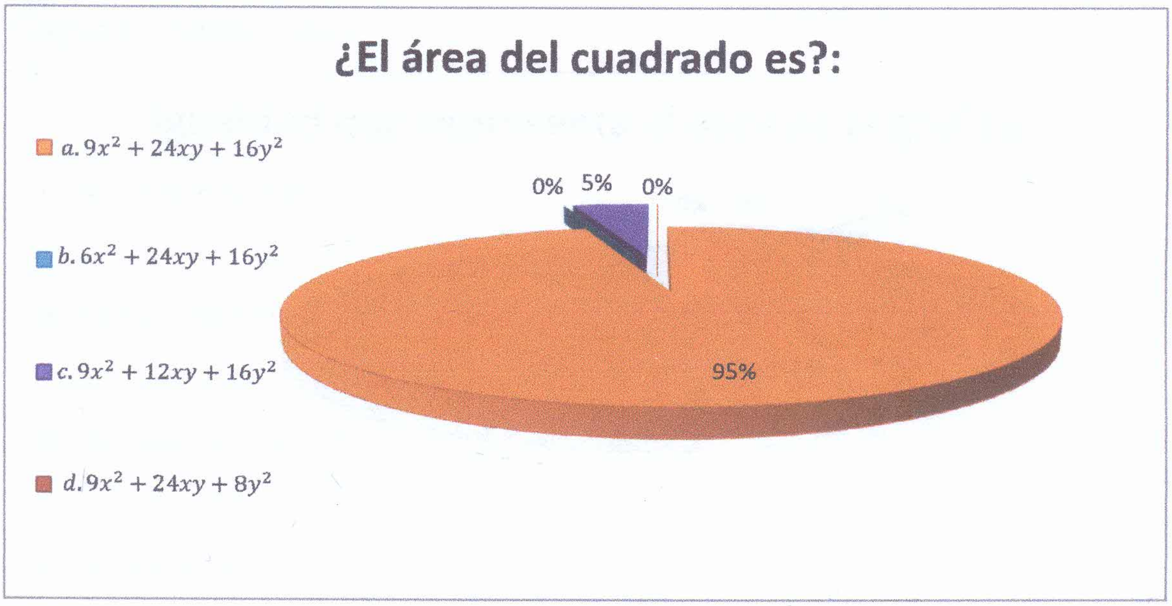
Se aplicó una prueba final a los 22 estudiantes de Octavo grado Colegio Cooperativo de San Gil que constaba de 10 preguntas de selección múltiple con una opción de respuesta.

Tabla 11. Pregunta 1. El área del siguiente cuadrado es. Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 1	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
a. $9x^2 + 24xy + 16y^2$	21	0, 95	21	0,95
b. $6x^2 + 24xy + 16y^2$	0	0	0	0,95
c. $9x^2 + 12xy + 16y^2$	1	0,05	22	1
d. $9x^2 + 24xy + 8y^2$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 13. Hallar el área.



Fuente: Autor del proyecto

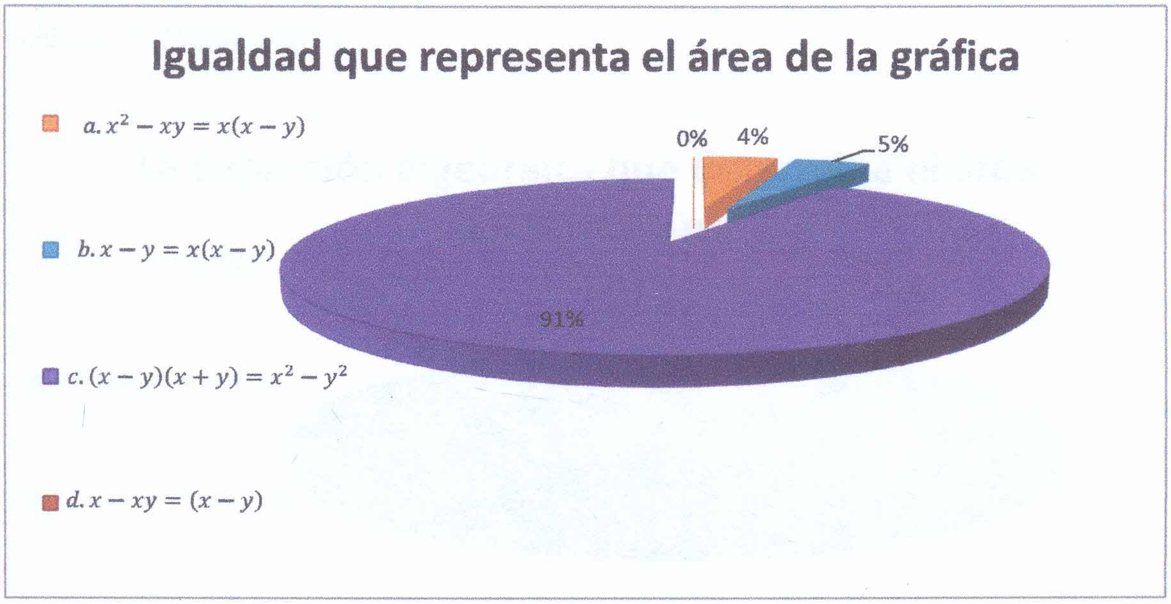
Pregunta 1. ¿El área del siguiente cuadrado es? De las 22 pruebas aplicadas a los estudiantes de Octavo, un 95% respondió la opción correcta mientras que un 5% aún posee dificultad en reconocer el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 12. Pregunta 2. ¿Cuál es la igualdad que representa el área de la siguiente gráfica? Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 2	**Frecuencia fi**	**Frecuencia hi**	**Frecuencia Fi**	**Frecuencia Hi**
$a. x^2 - xy = x(x - y)$	1	0, 05	1	0,05
$b. x - y = x(x - y)$	1	0, 05	2	0,1
$c. (x - y)(x + y) = x^2 - y^2$	20	0,90	22	1
$d. x - xy = (x - y)$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 14. Hallar el área.



Fuente: Autor del proyecto

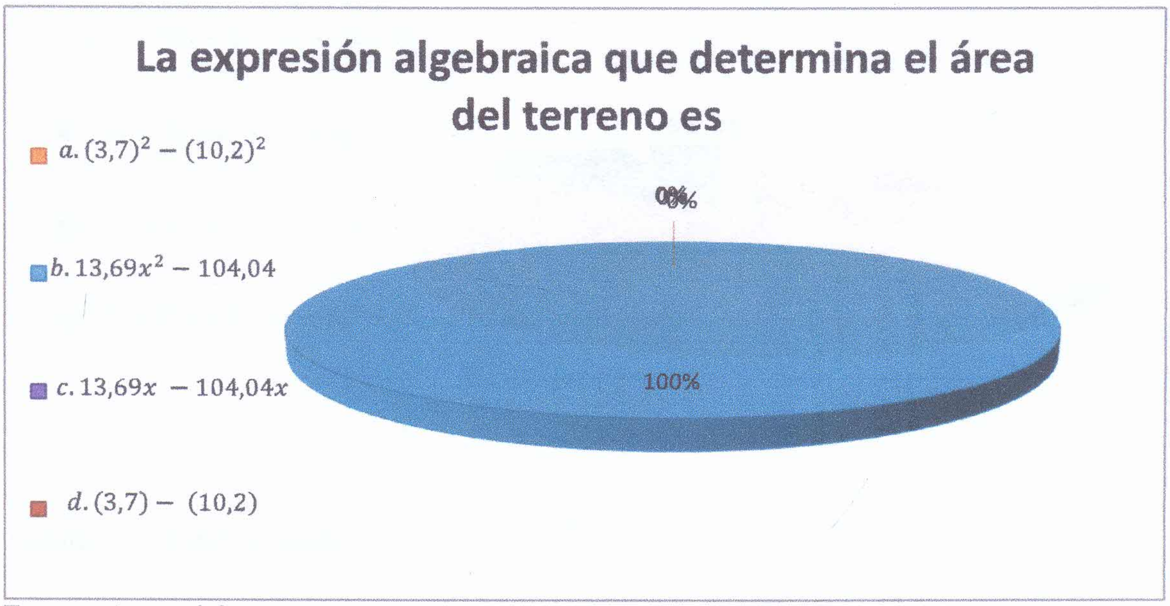
Pregunta 2. ¿Cuál es la igualdad que representa el área de la siguiente gráfica? De los 22 encuestados el 91% resolvió de forma correcta la situación problémica planteada mientras que un 9% presenta dificultad, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 13. Pregunta 3. La expresión algebraica que determina el área del terreno es. Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 3	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
$a. (3{,}7)^2 - (10{,}2)^2$	0	0	0	0
$b. 13{,}69x^2 - 104{,}04$	22	1	22	1
$c. 13{,}69x - 104{,}04x$	0	0		
$d. (3{,}7) - (10{,}2)$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 15. Hallar el área.



Fuente: Autor del proyecto

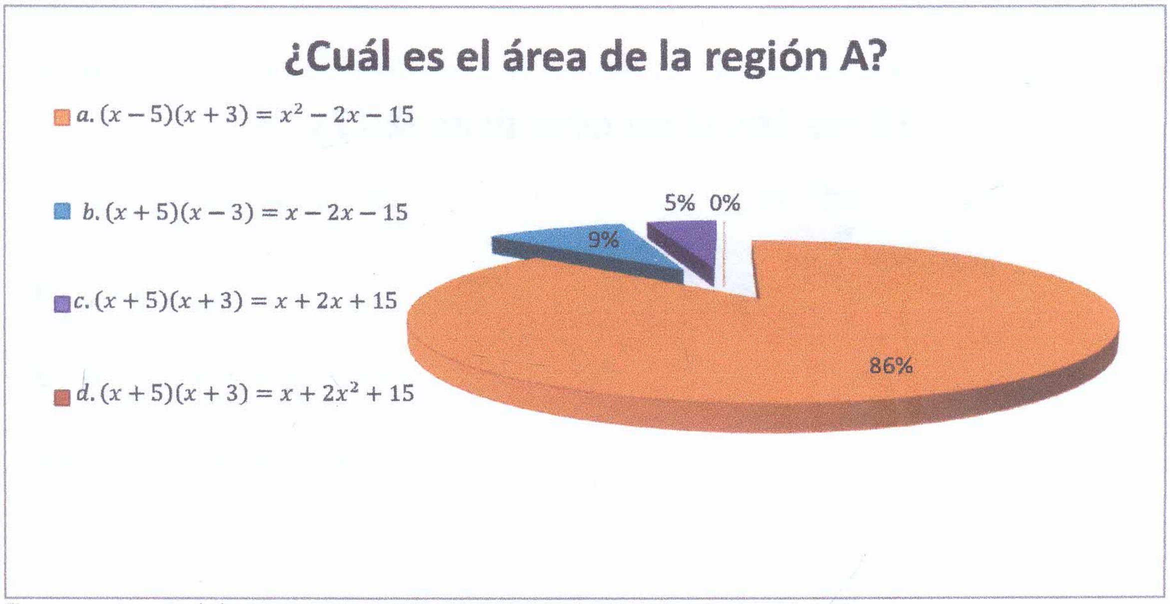
Pregunta 3. La expresión algebraica que determina el área del terreno es. En esta gráfica se puede observar que el 100% de los estudiantes determinó correctamente el área del terreno, lo que evidencia un gran avance en la totalidad de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 14. Pregunta 4. ¿Cuál es el área de la región A? Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 4	**Frecuencia fi**	**Frecuencia hi**	**Frecuencia Fi**	**Frecuencia Hi**
$a. (x-5)(x+3) = x^2 - 2x - 15$	19	0, 86	19	0,86
$b. (x+5)(x-3) = x - 2x - 15$	2	0,09	21	0,95
$c. (x+5)(x+3) = x + 2x + 15$	1	0, 05	22	1
$d. (x+5)(x+3) = x + 2x^2 + 15$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 16. Hallar el área.



Fuente: Autor del proyecto

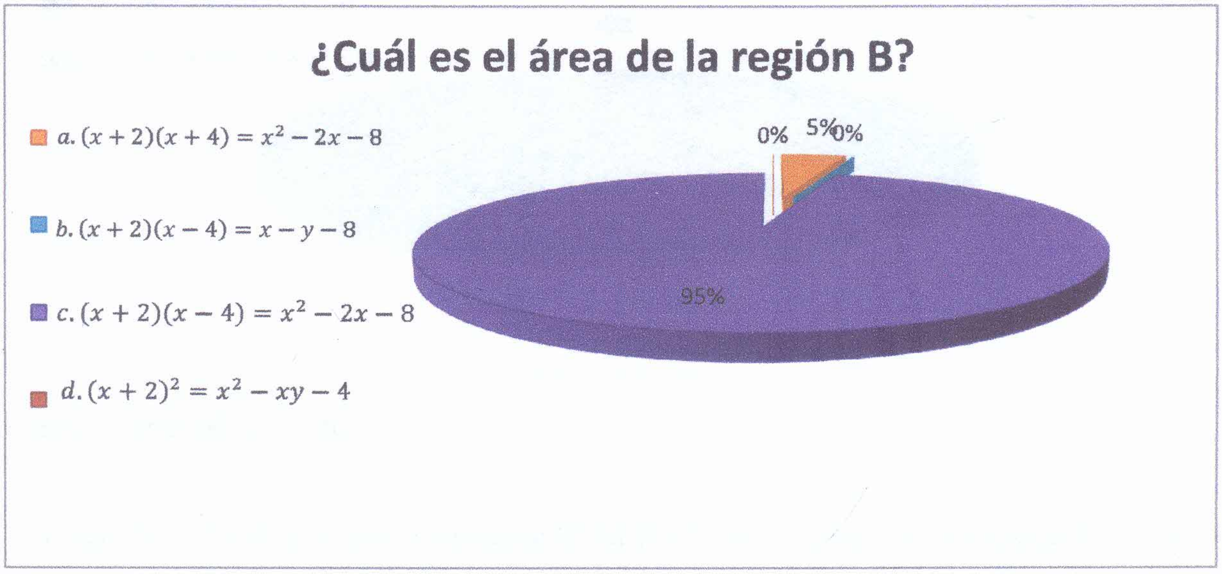
Pregunta 4. ¿Cuál es el área de la región A? El 86% de los estudiantes respondió correctamente a la situación planteada referente a determinar el área de la región A, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 15. Pregunta 5. ¿Cuál es el área de la región B? Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 5	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
$a. (x+2)(x+4) = x^2 - 2x - 8$	1	0, 5	1	0,5
$b. (x+2)(x-4) = x - y - 8$	0	0	1	0,5
$c. (x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8$	21	0, 95	22	1
$d. (x+2)^2 = x^2 - xy - 4$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 17. Hallar el área.



Fuente: Autor del proyecto

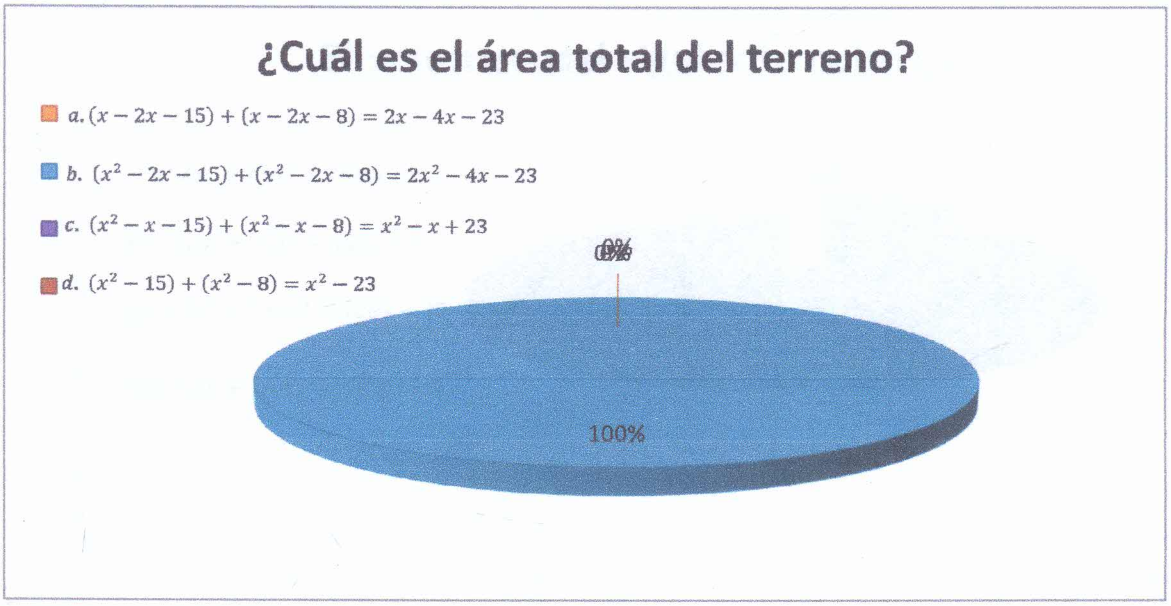
Pregunta 5. ¿Cuál es el área de la región B? El 95% de los estudiantes resolvió correctamente el problema que requería el análisis de la figura del terreno, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 16. Pregunta 6. ¿Cuál es el área total del terreno? Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 6	**Frecuencia fi**	**Frecuencia hi**	**Frecuencia Fi**	**Frecuencia Hi**
$a. (x - 2x - 15) + (x - 2x - 8) = 2x - 4x - 23$	0	0	0	0
$b.\ (x^2 - 2x - 15) + (x^2 - 2x - 8) = 2x^2 - 4x - 23$	22	1	1	1
$c.\ (x^2 - x - 15) + (x^2 - x - 8) = x^2 - x + 23$	0	22	22	
$d.\ (x^2 - 15) + (x^2 - 8) = x^2 - 23$	0			
	22			

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 18. Prueba final. Grado 8.



Fuente: Autor del proyecto

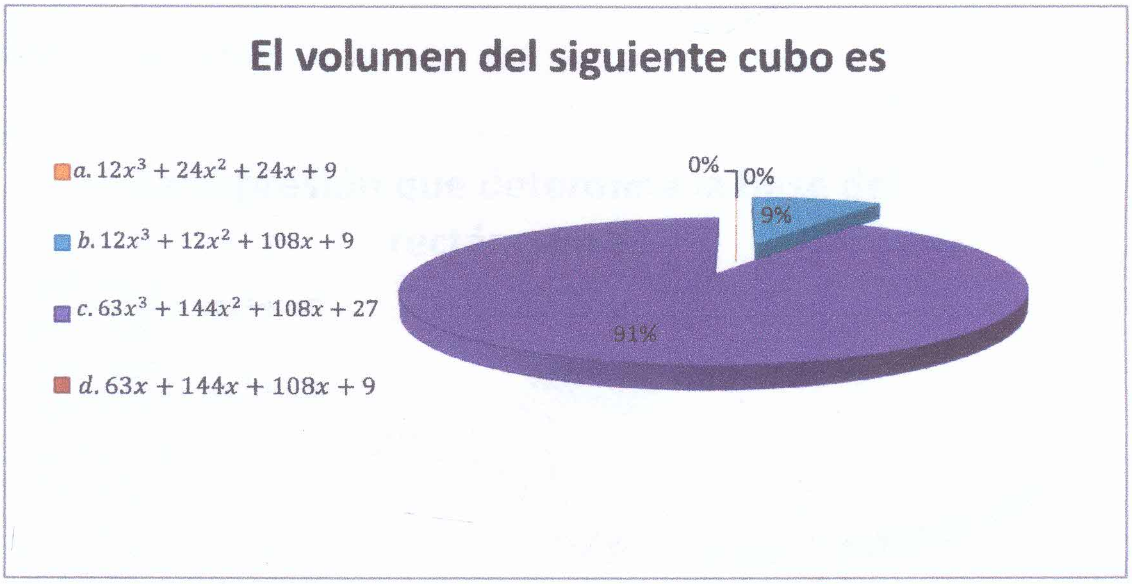
Pregunta 6. ¿Cuál es el área de la región B? El 100% de los estudiantes fue capaz de interpretar y utilizar las condiciones necesarias para solucionar el problema planteado, lo que evidencia un gran avance en la totalidad de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 17. Pregunta 7. El volumen del siguiente cubo es. Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 7	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
$a. 12x^3 + 24x^2 + 24x + 9$	0	0	0	0
$b. 12x^3 + 12x^2 + 108x + 9$	2	0, 09	2	0,09
$c. 63x^3 + 144x^2 + 108x + 27$	20	0, 91	22	1
$d. 63x + 144x + 108x + 9$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 19. Hallar el volumen.



Fuente: Autor del proyecto

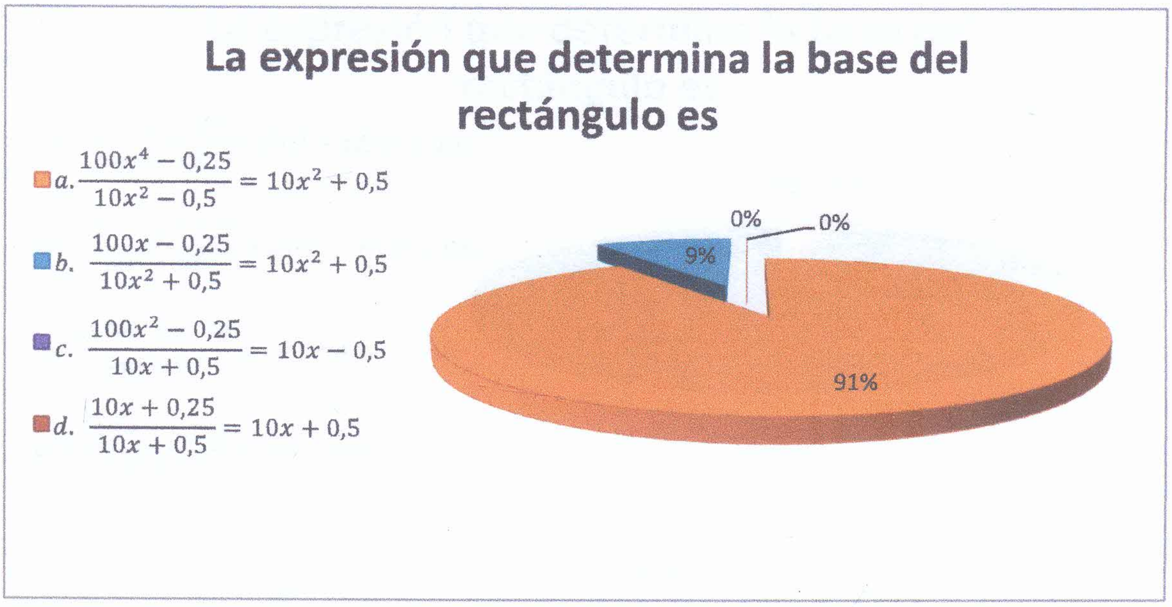
Pregunta 7. El volumen del siguiente cubo es. El 91% de los encuestados resolvió la situación planteada mientras que un 9% sigue presentando dificultad, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 18. Pregunta 8. La altura del rectángulo se determina por el cociente entre el área y la base. La expresión que determina la base del rectángulo es. Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 8	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
$a. \frac{100x^4 - 0,25}{10x^2 - 0,5} = 10x^2 + 0,5$	20	0, 91	20	0,91
$b. \frac{100x - 0,25}{10x^2 + 0,5} = 10x^2 + 0,5$	2	0, 09	22	1
$c. \frac{100x^2 - 0,25}{10x + 0,5} = 10x - 0,5$	0	0		
$d. \frac{10x + 0,25}{10x + 0,5} = 10x + 0,5$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 20. Hallar la base.



Fuente: Autor del proyecto

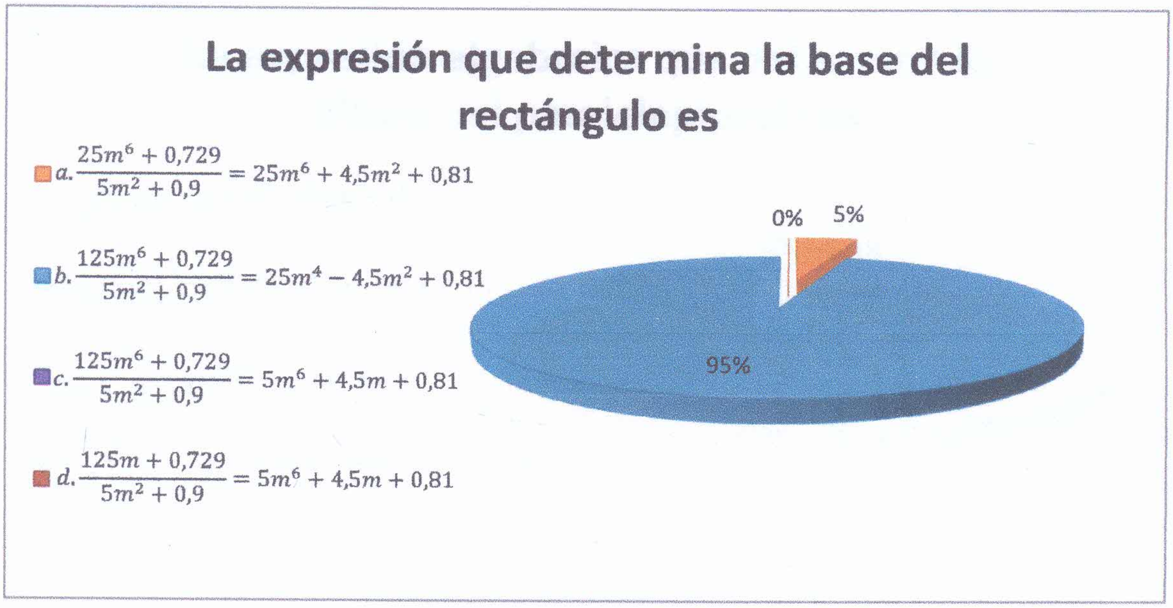
Pregunta 8. La altura del rectángulo se determina por el cociente entre el área y la base. La expresión que determina la base del rectángulo es. El 91% de los estudiantes resolvió correctamente la situación problémica, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 19. Pregunta 9. La base del rectángulo se determina al calcular el cociente entre su área y su altura. La expresión que determina la base del rectángulo es. Prueba final aplicada a estudiantes grado Octavo del colegio Cooperativo, San Gil.

Pregunta N° 9	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
a. $\frac{25m^6+0{,}729}{5m^2+0{,}9}=25m^6+4{,}5m^2+0{,}81$	1	0, 5	1	0,5
b. $\frac{125m^6+0{,}729}{5m^2+0{,}9}=25m^4-4{,}5m^2+0{,}81$	21	0, 95	22	1
c. $\frac{125m^6+0{,}729}{5m^2+0{,}9}=5m^6+4{,}5m+0{,}81$	0	0		
d. $\frac{125m+0{,}729}{5m^2+0{,}9}=5m^6+4{,}5m+0{,}81$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 21. Hallar la base.



Fuente: Autor del proyecto

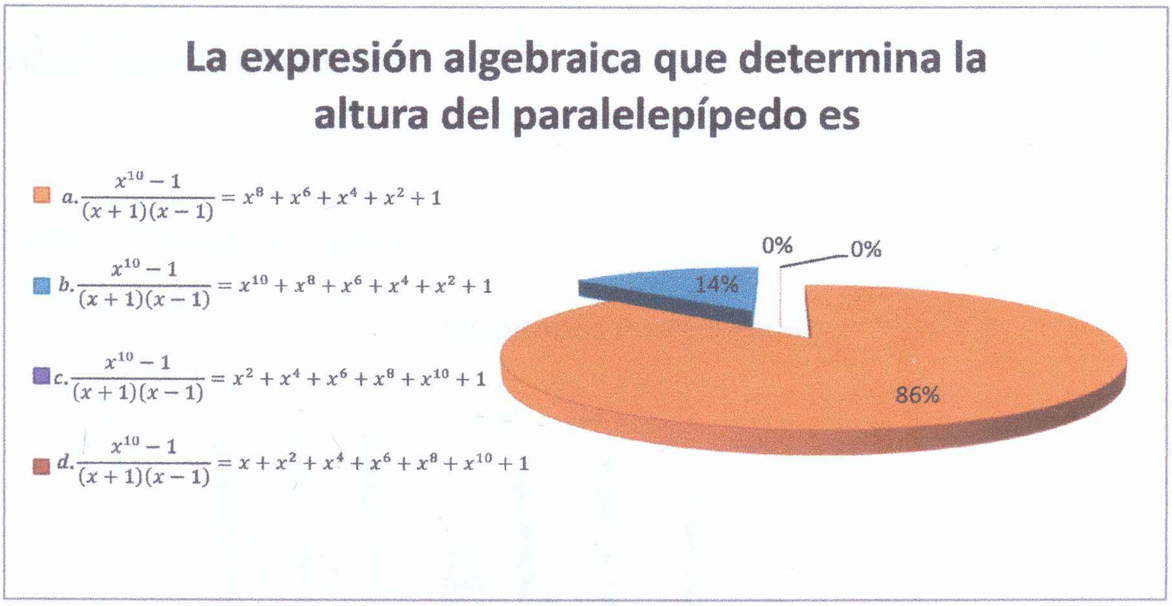
Pregunta 9. La altura del rectángulo se determina por el cociente entre el área y la base. La expresión que determina la base del rectángulo es. El 80% de los estudiantes identifica expresiones que determinan las dimensiones de una figura, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Tabla 20. Pregunta 10. La altura del paralelepípedo se determina al calcular el cociente entre el volumen y el producto d las dos dimensiones conocidas. La expresión algebraica que determina la altura del paralelepípedo es. Prueba final aplicada a estudiantes gr

Pregunta Nº 10	Frecuencia fi	Frecuencia hi	Frecuencia Fi	Frecuencia Hi
$a.\frac{x^{10}-1}{(x+1)(x-1)} = x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$	19	0, 86	19	0,5986
$b.\frac{x^{10}-1}{(x+1)(x-1)} = x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$	3	0, 14	22	1
$c.\frac{x^{10}-1}{(x+1)(x-1)} = x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + 1$	0	0		
$d.\frac{x^{10}-1}{(x+1)(x-1)} = x + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + 1$	0	0		
	22	1		

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 22. Hallar la altura.



Fuente: Autor del proyecto

Pregunta 10. La altura del paralelepípedo se determina al calcular el cociente entre el volumen y el producto d las dos dimensiones conocidas. La expresión algebraica que determina la altura del paralelepípedo es. El 86% de los estudiantes interpretó y calculó correctamente lo que se pedía en esta situación problémica, lo que evidencia un gran avance en la mayoría de estudiantes adquiriendo competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, así como en los pensamientos variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

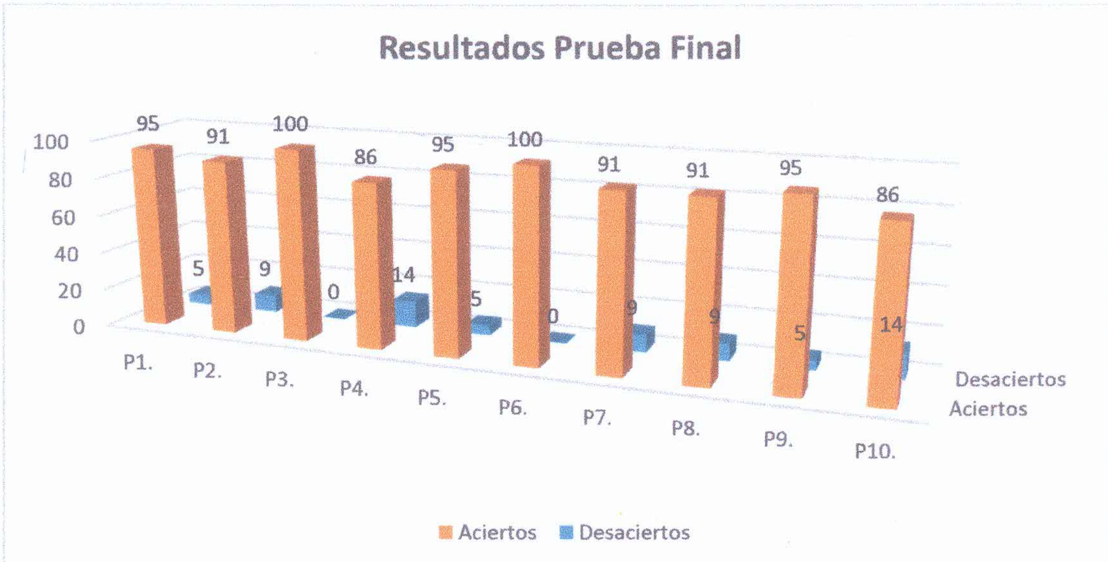
A continuación se presentan de forma general los aciertos y desaciertos de cada pregunta de la prueba final.

Tabla 21. Prueba final

N° Pregunta	**1**		**2**		**3**		**4**		**5**		**6**		**7**		**8**		**9**		**10**	
Aciertos y desaciertos	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**
Total repuestas	21	1	20	2	22	0	19	3	21	1	22	0	20	2	20	2	21	1	19	3
Porcentaje %	0,95	0,5	0,91	0,09	1	0	0,86	0,14	0,95	0,5	1	0	0,91	0,09	0,91	0,09	0,95	0,5	0,86	0,14

Fuente: Autor del proyecto

Gráfica 23. Resultados Finales.



Fuente: Autor del proyecto

A nivel general se puede inferir que los estudiantes mejoraron respecto a:

-Reconocer procesos necesarios en la resolución de situaciones problémicas.

-Interpretar y usar expresiones algebraicas.

-Realizar operaciones con expresiones algebraicas.

-Factorizar.

-Reconocer y usar algunas identidades.

UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE EDUCACIÓN

REJILLA DE OBSERVACIÓN PRUEBA DIAGNÓSTICA

FECHA: 1 de Febrero de 2017
ESCENARIO: Aula de Clase
JUSTIFICACIÓN: Diagnosticar los conocimientos previos los estudiantes de noveno grado en la resolución situaciones problémicas.

Tabla 22. Rejilla de observación de Prueba Diagnóstica

Matemáticas			
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. De acuerdo a los siguientes ejercicios, escribe la frente de cada uno P.N. si corresponde a un Producto Notable, C.N. si es un Cociente Notable o FACT., si corresponde a un Caso de Factorización.	Variacional y Sistema Algebraico y Analítico	Razonamiento Matemático	Se observa mucha incertidumbre por parte de la mayoría de los estudiantes, algunos manifiestan no recordar que eran productos notables, cocientes notables y factorización
2. Relacionar correctamente por medio de una línea los ejercicios que están en la columna de la izquierda con las respuestas que están en la columna de la derecha.	Variacional y Sistema Algebraico y Analítico	Modelación	En un comienzo los estudiantes no entendieron el desarrollo de la actividad, después de una breve explicación por parte del investigador, se observa una disposición desfavorable de la gran mayoría de estudiantes al desarrollo del mismo.
3. Resolver los siguientes casos de factorización	Variacional y Sistema Algebraico y Analítico	Razonamiento Matemático	Falencias para resolver los ejercicios de factorización, la gran mayoría no responden nada por no acordarse del tema, muy pocos estudiantes resuelven uno o dos ejercicios con gran dificultad.

Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 1

Con la aplicación de esta guía se busca favorecer ambientes de aprendizaje significativos que permitan la construcción de nuevos conocimientos, para lo cual se implementaron una serie de actividades de asociación de operaciones matemáticas (relación entre productos, cocientes y resultados) con el propósito hacer una inducción entre las combinaciones de los productos notables, cocientes notables y casos de factorización, y otros ejercicios de acertijos matemáticos mediante resolución de imágenes y balanzas algebraicas para hacer relación con los mapas conceptuales, el tiempo de desarrollo fue de 2 horas, los resultados arrojados se presentan en la siguiente rejilla de observación de lectura horizontal, la cual posee el mismo formato que la tabla empleada para analizar los resultados de la prueba diagnóstica y será estándar para presentar los resultados de las siete guías de trabajo y la prueba final.

Tabla 23. Guía N° 1: Ambiente de aprendizaje significativo

Guía de Trabajo N° 1 **Fecha: 11 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Video motivacional: Nunca digas no puedo	Propiciar ambientes de aprendizaje haciendo uso de actividades relacionados con el	• Estudiantes del grado octavo	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor

		3. Se le hace a los estudiantes una serie de preguntas relacionadas con el tema para indagar sobre los conceptos previos. 4. Se refuerza los pre-saberes con nuevos conceptos mediante clase magistral para generar aprendizaje significativo haciendo énfasis sobretodo en el tema de productos notables, cocientes notables, factorización y la relación que existe entre ellos. 5. A cada estudiante se le entrega una copia de la guía de trabajo N°1 para resolver. 6. Se hace una retroalimentación del tema para despejar alguna duda final.	tema para potenciar la habilidad de combinar operaciones matemáticas y el pensamiento lógico por medio de la asociación en los estudiantes.	• Docente investigador	• Computador • Guías de trabajo

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA Nº 1

Tabla 24. Rejilla de observación de Guía Nº 1

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	N/A	N/A	Al momento de iniciar la clase, los estudiantes muestran entusiasmo y expectativa sobre lo que se va a desarrollar
2. Video Motivacional	N/A	N/A	Durante la reproducción del video todos los estudiantes se mostraron conmovidos y motivados consecuencia del mensaje del mismo.
3.Conocimientos de pre - saberes	Numérico - Algebraico	Comunicación - Razonamiento	En el momento de hacer las preguntas a los estudiantes para conocer sus conceptos previos, la gran mayoría no recuerda la equivalencia de producto y cociente con operaciones matemáticas, sólo 5 estudiantes responden correctamente las preguntas hechas.
4. Clase magistral	Numérico - Algebraico	Modelación - Comunicación	Ya en la clase magistral, se hace un refuerzo de los pre – saberes con los nuevos conocimientos para generar aprendizaje significativo, durante el desarrollo de la misma, los estudiantes se muestran atentos a la explicación, hacen

			varias preguntas para dejar claro algunas inquietudes
5. Desarrollo guía de trabajo N°1	Numérico - Algebraico	Razonamiento - Comunicación	•En el desarrollo de la guía, algunos estudiantes tuvieron algunas dificultades para entender el primer punto que era escribir un número en forma de producto y cociente, después del despeje de dudas por parte del investigador, se desarrolló sin ningún problema. •Durante el desarrollo del segundo punto de la guía de trabajo, los estudiantes fueron capaces de terminar los ejercicios sin necesidad de la ayuda del investigador puesto que ya había aclarado las dudas en el numeral anterior. •En el punto 3 de la guía, los estudiantes se mostraron entusiasmados y muy dispuestos a desarrollar los ejercicios, ya que les gusto la combinación de figuras con matemáticas por medio de los acertijos.
6. Retroalimentación del tema	Algebraico	Comunicación	Para finalizar las actividades, se realizó una retroalimentación de los temas vistos, los estudiantes expusieron lo entendido del tema y también manifestaron algunas dudas finales donde se les aclaro sus inquietudes.

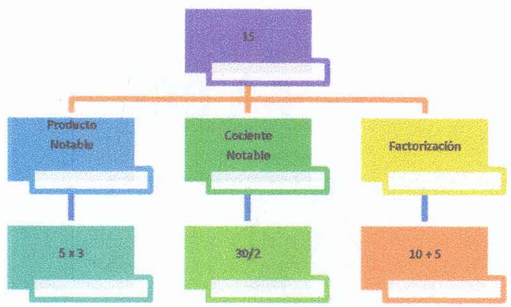
Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 2

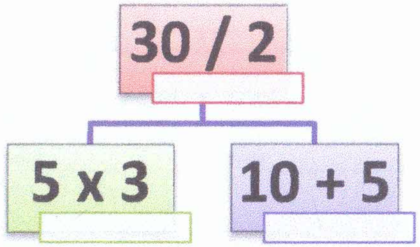
En esta guía se resalta la importancia de trabajar con el programa CmapTools respecto a la elaboración de mapas conceptuales y la temática propuesta de producto notable, cociente notable y factorización sugiriendo la relación entre los mismo para la inducción del método de combinaciones.

Tabla 25. Guía N° 2. Programa CmapTools

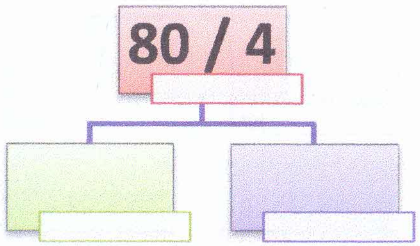
Guía de Trabajo N° 2 **Fecha: 12 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video "Los mapas conceptuales" tomado de https://www.youtube.com/watch?v=CP_Cpzv3KsY 3. Conversatorio 4. Proyección del video "Cómo hacer mapas conceptuales con CmapTools" tomado de https://www.youtube.com/watch?v=GgUvf7koBSE 5. Con la ayuda del programa CmapTools, elaborar un mapa conceptual sobre la definición de: a. Producto notable b. Cociente notable c. Factorización	-Elaborar un mapa conceptual sobre producto notable, cociente notable y factorización.	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador • Guías de trabajo

		6. Siguiendo el ejemplo, resuelve los siguientes ejercicios: 15 Producto Notable Cociente Notable Factorización 5×3 $30 \div 2$ $10 + 5$  a. 60 b. 125 c. 24 d. 68 e. 40			

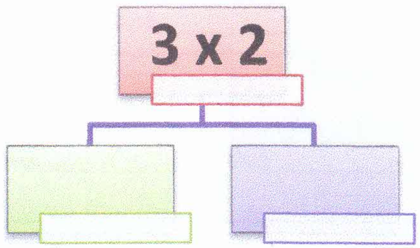
7. Completa el mapa conceptual siguiendo el ejemplo:

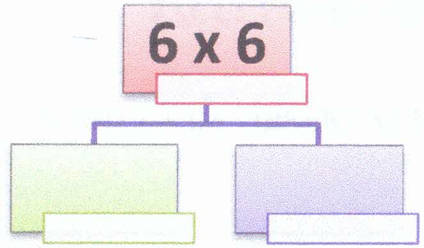
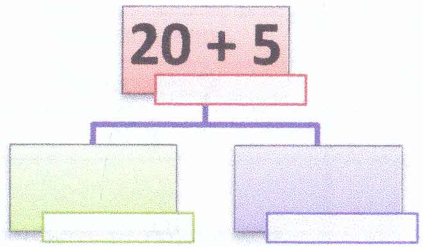
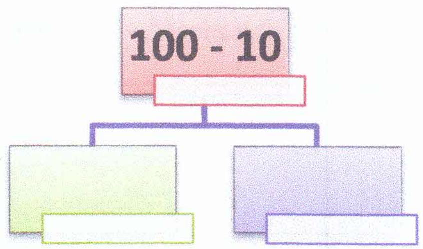


a.



b.



		c.  d.  e.  			

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 2

Tabla 26. Rejilla de observación de Guía N° 2

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	N/A	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico - Algebraico	Comunicación	-Se proyectaron 2 videos sobre "Los mapas conceptuales" y "Cómo hacer mapas conceptuales con CmapTools". Los estudiantes estuvieron atentos.
3 y 4. Conversatorio	Numérico - Algebraico	Comunicación	Luego, de observar los videos los estudiantes hicieron preguntas acerca del software CmapTools.
5. Elaborar mapas conceptuales con el programa CmapTools	Numérico - Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Con la ayuda del programa CmapTools, los estudiantes exploraron el software e iniciaron con la elaboración de un mapa conceptual sobre la definición de: a. Producto notable b. Cociente notable c. Factorización En esta actividad los estudiantes estuvieron muy atentos a las instrucciones del docente.

6 y 7. Los estudiantes debían resolver los ejercicios propuestos en la guía.	Variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Razonamiento-Comunicación	-Los estudiantes trabajaron de forma individual siguiendo los ejemplos dados.

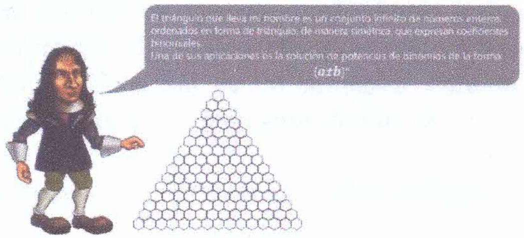
Fuente: Autor del proyecto

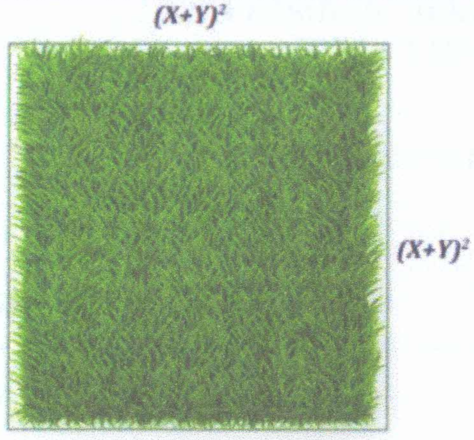
Guía de Trabajo N° 3

Esta guía tiene como objetivo reconocer el triángulo de Pascal como herramienta en la solución de potencias de binomios. Se espera que los estudiantes apliquen un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo de potencias de binomios y su relación con su respectivo cociente notable y caso de factorización (Trinomio cuadrado perfecto), para que finalmente mediante un mapa conceptual se pueda hacer su respectiva combinación

Tabla 27. Guía N° 3. Combinación N°1

Guía de Trabajo N° 3 **Fecha: 14 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video "Binomio del cuadrado" tomado de https://www.youtube.com/watch?v=o6PkQJEQql4 3. Conversatorio 4. Explicación la combinación en el tablero. **Combinación 1** **P.N** $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$	-Reconocer el triángulo de Pascal como herramienta en la solución de potencias de binomios. -Aplicar un proceso para determinar	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador • Guías de trabajo

		C.N $\dfrac{a^2 \pm 2ab + b^2}{a \pm b} = a \pm b$ **Factorización** $a^2 + ab + ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - ab + ab + b^2 = (a-b)^2$ 5. Realizar algunos ejercicios de la secuencia didáctica tomada de las cápsulas educativas DBA 11. V1 “Construcción de estrategias para expresar el resultado de la potencia de cualquier binomio” -Triángulo de Pascal  Tomado de: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/menu_M_G08_U02_L05/index.html	por simple inspección el desarrollo. de potencias de binomios.		

		 Tomado de: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/menu_M_G08_U02_L05/index.html Si se desea cultivar un terreno cuadrado de lado $(x + y)^2$, escribe la expresión algebraica que representa el área de dicho terreno como la solución de un binomio. Para la solución aplica lo aprendido con el triángulo de Pascal. 6. Realizar mapas conceptuales de forma análoga y digital.			

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 3

Tabla 28. Rejilla de observación de Guía N° 3

	Matemáticas		
Actividad	Pensamiento	Procesos generales	Observaciones
1. Saludo	N/A	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico – Algebraico	Comunicación	-Se hace la proyección de un video.
3. El docente hace la explicación de la combinación en el tablero.	Numérico – Algebraico	Comunicación	Luego, el docente explica paso a paso la combinación.
4. Se realizan unos ejercicios.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Los estudiantes realizan algunos ejercicios prácticos sobre la combinación.
5. Se elaboran los mapas conceptuales sobre la combinación vista.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	-Se elaboran mapas conceptuales.

Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 4

Con el desarrollo de esta guía se espera que los estudiantes reconozcan el triángulo de Pascal como herramienta en la solución de por simple inspección del producto notable correspondiente al cubo de un binomio, de igual manera, su relación con el respectivo cociente notable y caso de factorización (Cubo perfecto de binomios), finalizando con la construcción de un mapa conceptual se pueda hacer su respectiva combinación.

Tabla 29. Guía N°4. Combinación N°2

Guía de Trabajo N° 4 **Fecha: 18 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video "Binomio al cubo" tomado de https://www.youtube.com/watch?v=8Ncm_ZsPrmQ 3. Conversatorio 4. Explicación la combinación en el tablero. **Combinación 2** **P.N** $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	-Reconocer el triángulo de Pascal como herramienta en la solución de potencias de binomios. -Aplicar un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo.	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador Guías de trabajo

C.N

$$\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a+b}=(a+b)^2$$

$$\frac{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}{a-b}=(a-b)^2$$

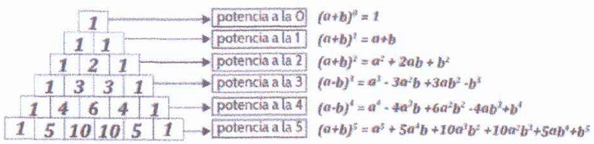
Factorización

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=\ (a+b)^3$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$$

5. Realizar algunos ejercicios de la secuencia didáctica tomada de las cápsulas educativas DBA 11. V1 "Construcción de estrategias para expresar el resultado de la potencia de cualquier binomio"

Ya conoces el triángulo de Pascal. Puedes basarte en la siguiente gráfica, alusiva a este, y al desarrollo de potencias de binomios, para contestar las siguientes preguntas:



Tomado de:
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_8/M/menu_M_G08_U02_L05/index.html

		Coloca el valor o signo desconocido en los cuadrados para que se cumpla lo aprendido hasta ahora. $(2x+3y)^2 = (2x)^{\square} + \square\,(2x)(3y)\,\square\,(3y)^{\square}$ $= 4x^2 + \square\,xy + 9y^{\square}$ $(3a+4b)^3 = (3a)^{\square}\,\square\square\,(3a)^{\square}(4b) + \square\,(3a)(4b)^{\square}$ $-(4b)^{\square}$ $= (27a)^3 - \square\,a^2b\,\square\,144ab^2 - \square\,b^3$ 6. Realizar mapas conceptuales de forma análoga y digital.			

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 4

Tabla 30. Rejilla de observación de Guía N° 4

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	**N/A**	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico – Algebraico	Comunicación	-Se hace la proyección de un video.
3. El docente hace la explicación de la combinación en el tablero.	Numérico – Algebraico	Comunicación	Luego, el docente explica paso a paso la combinación.
4. Se realizan unos ejercicios.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Los estudiantes realizan algunos ejercicios prácticos sobre la combinación.
5. Se elaboran los mapas conceptuales sobre la combinación vista.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	-Se elaboran mapas conceptuales.

Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 5

Mediante el desarrollo de esta guía los estudiantes aplicarán un proceso para resolver por simple inspección el producto de la suma por la diferencia de dos expresiones, su respectiva relación y desarrollo de ejercicios mediante el respectivo cociente notable (Diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma o la diferencia de las cantidades) y caso de factorización (Diferencia de cuadrados perfectos), para que finalmente se realice la combinación mediante la elaboración de un mapa conceptual.

Tabla 31. Guía N° 5. Combinación N°3

Guía de Trabajo N° 5 Fecha: 19 de Abril de 2017					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video "Suma por la diferencia de dos cantidades" tomado de https://www.youtube.com/watch?v=xH0d1suuYsM 3. Conversatorio 4. Explicación la combinación en el tablero. **Combinación 3** **P.N** $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$	-Aplicar un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo.	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador Guías de trabajo

		C.N $\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b$ $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b$ **Factorización** $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ 5. Escribir por simple inspección, el resultado de: • $(x^2 + a^2) \cdot (x^2 - a^2)$ • $(1 - 3a^2x^2) \cdot (1 + 3a^2x^2)$ • $81p^2 - 16q^4$ • $36x^6 - 25y^2$ • $\frac{49a^4b^6 - 64c^2d^8}{7a^2b^3 + 8cd^4}$ • $\frac{x^{10} - 4y^6}{x^5 - 2y^3}$ 6. Realizar mapas conceptuales de forma análoga y digital.			

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 5

Tabla 32. Rejilla de observación de Guía N° 5

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	N/A	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico – Algebraico	Comunicación	-Se hace la proyección de un video.
3. El docente hace la explicación de la combinación en el tablero.	Numérico – Algebraico	Comunicación	Luego, el docente explica paso a paso la combinación.
4. Se realizan unos ejercicios.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Los estudiantes realizan algunos ejercicios prácticos sobre la combinación.
5. Se elaboran los mapas conceptuales sobre la combinación vista.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	-Se elaboran mapas conceptuales.

Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 6

Mediante el desarrollo de esta guía los estudiantes aplicarán un proceso para resolver por simple inspección el producto de expresiones de la forma $(x^n + a) \cdot (x^n + b)$, su respectiva relación y desarrollo de ejercicios mediante el respectivo cociente notable y caso de factorización $(x^{2n} + rx^n + s)$, para que finalmente se realice la combinación mediante la elaboración de un mapa conceptual

Tabla 33. Guía N° 6. Combinación N°4

Guía de Trabajo N° 6 **Fecha: 21 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video "Producto de expresiones de la forma (x + a) · (x + b)". Tomado de https://www.youtube.com/watch?v=PavFBUGLOIo 3. Conversatorio 4. Explicación la combinación en el tablero. 5. Realizar algunos ejercicios. **Combinación 4** **P.N** $(x^n + a) \cdot (x^n + b) = x^{2n} + rx^n + s$ $donde: r = (a + b) \quad \wedge \quad s = (a \cdot b)$	-Aplicar un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo.	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador Guías de trabajo

		C.N $\frac{x^{2n}+rx^n+s}{x^n+a}=x^n+b; donde: b=\frac{s}{a}$ $\frac{x^{2n}+rx^n+s}{x^n+b}=x^n+a; donde\ a=\frac{s}{b}$ **Factorización** $x^{2n}+rx^n+s=(x^n+a)(x^n+b)$ $donde: a=r+s \quad \wedge \quad b=r\cdot s$ **5. Resuelve los siguientes ejercicios:** • $(x-5)(x+6)$ • $(x-9)(x-7)$ • $x^2-8x+15$ • x^2+x-20 • $\frac{x^2-5x-14}{x+2}$ • $\frac{x^2+14x+45}{x+9}$ 6. Realizar mapas conceptuales de forma análoga y digital.			

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 6

Tabla 34. Rejilla de observación de Guía N° 6

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	N/A	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico – Algebraico	Comunicación	-Se hace la proyección de un video.
3. El docente hace la explicación de la combinación en el tablero.	Numérico – Algebraico	Comunicación	Luego, el docente explica paso a paso la combinación.
4. Se realizan unos ejercicios.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Los estudiantes realizan algunos ejercicios prácticos sobre la combinación.
5. Se elaboran los mapas conceptuales sobre la combinación vista.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	-Se elaboran mapas conceptuales.

Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 7

El objetivo de esta guía es que los estudiantes aplicarán un proceso para resolver por simple inspección el producto de expresiones de la forma $(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$, su respectiva relación y desarrollo de ejercicios mediante el respectivo cociente notable (Suma o diferencia de los cubos de dos cantidades entre la suma o diferencia de las cantidades) y caso de factorización (Suma o diferencia de cubos perfectos), para que finalmente se realice la combinación mediante la elaboración de un mapa conceptual.

Tabla 35. Guía N° 7. Combinación N°5

Guía de Trabajo N° 7 **Fecha: 24 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video "Suma y diferencia de cubos" 3. Conversatorio 4. Explicación la combinación en el tablero. **Combinación 5** **P.N** $(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ $(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$	-Aplicar un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo.	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador Guías de trabajo

		C.N $\frac{a^3+b^3}{a+b} = a^2 - ab + b^2$ $\frac{a^3-b^3}{a-b} = a^2 + ab + b^3$ **Factorización** $a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ 5. Realizar algunos ejercicios. • $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$ • $(5a-3b)(25a^2+15ab+9b^2)$ • x^6+8 • $1-216z^9$ • $\frac{27x^9-y^3}{3x^3-y}$ • $\frac{216y^{12}+343}{6y^4+7}$ 6. Realizar mapas conceptuales de forma análoga y digital.			

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 7

Tabla 36. Rejilla de observación de Guía N° 7

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	**N/A**	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico – Algebraico	Comunicación	-Se hace la proyección de un video.
3. El docente hace la explicación de la combinación en el tablero.	Numérico – Algebraico	Comunicación	Luego, el docente explica paso a paso la combinación.
4. Se realizan unos ejercicios.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Los estudiantes realizan algunos ejercicios prácticos sobre la combinación.
5. Se elaboran los mapas conceptuales sobre la combinación vista.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	-Se elaboran mapas conceptuales.

Fuente: Autor del proyecto

Guía de Trabajo N° 8

El objetivo de esta guía es que los estudiantes aplicarán un proceso para resolver por simple inspección el producto de expresiones de la forma $(ax^n + c) \cdot (bx^n + d)$, su respectiva relación y desarrollo de ejercicios mediante el respectivo cociente notable y caso de factorización $(rx^{2n} + sx^n + t)$, para que finalmente se realice la combinación mediante la elaboración de un mapa conceptual.

Tabla 37. Guía N° 8. Combinación N° 6.

Guía de Trabajo N° 8 **Fecha: 25 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Proyección del video 3. Conversatorio 4. Explicación la combinación en el tablero. **Combinación 6** **P.N** $(ax^n + c) \cdot (bx^n + d) = rx^{2n} + sx^n + t$ $Donde: r = a \cdot b;$ $s = (a \cdot d) + (c \cdot b)$ $t = c \cdot d$	-Aplicar un proceso para determinar por simple inspección el desarrollo.	-Estudiantes del grado Octavo -Docente investigador	•Tablero •Marcadores •Borrador •Televisor •Computador Guías de trabajo

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>

C.N

$$\frac{rx^{2n}+sx^n+t}{ax^n+c}=bx^n+d$$

$Donde: b=\frac{r}{a} \quad \wedge \quad d=\frac{t}{c}$

$$\frac{rx^{2n}+sx^n+t}{bx^n+d}=ax^n+c$$

$Donde: a=\frac{r}{b} \quad \wedge \quad c=\frac{t}{d}$

Factorización

$rx^{2n}+sx^n+t=(ax^n+c)(bx^n+d)$

5. Realizar algunos ejercicios.

- $(2x-3)(3x+1)$
- $(4x-5y)(7x+6y)$
- $4x^2+15x+9$
- $15x^4-23x^2+4$
- $\frac{3x^2+2x-8}{x+2}$
- $\frac{-8a^2+12ab-4b^2}{-a+b}$

6. Realizar mapas conceptuales de forma análoga y digital.

</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Fuente: Autor del proyecto

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 8

Tabla 38. Rejilla de observación de Guía N° 8

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	**N/A**	N/A	Se realizaron las actividades de rutina.
2. Proyección del video	Numérico – Algebraico	Comunicación	-Se hace la proyección de un video.
3. El docente hace la explicación de la combinación en el tablero.	Numérico – Algebraico	Comunicación	Luego, el docente explica paso a paso la combinación.
4. Se realizan unos ejercicios.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	Los estudiantes realizan algunos ejercicios prácticos sobre la combinación.
5. Se elaboran los mapas conceptuales sobre la combinación vista.	Numérico – Algebraico	Razonamiento-Comunicación	-Se elaboran mapas conceptuales.

Fuente: Autor del proyecto

7. DISCUSIÓN

Aunque los análisis realizados a los resultados en Matemáticas de las pruebas estandarizadas a nivel nacional, que miden el Índice Sintético de calidad Educativa (ISCE) son en cierta medida favorables para el Colegio Cooperativo, los resultados arrojados por las encuestas y la prueba diagnóstica ratificó lo planteado en el problema, que dio luces a la presente investigación con respecto a las falencias interpretativas, de análisis, deducción y generalización que vienen presentando los estudiantes del grado Octavo; actividades mentales que interfieren en los procesos cognitivos y por ende en el desarrollo del pensamiento lógico e influyen al momento de desarrollar procesos cognoscitivos. Identificadas estas falencias se diseñó una estrategia pedagógica apoyada en el uso de combinaciones para relacionar Cocientes notables, Productos Notables y Casos de Factorización por medio de mapas conceptuales para intervenirlas y minimizarlas, favoreciendo el desarrollo de procesos que les permita a los estudiantes aprender a pensar.

Piaget afirma que "el objetivo principal de la educación es crear personas capaces de hacer cosas nuevas, y no simplemente repetir lo que otras generaciones hicieron" (Tdea, 2012). Desde la investigación realizada se observó que estos cambios se lograron en la medida en que, desde el colegio el docente investigador promovió acciones en las cuales los estudiantes, haciendo uso de sus conocimientos previos realizan actividades en las cuales identifican, comparan, clasifican y organizan con ayuda de mapas conceptuales, estas acciones motivan en ellos el deseo de razonar, modelar y comunicar las soluciones a las diversas situaciones problema que se propusieron en las diferentes guías, asimismo, se infiere que en la medida en que estas acciones se refuerzan, los estudiantes se muestran más autónomos, reflexivos, analíticos y menos impulsivos a la hora de solucionar cada una de estas actividades, lográndose un aprendizaje significativo, que permite la asimilación y acomodación de la nueva información en sus estructuras mentales, favoreciendo la argumentación de sus acciones con explicaciones válidas y coherentes, es decir, son más conscientes y prudentes al momento de actuar.

A través de la investigación y según los resultados arrojados, las actividades que favorecieron al desarrollo del método de combinaciones por medio de mapas conceptuales causaron mayor impacto y motivación en los estudiantes, la comprensión y resolución de esta clase de actividades se hizo con mayor facilidad y seguridad; a su vez, al momento de la socialización, la comparación o revisión de las actividades, se logró que fuesen ellos mismos, quienes identificaran y justificaran la razón de los aciertos o errores presentados; mientras que las actividades cuyo planteamiento y desarrollo fue de una manera más tradicional, la solución se hizo más compleja y en la mayoría de los casos de la prueba diagnóstica no se alcanzó, sin embrago, a través de las diferentes guías y la constante ejercitación tanto con actividades concretas como abstractas y haciendo uso de los métodos inductivo y deductivo, se mejoró gradualmente la capacidad de análisis, interpretación y abstracción en los estudiantes, permitiendo así una mejor estructuración mental de las ideas y de los procedimientos a seguir para llegar a plantear soluciones, del mismo modo, se observó la aplicación de nuevas estrategias por parte de los educandos, tales como el uso de mapas conceptuales para las demás áreas del conocimiento y combinaciones en relación de otras temáticas tanto en matemáticas como en las demás áreas. Si se tiene en cuenta que las edades de los estudiantes partícipes del proceso investigativo oscila entre los 12 y 15 años y que según la explicación genética de la inteligencia, el estadio o etapa pertinente para esta edad es la de operaciones formales; los procesos observados en los estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil, contrastan con los aportes de esta teoría porque no se demuestra a través del uso lógico de los símbolos la relación con los conceptos abstractos en el caso específico de la diferenciación entre productos notables, cocientes notables y casos de factorización, sin embargo, es importante resaltar que la motivación (intrínseca o extrínseca), la interacción social y con el entorno, también son aspectos importantes que influyen en el desarrollo del pensamiento lógico.

La aplicación de la estrategia pedagógica también permitió evidenciar que cuando se organizan ideas principales y secundarias jerárquicamente y combinando tres temas principales ayuda con el desarrollo del pensamiento. En la prueba diagnóstica, se observó que durante la realización de la misma los estudiantes presentaron dificultad para identificar una producto notables, cociente notable y caso de factorización y el desarrollo de ejercicios de este tipo, de igual forma, se observa un bajo nivel en el razonamiento matemático y la resolución de problemas lo que hace que se dificulte relacionar la información del ejercicio con los pre saberes, para dar cuenta de una información que aunque no aparece de manera explícita en los enunciados, es fundamental comprenderla y extraerla para poder plantear soluciones a las situaciones expuestas.

En la medida en que se ejecutaron las acciones planteadas desde la construcción de mapas conceptuales por el método de combinaciones, se fortaleció la capacidad de comunicación matemática, razonamiento, formulación y resolución de problemas; los productos notables, cocientes notables y casos de factorización paso de ser un lenguaje abstracto con dificultad para aprender a reconocer y resolver cada tema aplicándolo en el contexto acorde a la edad cognitiva de los estudiantes y en cuanto a los procesos de cada combinación se observó una mejor jerarquización y relación de ideas, lo que demuestra la madurez actitudinal y el desarrollo de conceptos que conllevaron a un progreso intelectual que los escolares mostraron frente al desarrollo de cada una de las acciones propuestas en las guías de trabajo.

La implementación en los estudiantes del método innovador de combinaciones entre producto notables, cocientes notables y casos de factorización permitió involucrarlos con más facilidad en las acciones desarrolladas, de igual forma el uso de los conocimientos previos en contexto, permitió el desarrollo de procesos de razonamiento en los cuales los estudiantes requieren no solo de comprender y entender conceptos, sino de operar con ellos.

Realizando una revisión general de la estrategia pedagógica y los alcances de la misma a lo largo del desarrollo de las guías de trabajo y la prueba final se infiere que los resultados arrojados lograron satisfacer el propósito para el cual fue diseñada.

8. CONCLUSIONES

Se concluye que el método de combinaciones promueve un aprendizaje significativo en la adquisición de las competencias matemáticas en los estudiantes de grado Octavo del colegio Cooperativo de San Gil.

Después de haber realizado el proceso de investigación con todas las actividades de aprendizaje desarrolladas, se puede concluir que los estudiantes de grado Octavo si mejoraron en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos en sus competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas. Lo anterior, se evidencia en el proceso de levantamiento, análisis e interpretación de la información.

Durante el desarrollo e implementación del método de combinaciones los estudiantes del grado Octavo del Colegio Cooperativo de San Gil, estuvieron muy motivados, participaron activamente en el desarrollo de las actividades propuestas, interactuaron en el software Cmaptools y desarrollaron competencias digitales y sociales en el aula.

Los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a los 22 estudiantes de Noveno grado del colegio Cooperativo de San Gil permitieron evidenciar las dificultades en el variacional en sus competencias de resolución, comunicación y razonamiento. Por consiguiente, se desarrolló la estrategia didáctica que permitió estimular el aprendizaje de las matemáticas y el fortalecimiento de las competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas. Finalmente, con la aplicación de la prueba final se pudo verificar que un 93% de los estudiantes mejoró en las competencias matemáticas.

El impacto social del proyecto en la comunidad educativa fue positivo, otros colegas lo están implementando en sus aulas, los padres de familia se han acercado al docente para conocer más del proyecto y ello gracias a la motivación que han notado en sus hijos hacia el área de matemáticas y hacia el uso del software.

La metodología utilizada en la investigación fue la acertada ya que hubo participación de los estudiantes y del docente de aula en el trabajo colaborativo, que inició con la encuesta aplicada a estudiantes de Octavo y Noveno grado, posteriormente con la aplicación de una prueba diagnóstica, luego con la parte práctica en el desarrollo de las actividades propuestas y finalmente con la aplicación de la prueba final a estudiantes.

9. RECOMENDACIONES

Es primordial que los docentes de secundaria propongan a sus estudiantes situaciones contextualizadas en donde se les permita explorar, construir estructuras, plantear preguntas y posibles soluciones a lo planteado mediante el uso de las TIC.

-Falta dinamizar el uso y apropiación de las TIC, sin lugar a duda, es necesario mirar el contexto y los niveles de desarrollo profesional de la comunidad educativa.

-Falta de ambientes colaborativos que permitan optimizar el aprendizaje del estudiante en el aula o espacio virtual y por ende de transformar las prácticas docentes.

-Contar con el tiempo suficiente para trabajar cada una de las actividades propuestas (Gestión de aula y uso del tiempo efectivo de clase).

REFERENCIAS

Aja, J. M. & otros (2000). Enciclopedia general de la educación. España: Editorial Océano.

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, 1, 1-10.

Beltrán, J. F. P., & Herrera, F. P. Aportes de la educación para la convivencia al proyecto de investigación el software libre como estrategia neuropedagógica (tricerebral) en el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas, de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa San José María Escrivá de Balaguer del Municipio de Chía.

Bonilla, G. F. R. (2011). Uso adecuado de estrategias metodológicas en el aula. Investigación educativa, 15(27), 181-188.

Cañas, A. J., Ford, K. M., Hayes, P. J., Reichherzer, T., Suri, N., Coffey, J. & Hill, G. (1997). Colaboración en la construcción de conocimiento mediante mapas conceptuales. *Institute for Human and Machine Cognition-University of West Florida.*

Castillo & Barberán, J. M. D. C. O. (1996). Mapas conceptuales en matemáticas. Números, (27), 45-58.

Ceballos Rincón, O. I. (2013). Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, dirigido a estudiantes de primer semestre del programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío.

De, C. P. D. C. (1991). Constitución política de Colombia de 1991. Bogotá: sn.

De Educación, L. G. (1994). Ley 115 febrero 8 de 1994. Ediciones Populares.

De Los Ríos, A. G. (2016). El póquer como propuesta lúdica para afianzar el conocimiento de los primeros 7 casos de factorización.

De Matemáticas, M. L. C. A. (1998). Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá Julio de 1998.
Matemáticas, E. B. D. C. E. (2007). Ministerio de educación Nacional.

De la prestación, D. S. E. Decreto 1860 de 1994.

Díaz, F., & Hernández, G. (1999). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. F. Díaz Barriga, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, 79-111.

Fairstein, G., & Gissels, S.(2004). Cómo se aprende.

Fernández Roiz, B. (2011). Estimulación cognitiva en niños de segundo ciclo de infantil.

García, J. (2010). Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura.

Guerrero, D., & Moreno, D. (2013). Un Análisis del tratamiento didáctico del producto notable (cuadrado de la suma de dos términos) en el libro de texto hipertexto de matemáticas 8.

Gutiérrez, L. (2017). Paradigmas cuantitativo y cualitativo en la investigación socio-educativa: proyección y reflexiones. Paradigma, 14(1y2), 7-25.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo primer encuentro de profesores de matemáticas del nivel medio superior. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Hurtado de Barrera, J. (2010). Guía para la comprensión holística de la ciencia. Caracas: Fundación Sypal.

ICFES (2013). Colombia en PISA 2012. Tomado de https://bit.ly/2zug0SB

Jiménez Ardila, S. M., & Salazar Fino, V. P. (2013). Propuesta didáctica: tabletas algebraicas como una alternativa de enseñanza del proceso de factorización de algunos polinomios de segundo grado.

Latorre, A., & González, R. (1992). El maestro investigador: la investigación en el aula. Graó.

Mejía, M. F. (2004). *Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas* (Doctoral dissertation, Universidad del Valle).

Ministerio de Educación Nacional (2016). Matrices de Referencia. Tomado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/93217

Ministerio de Educación Nacional (2016). Derechos básicos de aprendizaje de Matemáticas. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siemprediae/93226

MEN (2013). ¿Por qué somos tan malos en matemáticas? Énfasis en lo memorístico y uso de fórmulas sin contexto influyen en desempeño de los estudiantes. Recuperado de http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13088961

Morán Galindo, M. J. (2014). Material didáctico para el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje de la factorización en grado octavo del Colegio San Francisco de la ciudad de Tuluá.

Moreira, M. A. (1997). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. Actas del encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo, 19, 44.

Moser, H. (1978). La investigación acción como nuevo paradigma en las ciencias sociales. Crítica y política en ciencias sociales, 1.

Muñoz, M., & Ríos, C. (2008). Nociones Básicas sobre Álgebra: Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes en los procesos de aprendizaje de los conceptos básicos sobre Álgebra.

Muñoz Sigüenza, I. K. (2015). Eficacia del Programa de Competencia Social "Relacionarnos Bien" en el desarrollo de las habilidades fundamentales en niños y niñas de 3 a 4 años (Bachelor's thesis, Quito: UCE).

Murcia, M. E., & Henao, J. C. (2015). Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. Entre Ciencia e Ingeniería, 9(18), 23-30.

Novak, J. D., & González, C. (1998). Conocimiento y aprendizaje: los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas.

Novoa, J. B. (2012). El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado.

Novotná, J., & Hoch, M. (2008). How structure sense for algebraic expressions or equations is related to structure sense for abstract algebra. Mathematics Education Research Journal, 20(2), 93-104.

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013). PISA 2012 results in focus: what 15-year-olds know and what they can do with what they know. Washington, DC: Author.

Olave, T. M., & Curicó, L. L. C. M. (2008). Dificultades en la práctica de productos notables y factorización. *Revista del Instituto de Matemática y Física. Año, 11*(15).

Osorio, G. W., Giraldo, A. M. V., Salcedo, E. A. H., & Zuluaga, H. G. EL ÁLGEBRA GEOMÉTRICA COMO MEDIADORA EN LA ENSEÑANZA DE LA FACTORIZACIÓN Y LOS PRODUCTOS NOTABLES.

Ospina Parra, C. A. (2013). La comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual en Ingenieria de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales.

Pérez, Z. P. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. Revista electrónica educare, 15(1), 15-29.

Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). Cómo plantear y resolver problemas (No. 04; QA11, P6.). México: Trillas.

PISA, O. (2012). Results in focus. 2014-02-17]. http://www, oecd. org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-o-verview, pdf.

Potosí, S., & Patricio, R. (2011). *La comprensión matemática de los productos notables, cocientes notables y descomposición factorial en el décimo año de los Colegios "Víctor Mideros"* *y "Daniel Reyes" de la Parroquia de San Antonio de Ibarra. Propuesta de Metodología Lúdica a través de Software* (Bachelor's thesis).

Rodríguez, J. M. (2011). Métodos de investigación cualitativa qualitativeresearchmethods. Revista de la Corporación Internacional para el Desarrollo Educativo Bogotá–Colombia. SILOGISMO, 8.

Villamizar, F. (2011). Proceso de enseñanza-aprendizaje en la matemática.

Velandia, M. (2013). Trabajo en equipo. España.

Vílchez, E. (2005). Impacto de las Nuevas Tecnología de la información y la comunicación para la enseñanza de la matemática en la educación superior. Recuperado el 23 de marzo de 2014 de http://www.tecdigital.itcr.ac.cr/revistamatematica/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/ImpactoTecn.

APÉNDICE A1

EJILLA DE OBSERVACIÓN PRUEBA DIAGNÓSTICA

UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE EDUCACIÓN

REJILLA DE OBSERVACIÓN

FECHA: 1 de Febrero de 2017
ESCENARIO: Aula de Clase
JUSTIFICACIÓN: Diagnosticar los conocimientos previos los estudiantes de noveno grado en la resolución situaciones problémicas.

Tabla. Rejilla de observación de Prueba Diagnóstica

Matemáticas			
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. De acuerdo a los siguientes ejercicios, escribe la frente de cada uno P.N. si corresponde a un Producto Notable, C.N. si es un Cociente Notable o FACT., si corresponde a un Caso de Factorización.	Variacional y Sistema Algebraico y Analítico	Razonamiento Matemático	Se observa mucha incertidumbre por parte de la mayoría de los estudiantes, algunos manifiestan no recordar que eran productos notables, cocientes notables y factorización
2. Relacionar correctamente por medio de una línea los ejercicios que están en la columna de la izquierda con las respuestas que están en la columna de la derecha.	Variacional y Sistema Algebraico y Analítico	Modelación	En un comienzo los estudiantes no entendieron el desarrollo de la actividad, después de una breve explicación por parte del investigador, se observa una disposición desfavorable de la gran mayoría de estudiantes al desarrollo del mismo.
3. Resolver los siguientes casos de factorización	Variacional y Sistema Algebraico y Analítico	Razonamiento Matemático	Falencias para resolver los ejercicios de factorización, la gran mayoría no responden nada por no acordarse del tema, muy pocos estudiantes resuelven uno o dos ejercicios con gran dificultad.

Fuente: Autor del proyecto

APÉNDICE A2

REJILLA DE OBSERVACIÓN. GUIA N° 1

UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE EDUCACIÓN

REJILLA DE OBSERVACIÓN DE GUÍA N° 1

Tabla. Rejilla de observación de Guía N° 1

	Matemáticas		
Actividad	**Pensamiento**	**Procesos generales**	**Observaciones**
1. Saludo	N/A	N/A	Al momento de iniciar la clase, los estudiantes muestran entusiasmo y expectativa sobre lo que se va a desarrollar
2. Video Motivacional	N/A	N/A	Durante la reproducción del video todos los estudiantes se mostraron conmovidos y motivados consecuencia del mensaje del mismo.
3.Conocimientos de pre - saberes	Numérico - Algebraico	Comunicación - Razonamiento	En el momento de hacer las preguntas a los estudiantes para conocer sus conceptos previos, la gran mayoría no recuerda la equivalencia de producto y cociente con operaciones matemáticas, sólo 5 estudiantes responden correctamente las preguntas hechas.
7. Clase magistral	Numérico - Algebraico	Modelación - Comunicación	Ya en la clase magistral, se hace un refuerzo de los pre – saberes con los nuevos conocimientos para generar aprendizaje significativo, durante el desarrollo de la misma, los estudiantes se muestran atentos a la explicación, hacen varias preguntas para dejar claro algunas inquietudes
8. Desarrollo guía de trabajo N°1	Numérico - Algebraico	Razonamiento - Comunicación	• En el desarrollo de la guía, algunos estudiantes tuvieron algunas dificultades para entender el primer punto que era escribir un número en forma de producto y cociente, después del despeje de dudas por parte del investigador, se desarrolló sin ningún problema.

			• Durante el desarrollo del segundo punto de la guía de trabajo, los estudiantes fueron capaces de terminar los ejercicios sin necesidad de la ayuda del investigador puesto que ya había aclarado las dudas en el numeral anterior. • En el punto 3 de la guía, los estudiantes se mostraron entusiasmados y muy dispuestos a desarrollar los ejercicios, ya que les gusto la combinación de figuras con matemáticas por medio de los acertijos.
9. Retroalimentación del tema	Algebraico	Comunicación	Para finalizar las actividades, se realizó una retroalimentación de los temas vistos, los estudiantes expusieron lo entendido del tema y también manifestaron algunas dudas finales donde se les aclaro sus inquietudes.

Fuente: Autor del proyecto

APÉNDICE B

Consentimiento informado a Padres de familia

INSTITUTO DE FORMACIÓN Y DESARROLLO SOCIAL COOMULDESA "INSTITUTO COOMULDESA"	CC-F-030 Fecha 05 Septiembre 2017 Versión 1.0
FORMATO AUTORIZACIÓN PADRES DE FAMILIA	

Yo [illegible] identificado (a) con C.C No [illegible] de [illegible] en mi condición de padre y/o acudiente del alumno (a) [illegible] del grado [illegible] identificado (a) con documento de identidad No [illegible] autorizo para que participe en las actividades organizadas por el docente Héctor Henry Quiroga Ariza en el desarrollo del trabajo de grado "método de combinaciones"

FIRMA PADRE DE FAMILIA Y / O ACUDIENTE

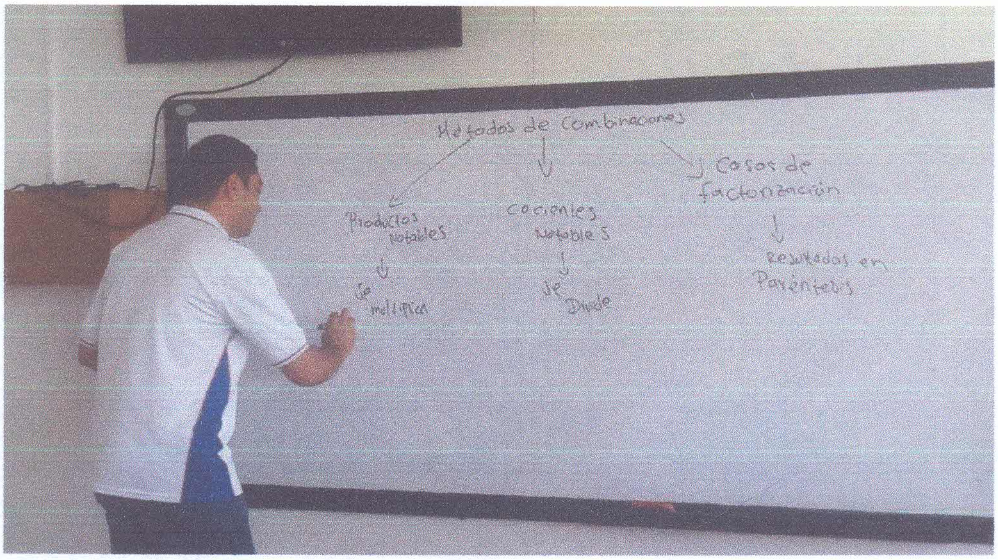
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Carta de permiso firmada por padres de familia sobre el uso de fotografías de los estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

INSTITUTO DE FORMACIÓN Y DESARROLLO SOCIAL COOMULDESA "INSTITUTO COOMULDESA"	CC-F-030 Fecha 05 Septiembre 2017 Versión 1.0
FORMATO AUTORIZACIÓN PADRES DE FAMILIA	

Yo Cesar Augusto Díaz Medina identificado (a) con C.C No 91073033 de S/rnar G/o en mi condición de padre y/o acudiente del alumno (a) Cesar David Díaz Pinto del grado 9° identificado (a) con documento de identidad No 1005464244 autorizo para que participe en las actividades organizadas por el docente Héctor Henry Quiroga Ariza en el desarrollo del trabajo de grado "método de combinaciones"

FIRMA PADRE DE FAMILIA Y / O ACUDIENTE

[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Carta de permiso firmada por padres de familia sobre el uso de fotografías de los estudiantes de Noveno grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



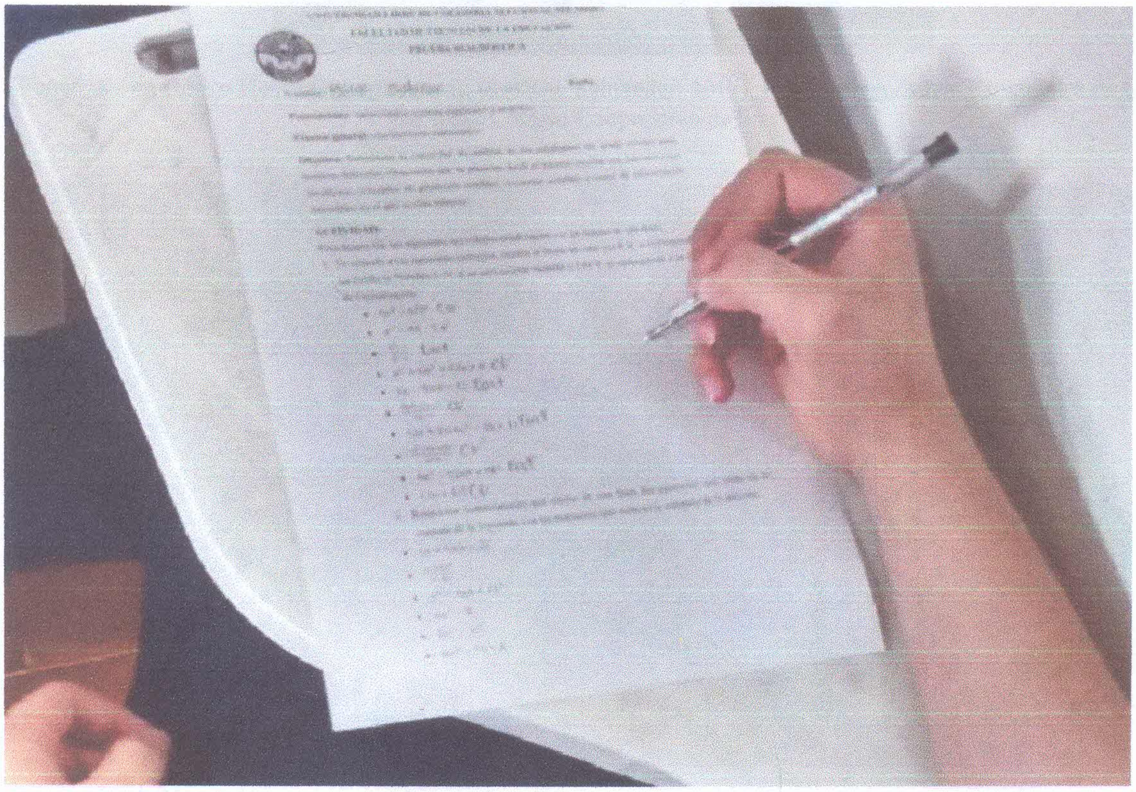
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Explicación del método de combinación a estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Explicación del método de combinación a estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

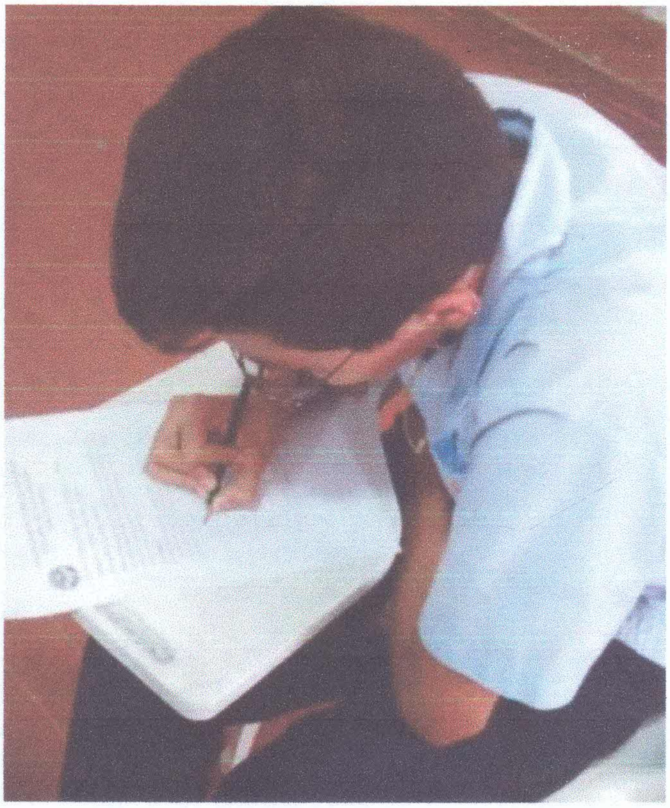
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Elaboración de mapa conceptual. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Socialización de mapa conceptual. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba diagnóstica. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

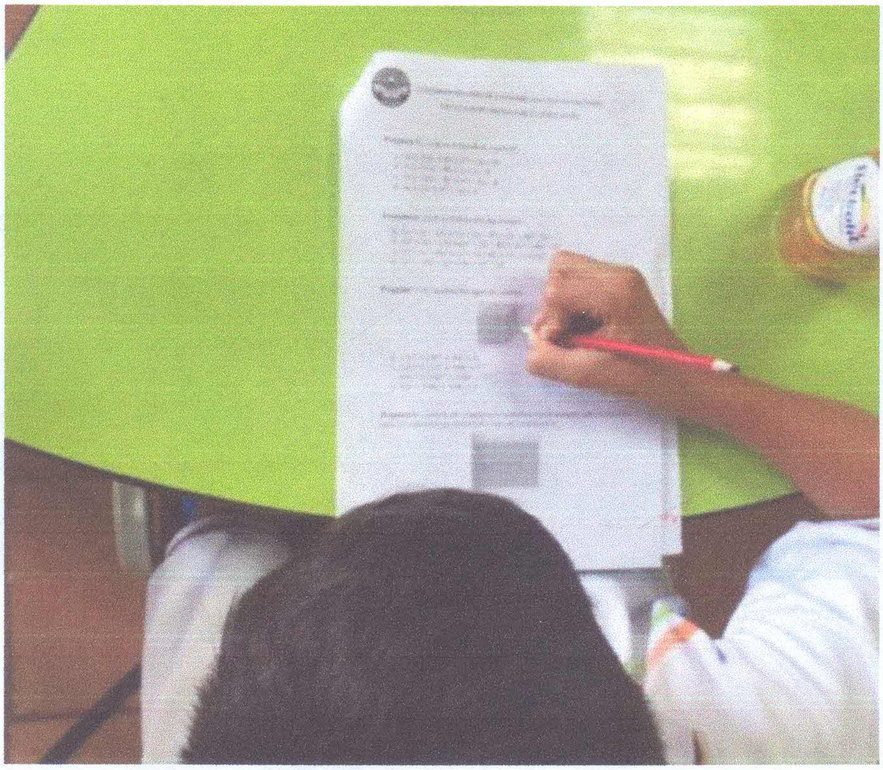


[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba diagnóstica. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



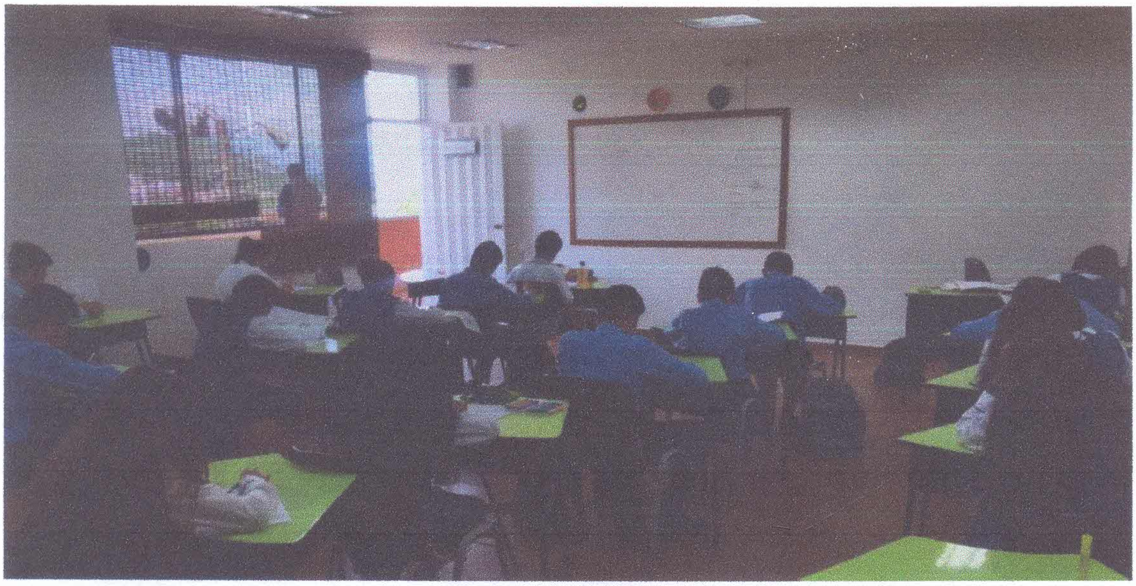
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba diagnóstica. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba diagnóstica. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

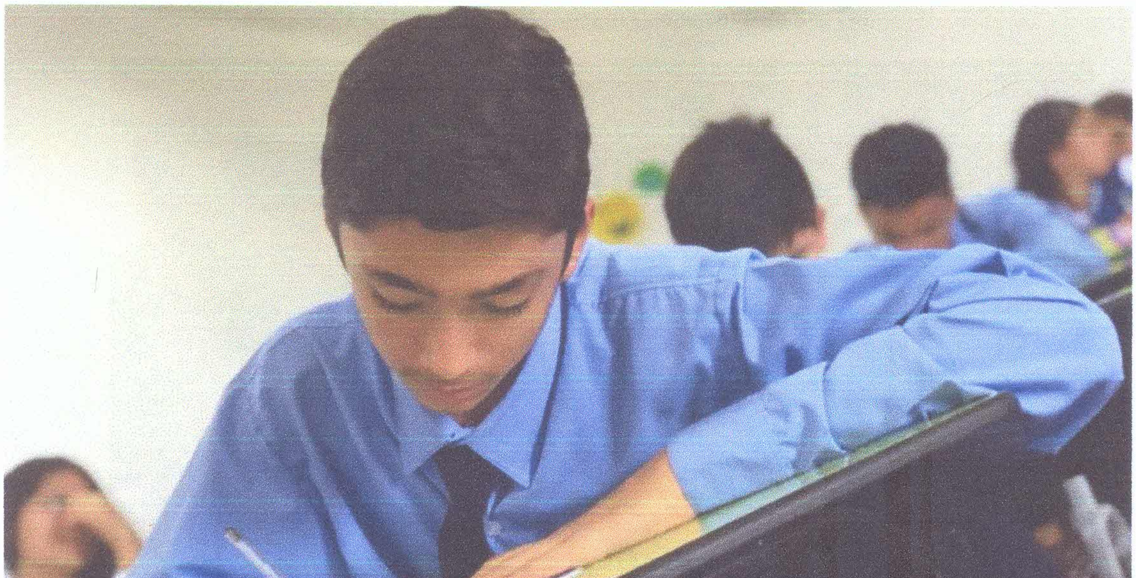


[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba final. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

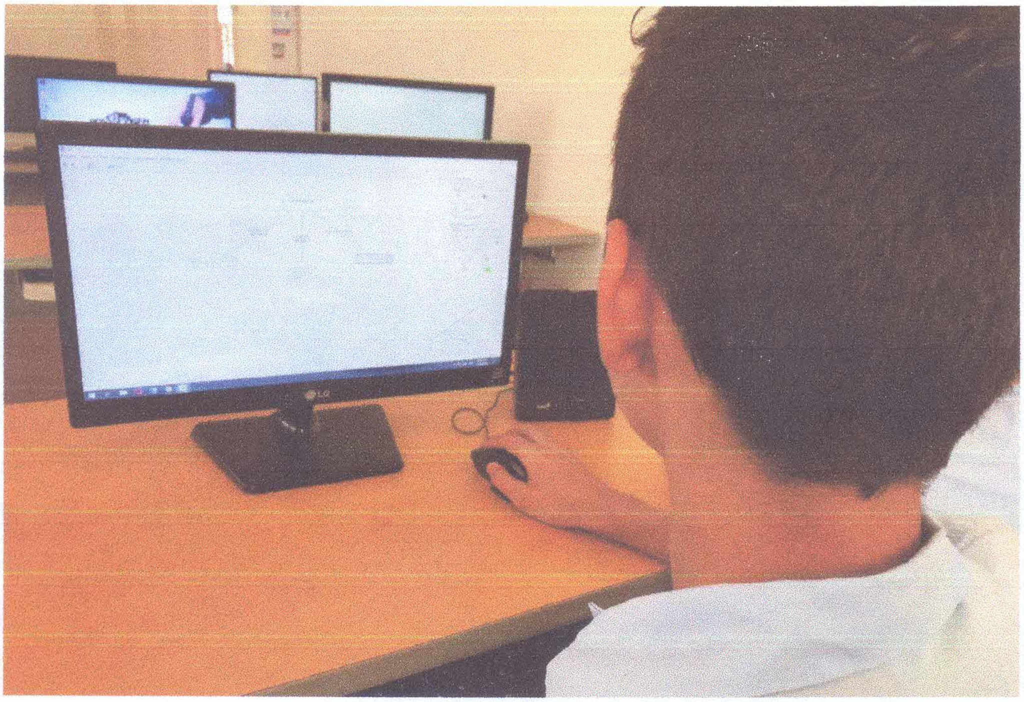
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba final. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



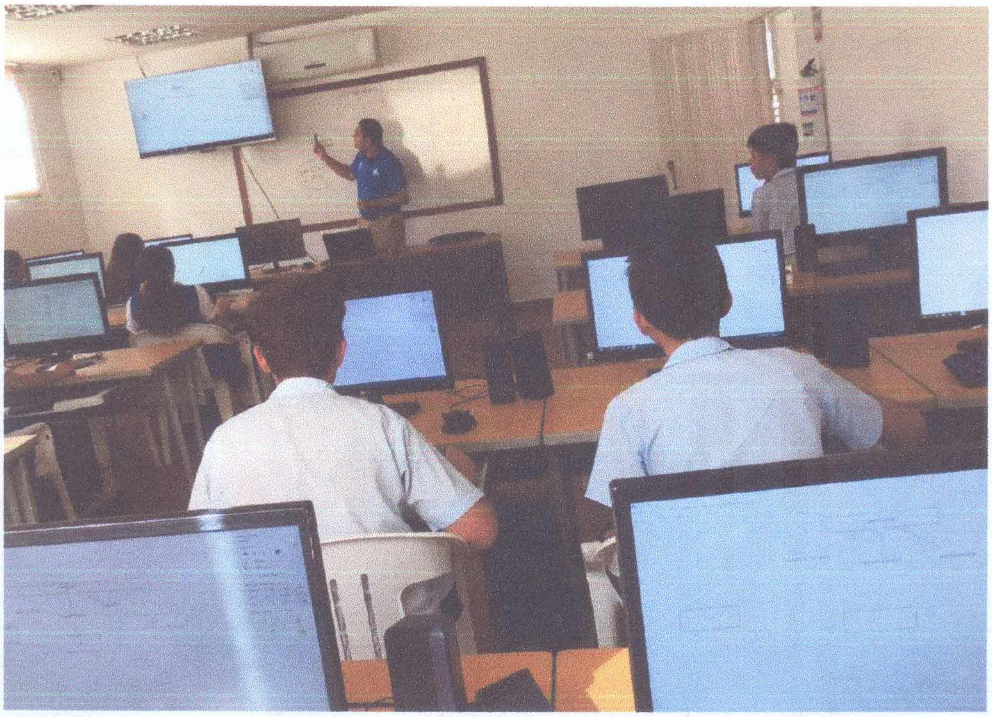
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba final. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



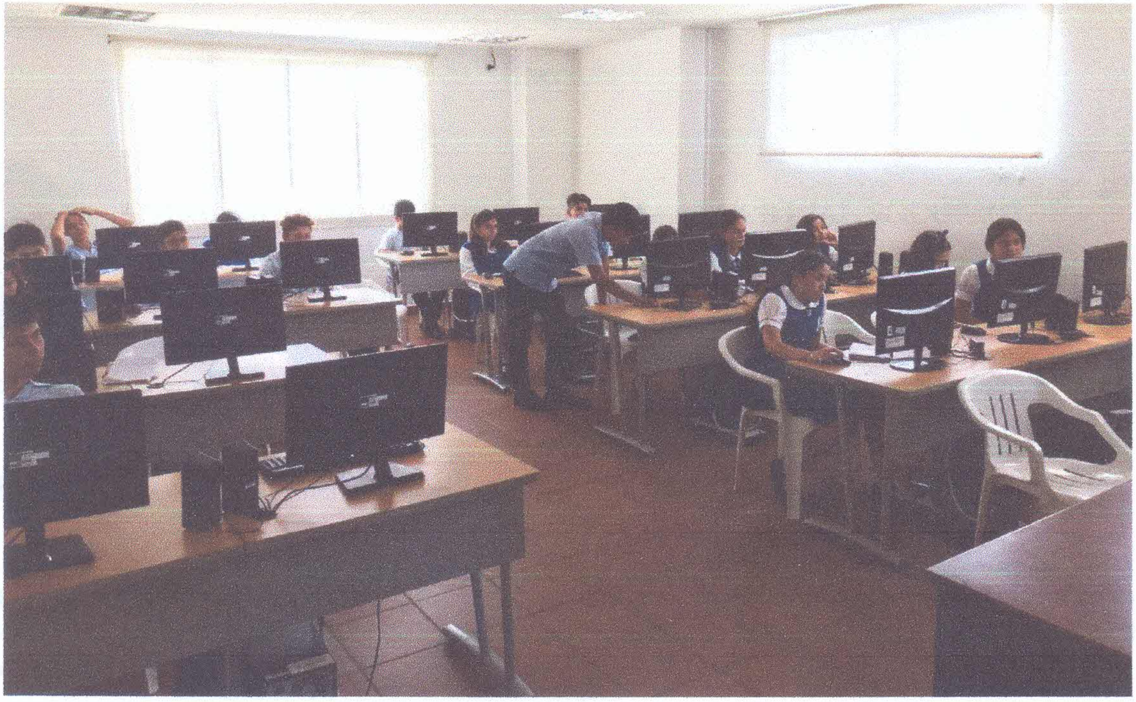
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Prueba final. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



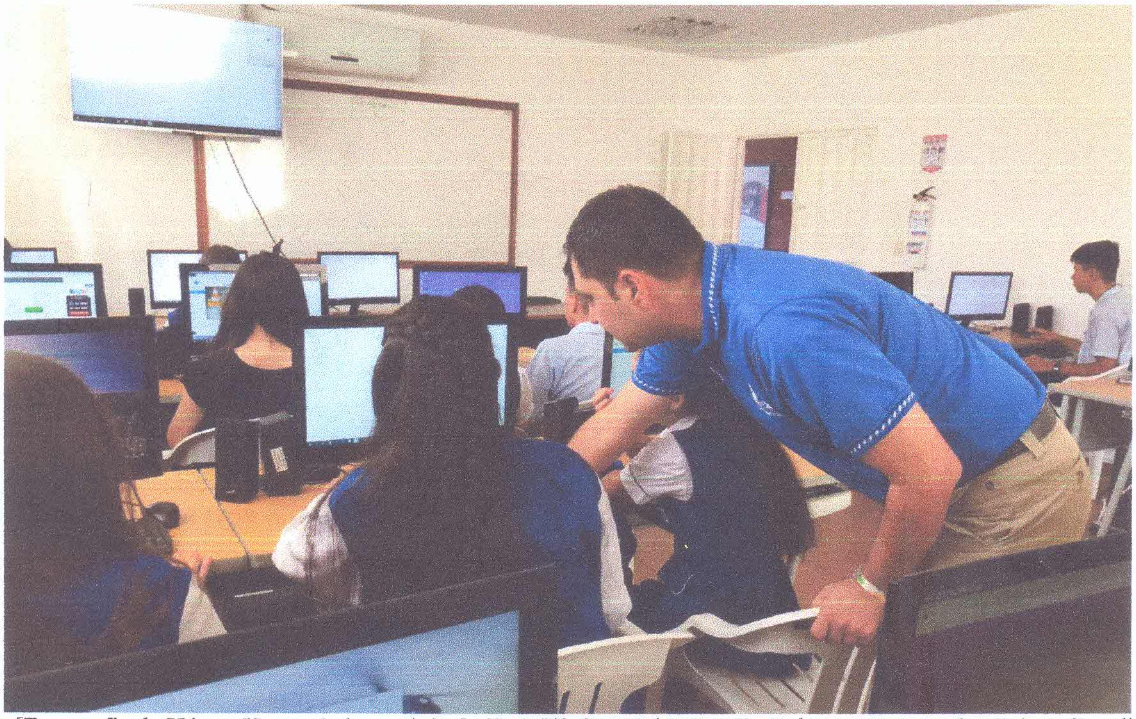
[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Software Cmaptools: Guía 1. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Software Cmaptools: Guía 1. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Software Cmaptools: Guía 2. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.



[Fotografía de Héctor Henry Quiroga Ariza]. (San Gil, Santander. 2017). Software Cmaptools: Guía 1. Estudiantes de Octavo grado del Colegio Cooperativo de San Gil.

APÉNDICE C1

Encuesta 1

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ENCUESTA A ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO

Nombre: ____ Fecha: ____________

Objetivo: Diagnosticar el tiempo de estudio de los estudiantes del grado Octavo.

Apreciado estudiante: Lo invito a participar de una encuesta que permitirá evidenciar el tiempo que dedica para estudiar el área de Matemáticas. Marca con una X la respuesta que consideres acertada.

1. ¿Cuánto tiempo dedica a estudiar para un examen de álgebra?

a. Menos de una hora

b. 1-2 horas

c. 2-3 horas

d. Más de 3 horas

2. ¿Qué opina de la forma cómo se evalúa en algebra?

a. Buena

b. Regular

c. Mala

3. ¿Después de tres semanas, recuerda lo que te enseñaron en la primera semana?

a. Todo

b. Algunas cosas

c. Nada

APENDICE C2

Encuesta 2

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ENCUESTA A ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO

Nombre: ____ **Fecha:** ____________

Objetivo: Diagnosticar el tiempo de estudio de los estudiantes del grado Noveno.

Apreciado estudiante: Lo invito a participar de una encuesta que permitirá evidenciar el tiempo que dedica para estudiar el área de Matemáticas. Marca con una X la respuesta que consideres acertada.

1. ¿Cuánto tiempo dedica a estudiar para un examen de algebra?

a. Menos de una hora

b. 1-2 horas

c. 2-3 horas

d. Más de 3 horas

2. ¿Qué opina de la forma cómo se evalúa en algebra?

a. Buena

b. Regular

c. Mala

3. ¿Después de tres semanas, recuerda lo que te enseñaron en la primera semana?

a. Todo

b. Algunas cosas

c. Nada

4. ¿De las clases de álgebra vistas el año anterior, recuerdas los casos de factorización, productos y cocientes notables?

a. Todo

b. Algunas cosas

c. Ninguno

- $\frac{x^2+9x+20}{x+4}$
- $4a^2 - 12ab + 9b^2$
- $(2x + 1)^3$

2. Relacionar correctamente por medio de una línea los ejercicios que están en la comuna de la izquierda con las respuestas que están en la columna de la derecha.

   - $(x + 5)(x - 2)$
   - $\frac{1-64a^3}{1-4a}$
   - $a^2 - 4ab + 4b^2$
   - $4a^2 - 9$
   - $(x^2 - 3)^3$
   - $6x^2 - 5x - 6$

   - $(a - 2b)^2$
   - $(2x - 3)(3x + 2)$
   - $x^2 + 3x - 10$
   - $x^6 - 9x^4 + 27x^2 - 27$
   - $1 + 4a + 16a^2$
   - $(2a - 3)(2a + 3)$

3. Resolver los siguientes casos de factorización:

   - $10a^2 + 11a + 3$
   - $n^2 + 6n - 16$
   - $a^2 - 25$
   - $a^2 + 2ab + b^2$
   - $1 + 12a + 48a^2 + 64a^3$
   - $y^3 + 1$

Punto 1. De acuerdo a los siguientes ejercicios, escribe al frente de cada uno P.N. si corresponde a un Producto Notable, C.N. si es un Cociente Notable o FACT., si corresponde a un Caso de Factorización. De las 22 pruebas aplicadas a los estudiantes de Noveno, un 19,6% identificó correctamente lo que se les pedía mientras que un 80,4% aún posee dificultad, lo que evidencia falencias en la competencia de razonamiento y resolución de problemas, así como en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

Tabla. Prueba diagnóstica: Punto 1. Grado Noveno

Punto 1	Aciertos	Porcentaje %	Desaciertos	Porcentaje %
a. $(a^3 - b^3)^2$	4	0,18	18	0,82
b. $x^2 - 49$	7	0,32	15	0,68
c. $\frac{n^2-1}{n-1}$	5	0,23	17	0,77
d. $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$	3	0,14	19	0,86
e. $(x-3)(x-4)$	2	0,09	20	0,91
f. $\frac{6x^2-7x-3}{2x-3}$	3	0,14	19	0,86
g. $(2x+1)(4x^2-2x+1)$	4	0,18	18	0,82
h. $\frac{x^2+9x+20}{x+4}$	6	0,27	16	0,73
i. $4a^2 - 12ab + 9b^2$	5	0,23	17	0,77
j. $(2x+1)^3$	4	0,18	18	0,82

Fuente: Autor del proyecto

Punto 2. Relacionar correctamente por medio de una línea los ejercicios que están en la columna de la izquierda con las respuestas que están en la columna de la derecha. De los 22 estudiantes encuestados un 13% lo hizo correctamente mientras que un 87% presenta notable dificultad al relacionar los ejercicios con sus respuestas correspondientes, lo que evidencia falencias en la competencia de razonamiento , resolución de problemas y comunicación, así como en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

Tabla. Prueba diagnóstica: Punto 2. Grado Noveno

Punto 2	Aciertos	Porcentaje %	Desaciertos	Porcentaje %
a. $(x+5)(x-2)$	2	0,09	20	0,91
b. $\frac{1-64a^3}{1-4a}$	1	0,05	21	0,95
c. $a^2-4ab+4b^2$	3	0,14	19	0,86
d. $4a^2-9$	5	0,23	17	0,77
e. $(x^2-3)^3$	4	0,18	18	0,82
f. $6x^2-5x-6$	2	0,09	20	0,91

Fuente: Autor del proyecto

Punto 3. Resolver los casos de factorización propuestos. Respecto a esta actividad la mayoría de los estudiantes poseen gran dificultad al resolver los ejercicios propuestos, es decir, sólo un 10% de los estudiantes acertó en algunos ejercicios mientras que un 90% no, lo que evidencia falencias en la competencia de resolución de problemas, así como en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

Tabla. Prueba diagnóstica: Punto 3. Grado Noveno

Punto 3	Aciertos	Porcentaje %	Desaciertos	Porcentaje %
a. $10a^2+11a+3$	*1*	0,05	21	0,95
b. $n^2+6n-16$	*3*	0,14	19	0,86
c. a^2-25	*6*	0,27	16	0,73
d. $a^2+2ab+b^2$	*3*	0,14	19	0,86
e. $1+12a+48a^2+64a^3$	*0*	*0*	*22*	*1*
f. y^3+1	*0*	*0*	*22*	

Fuente: Autor del proyecto

APÉNDICE E

Prueba Final

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PRUEBA FINAL

NOMBRE: ____ **GRADO:** ___________

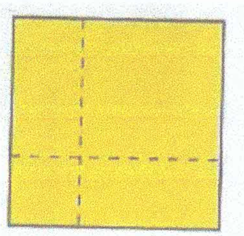
Pensamiento: variacional y sistema algebraico y analítico

Proceso general: razonamiento matemático

Objetivo: identificar aspectos relacionados con el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos en sus procesos de modelación, razonamiento y resolución.

Apreciado estudiante: Lo invito a participar de una actividad final que permitirá evidenciar los aprendizajes en el componente variacional y sistema algebraico en sus procesos matemáticos. Debes marcar con una X la respuesta que consideres correcta.

Pregunta 1. El área del siguiente cuadrado es:



$3x + 4y$

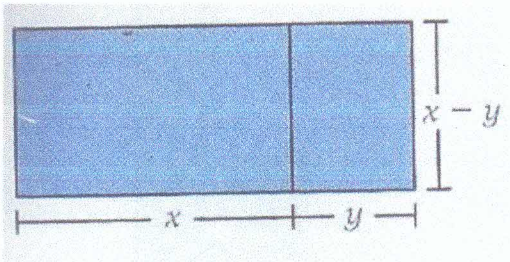
a. $9x^2 + 24xy + 16y^2$

b. $6x^2 + 24xy + 16y^2$

c. $9x^2 + 12xy + 16y^2$

d. $9x^2 + 24xy + 8y^2$

Pregunta 2. ¿Cuál es la igualdad que representa el área de la siguiente gráfica?



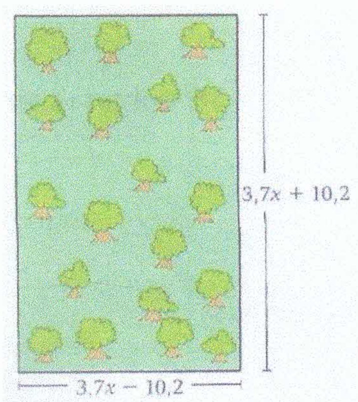
a. $x^2 - xy = x\,(x - y)$

b. $x - y = x\,(x - y)$

c. $(x - y)\,(x + y) = x^2 - y^2$

d. $x - xy = (x - y)$

Pregunta 3. La expresión algebraica que determina el área del terreno es:



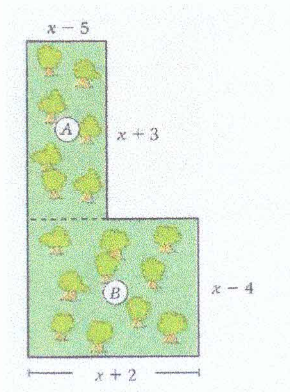
a. $(3{,}7)^2 - (10{,}2)^2$

b. $13{,}69\,x^2 - 104{,}04$

c. $13{,}69\,x - 104{,}04\,x$

d. $(3{,}7) - (10{,}2)$

Las preguntas 4, 5 y 6 se responden teniendo en cuenta la siguiente gráfica:



Pregunta 4. ¿Cuál es el área de la región A?

a. $(x-5)\ (x+3) = x^2 - 2x - 15$

b. $(x+5)\ (x-3) = x - 2x - 15$

c. $(x+5)\ (x+3) = x + 2x + 15$

d. $(x+5)\ (x+3) = x^2 + 2x^2 + 15$

Pregunta 5. ¿Cuál es el área de la región B?

a. $(x+2)\ (x+4) = x^2 - 2x - 8$

b. $(x+2)\ (x-4) = x - y - 8$

c. $(x+2)\ (x-4) = x^2 - 2x - 8$

d. $(x+2)^2 = x^2 - xy - 4$

Pregunta 6. ¿Cuál es el área total del terreno?

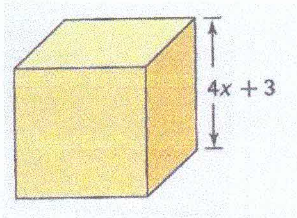
a. $(x - 2x - 15) + (x - 2x - 8) = 2x - 4x - 23$

b. $(x^2 - 2x - 15) + (x^2 - 2x - 8) = 2x^2 - 4x - 23$

c. $(x^2 - x - 15) + (x^2 - x - 8) = x^2 - x + 23$

d. $(x^2 - 15) + (x^2 - 8) = x^2 - 23$

Pregunta 7. El volumen del siguiente cubo es:



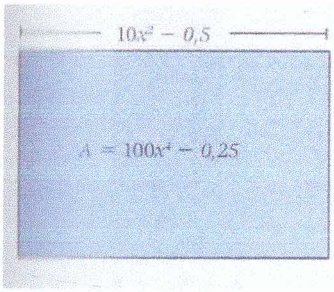
a. $12x^3 + 24x^2 + 24x + 9$

b. $12x^3 + 12x^2 + 108x + 9$

c. $63x^3 + 144x^2 + 108x + 27$

d. $63x + 144x + 108x + 9$

Pregunta 8. La altura del rectángulo se determina por el cociente entre el área y la base. La expresión que determina la base del rectángulo es:



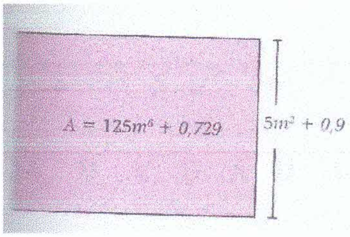
a. $100x^4 - 0,25 / 10x^2 - 0,5 = 10x^2 + 0,5$

b. $100x - 0,25 / 10x^2 + 0,5 = 10x^2 - 0,5$

c. $100x^2 - 0,25 / 10x + 0,5 = 10x - 0,5$

d. $10x + 0,25 / 10x + 0,5 = 10x + 0,5$

Pregunta 9. La base del rectángulo se determina al calcular el cociente entre su área y su altura. La expresión que determina la base del rectángulo es:



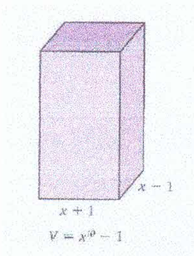
a. $25m^6 + 0,729 / 5m^2 + 0,9 = 5m^6 + 4,5m^2 + 0,81$

b. $125m^6 + 0,729 / 5m^2 + 0,9 = 25m^4 - 4,5m^2 + 0,81$

c. $125m^6 + 0,729 / 5m^2 + 0,9 = 5m^6 + 4,5m + 0,81$

d. $125m + 0,729 / 5m^2 + 0,9 = 5m^6 + 4,5m + 0,81$

Pregunta 10. La altura del paralelepípedo se determina al calcular el cociente entre el volumen y el producto d las dos dimensiones conocidas. La expresión algebraica que determina la altura del paralelepípedo es:



a. $x^{10} - 1 / (x + 1)(x - 1) = x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$

b. $x^{10} - 1 / (x + 1)(x - 1) = x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$

c. $x^{10} - 1 / (x + 1)(x - 1) = x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + 1$

d. $x^{10} - 1 / (x + 1)(x - 1) = x + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + 1$

Agradecemos su colaboración

Tabla 39. Prueba final

N° Pregunta	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
Aciertos y desaciertos	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**	**A**	**D**
Total repuestas	21	1	20	2	22	0	19	3	21	1	22	0	20	2	20	2	21	1	19	3
Porcentaje %	0,95	0,5	0,91	0,09	1	0	0,86	0,14	0,95	0,5	1	0	0,91	0,09	0,91	0,09	0,95	0,5	0,86	0,14

Fuente: Autor del proyecto

APÉNDICE F
GUIA DE TRABAJO

UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL SOCORRO
FACULTAD DE EDUCACIÓN

Guía de Trabajo N° 1

Con la aplicación de esta guía se busca favorecer ambientes de aprendizaje significativos que permitan la construcción de nuevos conocimientos, para lo cual se implementaron una serie de actividades de asociación de operaciones matemáticas (relación entre productos, cocientes y resultados) con el propósito hacer una inducción entre las combinaciones de los productos notables, cocientes notables y casos de factorización, y otros ejercicios de acertijos matemáticos mediante resolución de imágenes y balanzas algebraicas para hacer relación con los mapas conceptuales, el tiempo de desarrollo fue de 2 horas, los resultados arrojados se presentan en la siguiente rejilla de observación de lectura horizontal, la cual posee el mismo formato que la tabla empleada para analizar los resultados de la prueba diagnóstica y será estándar para presentar los resultados de las siete guías de trabajo y la prueba final.

Tabla. Guía N° 1: Ambiente de aprendizaje significativo

Guía de Trabajo N° 1 **Fecha: 11 de Abril de 2017**					
Escenario	**Tiempo**	**Actividad**	**Objetivo**	**Participantes**	**Recursos**
Salón de clase	2 horas	1. Saludo 2. Video motivacional: Nunca digas no puedo 3. Se le hace a los estudiantes una serie de preguntas relacionadas con el tema para indagar sobre los conceptos previos. 4. Se refuerza los pre-saberes con nuevos conceptos mediante clase magistral para generar aprendizaje significativo haciendo	Propiciar ambientes de aprendizaje haciendo uso de actividades relacionados con el tema para potenciar la habilidad de combinar operaciones matemáticas y el pensamiento lógico por medio de la asociación en	• Estudiantes del grado octavo • Docente investigador	• Tablero • Marcadores • Borrador • Televisor • Computador • Guías de trabajo

		énfasis sobretodo en el tema de productos notables, cocientes notables, factorización y la relación que existe entre ellos. 5. A cada estudiante se le entrega una copia de la guía de trabajo N°1 para resolver. 6. Se hace una retroalimentación del tema para despejar alguna duda final.	los estudiantes.		

Fuente: Autor del proyecto

APÉNDICE G

Construcción de mapas conceptuales

Novak (citado por Cañas et al. (1997)) consideran que los mapas conceptuales, desarrollados por Novak (1977), se usan como un lenguaje para la descripción y comunicación de conceptos dentro de la teoría de asimilación, una teoría del aprendizaje que ha tenido una enorme influencia en la educación (Ausubel et al, 1978). La teoría está basada en un modelo constructivista de los procesos cognitivos humanos. En particular, la teoría de asimilación describe cómo el estudiante adquiere conceptos, y cómo se organizan en su estructura cognitiva. La premisa fundamental de Ausubel es ilusoriamente simple:

> El aprendizaje significativo resulta cuando nueva información es adquirida mediante un esfuerzo deliberado de parte del aprendiz por ligar la información nueva con conceptos o proposiciones relevantes preexistentes en la estructura cognitiva del aprendiz. (Ausubel et al., 1978, p. 159)

La teoría de asimilación acentúa que el aprendizaje significativo requiere que la estructura cognitiva del aprendiz contenga conceptos base con los cuales ideas nuevas puedan ser relacionadas o ligadas. Por esto, Ausubel argumenta que el factor individual más importante que influye en el aprendizaje es lo que el estudiante ya sabe. Debe primero determinarse cuánto sabe, y luego enseñarle de acuerdo con su conocimiento. El aprendizaje significativo involucra la asimilación de conceptos y proposiciones nuevas mediante su inclusión en las estructuras cognitivas ya existentes. Ausubel propone que la estructura cognitiva se puede describir como un conjunto de conceptos, organizado de forma jerárquica, que representa el conocimiento y las experiencias de una persona (Novak, 1977). En este contexto, los conceptos se definen como "regularidades" en eventos u objetos (o los registros de eventos u objetos) a los cuales se les ha asignado una etiqueta o nombre (Ford et al, 1991).

El mapa conceptual es la principal herramienta metodológica de la teoría de asimilación para determinar lo que el estudiante ya sabe. En ambientes educativos, los mapas conceptuales han ayudado a personas de todas las edades a examinar los más variados campos de conocimiento (Novak & Gowin, 1984). En su esencia, los mapas conceptuales proveen representaciones gráficas de conceptos en un dominio específico de conocimiento, construidas de tal forma que las interrelaciones entre los conceptos son evidentes. Los conceptos son conectados por arcos codificando proposiciones mediante frases simplificadas. El mapa conceptual más sencillo consistiría de dos nodos conectados por un arco representando una frase sencilla. Por convención, las ligas de se leen de arriba hacia abajo a menos que incluyan una punta de flecha. Cuando las palabras seleccionadas para representar los conceptos y ligas se escogen cuidadosamente, los mapas pueden ser herramientas útiles para observar matices de significado, ayudando a los estudiantes a organizar sus pensamientos y a resumir áreas de estudio. Las mapas conceptuales son usados para ayudar a los estudiantes a "aprender cómo aprender" haciendo evidentes las estructuras cognitivas y el conocimiento auto-construido (Novak & Gowin, 1984).

Los mapas conceptuales han sido usados por personas de los más variados niveles, desde niños en educación primaria hasta gerentes de compañías y profesionales. Por lo tanto los mapas pueden ser muy sencillos, pero también pueden llegar a ser muy complejos. Los mapas conceptuales son una de las herramientas usadas comúnmente en el proceso de adquisición de conocimiento en el desarrollo de sistemas expertos (Ford et al., 1991).