



**Matemática Recreativa, una Estrategia para Fortalecer el Pensamiento Numérico y
Espacial.**

Edwin Franco Guacaneme

Han Horley Fonseca Guacaneme

Universidad Libre Seccional Socorro

Facultad de Ciencias de la Educación

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

El Socorro, marzo de 2021



**Matemática Recreativa, una Estrategia para Fortalecer el Pensamiento Numérico y
Espacial.**

Edwin Franco Guacaneme

Han Horley Fonseca Guacaneme

**Trabajo de investigación para optar el título de licenciado en básica con énfasis en
Matemáticas**

Director:

Mg Cesar Augusto Alba Rojas

Universidad Libre Seccional Socorro

Facultad de Ciencias de la Educación

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

El Socorro, marzo de 2021

Nota de aceptación:

Firma del presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Socorro, marzo de 2021

Dedicatoria

En primer lugar, a Dios por habernos encaminado en la mejor profesión del mundo, la cual con orgullo y con pasión desempeñaremos forjando la juventud del futuro. En segundo lugar, a nuestras familias, que son nuestra fuente de inspiración. A nuestros padres porque con su amor, esfuerzo y entrega desinteresada han dado más que su vida para impulsar nuestros sueños. A la comunidad educativa del Centro Educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá-Antioquia, por brindarnos la oportunidad de llevar a cabo esta investigación en aras de enriquecer la labor profesional.

En general, a todos los amigos y docentes de la universidad Libre Seccional Socorro que nos dieron un mensaje inspirador, el cual nos motivó en este proceso de formación tan valioso y que con firme convicción nos llevó a un nivel más alto de reflexión y conciencia con el que se aportará a la calidad educativa del país.

Agradecimientos

A Dios por la vida y la oportunidad de ser cada día unas personas productivas a la sociedad.

A nuestras familias, por su paciencia y verdadero amor.

A nuestra directora, asesor y tutor de tesis, que, con sus capacidades proactivas, su inteligencia, y su verdadera vocación orientaron y guiaron este proceso tan importante en nuestra formación profesional.

A nuestra Universidad Libre Seccional Socorro y a todos los docentes, quienes compartieron su conocimiento y experiencia dejando una huella imborrable en nuestras vidas.

A los docentes, directivos docentes, padres de familia, estudiantes del Centro Educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá-Antioquia, por creer en nuestra gestión educativa, por ser fuente primaria de información y brindarnos su apoyo a todas las actividades que hicieron parte de esta investigación.

De manera muy especial a todas las personas que durante el devenir de nuestra formación han creído en nuestro proyecto de vida.

Tabla de Contenido

	Pág
Resumen.....	12
Abstract	13
Introducción	14
Problema	15
Delimitación	15
Pregunta de investigación.....	22
Justificación	22
Objetivos	24
Objetivo General	24
Objetivos Específicos	24
Marco de Referencia	25
Antecedentes	25
Internacionales.....	25
Nacionales	28
Regionales	29
Locales.....	30
Marco Teórico	32
Marco Conceptual	48
5.5 Marco Contextual.....	51
Marco Legal	52
Constitución Nacional de 1991.....	52
Ley 115 de 1994	53
Decreto 1860 de agosto 3 de 1994.....	54
Estándares Básicos de Aprendizaje	56

Marco Metodológico.....	57
Tipo de Investigación	57
Procedimiento.....	58
Fase 1: Exploratoria:.....	59
Fase 2: Prueba de Propósito diagnostico	59
Fase 3: Diseño de actividades.....	60
Fase 4 Implementación de actividades	60
Fase 5: Elaboración del informe	60
Categorías	60
Tabla 2	60
Población beneficiada	61
Técnicas e Instrumentos	61
Encuesta al docente cooperador	61
Encuesta de Diagnóstico.....	61
Observación y análisis del plan de aula y área.	62
Ficha de observación del progreso de la propuesta	62
Resultados de los instrumentos.....	62
Encuesta Docente	62
Encuesta de diagnóstico	64
Observación de plan de aula y área.....	72
Resultados	75
Discusión.....	112
Conclusiones.....	115
Recomendaciones	116
Referencias.....	118

Lista de Tablas

	Pág
Tabla 1	45
Tabla 2	60
Tabla 3	61
Tabla 4	62
Tabla 5	73
Tabla 6	74
Tabla 7	77
Tabla 8	81
Tabla 9	84
Tabla 10	87
Tabla 11	90
Tabla 12	93
Tabla 13	95
Tabla 14	97
Tabla 15	100
Tabla 16	102
Tabla 17	106
Tabla 18	107
Tabla 19	135
Tabla 20	136

Lista de Figuras

	Pág
Figura 1	16
Figura 2	18
Figura 3	18
Figura 4	20
Figura 5	64
Figura 6	65
Figura 7	65
Figura 8	66
Figura 9	67
Figura 10	67
Figura 11	68
Figura 12	69
Figura 13	69
Figura 14	70
Figura 15	70
Figura 16	71
Figura 17	72
Figura 18	82
Figura 19	88
Figura 20	93
Figura 21	98

Figura 22	104
Figura 23	108
Figura 24	110

Lista de Apéndices

	Pág
Apéndice A. Encuesta a docente cooperador.....	128
Apéndice B. . Encuesta diagnóstica.....	129
Apéndice C. Ficha de observación.....	131
Apéndice D. Carta de solicitud al establecimiento educativo.....	133
Apéndice E. Certificación del establecimiento educativo	134
Apéndice F. Cronograma de Actividades	135
Apéndice G. Presupuesto del proyecto	136
Apéndice H. Evidencias fotográficas.....	137
Apéndice I.Talleres	144

Resumen

El fortalecimiento de competencias matemáticas, permite a los educandos tener la capacidad de desenvolverse en los problemas de la vida cotidiana, dado que los lleva a planear procedimientos, para luego de esta manera generar soluciones a diversos cuestionamientos que se les presentan, es por ello, que la presente investigación es de tipo acción educativa, bajo un paradigma socio- crítico, centrado en la auto- reflexión y el cual se hizo de manera cualitativa, en donde se reflexionó durante el transcurrir educativo, en este proceso se implementó la matemática recreativa como fortalecedora del pensamiento numérico y espacial, en los discentes del grado 5 del Centro Educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá - departamento de Antioquia. Este proyecto se originó desde el análisis de las problemáticas del aula, las pruebas saber, plan de aula y área del Establecimiento Educativo, seguidamente se realizó una encuesta de diagnóstico en donde se ratificó el problema presentado, una vez definida la ruta, se diseñó una propuesta pedagógica con 6 sesiones de trabajo basadas en la matemática recreativa y enmarcadas en el juego dirigido. Para finalizar, se analizaron los resultados obtenidos por la implementación de la estrategia en donde se pudo determinar un impacto positivo, dado que ésta fomenta el conocimiento de los estudiantes, llevándolos a un aprendizaje formativo.

Palabras clave: Competencia matemática, Pensamiento numérico y espacial, matemática recreativa y geometría.

Abstract

The strengthening of mathematical competencies allows students to have the ability to cope with the problems of daily life, since it leads them to plan procedures, and then in this way generate solutions to various questions that are presented to them, that is why, that this research is of an educational action type, under a socio-critical paradigm, focused on self-reflection and which was done in a qualitative way, where it was reflected during the educational course, in this process recreational mathematics was implemented as strengthening of numerical and spatial thinking, in students of grade 5 of the Arenas Monas Educational Center of San Pedro de Urabá - department of Antioquia. This project originated from the analysis of the problems of the classroom, the know tests, classroom plan and area of the Educational Establishment, then a check-up survey was carried out where the presented problem was ratified, once the route was defined, a pedagogical proposal with 6 work sessions based on recreational mathematics and framed in directed play. Finally, the results obtained by the implementation of the strategy were analyzed where a positive impact could be determined, since it promoted the knowledge of the students, leading them to a formative learning.

Key words: Mathematical competence, numerical and spatial thinking, recreational mathematics and geometry.

Introducción

En el diario vivir, el individuo se ve enfrentado a la implementación de las matemáticas dentro del contexto, allí se puede evidenciar tres tipos de situaciones problemáticas, como las propone Lineamientos Curriculares (1998) las cuales se dan desde las mismas matemáticas, la vida diaria y desde las otras ciencias, es por ello que los números son la esencia de vida, todo cuanto existe está limitado por éstos, es decir, las matemáticas son el lenguaje del universo, según lo anterior, es de vital importancia fortalecer el pensamiento matemático, en especial el numérico y el espacial.

La aplicación de estrategias basadas en la matemática recreativa, permite que los discentes cambien la concepción acerca de las matemáticas, ello contribuye a que éstos aprendan de manera fácil y rápida, ya que el aprendizaje se da dentro de contextos basados en el juego y por medio de la resolución de problemas; según Franklin (1730) “dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo involúcrame y aprendo” (p.2), es por ello que la mejor forma de realimentar la competencia matemática, es involucrando al estudiante en la aplicación de actividades que elevan el nivel de curiosidad y creatividad, así se genera afianzamiento del aprendizaje, la contextualización de conceptos abordados y la selección de actividades acordes al grado y edad de los niños.

Es por ello, que, a partir de la investigación, se busca sustentar y justificar la necesidad de aumentar el nivel de pensamiento matemático tanto numérico como espacial; es decir, se requiere reducir el nivel de las falencias detectadas en el proceso, teniendo en cuenta los tipos de pensamiento, usando como estrategia mediadora el juego, el cual hace que los estudiantes encuentren gusto por las matemáticas y desarrollen sus propios procesos.

Problema

Delimitación

La formación matemática de un individuo incluye las habilidades y competencias en las cuales se fortalece su conocimiento, permitiéndole desenvolverse en el contexto educativo de una manera adecuada. Para los estudiantes del grado quinto del Centro Educativo Arenas Monas - San Pedro de Urabá- Antioquia se evidencia que la situación de la comprensión matemática está debilitada. Es por ello que se hizo necesario reconocer en el contexto educativo aquellos aspectos inherentes al nivel de saberes matemáticos que poseían los estudiantes principalmente a los desempeños asociados con el pensamiento numérico y espacial. En este reconocimiento se utilizaron estrategias, técnicas e instrumentos como el trabajo de campo, en el que se ejecutaron actividades, tales como; una entrevista al docente, análisis de plan de área y plan de aula desde el pensamiento numérico y espacial, encuesta de chequeo, la observación de las pruebas saber, los cuales permitieron detectar que los educandos no tienen una comprensión de la relación del número y sus operaciones, ni un uso adecuado de la estimación de los mismos, además de ello no hacen uso correctamente de la ubicación espacial (identificación de la lateralidad, ubicación de figuras en un espacio determinado).

La enseñanza de las matemáticas en el Centro Educativo Arenas Monas - San Pedro de Urabá- Antioquia vivencia una serie de dificultades a nivel motivacional, acompañada de serias deficiencias conceptuales y procedimentales, ello resultado de metodologías de aprendizaje tradicionales que no presentan conexión con las acciones realizadas en clases. Cabe mencionar que el Ministerio de Educación Nacional (2016), proporcionó elementos indispensables para orientar la práctica escolar de matemáticas desde lo conceptual, pedagógico y didáctico centrándose en las competencias del área tales como comunicación, resolución y razonamiento,

lo anterior, para generar una educación que garantice el desarrollo de saberes, competencias y valores que forman un individuo integral.

Por otra parte, el Establecimiento Educativo evidencia dificultades en el proceso de actualización curricular, dado que no existe integración de estrategias didácticas para vivenciar prácticas pedagógicas significativas que promuevan la construcción de esquemas asociados al desarrollo de competencias promulgadas desde las pruebas saber, allí el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas no son un factor central del procesos enseñanza – aprendizaje, es decir, parcialmente desde la metodología utilizada, el Establecimiento Educativo desarrolla un nivel mínimo en cuanto a las competencias básicas y a los procesos matemáticos, ello se evidencia en los siguientes gráficos proporcionadas por el MEN (2018) por medio del Informe por Colegio del Cuatrenio – Análisis histórico y comparativo 2018 – C E R Arenas Monas. En la figura 1 se presentan las Competencias del área – Matemática - La diferencia con el promedio de los colegios de la Entidad Territorial Certificada - ETC

Figura 1

La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Comunicación	65.6	68.8	61.9	67.4	-18.4	-25.4	-18.9	-9.4	-18.0
Resolución	60.0	77.7	63.8	70.3	-11.4	-22.9	-19.0	-13.1	-16.6
Razonamiento	58.1	73.5	68.8	69.2	-9.4	-22.4	-21.8	-9.8	-15.8

Fuente. ICFES, 2018.

Según lo anterior, se evidencia que durante algunos años no se ha realizado actualización curricular, los resultados de las pruebas muestran que desde la competencia comunicativa hay un retroceso que va desde el 2014 con 65.6 para llegar al 2017 con 67.4, seguidamente, la competencia de resolución de problemas obtiene 60.0 en el 2014 y se desmejora en el 2017 con 70.3, por último, desde la competencia de razonamiento, en el 2014 hay una dificultad del 58.1 para bajar de nivel hasta un 69.2, lo cual en términos generales representa un retroceso, pues el propósito es llevar a todos los estudiantes a mejores niveles de desempeño, es decir, éstos resultados, ponen en evidencia la necesidad de acciones de mejoramiento inmediato en el aula con el fin de reducir el nivel de dificultad presentado, para así conducir a los estudiantes a fortalecer ciertos aprendizajes y así mejorar el nivel de desempeño en el grado 5° del Centro Educativo Arenas Monas - San Pedro de Urabá- Antioquia, por ello, si se continua con la misma metodología, las dificultades en el área de matemáticas, se van a evidenciar con mayor intensidad en los siguientes años.

A continuación, se va a presentar los resultados obtenidos de manera cualitativa durante 4 años, desde cada uno de los aprendizajes con su respectiva competencia, allí se decide hacer énfasis en el pensamiento numérico – espacial. En la figura 2 se hace mención a los aprendizajes de la competencia Resolución - La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC.

Figura 2

La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				Media
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	
Resolver y formular problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano. (Numérico Variacional)	61.9	80.0	68.3	68.5	-17.2	-31.1	-25.7	-13.5	-21.9
Resolver problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos. (Aleatorio)	28.6	90.0	60.0	33.3	0.0	-45.4	-40.7	1.9	-21.1
Resolver problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. (Aleatorio)	57.1	100.0	65.0	76.0	-13.4	-25.0	-9.6	-29.5	-19.4
Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón. (Numérico Variacional)	78.6	70.0	80.0	100.0	-15.7	-27.8	-11.6	-20.4	-18.9
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa. (Numérico Variacional)	75.0	80.0	60.0	59.5	-17.4	-24.9	-18.2	-2.0	-15.6
Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas. (Espacial Métrico)	66.7	73.3	58.3	81.4	-9.2	-16.9	-12.0	-20.9	-14.8
Utilizar relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición. (Espacial Métrico)	71.4	90.0		66.7	-10.1	-17.1		-6.5	-11.3
Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución. (Numérico Variacional)	50.0	60.0		67.5	-8.6	-9.2		-9.8	-9.2

Fuente. ICFES, 2018

En la Figura 3 se presentan los aprendizajes de la competencia Razonamiento - La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC

Figura 3

La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				Media
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	
Relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos. (Espacial Métrico)		90.0	85.0	74.2		-37.8	-34.8	-17.1	-29.9
Usar y justificar propiedades (aditiva y posicional) del sistema de numeración decimal. (Numérico Variacional)	67.9	85.0		82.3	-1.4	-40.1		-28.8	-23.4
Justificar relaciones de semejanza y congruencia entre figuras. (Espacial Métrico)	64.3	70.0		80.0	-20.2	-31.0		-17.3	-22.8
Establecer, mediante combinaciones o permutaciones sencillas, el número de elementos de un conjunto en un contexto aleatorio. (Aleatorio)		80.0	75.0	77.3		-28.2	-17.1	-14.6	-20.0
Comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades. (Espacial Métrico)	67.9	75.0	73.3	71.7	-17.7	-15.1	-15.7	-9.5	-14.5
Justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas. (Numérico Variacional)	64.3	80.0		71.4	-16.2	-9.6		-16.7	-14.1
Justificar propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos. (Numérico Variacional)	64.3	75.0	67.5	16.7	-23.6	-29.4	-30.7	32.1	-12.9
Conjeturar y argumentar acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. (Aleatorio)	85.7	60.0		73.3	-19.9	-5.1		-12.9	-12.6
Reconocer y predecir patrones numéricos. (Numérico Variacional)		50.0	65.0	57.7		-4.7	-24.0	-3.0	-10.6
Conjeturar y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano. (Espacial Métrico)	35.7	90.0	47.5	58.3	10.1	-28.5	-26.1	2.7	-10.4
Describir y argumentar acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija. (Espacial Métrico)		70.0	75.0	58.8		-8.4	-29.5	6.9	-10.3
Construir y descomponer figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas. (Espacial Métrico)	50.0	30.0	45.0	66.7	-11.5	3.1	-19.5	6.8	-5.3
Reconocer nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos para construir y clasificar figuras y sólidos. (Espacial Métrico)		70.0	70.0	20.0		-22.5	-13.7	22.9	-4.4
Hacer inferencias a partir de representaciones de uno o más conjuntos de datos. (Aleatorio)	35.7			80.0	11.4			-10.9	0.3

Fuente: ICFES, 2018.

Los resultados anteriores, muestran que entre 2014 al 2017 no se desarrollaron aprendizajes de manera significativa, lo cual, desde el presente proyecto, se propone elevar el nivel del pensamiento numérico – espacial, allí se presenta una serie de estrategias en materia de calidad educativa, pues se debe seguir trabajando para mejorar los resultados y llevar a los estudiantes a mejores niveles de desempeño.

Si bien es cierto, que el conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy una actividad social que debe tener en cuenta los intereses, motivaciones y la afectividad del estudiante. Como toda actividad social debe ofrecer respuestas a un sinnúmero de requerimientos actuales y futuros de la fuerza de trabajo y también a las metas económicas de los países (Sahin, Ayar, & Adiguzel, 2014). Lo anterior, presupone al conocimiento matemático como una herramienta vital para el desarrollo de habilidades del pensamiento y la práctica social del aprendiz, de tal manera que le permita reconocer las relaciones que tiene la matemática con la realidad de su entorno, por ende, contribuir a una mejor preparación para el desempeño laboral, científico, cultural, investigativo y creativo que les presenta la sociedad actual.

Así mismo, sugiere que se debe eliminar la enseñanza tradicional de las aulas de clase, dando un espacio al reconocimiento no solo de elementos cognitivos en el aprendizaje, sino de la existencia de elementos afectivos y sociales para fortalecer el pensamiento numérico y espacial a partir de una propuesta divertida donde el uso del juego y el contexto se convierte en una herramienta para la construcción del conocimiento, donde cada eje temático integre sistémicamente las competencias que todo estudiante debe desarrollar a su paso por el sistema educativo según los parámetros propuestos en los Estándares Básicos de Competencia (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Convirtiendo el contexto en un laboratorio de

experiencias que convergen en: promover la interacción efectiva docente-estudiante, estudiante - estudiante, la revalorización del papel del docente como mediador del aprendizaje y el reconocimiento del papel del estudiante como sujeto social y cognitivamente aportante en el proceso de enseñanza (Arriaga, et al., 2018). En la siguiente figura 4 se exponen las Competencias del área - La diferencia con el promedio de todos los colegios del país.

Figura 4

La diferencia con el promedio de todos los colegios del país.



Fuente: ICFES, 2018.

Éstas estadísticas dejan notar que frente a las habilidades y desarrollo del pensamiento matemático en los discentes a lo largo de la historia, escasamente reconocen de manera mecánica las operaciones básicas, por otra parte, desde el pensamiento espacial hace falta fortalecer habilidades tales como visual, verbal y para dibujar, es decir, que medianamente estas desarrollan procedimientos y ejecutan algoritmos dejando a un lado procesos de razonamiento, análisis y resolución de problemas, modelación y comunicación matemática; lo anterior, genera un retroceso en los procesos de aprendizaje y pone en desventaja a los estudiantes en cuanto al desarrollo de las competencias básicas en matemáticas.

Frente a estos resultados no tan favorables, además de la influencia de prácticas de aula descontextualizadas, desactualizadas, de un conocimiento matemático abstracto que no promueve la comunicación en el aula, ni estimula la curiosidad ni el interés por aprender, es importante precisar que la enseñanza de la matemática en la Institución debe darse desde un currículo activo, una enseñanza motivada, un aprendizaje flexible y adaptable a su contexto inmediato, con creación de estrategias metodológicas que transformen y dinamicen los procesos de aprendizaje en el aula y convierta al estudiante en el actor principal de un aprendizaje para el desarrollo de habilidades y competencias básicas. Este ha sido una de las grandes falencias que involucran los bajos niveles de competencia matemática en los estudiantes y se ponen en evidencia en los resultados de las pruebas nacionales (Saber, Supérate) e internacionales (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, 2018))

A partir de las observaciones continuas realizadas por los docentes de la Institución Educativa, se identifica que las dificultades del proceso de enseñanza- aprendizaje se encuentran correlacionadas con los bajos niveles de competencia en matemáticas y validado por los resultados de las pruebas Saber, éstas se encuentran ligadas a:

- Baja integración de procesos, conocimientos y contextos. Los estudiantes de grado quinto no comprenden las relaciones entre números y operaciones, uso y sentido de los procedimientos y estrategias con los números y operaciones y por último el uso e interpretaciones de los números y las operaciones en el contexto educativo. Así mismo, se observa que los estudiantes se limitan solamente al desarrollo de ejercicios encaminados a ejecutar un algoritmo mediante un proceso mecánico, sin argumentar, comprender ni digerir los resultados obtenidos en la resolución de problemas.

- Modelo pedagógico tradicional y reduccionista: A pesar de que el pensamiento numérico ha sido el protagonista en la enseñanza de las matemáticas, su desarrollo evidencia serias dificultades a nivel conceptual y procedimental, impidiendo la integración con los otros pensamientos, se evidencia metodologías reduccionistas basadas en procesos mecánicos y aislados de la realidad.
- No se presenta un proceso de actualización curricular constante que promueva acciones encaminadas a mejorar el plan de aula, teniendo en cuenta la coherencia horizontal y vertical de los documentos de referencia.

Pregunta de investigación

¿Cómo fortalecer del pensamiento numérico y espacial en los estudiantes del grado 5° del Centro Educativo Arenas Monas - San Pedro de Urabá- Antioquia?

Justificación

Este proyecto se justifica a partir de la necesidad de implementar una propuesta educativa, la cual busca fortalecer las competencias matemáticas por medio de la matemática recreativa con los discentes del grado quinto del Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá – Antioquia, éstas contribuyen en el desarrollo intelectual de los estudiantes llevándolos a: indagar, experimentar, formular conjeturas, examinar y buscar la solución a cada una de las situaciones que se le presente en su diario vivir. Las competencias, al igual que los números, datan desde los orígenes del ser humano, éstas han estado ligadas con el juego, dado que interviene en el pensamiento matemático en todo su esplendor, desde su desarrollo contextualizado potencia la parte cognitiva del individuo.

El fortalecimiento del pensamiento matemático está estrictamente ligado a la cantidad de experiencias y estímulos que se generen en el contexto desde tres tipos de situaciones

problémicas que según el Ministerio de Educación Nacional (1998) las especifica desde las mismas matemáticas, la vida diaria y desde las otras ciencias. Por su parte, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación - ICFES agrupa los pensamientos por componentes, en las matrices de referencia, Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (2016) presenta éstos como categorías conceptuales, sobre las cuales se realizan los desempeños de cada área a través de situaciones problematizadoras y acciones que se relacionan con el contexto de los estudiantes, es allí, donde se selecciona el Pensamiento Numérico, que organizado desde el Ministerio de Educación Nacional (2016) rediseña los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) versión II. El pensamiento Numérico está relacionado con composiciones de unidades contiguas, tanto en la numeración como en los sistemas, donde por medio de experiencias didácticas se amplía la capacidad de interpretar los números naturales y fraccionarios al formular y resolver problemas enfatizados en contextos conocidos por el estudiante. Por ende, es necesario enfatizarse en procesos matemáticos tales como formulación y resolución de problemas, que exijan combinar varias operaciones especialmente en problemas del contexto.

Teniendo en cuenta lo anterior, se justifica implementar el juego como una herramienta que fortalece las capacidades matemáticas de los individuos, es por ello que Jaimes (2008 citado por Barajas, Jaimes & Ortiz, 2012) propone que:

El juego infantil constituye un escenario psicosocial donde se produce un tipo de comunicación rica y variada que permite a los niños indagar en su propio pensamiento y pone a prueba sus conocimientos mediante el uso interactivo de objetos y conversaciones (p. 872).

El desarrollo de los educandos en un ambiente de aprendizaje de manera lúdica permite la comprensión de las temáticas abordadas de manera contextualizada y amena. Para Vygotsky (1988 citado por Zarate, 2018) “El niño avanza esencialmente a través de la actividad lúdica. Sólo en este sentido puede considerarse al juego como una actividad conductora que determina la evolución del niño”(p.26), el juego actúa como un mediador de la zona de desarrollo cognitivo del discente en la medida en que el juego se efectúa siguiendo unos parámetros educativos.

El bajo desempeño de la gran mayoría de los estudiantes requiere atención, dado que afectan los niveles de calidad de un Establecimiento Educativo, es por ello, se busca que mediante la matemática recreativa, se potencie las habilidades enmarcadas en el pensamiento numérico y espacial, siendo ésta una herramienta clave que permite en el estudiante una mejor comprensión del objeto matemático, por medio de las actividades enriquecidas de razonamiento, resolución de problemas y modelación que conlleven a aumentar el nivel de habilidad en los procesos de pensamiento ya mencionados, además de ello, viéndose reflejado en las situaciones de la vida cotidiana que se le presentan, a su vez el juego actúa como eje potenciador de habilidades, destrezas y agrado por el área, haciéndola vivencial y práctica.

Objetivos

Objetivo General

Fortalecer el pensamiento numérico y espacial en el grado 5 del Centro Educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá- departamento de Antioquia, mediante la matemática recreativa como estrategia didáctica.

Objetivos Específicos

1. Diagnosticar el nivel de desarrollo del pensamiento numérico y espacial en los estudiantes de grado quinto.

2. Desarrollar una estrategia didáctica enfatizada en la matemática recreativa, teniendo como eje central el fortalecimiento de los pensamientos numérico y espacial.
3. Evaluar el nivel de pensamiento numérico - espacial y la influencia de la matemática recreativa en los estudiantes de grado quinto una vez concluida la aplicación de la estrategia.

Marco de Referencia

Antecedentes

Desde el inicio de los tiempos, el ser humano ha buscado la manera de fortalecer aprendizajes por medio de la experiencia, para ello el docente ha investigado estrategias que promuevan los diversos estilos de aprendizaje, así el estudiante pueda aprender de manera significativa, por ello, la enseñanza de las matemáticas está relacionada con un arte; cabe mencionar que el docente debe fortalecer su conocimiento didáctico del contenido, para aumentar el nivel de desarrollo de los pensamientos y procesos matemáticos, por ello, se presenta los siguientes referentes:

Internacionales

La investigación titulada Mejorar las habilidades espaciales y numéricas de los niños a través de un espacio dinámico Enfoque de la instrucción de geometría temprana: efectos de una intervención de 32 semanas, realizada en tres escuelas primarias de la junta escolar del distrito en la zona rural del noroeste de Ontario – Canadá. Los investigadores pertenecen a la Universidad de Toronto, plantearon como objetivo: examinar hasta qué punto las actividades espaciales en clase condujeron a mejoras generales en los jóvenes rendimiento espacial y geométrico de los niños (Hawes, Moss, Caswell, Naqvi & MacKinnon, 2017). De la presente investigación, se puede retomar para nuestro proyecto, aspectos muy importantes, tales como, el uso de estrategias

que fomenten el aprendizaje temprano de la geometría, ya que es fundamental el desarrollo de las habilidades del pensamiento espacial, usando actividades que mejoren el razonamiento, habilidades de visualización, lenguaje, el razonamiento visual-espacial, rotación mental 2D y comparación de números simbólicos como una característica integrada de las matemáticas que se debe fomentar en los niños de primaria.

Research titled *Improving Children's Spatial and Numerical Skills Through Dynamic Space Early Geometry Instructional Approach: Effects of a 32-Week Intervention, Conducted in Three District School Board Elementary Schools in Rural Northwest Ontario - Canada*. The researchers belong to the University of Toronto, they raised the objective: to examine the extent to which spatial activities in class led to general improvements in young children's spatial and geometric performance (Hawes, Moss, Caswell, Naqvi & MacKinnon, 2017). From this research, very important aspects can be retaken for our project, such as the use of strategies that promote early learning of geometry, since the development of spatial thinking skills is essential, using activities that improve reasoning, visualization skills, language, visual-spatial reasoning, 2D mental rotation, and comparison of symbolic numbers as an integrated feature of mathematics to be encouraged in elementary school children.

La investigación titulada *Adaptar el estudio de lecciones de japonés para mejorar la enseñanza y aprendizaje de geometría y razonamiento espacial en los primeros años de clase - un estudio de caso, realizado en Toronto – Canadá*, Los investigadores pertenecen a la Universidad de Toronto, plantearon como objetivo: Investigar enfoques para extender y mejorar las prácticas de aula para ayudar los maestros de los primeros años adquieren conocimientos sobre el contenido de geometría, otro objetivo planteado es: ampliar la comprensión de los profesores sobre las capacidades e intereses de sus estudiantes en geometría, espacio y razonamiento con

respecto al aprendizaje de los estudiantes. La investigación se centra en apoyar a los maestros de los primeros años para que brinden una instrucción matemática rigurosa y desafiante en años se ha informado ampliamente sobre las aulas en los primeros. (Moss, Hawes, Naqvi & Caswell 2015). De la presente investigación, se puede retomar para nuestro proyecto: El docente debe trabajar en equipo, compartir experiencias, realimentar procesos realizados en el aula y realizar investigación con el fin de fortalecer el conocimiento didáctico del contenido, dentro del proceso adquiere metodologías y recursos que pueden potencializar las habilidades del estudiante, el uso de material concreto es fundamental, ayudado con la implementación de material multimedia.

The research entitled Adapting the study of Japanese lessons to improve the teaching and learning of geometry and spatial reasoning in the first years of class - a case study, carried out in Toronto - Canada, The researchers belong to the University of Toronto, raised as Objective: Investigate approaches to extend and improve classroom practices to help early years teachers acquire knowledge about geometry content, another stated objective is: expand teachers 'understanding of their students' abilities and interests in geometry , space and reasoning regarding student learning. Research is focused on supporting early years' teachers to provide challenging and rigorous math instruction in early years' classrooms have been widely reported. (Moss, Hawes, Naqvi and Caswell 2015). From this research, it can be taken up again for our project: The teacher must work as a team, share experiences, feedback on processes carried out in the classroom and carry out research in order to strengthen the didactic knowledge of the content, within the process they acquire methodologies and resources that They can enhance the student's skills, the use of concrete material is essential, helped with the implementation of multimedia material.

La tesis Juegos y materiales para construir las matemáticas en educación primaria, España de la Universidad de Valladolid – España, su objetivo fue presentar una serie de actividades con materiales que se pueden utilizar para construir las matemáticas en Educación Primaria. Desarrolló una metodología con tendencia constructivista con la idea de que sean los alumnos los que “hagan matemáticas”. El proyecto en mención contribuyó con la resolución de problemas, la participación en grupo, actitud crítica e investigadora, autonomía personal, creatividad, comunicación y el trabajo que serán la base de su formación y de la adquisición de los aprendizajes. (Alonso, 2013) Los aportes que brinda la investigación radican en la implementación de la matemática recreativa como herramienta para potenciar las competencias matemáticas.

Nacionales

La tesis Estrategias didácticas para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes del grado primero de primaria del Colegio Juan Sábalo del municipio de Garzón Huila. La autora estableció como objetivo Identificar estrategias didácticas de acción que permitan potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes del grado primero de primaria del Colegio Juan Sábalo. Utilizó la metodología de Investigación de Acción Educativa con el fin de obtener observaciones, interpretaciones y finalmente reflexionar sobre los logros obtenidos, durante la aplicación de las estrategias didácticas se favoreció el proceso de construcción de conocimientos por parte de los estudiantes como elemento central del proceso de enseñanza - aprendizaje. (Bernate, 2014) Las herramientas lúdicas de la investigación jugaran un papel crucial dado que son el pilar con el cual se pretende lleva a una mejor comprensión de los pensamiento numérico y espacial.

En segunda instancia, la investigación La lúdica para el fortalecimiento de la resolución de problemas como competencia matemática en estudiantes de grado tercero de básica primaria en el Colegio San Luis del municipio de Aratoca- Santander, cuyo objetivo fue diseñar una estrategia didáctica sustentada en la lúdica y sus manifestaciones para promover el desarrollo de la resolución de problemas como competencia matemática en estudiantes de grado tercero de básica primaria, con una metodología cualitativa en el marco de la investigación socioeducativa, incorporaron con éxito la lúdica a todas las temáticas, ya que ejercitaron los procesos matemáticos, generando un aprendizaje significativo que permitió la apropiación de conceptos y técnicas en la resolución de problemas matemáticos y así conocer las situaciones, costumbres y actitudes de los mismos, concluyeron que la lúdica brinda interés, agrado y promueve la curiosidad de los estudiantes como medio en el fortalecimiento matemático. (Quintero, Restrepo y Padilla, 2016) de la presente tesis podemos retomar que utilizar la lúdica y el material concreto en el proceso de fortalecimiento del pensamiento numérico y espacial nos permite generar interés en cada uno de los estudiantes.

Regionales

La investigación titulada Diseño y aplicación de una propuesta didáctica para favorecer el aprendizaje significativo de las fracciones en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa José Asunción Silva del municipio de Medellín de la Universidad Nacional de Colombia, plantearon como objetivo diseñar y aplicar un proyecto de aula en la enseñanza de los fraccionarios para contribuir a la didáctica de dicho conjunto en el grado cuarto de básica primaria en la Institución Educativa José Asunción Silva del municipio de Medellín, mediante un estudio de clase donde usaron como metodología experimental el estudio de casos, afirmaron que las situaciones problema incentivan a la participación y el trabajo en grupo, llevando a los

estudiantes a buscar el conocimiento y sacar sus propias conclusiones. (Hoyos, 2015) esta investigación nos permite visionar la contextualización del conocimiento y la utilización de estrategias en los educandos, fortaleciendo el pensamiento numérico y sistemas numéricos, para que ellos encuentren el sentido al área, mejorando los procesos y vivenciando el conocimiento que están adquiriendo.

La investigación titulada Desarrollo del pensamiento espacial a través de la danza para potenciar competencias euclidianas empleando el modelo de Van Hiele realizado en el municipio de Necoclí – Antioquia, por una estudiante de la Universidad Pontificia Bolivariana, planteo como objetivo: Determinar si al utilizar la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría estableciendo una relación entre ellas y utilizando el modelo de Van-Hiele, se incrementa en los estudiantes el conocimiento propio del pensamiento espacial y el desarrollo de las competencias requeridas en cada nivel de razonamiento, donde se evidenció que durante el desarrollo del proyecto, la investigadora implemento actividades para facilitar a los educandos la adquisición y aplicación de aprendizajes relacionados con la geometría euclidiana por medio de la relación que existe entre ella, la danza y el desarrollo del pensamiento espacial, para ello se usaron el modelo propuesto por Van-Hiele. (Mórelo, 2018) De la presente investigación se puede retomar para nuestra tesis que el modelo Van Hiele es una estrategia que fortalece el pensamiento espacial, también demuestra que al implementarlo en el aula se fortalece la lateralidad y la ubicación del estudiante en un punto, es de resaltar que el juego es un factor que eleva el nivel de habilidades, destrezas y razonamiento lógico del estudiante.

Locales

La investigación titulada Modelos matemáticos emergentes desde transformación de superficies con reciclables realizado en el municipio de San Pedro de Urabá de la Universidad de

Antioquia, plantearon como objetivo: Analizar modelos matemáticos emergentes desde una transformación de superficies en contexto de residuos plásticos con estudiantes de educación media., mediante un estudio de clase donde usaron como metodología experimental el estudio de casos, allí el investigador organizó estrategias para analizar, comprender, proponer y argumentar modelos matemáticos que emergen desde una transformación de superficie, donde se evidenció que los estudiantes no relacionan modelos con fenómenos de su entorno, se aprovecha el contexto de la institución donde usa el reciclaje de residuos plásticos para elaborar bloques ecológicos los cuales fueron usados para construir una placa huella que permitió usar determinados modelos matemáticos dentro de la misma realidad. (Montes, 2018) Es de vital importancia emplear actividades lúdicas que permitan que el educando se motive en el área de matemáticas activando el aprendizaje de una manera más rápida y con mayor gusto.

La investigación titulada: Apropriación y utilización de las estrategias utilizadas en las aulas de clase para captar la atención y disposición de los educandos en el área de las matemáticas, Institución Educativa San Pedro de Urabá grado 5°, realizada en el Municipio de San Pedro de Urabá del Departamento de Antioquia, por un equipo estudiantes de la Universidad Cooperativa de Colombia, plantearon como objetivo: Desarrollar habilidades matemáticas que contribuyan al mejoramiento académico en el área a través de la resolución de problemas, en los niños y niñas del grado quinto de la institución San Pedro de Urabá. donde se evidenció que durante el desarrollo del proyecto los investigadores implementaron una serie de situaciones relacionadas con el entorno, ello con el fin de implementar una estrategia de resolución de problemas. (Bracho, Gómez, González & Valencia, 2014). De la presente investigación se puede retomar para nuestra tesis que una buena planeación permite seleccionar una serie de elementos didácticos y pedagógicos que implican la mejora de las prácticas de enseñanza y aprendizaje,

para así generar aprendizajes significativos. Por otra parte, cabe mencionar que los juegos fortalecen competencias, habilidades y destrezas y lo más importante, hace que el estudiante aumente el nivel de curiosidad por las matemáticas, desde allí, puede continuar con el proceso de resolución de problemas, usando la estrategia de resolución aportada por Polya, donde el estudiante con cada experiencia construye y realimenta aprendizajes de manera significativa, para usarlos en los diferentes tipos de contextos.

Marco Teórico

La matemática es una ciencia formal, que desde tiempos inmemorables se ha encargado de la resolución de problemas; surgió por la necesidad de contar, calcular el tiempo, el espacio, el tamaño y el número de los objetos que se presentan en él, todo está limitado por ella, las matemáticas son la esencia de la vida, hasta una partícula microscópica depende de ésta, con el paso del tiempo, los seres humanos se han encargado de buscar estrategias para enseñar matemáticas, dado que de esta manera se forja individuos lógicos, críticos e investigadores, con un aprendizaje de carácter lúdico y ameno, es por ello, que la teoría psicogenética menciona que los estudiantes, para aprender y utilizar estructuras lógicas que dependen de diferentes aprendizajes previos y el contexto socio-cultural, geográfico, lingüístico, económico, productivo y otros tipos de ambientes en los cuales se encuentran inmersos; es decir, el aprendizaje se lleva a cabo de forma significativa, concadenada, siguiendo pasos lógicos en la construcción interna, activa e individual en el conocimiento de su medio social y natural. (Rojas, 2011)

En consecuencia, la Teoría del Desarrollo Cognitivo planteada por Piaget (1978) afirma que: “los niños construyen activamente el conocimiento del ambiente usando lo que ya saben e interpretando nuevos hechos y objetos” (p.2), respondiendo en la forma que adquieren el conocimiento al ir desarrollándose. La teoría se fundamenta en cómo el niño piensa en los

problemas y las soluciones, en la capacidad para razonar sobre su mundo, estableciendo que el conocimiento evoluciona por medio de diversas etapas, es por ello, que los niños son pequeños científicos que buscan activamente el conocimiento por medio de las interacciones con el ambiente, éstos tienen su propia lógica que evoluciona con el tiempo. Al finalizar la etapa de las operaciones concretas, el niño ya ha organizado e interpretado el mundo a partir de operaciones mentales o esquemas tales como: seriación, clasificación y conservación, a lo cual, ya está listo para usar las operaciones mentales y la lógica para reflexionar sobre los hechos y los objetos de su ambiente. En el estadio de las operaciones formales, el pensamiento hace la transición desde lo real a lo posible, durante esta etapa evolucionan cuatro características fundamentales del pensamiento: lógica proposicional, razonamiento científico, razonamiento combinatorio y, por último, el razonamiento sobre probabilidad y proporciones.

Desde la Teoría de Desarrollo Cognitivo con concepción histórico – cultural establecida por Vygotsky (1962) afirma que: “la historia de la cultura del niño como la de su experiencia personal son importantes para comprender el desarrollo cognoscitivo” (p.20) es decir, a través de las actividades sociales el niño aprende a incluir a su pensamiento herramientas culturales como el lenguaje, los sistemas de conteo, la escritura, el arte y otras invenciones sociales. En la teoría Vygotsky (1962) menciona “cinco conceptos fundamentales dentro del proceso: funciones mentales, habilidades psicológicas, zona de desarrollo próximo, herramientas del pensamiento y mediación” (p.21) las cuales van evolucionando por medio de la socialización. El desarrollo cognoscitivo requiere internalizar funciones que ocurren en el plano social, allí el niño nace con habilidades mentales elementales; entre ellas, la percepción, atención y memoria, dentro del proceso de aprendizaje es indispensable la interacción con compañeros y adultos más conocedores, para que estas habilidades innatas se transforman en funciones mentales

superiores, pero en este caso la socialización se da con la familia debido a la emergencia sanitaria (Covid -19) declarada por el gobierno nacional.

El aprendizaje para Vygotsky (1988 citado por Díaz, 2003) “implica el entendimiento e internalización de los símbolos y signos de la cultura y grupo social al que se pertenece, los aprendices se apropian de las prácticas y herramientas culturales a través de la interacción con miembros más experimentados” (p.3); según lo anterior, el conocimiento debe ser situado, éste hace parte del producto de la actividad, donde la mediación, la construcción conjunta de significados y los mecanismos de ayuda ajustada fortalecen el proceso de socialización. Allí el niño se va apropiando de las manifestaciones culturales que tienen un significado en la actividad cotidiana, es así, como los procesos psicológicos superiores se desarrollan a través de prácticas colectivas, con la adquisición de la tecnología de la sociedad, sus signos y herramientas usadas como medio de educación en diversos contextos.

La Ley genética general del desarrollo psíquico - cultural establecida por Vygotsky (1978) menciona que “el principio social está sobre el principio natural-biológico, por lo tanto, las fuentes del desarrollo psíquico de la persona no están en el sujeto mismo sino en el sistema de sus relaciones sociales” (p.3), es decir; el sistema comunicativo se adquiere en comunidad y con prácticas frecuentes en distintos tipos de contextos, por otra parte, el Proceso de internalización en cuanto al desarrollo psíquico del niño que plantea Vygotsky (1978) “toda función aparece en primera instancia en el plano social y posteriormente en el psicológico; es así que punto de partida a nivel interpsíquico entre los demás y posteriormente al interior en un plano intrapsíquico” (p.3), en esta transición de afuera hacia dentro, se evoluciona el proceso mismo, transformando su estructura, funciones y capacidades.

La Teoría del Aprendizaje Significativo presenta importantes implicaciones psicológicas y pedagógicas, pues considera que el aprendizaje se origina de manera evolutiva, ya que éste es una interacción trídica entre docente, estudiante y saber, la cual es mediada por los materiales educativos establecidos dentro del currículo, es allí donde los elementos del proceso educativo son los profesores y su manera de enseñar desde los procesos que se abordan en el aula; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo se basan en dos procesos, el primero, se refiere a la planeación, cuyo objetivo es organizar los conceptos y en segunda instancia, el contexto social, pues allí se aplica los aprendizajes, saberes, procesos y demás elementos adquiridos en el aula y fuera de ella.

Desde la Teoría del Aprendizaje Cognitivo, Bruner (1973 citado por Flores, 2003) menciona “que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas, además hay que animar a los niños a formar imágenes perceptivas de las ideas matemáticas” (p.6), cabe mencionar que el aprendizaje se da por descubrimiento y construcción desde las experiencias concretas, proponiendo que dentro del proceso se use objetos concretos para formar ideas, es decir, el aprendizaje se da desde lo concreto a lo abstracto.

Desde el planteamiento de Ausubel (1983) menciona que “el aprendizaje significativo es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal” (p.5). Según lo anterior, el educando es un sujeto activo procesador de información, quien posee una serie de esquemas, planes y estrategias para aprender a solucionar problemas, los cuales a su vez deben ser desarrollados por medio de las diversas estrategias.

Por su parte, Gardner (1997) explica “en su Teoría de las Inteligencias Múltiples que cada individuo posee por lo menos ocho inteligencias, cada una es desarrollada de un modo y a un nivel en particular”(p.1), por ello, es obligatorio desarrollar cada una de éstas, de acuerdo a las habilidades del estudiante, implementando diversas estrategias metodológicas, es de resaltar, que una de las más importantes, es la inteligencia lógica-matemática, dado que Gardner (1997): “usa el pensamiento lógico para entender causa y efecto, conexiones, relaciones entre acciones y objetos e ideas, para así realizar operaciones complejas”(p. 7). El educador debe tener una visión innovadora, en donde utilice las habilidades y destrezas de los educandos, para así de esta manera llevarlos a obtener un aprendizaje significativo, obteniendo un razonamiento deductivo e inductivo que conlleve a la resolución de problemas; por otra parte, Vasco (1990) afirma que el “modelo sistémico de los procesos educativos precisamos o recortamos como componentes principales o sujetos de la educación a los maestros y a los alumnos. Los alumnos no son objetos” (p. 3), es por ello que cada profesor debe implementar momentos tales como: planificación, ejecución - adquisición y desarrollo actividad.

El ser humano ha buscado infinidad de estrategias para enseñar - aprender matemáticas, con el fin de formar un individuo lógico y crítico, pues éste, es un ser matemático e investigativo por naturaleza, que se encamina en un proceso sistemático de aprendizaje, el cual debe ser lúdico y ameno. La didáctica de la matemática tiene un componente fundamental, llamado contrato didáctico que según Filloux (1973 citado por Damore, 2015) “situación de enseñanza, preparada y realizada por el maestro, el alumno generalmente tiene como tarea resolver un problema (matemático) por él presentado, pero el acceso a esta tarea se hace a través de interpretaciones de preguntas e información dada” (p.11) Es allí donde el proceso de resolución de problemas no sólo pretende dotar al individuo de unos conocimientos fundamentales desde el punto de vista

epistemológico y social, sino que intenta que se adquiriera códigos ordenados de conducta, unos esquemas de comportamiento suficientes para poder desenvolverse en cualquier situación normal de la vida diaria.

Godino, Batanero y Vicens, (2004) “Las matemáticas constituyen el almacén sobre el que se construyen los modelos científicos, toman parte en el proceso de modelización de la realidad, y en muchas ocasiones han servido como medio de validación de estos modelos” (p.23). La comprensión de las matemáticas es indispensable en el proceso educativo del individuo, desde allí le brinda la capacidad de razonamiento para abordar los problemas cotidianos, ya sean personales, profesionales, sociales y científicos de su vida, los cuales requieren comprensión, razonamiento y herramientas a nivel de matemáticas antes de ser capaz de entenderlos y darles una solución satisfactoria, según lo anterior, el educador debe saber hasta qué punto los estudiantes están preparados para aplicar las matemáticas en la comprensión de diversas situaciones. Dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje la instrucción matemática significativa según Godino, Batanero y Vicens, (2004) “atribuye su papel a la interacción social, donde el sujeto aprende mediante su interacción con un medio instruccional, apoyado en el uso de recursos simbólicos, materiales y tecnológicos disponibles en el entorno.” (p. 70).

La transposición didáctica según Godino, Batanero y Vicens (2003) “enseñar cierto contenido matemático, tal como los números racionales, hay que adaptarlo a la edad y conocimientos de los alumnos, con lo cual hay que simplificarlo, buscar ejemplos asequibles, restringir algunas propiedades, usar un lenguaje y símbolos más sencillos.” (p.39) Los estudiantes aprenden por medio de las experiencias que generan las estrategias, acciones y herramientas propuestas por el educador, por ello la comprensión de las matemáticas radica en la capacidad para resolver problemas desde los distintos tipos de pensamiento.

Los números son la organización del planeta, son una secuencia de la vida que se enfatiza en el sentido del mismo, Así pues, y visionando la complejidad de estos, los documentos de referencia proponen:

Desarrollar el pensamiento matemático a través de cinco pensamientos específicos, entre ellos se encuentra el Pensamiento Numérico. Dicho pensamiento integra el estudio de los Sistemas Numéricos para desarrollar habilidades referidas a la comprensión del número en sus diversos significados, al uso de los mismos en métodos cualitativos o cuantitativos, a la realización de estimaciones y aproximaciones, y en general, en la utilización los números como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto. De esta manera, una persona estaría en capacidad de asumir posturas críticas frente a la información que circula en su entorno, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o en comunidad. (MEN, 1998 citado por Obando, 2006, p.12).

El pensamiento numérico permite en el ser, comprender los números y las operaciones que se realizan con ellos, a su vez se acompaña de las habilidades y competencias que utilizadas de forma adecuada y flexible permiten hacer conjeturas y dar soluciones de manera pertinente en el contexto.

Piaget propone que el desarrollo de la competencia numérica del niño se encuentra relacionada con el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Éste se construye en el niño desde su interior a partir de la interacción entorno. La asociación de operaciones mediante la clasificación, seriación e inclusión, posibilita la movilidad y reversibilidad del pensamiento, necesarias en la construcción del concepto de número Ruíz y García (2003 citado por Serrano, 2010). Los conceptos que se aprenden son el resultado de la praxis; el estudiante crea esquemas

mentales de las situaciones que está trabajando para de esta manera dar solución a ellas. Cada una de estas actividades propone niveles que permiten fortalecer la reflexión, interpretación y autorregulación en la búsqueda del aprendizaje.

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. McIntosh (1992 citado por Obando, 2008). Usar los números permite comunicar, procesar y analizar la información que el medio proporciona, este pensamiento se adquiere de una manera sistemática y va evolucionando a medida que el estudiante realiza diferentes actividades que contribuyen con el fortalecimiento de este pensamiento, según lo anterior y haciendo una lectura desde los DBA 1 2 y 3 se pueden obtener las siguientes habilidades: comprensión de las relaciones entre números y operaciones, uso y sentido de los procedimientos y estrategias con números y operaciones y por último el uso e interpretaciones de los números y las operaciones en el contexto educativo.

El pensamiento espacial para Gutiérrez (2006) “es el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales.” (p.37). Este permite hacer representaciones de cada cosa existente, además de su ubicación en cualquier lugar del espacio, desde una hoja hasta llegar a saber en qué lugar del universo se encuentra determinado objeto. Teniendo como base las capacidades y habilidades se clasifica, caracteriza, construye, comprende y formaliza los objetos y sucesos.

Para Bruner (2011) “En el aprendizaje por descubrimiento, el maestro presenta ejemplos específicos y los estudiantes trabajan así hasta que descubren las interacciones y la estructura del

material.” (p.2) Según lo anterior, el docente organiza los estudiantes de tal forma que ellos aprendan a través de su participación activa. Se enfatiza en el aprendizaje por descubrimiento, allí los estudiantes trabajan teniendo como eje central el descubrimiento guiado por el docente con preguntas dirigidas, durante el proceso se genera a los estudiantes preguntas intrigantes, situaciones ambiguas o problemas interesantes, generándose procesos de realimentación, donde su objetivo es describir el cómo resolver el problema, durante este proceso el docente comparte los materiales apropiados, alienta a los estudiantes para que hagan observaciones, elaboren hipótesis y comprueben los resultados.

Vasco, (2006) “Pero no se trata de mostrar cosas, sean triángulos o círculos, ángulos o segmentos, sino de hacer cosas, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación externa.” (p.35). Articular los conceptos y basarse en recursos manipulables permiten que el educando pueda hacer una apropiación de los conceptos de una manera adecuada y fructífera, llevándolo a hacer, analizar y conceptualizar lo que se presenta como conocimiento matemático, para que luego de esta manera, él aplique de acuerdo a las exigencias que el ámbito educativo exige.

En la teoría de Piaget y Inherder, (1947) “se puede identificar aspectos relevantes dentro del desarrollo del conocimiento espacial, éste se divide en Topológico, Proyectivo y Euclidiano. En el topológico predomina las formas, dimensiones y la relación de vecindad de los objetos, es decir, allí se da la orientación del propio cuerpo y juega un papel indispensable la percepción, el dibujo, la relación de orden y la relación de cercamiento.” (p.24) Los estudiantes analizan las relaciones espacio-temporales de cada una de las figuras que se le presentan en el desarrollo del aprendizaje, teniendo como eje central el plano cartesiano, para de esta manera hacer relaciones de orden y percepción de lo evidenciado en la actividad y en el medio en el que se vive, dos

factores que tiene un papel fundamental en este campo, es la percepción y el dibujo de diferentes elementos matemáticos.

Desde el proyectivo, el proceso se divide en tres partes, para Piaget e Inhelder (1947) mencionan el “cómo representa el niño la perspectiva de un objeto simple; la investigación de la comprensión, la perspectiva de un grupo de objetos, las relaciones entre las operaciones proyectivas y euclidianas mediante experimentos de secciones geométricas, finalmente, rotación de superficies.” Este aspecto permite visionar el campo de acción desde un punto de equilibrio matemático en donde el alumno observa los cambios que presentan los objetos en un contexto determinado, magreando cada uno de los recursos que se predisponen para en el ámbito de construcción de conocimiento y posterior a ello la construcción de un conocimiento espacial basado en la praxis.

Desde el Euclidiano, se tiene en cuenta la capacidad de que el niño tiene para conservar, medir y, en general, tomar en cuenta entidades de la geometría euclidiana, como la distancia, la longitud, las coordenadas rectilíneas, el ángulo, la superficie y el volumen. (Piaget, Inhelder y Szeminska, 1948). La capacidad del niño para observar y analizar las características geométricas de diversos elementos que se presentan permite que él, genere un conocimiento guiado, en donde el alumno construye el aprendizaje a partir del análisis de los componentes de las formas y figuras que se le presenta en este proceso de enseñanza-aprendizaje.

Bressan (2013 citado por Mazzitelli, 2018) “considera que el desarrollo del estudio de la geometría comprende las siguientes habilidades: visuales, de dibujo y construcción, de comunicación, de razonamiento lógico/pensamiento y de aplicación o transferencia.” (p.633). El educando obtiene información que le permite construir conceptos, identificar características,

interpretar y representar diferentes construcciones, para de esta manera mejorar la interpretación y la creación de nuevos modelos en situaciones dadas.

El desarrollo de las habilidades geométricas es una serie de aprendizajes indispensables que se deben dar en la primaria, es de resaltar que solo se desarrollan tres tipos de habilidades tales como: visual, verbal y para dibujar, desde dos tipos de niveles: reconocimiento y análisis.

Es por ello que:

El modelo de Van Hiele ayuda a explicar cómo, en el proceso de aprendizaje de la geometría, el razonamiento geométrico de los estudiantes transcurre por una serie de niveles.

Nivel 1: El individuo reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo, no diferencia partes ni componentes de la figura. Puede, sin embargo, producir una copia de cada figura particular o reconocerla. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos familiares de su entorno. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre.

Nivel 2: El individuo puede ya reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación. Como muchas de las definiciones de la geometría se establecen a partir de propiedades, no puede elaborar definiciones. (Vargas, 2013. p. 82-83).

Es de gran importancia que el estudiante construya y manipule objetos tridimensionales a partir de objetos bidimensionales para que pueda comprender y visualizar las características que cada uno presenta. Por lo tanto:

A pesar de vivir en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de “dibujos” de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Con esto no se logran concretar situaciones en nuestras aulas como son modelar procesos y fenómenos de la realidad, expresar y razonar. (Lappan y Winter citado por arboleda, 2012. pp. 43,44)

Teniendo como base los pensamientos mencionados se emplea el juego como un eje potenciador de habilidades cognitivas, es por ello que:

El juego es considerado una de las actividades más agradables conocidas hasta el momento, como una forma de esparcimiento antes que de trabajo. Como señalan los antecedentes se juega desde tiempos remotos, no obstante, el juego en el aula tiene una connotación de trabajo al cual se le aplica una buena dosis de esfuerzo, tiempo, concentración y expectativa, entre otros. (Minerva, 2002, p.290)

Las matemáticas recreativas se centran en la obtención de resultados, partiendo de la lúdica, durante el juego se desarrollan las competencias de razonamientos, comunicación y/o resolución y es allí donde el niño se le fortalece, el docente debe seleccionar cuidadosamente los juegos para fortalecer los aprendizajes, según Ortiz (2003) “un juego bien elegido desde el punto de vista metodológico es una fuente de ideas con innumerables ventajas y hará que las matemáticas sean vistas como algo útil y lleno de interés.” (p.1)

El juego contribuye a la exploración de las cosas, descubrimiento de la creatividad de los estudiantes y al desarrollo de las diferentes alternativas para la solución de problemas de la cotidianidad, además, de esto se enriquece el intercambio de conocimientos previos en los individuos que están formando un aprendizaje significativo, para que la matemática llegue a ser recreativa y vivencial esta debe verse desde la visión del estudiante, teniendo en cuenta que el discente no lleva a la práctica lo que no le demuestra interés y no le marca en su vida, es decir, para que un aprendizaje se marque en la mente del niño (a) y llegue a ser vivencial, éste se debe hacer desde una cosmovisión de la realidad en la que el aprendiz llegue a magrear todo lo que se encuentra a su alrededor, ocasionando así un desarrollo por medio de los sentidos, teniendo un conocimiento circundante en la realidad de los objetos, observando sus características una a una para así, llevarlas a la practicidad del cosmos de la aritmética. Cabe resaltar a la matemática recreativa propuesta por Gardner (1983 citado por Barajas, Jaimes y Ortiz, 2012):

La idea de «juego» conlleva muchos significados, enlazados entre sí; podemos decir que los «juegos matemáticos» o las «matemáticas recreativas» son matemáticas -no importa de qué tipo- cargadas de un fuerte componente lúdico [...]. Aunque no puedo definir los juegos matemáticos más rigurosamente que la poesía, sí mantengo que [...] proporcionan el mejor camino para captar el interés de los jóvenes durante la enseñanza de la matemática elemental. Y si el «juego» se elige y prepara con cuidado, puede llevarle casi insensiblemente hasta ideas matemáticas de importancia. (p.872)

Desde el marco de los documentos de referencia, éstos brindan al docente herramientas útiles a la hora del fortalecimiento curricular, permiten actualizar y fomentar el conocimiento didáctico del contenido y transformar las prácticas de aula, para el proceso se tiene en cuenta las matrices de referencia (2016) que fue diseñada por el Instituto Colombiano para la Evaluación de

la Educación - ICFES la cual da a conocer los aprendizajes que se van a abordar en las pruebas externas, allí se clasifica en competencia de Razonamiento, resolución de problemas y comunicación, además menciona los componentes de aleatorio, espacial – métrico, numérico, variacional.

Otro de los documentos fundamentales en el proceso, son los Derechos Básicos de Aprendizaje – DBA de la versión II, los cuales estipulan los aprendizajes y evidencias que se deben generar en el aula y las mallas de aprendizaje, que articula los conceptos con los DBA.

En la tabla 1 se presenta la articulación de los conceptos con los DBA en el grado quinto, en donde se evidencia el eje de progresión y la síntesis del derecho básico de aprendizaje correspondientes al pensamiento numérico y espacial.

Tabla 1

Articulación de conceptos con DBA en 5°

Pensamiento Matemático 5°			
Numérico		Espacial	
Eje de Progresión	Síntesis Derecho Básico de Aprendizaje	Eje de Progresión	Síntesis Derecho Básico de Aprendizaje
Usos e interpretaciones de los números y de las operaciones en contextos.	DBA 1: Interpreta los números naturales y fraccionarios para resolver problemas.	Las formas y sus relaciones.	DBA 6: Idéntica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo geométrico en términos de la bidimensionalidad.
Uso y sentido de los procedimientos y estrategias con números y operaciones.	DBA 2: Desarrolla estrategias para estimar cálculos al solucionar problemas de potenciación.	Localización en el espacio y trayectoria recorrida	DBA 7: Describe y localiza la posición y la Trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.
Comprensión de las relaciones entre números y operaciones.	DBA 3: Compara y ordena números Fraccionarios y decimales.		

Fuente: Adaptada de <https://acortar.link/ovSZs>

Muestra las relaciones entre el eje de progresión y los DBA de matemática de 5° articulándolos de acuerdo a la edad y el grado de escolaridad. Mallas de aprendizaje de matemáticas de 5°, 2016 (p.5)

Es indispensable mencionar que uno de los problemas de la enseñanza de las matemáticas en la actualidad, se debe a que su estudio se da desde un modelo pedagógico tradicionalista caracterizado por procesos mecánicos, con aplicación de reglas donde la ejecución del algoritmo es lo más importante en el proceso de aprendizaje, allí, se niega la opción de pensar con los números para ser usados en contextos significativos aplicados por el estudiante. Posteriormente, las competencias en términos del saber hacer, mencionadas según el Ministerio de Educación Nacional (2006) como: “Un saber hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron.” (p.12).

En consecuencia, el desarrollo de competencias exige la aplicación de metodologías claras, flexibles con una concepción didáctica que guíe los procesos de enseñanza y aprendizaje generando mayor motivación por el aprendizaje y el desarrollo de estudiantes autónomos en la búsqueda del conocimiento, es decir, el docente debe fortalecer su conocimiento didáctico del contenido.

Seguidamente se establece que el desarrollo de competencias en matemáticas según Gómez (2017) requiere: “Del cumplimiento de ciertos requisitos que transformen la forma de enseñar y la forma de evaluar desde la integración de procesos generales, de diversos tipos de pensamiento y los tres contextos.” (p.46). Lo que significa que fortalecer y desarrollar competencias en matemáticas, necesita de la integración sinérgica entre conocimientos, procesos

y contextos, en la medida en que esta relación sea fuerte, se puede garantizar ser matemáticamente competente.

Dado lo anterior, el éxito del aprendizaje en matemática está en función del desarrollo de procesos sistémicos y no reduccionistas, no existe un conocimiento aislado, ni la enseñanza de una matemática descontextualizada de la realidad, ni procesos mecánicos y repetitivos. Para ello, los referentes de calidad por medio de los Estándares Básicos de Competencia (EBC) (Ministerio de Educación Nacional, 2006) establece dos tipos de correlación, la correlación vertical que promueve la gradualidad del aprendizaje es decir asocia el conocimiento en diferentes niveles de complejidad y una correlación horizontal que establece relaciones directas de un conocimiento con diferentes pensamientos.

Al analizar la noción de competencia, no se puede dejar de estudiar la importancia de la estructura curricular en matemáticas, pues esta es la columna vertebral de los procesos pedagógicos en matemáticas. En la medida en que su currículo incluya elementos coherentes, superen la visión mecanicista-reduccionista se puede avanzar hacia el desarrollo de una didáctica por competencias que favorezca los procesos de aprendizaje para la vida, que le permita desenvolverse de forma adecuada en los diferentes entornos.

Tal como lo expuso Mederos (2016) cuando expresa que la formación de competencias es un reto que asumen los maestros, el cual exige de aplicación de metodologías y estrategias que dirijan los procesos de enseñanza aprendizaje con una concepción didáctica enriquecida con diversas herramientas. Lo que en últimas traduce que las habilidades del docente (perfil profesional) entran en juego y repercuten significadamente sobre el desarrollo de las competencias de los estudiantes.

Por su parte, Pérez (2005 citado por Cortes, et al., 2017) proponen el uso de la secuencia didáctica como el mejor ejercicio de planeación y la define como la estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales, que se organizan para alcanzar un aprendizaje.

Ahora bien, la Secuencia Didáctica en matemáticas es un ejercicio que ayuda al docente a la planeación y fundamenta el desarrollo de competencias; éstas ofrecen elementos que aportan a la construcción de conocimientos más complejos, adaptados y personalizados de acuerdo a su contexto escolar, y le ofrece la oportunidad al estudiante de atreverse a crear, proponer, hacer, formular hipótesis, generar conclusiones mediado por procesos colaborativo que promueve la autoconfianza y autonomía en el aprendiz.

En referencia a lo anterior, Sánchez (2013) expresa que: “la secuencia didáctica involucra actividades que permite a los estudiantes adquirir herramientas conceptuales y procedimentales, para la búsqueda de regularidades, generalizaciones, justificaciones, reconocimiento de variaciones y formalización de relaciones estructurales”; lo que a su vez posibilita desarrollar la capacidad para razonar algebraicamente desde temprana edad.

Finalmente, la matemática recreativa debe ser implementada en el aula teniendo en cuenta la edad del niño, sus gustos, necesidades y su nivel cognitivo, ya que es la herramienta clave que permite al niño aumentar niveles de competencia.

Marco Conceptual

El concepto de competencia hace referencia a la capacidad de integrar nuestros conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones, manifestadas a través de los desempeños o acciones de aprendizaje propuestas en cada área. Podemos reconocerla como un saber hacer en situaciones concretas y contextos específicos, se construyen, desarrollan y evolucionan permanentemente de acuerdo con nuestras vivencias y aprendizajes.

(Ministerio de Educación Nacional & Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, 2016, p.2)

La competencia matemática desde el Informe del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos - PISA (2012) se refiere “a la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos”. (p.9), con ésta, hace que el individuo reconozca la función que desempeña las matemáticas en el contexto, desde allí, se da a conocer valoraciones o decisiones fundamentadas desde los procesos y el contenido.

La resolución de problemas tiene como fin el desarrollo integral del sujeto, en donde se adquieren normas de conducta y comportamiento, los cuales permiten una interacción social en la vida diaria, teniendo en cuenta esto, es primordial que el educador implemente en el contexto de aprendizaje el método establecido por Polya (1965) “La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la resolución de problemas, en particular, las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso.” (p.5) Una mejor comprensión de dichas operaciones puede influir favorablemente en los métodos de enseñanza.

Desarrollar el pensamiento es una habilidad, que se adquiere con la ejercitación y requiere de un sinnúmero de estrategias y actividades que lo estimulen, es allí donde se habla de actividad Matemática, Godino (2002) la da a conocer “como objeto básico para el análisis cognitivo (tanto en su dimensión institucional como personal” (p. 4). Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, es necesario definir a la luz del referente de calidad Nacional llamado Lineamientos Curriculares, el tipo de pensamiento que se va a fortalecer, el pensamiento numérico, que según McIntosh, Reys y Reys (1992) es la “comprensión general que tiene una

persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” (p.26).

Los números en la vida cotidiana pueden ser usados de muchas formas; como secuencia verbal, cuantificar, medir, expresar un orden, etiquetar, marcar una ubicación o simplemente como una tecla para presionar, cada uno de estos usos permite al ser humano encontrarle un sentido lógico a la matemática.

El proceso de investigación tiene como eje fundamental el juego, Antunes (2004) “es como un estímulo para el crecimiento, como una astucia para lograr el desarrollo cognitivo orientada a los retos de la vida, y no como una competición entre personas o grupos que implica una victoria o una derrota”. (p. 9), éste se convierte, en una Estrategia de Aprendizaje, Feo (2010) es el “procedimiento que realiza el estudiante de manera consciente y deliberada para aprender, es decir, emplea técnicas de estudios y reconoce el uso de habilidades cognitivas para potenciar sus destrezas, dichos procedimientos son exclusivos y únicos del estudiante” (p.3).

Además de ello, el juego se transporta a una connotación de Matemática recreativa, la revista Suma (2004) es realimentada de “problemas que han tenido cierto interés a lo largo de la Historia de la Matemática, son problemas curiosos que pueden ser tratados de forma lúdica como actividades al margen de la clase y en el marco de actividades culturales complementarias” (p. 25).

En este proceso de enseñanza-aprendizaje los referentes de calidad a nivel nacional establecen el pensamiento matemático tal como:

El pensamiento numérico para McIntosh (1992) se refiere a la “comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a

usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” (p.26)

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando a medida que los educadores rediseñan contextos educativos y brindan a sus estudiantes entornos que exijan pensar en los números y usarlos en contextos significativos, siendo consciente que se manifiesta de diversas formas desde el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes deben seleccionar y usar el método de cálculo (escrito, mental, calculadoras y estimación) pues el pensamiento numérico juega un papel indispensable en el uso de cada uno de estos métodos.

El pensamiento espacial y sistemas geométricos para Gardner (1998) “es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios” (p. 40)

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del Pensamiento Espacial, considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales. (Gobernación de Antioquia, Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia & Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. P 15)

5.5 Marco Contextual

Este Proyecto se desarrolla en el centro educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá, Departamento de Antioquia en el nivel educativo de primaria en el grado quinto. Dirigido a 19 estudiantes con edades entre los 10 y 15 años.

Por otra parte, los estudiantes focalizados de manera general pertenecen a familias funcionales y disfuncionales, de estrato socio económico 1 ó 2. Los integrantes de las familias se dedican principalmente a las labores del campo relacionadas con agropecuaria y ganadería.

Los jóvenes que pertenecen al sistema educativo enfrentan a diario retos grandes como el desplazamiento de sus hogares a la Institución Educativa, el cual se caracteriza por largos trayectos que implican un tiempo considerable para asistir, esto permite deducir que tienen una motivación para realizar sus estudios.

En este momento nos encontramos en una situación de pandemia (COVID 19), la cual modifico la forma de aprender, llevando a los alumnos a crear aprendizajes desde sus hogares, pero con la orientación de un guía que fortalece sus procesos académicos.

Marco Legal

Constitución Nacional de 1991.

Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos. Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los

educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo. De los Derechos Sociales, Económicos y Culturales Artículos 64 - 67

La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley.

Ley 115 de 1994

Artículo 20. Objetivos generales de la educación básica. Son objetivos generales de la educación básica: (...)

b) Desarrollar las habilidades comunicativas para leer, comprender, escribir, escuchar, hablar y expresarse correctamente;

c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana; (..)

21. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria. Los cinco (5) primeros grados de la educación básica que constituyen el ciclo de primaria, tendrán como objetivos específicos los siguientes: (...)

e) El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos; (...)

Artículo 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria. Los cuatro (4) grados subsiguientes de la educación básica que constituyen el ciclo de secundaria, tendrán como objetivos específicos los siguientes: (...)

c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana; (...)

Decreto 1860 de agosto 3 de 1994

Capítulo I De la Prestación del Servicio Educativo

Artículo 2° Responsables de la educación de los menores. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación obligatoria de acuerdo con lo definido en la Constitución y la ley. La Nación y las entidades territoriales cumplirán esta obligación en los términos previstos en las Leyes 60 de 1993 y 115 de 1994 y en el presente Decreto. Los padres o quienes ejerzan la patria potestad sobre el menor, lo harán bajo la vigilancia e intervención directa de las autoridades competentes.

Artículo 4° El servicio de educación básica. Todos los residentes en el país sin discriminación alguna, recibirán como mínimo un año de educación preescolar y nueve años de educación básica que se podrán cursar directamente en establecimientos educativos de carácter estatal, privado, comunitario, cooperativo solidario o sin ánimo de lucro.

También podrá recibirse, sin sujeción a grados y de manera no necesariamente presencial, por la población adulta o las personas que se encuentren en condiciones excepcionales debido a su condición personal o social, haciendo uso del Sistema Nacional de Educación Masiva y las disposiciones que sobre validaciones se promulguen. En cualquier circunstancia, cuando desaparezcan tales condiciones o hayan sido superadas razonablemente, estas personas, si se encuentran en la edad entre los cinco y los quince años, deberán incorporarse al grado de la

educación formal que se determine por los resultados de las pruebas de validación de estudios previstos en el artículo 52 de la Ley 115 de 1994.

Capítulo II organización de la educación formal

Artículo 5° Niveles, ciclos y grados. La educación básica formal se organiza por niveles, ciclos y grados según las siguientes definiciones: 1. Los niveles son etapas del proceso de formación en la educación formal, con los fines y objetivos definidos por la ley. 2. El ciclo es el conjunto de grados que en la educación básica satisfacen los objetivos específicos definidos en el artículo 21 de la Ley 115 de 1994 para el denominado Ciclo de Primaria o en el artículo 22 de la misma Ley, para el denominado Ciclo de Secundaria. 3. El grado corresponde a la ejecución ordenada del plan de estudios durante un año lectivo, con el fin de lograr los objetivos propuestos en dicho plan.

Artículo 7° Organización de la educación básica. El proceso pedagógico de la educación básica comprende nueve grados que se deben organizar en forma continua y articulada que permita el desarrollo de actividades pedagógicas de formación integral, facilite la evaluación por logros y favorezca el avance y la permanencia del educando dentro del servicio educativo. La educación básica constituye prerrequisito para ingresar a la educación media o acceder al servicio especial de educación laboral. Artículo 8° Edades en la educación obligatoria. El proyecto educativo institucional de cada establecimiento educativo definirá los límites superiores e inferiores de edad para cursar estudios en él teniendo en cuenta el desarrollo personal del educando que garantice su incorporación a los diversos grados de la educación formal. Para ello atenderá los rangos que determine la entidad territorial correspondiente, teniendo en cuenta los factores regionales, culturales y étnicos.

Artículo 9º Organización de la educación media. La educación media comprende dos grados que podrán ser organizados en períodos semestrales independientes o articulados, con el objeto de facilitar la promoción del educando, procurar su permanencia dentro del servicio y organizar debidamente la intensificación y especialización a que se refieren los artículos 31 y 32 de la Ley 115 de 1994.

Con el fin de lograr una mejor relación entre las disciplinas y de ofrecer alternativas al educando para conformar su plan de estudios, las asignaturas y los proyectos pedagógicos de carácter técnico o académico, se integrarán en conjuntos o unidades, cuyo curso se cumplirá en períodos semestrales o menores.

Estándares Básicos de Aprendizaje

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas establecidos por el MEN para los grados cuarto y quinto de primaria, permiten evidenciar el nivel en el desarrollo de las competencias asociadas con los pensamientos numérico y espacial:

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.

Marco Metodológico

Tipo de Investigación

El proyecto desarrollado contiene un paradigma Socio-critico, es de carácter auto-reflexivo, allí establece que el conocimiento se genera a partir de la necesidad y los intereses, donde la realimentación continúa se basa en la teoría y la práctica, es aquí donde el docente actúa con sus educandos utilizando un aprendizaje de manera cooperativa, su finalidad es transformar la realidad escolar dando respuesta o reduciendo el nivel de dificultad de los problemas que se generan en el contexto, con la participación y colaboración de todos los actores educativos, los principios del paradigma son:

Algunos de los principios son: a) conocer y comprender la realidad como praxis; b) Unir teoría y práctica, integrando conocimiento, acción y valores; c) Orientar el conocimiento hacia la emancipación y liberación del ser humano; d) Proponer la integración de todos los participantes, incluyendo al investigador, en procesos de autorreflexión y de toma de decisiones consensuadas, las cuales se asumen de manera corresponsable. (Popkewitz, 1988 citado por Alvarado 2008, p.4)

La investigación se desarrollará bajo un enfoque cualitativo, Kember y Gow (1992) afirma que es “un proceso de investigación, orientado al cambio social, caracterizado por una activa y democrática participación en la toma de decisiones” (p.1), además de ello, Lomax (1990 citado por Blasco, 2009), la cataloga como “Intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar mejora”(p.7), se evidencia como modalidad de investigación y herramienta que apoya la exploración y observación de las acciones evidenciadas en el aula, brindando una mayor validez del análisis y correlación sobre las interpretaciones, en aras de lograr un entendimiento profundo de la problemática de investigación, es por ello que se

desarrolla un diseño de tipo Investigación Acción Educativa - IAE, según Rodríguez (2005) afirma que es una “reflexión del docente sobre sus propias prácticas, consideradas como la principal fuente para la generación de conocimiento pedagógico. Asimismo, se caracterizan por manifestarse como situaciones vividas y sentidas por los docentes y otros actores educativos relevantes.” (p.19). El principal objetivo de la IAE es la actualización permanente de las prácticas educativas, es decir, se presenta formación continua en el Conocimiento Didáctico del Contenido en el docente y su investigación es aplicada. La investigación aborda el método inductivo, Rodríguez (2007) propone que “se inicia con un estudio individual de los hechos y se formulan conclusiones universales que se postulan como leyes, principios o fundamentos de una teoría.” (p. 6), teniendo en cuenta lo anterior, se realiza observaciones de las acciones implementadas en el aula, luego a partir de ellas se realiza inferencias.

Procedimiento

La implementación de la presente investigación en medio de la pandemia “Covid-19”, fue desarrollada por medio de talleres impresos y a color, mediados por llamadas telefónicas, en las cuales se retroalimenta cada uno de los procesos que siguieron los aprendices.

Con el objetivo de dar solución a la pregunta de investigación planteada y alcanzar los objetivos trazados, se implementó un enfoque socio crítico, puesto que busca, que los resultados de la investigación aquí realizada, se utilicen para transformar la realidad escolar, con la participación y colaboración de todos los actores educativos.

El estudio que se llevó a cabo, es de Investigación Acción en el Aula, es aquí donde el investigador se involucra, junto con el conocimiento teórico y práctico, comprometiéndolos en un proceso de autorreflexión del conocimiento y del quehacer docente y de los resultados

académicos como de formulación integral del niño, para fortalecer el desarrollo de aprendizajes matemático, basados en la lúdica del juego.

Se implementaron 5 fases encaminadas a fortalecer el pensamiento numérico y espacial, que describe el proceso llevado a cabo de los diferentes momentos que comprende la investigación:

Fase 1: Exploratoria:

Es el primer paso de la investigación, se vive el proceso de observación para conocer el quehacer pedagógico de la población objeto de estudio, a partir de esta vivencia se identifican aspectos generales y específicos del contexto escolar, se selecciona el tema de investigación permitiendo así la definición del problema el cual giró en torno al desarrollo del pensamiento Numérico y espacial.

Fase 2: Prueba de Propósito diagnóstico

El propósito de esta fase, es de tipo diagnóstico con alcance descriptivo. Tiene como propósito establecer, el estado actual en que se encuentra el contexto específico del problema de investigación. Para el desarrollo de esta fase, se tiene en cuenta: revisión de documentación institucional como es el proyecto educativo Institucional (PEI), plan de área de Matemáticas, referentes de calidad educativa propuestos por el MEN, lineamientos curriculares, estándares básicos de competencia EBC, y derechos básicos de aprendizaje DBA, las pruebas saber, además de ello se aplicó un instrumento de medición respecto a la existencia de determinados problemas de aprendizaje de carácter matemático. Esta prueba tenía aspectos sobre las adquisiciones básicas correspondientes al dominio del cálculo numérico, lectura en la resolución de problemas e interpretación de resultados. Esta identificación inicial, permitió situar al estudiante en un nivel de aprendizaje con el tema objeto de investigación.

Fase 3: Diseño de actividades

Esta fase comprende el diseño de las sesiones que fueron abordadas mediante el juego dirigido, además de ello comparte el objetivo de la sesión con sus respectivas actividades donde se estableció como pilar las situaciones de la vida cotidiana.

Fase 4 Implementación de actividades

Esta fase consta de la aplicación de la Propuesta Pedagógica, busca fortalecer el pensamiento numérico y espacial, allí se desarrollan talleres enmarcados en el juego dirigido donde se propone otra forma para la enseñanza didáctica del contenido.

Fase 5: Elaboración del informe

En esta fase se realiza un proceso de análisis cualitativo a los resultados obtenidos de la aplicación de la propuesta.

Categorías

En la tabla 2 se realiza un proceso de categorización de los pensamientos abordados en el transcurrir investigativo.

Tabla 2

Categorización del pensamiento numérico y espacial

Categoría	Subcategoría	Componentes- Desempeños
Pensamiento numérico (modelo McIntosh-DBA 1,2,3)	Comprensión del número	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Uso en medidas ➤ Realiza conteos
	Uso de métodos	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Utiliza diferentes propiedades para justificar estimaciones relacionadas con las temáticas abordadas ➤ Determina las operaciones para solucionar diferentes problemas
	Estimación y aproximación	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Sabe medir cantidades, objetos

Pensamiento espacial (modelo van hiele)	Visual	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconocimiento de formas ➤ ubicación espacial
	Verbal	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Explica las propiedades determinantes de las figuras ➤ Construcción de comunicación en base a lo aprendido
	Para dibujar	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Modela figuras bidimensionales/ tridimensionales a partir de situaciones dadas

Fuente: Elaborada por el autor

Población beneficiada

Se toma una población total de 19 niños del grado quinto del Centro Educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá – Antioquia, algunas de las características se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3

Población - muestra

Nº de estudiantes	Muestra	Niños	Edad	Niñas	Situación económica	Investigadores
19	19	16	10-15 años	3	Los educandos se encuentran en un nivel socio-económico medio	Edwin Franco Guacaneme, Han Horley Fonseca Guacaneme

Fuente. Elaborada por el autor.

Técnicas e Instrumentos

Encuesta al docente cooperador

Ésta técnica tiene como propósito indagar acerca de la metodología utilizada en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática; el grado de apropiación y gusto por el área en los discentes desde la cosmovisión docente, será efectuado de forma semi estructurada con 10 preguntas (Apéndice 1).

Encuesta de Diagnóstico

Tiene como principal objetivo evidenciar cuales son los pre-saberes de los estudiantes. Contiene 10 de preguntas de carácter semi estructurado, las cuales buscan evidenciar que el pensamiento espacial y numérico es uno de los que presenta mayor dificultad (Apéndice 2).

Observación y análisis del plan de aula y área.

Este instrumento tiene como fin realizar una observación al plan de área y el plan de aula para luego realizar un análisis cualitativo del aprendizaje y la metodología implementada en el aula. El modelo usado para el análisis fue adaptado de la página de Colombia aprende (<https://aprende.colombiaaprende.edu.co/index.html>) (Se evidencia en la tabla 5, la cual se encuentra en los análisis de los instrumentos)

Ficha de observación del progreso de la propuesta

Esta técnica tiene como objetivo realizar un análisis cualitativo y cuantitativo del proceso metodológico que se implementó en la propuesta, teniendo en cuenta las habilidades propias de cada pensamiento propuestas por autores como Van Hiele (visual, verbal y para dibujar) y McIntosh (comprensión del número, uso de métodos, estimación y aproximación) (Apéndice 3)

Resultados de los instrumentos

Encuesta Docente

En la tabla 4 se presenta el análisis de la encuesta realizada al docente cooperador, teniendo en cuenta cada uno de los ítems.

Tabla 4

Análisis de la encuesta al docente cooperador

Número de Ítem	Análisis
a) ¿Qué características busca en las actividades planeadas para los estudiantes?	Se evidencia que el docente no está desarrollando el nivel de pensamiento ni procesos matemáticos, tampoco un aprendizaje en los estudiantes basado en la articulación de competencias, dado que manifiesta que los educandos

-
- aprenden en cuanto al tema a tratar y no desarrollando las competencias y habilidades de cada uno de los aprendices.
- b) ¿La metodología que ha usado permite a los estudiantes contextualizar los procedimientos y conceptos de los temas vistos?
- El docente manifiesta que en varias ocasiones los contenidos que se le presentan a los educandos no muestran una funcionalidad para la vida de cada uno de ellos. Van hiele (1998) propone que el estudiante debe desarrollar el reconocimiento y el análisis en las situaciones matemáticas que se le presentan. Este ambiente de aprendizaje deja ver, que hay falencias en cuanto al pensamiento numérico y espacial, dado que no se fortalecen esos procesos en la realidad estudiantil de una manera acorde a la lúdica y los documentos de referencia.
- c) ¿Cómo es el tipo de comunicación que se genera en la clase de matemáticas acerca del procedimiento en la resolución de problemas y los conceptos usados?
- El proceso que el educador presenta en cuanto a la comunicación no se está dando de una manera adecuada, dado que se implementa es un estilo mecánico el cual no genera en el educando, el desarrollo de competencias mediante el uso de material concreto que le permita crear diversos procedimientos para llegar a la resolución de problemas de una manera diversa.
- d) ¿Qué tipo de juegos usa para fortalecer el pensamiento y los procesos matemáticos?
- El docente manifiesta que no usa con frecuencia juegos en el área. La mejor estrategia para fortalecer el aprendizaje, competencias, habilidades y destrezas es por medio del juego, dado que este afianza, motiva y desarrolla cada uno de los procesos. El juego dirigido permite en los estudiantes la estimulación y el interés en los contenidos manejados desde lo conceptual, procedimental y actitudinal que se abordan en el contexto educativo.
- e) Si la respuesta anterior fue “no uso” ¿Le gustaría enseñar matemáticas usando juegos?
- El entrevistado afirma que, si le gustaría usar juegos en el desarrollo de sus clases, aunque el gusto por usar juegos dirigidos en el área se encuentra latente, se evidencia que no se ejecutan, es por ello que se deben implementar como una estrategia para el acrecentamiento educativo.
- f) ¿Cómo es la evaluación que realiza después de abordar el procedimiento y el concepto en el aula?
- El educador menciona que lo realiza mediante pruebas escritas para tener evidencias a los estudiantes, padres y directivos, dejando a un lado la evaluación formativa, en la cual se evidencian los aciertos y dificultades que contribuyen con el proceso de conocimiento de cada uno de los estudiantes.
-

g) ¿Motiva a sus educandos para aprender matemáticas libremente?	El docente manifiesta que solo a veces los motiva. El continuo proceso de motivación en los estudiantes, crea un gusto por el área y un hábito de aprendizaje continuo e interesado, llevándolos a obtener un aprendizaje por descubrimiento, el cual más adelante se convierte en significativo.
h) ¿En las clases de matemáticas realiza retroalimentación adecuada teniendo en cuenta el grado y la edad de los educandos?	El maestro proclama que solo a veces realiza esto, generando en muchas ocasiones en los estudiantes un retroceso, dado que dependiendo de la edad cronológica se debe articular el proceso de retroalimentación.
i) ¿Cuenta con material lúdico - recreativo (matemático) para usar en el aula?	El entrevistado manifiesta que no tiene material lúdico para el área de matemáticas. La adquisición de material lúdico permite motivar a los estudiantes, fortaleciendo procesos y mejorando las prácticas implementadas en el aula.
j) ¿Le gustaría diseñar sus clases implementando la matemática recreativa?	El docente proclama que, si le gustaría implementar una estrategia de este tipo, es por ello que se hace necesario implementar una metodología basada en el juego y la resolución de problemas que contribuya con el mejoramiento de los procesos matemáticos.

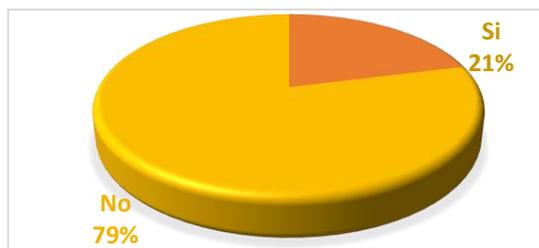
Fuente. Elaborada por el autor.

Encuesta de diagnóstico

En la figura 5 se evidencia si los estudiantes han observado figuras geométricas en su entorno

Figura 5

Observación de figuras geométricas en el entorno.



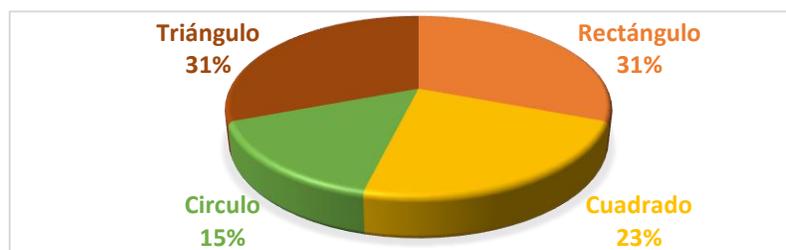
Fuente: Elaborada por el autor.

Los resultados indican que la gran mayoría de los estudiantes (79% que corresponden a 15 estudiantes) no saben que es una figura geométrica y por ende no pueden contestar de manera acertada, esto evidencia que no se tiene una apropiación de conceptos de una manera adecuada y fructífera, evidenciando una falencia en el pensamiento espacial y sistema geométricos.

En la figura 6 se muestran las formas geométricas que se encuentran en el lugar donde viven los estudiantes que contestaron asertivamente la anterior pregunta

Figura 6

Figuras geométricas en el entorno.



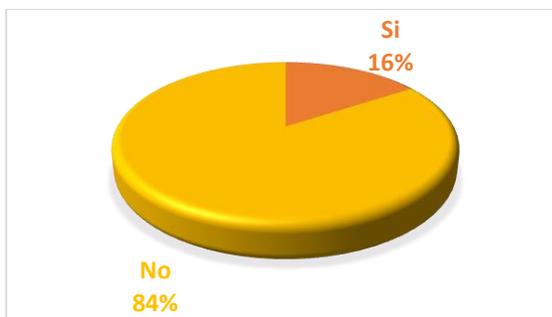
Fuente: Elaborada por el autor.

Los cuatro estudiantes que contestaron que si observaron figuras geométricas en el entorno los cuales corresponden al 21% de la totalidad de los estudiantes. De estos se muestra que todos, nombraron al rectángulo y al triángulo, pero el cuadrado solo fue nombrado por 3 de ellos y el círculo por 2.

En la figura 7 se presenta la respuesta a la pregunta ¿Sabe qué es un polígono?

Figura 7

Conocimiento de un polígono



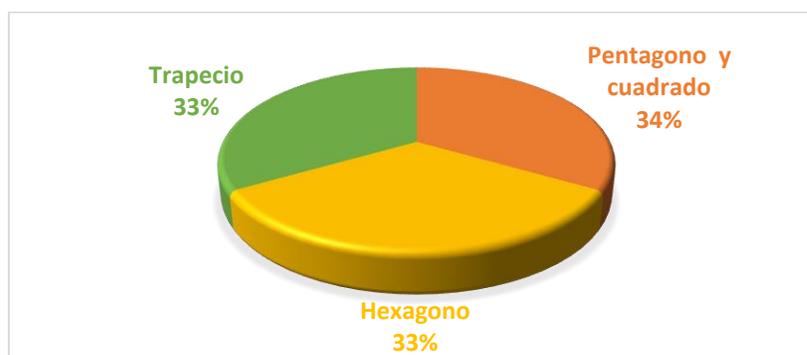
Fuente: Elaborada por el autor.

Se evidencia que el 84 %, el cual corresponde a 16 estudiantes no tienen conocimiento del concepto de un polígono, tan solo el 16 % correspondiente a 3 discentes tienen un nivel satisfactorio en este ítem.

En la figura 8 se muestran los polígonos de los discentes que contestaron afirmativamente a la pregunta anterior y los cuales se evidencian en su entorno.

Figura 8

Polígonos observados en el entorno



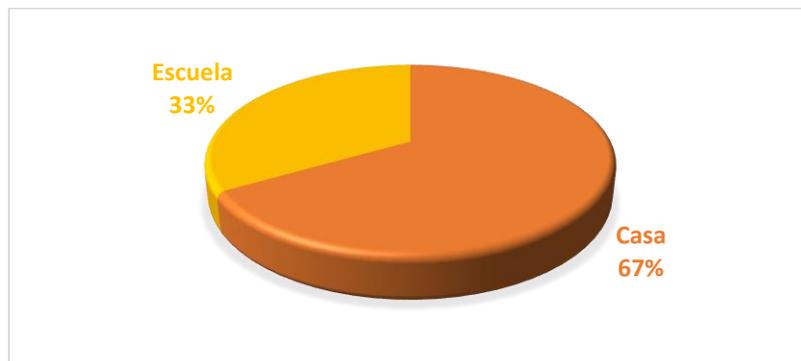
Fuente: Elaborada por el autor.

Cada uno de los tres estudiantes correspondientes al 16 % de la totalidad de los discentes, contestó en su respuesta, un tipo de polígono diferente, es de resaltar que un educando nombro dos polígonos, teniendo en cuenta lo anterior se puede determinar que se presenta un bajo grado de apropiación conceptual en el pensamiento espacial.

En la figura 9 se evidencia el lugar en donde los aprendices han observado los polígonos

Figura 9

Lugares donde ha observado polígonos.



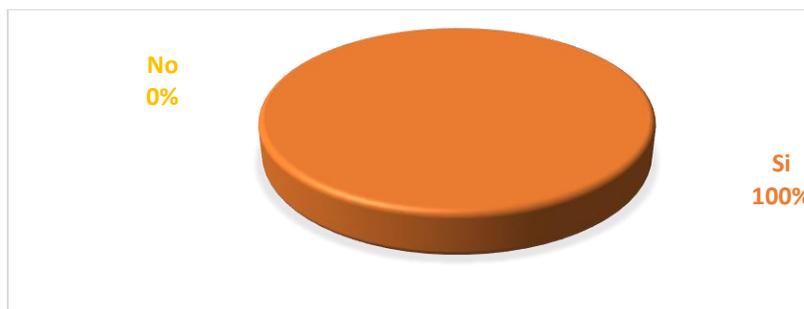
Fuente: Elaborada por el autor.

Los educandos evidencian en mayor medida los elementos que hay su casa dado que es allí donde permanecen mayor tiempo, el 67 % de los estudiantes que contestaron acertadamente dicen haber visto estos elementos en su casa, es de resaltar que la educación desde hace varios meses se ha dado en los hogares de cada uno, debido a la emergencia sanitaria declarada por el gobierno nacional (Covid-19)

En la figura 10 se presenta los resultados obtenidos sobre si los estudiantes han observado una pared en donde estén a la vista los ladrillos o tablas.

Figura 10

Observación de una pared donde están a la vista ladrillos o tablas



Fuente: Elaborada por el autor.

El 100 % de los estudiantes han observado el teselado de una pared, evidenciando algunos tipos de características que presenta este elemento, cabe mencionar que las casas de los estudiantes en su totalidad están elaboradas en madera.

En la figura 11 se presenta que sucede si usáramos ladrillos o tablas más pequeñas en la construcción de la pared.

Figura 11

Uso de ladrillos o tablas más pequeñas en la construcción de una pared.



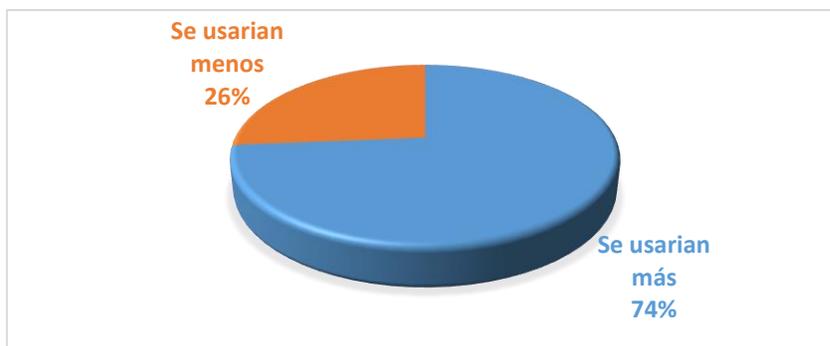
Fuente: Elaborada por el autor.

Se evidencia que el 89 % de los estudiantes utilizarían menos tablas para la construcción de una pared, aunque diariamente observan las paredes de su hogar, no realizan procesos de reconocimiento, análisis y comparación de tamaño, es por ello que su respuesta fue errada, reiterando las falencias detectadas en cuanto al pensamiento espacial y además de ello el cálculo mental correspondiente al pensamiento numérico.

En la figura 12 se muestra qué sucede si se usan ladrillos y/o tablas de diferentes tamaños para la construcción de una pared.

Figura 12

Uso de ladrillos o tablas de diferentes tamaños en la construcción de una pared.



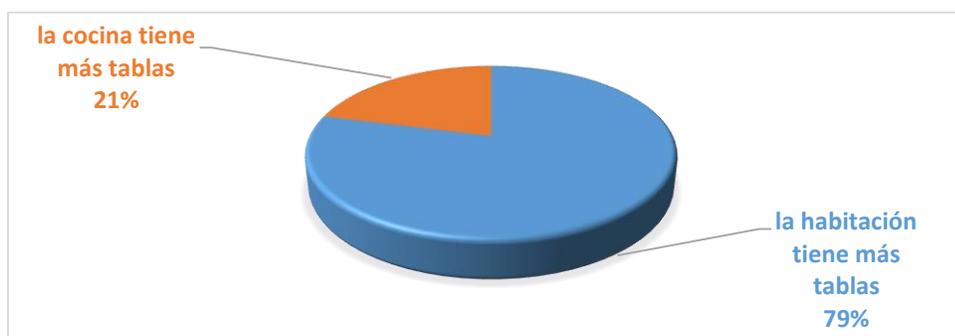
Fuente: Elaborada por el autor

El 74 % de los estudiantes en su respuesta mencionan que usarían más elementos para teselar una pared y esto erróneo debido a que al haber tablas de diferentes tamaños, unas serán más grandes y otras más pequeñas, por ende, se usaran menos, los estudiantes no hacen un proceso de reconocimiento, análisis y comparación de cada uno de los elementos que se presentan en el medio en el cual vive, y es por ello que dan una respuesta equivocada.

En la figura 13 se evidencia que sucede cuándo se compara las paredes de una habitación con las de la cocina, si se utilizarían la misma cantidad de tabla o ladrillos

Figura 13

Comparación de paredes



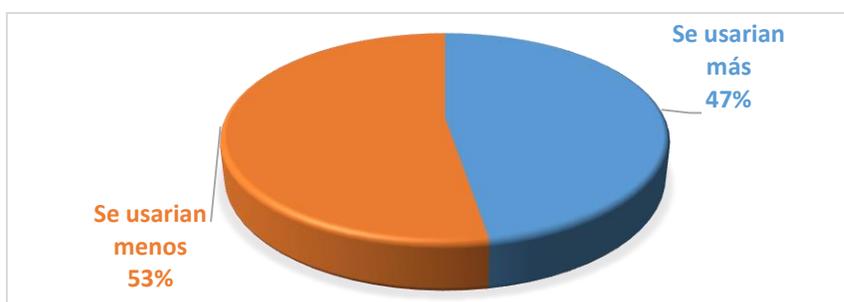
Fuente: Elaborada por el autor.

La gran mayoría de los educandos coincidieron en decir que la habitación era más grande que la cocina y por lo tanto tenía mayor cantidad de tablas en las paredes, el 79 % de ellos dio esa respuesta.

En la figura 14 se da a conocer como imaginan los educandos el teselado de una superficie, utilizando baldosas o tablas en el piso en un espacio de menor tamaño.

Figura 14

Teselado de baldosas en una habitación de menor tamaño.



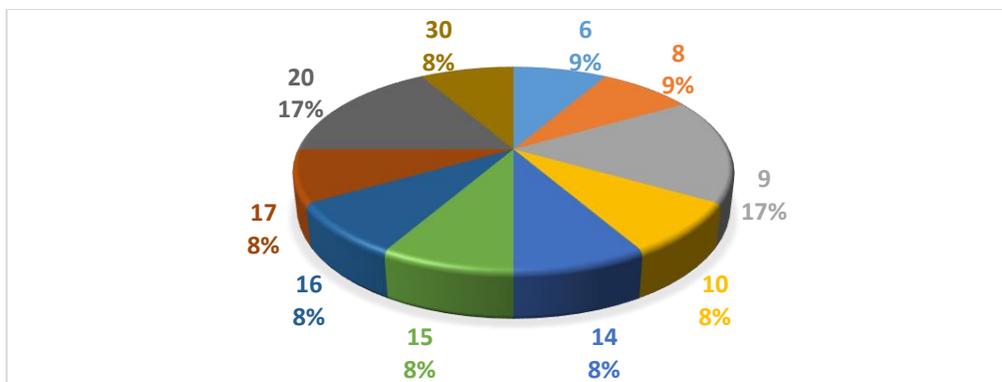
Fuente: Elaborada por el autor

El 47 % de los discentes contestaron erróneamente, mientras que el 53 lo hizo de forma adecuada, esto se debe a que su comprensión en los números, las formas, el tamaño y el teselado se encuentra en un bajo nivel de apropiación.

En la figura 15 se evidencia los resultados obtenidos en cuanto a la cantidad de hojas de tamaño carta empleadas en el recubrimiento de la parte superior de una mesa de comedor, en donde no se dejaron espacios sin llenar y además coincidían los lados de cada una.

Figura 15

Recubrimiento de una mesa.



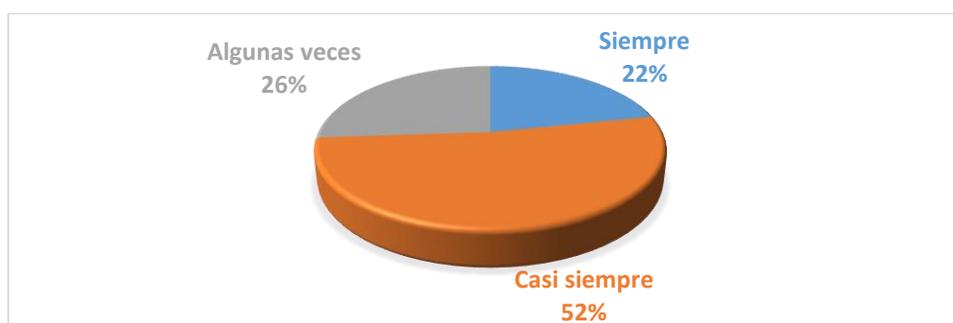
Fuente: Elaborada por el autor.

En la anterior figura se evidencia que el 8 % contestó que al teselar la mesa del comedor su casa gastó 16 hojas; mientras que el que otro 8% contestó que usaron 14 hojas; otro 8% usó 10 hojas; mientras que el 17 % empleó 9; seguido del 8% que usó 8 hojas; en consecuencia, el 9% usó 6 hojas; el 8 % gastó 30 hojas; seguido de otro 17% que empleó 20 hojas y para finalizar el 8% usó 17 hojas.

En la figura 16 se muestran los resultados de los estudiantes sobre el proceso para recubrir una caja de cartón con hojas de papel (de cuaderno pequeño, grande, mediano)

Figura 16

Proceso para recubrir una caja



Fuente: Elaborada por el autor.

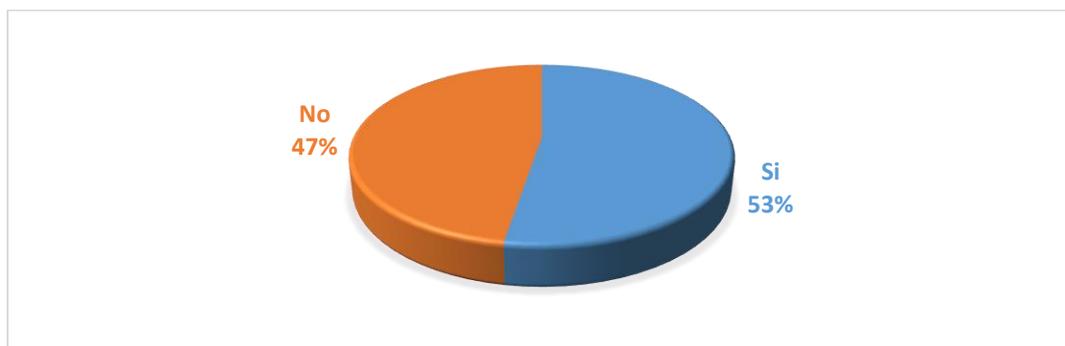
Se evidencia que el 22 % contestó adecuadamente, un 52% dejó en evidencia que no pueden hacer una descripción adecuada del proceso de recubrimiento, el 26 % no respondió

como recubriría una caja usando estos elementos. Estos resultados nos permiten evidenciar que el proceso de recubrimiento y la comprensión de las formas en juicios matemáticos, no posee un nivel adecuado.

En la figura 17 se muestran los resultados obtenidos teniendo en cuenta el siguiente cuestionamiento ¿Si tomamos una hoja de papel y realizamos diferentes dobleces podríamos elaborar una caja?

Figura 17

Realización de una caja haciendo dobleces a una hoja.



Fuente: Elaborada por el autor.

El 53 % de los discentes manifiestan que no es posible armar una caja realizando dobleces, esto demuestra que el desarrollo de la comunicación, procesamiento y análisis de algunos juicios matemáticos enmarcados en el pensamiento numérico y el pensamiento espacial, no presentan un nivel adecuado.

Observación de plan de aula y área

En la tabla 5 los ítems con los que cumple el plan de área del Centro Educativo Arenas Monas-San Pedro de Urabá.

Tabla 5*Plan de área*

	Matriz de análisis	Presenta	No presenta
0	Identificación institucional	X	
1	Introducción		X
2	Justificación o enfoque del área.		X
	Enfoque del área		X
	Objeto de estudio del área		X
	Objetivos y metas de aprendizaje	X	
	Metas de aprendizaje	X	
4	Marco legal		X
5	Marco teórico		X
6	Marco contextual		X
7	Marco conceptual		
	Lineamientos curriculares	X	
	Orientaciones pedagógicas		X
	Estándares Básicos de competencias(EBC)	X	
	Matrices de referencia		X
	Mallas de aprendizaje		X
	Derechos básicos de aprendizaje (DBA)	X	
8	Diseño curricular		
	Lineamientos curriculares	X	
	Orientaciones pedagógicas		X
	Estándares básicos de competencias (EBC)	X	
	Matrices de referencia		X
	Mallas de referencia		X
	Derechos Básicos de aprendizaje	X	
9	Metodología		
	Momento de exploración		X
	Momento de estructuración		X
	Momento de practica/ ejecución		X
	Momento de transferencia		X
	Momento de valoración		X
10	Recursos y ambientes de aprendizaje		X
11	Intensidad horaria		X
12	Evaluación		
	Evaluación formativa		X
	Evaluación sumativa		X
	Evaluación diagnóstica		X
	Autoevaluación		X
	Coevaluación		X
13	Heteroevaluación		X
	Instrumentos de evaluación formativa		X
	Técnicas de observación		
	• Guía de observación		X
	• Registro anecdótico		X
	• Diario de clase		X
	• Escala de actitudes		X
	Técnicas de desempeño		
	• Preguntas sobre el procedimiento		X
	• Cuadernos de los estudiantes		X
	• Organizadores gráficos		X

	Técnicas para análisis de desempeño	
	• Portafolio	X
	• Rúbricas	X
	• Lista de cotejo	X
	Técnicas de interrogatorio	X
	• Debate	X
	• Ensayo	X
	• Pruebas escritas	X
	Análisis resultados pruebas saber	X
	Análisis pruebas aprendamos	X
	Análisis resultados pruebas supérate con el saber	X
	Análisis de resultados caracterización de comprensión de lectura en estudiantes de 3° y 5°	X
	Análisis de resultados informe por colegio. Aterrizando los resultados	X
	Articulación SIEE (Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes)	X
	Plan de Acción Hacia la Meta de la Excelencia (HME)	X
	Comisiones de Evaluación y Promoción	X
14	Actividades de apoyo para estudiantes con dificultades en su proceso de aprendizaje.	X
15	Articulación con Proyectos Transversales	X
	Referencias Bibliográficas	X

Fuente. Adaptado de guía de fortalecimiento Programa Todos a Aprender (PTA), 2019.

En la tabla 6 se presentan los ítems con los que cumple el plan de aula institucional

Tabla 6

Plan de aula

Fase	Elementos esenciales	Presenta	No presenta
Exploración	Actividades de preparación para el aprendizaje	X	
	Objetivo de aprendizaje		X
Estructuración	Conceptualización/modelación	X	
	Práctica guiada ejecución		X
Practica	Practica independiente		X
	Aplicación del aprendizaje	X	
Transferencia	Cierre	X	
	Reflexión		X

Fuente. Adaptado de guía de fortalecimiento Programa Todos a Aprender (PTA), 2019.

De acuerdo al plan de área y plan de aula se observa que en años anteriores se fortalecieron algunos aprendizajes necesarios para el grado 5. En algunos casos se observa

parcialmente, la relación entre el plan de área, plan de aula y los documentos de referencia. Cabe resaltar que no hay actualización de plan de área y plan de estudio, teniendo en cuenta lo anterior la investigación permite evidenciar que las estrategias basadas en el juego y enmarcadas en la matemática recreativa junto con los componentes propuestos por el MEN son una base que permite centrar el interés de los estudiantes.

Resultados

A continuación, se presentarán los resultados de las fichas de observación que hacen referencia a los talleres. La información se ha recopilado en dos componentes: pensamiento espacial y pensamiento numérico. Seguidamente a la descripción de cada uno de los pensamientos aparecen dos tablas que evidencian cada uno de los talleres; posterior a ello se presenta un gráfico de barras en donde se evidencia cuantitativamente cada uno de los talleres; luego se presenta un texto a manera de análisis de los resultados y para finalizar un consolidado de todo lo obtenido

Tabla del pensamiento espacial

Condensa la información asociada a los resultados de las fichas de observación sobre la interacción de actividades que promovieron el desarrollo del pensamiento espacial; la información de los talleres estructurados en tres fases (inicio, desarrollo y finalización), para determinar de ellas las aportaciones a la evolución en saberes que tenían los estudiantes y hacer proyectivas el diseño de las próximas intervenciones pedagógicas. Así mismo se reconoce que la interpretación se hace teniendo en cuenta tres grandes habilidades (visual, verbal y para dibujar) propuestas por Van Hiele e inherentes al pensamiento espacial y sistemas geométricos. La habilidad visual hace referencia al reconocimiento de formas y la ubicación espacial, la habilidad verbal explica las propiedades determinantes de las figuras y la comunicación con base a lo

aprendido; la habilidad para dibujar atañe a modelar figuras bidimensionales o tridimensionales a partir de situaciones dadas. También presenta los niveles propuestos por Hiele en cada habilidad (reconocimiento y análisis): nivel de reconocimiento que hace referencia a reconocer las figuras por su apariencia, sin que jueguen un papel explícito en este proceso y el nivel de análisis en donde se hace una interpretación de sus propiedades. Seguidamente se evidencian unas metas a manera cuantitativa para determinar el nivel de alcance que se va obteniendo (meta alcanzada), estas están limitadas por la cantidad de alumnos que contestan asertivamente de acuerdo a la habilidad, para finalizar se hace la descripción teniendo en cuenta los aspectos mencionados anteriormente.

Tabla del pensamiento numérico

Se aborda desde tres habilidades propuestas en el modelo de McIntosh y complementadas con los DBA 1,2,3; la habilidad de comprensión del número, vista como el uso en medidas y la realización de conteos; la habilidad del uso de métodos referenciados como la utilización de diferentes propiedades para justificar estimaciones relacionadas con las temáticas abordadas y la determinación de las operaciones para solucionar diferentes problemas; la habilidad de estimación y aproximación en donde refiere a saber medir cantidades y objetos. Seguidamente se evidencian unas metas a manera cuantitativa para determinar el nivel de alcance que se va obteniendo; para finalizar se hace la descripción teniendo en cuenta los aspectos relacionados anteriormente.

 UNIVERSIDAD LIBRE COLOMBIA	Matemática recreativa, una estrategia fortalecer el pensamiento numérico y espacial	Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas	
		Ficha de observación	Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá-Antioquia

Objetivo: Reconocer de manera cualitativa y cuantitativa el aprendizaje de las habilidades del pensamiento numérico y espacial.

En la tabla 7 presenta el análisis del primer taller visto desde el pensamiento espacial

Tabla 7

Taller # 1(orientación en el espacio)-pensamiento espacial

Pensamiento espacial									
Habilidades	Visual			Verbal (construcción de comunicación en base a lo aprendido)			Para Dibujar		
	Nivel			Nivel			Nivel		
	Reconocimiento X	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X	
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2 X	3	1	2 X	3	1	2 X	3
Pensamiento	Descripción			Descripción			Descripción		
Fase de inicio									
Espacial y Sistemas Geométricos	En el primer punto de esta fase, se puede evidenciar que 13 estudiantes de 19, realizaron el proceso de identificar y reconocer las propiedades que corresponden a los cuadriláteros de manera correcta, estos estudiantes detallaron cada una de las características de las figuras efectuando el nivel de reconocimiento			De acuerdo a la información reconocida por los educandos, estos pasaron a clasificar cada una de las figuras teniendo en cuenta las indicaciones que se les habían dado al principio (colocar a la izquierda los cuadriláteros y a la derecha las demás figuras), generando en ellos un nivel de análisis			Algunos estudiantes optaron por dibujar las figuras geométricas, generando en ellos el cálculo y la estimación de medidas como también la interpretación de las características que presentaban cada una de las figuras que se les proporciono; a la par con sus dibujos ellos las		

			clasificaron siguiendo los criterios estipulados(a la izquierda los cuadriláteros y a la derecha las demás figuras), cabe mencionar que no era requisito hacer el dibujo, pues las figuras podían ser recortadas y clasificadas en una hoja blanca. Se evidencia que los estudiantes logran reconocer las figuras y generan un nivel de análisis
En el segundo punto, los estudiantes realizaron una observación detallada a la imagen que se les presento, evidenciando cada uno de los objetos y las características en cuanto a posición con respecto a cada uno de los objetos, en esta actividad se evidencio el nivel de reconocimiento.	Teniendo en cuenta los conceptos que hacen referencia a (arriba, abajo, izquierda y derecha), 14 de los 19 estudiantes contestaron de manera adecuada a cada una de las preguntas, observando esto, se puede determinar que los procesos de análisis van surtiendo efecto, en cuanto a la orientación espacial.		
Fase de desarrollo			
En el punto número uno de esta fase, se mostró en una ilustración la mano izquierda y la derecha. De esta manera se logró que los estudiantes realizaran un adecuado reconocimiento visual, en su propio cuerpo, para luego continuar con la actividad número 2, la cual veremos en el ítem de la habilidad verbal y para dibujar. Continuando en el numeral 3, hubo una actividad homogénea en donde los estudiantes colorearon el zapato del pie derecho, la cual hizo que el estudiante desarrollara un proceso de análisis en su vestimenta y su propio cuerpo.	En el ítem dos, de la fase de desarrollo, los discentes hicieron una actividad de reconocimiento e interpretación con sus manos, puesto que en el punto # 1 ya habían observado a cuál correspondía, los discentes visionaron su lateralidad (izquierda-derecha), en este punto 17 estudiantes lo modelaron e identificaron adecuadamente, generando en ellos un proceso de análisis.	En la actividad 2 los estudiantes realizaron un proceso de calco a cada una de sus manos. Observando las características que presentan: la ubicación de cada uno de los dedos, tamaño y forma. Ello permitió, que hicieran una comprensión de la ubicación espacial de las manos, para luego generar un concepto asertivo arraigado y poder determinar la ubicación de los objetos de acuerdo a la base conceptual propuesta (lateralidad utilizando nuestro cuerpo).	
En el punto cuatro, los estudiantes realizaron un proceso de análisis a cada una de las imágenes, para determinar la ubicación de dos animales (vaca y perro) teniendo en cuenta las indicaciones que se les presentaron.	En este ítem 14 de los estudiantes contestaron correctamente, esto evidencia que ellos se han apropiado de conceptos (adentro y afuera) y los pueden llevar a implementar en casos donde se le ameriten, desarrollando en ellos un proceso de análisis.		

<p>En el punto cinco, cada uno de los estudiantes en primera medida hicieron un proceso de reconocimiento de las imágenes que se le presentaron para luego pegarlas siguiendo las orientaciones dadas.</p>	<p>En esta actividad, los estudiantes siguieron las indicaciones que se les dieron, de esta manera fortalecieron su orientación espacial (derecha, izquierda, entre otros), generando un conocimiento de sí mismos y determinando la posición en la que se encuentra su propio cuerpo, esto permite que ellos se muevan con libertad en cualquier contexto. Es de resaltar que este proceso contribuyo con el posicionamiento de objetos dado que el educando se observó a sí mismo y fue realizando diferentes ejercicios que lo ayudaron a desenvolverse en el transcurrir del tiempo de una manera más ágil y eficaz. Esta actividad fue desarrollada por 15 estudiantes de manera correcta.</p>	
<p>El ítem seis, llevo a los estudiantes a hacer un ejercicio de visualización de algunos lugares de la ciudad, identificando las características que tiene determinado plano (calles, carreras y lugares).</p>	<p>Una vez reconocido los lugares en el esquema del pueblo, los discentes procedieron a clasificarlos en una tabla, teniendo en cuenta las calles y carreras que desde un principio se podían evidenciar como medio de ubicación en el plano de la ciudad o pueblo, esta actividad les permite posicionarse en un determinado lugar y conocer la ubicación exacta de un sitio. En el desarrollo de este apartado 13 estudiantes en total obtuvieron resultados favorables con respecto a este ítem.</p>	
Fase de finalización		
<p>En el primer punto, los aprendices ubicaron en el plano cada uno de los lugares que se les presentaron en el recuadro, generando un proceso de reconocimiento de cada elemento.</p>	<p>Teniendo como base las normas estipuladas, en cuanto a las calles y carreras correspondientes, cada uno de ellos ubico el sitio, teniendo en cuenta, el punto de referencia que se le había especificado en una tabla, en la cual estaba el lugar y su ubicación (calle y carrera). Esta actividad la desarrollaron 15 estudiantes de una manera adecuada, contribuyendo de esta manera a mejorar la construcción del</p>	

		análisis del espacio personal y social de cada uno.	
	En el ítem dos de esta fase, los estudiantes observaron e identificaron primeramente el plano, luego analizaron cada una de las características de los lugares en cuanto a su ubicación (calles y carreras)	Teniendo como eje central la ubicación (calles y carreras) de los lugares en el plano esquemático de un pueblo, los aprendices hicieron un proceso de análisis, en donde dependiendo de la veracidad de la premisa, ellos marcaron verdadero o falso según correspondía. En el desarrollo de este numeral, se pudo evidenciar que 16 estudiantes lo ejecutaron de una manera óptima, teniendo en cuenta las orientaciones dadas.	
	En el punto número tres cada aprendiz, logro hacer una observación minuciosa del plano que se le presento, de esta manera hizo un reconocimiento de la actividad planteada.	Partiendo de la observación, los estudiantes lograron describir en palabras, el camino que siguió Natalia y Carlos para ir a cada uno de los lugares que se le indicaban. En el desarrollo de esta actividad 16 estudiantes contestaron de una manera certera a cada uno de los numerales que se les presento.	

Fuente. Elaborada por el autor

En la siguiente tabla se presenta el análisis del primer taller visto desde el pensamiento numérico

Tabla 8

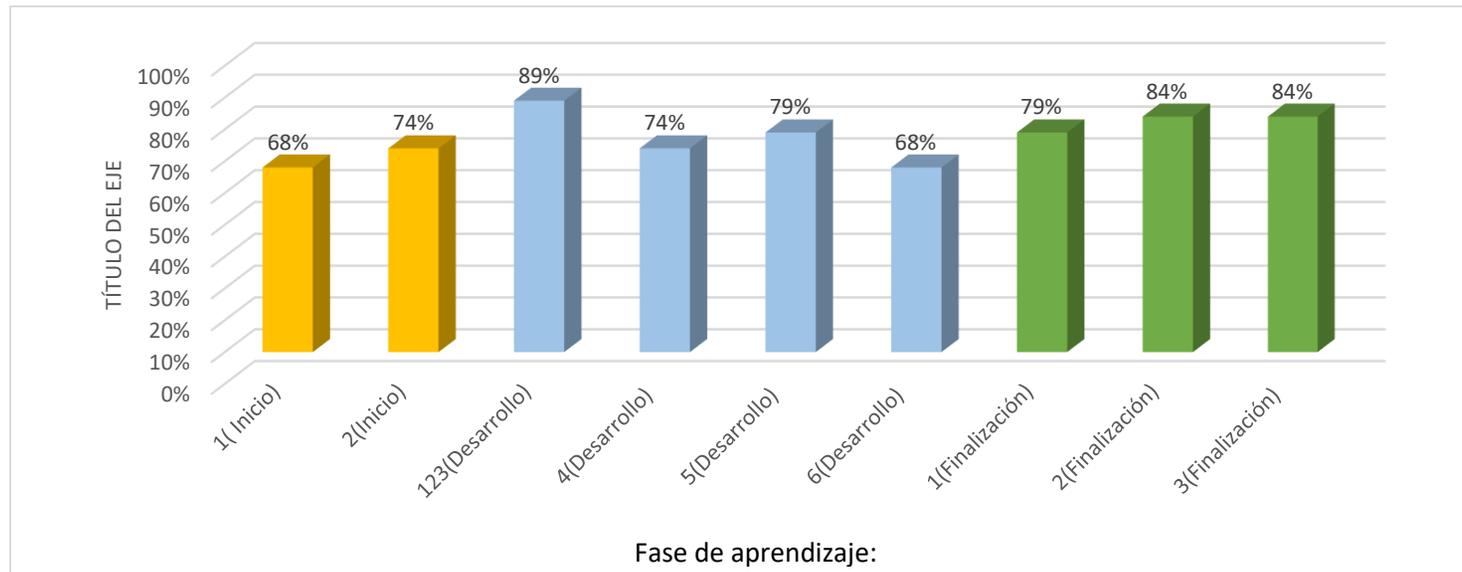
Taller # 1(orientación en el espacio)-pensamiento numérico

Pensamiento numérico									
Habilidades Pensamiento	Comprensión del número			Uso de métodos			Estimación y aproximación		
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2 x	3	1	2	3	1	2	3
Descripción			Descripción			Descripción			
Fase de inicio									
Numérico y Sistemas Numéricos	En el punto uno, los estudiantes realizaron un conteo de las características de las figuras bidimensionales tales como: medidas, numero de lados, ángulos, entre otros. Para de esta forma llegar a clasificarlas según los criterios estipulados.								
Fase de desarrollo									
	En la actividad número cinco, los aprendices efectuaron un conteo de los movimientos a seguir en el ejercicio de orientación espacial en donde pegaron huellas de las manos y los pies según las instrucciones dadas en el taller. Se reconoce que la actividad permite a los estudiantes conectar parte de su pensamiento numérico con el pensamiento espacial.								
Fase de finalización									
	En el desarrollo de esta fase, los estudiantes realizaron un conteo de la forma como una persona puede movilizarse en dicho plano, teniendo en cuenta el esquema de organización (cantidad de calles y carreras) que se recorre desde la coordenada en la cual se posiciona hasta determinado lugar según la indicación dada, logrando hacer asociaciones entre cantidad y espacio.								

Fuente. Elaborada por el autor

Figura 18

Resultados del taller orientación en el espacio.



Fuente. Elaborada por el autor.

En el primer punto de la fase de inicio el 68 % identificaron correctamente los cuadriláteros; el 74 % en el punto 2 ubicaron espacialmente objetos de manera asertiva; el 89 % en la fase de desarrollo y en el ítem 1,2 y 3 lograron reconocer lateralidad; seguidamente en el punto 4 el 74 % pudieron determinar la noción de adentro y afuera en unas imágenes predispuestas; el 79 % pudieron orientarse espacialmente de manera asertiva en el punto 5; el 68 % en el punto 6 de esta fase ubico espacialmente algunos lugares que se aparecían en una tabla y que debían ser reconocidos en el esquema de un pueblo; en el primer punto de la fase se finalización el 79 % de los estudiantes ubicaron los lugares en el mapa teniendo en cuenta las orientaciones dadas; el punto número 2

de esta fase el 84% reconocieron si la premisa era falsa o verdadera de acuerdo al esquema presentado; en el último punto de esta fase el 84 % pudo identificar el camino que debía seguir cada uno de los participantes en el esquema que se les presentó. Podemos afirmar que en promedio el 73 % de los estudiantes en este taller contestaron de manera correcta.

De la observación de la actividad guiada por medio de llamadas y titulada “orientación en el espacio”, desarrollada por los educandos mediante guías impresas y a color, en donde se emplea la orientación espacial y el pensamiento numérico. se puede determinar que se presentaron debilidades en algunos estudiantes, pero estas se disminuyeron a medida que ellos preguntaban y se les retroalimentaba por medio telefónico. Cabe resaltar que al desarrollar las actividades propuestas en el taller los llevó a: identificar las figuras geométricas en algunas situaciones, realizar clasificaciones teniendo cuenta los criterios que se les estipularon, así como también establecieron comparaciones entre las figuras bidimensionales determinando sus características y con ello organizarlas de acuerdo a su clasificación, teniendo en cuenta su número de lados, ángulos, entre otros, posterior a ello, observaron y analizaron imágenes en las cuales determinaron la ubicación de un animal en una ilustración. Para finalizar hicieron un proceso de identificación y reconocimiento a un plano, el cual tuvo como objetivo posicionar al educando en un esquema de un municipio y llevarlo a orientarse teniendo en cuenta criterios establecidos para la organización de un lugar poblado, todo ello contribuyó a permitir que resolvieran situaciones en las que describieron e hicieron un proceso descriptivo para determinar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano, teniendo como punto de partida el sistema de coordenadas (calles y carreras) la cual los llevo a especificar locaciones y llevar a describir diferentes relaciones desde la parte del reconocimiento, análisis e interpretación de las mismas.

En la siguiente tabla se muestra el análisis de resultados del taller 2, desde el pensamiento espacial.

Tabla 9

Taller # 2 (poliminós)-pensamiento espacial.

Pensamiento Espacial									
Habilidades	Visual			Verbal (construcción de comunicación en base a lo aprendido)			Para Dibujar		
	Nivel			Nivel			Nivel		
	Reconocimiento X	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X	
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2 X	3	1	2 X	3	1	2 X	3
Pensamiento	Descripción			Descripción			Descripción		
Espacial y Sistemas Geométricos	Fase de inicio								
	En el primer punto correspondiente al numeral (a) en donde se realizó una relación entre distancia y marca, los estudiantes realizaron un proceso de reconocimiento entre magnitud- espacio. En el numeral (b) los aprendices realizaron un proceso de identificación y reconocimiento de perímetro según las formas geométricas.			Se reconoció que 15 de los 19 estudiantes lograron determinar de manera correcta la medida la medida en centímetros de cada uno de los recorridos. Luego de hacer la identificación y reconocimiento cada uno de ellos analizo la gráfica para determinar el perímetro en cada una de las figuras que se les presento, 16 estudiantes contestaron asertivamente.					
	Fase de desarrollo								
	El primer punto permitió desarrollar la motricidad gruesa, en cada uno de los estudiantes, seguidamente los llevo a hacer un reconocimiento de los poliminós, generando en ellos un análisis de las áreas a las cuales correspondía cada elemento. La totalidad de estudiantes desarrollo esta actividad adecuadamente.								
				En la actividad 2 los educandos realizaron un proceso de análisis en la imagen que se les presento y luego determinaron la cantidad de					

		unimos que necesitaban para completar esta figura, comprobando una relación de tamaño y orden. 16 estudiantes contestaron adecuadamente.	
		En el punto 3 los discentes identificaron el esquema que se les presento, utilizando los uniminós y dominós recortados para teselar el área demarcada por el recuadro, generando procesos de análisis entre la relación que existe de perímetro y área. En esta actividad 16 estudiantes contestaron de manera correcta.	
		En el ítem cuatro los educandos observaron detalladamente el esquema dado y luego hicieron un proceso de análisis y teselado de los triminós y tetraminós para completar las dos figuras propuestas. Finalizando esta actividad escribieron la totalidad de figuras usadas, teniendo en cuenta sus características. 16 estudiantes contestaron de manera correcta a todos los requerimientos de esta actividad, la cual se enfocaba en promover la comparación de formas geométricas y el área.	
	En el punto 5 los estudiantes hicieron un ejercicio de reconocimiento, observando las características en cuanto al área y forma que tenían los rectángulos.	Teniendo en cuenta la observación, realizaron un proceso de análisis en donde manifestaron las características y diferencias entre área y perímetro, en esta actividad 15 estudiantes la ejecutaron de manera certera.	
	En el ítem 6 los estudiantes realizaron un proceso deductivo, al realizar lectura visual del plano hasta llegar a fraccionarlo con el uso de pentaminós, reafirmando con ello saberes de relación, tamaño, forma y distribución espacial.	Basados en el reconocimiento de la imagen propuesta y su posterior análisis los discentes emplearon pentaminós de diferentes colores para teselar el esquema propuesto. La anterior actividad fue desarrollada de manera correcta por 16 estudiantes, comunicando con ello la mejora en el desarrollo de su pensamiento espacial.	
	En el numeral 7 los estudiantes observaron el esquema planteado, con el propósito principal de asociar forma, tamaño, área, perímetro y la	Teniendo como base la observación del rectángulo con 60 piezas, los estudiantes formaron rectángulos de diferentes diseños, pero con igual área para teselar la superficie;	

	distribución de ellas por orientación horizontal y vertical.	con ello hicieron un proceso de análisis en donde compararon los diferentes rectángulos formados. 15 estudiantes realizaron esta actividad de una manera óptima.	
	El punto número 8 permitió que los aprendices observaran detalladamente las figuras que se les presentaron, para llevarlos a que compararan, diferenciaron, armaran y utilizaran la lógica en el teselado de los diagramas.	Los educandos hicieron procesos de análisis en este punto, en primera medida observaron detalladamente y de acuerdo a eso buscaron los cuatro pentaminós correspondientes a cada uno de los ejercicios propuestos en esta actividad. Posterior a ello mencionaron el área y el perímetro de cada figura. En esta actividad 16 estudiantes contestaron de manera acertada	
	En la actividad del punto 9 se les presento a los estudiantes un rectángulo de 3 cuadrados por 7 y 3 grupos de cuatro pentaminós, con diferentes colores cada uno, con la intención de promover su interpretación y análisis.	De acuerdo a lo presentado, cada uno de los estudiantes analizaron e interpretaron las formas de los pentaminós, posterior a ello encontraron la forma de teselar el rectángulo sin que quedara ningún espacio sin llenar y ninguna ficha sin utilizar. 15 estudiantes contestaron de manera certera.	
	En el ítem 10 los estudiantes primeramente observaron el cuadrado de 8x8 que debían teselar para comprobar la cantidad y orden. Luego reconocieron los tetraminós, que debían emplear para recubrir todo el esquema presentado.	16 educandos lograron distribuir de manera acertada la cantidad de fichas con la cual completaban el teselado, ya que ellos analizaron y acertaron en las posibilidades que tenían para recubrirlo.	
	En el ítem 11 realizaron una observación de los pentaminós formados por cuadrados y el cual debía ser teselado por los 9 restantes pentaminós, desarrollando las competencias de lógica e interpretación.	De acuerdo a lo anterior los discentes analizaron e interpretaron cada una de las fichas e hicieron de manera lógica que las formas recubrieran el pentaminó mayor, hasta conseguir recubrir los dos pentaminós formados por los cuadrados. 14 estudiantes desarrollaron de forma correcta esta actividad.	
	En el numeral 12 los educandos observaron detalladamente las tres figuras propuestas y los pentaminós que usaron, dando uso a las secuencias lógicas.	Seguidamente los estudiantes analizaron las figuras evidenciando las secuencias lógicas y de esta manera emplearon los pentaminós correspondientes recubriendo estas figuras. 16 estudiantes contestaron de manera asertiva la actividad.	
Fase de finalización			

	En el punto 1 realizaron un reconocimiento al rectángulo que se les presento y a las figuras que tenían como ejemplo en la base del mismo, para de esta manera hacer uso de la cantidad, forma y orientación.	Luego de haber hecho el reconocimiento, a través de sus manifestaciones prácticas, mostraron que era posible recubrir áreas determinadas, 17 estudiantes desarrollaron la actividad de manera adecuada.	
	En el ítem 2, gracias a la transformación de formas, los estudiantes observaron la pirámide agujerada y luego identificaron los doce pentaminós que debían usar para su recubrimiento.	Teniendo como base el reconocimiento e identificación de los pentaminós, los estudiantes los usaron para recubrir la pirámide agujerada, 15 estudiantes realizaron esta actividad con éxito, manifestando que el recubrimiento de áreas no implica un orden determinado y que puede darse para formas irregulares y áreas no continuas.	

Fuente. Elaborada por autor

En la siguiente tabla se muestra el análisis del taller 2, desde el pensamiento numérico

Tabla 10

Taller # 2 (poliminós)-pensamiento numérico

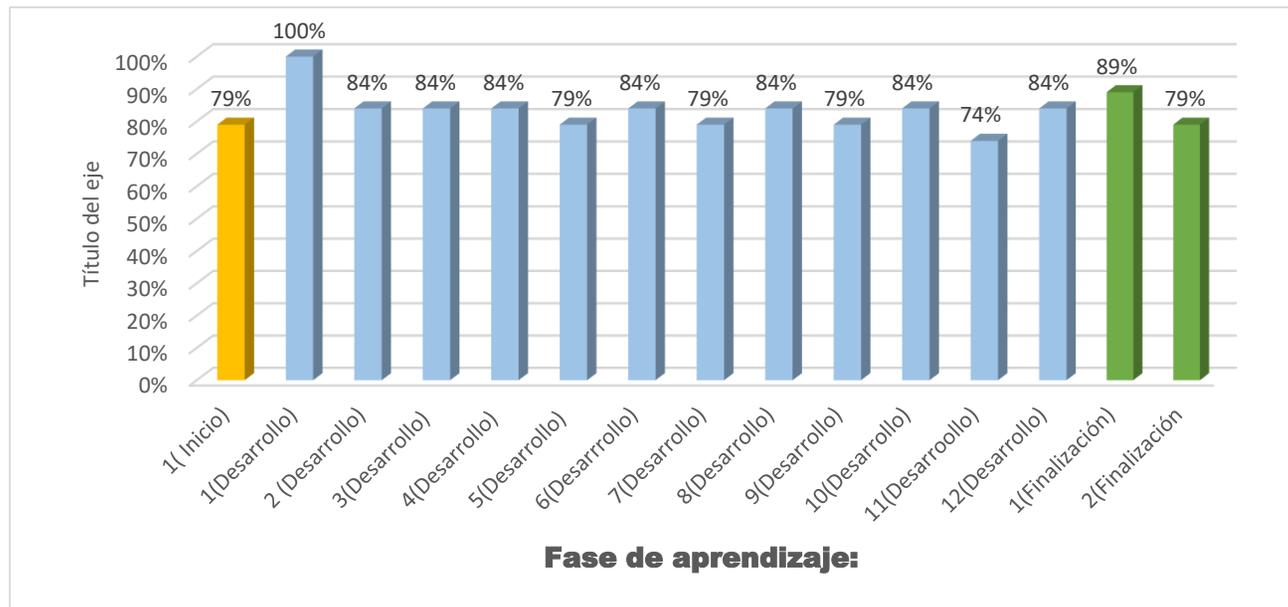
Habilidades		Pensamiento numérico								
		Comprensión del número			Uso de métodos			Estimación y aproximación		
Pensamiento	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			
	1	2	3	1	2	3	1	2 x	3	
Descripción			Descripción			Descripción				
Fase de inicio										
Numérico y Sistemas Numéricos							En el punto 1 los estudiantes observaron las imágenes planteadas y de acuerdo a las indicaciones dadas estimaron el perímetro de cada figura planteada.			
							En el ítem 3 los educandos realizaron la estimación del perímetro del rectángulo conformado por cuadrados.			
Fase de desarrollo										
						En la actividad 4 los estudiantes realizaron un cálculo de la cantidad de triminós y tetraminós empleados para				

		el teselado de esta figura. En esta actividad 17 estudiantes contestaron acertadamente.
		En el punto 5 y 8 de acuerdo a la observación de los cuadrados realizaron el cálculo del área y del perímetro de las figuras. Un promedio 14 estudiantes contestaron asertivamente.
Fase de finalización		
		Finalmente, esta actividad llevo a los estudiantes a que reafirmaran el conteo, área, perímetro en la distribución y recubrimiento de espacios.

Fuente. Elaborada por el autor.

Figura 19

Resultados del taller 2- poliminós



Fuente. Elaborada por el autor.

El 79 % de los estudiantes en el punto 1 de la fase de inicio lograron calcular distancias recorridas teniendo en cuenta una serie de parámetros estipulados; el 100 % de los aprendices en la fase de desarrollo y en el punto uno, hicieron uso de la motricidad gruesa y el análisis de figuras; en el punto 2 el 84 % de los educandos hicieron el análisis y cálculo de la cantidad de uniminós que colocaron dentro de una figura; en el 3 punto de esta fase el 84 % téselo un tablero haciendo uso de los uniminós y dominós, en el 4 punto el 84% recubrieron dos figuras usando triminós y tetraminós sin dejar espacios; en el punto 5 el 79 % de los aprendices notaron la semejanzas y diferencias de dos rectángulos con igual cantidad de área; en el punto 6 el 84 % de los discentes recubrieron el rectángulo presentado, haciendo uso de los pentaminós correspondientes y sin dejar ningún espacio; el 79 % de los discentes en el punto 7 elaboraron rectángulos siguiendo los ejemplos estipulados; en el 8 punto el 84 % teselaron la imagen usando pentaminós iguales; el 79 % en el punto 9 recubrieron los tres rectángulos predispuestos usando las figuras que se les indico; en el punto 10 el 84% teselaron un tablero empleando los tetraminós que se dispusieron en este ítem; el 74 % en el punto 11 recubrieron un pentaminó dividido en cuadrados y de un tamaño mayor con otros pentaminós de menor tamaño; el 84 % de los estudiantes teselaron cada una de las imágenes usando pentaminós sin llegar a repetirlos; el 89 % de la población en el ítem 1 de la fase de finalización usando diferentes poliminós recubrieron el rectángulo predispuesto para tal fin; en el ítem 2 de esta fase el 79 % recubrió la pirámide agujerada usando los doce pentaminós; en promedio 83% de los aprendices contestaron asertivamente el taller.

De la observación y análisis de la actividad guiada por medio de llamadas y titulada “poliminós”; desarrollada por los educandos mediante guías impresas y a color, en donde se fortalecieron las habilidades que atañen al pensamiento numérico y

espacial, y se retroalimentaron las inquietudes por medio telefónico. Cada uno de los procesos que desarrollaron les permitió visionar de una manera diferente el espacio, puesto que los llevo a: analizar superficies, para de esta manera llegar al teselado de las mismas de una manera óptima, teniendo en cuenta su área, relación, orden y sus demás propiedades, describiendo y caracterizando cada uno de los cuerpos bidimensionales, haciendo uso de las relaciones de composición y descomposición de formas, además teniendo en cuenta las comparaciones de medidas, lados y sus respectivas áreas, a su vez reconociendo diferentes distribuciones en una superficie y usando adecuadamente movimientos tales como la rotación y la traslación en relaciones intra e interfigurales, generando de esta manera acoplamientos o encajes en determinadas representaciones dando origen al reconocimiento, análisis, comprensión y lógica en el recubrimiento de espacios.

En la tabla 11 se evidencia el análisis de resultados del taller 3 desde el pensamiento espacial.

Tabla 11

Taller # 3 (Tangram en el fortalecimiento matemático)-pensamiento espacial.

		Pensamiento Espacial											
		Visual			Verbal (construcción de comunicación en base a lo aprendido)			Para Dibujar					
Habilidades	Nivel	Reconocimiento			Análisis			Reconocimiento			Análisis		
		X			X			X			X		
Pensamiento	Espacial y Sistemas Geométricos	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
		Descripción			Descripción			Descripción			Descripción		
		Fase de inicio											
		En el punto número 1 los educandos hicieron uso de la motricidad gruesa para											

	recortar las figuras que componen el tangram de 3 piezas, posterior a esto hicieron un reconocimiento de las mismas y una comprensión. La totalidad de estudiantes realizaron esta actividad de manera correcta		
	En el ítem 2 de esta fase cada uno de los aprendices dio inicio a esta actividad haciendo un reconocimiento de las figuras que hacen parte del tangram, identificándolas y analizando cada una de sus características.	Luego de haber observado cada una de las piezas hicieron una interpretación de las mismas y crearon modelos de imágenes que primeramente fueron visionados y luego plasmados en el papel, haciendo una relación inter e intrafigural, que permitió ubicar espacialmente cada uno de los elementos, haciendo uso de la rotación y la traslación de las formas.	Habiendo realizado modelos empleando material concreto, los discentes procedieron a representarlo mediante 3 dibujos, los cuales permitieron la modelación de un objeto bidimensional, teniendo en cuenta sus características y diferencias, a su vez evidenciaron, como realizando giros podían elaborar diferentes construcciones. La actividad anteriormente mencionada fue desarrollada de manera correcta por 17 estudiantes.
		Los aprendices en el punto 3 realizaron un reconocimiento de las figuras que ya habían recortado en el punto número uno, seguidamente analizaron el recuadro en donde las superpusieron de tal manera que encajaron perfectamente dentro de las líneas demarcatorias. 18 estudiantes realizaron esta actividad de manera adecuada.	
Fase de desarrollo			
	En el primer punto de esta fase, los educandos hicieron uso de la motricidad gruesa para recortar las piezas del tangram, seguidamente hicieron un proceso de análisis intra e interfigurales de las piezas observando cada una de sus características. La totalidad de estudiantes realizaron esta actividad de manera adecuada		
		En el ítem 2, los estudiantes reconocieron las figuras y posterior a ello escribieron las medidas correspondiente a cada lado, haciendo uso de algunos elementos de medición, seguidamente sumaron las medidas de los lados de cada figura	Teniendo como punto de referencia, el tangram recortado en este ítem, los discentes realizaron el calco a las figuras que crearon para su posterior

		para hallar el perímetro de las formas que componen el tangram	análisis, teniendo la medida de sus lados y la forma. 16 estudiantes contestaron de manera correcta.
		En el punto 3 los aprendices identificaron el material en primera medida, luego reconocieron sus características y teniendo en cuenta estas, comenzaron a formar triángulos de diferentes tamaños y cantidad de piezas, teniendo como eje central el uso de la lógica y la interpretación del material concreto, para finalizar los clasificaron en función de sus ángulos y lados determinando cual era el de mayor perímetro. 16 estudiantes contestaron de forma correcta el punto anterior.	
		En el punto 4 los aprendices hicieron una identificación de las formas, luego de ello un reconocimiento del material, con el cual armaron una figura semejante a los modelos que se les planteo, ellos hicieron uso de la combinación de algunas piezas para cada modelo propuesto.	Moldearon figuras bidimensionales a partir de situaciones dadas, las cuales les permitió, hacer un análisis de las formas que crearon y de sus relaciones entre área y perímetro. 17 estudiantes realizaron esta actividad de forma correcta.
Fase de Finalización			
	En el punto 1 los estudiantes observaron cada una de las figuras correspondientes al tangram, haciendo un proceso de reconocimiento de las mismas y posterior a ello crearon diversas representaciones bidimensionales de manera creativa.	Esta actividad permitió evidenciar la orientación espacial que cada uno tiene a la hora de realizar diversas representaciones las cuales se encuentra delimitadas por la lógica, el análisis y la interpretación de figuras que permiten crear nuevas manifestaciones	Usaron la habilidad del calco para evidenciar sus producciones artísticas, basadas en figuras geométricas que permiten el análisis, la lógica y la interpretación del espacio y sus formas. 18 estudiantes realizaron esta actividad de una manera correcta
	En el ítem 2 de esta fase los estudiantes realizaron una observación y un análisis de las figuras propuestas que debían reproducir usando los elementos del tangram.	Teniendo en cuenta la orientación que tenía cada elemento de las figuras, los estudiantes hicieron relaciones entre las mismas, para de esta manera elaborar un material concreto, el cual permitió evidenciar, que cada construcción tenía unas características intra e interfigurales semejantes.	Los estudiantes haciendo uso de la técnica del calco dejaron por evidencia su trabajo de una manera óptima. 17 estudiantes realizaron esta actividad de una manera óptima.

Fuente. Elaborada por el autor.

En la tabla 12 se muestra el análisis de resultados obtenidos desde el pensamiento numérico.

Tabla 12

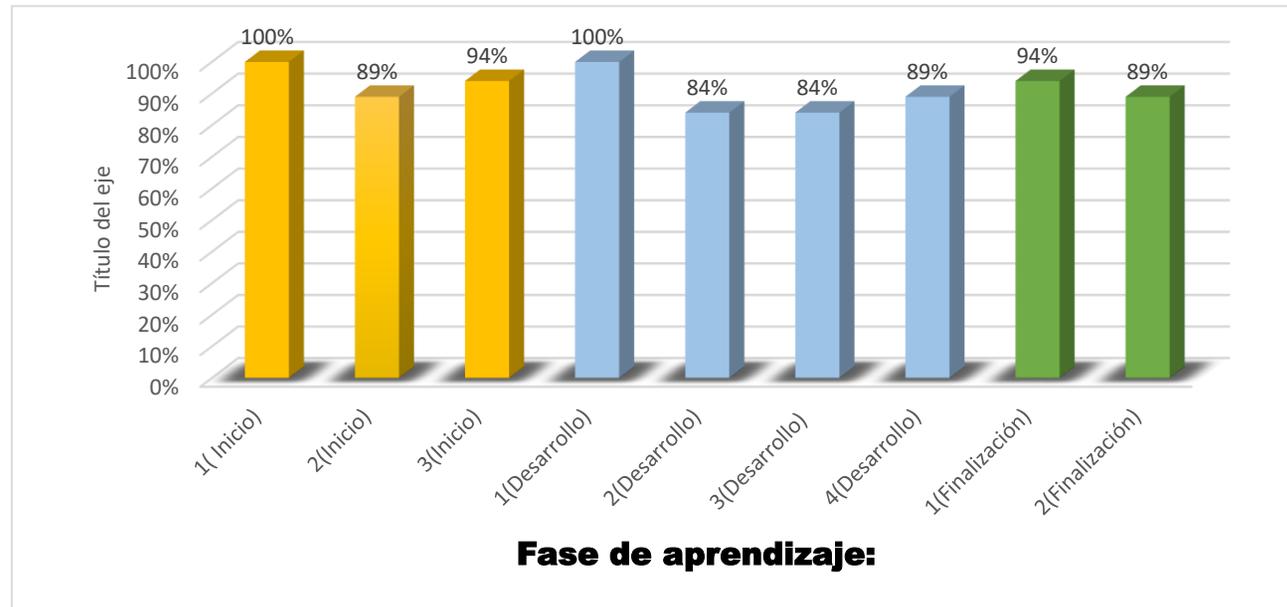
Taller # 3 (Tangram en el fortalecimiento matemático)-pensamiento numérico

Habilidades		Pensamiento numérico								
		Comprensión del número			Uso de métodos			Estimación y aproximación		
Pensamiento	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			
	1	2 x	3	1	2	3	1	2	3	
Descripción			Descripción			Descripción				
Fase de inicio										
						En esta fase los estudiantes realizaron cálculos de estimación de las figuras teniendo en cuenta sus propiedades.				
Fase de desarrollo										
Numérico y Sistemas Numéricos						Los discentes observaron cada una de las piezas que componen el tangram y posterior a ello realizaron el cálculo del perímetro de cada uno de los elementos que conforman el tangram, además realizaron conteos a las piezas para de esta manera formar las figuras que se les presentaron.				
Fase de finalización										
						Realizaron cálculos en cada una de las construcciones que elaboraron y observaron que una figura puede tener la misma área, pero con diferente medida de perímetro.				

Fuente. Elaborada por el autor

Figura 20

Resultados obtenidos del taller # 3 denominado “tangram en el fortalecimiento matemático”



Fuente. Elaborada por el autor

En el punto 1 de la fase de inicio el 100 % de los estudiantes hicieron uso de la motricidad gruesa para recortar el tangram de 3 piezas; en el 2 punto de esta fase el 89 % construyeron figuras usando las piezas recortadas en el punto anterior; en el 3 punto de esta fase el 94 % reconstruyeron el tangram de tres piezas en su estado original; en el punto 1 de la fase de desarrollo el 100 % de los estudiantes recortaron el tangram de 7 piezas dejando notar cada una de ellas por separado; el 84 % en el 2 ítem midieron el contorno de las piezas del tangram y hallaron su perímetro; el 84 % en el tres de esta fase formaron y clasificaron triángulos usando varias piezas; en el punto 4 el 89 % de los estudiantes usando algunas piezas construyeron las figuras que se les presentaron; en la fase de

finalización y en el punto 1 el 94 % de los estudiantes crearon diversas figuras haciendo uso de las piezas; el 89 % en el punto 2 de esta fase construyeron usando las piezas del tangram, cada una de las figuras predispuestas en este ítem. En promedio el 91 % de los educandos desarrollaron de manera correcta el taller.

En la siguiente tabla se muestra el análisis del taller 4 desde la mirada del pensamiento espacial.

Tabla 13

Taller# 4 (tangram ovoide)-pensamiento espacial.

Pensamiento Espacial									
Habilidades	Visual			Verbal (construcción de comunicación en base a lo aprendido)			Para Dibujar		
	Nivel			Nivel			Nivel		
	Reconocimiento X	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X	
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2 X	3	1	2 X	3	1	2 X	3
Pensamiento	Descripción			Descripción			Descripción		
Espacial y Sistemas Geométricos	Fase de inicio								
	En el punto número 1 los estudiantes hicieron una identificación y un reconocimiento de polígonos que se presentaron en la imagen de una ciudad.			Después de haber identificado los polígonos, los estudiantes procedieron a clasificarlos teniendo en cuenta sus propiedades. Esta actividad 16 estudiantes la contestaron de manera correcta					
	En el ítem 2, los estudiantes identificaron y reconocieron las figuras geométricas que eran iguales al modelo que se les presentaba a color.			Teniendo en cuenta el reconocimiento de cada una de las formas y la orientación de la mismas eligieron la forma que era la correspondiente al modelo que se les estaba presentando. En esta actividad 17 estudiantes la contestaron de manera correcta.					
Fase de desarrollo									

<p>En el primer punto de esta fase los estudiantes observaron con atención el tangram ovoide, identificando las formas que contenía y analizando los detalles de cada una</p>	<p>Seguidamente reconocieron las piezas correspondientes, estableciendo criterios de descripción, tales como las propiedades que tiene cada una, posterior a ello las clasificaron y establecieron las semejanzas y diferencias entre cada una de ellas. La anterior actividad la ejecutaron de manera correcta 17 estudiantes.</p>	
<p>Los educandos observaron detalladamente la imagen que se les presento acerca del tangram, identificando el lugar en donde se encontraba cada una de las partes que lo componen</p>	<p>Los discentes hicieron un proceso de identificación, lógica, análisis y memoria con respecto a las piezas, seguidamente haciendo uso de la motricidad gruesa, descomponiendo el tangram en cada una de sus piezas. Esta actividad la desarrollaron la totalidad de estudiantes de una manera adecuada.</p>	
<p>En el punto 3 de esa fase reconocieron las piezas equivalentes que componen el tangram seguidamente recordaron la forma como estaba estructurada dicha composición</p>	<p>Posterior al análisis de las piezas los aprendices construyeron el tangram de una manera asertiva. Esta actividad la ejecutaron de manera correcta 16 estudiantes</p>	
<p>En el punto cuatro los discentes observaron detalladamente las características inherentes a las piezas del tangram.</p>	<p>Luego de observar minuciosamente las figuras planteadas, identificaron y articularon las semejanzas y diferencias que tenían cada de las piezas correspondientes al tangram ovoide. 17 estudiantes contestaron de manera correcta el anterior punto.</p>	
<p>En el punto cinco los estudiantes reconocieron y analizaron las piezas del tangram.</p>	<p>16 educandos realizaron un cálculo del perímetro usando un cordón que rebordeo cada una de las piezas, luego lo desdoblaron para permitirse hacer una estimación de la medida que contorneaba en su totalidad cada elemento.</p>	
Fase de finalización		
<p>En el punto 1 los estudiantes observaron cada una de las figuras correspondientes al tangram ovoide, luego teniendo en cuenta sus formas, hicieron construcciones bidimensionales, haciendo uso de su creatividad.</p>	<p>En esta actividad, los estudiantes hicieron uso de la orientación espacial, realizando diversas representaciones, las cuales se fueron delimitadas por la lógica, el análisis y la interpretación de figuras que permitieron crear nuevas producciones.</p>	<p>Usaron la técnica del calco para evidenciar sus producciones artísticas, basadas en figuras geométricas que permitieron el análisis, la lógica y la interpretación del espacio y sus formas. 17estudiantes realizaron esta actividad de una manera correcta</p>

	<p>En el ítem 2 de esta fase los estudiantes realizaron una observación y un análisis de las figuras propuestas que debían reproducir usando los elementos del tangram.</p>	<p>Teniendo en cuenta la orientación que tenía cada elemento de las figuras, los estudiantes hicieron relaciones entre las mismas, llegando a elaborar un material concreto, el cual permitió evidenciar que cada construcción tenía unas características intra e interfigurales que permitían construir diferentes tipos representaciones.</p>	<p>Los estudiantes haciendo uso de la técnica del calco dejaron por evidencia su trabajo, el cual les genero un mejoramiento en las relaciones de figuras planas. 17 estudiantes realizaron esta actividad de una manera óptima.</p>
--	---	---	--

Fuente. Elaborada por el autor

En la siguiente tabla se evidencia el análisis del taller 4 desde el pensamiento numérico.

Tabla 14

Taller# 4 (tangram ovoide)-pensamiento numérico.

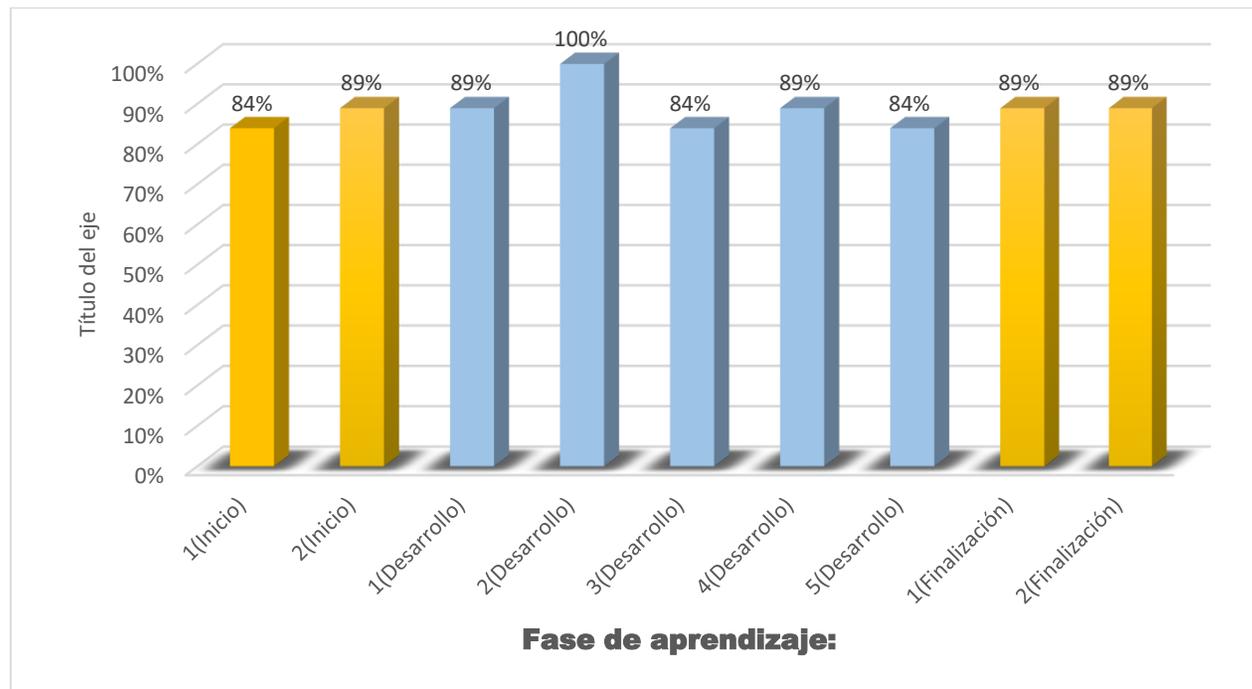
Pensamiento numérico										
Habilidades	Comprensión del número			Uso de métodos			Estimación y aproximación			
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			
	1	2	3	1	2 x	3	1	2	3	
Pensamiento	Descripción			Descripción			Descripción			
Fase de inicio										
Numérico y Sistemas Numéricos							En esta fase los aprendices hicieron una observación y realizaron una estimación de cálculo de las medidas correspondientes a cada una de las figuras y luego procedieron a su clasificación.			
	Fase de desarrollo									
				Usaron el cálculo y la estimación de medidas empleando elementos tales como un cordón, con el cual se contorneo cada una de las figuras y luego se extendió para que se facilitara su medición.						
	Fase de finalización									
						Realizaron cálculos y mediciones de las construcciones que efectuaron, haciendo uso de la comparación, transformación e igualación, así				

			como la medición de elementos que lo componían y que fueron evidenciados a través de la técnica del calco.
--	--	--	--

Fuente. Elaborada por el autor.

Figura 21

Resultados del taller# 4 “tangram ovoide”



Fuente. Elaborada por el autor.

En el punto 1 de la fase de inicio el 84 % reconocieron los polígonos que aparecían en el paisaje de ciudad; el 89 % en el ítem 2 de esta misma fase identificaron y señalaron la figura teniendo en cuenta el modelo que aparecía; en la fase de desarrollo en el ítem 1 el 89 % identificaron las semejanzas y diferencias de las piezas del tangram ovoide; en el ítem 2 el 100% uso la motricidad gruesa para recortar cada una de las piezas del tangram ovoide; en el punto 3 el 84 % reconstruyo de nuevo el tangram; el 89 % en el punto 4 hicieron una comparación de las figuras teniendo en cuenta el tamaño y la forma; en el punto 5 el 84 % hallaron el perímetro de cada una de las figuras que componen al tangram; el 89 % de los discentes en la fase de finalización realizaron diferentes construcciones usando cada una de las piezas del tangram; en el punto 2 de esta misma fase el 89 % realización la construcción de los modelos presentados usando las piezas del tangram que ellos recortaron. En promedio el 89 % de los educandos desarrollaron de manera efectiva el taller.

Partiendo de la observación y análisis de los talleres guiados por medio de llamadas y titulados “el tangram en el fortalecimiento matemático/ tangram ovoide”; desarrollado por los educandos mediante guías impresas y a color, y acompañados de material concreto, el cual fue recortado para hacer las actividades de manera manipulable, se fortalecieron las habilidades enfatizadas en el pensamiento numérico y espacial, a su vez fueron retroalimentadas por medio telefónico, estas, les permitió identificar formas, reconociendo sus características, para luego de esta manera crear diversas representaciones teniendo como base las relaciones intra e interfigurales, mejorando el conocimiento matemático y permitiendo que los educandos realizaran procesos de observación, análisis, comprensión, estimación y clasificación de cada uno de los elementos que conforman el tangram y los cuales permitieron que los alumnos identificaran las propiedades de cada pieza, para de esta manera llegar al favorecimiento de procesos tales como memoria,

comparación, lógica , codificación y transcodificación de elementos, así como también el mejoramiento de la motricidad gruesa y fina (el recorte de piezas y las construcciones por medio de unión de elementos geométricos), lo anterior permitió un afianzamiento en las capacidades visuales, debido a que las rotaciones que se hacían con las figuras para conseguir diferentes construcciones, desarrollaron su capacidad de: lógica, concentración, deducción e interpretación de formas permitiendo visionar nuevos elementos, que luego fueron comparados y clasificados de acuerdo a sus propiedades identificando y justificando relaciones de congruencia y semejanza.

En la tabla 15 se muestra el análisis del taller 5 teniendo como base el pensamiento espacial.

Tabla 15

Taller # 5 (Armando poliedros)-pensamiento espacial.

		Pensamiento Espacial								
Habilidades	Visual			Verbal (construcción de comunicación en base a lo aprendido)			Para Dibujar			
	Nivel			Nivel			Nivel			
	Reconocimiento X	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X		
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			
	1	2 X	3	1	2 X	3	1	2 X	3	
Pensamiento	Descripción			Descripción			Descripción			
Espacial y Sistemas Geométricos	Fase de inicio									
	En el primer punto los estudiantes observaron detenidamente la imagen de un paisaje, luego reconocieron que en este, se evidenciaban algunas figuras geométricas			17 estudiantes lograron identificar y reconocer los polígonos que se encontraban en la imagen del paisaje, teniendo en cuenta sus propiedades intra e interfigurales los clasificaron.						

	En el segundo ítem, los estudiantes hicieron una observación, un reconocimiento y el posterior análisis a la imagen de un cuadrado	Los estudiantes hicieron un reconocimiento de las propiedades de la figura geométrica mencionada, determinando que tenía los ángulos rectos. Este ítem lo desarrollaron de manera correcta 18 estudiantes.	
Fase de desarrollo			
	En el primer y segundo punto los educandos observaron las características de las figuras bidimensionales presentadas, luego haciendo uso de la motricidad gruesa, cada uno recorto siguiendo las líneas demarcatorias de la imagen, para finalizar doblaron por cada una de las líneas; algunos estudiantes usaron una regla para que los dobleces quedaran mejor elaborados.	Cada uno de los aprendices analizo la mejor forma de dar inicio a la construcción de una figura tridimensional.	Los discentes luego de haber hecho el ejercicio de doblado, continuaron con el pegado de cada una de las piezas, conformando de esta manera los poliedros que se les presentaron. Esta actividad fue elaborada de manera correcta por 17 estudiantes.
Fase de finalización			
	En el punto 1 realizaron objetos tridimensionales, en los cuales observaron primeramente en forma bidimensional, analizaron sus propiedades, posterior a ello recortaron por las líneas demarcatorias de la imagen, seguidamente doblaron la hoja por cada una de las líneas	En este punto realizaron una interpretación de la imagen para darse cuenta la manera adecuada como se debía unir, teniendo en cuenta la secuencialidad, el reconocimiento y el uso de formas de una manera adecuada.	Luego de haber doblado cada una de las partes de la figura procedieron a armarlas y pegar para conformar una figura tridimensional. 16 estudiantes construyeron poliedros de manera correcta
	En el segundo ítem los educandos observaron detalladamente la imagen y luego reconocieron las características correspondientes. La totalidad de estudiantes hicieron esta actividad de manera correcta		
	En el tercer punto, cada uno de los estudiantes observaron sus producciones artísticas en tercera dimensión y compararon cada una, con las partes correspondientes a los poliedros que aparecían en el punto dos, identificando las partes en las figuras elaboradas. 17 estudiantes hicieron de manera correcta esta actividad		
		En el cuarto ítem, los aprendices completaron la tabla, en donde evidenciaron el reconocimiento de las partes de los poliedros que elaboraron en el transcurso de la guía.	

		17 estudiantes completaron esta tabla asertivamente.	
--	--	--	--

Fuente: Elaborada por el autor

En la tabla 16 se evidencia el análisis de resultados del taller 5 visto desde el pensamiento numérico.

Tabla 16

Taller # 5 (Armando poliedros)-pensamiento numérico.

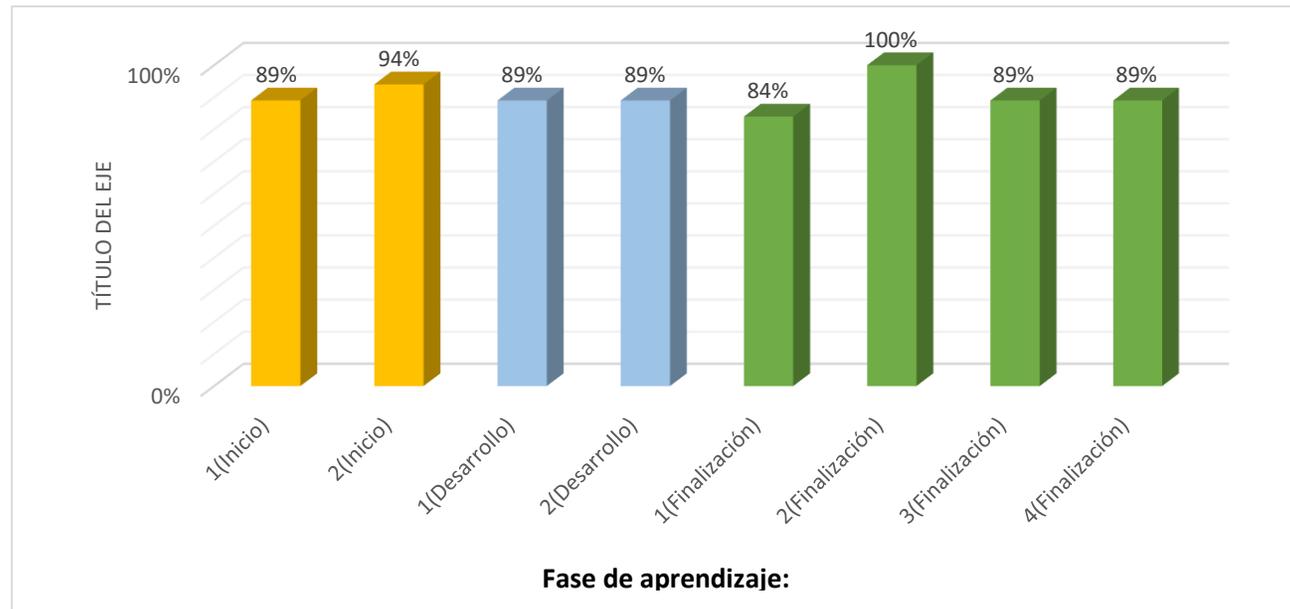
Pensamiento numérico									
Habilidades Pensamiento	Comprensión del número			Uso de métodos			Estimación y aproximación		
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2 x	3	1	2	3	1	2	3
Descripción			Descripción			Descripción			
Fase de inicio									
Numérico y Sistemas Numéricos							El análisis de la figura, permitió establecer una estimación de la medida de los lados, posterior a eso determinaron la clasificación y caracterización de cada elemento basado en las relaciones inter e intrafigurales.		
	Fase de desarrollo								
Los estudiantes hicieron un análisis de la realización de la figura en tercera dimensión de manera adecuada, identificando las medidas de los lados para su posterior unión, teniendo en cuenta la interpretación y las correlaciones que se presentan, así como									

	también el reconocimiento de la cantidad y la correspondencia biunívoca de cada lado.		
Fase de finalización			
	Los estudiantes hicieron un conteo de los pasos para realizar cada uno de los poliedros, luego identificaron las medidas de los lados para su posterior unión, basados en la interpretación y las correlaciones que se presentan, así como también el reconocimiento de la cantidad y la correspondencia biunívoca de cada lado. Seguidamente hicieron un conteo de las propiedades de los modelos elaborados y las relaciones de estos con su respectivo elemento en una tabla.		

Fuente. Elaborada por el autor

Figura 22

Resultados obtenidos del taller 5 “armando poliedros”



Fuente. Elaborada por el autor.

En el punto 1 de la fase de inicio el 89 % reconocieron los polígonos que aparecían en la imagen; el 94 % de los discentes en el punto 2 identificaron que los ángulos del cuadrado son rectos; el 89 % de los aprendices construyeron el tetraedro en el punto 1 de la fase de desarrollo; en el ítem 2 de esta misma fase el 89 % de los estudiantes construyeron una pirámide de base cuadrada; en la fase de finalización y en el punto 1 el 84 % de los aprendices construyeron el cubo, el prisma de base cuadrada y el prisma de base pentagonal; en el ítem 2 de esta misma fase, el 100 % de los estudiantes observaron la información presentada; en el punto 3 el 89 %

identifico cada una de las partes del poliedro, cabe mencionar que en este punto los estudiantes podían enviar fotografías de las evidencias de sus trabajos, para la gran mayoría de ellos fue imposible debido a que no cuentan con la tecnología para hacerlo, así que fue valorada la tabla que apareció posterior a este punto, la cual enmarcaba la información que se les pedía; y en el ítem 4 el 89 % completo la tabla con cada una de las características de los poliedros. En este taller el promedio de estudiantes que contestaron adecuadamente es del 90 %.

Teniendo como referente el taller guiado por medio de llamadas y titulado “armando poliedros”; desarrollado por los educandos mediante guías impresas y a color, y acompañados de material concreto, el cual fue recortado para hacer las actividades de manera manipulable, los aprendices hicieron construcciones tridimensionales a partir de figuras bidimensionales teniendo en cuenta sus propiedades y las relaciones de composición y descomposición de formas, y haciendo uso de lo bidimensional para llevarlo a lo tridimensional, de esta manera se fortalecieron las habilidades inherentes al pensamiento numérico y espacial, a su vez fueron retroalimentadas por medio telefónico; estas, generaron en los aprendices la observación, reconocimiento y análisis de las propiedades, estimaciones, comprensión del número así como la correspondencia biunívoca a la hora de hacer construcciones tridimensionales y compararlos de acuerdo a sus componentes(caras, lados, vértices, entre otros), construyendo y descomponiendo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas, fomentando la capacidad visual y la lógica de cada uno de los participantes. Elaborando construcciones manipulables, se llevó a los estudiantes a reconocer las propiedades intra e interfigurales.

En la tabla 17 se evidencia el análisis del taller 6 teniendo como eje central el pensamiento espacial

Tabla 17

Taller # 6 (sudoku)-pensamiento espacial.

Pensamiento Espacial									
Habilidades	Visual			Verbal (construcción de comunicación en base a lo aprendido)			Para Dibujar		
	Nivel			Nivel			Nivel		
	Reconocimiento X	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X		Reconocimiento	Análisis X	
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2 X	3	1	2 X	3	1	2 X	3
Pensamiento	Descripción			Descripción			Descripción		
Espacial y Sistemas Geométricos	Fase de inicio								
	En el primer ítem los aprendices observaron las pirámides numéricas, posterior a ello reconocieron cada uno de los componentes y la forma como se elabora una secuencia lógica de este tipo.			Los educandos desarrollaron las pirámides numéricas fortaleciendo el cálculo mental, la lógica, interpretación y orientación espacial que se debe seguir en cada una de las casillas para de esta manera llegar a completarlas de una manera adecuada. 18 estudiantes contestaron asertivamente.					
	Fase de desarrollo								
	En los tres puntos correspondientes a esta fase primeramente los estudiantes observaron, luego reconocieron el tablero correspondiente al sudoku; cada uno tenía una complejidad diferente, el primero más sencillo y los siguientes iban aumentando, de tal forma que el desarrollo de estos, se hizo de manera gradual tanto en número de casillas como en organización.			En estos ítems, los estudiantes analizaron cada una de las posiciones en las que se encontraban los números, seguidamente usando la lógica, la interpretación y la orientación espacial completaron los recuadros, de tal forma que no se repitieron números de forma horizontal, vertical ni dentro de los recuadros. 17 estudiantes elaboraron estas actividades de una manera adecuada.					
Fase de finalización									
			En esta fase los estudiantes primeramente identificaron los números que estaban						

		completados, seguidamente reconocieron los faltantes, posterior a ello usaron la lógica, la orientación espacial y la interpretación para determinar la posición correcta de cada uno de los números que faltaban. Este ítem lo desarrollaron de manera correcta 18 estudiantes.	
--	--	---	--

Fuente. Elaborada por el autor.

En la tabla 18 se muestra el análisis del taller 6 visto desde el pensamiento numérico.

Tabla 18

Taller # 6 (sudoku)-pensamiento numérico.

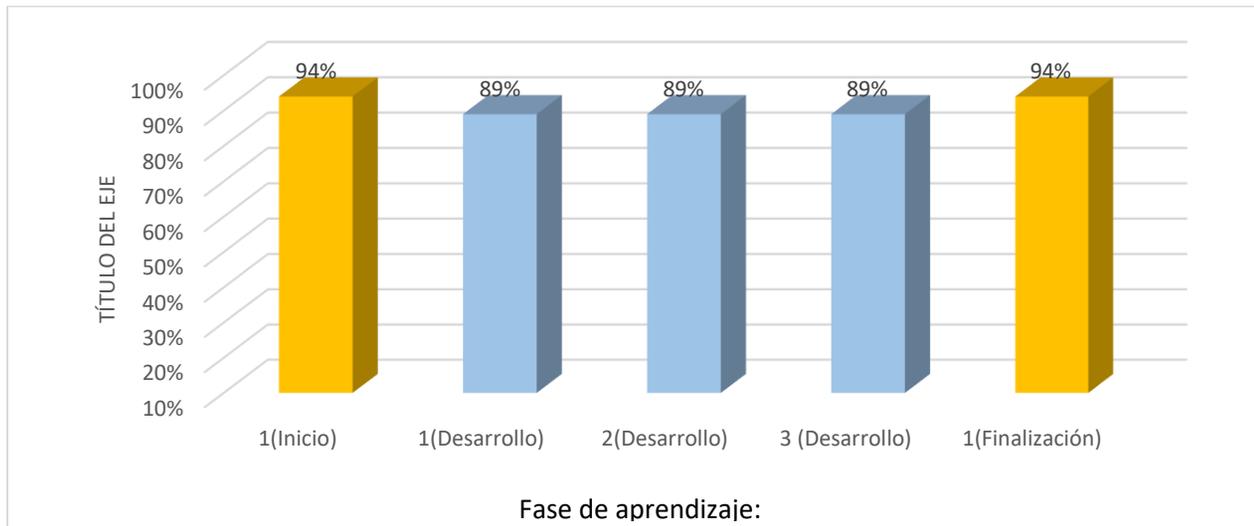
Pensamiento numérico									
Habilidades	Comprensión del número			Uso de métodos			Estimación y aproximación		
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
Pensamiento	1	2 x	3	1	2	3	1	2	3
	Descripción			Descripción			Descripción		
Fase de inicio									
Numérico y Sistemas Numéricos	Los estudiantes utilizaron la noción de orden para completar la pirámide numérica, hicieron una comprensión de número y operaciones dando origen a un juicio matemático en donde la composición y descomposición de un número a través de sus propiedades les permitió hacer adecuadamente ejercicios que implican la concentración, el cálculo mental y la lógica apreciando diversas operaciones y llevándolos a la aplicación de algoritmos y el completado de la pirámide basados en las relaciones numéricas.								
Fase de desarrollo									
	Los aprendices realizaron una visualización de los números que ya se encontraban en los sudokus, para luego analizar e interpretar la ubicación de los								

	números faltantes, haciendo uso de la lógica y las relaciones entre números.		
Fase de finalización			
	Los educandos realizaron una identificación de los números que se encontraban en el tablero del sudoku, luego reconocieron los faltantes y posterior a ello analizaron el lugar en el cual quedaban asertivamente los números, este proceso lo realizaron usando la lógica y además verificando cada vez que colocaban uno.	Los discentes usaron la verificación en cada número que colocaban, de tal forma que no se repitieran, ni de forma horizontal, vertical ni dentro de los recuadros, algunos colocaron las posibilidades de los números que podían ser en cada casilla y posterior al análisis e interpretación, dejaron el que realmente correspondía a la casilla.	

Fuente. Elaborada por el autor.

Figura 23

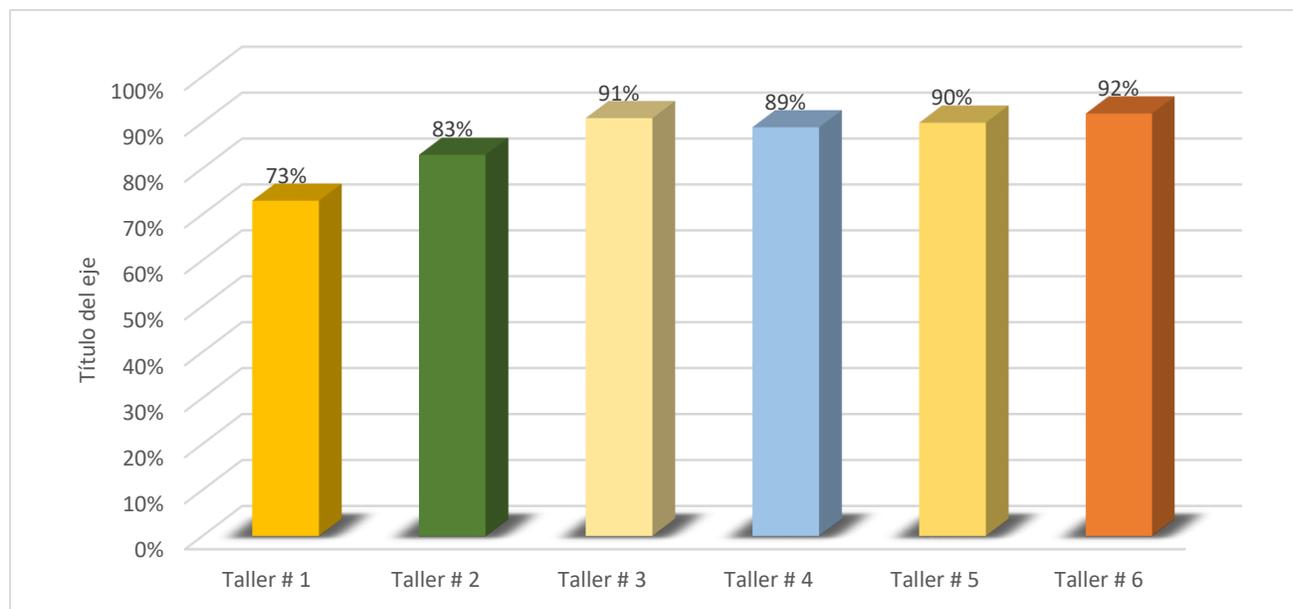
Resultados del taller 6 “sudoku”



Fuente. Elaborada por el autor.

En el ítem 1 de la fase de inicio el 94 % de los aprendices completaron la pirámide numérica; el 89 % en la fase de desarrollo y en el punto 1 completaron un sudoku con tres filas y tres columnas; en el ítem 2 el 89 % desarrollo un sudoku con 4 filas y 4 columnas; el punto 3 de esta fase el 89 % desarrollo un sudoku con 4 filas, 4 columnas y cuatro recuadros; el 94 % en la fase de finalización y en el punto, colocó todos los números correspondientes al sudoku de 6 filas, 6 columnas y 6 recuadros. En promedio el 92 % de los estudiantes desarrollaron el taller de manera óptima y siguiendo cada una de las orientaciones.

Teniendo como referente el taller guiado por medio de llamadas y titulado “sudoku”; desarrollado por los educandos mediante guías impresas y a color, se fortalecieron las habilidades inherentes al pensamiento numérico y espacial, a su vez estas fueron retroalimentadas por medio telefónico, las cuales generaron en los aprendices la identificación, observación, reconocimiento, análisis y comprensión de los números, el sudoku es una tabla, la cual tiene casillas internas, en donde hay predispuestos una serie de números en algunas casillas, las otras deben ser completadas teniendo en cuenta unas normas, las cuales orientaron al estudiante para que no repitiera los números que se le pedían de forma horizontal, vertical ni dentro de los recuadros, haciendo énfasis en las relaciones espaciales, las estimaciones, la comprensión del número y el uso de métodos mediante el conteo y el llenado de diversas tablas en las cuales la agilidad mental, la lógica y la concentración, les permitió determinar el número que se debía colocar de una manera asertiva, usando estrategias de cálculo y especificando las relaciones espaciales, así como también la verificación en cada uno de los pasos.

Figura 24*Consolidado del análisis de resultados de los talleres*

Fuente. Elaborada por el autor.

En el taller # 1 denominado orientación en el espacio el 73% de los estudiantes lo contestaron de manera correcta; 83 % lo desarrollaron adecuadamente el taller # 2 titulado poliminós, el taller # 3 llamado tangram en el fortalecimiento matemático fue completado asertivamente por el 91 % de los estudiantes; el taller #4 correspondiente al tangram ovoide fue desarrollado de manera óptima por el 89 % ; el taller armando poliedros fue elaborado de manera adecuada por el 90 % perfectamente; para finalizar el taller # 6 sudoku fue completado apropiadamente por el 92 %. Mostrando de esta manera un avance gradual de los estudiantes y dando como resultado que en promedio el 86 % de los estudiantes desarrollaron los talleres de forma correcta.

El conocimiento de los aprendices tiene como base el descubrimiento, puesto que allí los participantes manipulan material concreto, el cual fomenta un clima escolar factible para el aprendizaje.

De la observación de las actividades guiadas por medio de llamadas, las cuales fueron interpretadas teniendo como eje central a Van hiele y McIntosh/DBA, los educandos fortalecieron sus competencias matemáticas, mediante guías impresas y a color, en donde se generó un favorecimiento en el pensamiento numérico y espacial, lo cual permitió determinar qué; se presentaron debilidades en algunos estudiantes, pero estas se fueron disminuyendo a medida que ellos preguntaban y se les socializaba por medio telefónico. Cabe resaltar que, al desarrollar las actividades propuestas en los talleres se; utilizaron sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales, así como también se resolvieron situaciones problémicas en las que fue necesario describir y analizar lo que observaron, basado en lo anterior y según las especificaciones, pudieron reconocer la localización de determinados lugares propuestos, resolviendo situaciones en las que usaron la identificación y el reconocimiento de la trayectoria de un objeto con referencia al plano del esquema de una ciudad y unas especificaciones para determinar la posición exacta del lugar; identificaron y describieron propiedades que caracterizaban un cuerpo en términos de bidimensionalidad/tridimensionalidad, resolviendo problemas en relación con la composición y descomposición de las formas, construyendo y descomponiendo figuras-sólidos a partir de condiciones dadas, en este proceso se usaron diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver lo presentado.

La gran mayoría de estudiantes, hicieron una comprensión del número, en cuanto al uso de medidas y realización de conteos; el uso de métodos en donde las propiedades justificaban las estimaciones relacionadas con las características intra e interfigurales de las figuras

bidimensionales/tridimensionales, a su vez codificaron y transcodificaron algunas superficies empleando diversos métodos, ello permitió que hicieran procesos de medición, comparación y comprensión de las características de las figuras y la ubicación de las mismas, llegando a modelar figuras en tercera dimensión y permitiendo que fortalecieran la lógica, haciendo uso de algoritmos matemáticos, identificación, reconocimiento y seriación de números en correspondencia a lo planteado, de esta forma se llegó a desarrollar los ejercicios de ordenamiento de números dentro de algunas casillas, basados la orientación espacial, la noción de orden, comprensión de número, así como también la verificación y descarte de números según las especificaciones dadas.

Discusión

La presente investigación, desarrollada en el Centro Educativo Arenas Monas de San Pedro de Urabá - Antioquia, demostró que los estudiantes tenían un bajo nivel de apropiación del pensamiento numérico y espacial, por ende se hizo un proceso de enseñanza-aprendizaje, usando guías impresas y a color, las cuales fueron retroalimentadas por medio de llamadas telefónicas a cada uno de los estudiantes, en donde se les orientaba y aclaraba las dudas que les surgían .

La propuesta permitió fortalecer el pensamiento espacial en la medida en que se usaron relaciones espaciales, situaciones problémicas, posicionamiento en el plano, identificación y reconocimiento de la trayectoria con referencia a un punto determinado, además de ello las relaciones interfigurales e intrafigurales, como también las propiedades de diversos cuerpos en términos de bidimensionalidad y tridimensionalidad; composición y descomposición de figuras/sólidos, lo anterior permite crear y manipular objetos de forma mental o física en un

espacio determinado, en donde se relacionan sus características, teniendo en cuenta sus transformaciones e interpretaciones.

Los educandos en cuanto al pensamiento numérico comprendieron la noción de número basados en el uso de la medida y el conteo, usando diferentes estrategias para la estimación teniendo en cuenta las propiedades de las figuras y su respectiva correspondencia, lo anterior permite hacer relaciones entre los números, teniendo en cuenta las habilidades para desarrollar tácticas en la manipulación de los mismos, generando procesos de comunicación y análisis para luego clasificar lo aprendido.

En el desarrollo del proyecto y los resultados alcanzados gracias a la intervención pedagógica enfocada en el uso la matemática recreativa, para mejorar el pensamiento numérico y espacial se reconoció que la estrategia, promovió el desarrollo de estos pensamientos tal es el caso del pensamiento espacial, así como lo sustenta primeramente el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele (Vargas, 2013), el cual ayuda a explicar la evolución del razonamiento geométrico y el proceso de aprendizaje de la geometría, allí transcurre una serie de niveles.

Nivel 1: El individuo reconoce las características de las figuras geométricas, es capaz de producir una copia de la misma, a su vez hace una descripción visual y las compara con su contexto. No utiliza un lenguaje geométrico para referirse a las figuras.

Nivel 2: El individuo reconoce y analiza las propiedades de las figuras geométricas partiendo de su observación. (pp. 82-83).

Las actividades con las cuales se relacionan lo anterior, son las que enmarcan la orientación espacial, en las cuales los estudiantes se posicionaron primeramente, para luego ubicar espacialmente determinados lugares, siguiendo las indicaciones dadas, posterior a ello utilizaron figuras para teselar superficies usando diferentes movimientos, luego crearon y materializaron

figuras a partir de algunas formas que se les dieron, hicieron movimientos y dobleces para crear cuerpos geométricos a partir de figuras bidimensionales, seguidamente ubicaron números siguiendo la lógica y algunas pautas dadas.

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general, que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. Tal como lo menciona McIntosh (1992 citado por Obando, 2008). De esta manera los aprendices en el transcurrir pedagógico realizaron conteos de figuras (medidas de lados, estimación del perímetro, cálculo mental, uso de métodos para estimar), comprendieron la correspondencia biunívoca de algunas características de las figuras; todo lo anterior enmarcado en la noción de orden, comprensión del número y sus operaciones, así como también la comunicación y análisis de lo observado en el transcurrir pedagógico; en el desarrollo de la propuesta se evidencia dicho pensamiento en la medida en que se emplean las habilidades matemáticas ya mencionadas.

Cabe mencionar que el docente debe incentivar en los discentes el aprendizaje, tal como lo estipula Bruner (2011) “En el aprendizaje por descubrimiento, el maestro presenta ejemplos específicos y los estudiantes trabajan así hasta que descubren las interacciones y la estructura del material.” (P.2) Según lo anterior, el docente genera en los discentes una participación activa, enfatizada en el aprendizaje por descubrimiento, en donde cada uno trabaja en sí mismo teniendo en cuenta las preguntas dirigidas que contribuyen al mejoramiento continuo; en el desarrollo de los talleres los discentes manipularon el material que se les proporciono, descubriendo las características intra e interfigurales, así como también las relaciones que existen entre ellas y la comprensión de número en cuanto a medidas y calculo; la creación de figuras geométricas a

partir de formas bidimensionales y el teselado de superficies usando la observación y las posibilidades para completar un espacio que se requiere.

Se debe tener en cuenta, que el análisis de cada una de las situaciones en el entorno se debe hacer desde diferentes puntos de vista. Así como lo menciona Bressan (2013 citado por Mazzitelli, 2018) “considera que el desarrollo del estudio de la geometría comprende las siguientes habilidades: visuales, de dibujo y construcción, de comunicación, de razonamiento lógico/pensamiento y de aplicación o transferencia.” (p.633). El educando obtiene información que le permite construir conceptos, identificar características, interpretar y representar diferentes construcciones, para de esta manera mejorar la interpretación y la creación de nuevos modelos en situaciones dadas, en el transcurso de la intervención los estudiantes analizaron las figuras bidimensionales y tridimensionales de acuerdo a sus características, las reprodujeron usando la técnica del calco e hicieron cálculos de estimación teniendo en cuenta la noción de orden entre cantidades.

Conclusiones

El proceso de enseñanza-aprendizaje por medio de guías impresas es efectivo en la medida en que se hace una socialización activa a cada uno de los educandos, resolviendo sus dudas, en el caso de la presente investigación se hizo mediante llamadas telefónicas, las cuales crearon un entorno de enseñanza amigable.

Las actividades de diagnóstico tales como entrevistas, encuesta y análisis a las pruebas saber, permiten identificar el estado en el que se encuentran los estudiantes y de acuerdo a los resultados tomar medidas para su mejoramiento educativo. En la investigación se observó, que los educandos presentaban un bajo nivel en cuanto al pensamiento numérico y espacial y es por ellos que se generó una estrategia didáctica con miras al fortalecimiento.

La promoción de los aprendizajes y la implementación de estrategias como la matemática recreativa enmarcada en el juego, permite desarrollar y fortalecer el pensamiento numérico y espacial en cada uno de los educandos, puesto que contribuye con el afianzamiento de los conceptos, procesos y procedimientos desde los tres tipos de situaciones problémicas (de las mismas matemáticas, la vida diaria y las otras ciencias), incentivando habilidades de reconocimiento y análisis que permiten llevar al descubrimiento de aprendizajes, la aceptación, adaptabilidad y destreza frente a las diferentes situaciones planteadas,

El aprendizaje de los estudiantes, tiene como base el descubrimiento de los conceptos, dado que realizan la magreación del material concreto, proporcionado por el investigador en donde se fomenta un ambiente escolar oportuno de codificación y decodificación de saberes y competencias relacionadas y basadas en los referentes de calidad, en donde el estudiante mejoro gradualmente en el transcurrir de la implementación de la estrategia didáctica enfatizada en el aprendizaje del pensamiento numérico y espacial.

La utilización de material concreto, acorde a la edad cronológica de los educandos y apoyados en ideas fundamentadas en teóricos, como también en los referentes de calidad educativa propuestos por el MEN, para el área de matemáticas, integra el saber con el saber-hacer en el aula. Cada uno de éstos componentes contribuyó a aumentar el nivel de comprensión en los pensamientos matemáticos ya mencionados.

Recomendaciones

Basados en los contextos educativos, la matemática recreativa y el fomento de espacios atribuidos al aprendizaje, el educando descubre por sí mismo el conocimiento y de esta manera potencia sus competencias y habilidades propias del área.

En base a los resultados obtenidos y teniendo en cuenta el aporte de este documento se sugiere la continuación a la propuesta ejecutada en este proyecto, validando su aplicabilidad a diferentes áreas del currículo, teniendo en cuenta cada uno de los referentes de calidad y haciendo uso de nuevas estrategias que contribuyan a potenciar los conocimientos de una manera recreativa y significativa para la vida.

Teniendo como eje central la participación activa y el desarrollo del aprendizaje usando material concreto se recomienda que los diferentes espacios de aprendizaje en donde se fortalecen los pensamientos matemáticos impacten y generen un cambio en los aprendices.

Referencias

Alonso, A. (2011). Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6 grado del colegio San José de la comunidad marista. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/2620/1/AlonsoDesarrolloAsocolme2011.pdf>

Alonso Muñoz, P. (2013). Juegos y materiales para construir las matemáticas en Educación Primaria. Recuperado de: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/2594>

Alvarado, L. J., & García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens: Revista Universitaria de Investigación*, 9(2), 187-202. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3070760.pdf>

Antunes, C. (2004). Juegos para estimular las inteligencias múltiples (Vol. 5). Narcea Ediciones. Recuperado de:
[https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=0rm4lKX70QEC&oi=fnd&pg=PA5&dq=Antunes,+C.+\(2004\).+Juegos+para+estimular+las+inteligencias+m%C3%BAltiples+\(Vol.+5\).+Narcea+Ediciones.&ots=8GIoMEf0qB&sig=2I59mQ7ei6yhcb6-Oj-wbtI5TbU](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=0rm4lKX70QEC&oi=fnd&pg=PA5&dq=Antunes,+C.+(2004).+Juegos+para+estimular+las+inteligencias+m%C3%BAltiples+(Vol.+5).+Narcea+Ediciones.&ots=8GIoMEf0qB&sig=2I59mQ7ei6yhcb6-Oj-wbtI5TbU)

Arriaga, N., Gonzales, V., Ramírez, C., Iriarte, S., López, A., & Arciniega, L. (2018). Uso de aplicaciones de la web 2.0 para la evaluación del aprendizaje significativo. *Revista pistas educativas*, 40, 283-300. Recuperado de <http://www.itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/1704>

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, 1, 1-10. Recuperado de http://mc142.uib.es:8080/rid=1PNRKBXQH-ZPXP9T-1XB/Aprendizaje_significativo.pdf

Bernate Tovar, L. F. (2014). Estrategias didácticas para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes del grado primero de primaria del Colegio Juan Sabálo del Municipio de Garzón Huila. Recuperado de: <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/601/TO-17105.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Bracho Cárdenas, H. M., Gómez, D. R., González Díaz, M. J., & Valencia Molina, E. E. (2014). Apropriación y utilización de las estrategias utilizadas en las aulas de clase para captar la atención y disposición de los educandos en el área de las matemáticas, en el municipio de San Pedro de Urabá, institución educativa San Pedro de Urabá grado 5°. Recuperado de: <https://repository.ucc.edu.co/handle/20.500.12494/15142>

Butler, Citado por Sallán, J. M. G. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar*, (17), 105-118. Recuperado de: <https://www.raco.cat/index.php/educar/article/viewFile/42235/90184>

Chacel, R. (s.f.). Estrategias para la solución de problemas. Recuperado de http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf

Colombia, Asamblea Nacional Constituyente, (1991). Constitución Política de Colombia, Santa Fe de Bogotá: Legis. Recuperado de: <https://200.13.232.188/irj/go/km/docs/wpcccontent/Sites/Subportal%20del%20Ciudadano/Nuestr>

o%20Gobierno/Secciones/Publicaciones/Documentos/PLAN%20ESTRATEGICO%20INSTITUCIONAL%201/Constituci%C3%B3n%20Pol%C3%ADtica%20de%20Colombia.pd

Colmenares E, A. M. (2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. *Voces y Silencios. Revista Latinoamericana de Educación*, 3(1), 102-115. Recuperado de <https://revistas.uniandes.edu.co/doi/pdf/10.18175/vys3.1.2012.07>

Cortes, R., Reyes, R., & Bustos, V. (2017). Secuencia didáctica en química verde. Enseñanza de las ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, Num Extra 1189-1196. Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/335241>

DAmore, B. (2015). Primeros elementos de la didáctica de la matemática. *Tendencias en la educación matemática basada en la investigación*, 9-25. Recuperado de: <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/publicaciones/TEMBI-V1.pdf#page=10>

De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. Actas de las IV JAEM. Tenerife, 49-85. Recuperado de: <https://www.sectormatematica.cl/articulos/juegosmaten.pdf>

Feo, R. (2010). Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas. Recuperado de: <http://148.202.167.116:8080/jspui/handle/123456789/175>

Franklin, B. Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo. Recuperado de: https://www.laudebsv.com/media/329689/maquet-cataleg-bsv_v6-mini2.pdf

Gardner, H. (1987). La teoría de las inteligencias múltiples. Santiago de Chile: Instituto Construir. Recuperado de: [http://www.institutoconstruir.org/centrosuperacion/La%20Teor%EDa%20de%20las%20Inteligencias%20M%FAltiples%20\(cortad\).pdf](http://www.institutoconstruir.org/centrosuperacion/La%20Teor%EDa%20de%20las%20Inteligencias%20M%FAltiples%20(cortad).pdf)

Gardner (1983) citado por Barajas, C., Jaimes, M., & Ortiz, J. (2012). Juegos, lúdica y enseñanza: un acercamiento a la metodología del semillero matemático. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/2628/1/JuegosBarajasAsocolme2012.pdf>

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284. Recuperado de:

https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. Recuperado de: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. Recuperado de:

<http://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/123456789/4829/Fundamentos%20de%20la%20ense%20c3%20blanza%20y%20el%20aprendizaje%20de%20las%20matem%20c3%20alticas%20para%20maestros.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

[Gómez, V. \(2017\). Alcances y limitaciones de la adaptabilidad en el fortalecimiento de competencias matemáticas sobre el pensamiento numérico en el Ciclo II \(Tesis Maestría\). Universidad de la Sabana, Chía, Cundinamarca, Colombia. Recuperado de https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/29916](https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/29916)

Hoyos Duque, J. R (2015). Diseño y aplicación de una propuesta didáctica para favorecer el aprendizaje significativo de las fracciones en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa José Asunción Silva del municipio de Medellín. Recuperado de:

<http://bdigital.unal.edu.co/48349/1/71194166.2015.pdf>

Jaimes (2008) citado por Barajas, C., Jaimes, M., & Ortiz, J. (2012). Juegos, lúdica y enseñanza: un acercamiento a la metodología del semillero matemático. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/2628/1/JuegosBarajasAsocolme2012.pdf>

[Kember, D., & Gow, I. \(1992\). Acción investigación - acción kluwer academic press publisher. Netherlands. 23 \(3\), 297 - 310. Recuperado de https://docplayer.es/296567-investigacion-accion.html](#)

Gómez Chacón, I. M. (1990). Los juegos de estrategia en el currículum de matemáticas. VII Jornadas de Estudio Sobre la Investigación en la Escuela. Cambio educativo y desarrollo profesional (1990), p 323-330, 323-330. Recuperado de: https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/50630/CEDP_36.pdf?sequence=1.

Lomax, P. (1990). Managing Staff development in Schools. Clevedon: Multilingual Matters. Recuperado de [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=Dw-zOVGSV7kC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Lomax,+P.+\(1990\).+Managing+Staff+development+in+Schools.+Clevedon:+Multilingual+Matters&ots=cIzw2e6djZ&sig=qFp0cQbxDvZQsSVSj85umBT--NM](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=Dw-zOVGSV7kC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Lomax,+P.+(1990).+Managing+Staff+development+in+Schools.+Clevedon:+Multilingual+Matters&ots=cIzw2e6djZ&sig=qFp0cQbxDvZQsSVSj85umBT--NM)

Mazzitelli, M. J. (2018). Desarrollo de habilidades básicas a través del estudio de mosaicos. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/19320/1/Mazzitelli2018Desarrollo.pdf>

Mcintosh, A.; Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. For the Learning of Mathematics 12, 3, FLM Publishing Association, White Rock, British Columbia, Canadá. Recuperado de: <https://www.jstor.org/stable/40248053>

McMillan, J. H y Schumacher, S. (2005). Investigación Educativa 5 edición. Editorial Pearson Addison Wesley. Recuperado de: <https://des->

[for.infed.edu.ar/sitio/upload/McMillan J. H. Schumacher S. 2005. Investigacion educativa 5 ed..pdf](http://for.infed.edu.ar/sitio/upload/McMillan_J._H._Schumacher_S._2005._Investigacion_educativa_5_ed..pdf)

Mederos Piñeiro, M. (2016). La formación competencias para la vida. Revista científica RA XIMHAI, 12(5): 129-144. Recuperado de <http://www.redalyc.org/html/461/46147584009/>Ministerio de Educación Nacional. (1994).

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares (pp. 20). Bogotá. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Mieles, M. M. B. (2012). Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Escenarios, 10(2), 7-19. Recuperado de: <http://ojs.uac.edu.co/index.php/escenarios/article/viewFile/214/198>

Ley 115. Por la cual se expide la ley general de educación. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares (pp. 20). Bogotá. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia. 46 – 95. Recuperado de http://cms.colombiaaprende.edu.co/static/cache/binaries/articles-340021_recurso_1.pdf?binary_rand=1223

Mórelo Oviedo, E. (2018). Desarrollo del pensamiento espacial a través de la danza para potenciar competencias euclidianas empleando el modelo de Van-Hiele (Master's thesis, Escuela de Ingenierías). <https://repository.upb.edu.co/handle/20.500.11912/3572>

Moss, J., Hawes, Z., Naqvi, S., & Caswell, B. (2015). Adapting Japanese Lesson Study to enhance the teaching and learning of geometry and spatial reasoning in early years classrooms: a case study. *ZDM*, 47(3), 377-390. Recuperado de:

http://experienciadocente.uc.cl/images/files1/Adapting_Japanese_Lesson_Study_to_enhance_the_teaching_and_learning_of_geometry_and_spatial_reasoning_in_early_years_classrooms.pdf

Montoya Ortiz, A. M. (2003). Matemáticas recreativas. Recuperado de:

<http://www.aldadis.net/revista7/documentos/antonia.pdf>

Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos. Modulo I. Medellín: Artes y Letras Ltda. Recuperado de:

<http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%201%20PENSAMIENTO%20NUM%C3%89RICO.pdf>

Obando, G., & Vásquez, N. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf>

Ortiz Rengifo, L. (2014). La lúdica como estrategia didáctica en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: <http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/handle/10839/896>

Pérez Pérez, T. (2005). La perspectiva constructivista en la investigación social. Revista Tendencias & Retos, 39-64. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4929370>

Piaget, J. (1978). Equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central de desarrollo siglo XXI. Madrid. Recuperado de: <http://www.sidalc.net/cgi-bin/wxis.exe/?IsisScript=FCL.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=010063>

Quintero, F. A, Restrepo, G. A y Padilla, N. F. (2016). La lúdica para el fortalecimiento de la resolución de problemas como competencia matemática en estudiantes de grado tercero de básica primaria. Recuperado de: <https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/550/1/LA%20L%c3%9aDICA%20PARA>

[%20EL%20FORTALECIMIENTO%20DE%20LA%20RESOLUCI%c3%93N%20DE%20PROBLEMAS%20%20COMO%20COMPETENCIA%20MATEM%c3%81TICA%20EN%20ESTUDIANTES%20DE%20GRADO%20TERCERO%20DE%20B%c3%81SICA%20PRIMARIA.pdf](#)

Rodríguez, F. N. (2007). Generalidades acerca de las técnicas de investigación cuantitativa. *Paradigmas*, 2(1), 9-39. Recuperado de <http://publicaciones.unitec.edu.co/index.php/paradigmas/article/view/20/20>

Rodríguez Sosa, J. La investigación educativa ¿Qué es? ¿Cómo se hace? . Editorial DOXA Recuperado de: http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/123456789/1359/3/2005_Rodriguez_La-Investigacion-accion-Educativa-Origenes-corrientes-y-caracteristicas.pdf

Rojas Suquillo, L. S. (2011). La estructura familiar y su relación con el aprendizaje de niños/as estudiantes del segundo de básica de la escuela fiscal mixta Dr. Fabián Jaramillo Dávila (Bachelor's thesis). Recuperado de <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/3272>

Sahin, A., Ayar, M., & Adiguzel, T. (2014). STEM Related After-School Program Activities and Associated Outcomes on Student Learning. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(1) 309-322. Recuperado de: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1038710>

Sandoval, T., & Ercilla, M. (2017). Metodologías didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las cuatro operaciones básicas de matemática en niñas y niños de cuarto año de educación general básica de la escuela María Clara Díaz Mejía, parroquia de Tumbaco, DM de Quito, periodo 2016 (Bachelor's thesis, Quito: UCE). Recuperado de: <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/11300>

Salvador, A. (2002). El juego como recurso didáctico en el aula de matemáticas. *Universidad Politécnica de Madrid*, 8. Recuperado de:

https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/37247350/12.Juego.pdf?response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DPorcentajes+Histograma+Poligono+de+frecu.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20191109%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20191109T061006Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=4dd9937b56612430f21ea80e53196ddba653004a507c86e330fa3c6b9ffebc0f

Nava Serrano, M. F., Rodríguez Pachón, L. M., Romero Ruiz, P., & Vargas de Montoya, M. E. (2010). Fortalecimiento del pensamiento numérico mediante las regletas de cuisenaire.

Recuperado de:

<https://repositorio.idep.edu.co/bitstream/handle/001/927/Regletas%20Cuisinaire.pdf?sequence=2&isAllowed=y>

Tamayo, C. (2008). El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/995/>

Minerva Torres, C. (2002). El juego: una estrategia importante. *Educere*, 6(19). Recuperado de: <https://www.redalyc.org/html/356/35601907/>

Urbaneja, P. M. G. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza.

Vargas, G. V., & Araya, R. G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762005.pdf>

Vasco, C. (1990). Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. *Pedagogía, discurso y poder*, 6(11), 107-122. Recuperado de: <https://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1Q1K5K9MF-2DH10MN-2M4Y/pedagogiadidactica.pdf>

Vygotsky, L. (1962). *Pensamiento y Lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Ediciones Fausto. Recuperado de <http://www.aacounselors.org.ar/adjuntos/Biblioteca%20AAC/Lev%20S%20Vygotsky%20%20Pensamiento%20y%20Lenguaje.pdf>

Vygotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. México: Grijalbo. Recuperado de: <http://www.sidalc.net/cgi-bin/wxis.exe/?IsisScript=FCL.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=011>

Apéndice A. Encuesta a docente cooperador

 UNIVERSIDAD LIBRE COLOMBIA	MATEMÁTICA RECREATIVA, PUERTA MEDIADORA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO.	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.	
		ENCUESTA PARA EL DOCENTE COOPERADOR	CENTRO EDUCATIVO ARENAS MONAS- SAN PEDRO DE URABÁ- ANTIOQUIA

OBJETIVO: Conocer la metodología del docente en el aula y las actividades realizadas en el área de matemáticas.

INDICACIONES:

- Leer muy bien la pregunta antes de contestar.
- Si tiene alguna duda, pregunte a el encargado(a) de aplicar la encuesta.
- Contestar con honestidad cada una de las preguntas realizadas.

1. Responda las siguientes preguntas o enunciados de acuerdo a las actividades realizadas en el aula y justifíquelas

a) ¿Qué características busca en las actividades planeadas para los estudiantes?

b) ¿La metodología que ha usado permite a los estudiantes contextualizar los procedimientos y conceptos de los temas vistos?

c) ¿Cómo es el tipo de comunicación que se genera en la clase de matemáticas acerca del procedimiento en la resolución de problemas y los conceptos usados?

d) ¿Qué tipo de juegos usa para fortalecer el pensamiento y los procesos matemáticos?

e) Si la respuesta anterior fue “no uso” ¿Le gustaría enseñar matemáticas usando juegos?

f) ¿Cómo es la evaluación que realiza después de abordar el procedimiento y el concepto en el aula?

2. Marcar con una x (equis), de acuerdo con su experiencia.

Actividades	Si	No	A veces	Nunca
1. ¿Motiva a sus educandos para aprender matemáticas libremente?				
2. ¿En las clases de matemáticas realiza retroalimentación adecuada teniendo el grado y la edad de los educandos?				
3. ¿Cuenta con material lúdico - recreativo (matemático) para usar en el aula?				
4. ¿Le gustaría diseñar sus clases implementando la matemática recreativa?				

Apéndice B. . Encuesta diagnóstica.

 UNIVERSIDAD LIBRE COLOMBIA	MATEMÁTICA RECREATIVA, UNA ESTRATEGIA FORTALECER EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO.	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.	
		ENCUESTA DIAGNÓSTICO	CENTRO EDUCATIVO ARENAS MONAS- SAN PEDRO DE URABÁ- ANTIOQUIA

OBJETIVO: Identificar aprendizajes básicos relacionados con el pensamiento numérico – espacial

1. Ha observado figuras geométricas en su entorno. Sí ___ No___
2. ¿Describe las figuras geométricas que se pueden observar en el lugar donde vive?
3. ¿Menciona cuales polígonos ha observado en su entorno? ¿En qué lugar los ha observado?
4. Ha visto el proceso para pegar ladrillos en una pared. Si ___ No___ Describe cómo lo pegan.
5. Ha observado una pared en donde estén a la vista los ladrillos o tablas. Sí ___ No___
6. ¿Qué sucedería si usáramos ladrillos o tablas más pequeñas para la construcción de la pared?, ¿qué sucedería si usáramos ladrillos y/o tablas de diferentes tamaños para la construcción de la pared?
7. Compara las paredes de una habitación con las de cocina. Utilizarían la misma cantidad de tabla o ladrillos.
8. Imagina que necesita pegar baldosas o tablas en el piso, ¿Qué sucedería si hay un espacio de menor tamaño para ser cubierto?
9. ¿Cómo puedo cubrir la superficie de la cama con toallas de 40 cm x 30 cm.?
10. Describe el proceso para recubrir una caja de cartón con hojas de papel (de cuaderno pequeño, grande, mediano).
11. ¿Puedo hacer una caja usando hojas de papel? Si ___ No___ Describe como lo haría .

Apéndice C. Ficha de observación

 UNIVERSIDAD LIBRE COLOMBIA	MATEMÁTICA RECREATIVA, UNA ESTRATEGIA FORTALECER EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO.	LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.	
		FICHA DE OBSERVACIÓN	CENTRO EDUCATIVO ARENAS MONAS- SAN PEDRO DE URABÁ-ANTIOQUIA

OBJETIVO: Reconocer de manera cualitativa y cuantitativa el aprendizaje del pensamiento numérico y espacial.

Matemática Recreativa, Una Estrategia Para Fortalecer El Pensamiento Numérico y Espacial									
Habilidades	Visual			Verbal			Para Dibujar		
	Nivel			Nivel			Nivel		
	Reconocimiento		Análisis	Reconocimiento		Análisis	Reconocimiento		Análisis
	Meta Alcanzada			Meta Alcanzada			Meta Alcanzada		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	Descripción			Descripción			Descripción		
Pensamiento									
Espacial y Sistemas Geométricos									

Habilidades Pensamiento	Comprensión del número	Uso de métodos	Estimación y aproximación									
	Meta Alcanzada	Meta Alcanzada	Meta Alcanzada									
	<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>				<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>				<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>			
Numérico y Sistemas Numéricos	Descripción	Descripción	Descripción									

Apéndice D. Carta de solicitud al establecimiento educativo

Socorro, 22 de septiembre de 2020

FCE-IF-20-002

Señor

JHON CARLOS SILVA RUIZ

Rector

Centro Educativo Rural Arenas Monas

Arenas Monas - San Pedro de Urabá

Ref. Aplicación Proyecto de Grado

Distinguido **Señor Rector,**

Atendiendo a los procesos de investigación formativa y aplicada que se vivencian y evidencian en los programas de Licenciatura de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Libre, que buscan el desarrollo de los procesos pedagógicos y didácticos en las diferentes áreas del saber, aplicados en discentes de centros educativos tanto públicos como privados del nororiente colombiano.

Acudimos a su despacho para solicitar su anuencia para la aplicación del proyecto didáctico y pedagógico "**Matemática recreativa, una estrategia para fortalecer el pensamiento numérico y espacial**" durante el semestre 2020-2 en la Institución que usted dirige.

El proyecto de opción de grado en mención, estará liderado por los estudiantes **Edwin Franco Guacaneme, CC. 1104070352 de Oiba** y **Han Horley Fonseca Guacaneme, CC. 30016825 de Oiba** del programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas del Alma Mater.

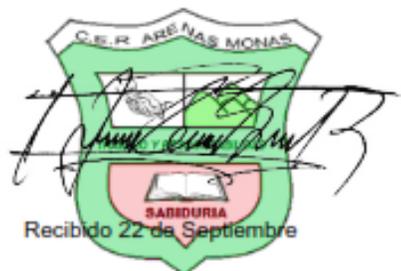
La labor de coordinación y seguimiento de cada uno de los procesos está bajo la responsabilidad del Decano y de la Docente **Carolina Salamanca Leguizamón** Coordinadora Centro de Investigación Formativa.

Agradecemos su gentil atención y la colaboración del personal docente bajo su regencia, para la ejecución del proyecto, que estamos seguros redundará en beneficio de la niñez y juventud colombiana.

Cordialmente,



JOHAN BUILES GONZÁLEZ
Decano
Facultad Ciencias de la Educación



Recibido 22 de Septiembre

Apéndice E. Certificación del establecimiento educativo



REPUBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
**CENTRO EDUCATIVO RURAL
ARENAS MONAS**
SAN PEDRO DE URABA
DANE No 205665000525
NIT 900.255.337-6



Página 1 de 1

CENTRO EDUCATIVO RURAL ARENAS MONAS- SAN PEDRO DE URABÁ
DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA

CERTIFICACIÓN

El Centro Educativo Rural Arenas Monas de San Pedro de Urabá departamento de Antioquia, certifica a: **Edwin Franco Guacaneme** identificado con C.C **1.104.070.352** y **Han Horley Fonseca Guacaneme** identificada con C.C **30.016.825** del programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Libre Seccional Socorro, quienes realizaron la aplicación del proyecto titulado **"Matemática recreativa, una estrategia para fortalecer el pensamiento numérico y espacial"**, cumpliendo a cabalidad con 48 horas de intervenciones pedagógicas en el periodo 2020-2 con los estudiantes del grado quinto, en acompañamiento del docente Germán Samith Guerrero Hoyos.

Se expide a solicitud del interesado el día 11 de diciembre de 2020

JHON CARLOS SILVA RUIZ

Director Rural

Centro Educativo Rural Arenas Monas

"Transformando vidas desde el agro y la educación"

Corregimiento Arenas Monas. Celular: 3162402201 | ierarenasmonas@hotmail.com

Apéndice F. Cronograma de Actividades

En la tabla 19 se evidencia el transcurrir en la investigación.

Tabla 19

Actividades desarrolladas en la investigación.

Actividad	Tiempo (Meses)											
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
Ajustes anteproyecto	x											
Marco teorico				X								
Población y muestra		X										
Elaboracion de instrumentos		X										
Selección diseño de investigación y adecuación, instrumentos					X							
Marco conceptual					X							
Marco legal					X							
Procedimiento					X							
Aplicación de pre-test						X						
Diseño de las actividades							X					
Implementación de propuesta pedagógica.								X				
Aplicación de Post-test										x		
Análisis descriptivos y comparativos, e interpretación de resultados de propuesta pedagógica.										x		
Sistematización de la información.											x	
Discusión											x	
Artículo científico											x	
Elaboración del informe											x	
Socialización de resultados												x
Entrega del proyecto												x

Fuente. Elaborada por el autor.

Apéndice G. Presupuesto del proyecto

En la tabla 20 se muestran los costos en los que se incurrió en la investigación

Tabla 20

Gastos de la investigación

Gastos	Descripción	Recursos
Honorarios (personal de apoyo técnico o profesional sin vínculo con la universidad)	Asesorías y aplicabilidad del proyecto	\$ 800.000
Honorarios profesionales de los investigadores	Honorario de los investigadores	3'000.000
Equipos	Celular, computador, internet.	\$ 1'000.000
Seguros y gastos legales	Seguro estudiantil	\$ 200.000
Viáticos y/o alojamientos	Alojamiento	\$ 600.000
Pasajes aéreos y/o terrestres	Transporte	\$ 500.000
Casino y restaurante	Alimentación	\$ 800.000
Otros gastos	material didáctico	\$ 200.000
Total gastos		7'100.000
Inversiones	Descripción	Recursos
Publicación de libros y revistas	Impresiones, empastado	\$1'600.000
Logística para entrega de talleres	Entrega de talleres a estudiantes	\$ 600.000
Total inversiones		2'200.000
Valor total del proyecto		9'300.000

Fuente. Elaborada por el autor

Apéndice H. Evidencias fotográficas



MATEMÁTICA RECREATIVA, UNA ESTRATEGIA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ESPACIAL.
UNIVERSIDAD LIBRE - SOCORRO
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

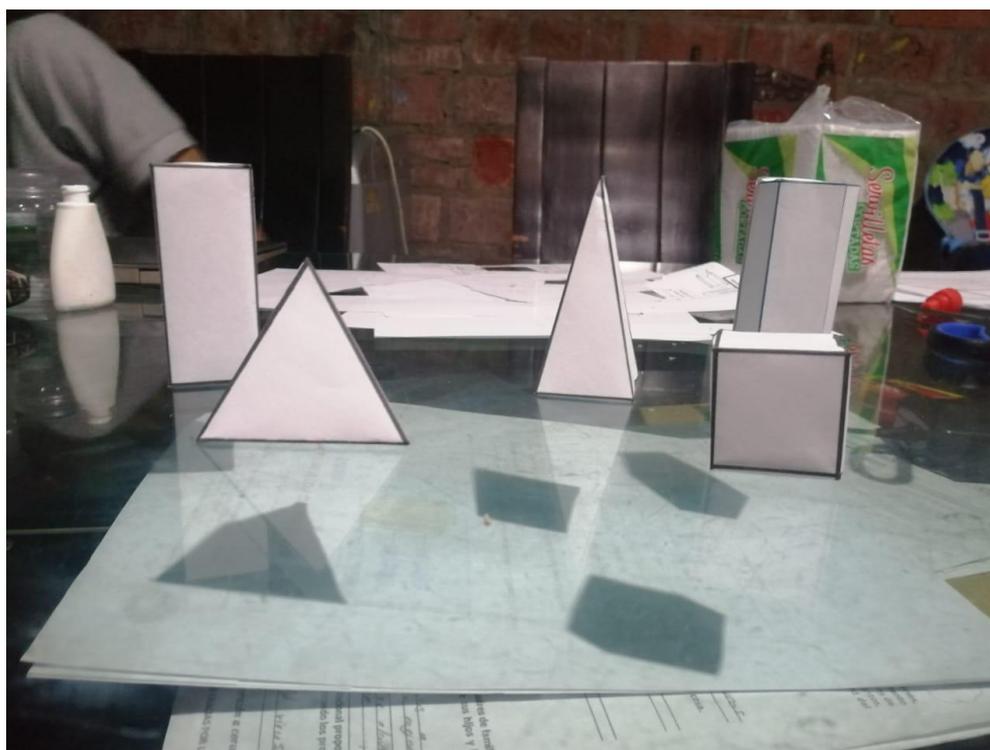
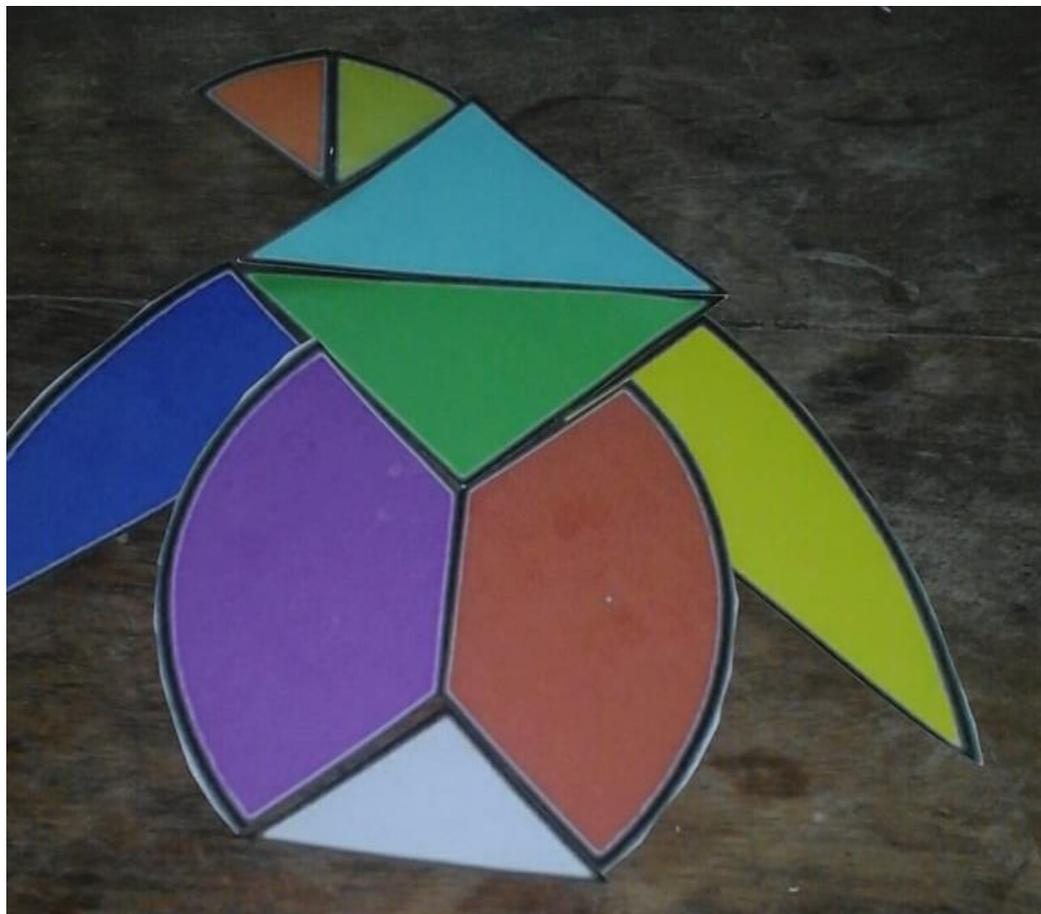
2. De acuerdo con la imagen que se presenta a continuación, responde Falso (F) o Verdadero (V), en cada caso:

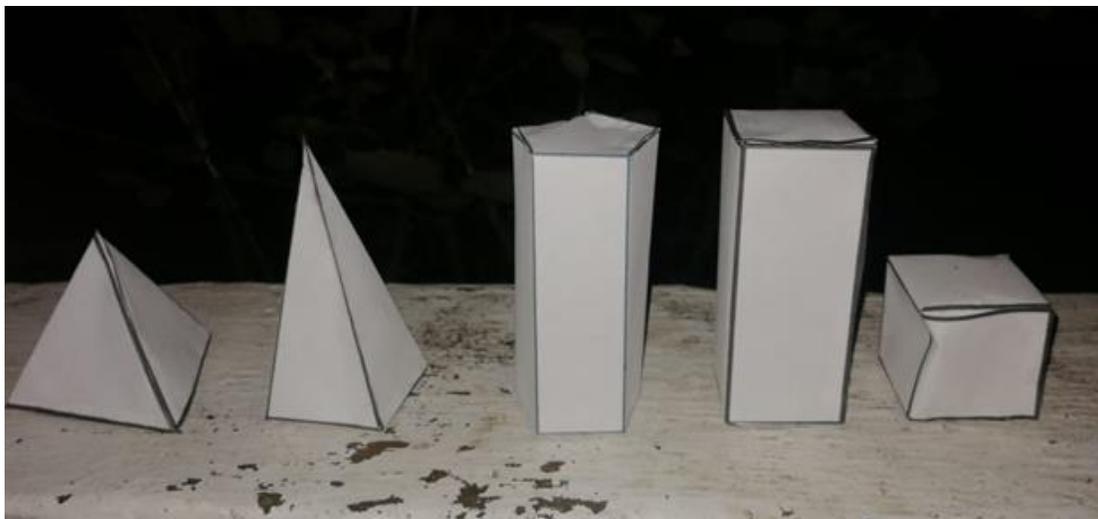
Fuente: Elaboración propia del autor.

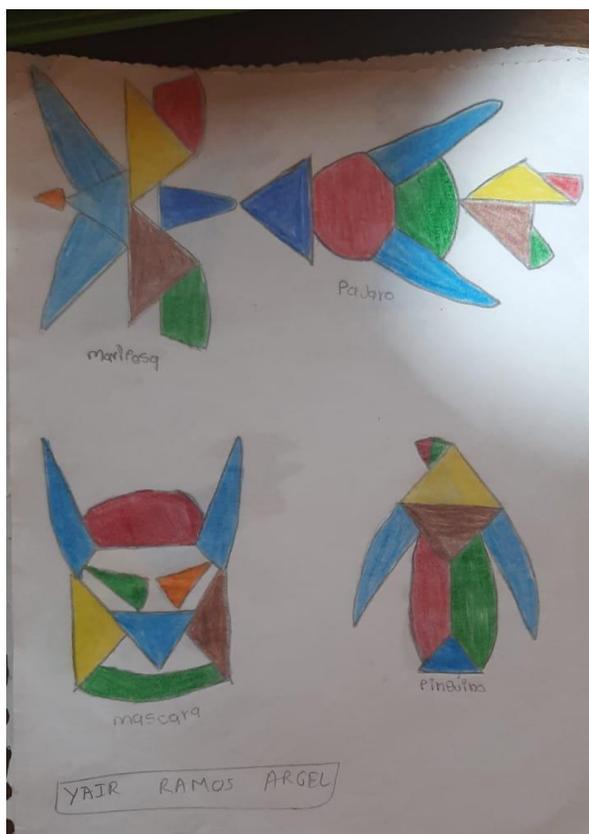
- ¿La casa de Carlos queda a la izquierda que la de Natalia? (V)
- ¿La casa de Carlos queda entre las mismas calles de la Casa de Natalia? (V)
- ¿El Hospital queda entre las Carreras 1 y 2 y sobre la calle 4? (F)
- ¿El supermercado queda más cerca del colegio que del parque? (V)
- ¿La iglesia queda entre las calles 1 y 2, y entre las carreras 2 y 3? (V)
- ¿El parque y la escuela comparten la misma Calle? (F)
- ¿El supermercado queda a la derecha de la iglesia? (V)
- ¿Las calles van en forma horizontal? (V)
- ¿Las carreras van en forma vertical? (V)











Tham Andres Montalvo Grado = 5

MATEMÁTICA RECREATIVA, UNA ESTRATEGIA PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ESPACIAL.
UNIVERSIDAD LIBRE - SOCORRO
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FASE DE FINALIZACIÓN

1. Debe colocar los números del 1 al 6 en el siguiente sudoku, sin repetirlos en los recuadros, ni tampoco horizontal ni verticalmente.

A.

	3	2	5	4	1	6
	5	6	1	2	3	4
7	4	3	6	5	2	
2	5	6	3	4	7	
4	3	2	7	6	5	
6	1	4	5	2	3	

Fuente: Elaborada por el autor

Observe y use el manual que encontrará en el material que se le envió, en donde aparece la recopilación de todas las actividades que se trabajaron.

Fuente: <https://acortar.link/jzica>

Apéndice I. Talleres

Taller # 1

ORIENTACIÓN EN EL ESPACIO



Fuente: <https://acortar.link/GnIZy>

OBJETIVO: Emplear la orientación como medio de fortalecimiento del pensamiento espacial y numérico en los estudiantes del grado quinto del Centro Educativo Arenas Monas - San Pedro de Urabá- Antioquia

DBA N°7: Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.

ESTÁNDAR: Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.

Tiempo estimado: 10 Horas

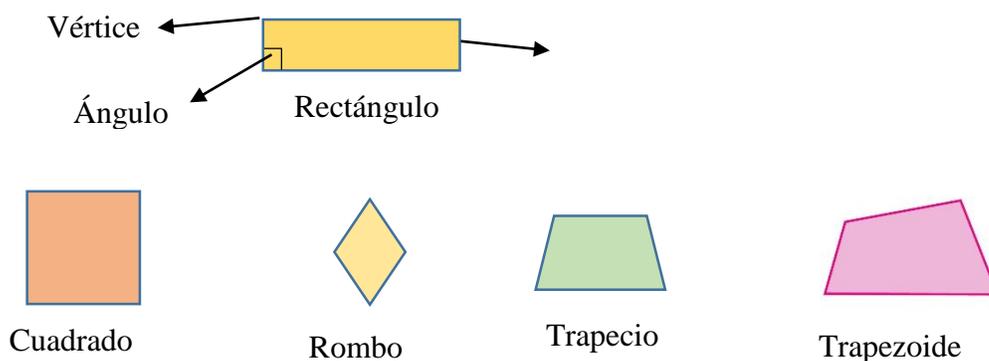
ORIENTACIÓN EN EL ESPACIO

FASE DE INICIO

Presentación

CUADRILÁTEROS

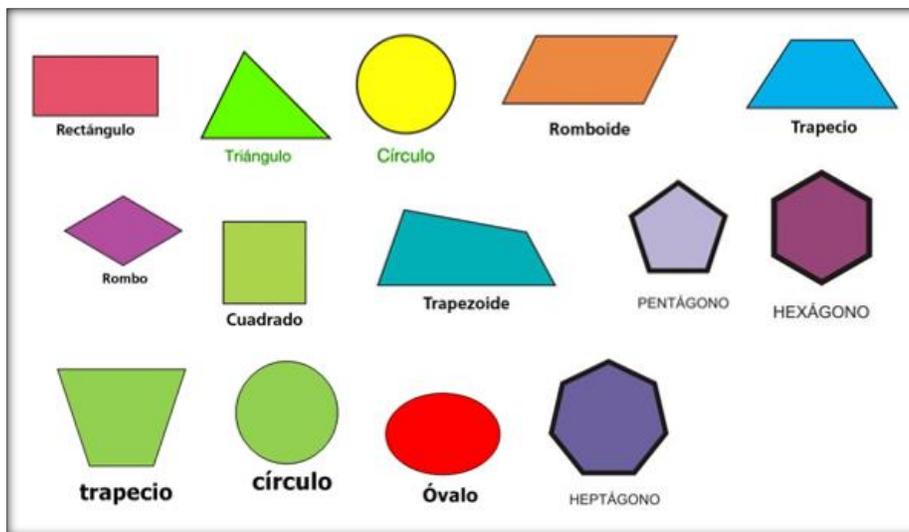
Es un polígono con 4 lados, cuatro ángulos y cuatro vértices. Ejemplos:



Fuente: Adaptado de <https://acortar.link/FXBRK>

Practiquemos

1. Observe detalladamente las siguientes figuras, coloque a la izquierda los cuadriláteros y a la derecha las demás figuras. Para hacer ésta actividad, debe buscar una hoja en blanco que viene en el paquete que se le entrego y trazar una línea que divida la hoja en dos partes, luego busque una tarjeta con las siguientes figuras, recórtelas conservando los nombres de cada figura, luego péguelas.



Fuente: <https://acortar.link/Rr7TD>

2. Observe la siguiente imagen y responda las preguntas que aparecen a continuación, poniendo sobre la línea la ubicación espacial correspondiente (arriba, abajo, derecha, izquierda, delante de, detrás de)

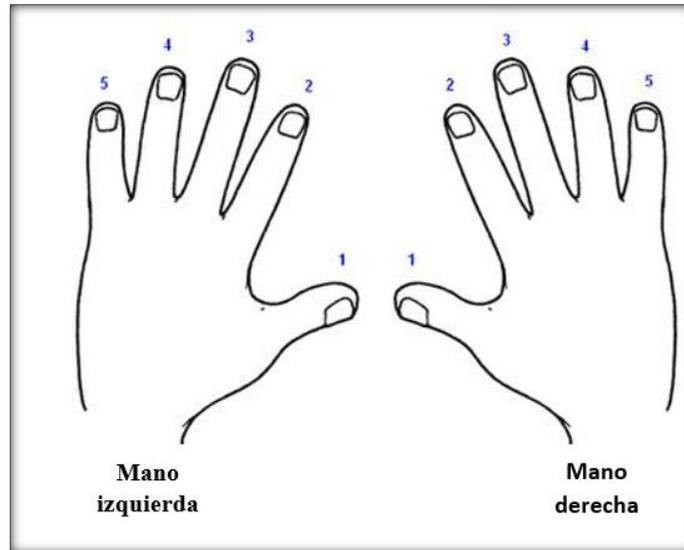


Fuente: <https://acortar.link/bIJJW>

- A. El carro está a la izquierda de los cubos
- B. El balón del armario está _____ de la caja
- C. La cama está a la _____ del armario.
- D. El computador está a la _____ del armario

FASE DE DESARROLLO

1. Observa las manos de la siguiente gráfica y colorea.



Fuente: <https://acortar.link/4pl9R>

2. Observe sus manos, colóquelas en una hoja blanca y traza la silueta de cada una. Escribe cuál es la mano derecha y cuál es la izquierda. La hoja la encontrará en el paquete que se le entrego.

3. Coloree el zapato de corresponde al pie derecho.



Fuente: <https://acortar.link/DLeFY>

Recuerda que éste es el zapato que corresponde al pie derecho.

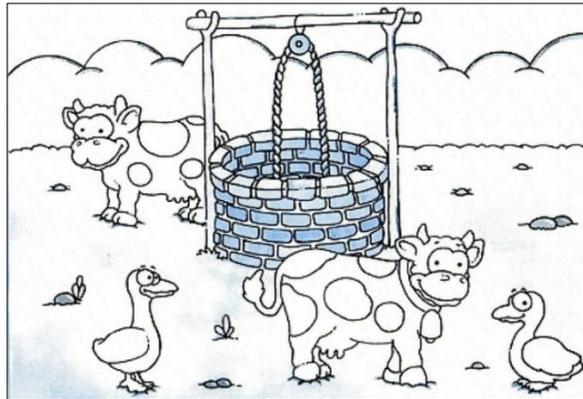
Fuente: <https://acortar.link/DLeFY>



Fuente: <https://acortar.link/OnpZ0>

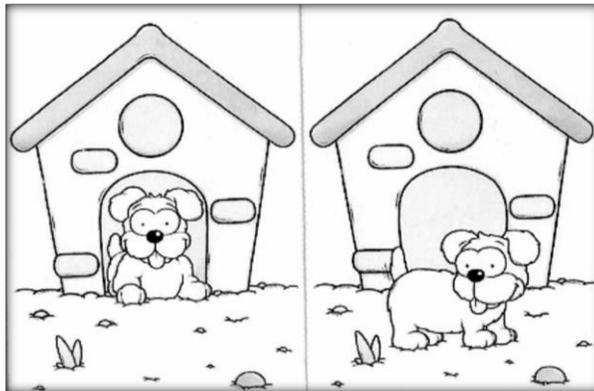
4. Sigue atentamente las siguientes instrucciones

- Encierre con un círculo la vaca que está detrás



Fuente: <https://acortar.link/zes6k>

- Encierre con un círculo el perro que está dentro de la casa.



Fuente: <https://acortar.link/JTLkX>



Tomado de <https://acortar.link/8Y6cS>

5. ¡Vamos a jugar con las huellas de los pies y las manos!

- Busque un sitio de su casa en donde pueda pegar en el piso unas imágenes, debe recortarlas por la línea negra. En el piso coloca las imágenes igual a como aparecen a continuación.

Estas imágenes las encontrarás en el material que se le entrego.

Coloque sus pies de tal forma que queden igual a como aparecen en la imagen, luego sus manos al lado, de igual forma a como está en la imagen, después de un salto y ubíquese igual como aparece en la imagen de los pies y la mano, sigue así hasta terminar todas las imágenes. Cuando termine vuelva a iniciar, pero ésta vez lo hazlo más rápido. (Pide ayuda a un familiar para que tome una foto mientras realizas la actividad. Envíe la foto al profesor)



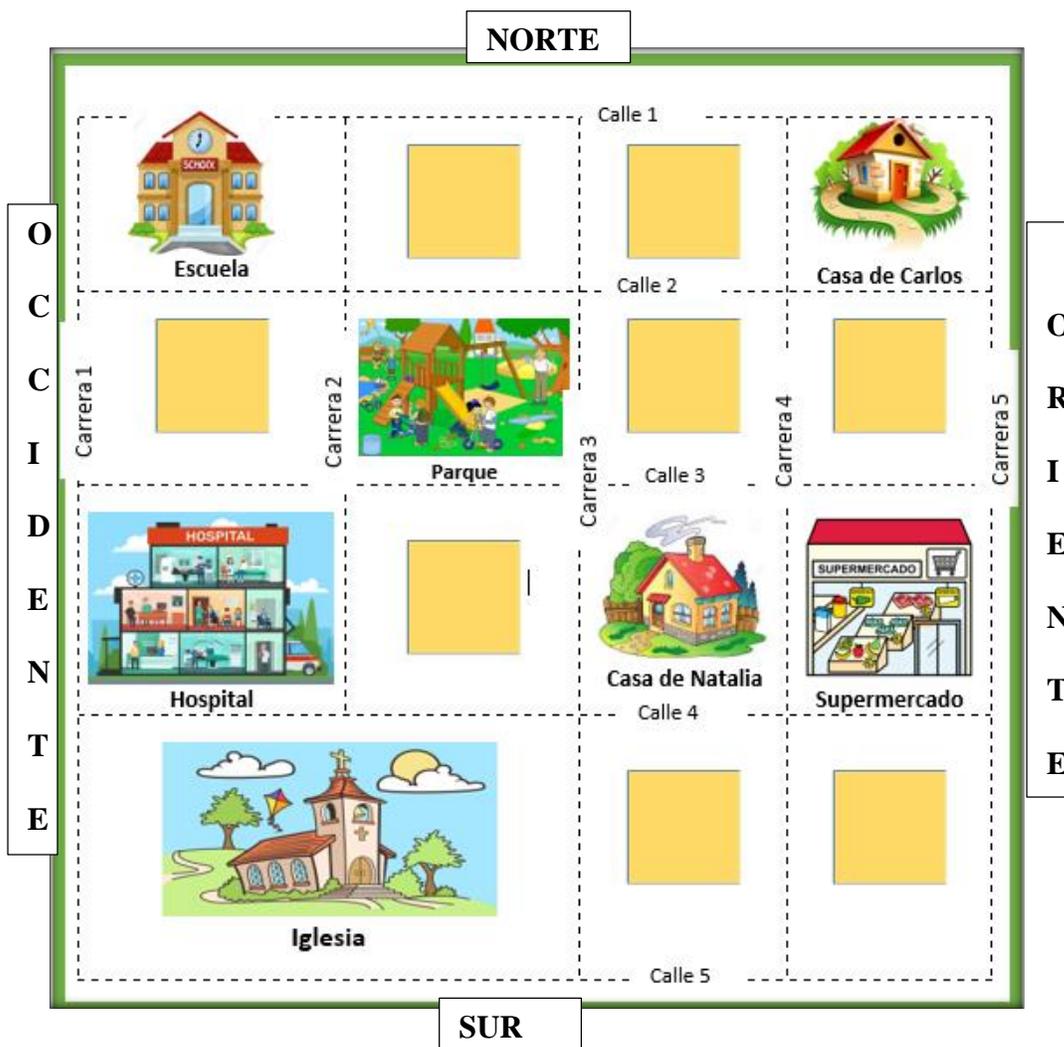
Fuente: <https://acortar.link/EWPWZ> / <https://acortar.link/4>

6. Completa la tabla, según la información que está en la imagen. Observa el ejemplo.

Antes de continuar lee con mucha atención lo siguiente:

Carrera: Son paralelas que van de norte a sur o de arriba a abajo. Observa la imagen

Calle: Son paralelas que van de oriente a occidente o de derecha a izquierda. Observa la imagen



Fuente: Elaboración propia del autor.

LUGAR	CALLES	CARRERAS
Casa de Carlos	Entre la calle 1 y 2	Entre las carreras 4 y 5
Iglesia		
Supermercado		
Parque		
Casa de Natalia		
Hospital		
Escuela		

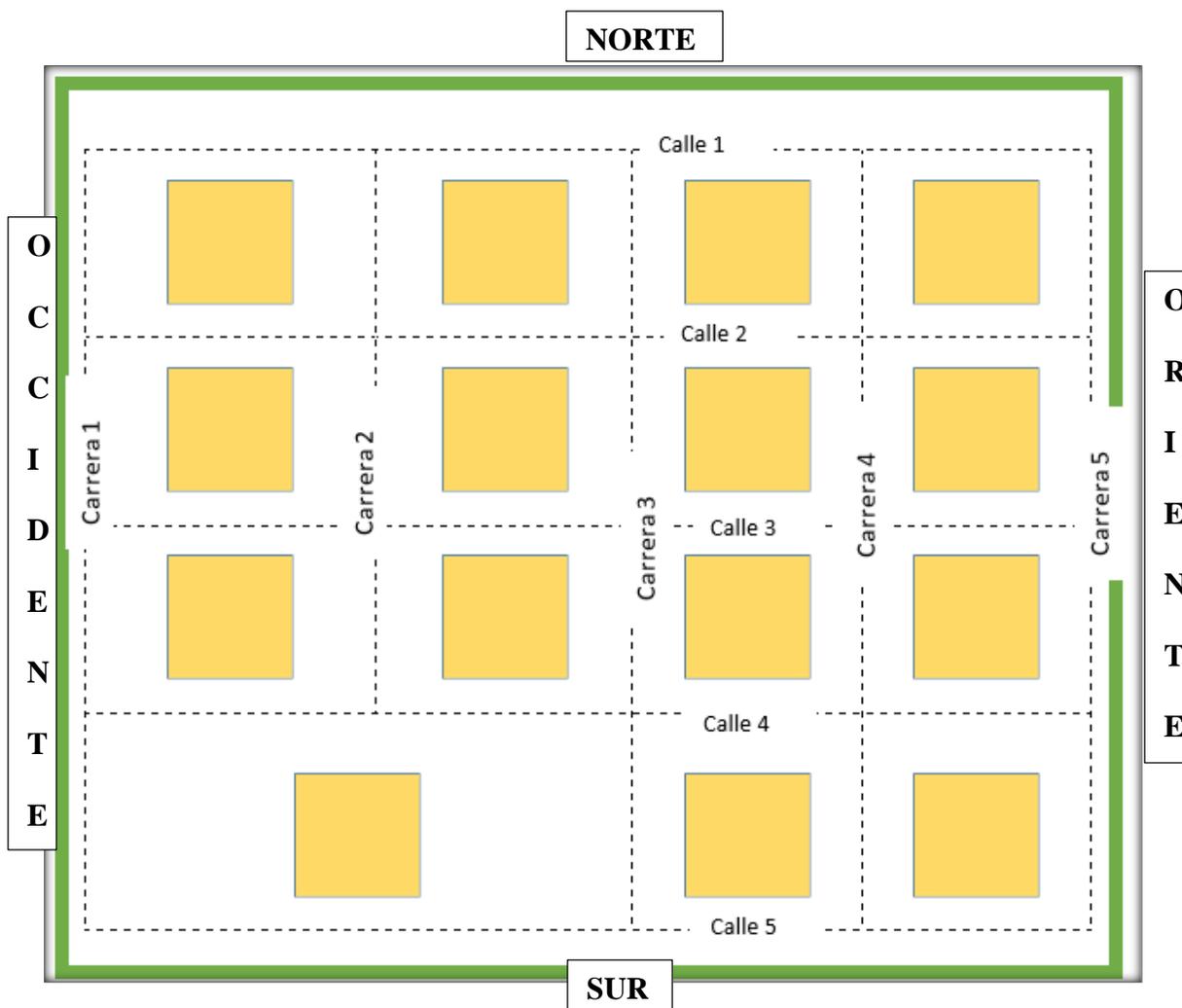
FASE DE FINALIZACIÓN

1. Ubique cada uno de los lugares en el mapa teniendo en cuenta las indicaciones dadas en la siguiente tabla. (Tome una foto de esta actividad y envíesela al profesor):

LUGAR	CALLES	CARRERAS
Colegio	Entre calles 2 y 3	Entre carreras 1 y 2
Hospital	Entre calles 3 y 4	Entre carreras 2 y 3
Iglesia	Calle 1	Carrera 1
Casa de Natalia	Entre calles 2 y 3	Entre carreras 4 y 5
Supermercado	Entre calles 1 y 2	Entre carreras 3 y 4
Parque	Calle 5	Carrera 1
Casa de Carlos	Entre calles 4 y 5	Carrera 5

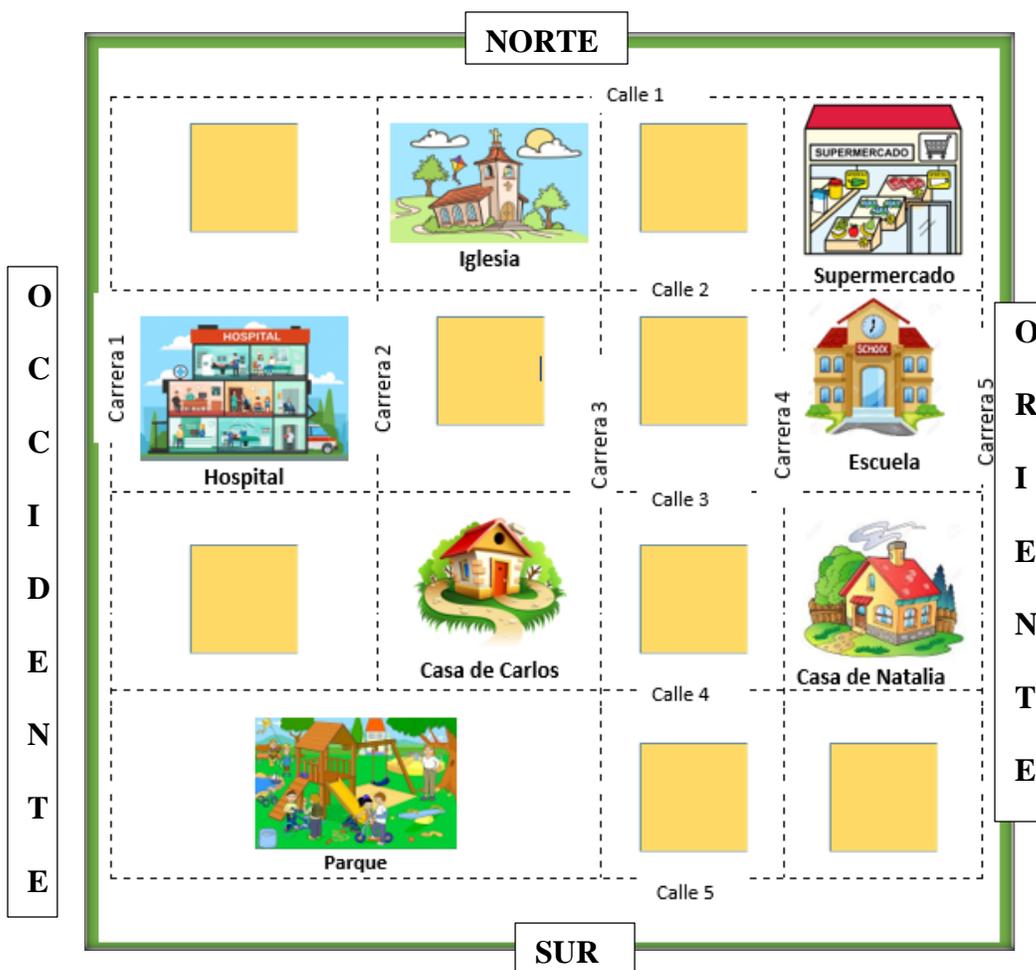


Fuente: Elaboración propia propia del autor.



Elaboración propia del autor.

2. De acuerdo con la imagen que se presenta a continuación, responde Falso (F) o Verdadero (V), en cada caso:



Fuente: Elaboración propia del autor.

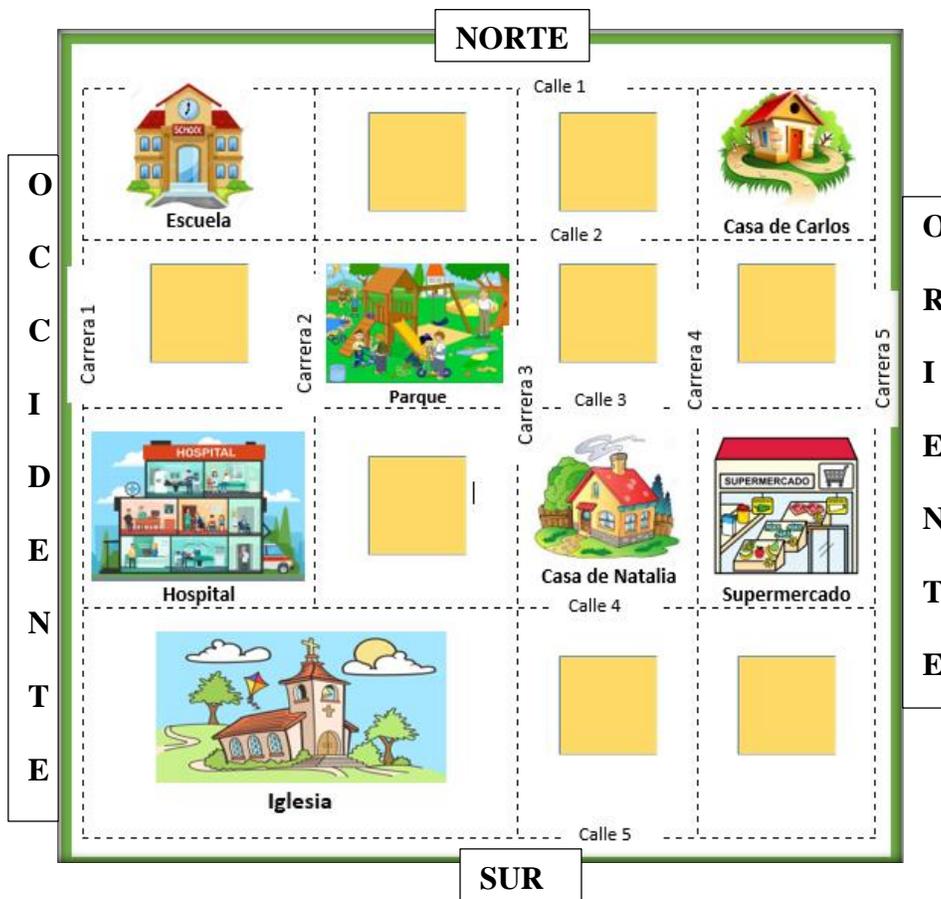
- ¿La casa de Carlos queda a la izquierda que la de Natalia? ()
- ¿La casa de Carlos queda entre las mismas calles de la Casa de Natalia? ()
- ¿El Hospital queda entre las Carreras 1 y 2 y sobre la calle 4? ()
- ¿El supermercado queda más cerca del colegio que del parque? ()
- ¿La iglesia queda entre las calles 1 y 2, y entre las carreras 2 y 3? ()
- ¿El parque y la escuela comparten la misma Calle? ()

g) ¿El supermercado queda a la derecha de la iglesia? ()

h) ¿Las calles van en forma horizontal? ()

i) ¿Las carreras van en forma vertical? ()

3. De acuerdo a la siguiente figura, describe en palabras, el camino que debe seguir Natalia y Carlos para ir a cada uno de los lugares que se indican. Observa el ejemplo:



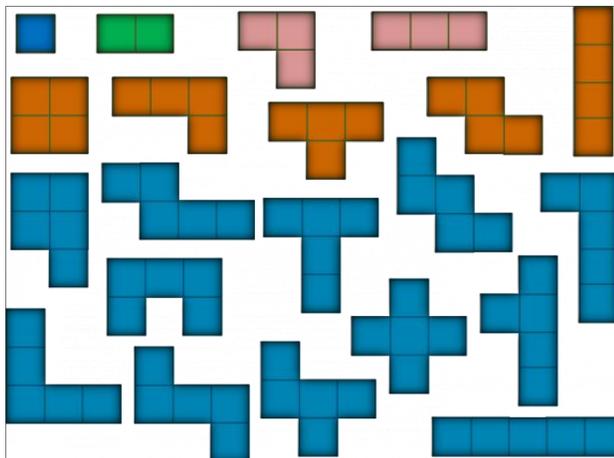
Fuente: Elaboración propia del autor.

- a. Natalia debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 4 dos cuadras hacia el norte, luego girar a la derecha en la calle 2 para llegar a la casa de Carlos.
- b. Natalia debe _____
 _____ para llegar al Colegio.

- c. Natalia debe _____
_____ para llegar al Hospital.
- d. Carlos debe _____ para llegar a la
iglesia.
- e. Carlos debe _____ para llegar al
supermercado.

Taller #2

POLIMINÓS UNA HERRAMIENTA MATEMÁTICA



Fuente: <https://acortar.link/qEABM>

OBJETIVO: Implementar los poliminós como herramienta didáctica para fortalecer el pensamiento numérico y espacial en el grado quinto el Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá- Antioquia

DBA 6: Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.

ESTANDAR: Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

TIEMPO ESTIMADO: 10 horas

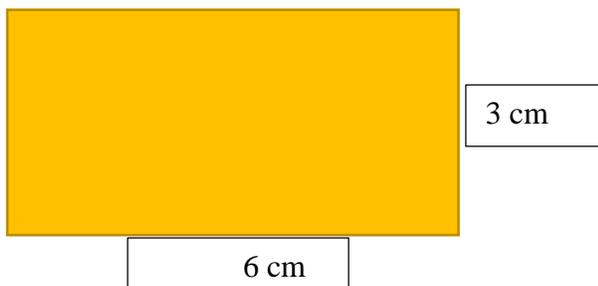
ACTIVIDADES DE INICIO.



Presentación

Perímetro

El perímetro es la suma de la medida de los lados de una figura. Ejemplo: El siguiente rectángulo tiene 6 cm de ancho por 3cm de alto.



$$\text{Perímetro} = 6\text{cm} + 6\text{cm} + 3\text{cm} + 3\text{cm} = 18\text{ cm.}$$



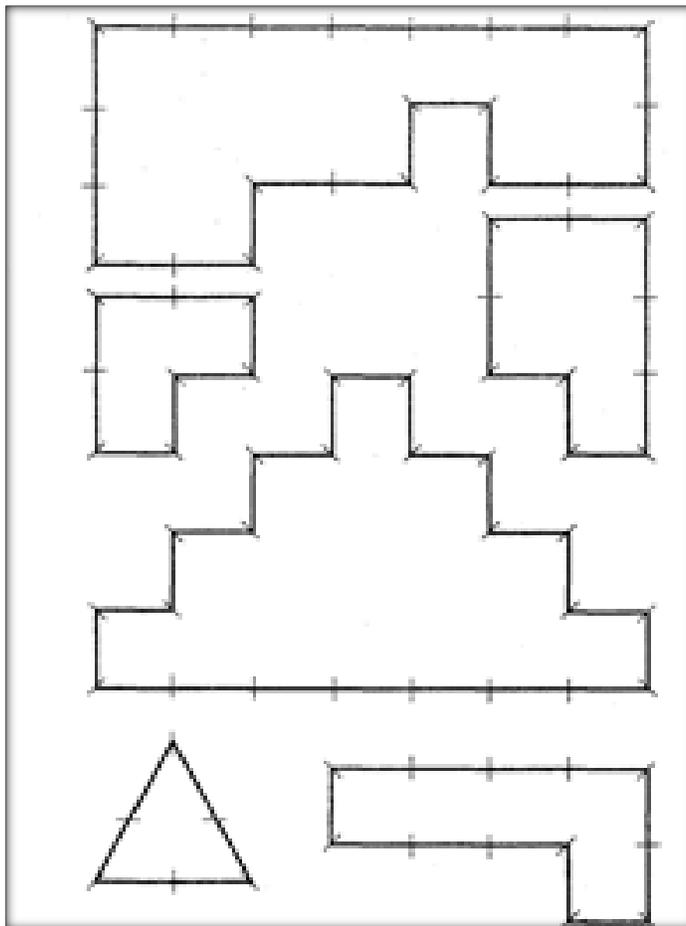
Practiquemos

1. Desarrolla la información que aparece en las imágenes de los literales a y b, teniendo en cuenta que hay un centímetro entre marca y marca.
 - a. Observa atentamente y contesta sin usar la regla.

<input type="checkbox"/>		mide <input type="text"/> cm
<input type="checkbox"/>		mide <input type="text"/> cm
<input type="checkbox"/>		mide <input type="text"/> cm

Fuente: <https://acortar.link/Pzuw6>

- b. Calcula el perímetro de las siguientes figuras, escríbelo frente a cada una de ellas.



Fuente: <https://acortar.link/Pzuw6>

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

POLIMINÓS

Un poliminó es un grupo de cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tiene al menos un lado común. Se clasifican en:

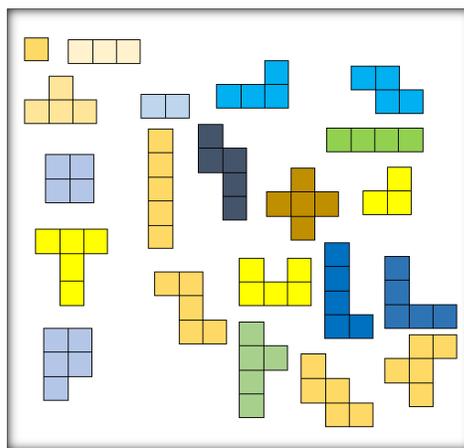
Uniminós: Formado por un solo cuadrado. Sólo existe uno.



Dominós: Formado por dos cuadrados que comparten un lado en común. Sólo existe uno.



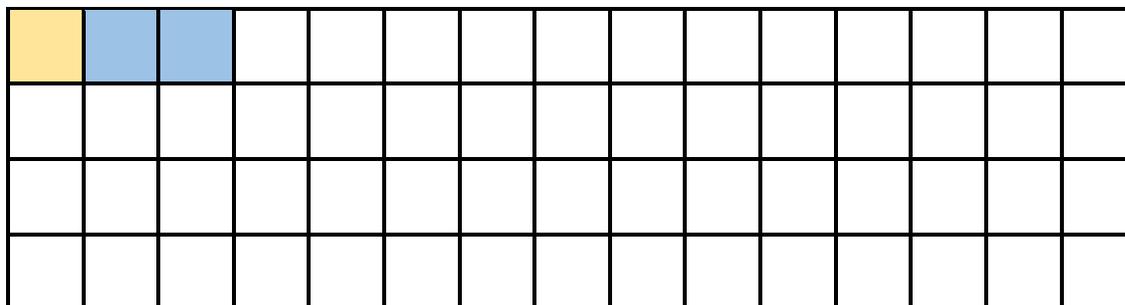
1. Adicional a esta guía encontrará una hoja con los diferentes poliminós, muy similar a la que aparece a continuación, la cual puede recortar para representar o completar figuras. La actividad permitirá reconocer perímetros, regiones o áreas.



Fuente: Elaborada por el autor

2. Observa la siguiente figura y luego escribe cuántos uniminós se pueden colocar dentro de la figura, debe comprobarlo con el material que ha recortado.

3. Recubre el siguiente tablero usando uniminós y dominós, de tal formar que al final no quede área sin cubrir. debes colorearlos. Observa el ejemplo:



Según el ejemplo las tres formas coloreadas dan registro de 8 centímetros de **perímetro**.

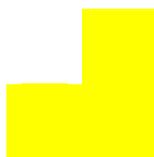
Realiza los siguientes ejercicios.

Teniendo en cuenta el tablero presentado de 15 cm de ancho por 4 cm de alto:

- Calcula el perímetro del anterior tablero en cm. _____
- ¿Cuántos uniminós uso en el recubrimiento? _____
- ¿Cuántos dominós uso en el recubrimiento? _____

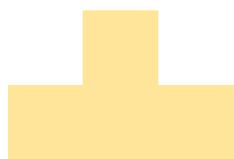
Recuerda que el lado de cada uniminó mide 1 cm.

Triminós: Formados por tres cuadrados:



Tetraminós: Formados por

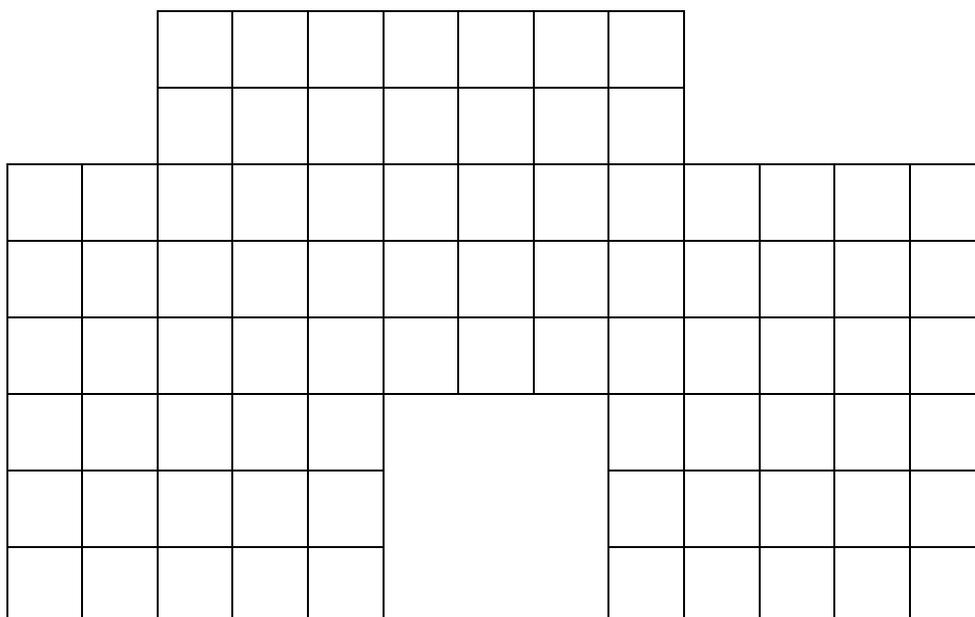
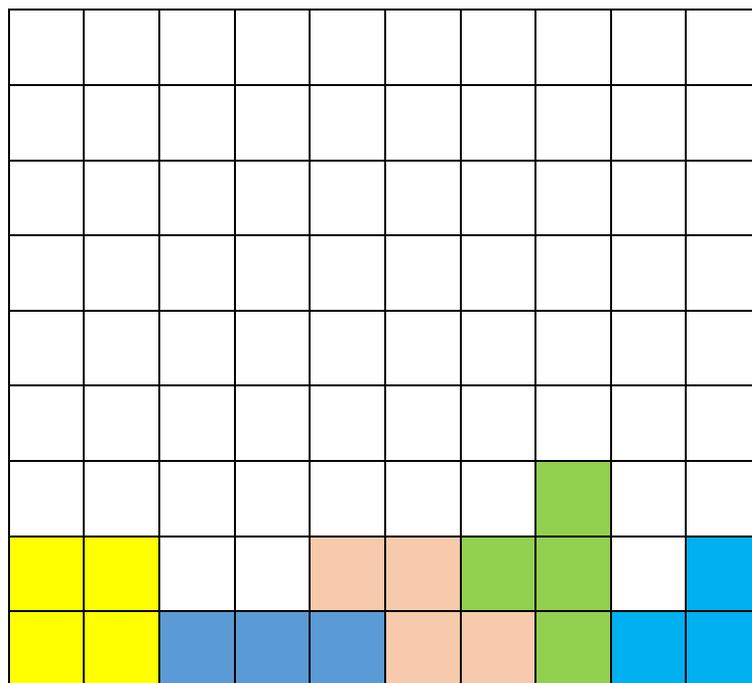
cuatro cuadrados.



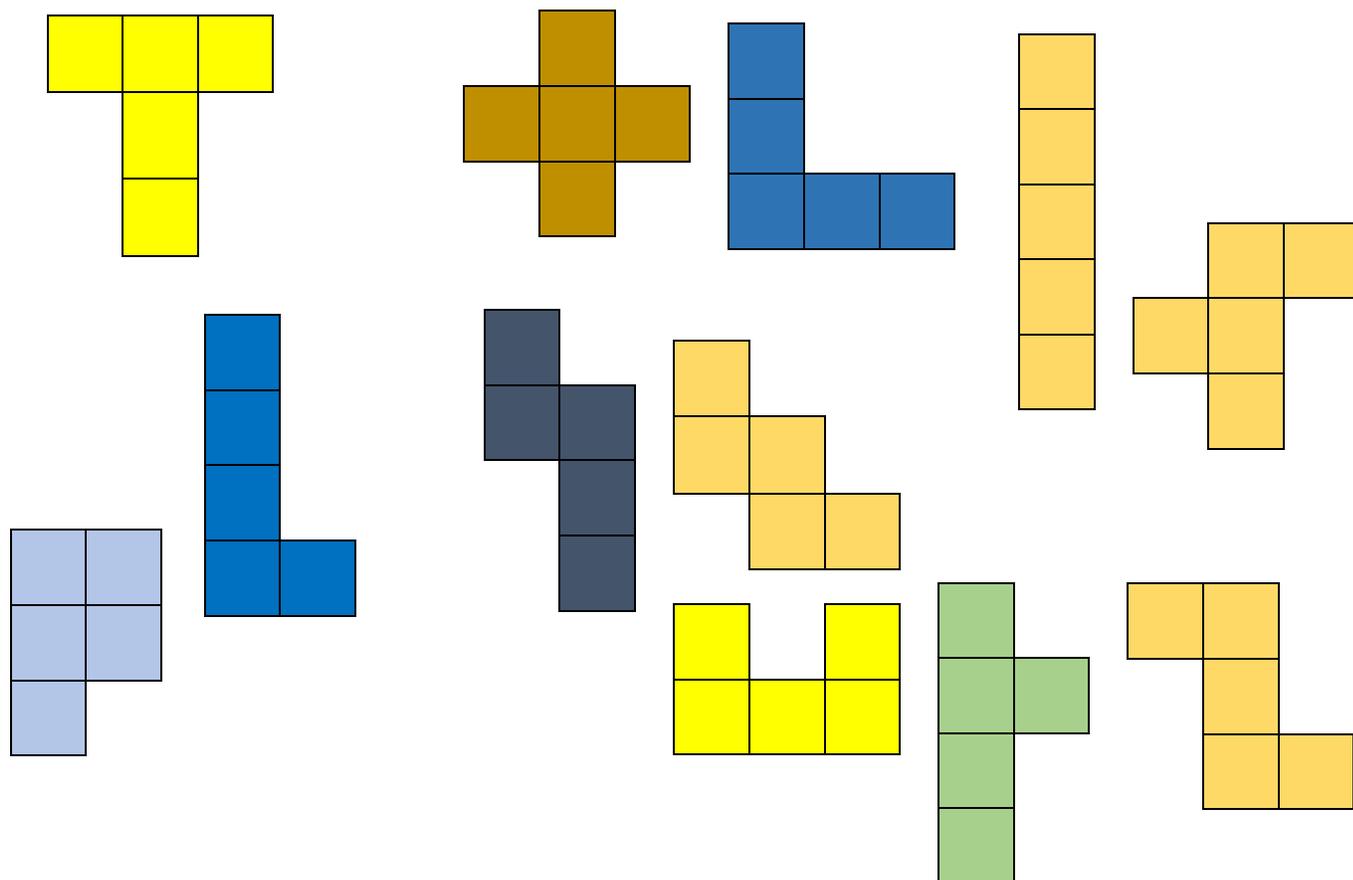
- Recubre las siguientes figuras usando triminós y tetraminós, no puede dejar ningún espacio.

Observa el ejemplo, pero recuerda que si hace falta algún poliminó puede diseñarlo con material que este a tu alcance.

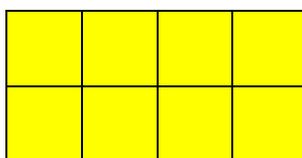
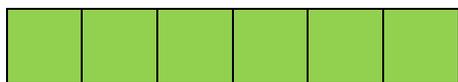
A. Al finalizar esta actividad escribe cuantos triminós y tetraminós utilizo.



Pentaminós: Formados por cinco cuadrados.



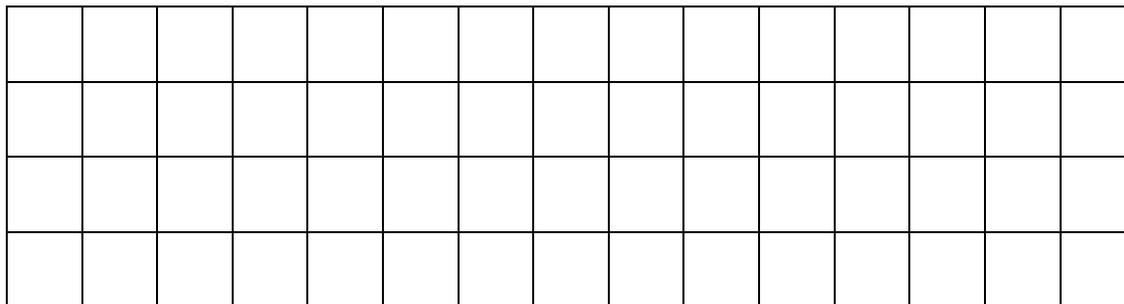
5. Observa los siguientes rectángulos:



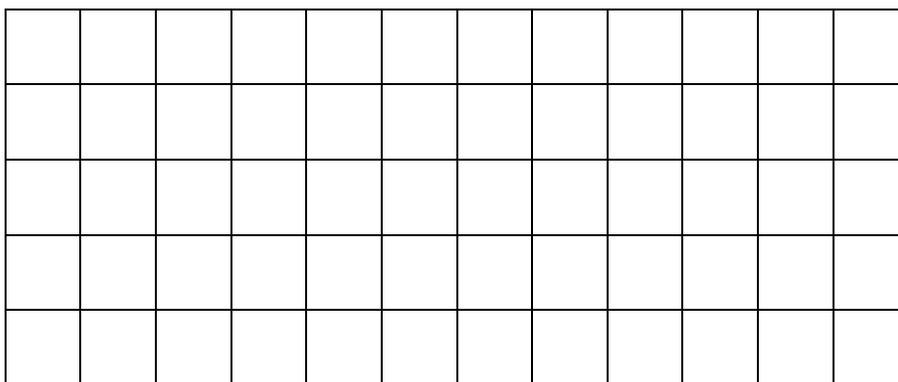
A. Escribe las semejanzas de las anteriores figuras.

B. Cuenta la cantidad de cuadrados y escribe el perímetro y el área de cada rectángulo.

6. Recubre el siguiente rectángulo con los Pentaminós. use diferentes colores para cada uno.



7. Construya 2 tipos de rectángulos de área igual a la anterior. Observa el siguiente ejemplo y los que aparecen en el punto 5:

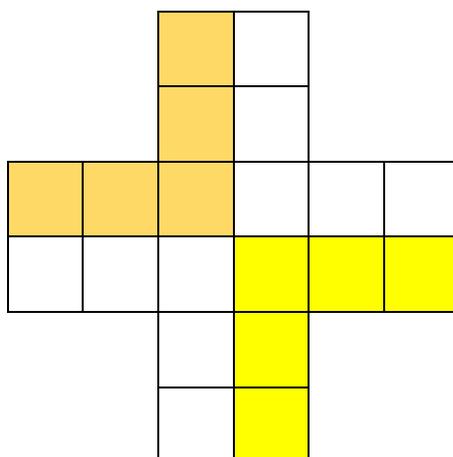
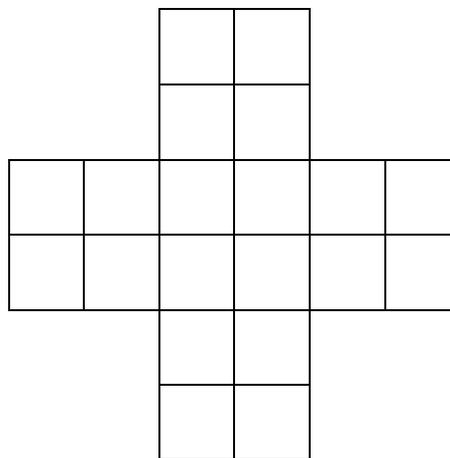
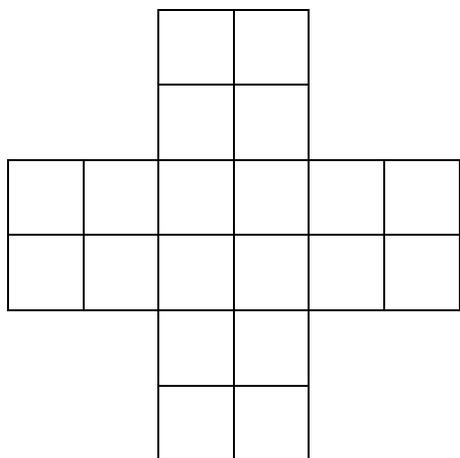


- A. Recubre las figuras con los pentaminós y use diferentes colores para cada uno.
- B. Escribe en que se parece cada uno de los rectángulos que formo (área, perímetro y forma)

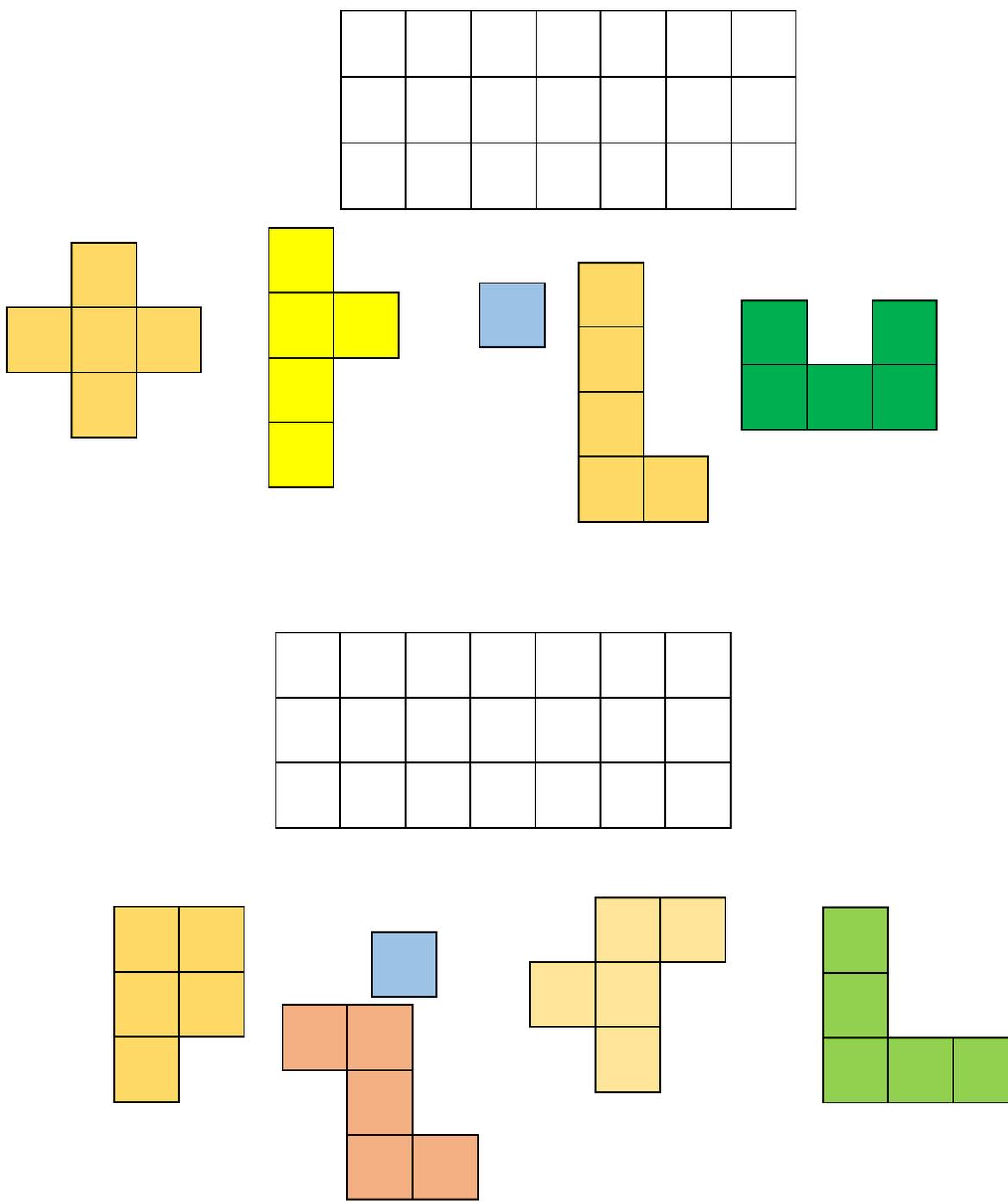
8. Utilizando 4 pentaminós iguales completa las figuras, observa el ejemplo:

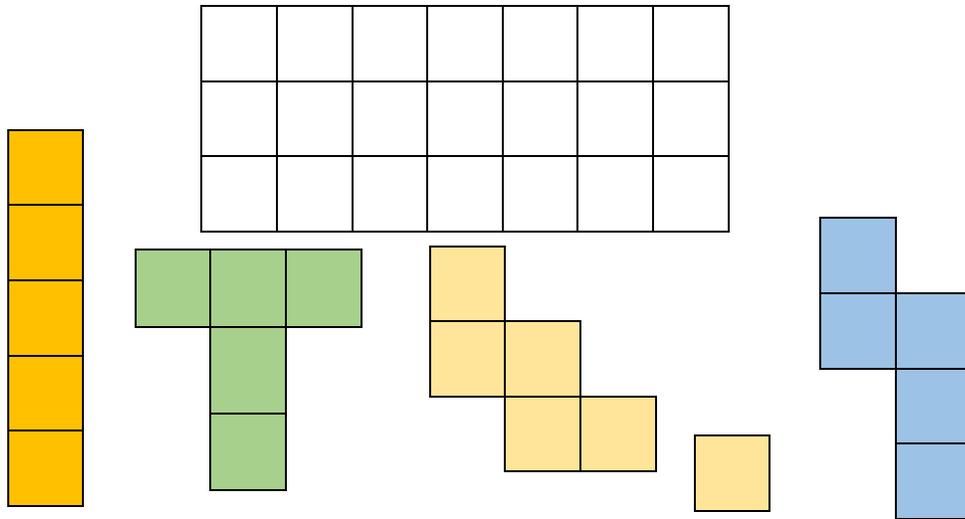
A. Al finalizar debes escribir el área y el perímetro de cada figura que formo.

B. Escribe cuales diferencias encuentra en las figuras.



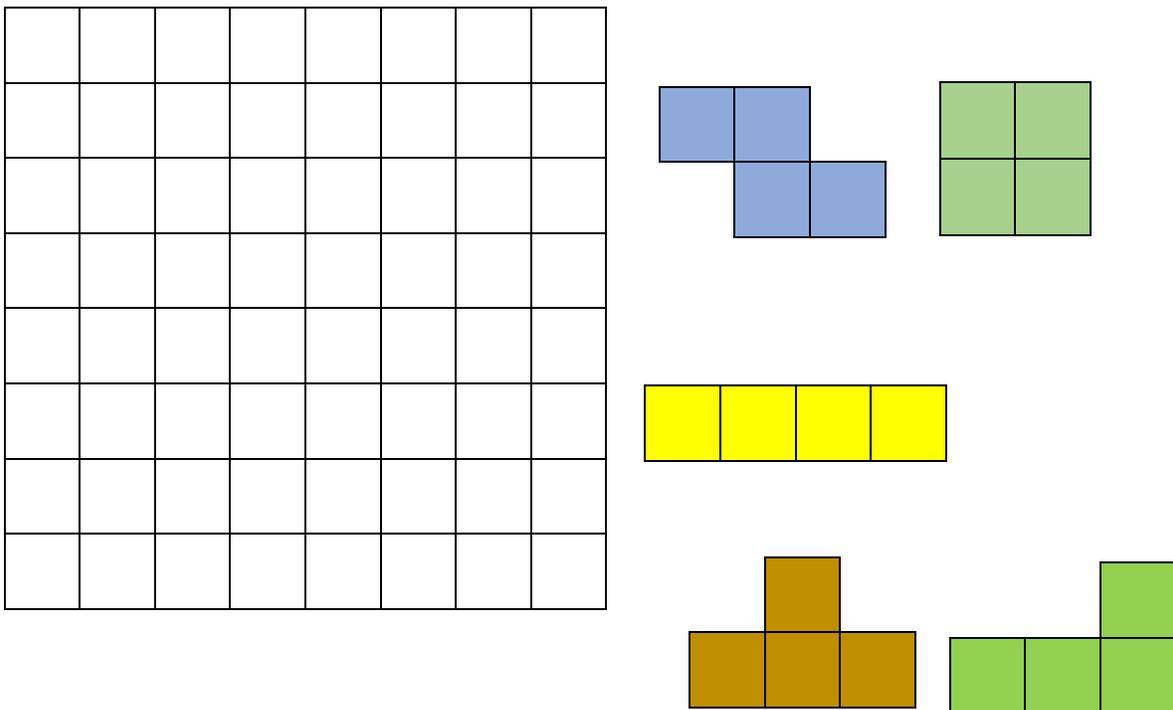
9. Dividiremos los pentaminós en tres grupos de cuatro pentaminós cada uno, en cada grupo añadiremos un uniminó. El juego consiste en formar los poliminós de cada grupo y completar con ellos un rectángulo de 3×7 .



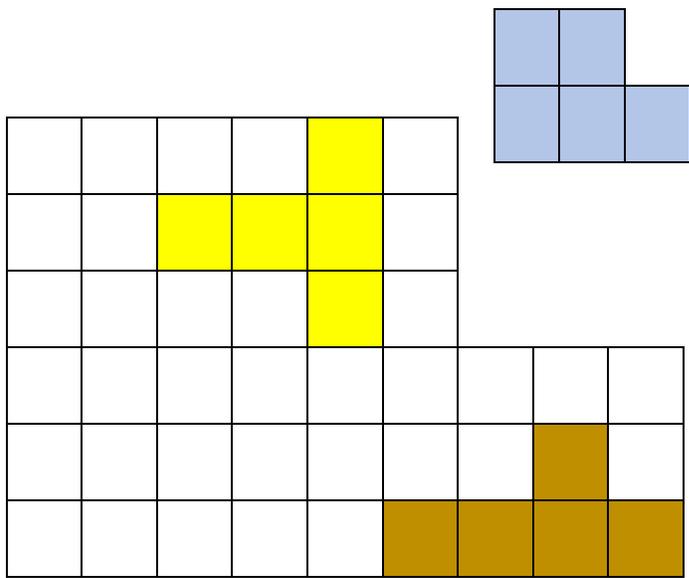


10. El juego consiste en recubrir un tablero de (8x8) con cada uno de los cinco tetraminós.

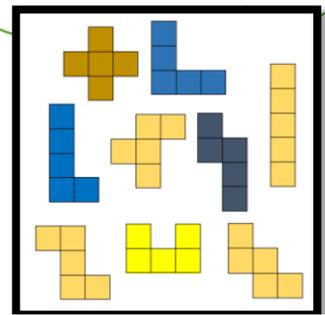
Prueba si es posible hacerlo con las siguientes fichas.



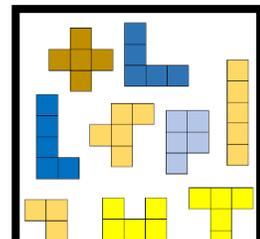
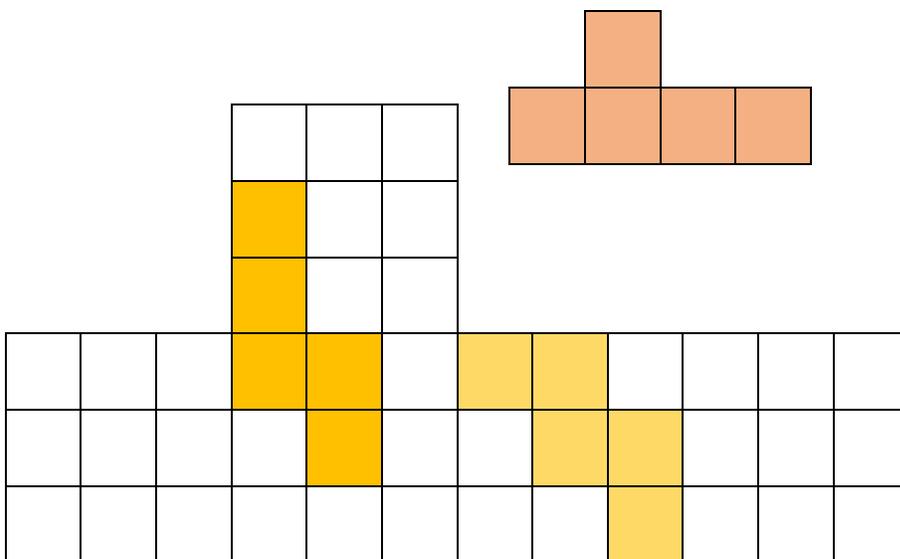
11. Se puede obtener la forma de algunos pentaminós utilizando nueve de los restantes una sola vez cada uno. En el dibujo de la izquierda puede observar el pentaminó y una figura de igual forma y distinto tamaño. Recubrela haciendo uso de nueve de los restantes pentaminós. Escribe el perímetro y el área de cada uno de los pentaminós.



Recuerda que estos son los que debes usar



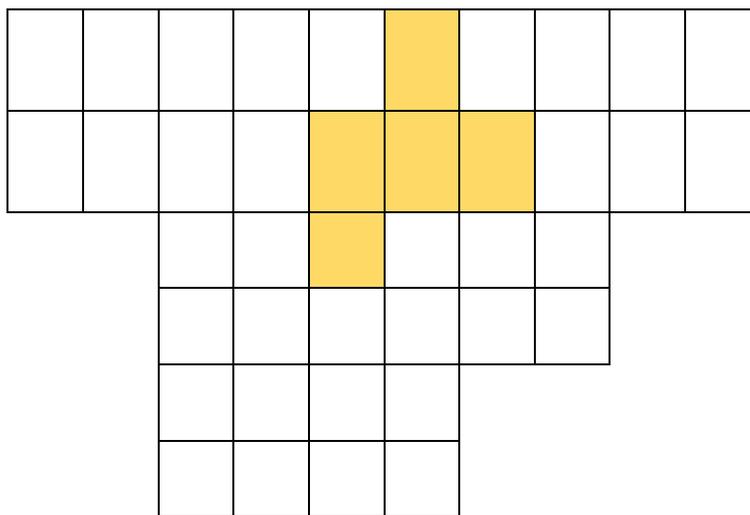
Fuente: Elaborada por el



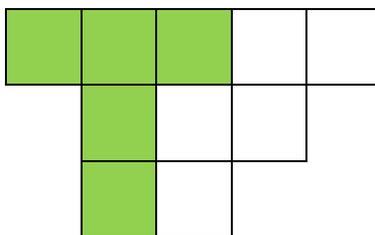
Fuente: Elaborada por el

12. Las figuras b y c son iguales. Ambas están formadas por dos pentaminós distintos. En la figura **b** puede ver cuáles son. Intenta buscar otros dos pentaminós que formen la figura **c**. La figura **a** es de igual forma que las otras, aunque de distinto tamaño. Se puede recubrir con los ocho pentaminós que no haya utilizado en b y en c. Inténtelo.

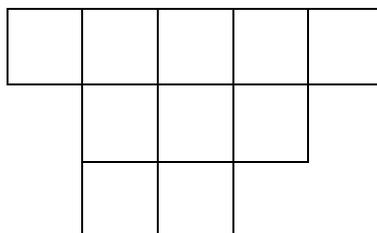
a.



b.



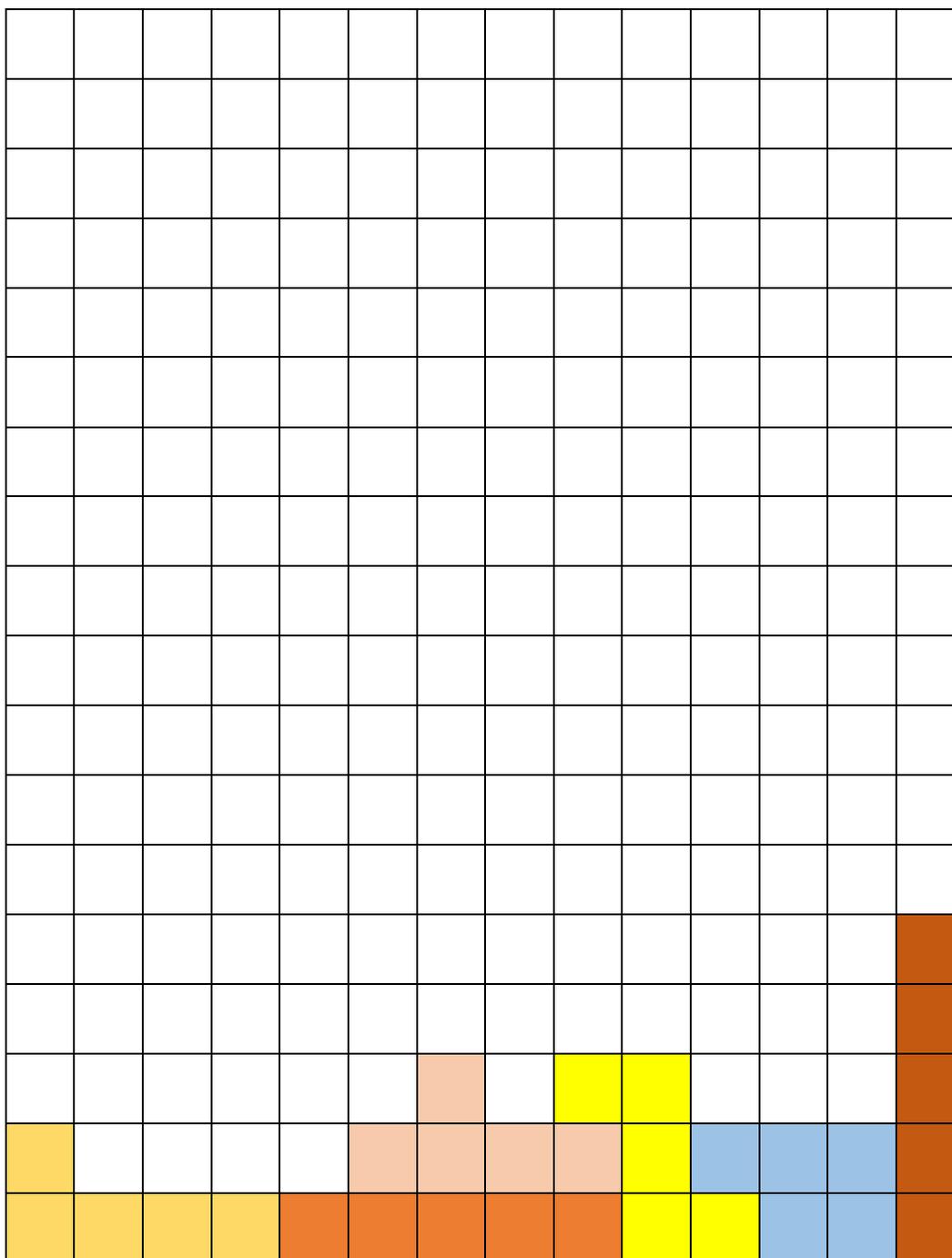
c.



ACTIVIDADES DE FINALIZACIÓN

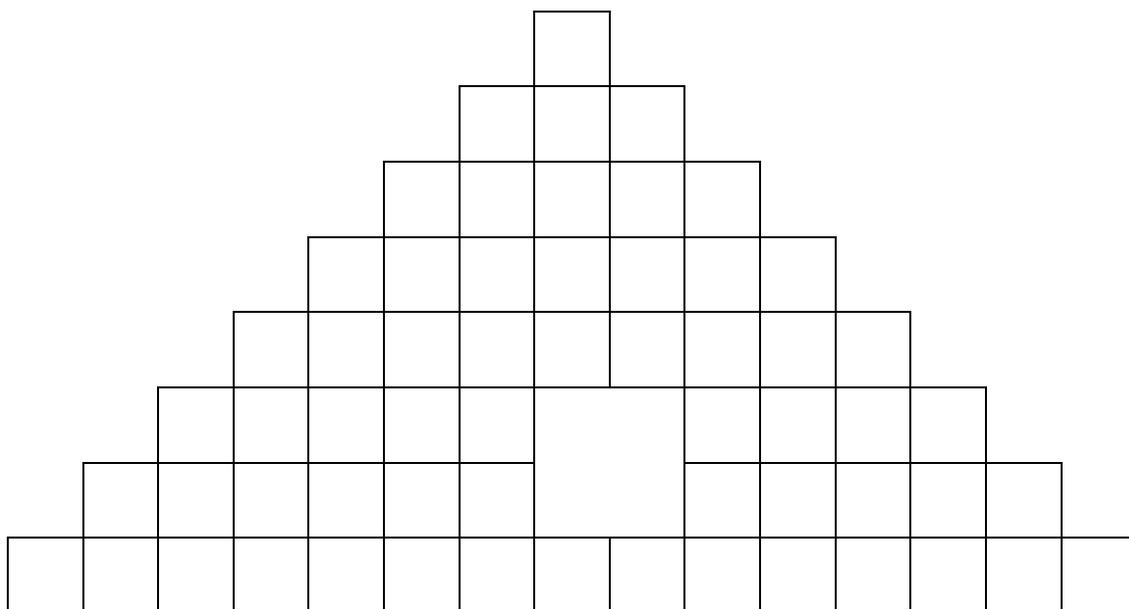
1. Completa el siguiente rectángulo usando los poliminós (utiliza diferentes colores), no puede dejar ningún espacio sin llenar, puede repetir cualquiera de ellos.

(Al finalizar esta actividad tome una foto y envíasela al profesor)



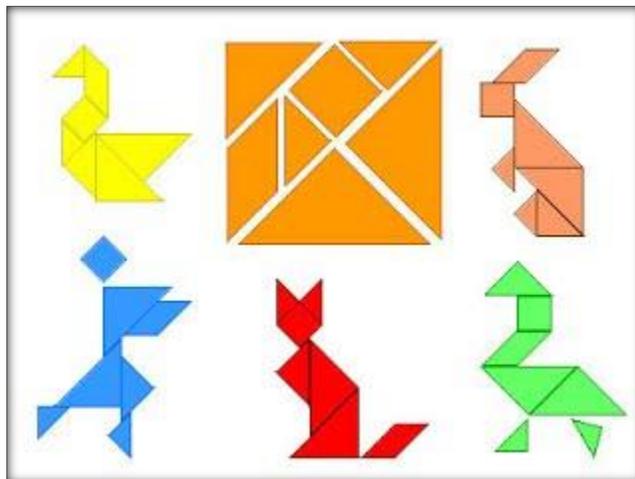
2. ¡Vamos a jugar a completar el triángulo!

Se trata de cubrir todo el triángulo usando los doce Pentaminós. Es decir, es necesario usar todas las fichas pertenecientes a los pentaminós. (Al finalizar esta actividad tome una foto y envíesela al profesor)



Taller # 3

EL TANGRAM EN EL FORTALECIMIENTO MATEMÁTICO



Fuente: <https://acortar.link/fsOTK>

OBJETIVO: Usar el tangram como potenciador del pensamiento espacial en los estudiantes del grado quinto del Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá- Antioquia

DBA N°6: Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.

ESTANDAR: Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

TIEMPO ESTIMADO: 5 horas

FASE DE INICIO

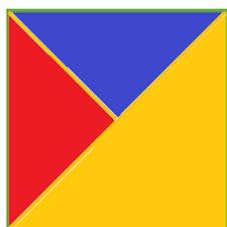


Presentación

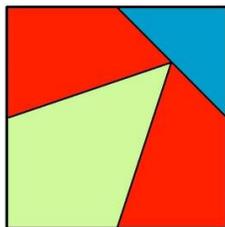
EL TANGRAM

Según Tot (2018, p.4) afirma que “El tangram es un rompecabezas de origen chino que probablemente apareció hace tan sólo 200 ó 300 años. Los chinos lo llamaron "tabla de sabiduría" y "tabla de sagacidad" por las cualidades que el juego requiere.”

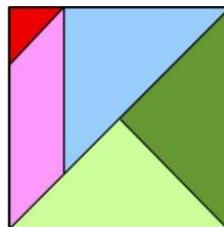
Es una descomposición aditiva de un cuadrado en determinada cantidad de piezas, algunos ejemplos son los siguientes:



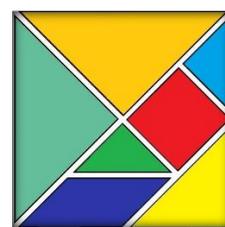
3 piezas



4 piezas



5 piezas



7 piezas

Fuente: <https://acortar.link/Va9NB/> / <https://acortar.link/Hcvef/> / <https://acortar.link/wZ1FU>

El tangram está formado por triángulos y cuadriláteros, en el caso de los cuadriláteros se observa cuadrados y paralelogramos.

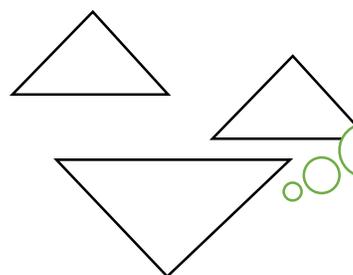
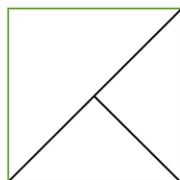


Practiquemos

¡Vamos a trabajar con el tangram!

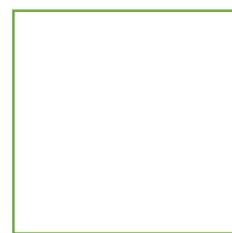
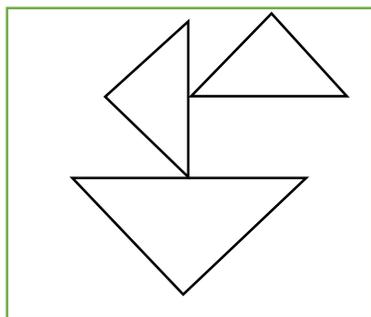
1. Recorta cada uno de los triángulos siguiendo la línea negra. Busca el material para recortar en el paquete que se le entrego.

2.

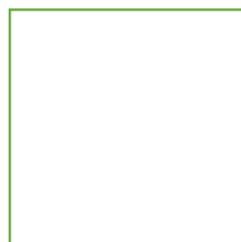


Al
recortarlos
deben quedar así

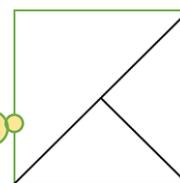
3. Construye diferentes figuras utilizando los triángulos, cuando termine de construir cada una, dibújela en los recuadros, observe el ejemplo que aparece en el primer recuadro



4. Ahora usando los tres triángulos arme el tangram en el siguiente recuadro:

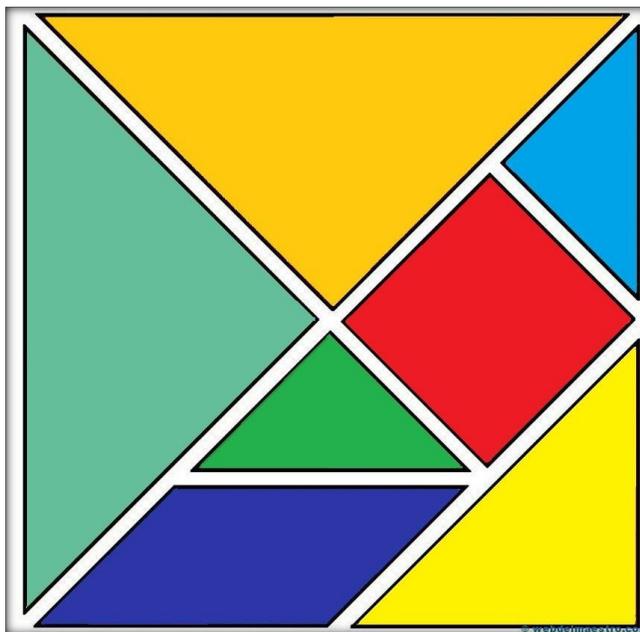


El
tangram debe
quedar así



FASE DE DESARROLLO

2. Observa detenidamente el siguiente tangram. Busca en el material que se le entrego, un tangram igual, el cual podrá recortar, siguiendo las líneas de color negro.



Fuente: <https://acortar.link/ch89t>

3. Utilizando el tangram desarrolla lo siguiente.
 - a. Mide con una regla y escribe las medidas de cada uno de los lados de las figuras que componen el tangram. Realiza un dibujo de cada figura y escribe el valor de cada lado. Esta actividad se desarrolla en una hoja blanca que encuentra en el paquete que se le entrego.
 - b. Usando las medidas de las figuras anteriores debe escribir la medida del perímetro de cada una de las figuras.



Recuerda que la medida del perímetro es la suma de las medidas de todos los lados de una figura.

4. Forma triángulos con las piezas del tangram. Utiliza primero una pieza, luego 2, 3,4,5 y 7 piezas.

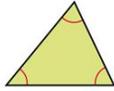
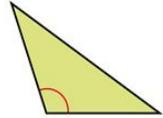
A. ¿Cuántos triángulos puede formar en cada caso? ¿Está seguro que no existen más?

B. ¿Clasifica los triángulos que encontró en función de sus ángulos y lados?

Esta actividad la puede realizar en una hoja en blanco que encontrará en el paquete que se le entrego.

➤ Observa la tabla que aparece a continuación, para que se guíe en la clasificación de los triángulos.

Clasificación	Nombre	Descripción	Figura
Por la longitud de sus lados.	Equilátero	Sus tres lados tienen la misma longitud y los ángulos de sus vértices miden lo mismo (60°).	
	Isósceles	Tienen dos lados iguales y dos ángulos iguales.	
	Escaleno	Todos sus lados y todos sus ángulos son iguales.	

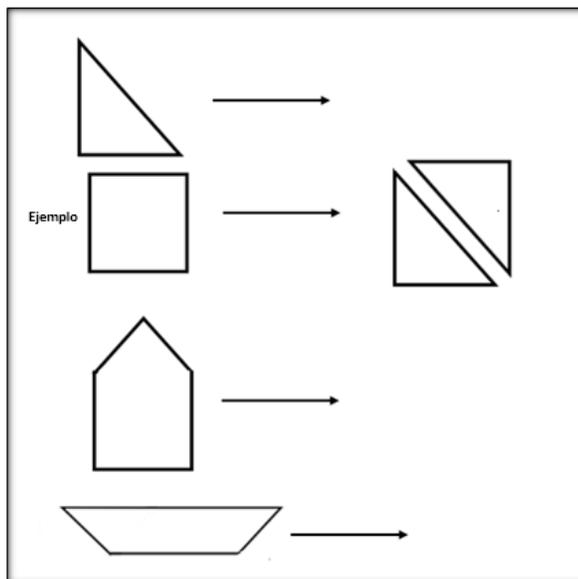
Por la medida de sus ángulos.	Agudo	Es aquel cuyos tres ángulos son agudos.	
	Recto	Tiene un ángulo recto (90°)	
	Obtuso	Uno de sus ángulos es obtuso (mayor de 90°)	

Fuente: Adaptado de <https://acortar.link/HCw1F/> y <https://acortar.link/lumz5>

C. ¿Cuál es el triángulo de mayor perímetro?

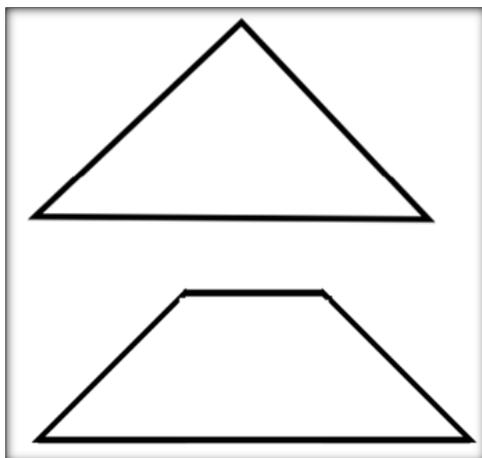
5. Lee atentamente las indicaciones.

A. ¿Con cuáles dos piezas se pueden construir las figuras siguientes? Dibújelas al frente de cada una. Observa el ejemplo:



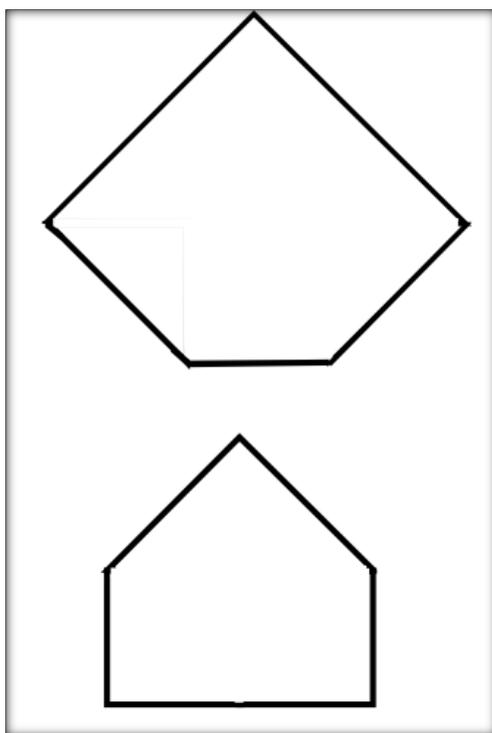
Fuente: Elaborado por el autor.

- B. ¿Con cuáles de las tres piezas se pueden construir las figuras siguientes? Dibújelas frente a cada figura



Fuente: Elaborado por el autor

- C. ¿Con cuáles cuatro piezas se pueden construir las figuras siguientes? Dibújelas frente a cada figura.

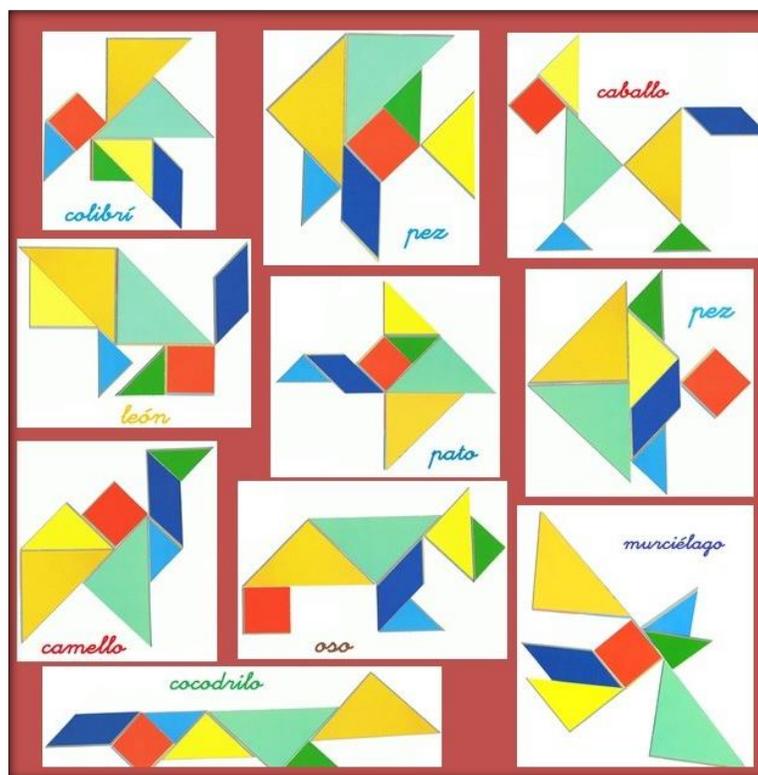


Fuente: Elaborado por el autor.

- D. Escriba cuantas piezas del tangram uso en cada uno de los anteriores ejercicios.
- E. Conteste las siguientes preguntas con base en los ejercicios que realizo:
- Escriba cuál es la figura de mayor área.
 - Frente a cada una de las figuras anteriores escriba el perímetro. Recuerda que el perímetro es la suma de la medida de los lados de cada figura.

FASE DE FINALIZACION

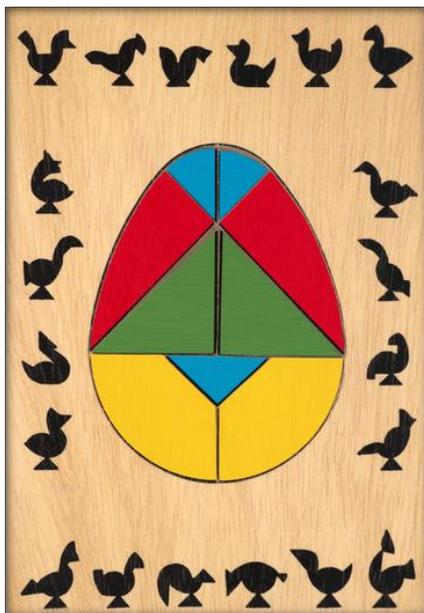
- Crea diferentes figuras usando todas las piezas del tangram, dibújelas o cálquelas a medida que las vas creando. Identifica con un nombre cada una de las construcciones (Esta actividad la puede desarrollar en una hoja en blanco que se le entrego en el paquete que le llego.)
- Intenta realizar cada una de las siguientes imágenes usando las fichas del tangram anterior. (Toma una foto de esta actividad y envíasela al profesor)



Fuente: <https://acortar.link/uUT4V>

Taller # 4

TANGRAM OVOIDE



Tomado de: <https://acortar.link/mhf6p>

OBJETIVO: Emplear el tangram ovoide como potenciador del pensamiento espacial en los estudiantes del grado 5 del Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá- Antioquia.

DBA N° 6: Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.

ESTANDAR: Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

TIEMPO ESTIMADO: 5 horas

ACTIVIDADES DE INICIO

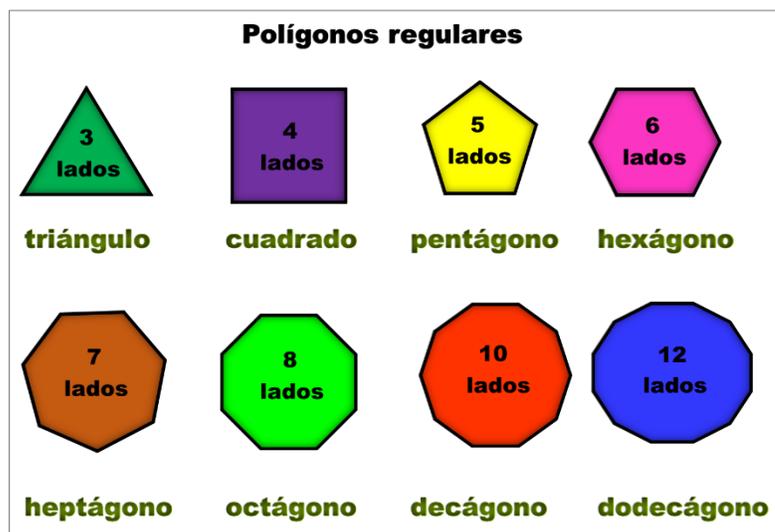


Presentación

LOS POLÍGONOS

Los polígonos son figuras que tienen tres y más lados, tienen ángulos y vértices. Se clasifican en:

Polígonos regulares: Tienen todos sus lados y ángulos iguales



Fuente: <https://acortar.link/x6VSo>

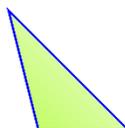
Polígonos irregulares: No tienen todos sus lados ni sus ángulos iguales.



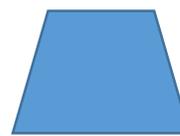
Rectángulo



Rombo



Triángulo
escaleno



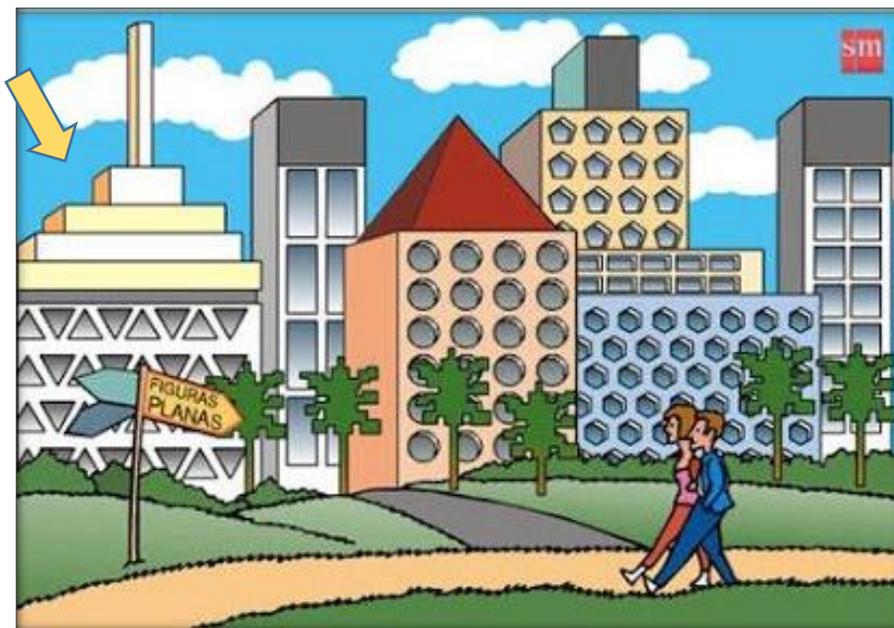
Trapezio

Fuente: Elaborada por el autor



Practiquemos

- Encuentre los polígonos que aparecen en la siguiente imagen e identifique si es regular o irregular. Coloque un numero donde se encuentra el polígono y luego en el listado que aparece debajo de la imagen relacione el nombre del polígono con el número. Observa el ejemplo.

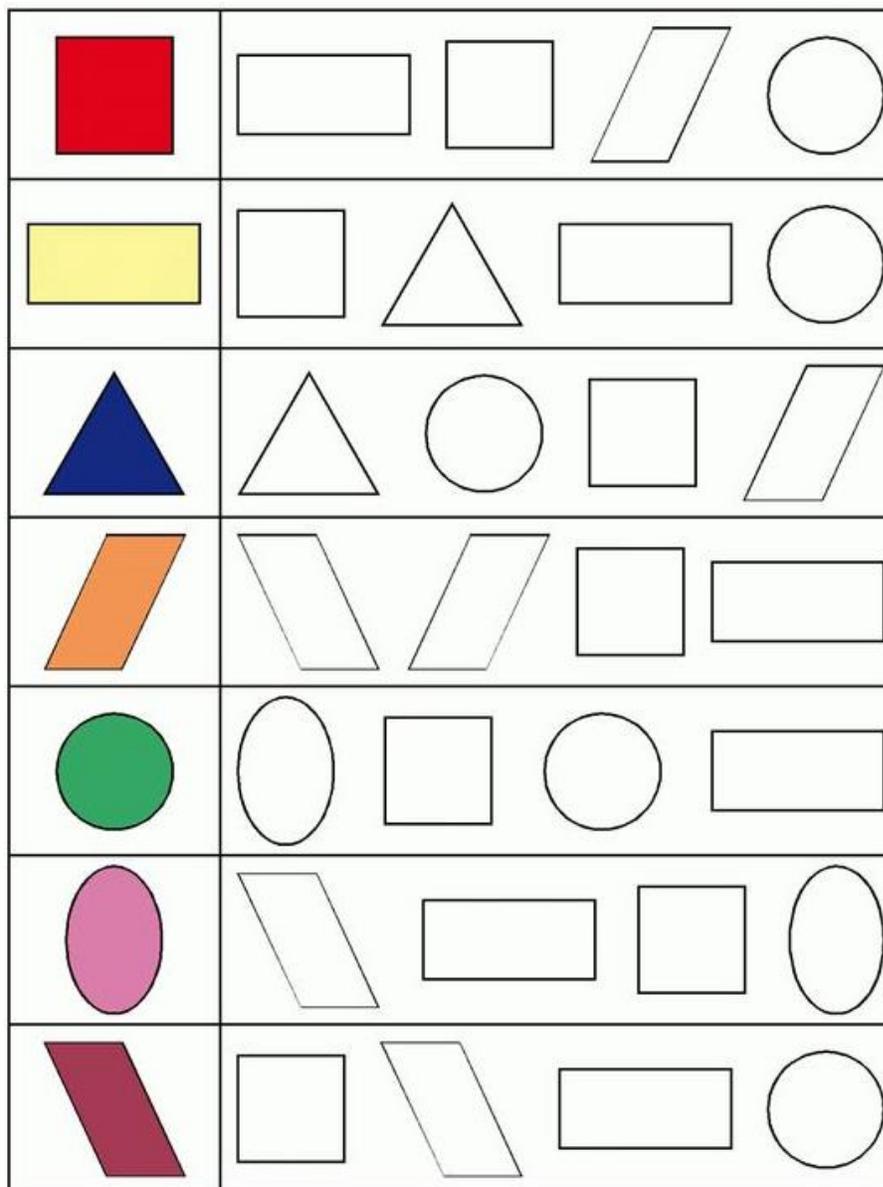


Fuente: <https://acortar.link/k075D>

- Rectángulo. Polígono irregular
- _____
- _____

- _____
- _____

2. Colorea la figura que es igual al modelo de la izquierda.



Fuente: <https://acortar.link/FBTP>

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

TANGRAM OVOIDE

Tiene forma ovoide, es decir de un huevo, con 9 piezas; con este rompecabezas por lo general se puede armar figuras de aves.

Cada una de las partes del tangram guardan relaciones geométricas tales como:

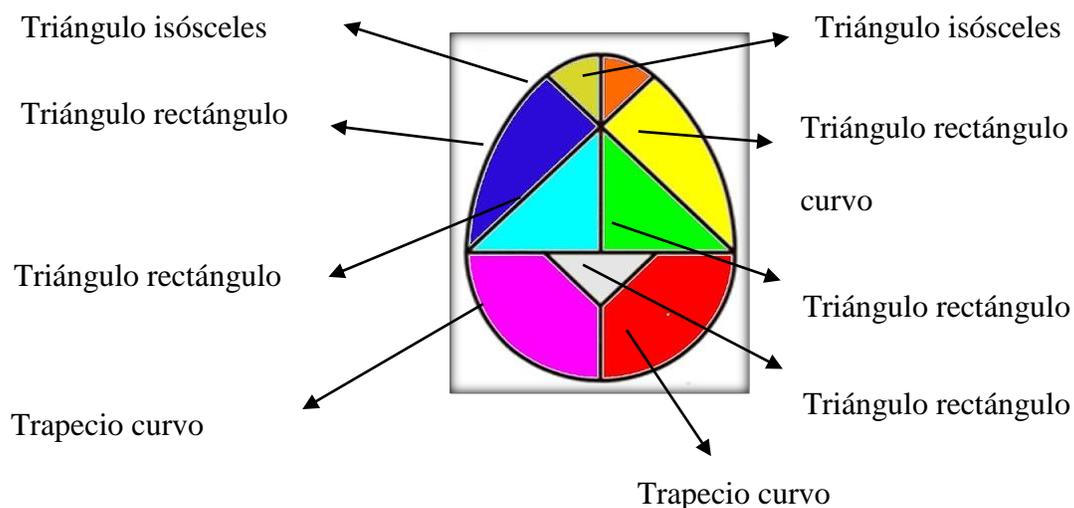
• Dos triángulos isósceles
curvos.

• Dos triángulos
rectángulos curvos.

• Dos triángulos
rectángulos grandes.

• Un triángulo rectángulo
pequeño.

• Dos trapecios curvos.



Fuente: Adaptado de <https://acortar.link/FBTP>

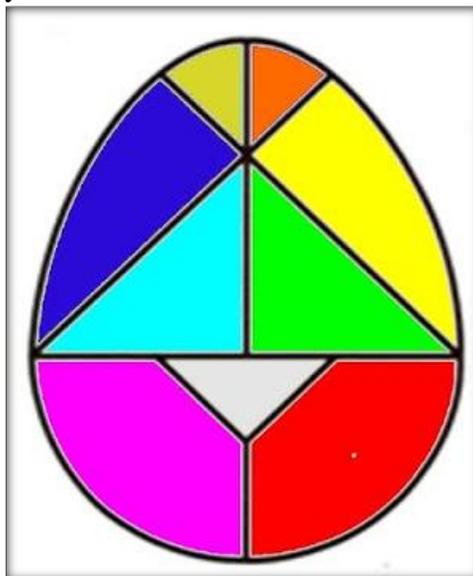
Triángulo isósceles curvo: Tiene dos lados iguales y el que no lo es, es curvo

Triángulo rectángulo: Tiene un ángulo recto (90°)

Triángulo rectángulo curvo: Tiene un ángulo recto (90°) y uno de sus lados es curvo

Trapezio curvo: Un trapecio circular es la porción de un círculo limitada por dos radios y una corona circular.

1. Observa las siguientes piezas y contesta



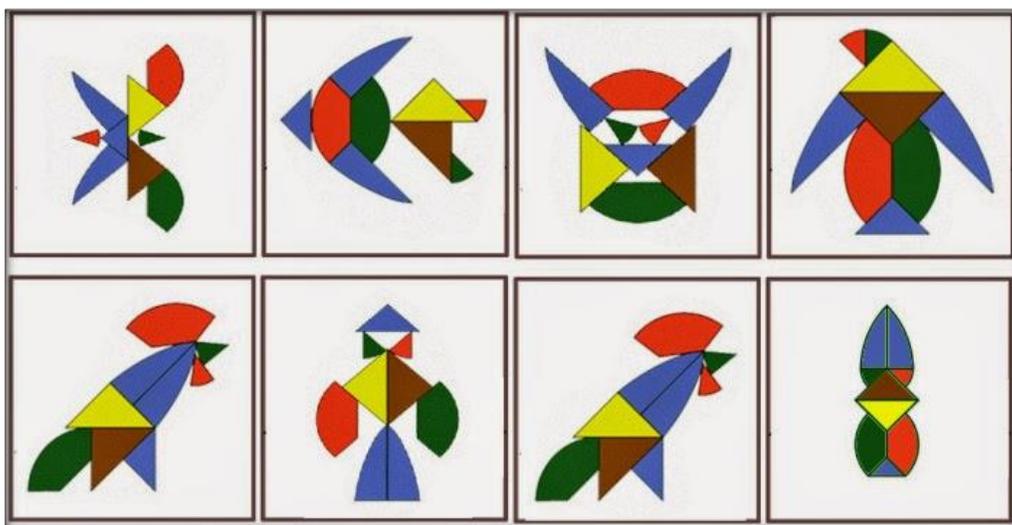
Fuente: <https://acortar.link/FBTTP>

- A. ¿En términos generales en qué se parecen, y en qué se diferencian?
- B. ¿Describe cada una de las piezas?
- Trata de recordar la posición de cada una. Busca en el material que se le dio un tangram como el anterior, recórtalo cuidadosamente por las líneas negras. **Las figuras de esta actividad las puede conservar, lo demás lo debe entregar**
 - Sin ver la imagen del tangram intente componerlo de nuevo, escribe como le pareció la actividad que realizó y el tiempo que empleó.

3. Compare las figuras teniendo en cuenta el tamaño y la forma de cada una. Escribe esta actividad en una hoja en blanco de las que le llego en el paquete.
4. Busque un hilo, una cuerda o un cordón de zapato, colóquelo por el contorno de una figura del tangram ovoide, luego extiéndalo y mídalo con una regla o un metro. Escriba el nombre de la figura y la medida que le dio. Esta actividad la debe realizar con todas las figuras del tangram en una en blanco de las que le llego en el paquete.

ACTIVIDADES DE FINALIZACIÓN

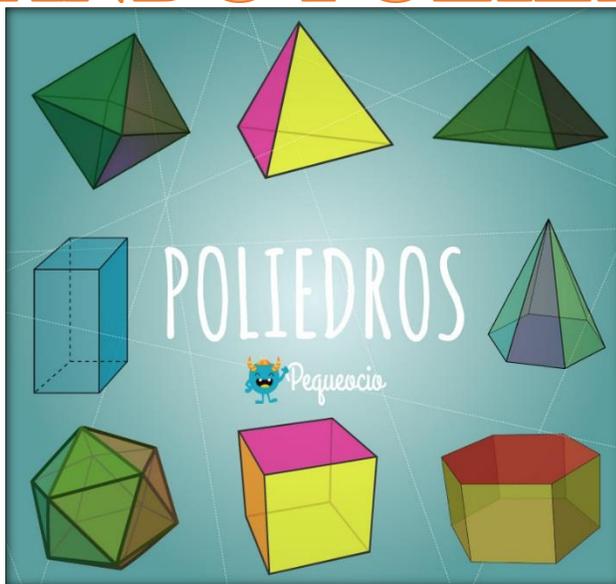
1. Crea diferentes figuras con las piezas del tangram, a medida que las vaya haciendo cálquelas. Está actividad la puede realizar en una hoja en blanco que encontrará en el paquete que se le dio. Debe Identificar la figura dándole un nombre a cada construcción.
2. Intente componer las siguientes imágenes, debe estar muy atento a cada una de las figuras que las componen. (Tome una foto de esta actividad y envíesela al profesor)



Fuente: <https://acortar.link/xZfAg>

Taller # 5

ARMANDO POLIEDROS



Fuente: <https://acortar.link/BcTLK>

OBJETIVO: Construir objetos tridimensionales como eje de fortalecimiento del pensamiento espacial en los estudiantes del grado 5 del Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá- Antioquia.

DBA N° 6: Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.

ESTANDAR: Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

Tiempo estimado: 10 Horas

FASE DE INICIO

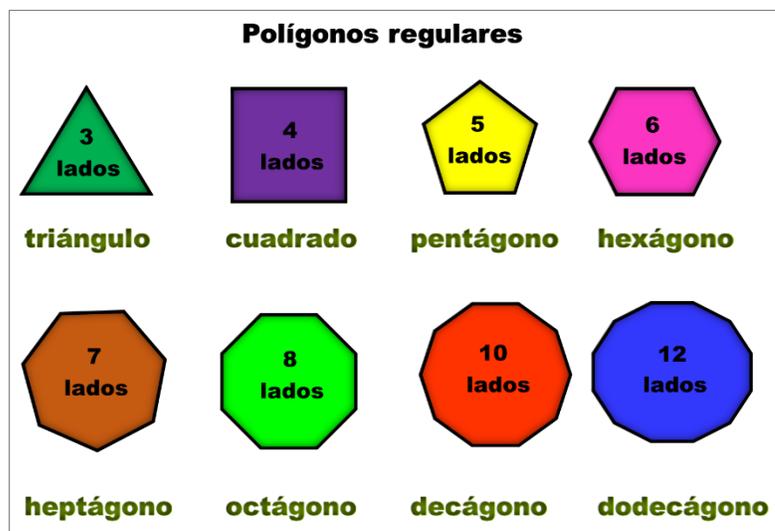


Presentación

POLÍGONOS

Recuerda que existen polígonos:

Regulares: Tienen todos sus lados y ángulos iguales



Fuente: <https://acortar.link/x6VSo>

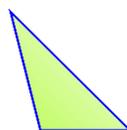
Irregulares: No tienen todos sus lados ni sus ángulos iguales.



Rectángulo



Rombo



Triángulo
escaleno



Trapecio

Fuente: Elaborada por el autor



Practicemos

1. Observa detenidamente la siguiente imagen.



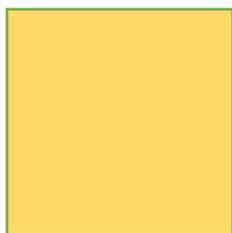
Fuente: <https://acortar.link/BbQ0T>

- A. Escribe cuales polígonos encontraste en la anterior imagen y frente a cada uno de ellos escribe las características que tienen. Observa el ejemplo:

En la copa de los árboles se puede observar triángulos. El tipo de triángulo observado es isósceles, entre sus características encontramos que tiene 3 lados y que es acutángulo, pues sus ángulos son agudos (sus ángulos miden menos de 90°)

1. En un cuadrado los ángulos que se forman entre sus lados son:

- A. Agudos.
- B. Rectos.
- C. Obtusángulos
- D. Llano



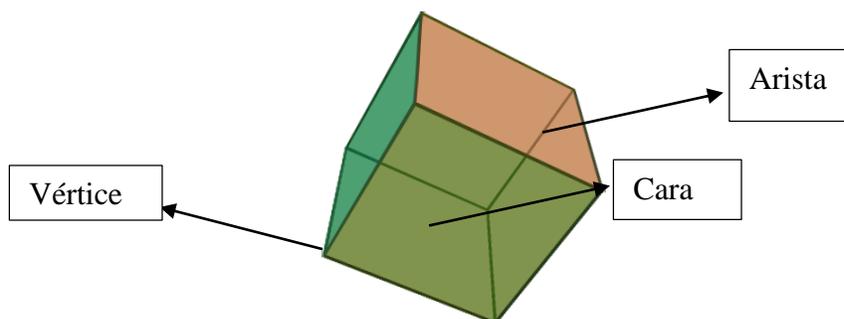
Recuerda que un cuadrado tiene cuatro lados de igual longitud,

FASE DE DESARROLLO

POLIEDROS

Un poliedro es un cuerpo geométrico que se construye con base en figuras bidimensionales.

El siguiente cubo está conformado por 6 caras de forma cuadrada, la cara superior y la cara inferior se conocen como bases, tiene 8 vértices 12 aristas.



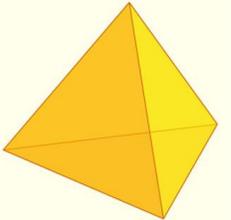
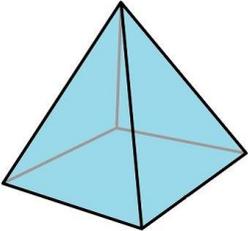
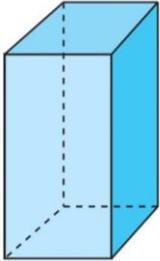
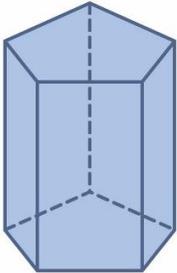
Fuente: <https://acortar.link/dl1QQ>

Caras: Son polígonos que forman el cuerpo del poliedro.

Aristas: Las **partes** donde se unen o hacen intersección las caras.

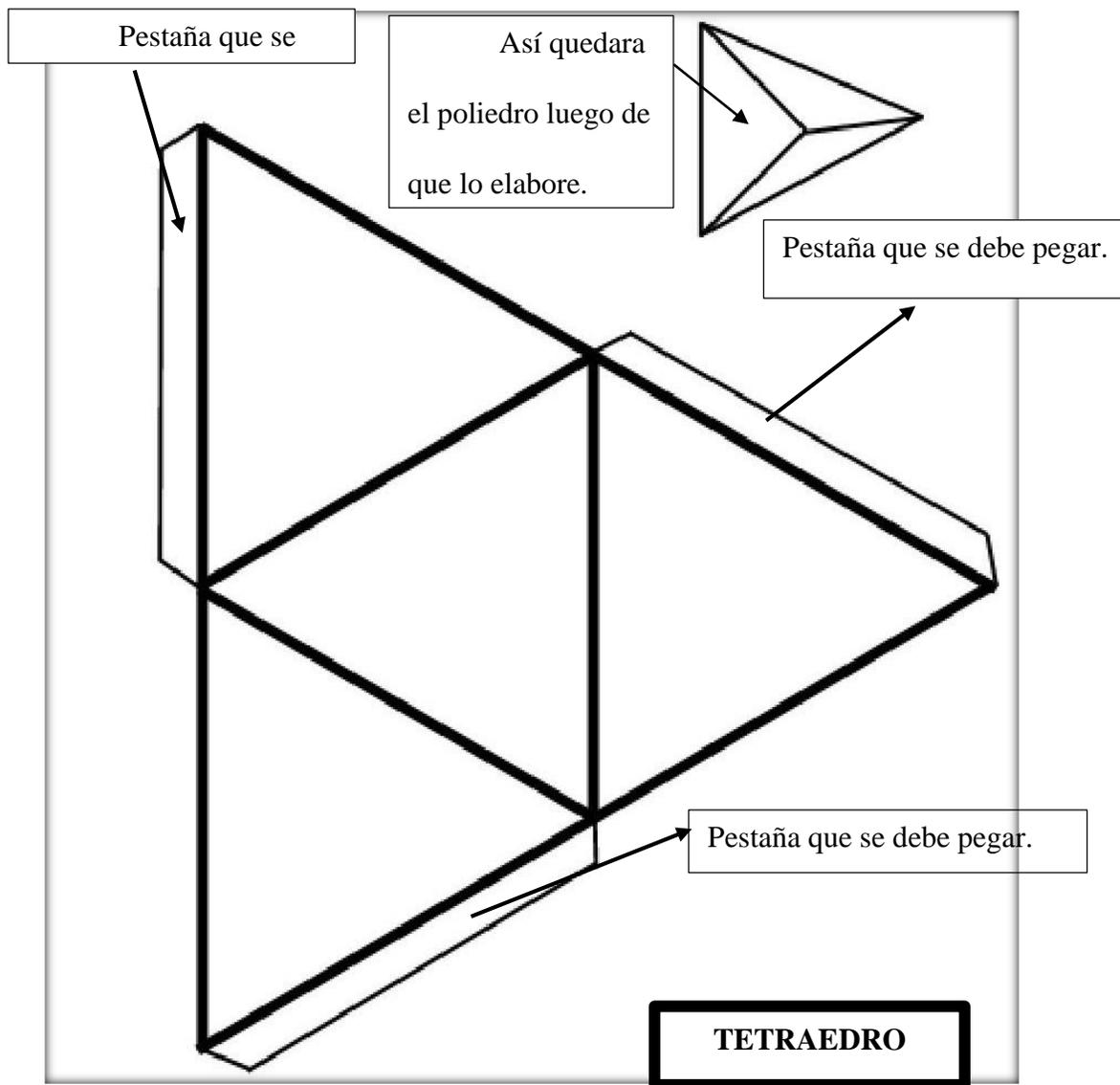
Vértices: Son los puntos en donde se hace intersección **con** las aristas.

Existen otros cuerpos geométricos que se construyen con triángulos, cuadrados, rectángulos o la combinación entre ellos como, por ejemplo:

Nombre del poliedro	Cuerpo geométrico	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas	Base del poliedro
Tetraedro	 <p>Fuente: https://acortar.link/4Dm0a</p>	4	4	6	Triangular
Pirámide de base cuadrada	 <p>Fuente: https://acortar.link/m8zbi</p>	5	5	8	Cuadrada
Prisma de base cuadrada	 <p>Fuente: https://acortar.link/YFQHB</p>	6	8	12	Cuadrada
Prisma de base pentagonal	 <p>Fuente: https://acortar.link/pTqG6</p>	7	10	15	Pentagonal

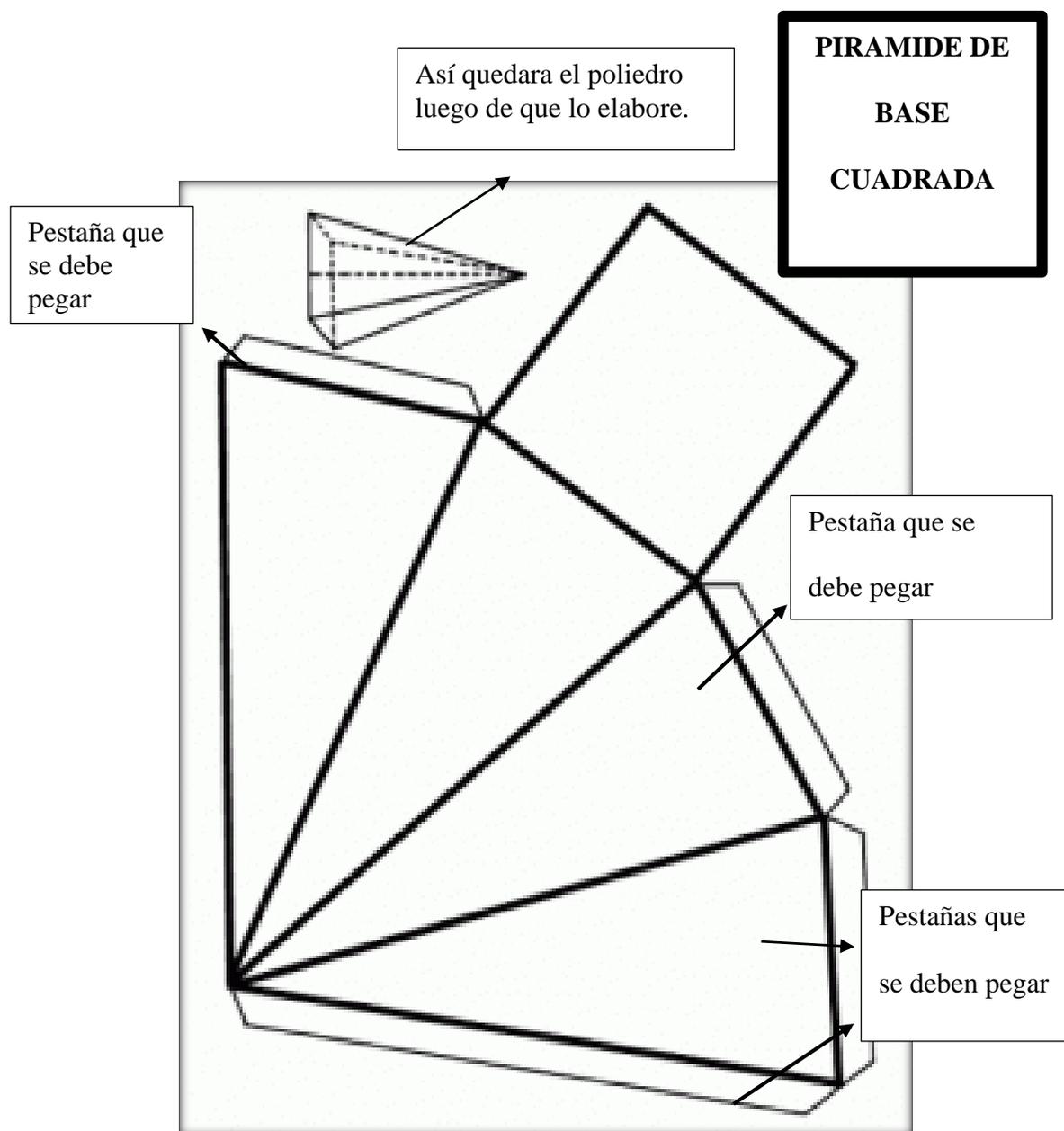
1. Sigue las siguientes orientaciones
 - a. Recorta cuidadosamente por el borde de la figura. Debes doblar la figura por cada una de las líneas negras, luego ponerle pegante (colbón) a las pestañas (observa la imagen que aparece a continuación en donde se señalan cuáles son las pestañas), por último, debes unir cada una de las caras. (Toma una foto de esta actividad y envíasela a tu profesor).

Los poliedros que forme los puede conservar, lo demás debe entregarlo.



Fuente: <https://acortar.link/FrWHT>

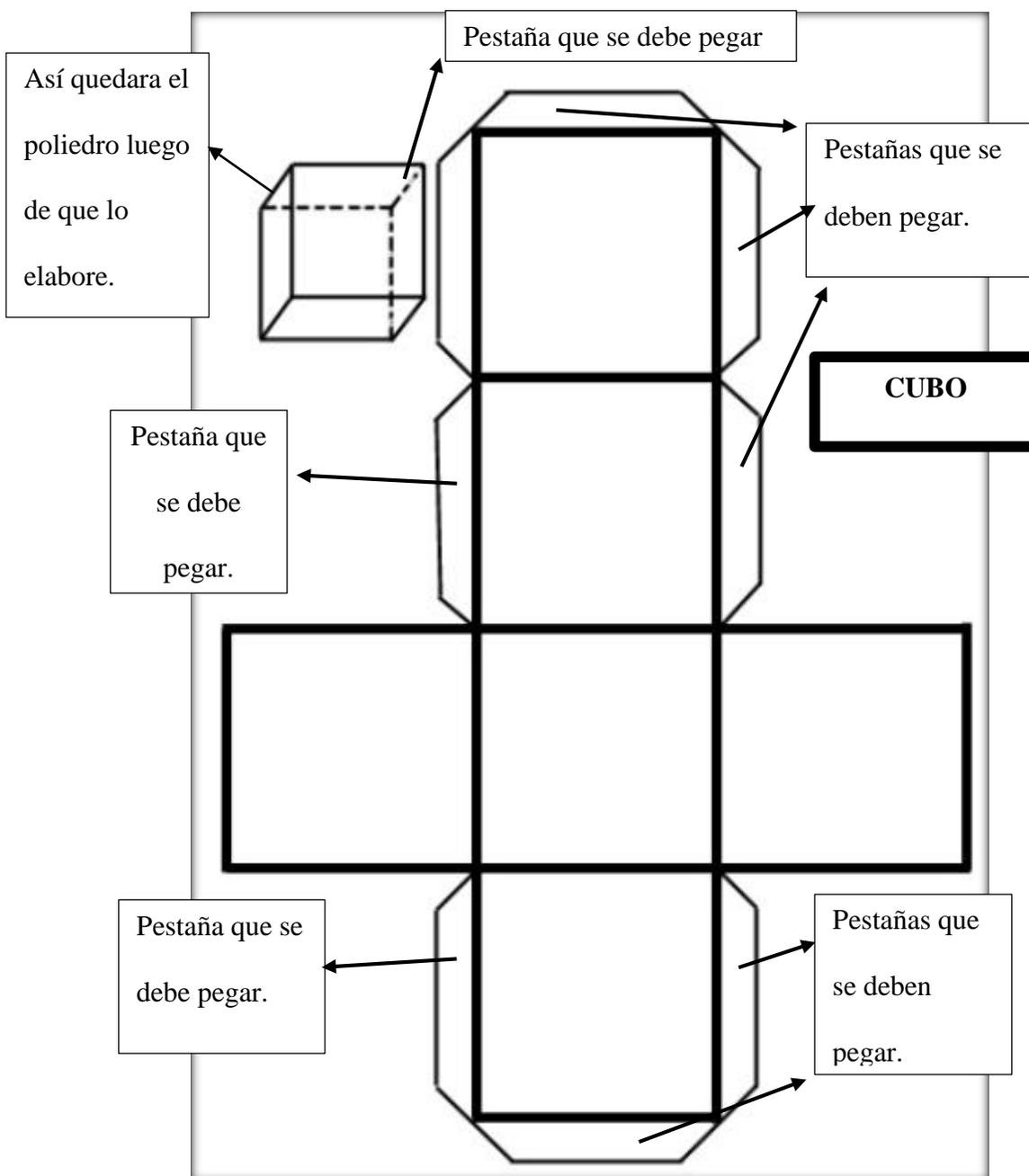
2. Realiza el mismo procedimiento del punto 1.



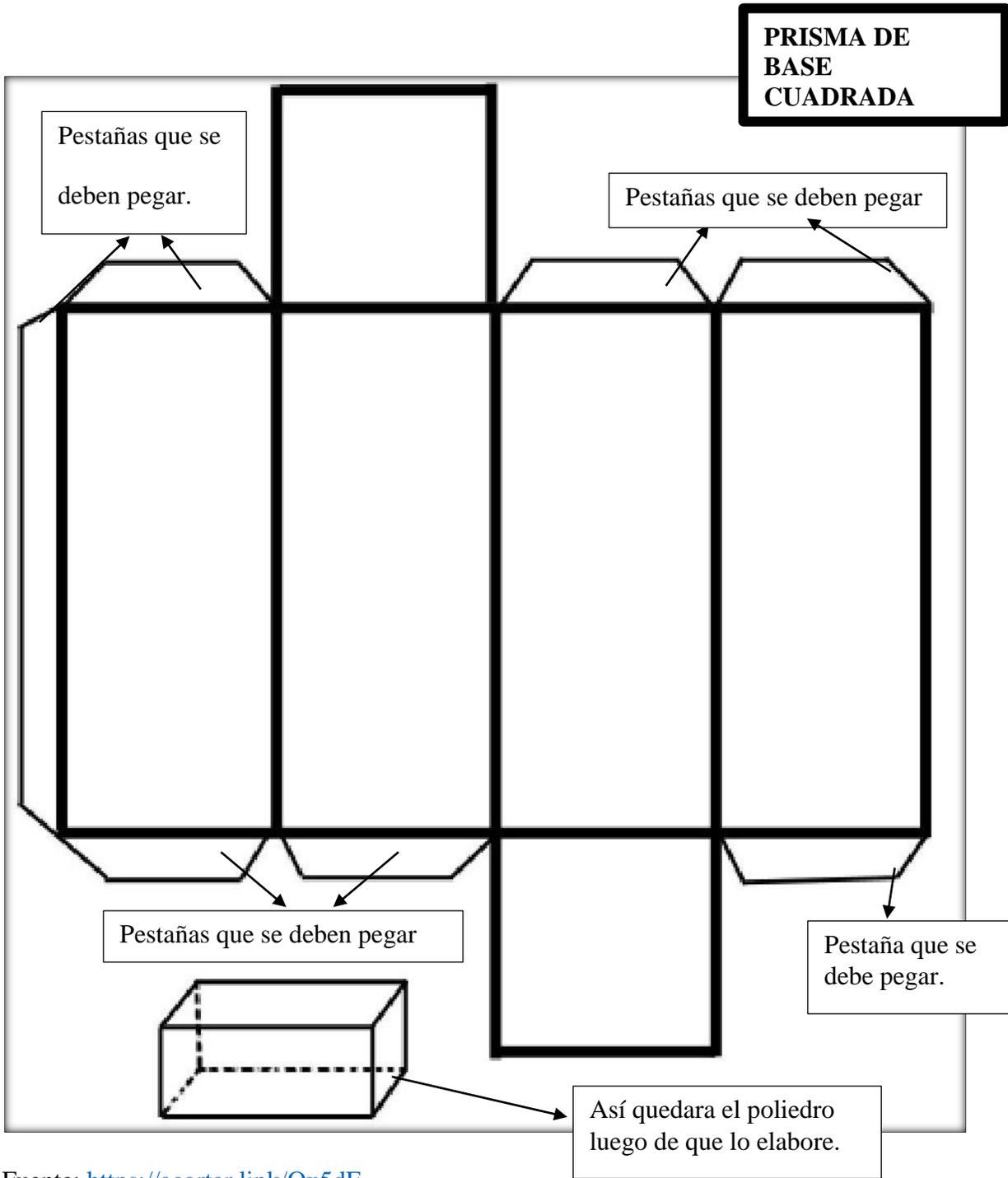
Fuente: <https://acortar.link/I9Avu>

FASE DE FINALIZACIÓN:

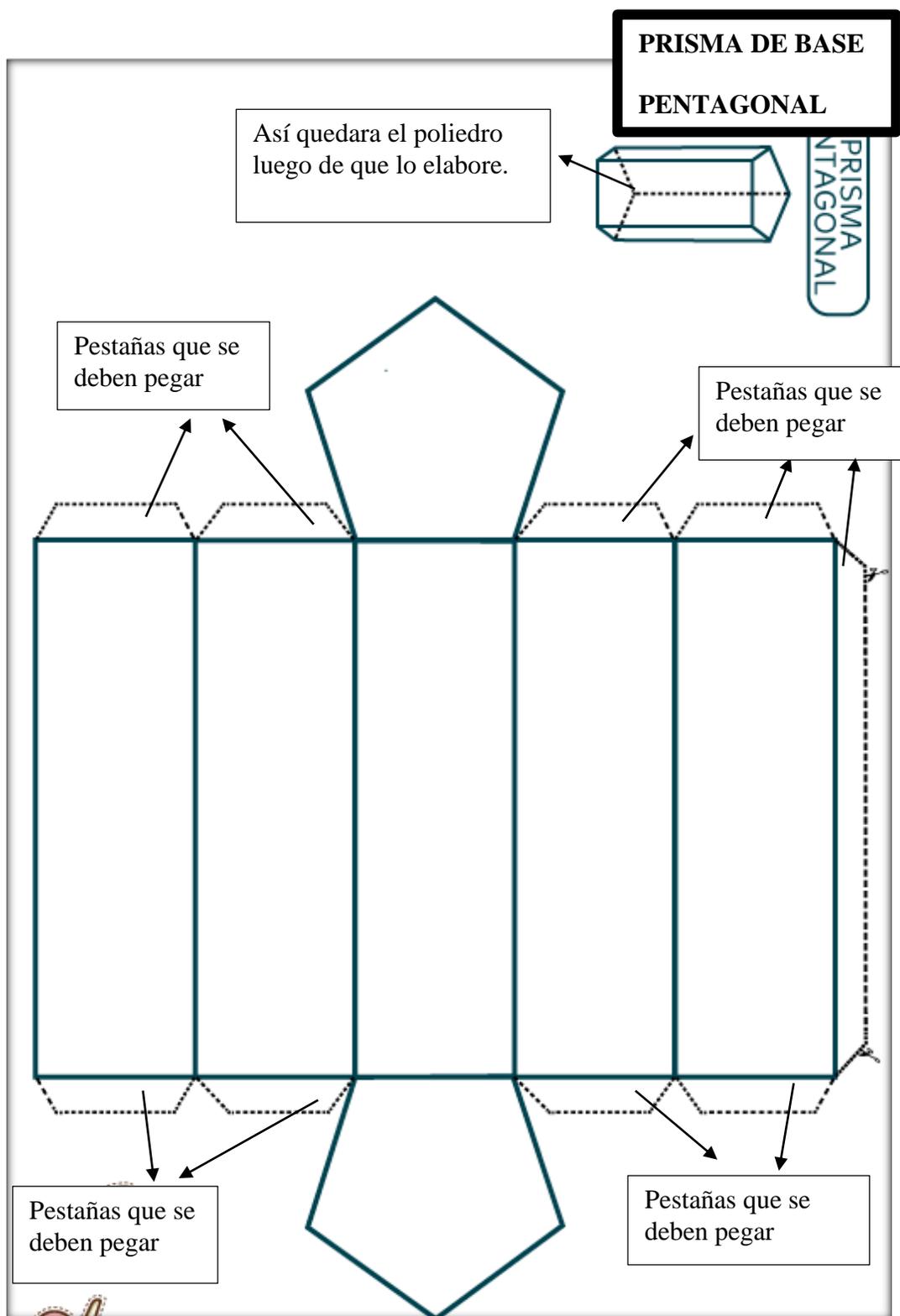
1. Recorta las siguientes figuras por el contorno, dobla por las líneas negras, adiciona pegante y une para formar un cubo, un prisma de base cuadrada y un prisma de base pentagonal. **Los poliedros que forme los puede conservar, lo demás debe entregarlo.**



Fuente: <https://acortar.link/I9Avu>

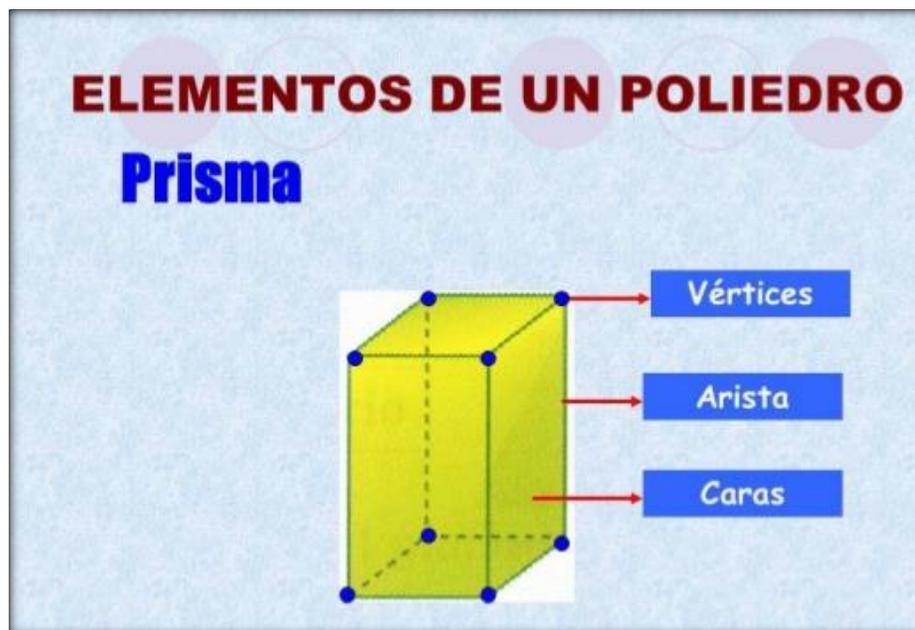


Fuente: <https://acortar.link/Ox5dE>



Fuente: <https://acortar.link/DDGgW>

2. Observa la siguiente imagen y luego lee atentamente información que aparece a continuación.



Fuente: <https://acortar.link/vp193>

3. Observa los poliedros que realizo e identifica cada una de las partes. (Toma una foto a esta actividad y envíasela al profesor)
4. Completa la siguiente tabla de acuerdo a las características de las figuras que realizó.

Observa el ejemplo.

FIGURA	CANTIDAD DE VÉRTICES	CANTIDAD DE ARISTAS	CANTIDAD DE CARAS
Tetraedro	4	6	4
Pirámide de base cuadrada			
Cubo			
Prisma de base cuadrada			
Prisma de base pentagonal			

TALLER # 6

APRENDIENDO CON EL SUDOKU



Fuente: <https://acortar.link/j1QeK>

OBJETIVO: Hacer uso del sudoku en el proceso de fortalecimiento del pensamiento numérico y espacial en los estudiantes del grado 5 del Centro Educativo Arenas Monas- San Pedro de Urabá- Antioquia.

DBA N° 1: Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.

DBA N° 7: Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.

ESTANDAR:

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.

Tiempo estimado: 5 Horas

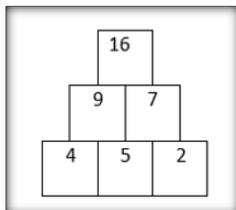
FASE DE INICIO



Presentación

PIRÁMIDE NUMÉRICA

Se debe rellenar las casillas que aparecen en blanco, sumando las dos que están debajo para obtener el resultado. Observa el ejemplo:



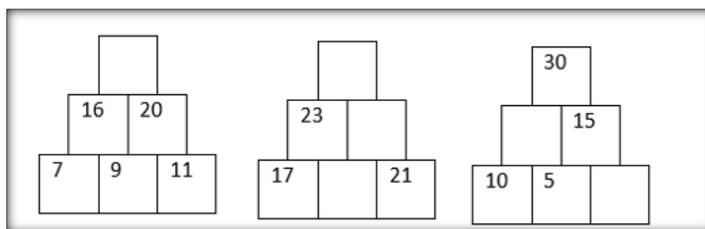
Fuente: Elaborado por el autor



Practiquemos

Desarrolle las siguientes pirámides numéricas. Teniendo en cuenta lo leído anteriormente.

Figura 1. Piramides numéricas



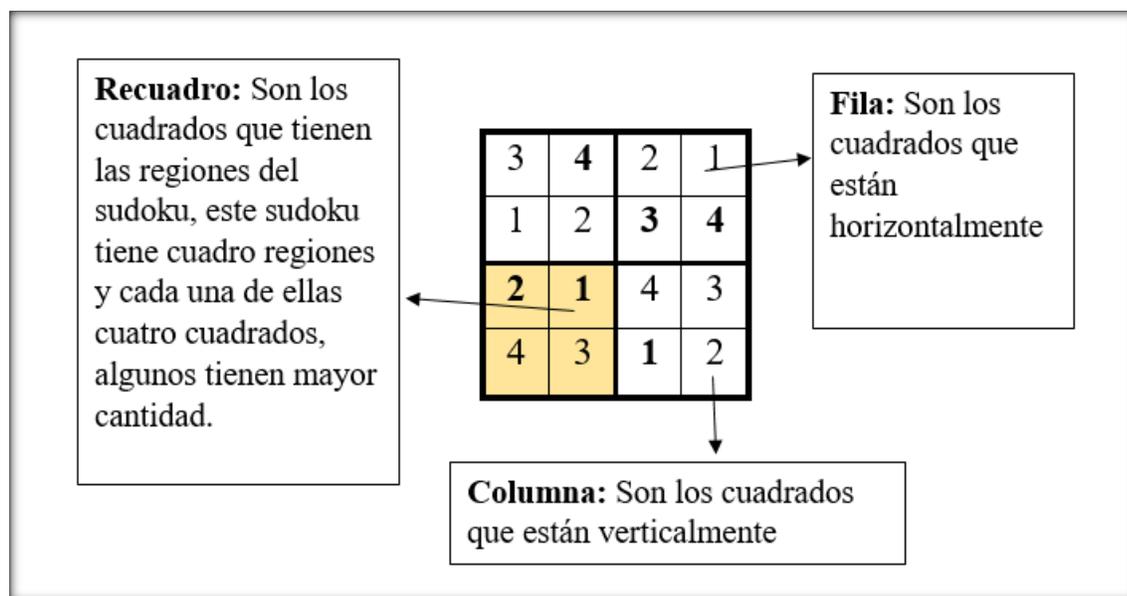
Fuente: Elaborado por el autor

FASE DE DESARROLLO

SUDOKU

El sudoku es un rompecabezas que necesita de paciencia, agudeza visual y muchos intentos hasta conseguirlo. Tiene que concentrarse mucho en los números que coloca.

Debe rellenar los cuadrados en blanco con los números que se le piden en el enunciado, de tal forma que cada fila, columna y recuadro no tenga números repetidos.



Fuente: Elaborada por el autor.

1. Debe completar los sudokus, escribiendo los números de 1 hasta 3, en cada fila y en cada columna, no se pueden repetir ni en las filas ni en las columnas. Observa los ejemplos.

A.

3	2	1
2	1	3
1	3	2

B.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

C.

2		
		2

D.

	1	
		2

Fuente: Elaborada por el autor

2. Completa los siguientes sudokus utilizando los números del 1 al 4, no se pueden repetir ni en las filas ni en las columnas. Observa el ejemplo.

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

3		1	
	3		1
		4	
			2

Fuente: Elaborada por el autor.

3. Completa los siguientes sudokus usando los números del 1 al 4, no se pueden repetir en las filas, columnas ni dentro de los recuadros, observa el ejemplo.

3	4	2	1
1	2	3	4
2	1	4	3
4	3	1	2

2	4	3	
1		4	2
3	1		4
4	2	1	3

3			1
			4
1	2	4	
4		1	

4		3	2
3	2	4	
2			4

Fuente: Elaborada por el autor

FASE DE FINALIZACIÓN

1. Debe colocar los números del 1 al 6 en el siguiente sudoku, sin repetirlos en los cuadros, ni tampoco horizontal ni verticalmente.

3	2		4	1	6
5		1			4
			6	5	
	5		3		
4		2			5
6	1			2	3

Fuente: Elaborada por el autor



Observe y use el manual que encontrará en el material que se le envió, en donde aparece la recopilación de todas las actividades que se trabajaron.

Fuente: <https://acortar.link/jZtca>

**Manual entregado a
estudiantes como
recopilación de la
propuesta.**

**MATEMÁTICA RECREATIVA, UNA ESTRATEGIA
PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO
NUMÉRICO Y ESPACIAL.**

INVESTIGADORES:

EDWIN FRANCO GUACANEME

HAN HORLEY FONSECA GUACANEME

**DOCENTE TITULAR: GERMÁN SAMITH
GUERRERO HOYOS**



**CENTRO EDUCATIVO ARENAS MONAS
SAN PEDRO DE URABÁ- ANTIOQUIA**

2020

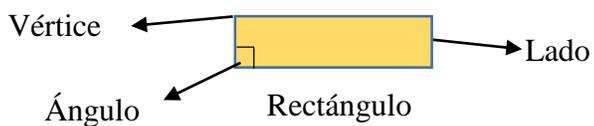
ORIENTACIÓN EN EL ESPACIO



Presentación

CUADRILÁTEROS

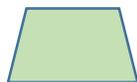
Es un polígono con 4 lados, cuatro ángulos y cuatro vértices. Ejemplos:



Cuadrado



Rombo



Trapezio



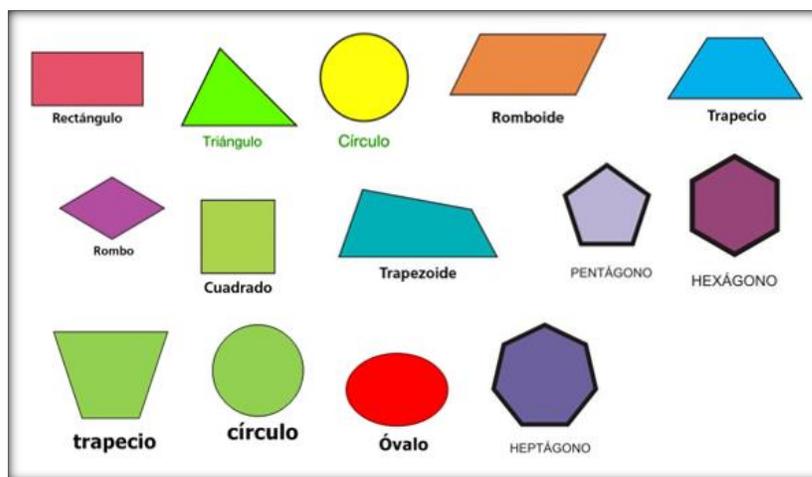
Trapezoide

Fuente: Imágenes tomadas de google



Practiquemos

Encierre con un círculo los cuadriláteros que aparecen en la siguiente imagen.



Fuente: Imágenes tomadas de google



Presentación

CALLES Y CARRERAS

Carrera: Son paralelas que van de norte a sur o de arriba a abajo. Observa la imagen.

Calle: Son paralelas que van de oriente a occidente o de derecha a izquierda. Observa la imagen



Practicemos

Completa la tabla, según la información que está en la imagen. Observa el ejemplo.

				NORTE					
		 Escuela				Calle 1 		 Casa de Carlos	
O C C I D E N T E	Carrera 1			 Parque		Calle 2 		Carrera 4 	
	Carrera 2	 Hospital				Calle 3 Casa de Natalia		Carrera 5 Supermercado	
	Carrera 3	 Iglesia				Calle 4 			
	Carrera 4					Calle 5 			
	Carrera 5								
				SUR					

Fuente: Elaboración propia del autor.

SUR

Lugar	Calles	Carreras
Casa de Carlos	Entre la calle 1 y 2	Entre las carreras 4 y 5
Iglesia		
Supermercado		
Parque		
Casa de Natalia		
Hospital		
Escuela		

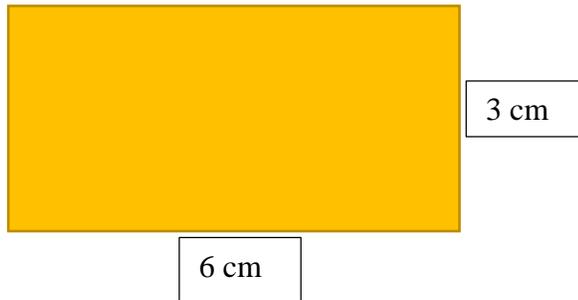
POLIMINÓS UNA HERRAMIENTA MATEMÁTICA



Presentación

Perímetro

El perímetro es la suma de la medida de los lados de una figura. Ejemplo: El siguiente rectángulo tiene 6 cm de ancho por 3cm de alto.

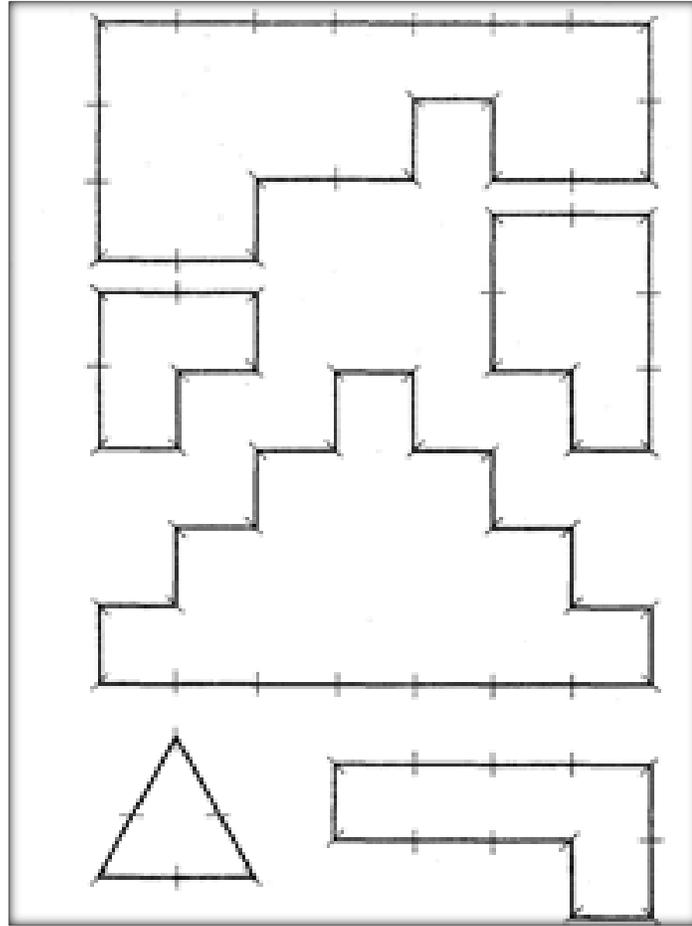


$$\text{Perímetro} = 6\text{cm} + 6\text{cm} + 3\text{cm} + 3\text{cm} = 18 \text{ cm.}$$



Practiquemos

Calcula el perímetro de las siguientes figuras, escríbelo frente a cada una de ellas, teniendo en cuenta que hay un centímetro entre marca y marca



POLIMINÓS



Presentación

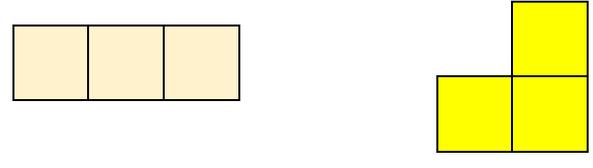
Un poliminó es un grupo de cuadrados unidos por los lados, de tal forma que cada dos de ellos tiene al menos un lado común. Se clasifican en:

Uniminós: Formado por un solo cuadrado. Sólo existe uno.

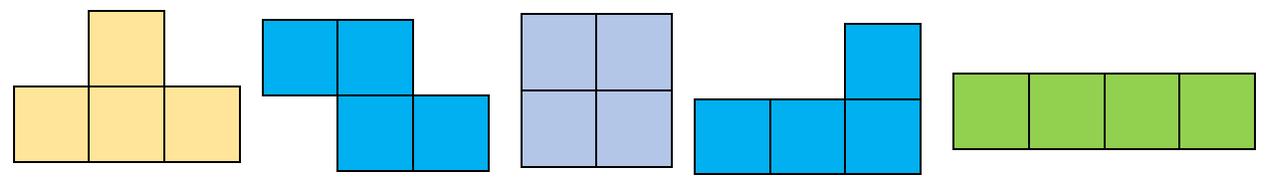


Dominós: Formado por dos cuadrados que comparten un lado en común. Sólo existe uno.

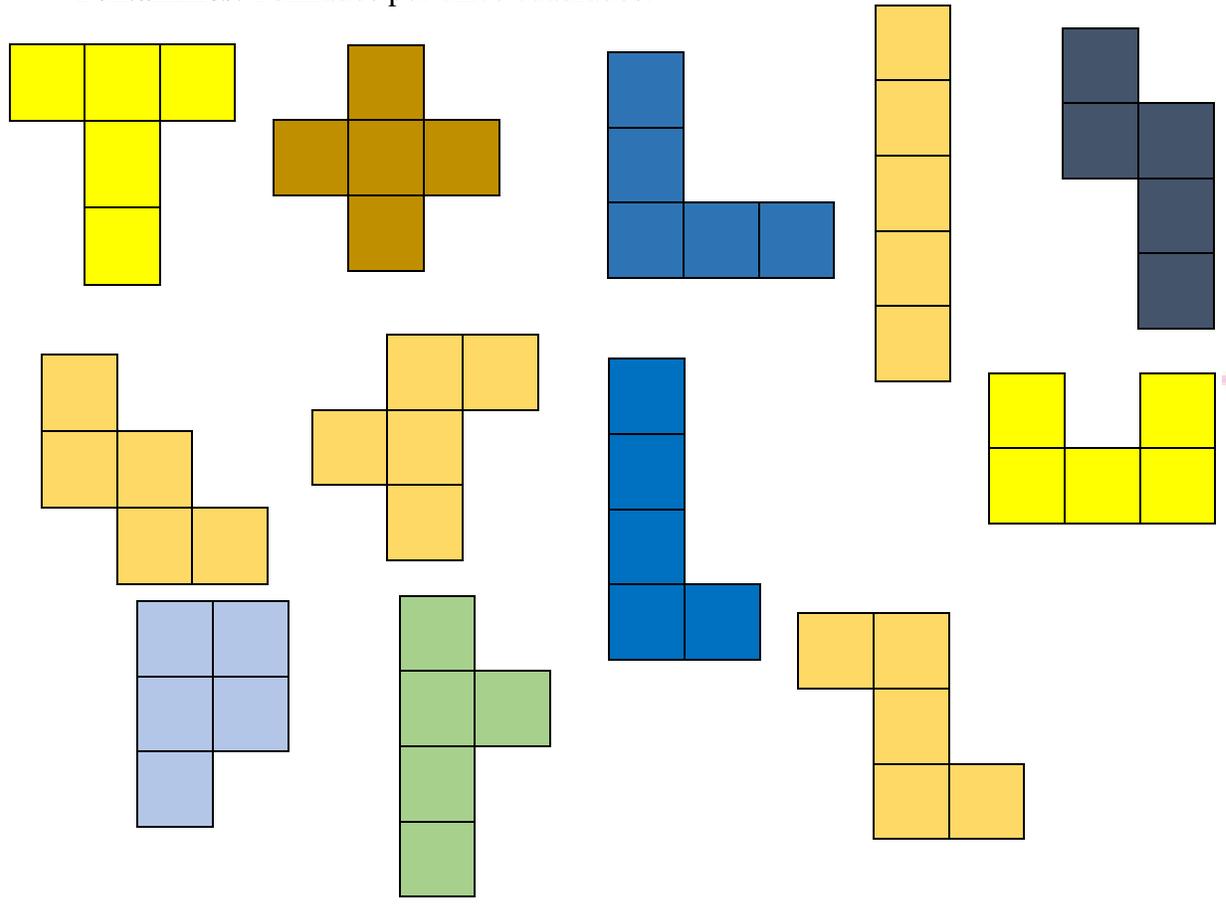
Triminós: Formados por tres cuadrados:



Tetraminós: Formados por cuatro cuadrados.



Pentaminós: Formados por cinco cuadrados.



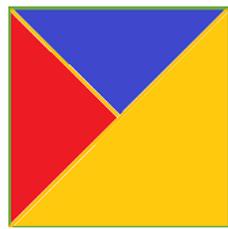
EL TANGRAM EN EL FORTALECIMIENTO MATEMÁTICO



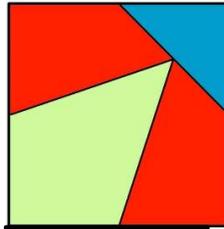
Presentación

El tangram es un rompecabezas de origen chino que probablemente apareció hace tan sólo 200 ó 300 años. Los chinos lo llamaron "tabla de sabiduría" y "tabla de sagacidad" por las cualidades que el juego requiere.”

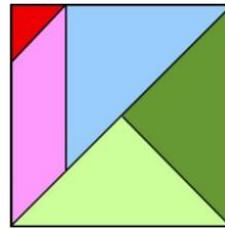
Es una descomposición aditiva de un cuadrado en determinada cantidad de piezas, algunos ejemplos son los siguientes:



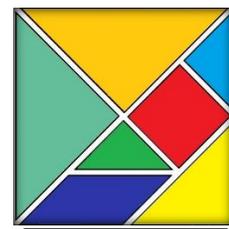
3 piezas



4 piezas



5 piezas

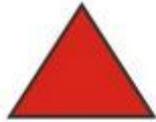
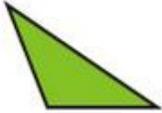
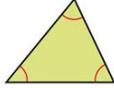
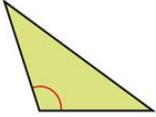


7 piezas

Fuente: Imágenes tomadas de google

El tangram está formado por triángulos y cuadriláteros, en el caso de los cuadriláteros se observa cuadrados y paralelogramos.

Lee con mucha atención la siguiente clasificación de los triángulos:

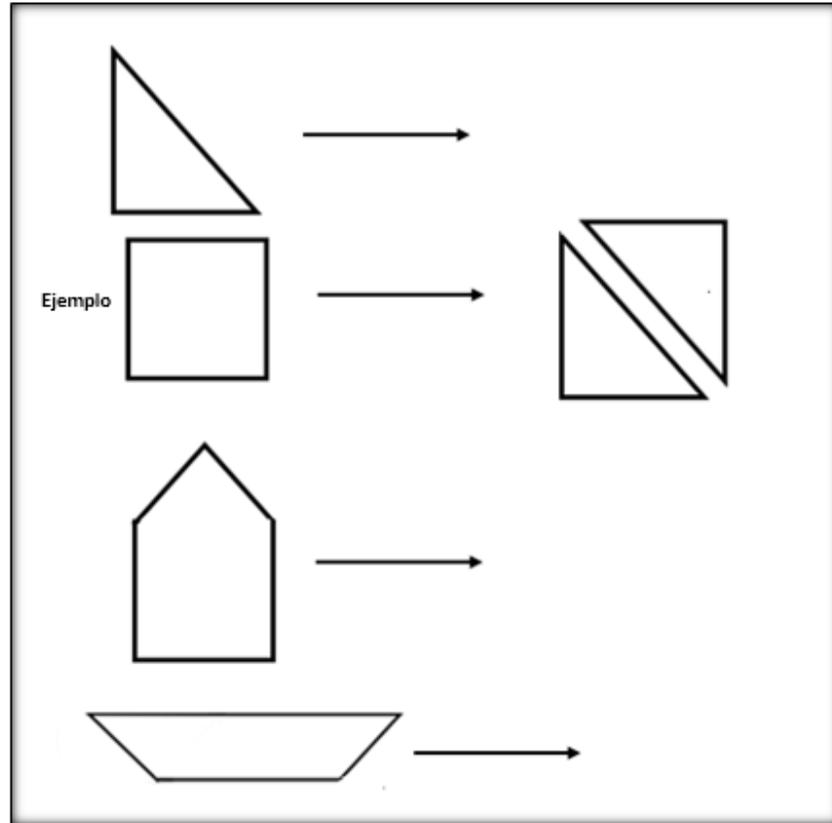
Clasificación	Nombre	Descripción	Figura
Por la longitud de sus lados.	Equilátero	Sus tres lados tienen la misma longitud y los ángulos de sus vértices miden lo mismo (60°).	
	Isósceles	Tienen dos lados iguales y dos ángulos iguales.	
	Escaleno	Todos sus lados y todos sus ángulos son iguales.	
Por la medida de sus ángulos.	Agudo	Es aquel cuyos tres ángulos son agudos.	
	Recto	Tiene un ángulo recto (90°)	
	Obtuso	Uno de sus ángulos es obtuso (mayor de 90°)	

Fuente: Adaptado de <https://acortar.link/HCw1F/> y <https://acortar.link/lumz5>



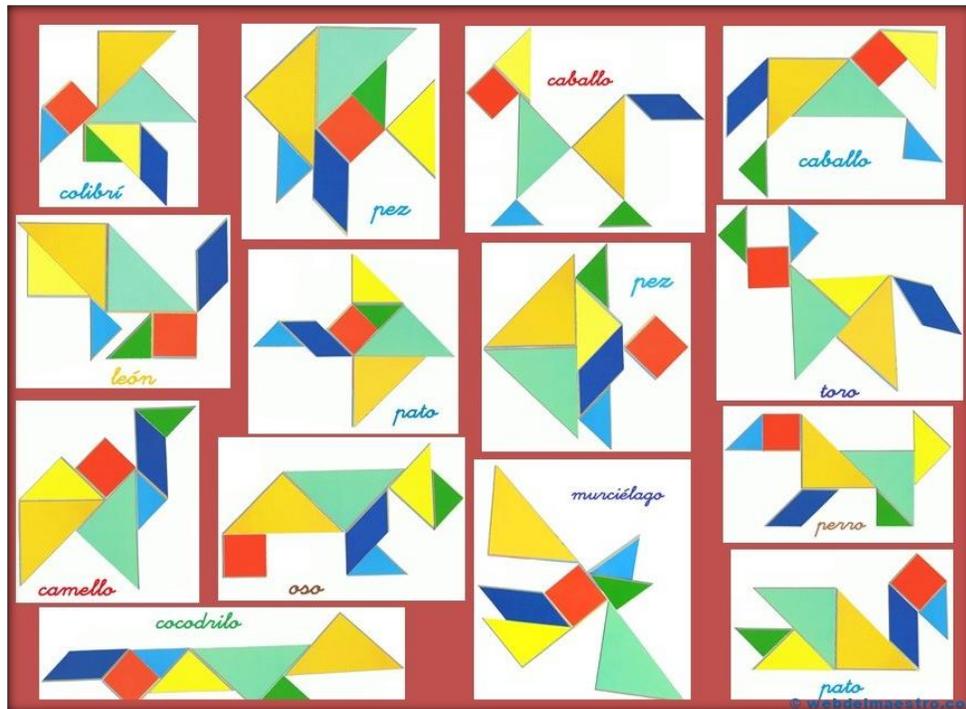
Practiquemos

1. Teniendo en cuenta el tangram. ¿Con cuáles dos piezas se pueden construir las figuras siguientes? Dibújelas al frente de cada una. Observa el ejemplo:



Fuente: Elaborado por el autor.

2. Intenta realizar cada una de las siguientes imágenes usando las fichas del tangram anterior.



Fuente: Imágenes tomadas de google

TANGRAM OVOIDE



Presentación

LOS POLÍGONOS

Los polígonos son figuras que tienen tres y más lados, tienen ángulos y vértices. Se clasifican en:

Polígonos regulares: Tienen todos sus lados y ángulos iguales

Polígonos regulares			
 3 lados	 4 lados	 5 lados	 6 lados
triángulo	cuadrado	pentágono	hexágono
 7 lados	 8 lados	 10 lados	 12 lados
heptágono	octágono	decágono	dodecágono

Fuente: Imágenes tomadas de google.

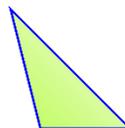
Polígonos irregulares: No tienen todos sus lados ni sus ángulos iguales.



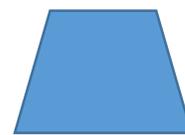
Rectángulo



Rombo



Triángulo
escaleno



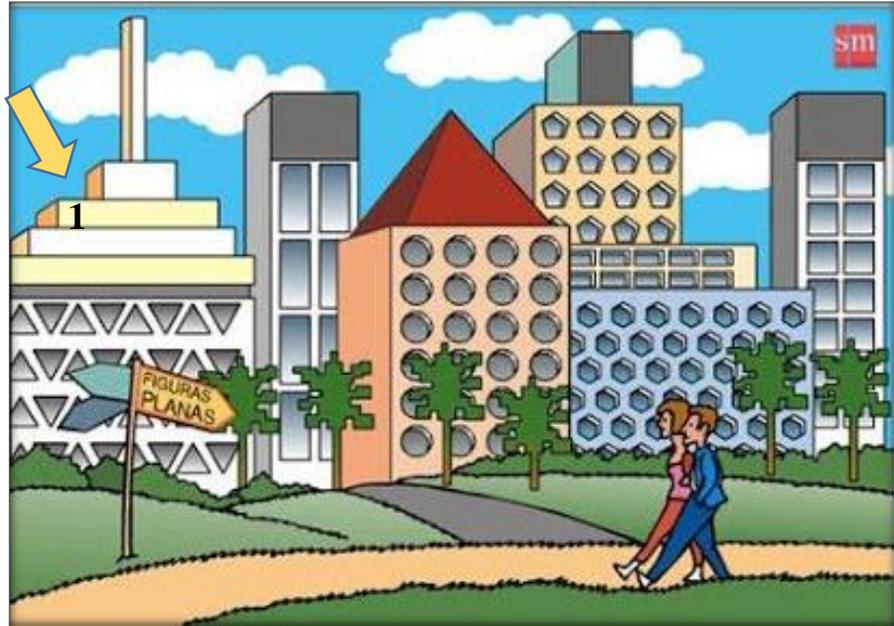
Trapecio

Fuente: Elaborada por el autor.



Practiquemos

Encuentre los polígonos que aparecen en la siguiente imagen e identifique si es regular o irregular. Coloque un numero donde se encuentra el polígono y luego en el listado que aparece debajo de la imagen relacione el nombre del polígono con el número. Observa el ejemplo:



Fuente: Imagen tomada de google.

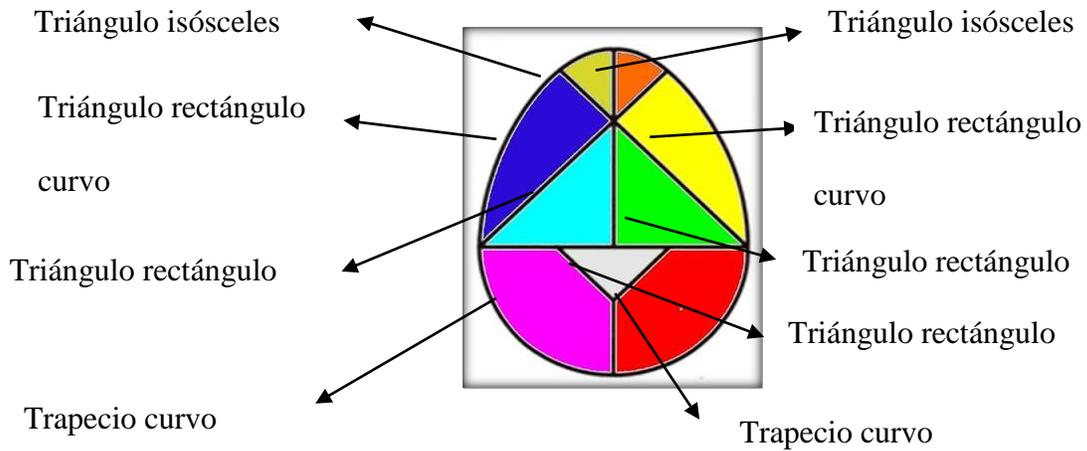
1. Rectángulo. Polígono irregular
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

TANGRAM OVOIDE



Presentación

Tiene forma ovoide, es decir de un huevo, con 9 piezas; con este rompecabezas por lo general se puede armar figuras de aves.



Fuente: Imagen adaptada de google.

Cada una de las partes del tangram guardan relaciones geométricas tales como:

- Dos triángulos isósceles curvos.
- Dos triángulos rectángulos curvos.
- Dos triángulos rectángulos grandes.
- Un triángulo rectángulo pequeño.
- Dos trapecios curvos.

Triángulo isósceles curvo: Tiene dos lados iguales y el que no lo es, es curvo

Triángulo rectángulo: Tiene un ángulo recto (90°)

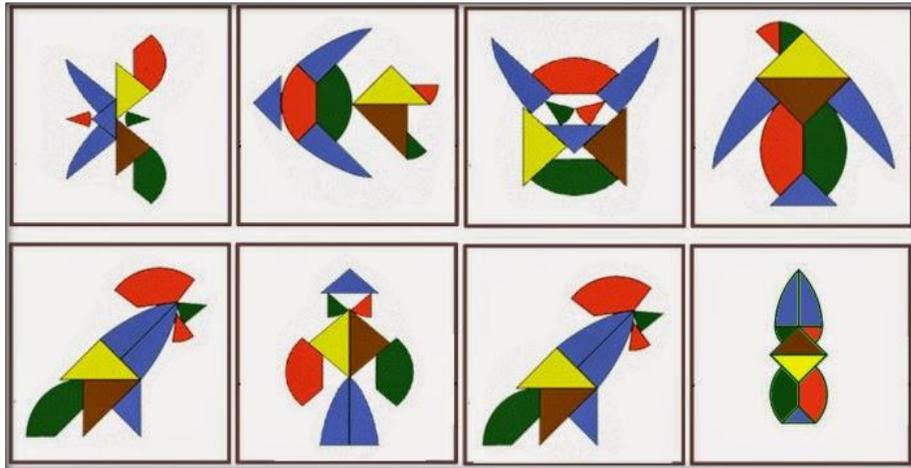
Triángulo rectángulo curvo: Tiene un ángulo recto (90°) y uno de sus lados es curvo

Trapezio curvo: Un trapezio circular es la porción de un círculo limitada por dos radios y una corona circular



Practiquemos

Intente componer las siguientes imágenes, debe estar muy atento a cada una de las figuras que las componen.



Fuente: Imágenes tomadas de google

ARMANDO POLIEDROS

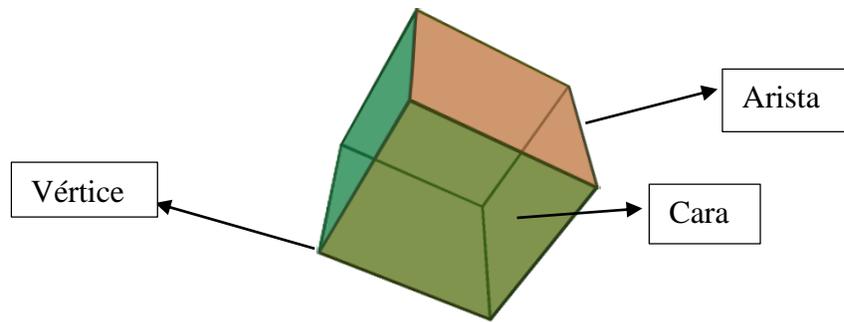


Presentación

POLIEDROS

Un poliedro es un cuerpo geométrico que se construye con base en figuras bidimensionales.

El siguiente cubo está conformado por 6 caras de forma cuadrada, la cara superior y la cara inferior se conocen como bases, tiene 8 vértices 12 aristas.



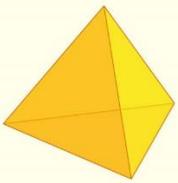
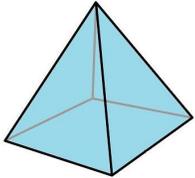
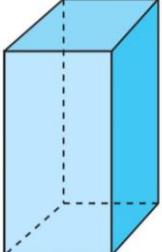
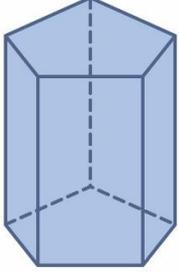
Fuente: Imagen tomada de google.

Caras: Son polígonos que forman el cuerpo del poliedro.

Aristas: Las **partes** donde se unen o hacen intersección las caras.

Vértices: Son los puntos en donde se hace intersección **con** las aristas.

Existen otros cuerpos geométricos que se construyen con triángulos, cuadrados, rectángulos o la combinación entre ellos como, por ejemplo:

Nombre del poliedro	Cuerpo geométrico	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas	Base del poliedro
Tetraedro	 <p>Fuente: https://acortar.link/4Dm0a</p>	4	4	6	Triangular
Pirámide de base cuadrada	 <p>Fuente: https://acortar.link/m8zbi</p>	5	5	8	Cuadrada
Prisma de base cuadrada	 <p>Fuente: https://acortar.link/YFQHB</p>	6	8	12	Cuadrada
Prisma de base pentagonal	 <p>Fuente: https://acortar.link/pTqG6</p>	7	10	15	Pentagonal



Practiquemos

1. Observa detenidamente la siguiente imagen.



Fuente: Imagen tomada de google.

➤ Escribe cuales polígonos encontré en la anterior de la imagen y frente a cada uno de ellos escribe las características que tienen. Observa el ejemplo:

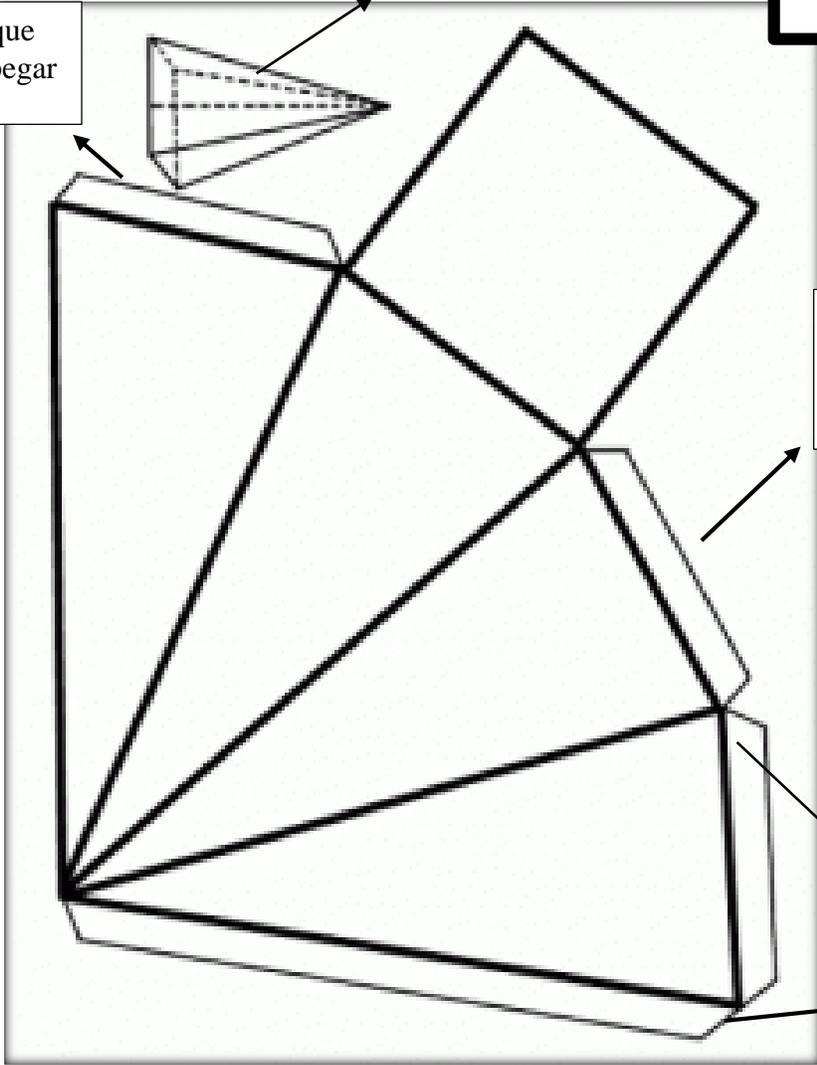
En la copa de los árboles se puede observar triángulos. El tipo de triángulo observado es isósceles, entre sus características encontramos que tiene 3 lados y que es acutángulo, pues sus ángulos son agudos (sus ángulos miden menos de 90°)

2. Recorta cuidadosamente por el borde de la figura. Dobla la figura por cada una de las líneas negras, luego adiciona pegante (colbón) a las pestañas (observa la imagen que aparece a continuación en donde se señalan cuáles son las pestañas), por último, une cada una de las caras.

**PIRAMIDE
DE BASE
CUADRADA**

Así quedará el poliedro
luego de que lo elabore.

Pestaña que
se debe pegar



Pestaña que
se debe
pegar

Pestañas
que se
deben
pegar

Fuente: Imagen tomada de google.

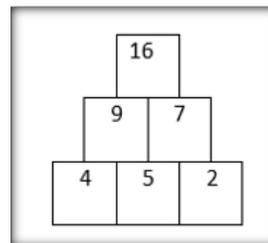
APRENDIENDO CON EL SUDOKU



Presentación

PIRÁMIDE NUMÉRICA

Se debe rellenar las casillas que aparecen en blanco, sumando las dos que están debajo para obtener el resultado. Observa el ejemplo:



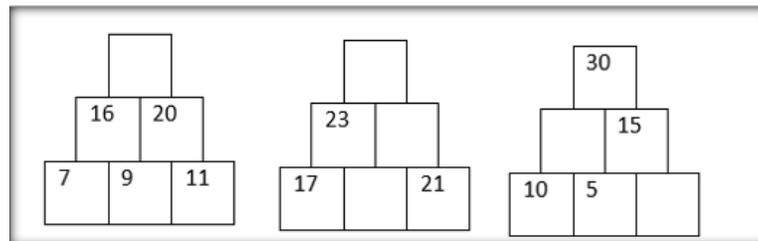
Fuente: Elaborado por el autor



Practiquemos

1. Desarrolle las siguientes pirámides numéricas. Teniendo en cuenta lo leído anteriormente.

Figura 1. Piramides numéricas



Fuente: Elaborado por el autor

SUDOKU



Presentación

El sudoku es un rompecabezas que necesita de paciencia, agudeza visual y muchos intentos hasta conseguirlo. Tiene que concentrarse mucho en los números que coloca. Debe rellenar los cuadrados en blanco con los números que se le piden en el enunciado, de tal forma que cada fila, columna y recuadro no tenga números repetidos.

3	4	2	1
1	2	3	4
2	1	4	3
4	3	1	2

Recuadro: Son los cuadrados que tienen las regiones del sudoku, este sudoku tiene cuatro regiones y cada una de ellas cuatro cuadrados, algunos tienen mayor cantidad.

Fila: Son los cuadrados que están horizontalmente

Columna: Son los cuadrados que están verticalmente

Fuente: Elaborada por el autor.



Practiquemos

1. Completa los siguientes sudokus usando los numeros del 1 al 4, no se pueden repetir en las filas, columnas ni dentro de los recuadros, observa el ejemplo.

3	4	2	1
1	2	3	4
2	1	4	3
4	3	1	2

2	4	3	
1		4	2
3	1		4
4	2	1	3

3			1
			4
1	2	4	
4		1	

4		3	2
3	2	4	
2			4

Fuente: Elaborada por el autor

- Debe colocar los números del 1 al 6 en el siguiente sudoku, sin repetirlos en los recuadros, ni tampoco horizontal ni verticalmente.

A.

3	2		4	1	6
5		1			4
			6	5	
	5		3		
4		2			5
6	1			2	3

Fuente: Elaborada por el autor