¿COMO APROPIARSE DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LAS FRACCIONES?

FRANCISCO OCTAVIO SILVA PARRA

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.
2007

¿COMO APROPIARSE DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LAS FRACCIONES?

FRANCISCO OCTAVIO SILVA PARRA

Trabajo presentado para optar el título de Licenciado en Matemáticas

Presentado a:
GERMAN MONTEZUMA

UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.
2007

TABLA DE CONTENIDO

¿COMO APROPIARSE DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LAS FRACCIONES?

INTRODUCCION

En la presente investigación se hizo una encuesta de porque la gente le tiene odio, miedo, antipatía a la materia (aburrida, tediosa), de por que la consideran inútil (no le ven la aplicabilidad) de por que hay un ambiente de tensión en el aula (solo se informa no se comunica) en la cual se concluye que se debe a que la asignatura no la entienden en su mayoría

i

Por tal razón el proyecto esta planteado para que el alumno a medida de que aborda temas no este acondicionado a que se le enseñe, sino a que aprenda, es decir que se divierta en clase, al relacionar con su realidad las matemáticas, para que pueda tener una mayor capacidad de análisis, y con esto logre resolver situaciones problémicas, pues con el lenguaje a estructurado su pensamiento matemático en lo que respecta a las fracciones

La forma como se espera lograr un mayor aprendizaje es a través de 5 etapas del lenguaje como lo son el concreto, semiconcreto, oral, escrito y simbólico con los cuales se pretende desarrollar el pensamiento relacionado con la integración, la profundización y con un cambio de actitud en los estudiantes hacia las matemáticas

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿Cómo hacer para que los alumnos se apropien del lenguaje matemático en las fracciones?

DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Para la mayoría de la gente las matemáticas son aburridas, inútiles, no las entienden, por tal razón hay odio hacia al profesor, se maneja en el aula un ambiente de tensión, la materia es la más aburrida y hay antipatía hacia la clase, por tal razón se busca mediante este proyecto una apropiación del lenguaje matemático, ya que si el estudiante se apropia del lenguaje, va a poder interpretar problemas, argumentar soluciones y en resumidas cuentas va a lograr una comprensión de lo enseñado.

Con la investigación no solo se busca un cambio de percepción hacia las matemáticas, sino que plantea preparar al estudiante para enfrentarse a la realidad presente a nivel tecnológico, social, intelectual entre otros, pero lo que encuentra el docente es que un estudiante se puede llegar a graduar sin los mínimos conocimientos matemáticos y lo que le llega a suceder al estudiante al hallarse en un plano diferente al colegio como lo puede ser el laboral es que no puede entender el lenguaje que allí se emplea y por lo tanto no podrá desempeñarse en lo futuro en ciertas labores de plano intelectual o laboral

Además se recurre a la táxonomia de HUME y al lenguaje matemático por las etapas de concreción, semicroncresión, oralidad, redacción y matematización, para lograr una comprensión de las matemáticas

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo lograr que los alumnos de grado 6 del Colegio Gracia y Amor de la jornada mañana se apropien del lenguaje matemático en las fracciones mediante la concreción, semicroncresión, oralidad, redacción y matematización del lenguaje en las matemáticas?

JUSTIFICACIÓN:

A medida que ha transcurrido la historia de la pedagogía siempre sean planteado cambios en está, unos mas bruscos que otros como fue el paso del pasivismo al activismo, del tradicionalismo a la multidiversificación pedagógica de la actualidad, sin embargo a pesar de todos estos cambios tenemos todavía muchas dificultades en matemáticas debido a que al acogernos a de terminada corriente solventamos unos problemas, pero no logramos realmente construir un pensamiento matemático, que tomándolo solo como pensamiento, este no es consecuente con la pedagogía sino con el lenguaje, al plantear las 5 fases del proceso de apropiación del lenguaje no se plantea una nueva pedagogía, sino una búsqueda por brindar una matemática más accesible, práctica a las personas, logrando así un cambio no en la forma, sino en el fondo.

Con el lenguaje matemático no se segmenta el pensamiento al ver la matemática solo en un libro, desligándola de la realidad, sino que se busca es que el alumno aprenda en contexto, mediante lo concreto, de esta manera puede interactuar un poco más matemáticamente con la realidad.

Si se parte de que el alumno construya su conocimiento no de lo que él escribe, sino de lo que el experimenta, de lo que el proyecta, se efectúa un cambio en la actitud al crear en el la curiosidad por el conocimiento, se podrá realizar un paso más consistente de los algoritmos a los problemas, lo cual indica que a logrado entender significativamente

De esta manera se hará un cambio en lo escrito (pues no se limitara a un libro), en lo semiconcreto (no se limitara a hacer las gráficas convencionales que traen los textos), en lo concreto (podrá ver la utilidad de la matemática en la realidad) y en lo simbólico (decodificara y codificara con mayor acierto) de manera que podrá comunicar con mayor fluidez sus ideas matemáticas lo que le permitirá ver a al gente que le rodea los avances significativos en su formación, tanto dentro como fuera de la institución.

OBJETIVO GENERAL

Crear una propuesta didáctica en grado sexto que permita al estudiante una apropiación del lenguaje matemático en las fracciones, al desarrollar conceptos básicos de una manera significativa, utilizando diferentes representaciones.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

A. Utilizar diferentes lenguajes a partir de lo concreto, hasta lo simbólico con el fin de emplear el lenguaje oral y escrito apropiado en cada subtema de las fracciones

B. Aprender a resolver problemas de fracciones a partir de la sintaxis del lenguaje escrito

C. Cualificar las particularidades de los procesos operacionales de las fracciones

DELIMITACIÓN

El proyecto se llevara a cabo en el Colegio Gracia y Amor ubicado en la ciudad de Bogotá, en la Localidad 11 en la Cra 67 N.175-60 El cual ofrece educación formal de Preescolar hasta grado 9.

Este trabajo se llevara a cabo con los alumnos de grado 6, donde se ha visto las dificultades que enfrentan los alumnos al salir de su ciclo de primaria donde el lenguaje matemático es menos riguroso, de donde se enseña nociones de conceptos, que al tener formación en una matemática sintáctica (algorítmica) no logran captar con facilidad el lenguaje de esta en diferentes temas y problemas, lo cual los lleva en un progreso letárgico en años subsiguientes y es por esto es que se busca con las fases del lenguaje matemático una apropiación de este

MARCO DE REFERENCIA

ANTECEDENTES EN LAS FRACCIONES

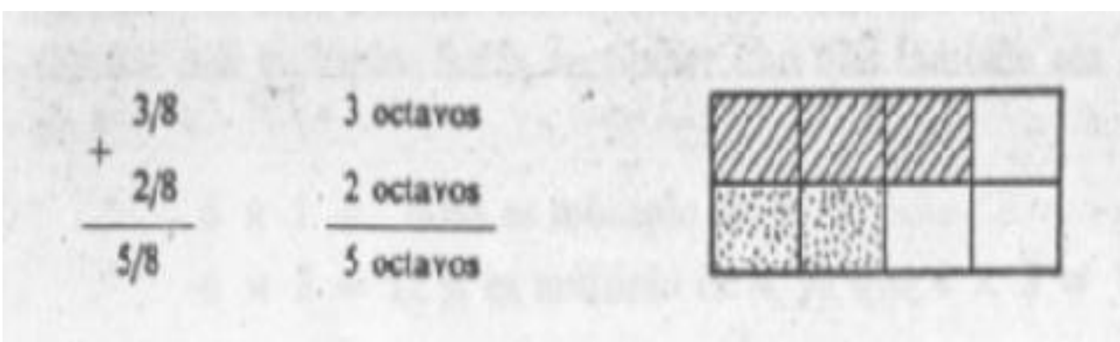
LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES[1]

En la secuencia que desarrollaba el concepto inicial de fracción se presionaba sobre el uso de las fracciones unitarias y el contar, lo que nos introducía de forma natural en las ideas de sumar y restar fracciones en algunos casos determinados.

Se sugería que ésta se realizará a través de situaciones problemáticas como por ejemplo

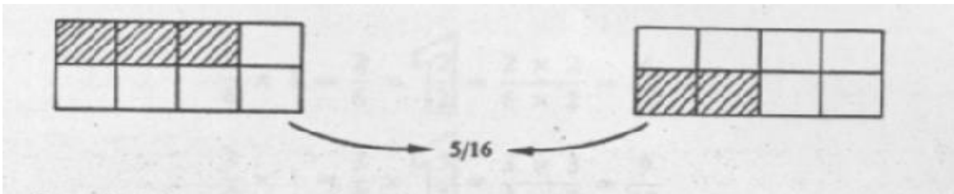
«Juan se ha comido *los* 3/8 de la tarta y Pedro los 2/8. ¿Cuánta tarta se han comido entre los dos?»

En las que el proceso de solución venia determinado por el hecho de contar octavos (tres octavos más dos octavos son cinco octavos) que de forma simbólica podíamos representar por



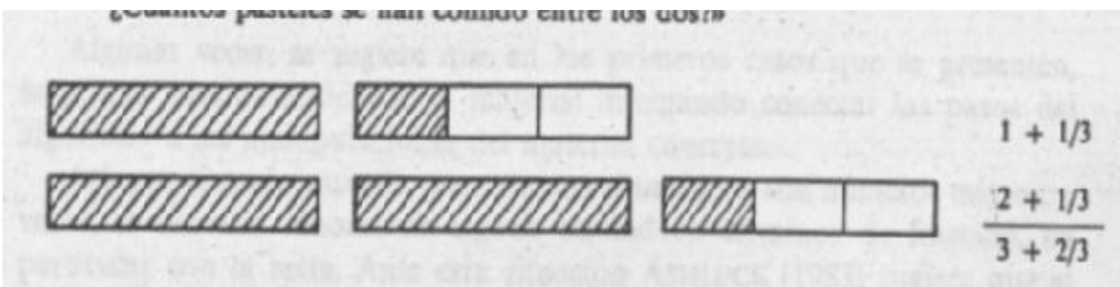
[1] Salvador Llenares y Victoria Sánchez fracciones relaciones parte-todo pag 141

En las primeras situación de este estilo hay que ir con cuidado al representar las fracciones, si éstas son representadas en «unidades» distintas, ya que puede conducir a error



Se enfatizaba en estas situaciones, de nuevo, la identificación de la unidad, al igual que sucede en las situaciones en las que intervienen fracciones mayores de la unidad.

«Juan se ha comido 1 1/3 de los. Pasteles de chocolate y Pedro 2 1/3. ¿Cuantos pasteles se han comido entre los dos?»



El proceso utilizado en las situaciones descritas hasta el momento (tanto para la suma como para la resta) se basaba en el hecho de sumar y restar fracciones unitarias; el nivel de manejo de símbolos se dirigía hacia el hecho de que se sumaban los numeradores;

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$$

Las primeras dificultades aparecen cuando la «unidad de contar» es distinta en las dos fracciones. Si el objetivo de la secuencia de enseñanza es ir trasladando los procedimientos de los niños hacia el procedimiento dado por el algoritmo de la operación, un camino que ha probado tener buenos resultados es el de la secuenciación del tipo de fracción en las actividades propuestas.

En las situaciones, en las que se presentan fracciones con distinto denominador, La idea que subyace en los procedimientos utilizados es buscar siempre las fracciones escritas de tal forma que se aplique secuencias de contar, es decir, buscar fracciones con el mismo denominador. Esta idea se apoya en el trabajo hecho con la equivalencia de fracciones. En estos momentos se deben utilizar los pasos que se sistematizaron para encontrar fracciones equivalentes (buscar múltiplos del denominador más grande que también sean múltiplos del otro denominador).

Conviene recordar que los algoritmos para la suma y resta de fracciones con denominadores distintos pertenecen a un nivel poco intuitivo. Este hecho hay que presentarlo al secuenciar los pasos que debemos dar para ayudar a los niños a que se trasladen desde la utilización de sus procedimientos personales a un procedimiento síntesis (general) de los procedimientos usados o incluso a veces, la secuencia de enseñanza, lo único que debe hacer es afianzar la «regla» que de forma incipiente han empezado a utilizar los niños.

Todo ello hace que la secuencia de enseñanza pueda y deba realizarse en un plano simbólico, aunque independientemente de esto, en algunos casos se debe volver a situaciones concretas para evitar la pérdida de la intuición.

Así, continuando la secuencia propuesta en relación a la clase de fracción considerada, se tiene:

1) fracciones con denominadores múltiplos entre si

2) 2/3+3/6= , 2/3—l/6c

3) denominadores primos entre si,

4) -2/5+3/2= 3/2—1/3=

5) los denominadores no son múltiplos entre si,

2/6+3/4= • 3/4—2/6

El procedimiento en todos los casos, apoyados en la equivalencia de fracciones, consiste en buscar denominadores comunes. Por ejemplo en el caso

2/6 + 3/4 =

Debemos recalcar los diferentes procedimientos que pueden utilizar los niños. A ve, es posible encontrar niños que utilizan procedimientos de cálculo del mínimo común múltiplo (m.c.m.) (pueden ser repetidores o niños cuyo papá (¡) le haya enseñado, o niños que hayan llegado a este procedimiento por si mismos. La idea siempre es intentar llegar a procedimientos más sistemáticos. Uno de estos procedimientos (los niños pueden encontrar otros) En este último caso seria

— fijarse en el denominador más grande. En este caso 6; -

— calcular sus múltiplos hasta encontrar uno que también sea múltiplo de 4,

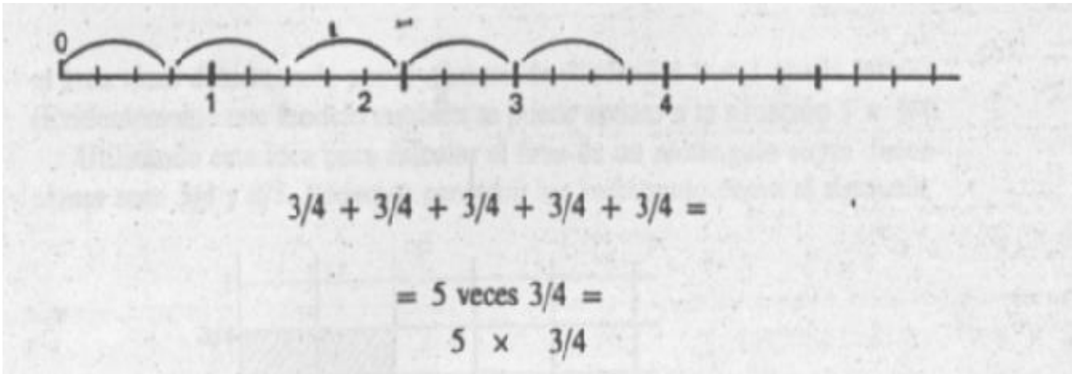
6 x 1 no es múltiplo de 4

6 x 2=12 si es múltiplo de 4, ya que 4 x *3* =12.

LA MULTIPLICACION DE FRACCIONES[2]

El primer contacto con la operación de multiplicar vinculada a las fracciones apareció al representar la suma de fracciones iguales (número natural por fracción). **«Ana** recibe clases de Matemáticas de **3/4 de** hora durante cinco días a la semana, ¿cuántas horas de Matemáticas recibe a la semana?»

[2] Salvador Llenares y Victoria Sánchez fracciones relaciones parte-todo pag 144-149



y que apoyada en la idea de fracciones unitarias se obtenía 15 cuartos o también, representado como número mixto

3 + 3/4 = 3 3/4.

Todas éstas eran representaciones utilizadas en la secuencia de enseñanza que desarrollaba los conceptos iniciales de fracción. En este caso la aparición del producto de un número natural por una fracción asegura un camino natural.

Contemplando las operaciones desde una perspectiva teórica, se puede llegar a pensar que mediante la propiedad conmutativa se realizara la operación

Fracción x número natural como una consecuencia de lo anterior.

Pero esta traslación, no es del todo válida, ya que responde a situaciones completamente diferentes:

«Ana utilizó 3/4 de una docena de huevos para realizar un pastel, ¿cuántos huevos utilizó?»

Ana estuvo caminando durante 7 cuartos de hora. ¿Cuántos minutos estuvo caminando?»

«Pedro *se* comió las dos, terceras partes de los pasteles que había. ¿Cuántos pasteles comió?»

En estas situaciones se utiliza la fracción en su aspecto operador (frente a la idea de medida de las otras situaciones); además la transición

3/4de12 a 3/4 x 12

No es tan inmediata como pueda ser

5 veces 3/4 a 5 x 3/4

Todo esto hace que las situaciones que indican la multiplicación de una fracción por un número natural son algo más difíciles de resolver por los niños (PAYNE, *1975).*Para intentar superar alguna de estas dificultades se sugieren secuencias como la que sigue.

«Había 9 canicas,

Pedro necesitaba el triple de la que había, 3 veces 9, 3 x 9

Pedro necesitaba el doble de las que había. 2 veces 9. 2 x 9

Pedro necesitaba un tercio de las que había, 1/3 de 9, 1/3 x 9

Pedro necesitaba dos tercios de las que habían, 2/3 de 9, 2/3 x 9.»

Cambiando el tipo de números y de fracciones se ayuda a realizar el paso de *«de»* a “x”.

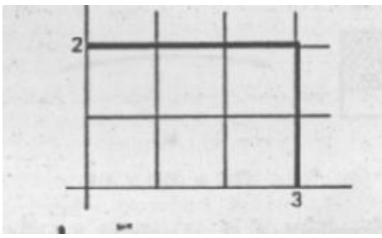
Así, a través de situaciones como las descritas anteriormente, tanto para el caso de número natural x fracción y para el de fracción x número natural se intenta que los niños se den cuenta de lo común en cada caso.

$$5 \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{4}$$

$$\frac{2}{3} \times 9 = \frac{2 \times 9}{3}$$

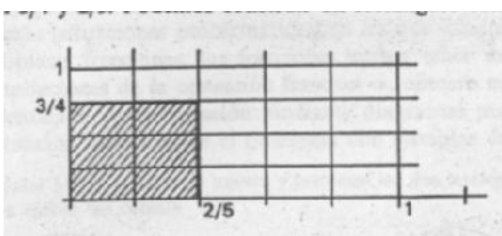
Es, decir, que se multiplica el numerador de la fracción por el número natural. En este punto se intenta llegar al caso general de fracción por fracción. El modelo utilizado normalmente en la enseñanza es el modelo área, intentando ser una ampliación del producto de números naturales para determinar el área de un rectángulo.

Si tenemos un rectángulo de dimensiones 2 y 3 respectivamente



El área viene determinada por el número de cuadrados 1x1 que lo forman (evidentemente este modelo también se puede aplicar a la situación 5x3/4)

Utilizando esta idea pan calcular el área de un rectángulo cuyas dimensiones sean 3/4 y 2/5. Podemos construir un rectángulo como el siguiente,



El área del rectángulo a 3/4 x 2/5, y como la unidad (de dimensiones 1 x 1) está dividida en 20 pastes, y nuestro rectángulo está formado por 6 partes de las veinte, entonces

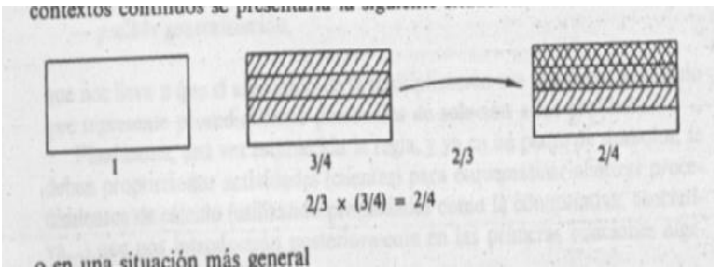
$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

Una aproximación alternativa se puede plantear con la interpretación operador Esta aproximación a la multiplicación ha sido desarrollada con detalle en sus dos aspectos:

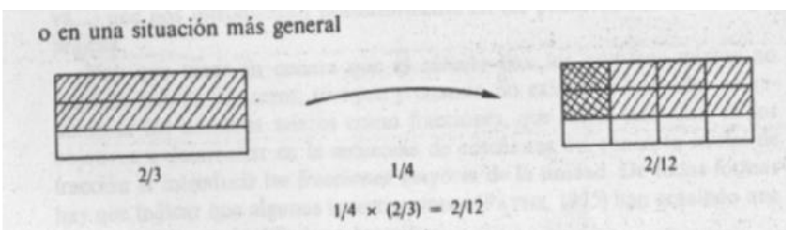
1) operador sobre un estado fraccionario, y

2) composición de dos operadores.

Tanto en contextos discretos como continuos. En el caso de operador fraccionario sobre un estado fraccionario en contextos continuos se presentaría la siguiente situación



o en una situación más general

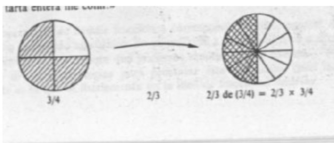


Sin embargo, la necesidad de vincular la multiplicación de fracciones situaciones problemáticas, nos induce a buscar aproximaciones complementarias Es decir, presentar en un primer momento la operación vinculada a problemas La observación de «lo que se repite» nos llevará a la regla.

Lo que hay que tener en cuenta en estos momentos, es que, generalmente en los problemas (situaciones problemáticas) en los que «aparece» la operación de multiplicar fracciones, tales fracciones suelen tener un carácter de operador (ampliaciones de la operación fracción x número natural).

La representación de la situación mediante diagramas puede ayudar a mostrar la situación que describe el problema con ejemplos del tipo

«Quedaba 3/4 de torta en la nevera y me comí los dos tercios. ¿Qué porción de la torta entera **me** comí?»

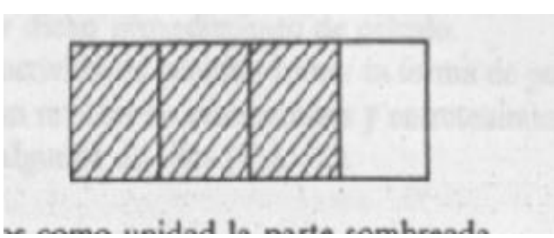


LA DIVISION DE FRACCIONES[3]

La operación de dividir fracciones corresponde ya directamente a una operación de sentido algebraico.

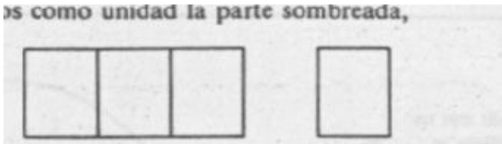
Hay diversas estrategias para presentar esta operación, pero la más conocida es la que se fundamenta en la idea de fracciones inversas.

La idea de fracción inversa puede ser desarrollada cuando hablamos de 6s decir, realizar la división la multiplicación. Por ejemplo, si consideramos como unidad la cuartilla,



[3] Salvador Llenares y Victoria Sánchez fracciones relaciones parte-todo pag 151

Pero si consideramos como unidad la parte sombreada,



Entonces la cuartilla entera son los 4/3 de la unidad. Como vemos, la realización de estos ejercicios, basados en la idea de relacionar una parte con la unidad, corresponden al tipo de ejercicios desarrollados al inicio de la secuencia de enseñanza para el concepto inicial de fracción.

Si multiplicamos estas dos fracciones que aparecen.

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

Reflexión sobre las fracciones[4]

La suma de fracciones y su algoritmo, son construidos y por tanto comprendidos, porque se pueden leer dentro de un contexto coherente que además tiene en la representación gráfica un puente, un nexo entre las entidades puras es decir abstractas y los objetos concretos

La fracción aparece cuando se llega a la necesidad de partir, entonces ¾ se ve como una torta que se parte en 4 pedacitos iguales de los cuales se toman 3 y se hace una gráfica de una torta para que el niño tenga un referente real,

[4] Corporación escuela Pedagógica Experimental PLANTEAMIENTOS DE EDUCACION pag96

pero que error le comete al niño cuando se le dice que 3/4=6/8 teniendo en cuenta que al niño se le a dicho que 3/4 es tomar la unidad partirla en 4 pedazos iguales y tomar 3 mientras que 6/8 es tomar la unidad, es partir la unidad en 8 y tomar 6.

Definitivamente el niño se niega aceptar tal igualdad, tiene razón nótese que el número queda indisolublemente ligado por efecto a una acción y que 3/4 se liga de manera diferente a la acción expresada por 6/8.

De manera que a las fracciones se les debe dar un manejo más cuidadoso, detallado y profundo.

MARCO TEÓRICO:

MODELO PEDAGÓGICO:

DIMENSIONES DEL APRENDIZAJE: UNA TAXONOMÍA DEL PENSAMIENTO[5]

Fragmentos traducidos y adaptados por: Luís Delfín Insuasty

Robert J. Marzano (1.992) en su obra **A different Kind of Classroom: Teaching with Dimensions of Learning,** (Una Aula Diferente: Enseñar con las Dimensiones del Aprendizaje), propone una taxonomía centrada en el aprendizaje. El modelo supone que **el aprendizaje es producto de la interacción de cinco tipos de pensamiento que él denomina Dimensiones del Aprendizaje.**

> *"Las cinco dimensiones del aprendizaje son metáforas para expresar cómo trabaja la mente mientras aprende. En verdad, no es que ocurran cinco tipos de pensamiento independientes durante el aprendizaje; no, éste es producto de un complejo proceso interactivo. Pero las metáforas pueden abrirnos los ojos hacia nuevas formas de ver las cosas y prepararnos o predisponernos para explorar otras opciones que de no ser así no podríamos verlas... Yo creo, que considerar el aprendizaje como resultado de cinco dimensiones o tipos de pensamiento permitirá al educador lograr resultados específicos y satisfactorios".*

---

[5] *Marzano, Robert J.* (1.992). *A Different Kind of Classroom: Teaching with Dimensions of Learning. Association for Supervision and Curriculum Development, 1250 N. Pit Street, Alexandria, VA* 22314.
Weinstein, CE. y Hume, LM. (1.998). *Strategies pour un Apprentissage Durable. Paris: De Boeck Université, S.A*

En otras palabras, aprender a pensar es aprender a aprender: razón y fin de esta Especialización.

Las cinco dimensiones del aprendizaje son:

1. Pensamiento relacionado con actitudes y percepciones positivas sobre el aprendizaje.
2. Pensamiento relacionado con la adquisición e integración del conocimiento.
3. Pensamiento relacionado con el refinamiento y la profundización del conocimiento.
4. Pensamiento relacionado con la aplicación significativa del conocimiento
5. Pensamiento relacionado con hábitos mentales productivos

En cuanto a las dimensiones del pensamiento debe quedar bien claro dos cosas: que los educadores pueden proponer actividades para ayudar a los estudiantes a desarrollar los correspondientes procesos, es decir, que las dimensiones pueden enseñarse y que los estudiantes pueden aprenderlas y practicarlas conscientemente hasta llegar a actuar autorreguladamente.

Por otra parte, cada una de las habilidades de pensamiento desempeña dos funciones: sirve de marco de referencia para formular preguntas que estimulen en los estudiantes altos niveles de pensamiento y sirve también para que los estudiantes interioricen el procedimiento implícito de cada habilidad y de esta manera ejerciten cada tipo de pensamiento.

DIMENSIÓN l.
PENSAMIENTO RELACIONADO CON ACTITUDES y PERCEPCIONES POSITIVAS SOBRE EL APRENDIZAJE

Las actitudes y percepciones filtran y dan significado a cuanto se aprende y por lo mismo afectan positiva o negativamente el aprendizaje.

Clases.
Ayudar a los estudiantes a desarrollar actitudes y percepciones positivas que se refieren a dos áreas.

1. Clima del aula o del lugar de trabajo, en cuanto a:

- Ser aceptado por el "otro".
- Sentirse cómodo en la planta física
- Tener sentido de orden en términos de rutinas y de reglas de juego establecidas

2. Tareas dentro del aula o del lugar de trabajo, en cuanto a:

- Percibir el valor que se concede a la tarea y claridad sobre lo que se espera del estudiante respecto a la misma.
- Percibir que dispone de recursos mentales y habilidad para usarlos.
- Obtener claridad en cuanto a la forma como debe lucir la tarea terminada o el producto acabado.

DIMENSIÓN 2

PENSAMIENTO RELACIONADO CON LA ADQUISICIÓN E INTEGRACIÓN DEL CONOCIMIENTO.

Adquirir el conocimiento es un proceso interactivo complejo, mediante el cual el individuo construye significados personales integrando la información de la situación de aprendizaje con la que ya posea, dando origen a un conocimiento nuevo.

Clases
Ayudar a los estudiantes a adquirir y construir dos clases de conocimiento.

1. **Conocimiento declarativo**, que consiste en conocer hechos, conceptos y principios cuyo aprendizaje comprende tres fases:

- Construcción de significado a partir de lo que el individuo conoce respecto al tema.
- Organización de la información nueva en esquemas, mapas, organizadores gráficos, representaciones simbólicas y otros.
- Archivo o almacenamiento de la información nueva en la memoria de largo plazo.

2. **Conocimiento procedimental,** consistente en interiorizar procesos constituidos por secuencias, etapas y reglas de operación. Su aprendizaje comprende tres fases:

- Construcción del modelo, que consiste en reconocer o establecer el procedimiento implícito de una actividad, es decir, definir en detalle los pasos o etapas que han de seguirse. Entre los métodos aconsejables de construcción se sugieren:

  a) Pensar en voz alta, para inferir el proceso que emplea el individuo.
  b) Reconstruir mentalmente el proceso que se l1eva a cabo y luego escribir sus pasos.
  c) Diseñar un flujograma, después de observar una demostración.
  d) Repetir mentalmente los pasos del proceso y explicarlos verbalmente antes de ejecutarlo.

- Configuración del proceso, que consiste en comprender el procedimiento inicial de la respectiva habilidad con el fin de apropiarse de él. Sólo cuando el estudiante comprenda los conceptos que subyacen al proceso de la habilidad objeto de estudio, estará en condiciones de llevar a cabo la habilidad en forma completa y efectiva. La práctica dirigida debe destinarse a ayudar al estudiante a configurar conceptualmente su proceso o habilidad y a identificar los errores y trampas en que se puede caer con el fin de evitarlos.

- Internalización del proceso, que consiste en aprenderlo, tal como fue configurado, hasta automatizarlo como ocurre al conducir un carro, o autorregularlo como ocurre al jugar ajedrez, donde se pone de presente un control consciente también llamado control experto. Solamente la práctica repetida facilita la internalización del procedimiento de una habilidad.

***Nota**: Otros autores, como Weinstein y Hume (1.998), incluyen una tercera categoría: El Conocimiento condicional, mediante el cual los aprehendientes conocen las ventajas y limitaciones de cada estrategia y distinguen, en qué condiciones es preferible utilizar una estrategia en comparación con otra.*

DIMENSIÓN 3

PENSAMIENTO RELACIONADO CON EL REFINAMIENTO Y PROFUNDIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO

Refinamiento o profundización del conocimiento es el conjunto de habilidades de pensamiento que permiten introducir cambios fundamentales en el conocimiento adquirido y hacen que este no permanezca estático en la memoria de largo plazo.

Pero, desarrollar el conocimiento al nivel de experto no es tarea fácil porque requiere de mucha energía y de mucho esfuerzo que normalmente genera inconformidad, insatisfacción y hasta frustración en los estudiantes.

Clases.

Ayudar a los estudiantes, mediante preguntas, a usar ocho operaciones cognitivas particularmente apropiadas para resignificar y profundizar el conocimiento:

1. **Comparar y contrastar:**
   Identificar y articular semejanzas y diferencias entre varias cosas, ideas y eventos. Ejemplo: comparar los términos descubrimiento e invento

2. **Clasificar**
   Agrupar cosas, ideas o eventos en categorías bien definidas de acuerdo con sus atributos. Ejemplo: clasificar los participantes del curso por atributos como edad, sexo, título, experiencia, escalafón, etc.
3. **Inducir**
   Por medio de análisis y observaciones, inferir conceptos, generalizaciones o principios hasta entonces desconocidos. Ejemplo: ¿A qué conclusión se llega si en casa de un amigo se observan patines, bicicletas, balones, raquetas, uniformes?
4. **Deducir**
   Inferir, del estudio de determinadas teorías y generalizaciones, ciertas consecuencias, condiciones y resultados desconocidos hasta el momento. Ejemplo: El silogismo, las hipótesis, los supuestos
5. **Analizar errores**
   Identificar, articular y enunciar claramente errores de pensamiento cometidos por uno o por los demás. Ejemplos: confundir opinión y hecho, formular conclusiones sesgadas o falacias
6. **Construir soportes para argumentar y sustentar**
   Construir argumentación sólida para sustentar o probar una afirmación de respaldo u oposición. Ejemplo: apelar a historias personales, a la tradición, al estilo retórico, a la razón y a la ciencia
7. **Abstraer**
   Identificar y enunciar ideas generales o principios que subyacen a situaciones o casos particulares, los cuales permiten establecer conexión con otra situación aparentemente distinta. Ejemplos: La metáfora; relacionar el funcionamiento de la célula con el funcionamiento de la escuela
8. **Analizar sus perspectivas y sus puntos de vista**
   Identificar y expresar una posición frente a un asunto y explicitar las razones y valores que la sustentan. Considerar y analizar perspectivas diferentes a la de uno. Ejemplo: su posición frente a otros respecto al aborto, la paz, el desempleo.

DIMENSIÓN 4.

PENSAMIENTO RELACIONADO CON LA APLICACIÓN SIGNIFICATIVA DEL CONOCIMIENTO.

El aprendizaje no termina cuando se adquiere e integra el propio conocimiento ni cuando se refina y profundiza. En efecto, el fin último del aprendizaje es utilizarlo significativamente, es decir, emplearlo para lograr una meta. Para esto, los estudiantes deben disponer de tiempo, recursos, y medios de autocontrol. Claro que cuando los estudiantes emplean en forma significativa el conocimiento, también lo adquieren, integran, refinan y profundizan. Más aún, al aplicar el conocimiento se tienen que tratar y dilucidar muchos aspectos aún oscuros y confusos del contenido.

Clases.

Ayudar a los estudiantes mediante tareas adecuadas o usar cinco habilidades de pensamiento. Siguiendo el modelo anterior, a continuación se presenta un resumen de estos procesos que, cognitivamente hablando, son más complejos que los anteriores.

1. Tomar decisiones:

Consiste en definir el propósito de la decisión que se va a tomar, identificar alternativas de acción, elaborar criterios de selección, evaluar las alternativas a la luz de los criterios y seleccionar la alternativa que mejor se ajuste a esos criterios: Ejemplo: adoptar un libro de texto para la Especialización.

2. Investigar:

Aplicar el conocimiento existente sobre un asunto para generar nueva información, clarificar contradicciones y confusiones; proponer y justificar soluciones respecto a información inexistente, confusa o contradictoria.

Marzano propone tres tipos de investigación:

a. Definicional: ¿Cómo definir las características de un concepto? Ejemplo: Pedagogía para el Desarrollo.
b. Histórica: ¿Por qué y cómo ocurrió un evento pasado? Ejemplo: ¿Cuál es el origen de la autoevaluación?
c. Proyectiva: ¿Qué pasará si un evento ocurre en el futuro? Ejemplo:

Generalizar el aprendizaje autónomo en el sistema educativo.

¿Qué habría pasado si un evento pasado no hubiese ocurrido? Ejemplo: La adopción de la promoción automática.

3. Experimentar:

Explicar, mediante el conocimiento disponible, el fenómeno que se observa, hacer una predicción sobre causas o tratamientos y llevar a cabo un experimento para verificar el grado de acierto de la predicción. Ejemplo: El incremento de la proporción de colegios por debajo del promedio nacional en los exámenes del ICFES.

4. Solucionar problemas:

Proceso encaminado a lograr una meta a pesar de los obstáculos que se interpongan o de las condiciones y limitaciones que se fijen. Un cambio inesperado en el curso de acción de una rutina puede convertirse en un problema cuando uno no tiene solución o carece de una manera para corregir el curso de acción interrumpido. Ejemplo: Escriba en diez líneas un resumen de su lectura de la semana e incluya 5 ideas claves del autor.

6. Inventar:

Proceso destinado a crear algo nuevo para satisfacer una necesidad sentida o una percibida. Ejemplo: Un nuevo método de lectura autorregulada.

DIMENSIÓN 5

PENSAMIENTO RELACIONADO CON HÁBITOS MENTALES PRODUCTIVOS

Conocer el contenido de una asignatura es importante en educación. Sin embargo, el contenido se vuelve obsoleto en poco tiempo, más aún, se olvida cuando no se usa. Por eso, la prioridad debe darse al desarrollo de hábitos mentales productivos como aprender a aprender, que ayudarán a los estudiantes a aprender por sí solos la información que necesitan o desean en un momento dado. Con tal propósito, los hábitos mentales productivos deben hacer parte de la cultura del aula, del puesto de trabajo y de la organización misma.

Clases.
Ayudar a los estudiantes a desarrollar los tres grupos de hábitos que propone Marzano

1. Hábitos mentales de la autorregulación.

Contribuyen a que nuestras acciones sean mas concientes y mejor controladas. Algunos de los más importantes son:

- Ser consciente de lo que se está pensando en un momento dado.
- Ser consciente de la meta que se busca.
- Elaborar conscientemente el plan y el curso de acción para lograr una meta.
- Ser consciente de los recursos necesarios para ejecutar el plan.
- Ser consciente tanto del grado de avance hacia la meta como de los cambios de actitudes y del curso de acción requeridos.
- Evaluar conscientemente la calidad de los resultados obtenidos y las mejoras que deben introducirse en próximos ejercicios.

2. Hábitos de pensamiento crítico

Contribuyen a que nuestras acciones sean más racionales y mejor ajustadas a las circunstancias del medio y de otras personas. Los más importantes son:

- Ser exacto y buscar la exactitud en la información que se recibe o se produce.
- Ser claro y buscar la claridad en la información que se recibe o se produce.
- Ser receptivo a la información que se recibe o maneja y evitar los prejuicios.
- Pensar antes de hablar o actuar. No ser impulsivo.
- Tomar una posición sustentarla y defenderla cuando las circunstancias lo ameriten.
- Ser sensible y valorar los sentimientos y el nivel de conocimiento de los demás. No ser petulante.

3. Hábitos de Pensamiento Creativo.

Ayudan a pensar, hablar y actuar en forma flexible, descomplicada y productiva. Las siguientes son las más importantes y útiles.

- Empeñarse a fondo en realizar una tarea, aún cuando ella sea difícil, las respuestas y soluciones no sean aparentes y den ganas de abandonar.
- Esforzarse hasta el máximo y exigirse hasta el límite de su conocimiento y habilidad.
- Generar y aplicar rigurosamente sus propios criterios y normas de evaluación y acompañamiento.
- Generar nueva disposición para ver cada situación en forma diferente, única y distinta y más allá de la forma convencional o establecida.

LENGUAJE MATEMÁTICO

Como fuentes en lenguaje matemático esta Pimm con su libro Lenguaje matemático en el aula, quien cuestiona bastante la enseñanza de las matemáticas desde la óptica del lenguaje:

Pero ¿que relación hay entre el uso cotidiano y el especializado de las palabras?, ¿el aprendizaje en las matemáticas consiste precisamente en aprender a hablar y a escribir como un matemático? ¿La lengua matemática es un estilo de la lengua? ¿O expresa tipos de significado diferentes de los del uso cotidiano? ¿Qué dificultades lingüísticas y conceptuales supone el aprendizaje de la variante de esta lengua?, para lo cual se cita el siguiente ejemplo:

1. Si se generaliza con números reales se puede ver como una letra algebraica que podemos emplearla en una formula como el Área lleva tantas connotaciones:

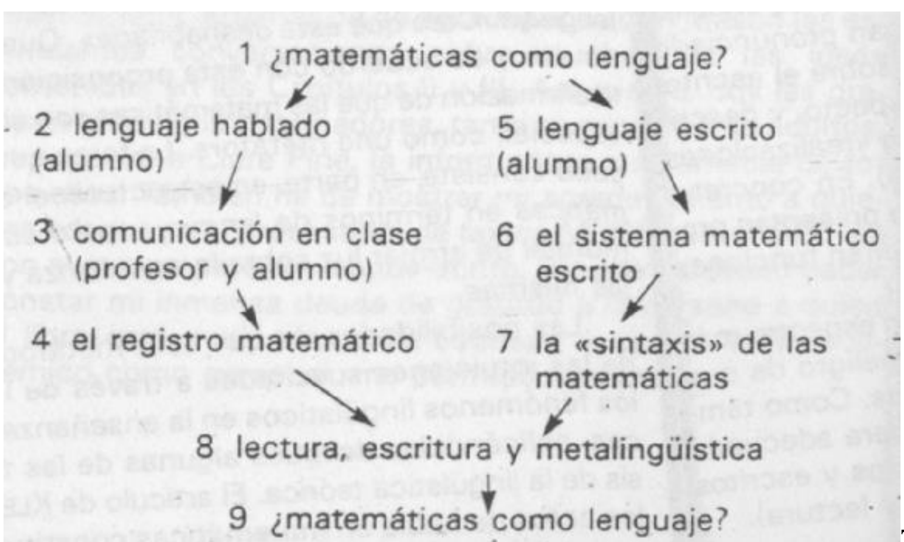
(1) *Letra evaluada.* **A la** letra **se le da un valor numérico en lugar de tratada** como **un valor desconocido. Por ejemplo, al** preguntársele: si *e+f=48,* **¿cuánto es** *e+f+g?,* **el muchacho** responde ***12,* en** lugar **de *8+g.***

(2) *Letra no usada.* Aquí la letra se ignora, o a lo más **es** reconocida (pero **sin dársele un** significado). **Por ejemplo, al solicitarle** súmele ***2* a** *3n,* el muchacho escribe 5 0 5***n*** en **vez de** *3n+.2.*

(3) *Letra como objeto.* La letra es vista como un nombre para **un objeto, o como el** objeto propiamente dicho. **Por ejemplo, ante** expresiones remo *'2n+3n'* se piensa **en '2** *naranjas* **y 3** *naranjas',* **o** simplemente como, '2 enes y 3 enes, lo cual significa 5 enes juntas'. **Si** bien esta manera de operar puede servir para resolver fácilmente algunos ejercicios (por ejemplo **en la** suma **de** términos semejantes), puede ser errónea o carecer de significado **en otros; como cuando se** plantea que **una libra es igual a** cuatro marcas, en **un cierto** instrumento para pesar, y se traduce como l=4m (lo cual no se tiene, en este caso, si l y m son números)

(4) *le*tra como incógnita. Aquí la letra se piensa como un número particular pero desconocido y el muchacho se lanza a operar con la letra vista de esta manera, a pesar de la falta de cerradura del resultado (como ***en*** las respuestas *8+g y 3n+2).*
(5) *Letra como* *numero generalizado* La letra se ve como representante de **valores** o capaz **de tomar varios** valores más que como un valor especifico como en "que puede usted decir de C si C+D= 10 y C es menor que D".
(6) Letra como variable. La letra representa un rango de valores y **el** muchacho **es** capaz **de** describir **el** grado **con el cual los** cambios **en un** conjunto se determinan por los cambios en **Otro (lo cual** significa establecer al **menos una** relación **de segundo orden). Un** ejemplo **es** *'a=b+3',* ***¿qué le pasa a a si b es*** incrementado en *2?',* donde los **muchachos** necesitan encontrar una relación **como *'a* es siempre tres** más **que b, mejor** que 'este ***a*** **es** tres más **que este b**, lo cual no dice nada acerca **de su** relación con los cambios **de *b*[6].**

Por el manejo tan diversificado del símbolo matemático se presenta el siguiente flujograma:



[7]

[6] Transición Aritmetica-Algebraica. Universidad Francisco José de Caldas pag 24
[7] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 20

La matemática proporciona un medio de comunicación poderoso, conciso y carente de ambigüedad. Aunque muchos de quienes consideran que las matemáticas son útiles quizá no expresen la razón en estos términos, creemos que en efecto, las matemáticas pueden utilizarse como un poderoso medio de comunicación que proporciona la principal razón para enseñar matemáticas a todos los niños
Las matemáticas pueden considerarse de manera provechosa como medio y como mensaje mezclándose ambos aspectos de manera inseparable y deliberada. Exceptuando la mención de la carencia de la ambigüedad, esta cita sirve para introducir la comunicación como uno de los problemas esenciales para cualquiera que se interese por la enseñanza de las matemáticas[8]

Piaget separo el aprendizaje por etapas y al parecer algunos se apegan de ello para no enseñar las matemáticas a partir del lenguaje concreto, sino que dicen que por esta razón pueden abordar el lenguaje concreto sin ninguna etapa previa, sin embargo esta no es una razón correcta para generar mayor aprendizaje en el aula.

Los estudiantes estarán en la facultad de solucionar problemas de diversas temáticas al identificar el lenguaje propio de cada problema, al apropiarse del lenguaje durante el transcurso de la unidad didáctica mediante las 5 fases de este y al emplear procesos mentales tales como la identificación, comparación y la diferenciación

En el libro nuevas tecnologías y currículo de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional que trata sobre los lineamientos curriculares dice muy claramente que para que los saberes matemáticos ingresen a la escuela deben sufrir una re-laboración didáctica, que los re-contextualiza, los re-personaliza, los re-temporaliza. Es en esta reelaboración didáctica donde se debe centrar la actividad profesional del maestro de matemáticas, a fin de propiciar para el alumno una verdadera actividad científica. Así pues, el trabajo del maestro es en cierta medida comparable al trabajo de un investigador[9], hacer ver la importancia de crear un ambiente de aprendizaje donde la actitud del alumno no sea pasiva, sino activa al relacionar el

[8] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 22
[9] Nuevas tecnologías y Curriculo de matemáticas pag 23 año de publicación 1999

conocimiento con su realidad, al divertirse aprendiendo y al profesor no dar el material a enseñar tal y como esta en el libro, sino todo lo contrario ha de reelaborarlo de tal forma que no se vea en su enseñanza un paso inmediato al lenguaje matemático sino que sea un progreso en el desarrollo de este.

Debido a que se necesitan estructuras previas para una consistencia del aprendizaje y ya que es necesario tener presente principios tales como el principio de traducción que consiste en la capacidad creativa del docente para ilustrar con ejemplos y experiencias concretas, con actividades lúdicas o actividades prácticas las ideas, teorías o conceptos fundamentales de lo que se quiere explicar, el principio de la especialización que permite seleccionar mejor los contenidos proponiendo formas de enseñanza, el principio del manejo didáctico del error que trata de aprovechar mejor los errores de los estudiantes para reconstruir su proceso de comprensión e identificar en que momento comenzó la confusión[10]

[10] Como identificar formas de enseñanza de Alfonso Tamayo Valencia Ed. Magisterio pag81

RESOLUCION DE PROBLEMAS

Una de las mayores dificultades con que habitualmente se encuentra el profesorado al enseñar la resolución de problemas es que el tiempo que los estudiantes necesitan para la comprensión de los procesos es largo. Autores como Schoenfeld (1985) y Manson (1988) indican que parte de la complejidad de aprender y enseñar la resolución de problemas se deben al que conexión de principiante a re-establecer entre:

-sus recursos matemáticos previos (conocimientos de conceptos, hechos y procedimientos)

-la competencia en el uso de los procesos de investigación matemática.

-La confianza en el dominio de los estados emocionales, psicológicos para sacar ventaja de ellos.

Una alfabetización matemática.

Recientes investigaciones como la de Bright Harvey and wheeler, 1988; indican que la utilización de juegos matemáticos puede ayudar a los estudiantes a adquirir altos niveles de destreza en el desarrollo del pensamiento matemático. Han identificado los niveles comunicativos de algunos juegos realizando un análisis taxonómico de éstos en términos de taxonomía de Bloom.

Para que los saberes matemáticos, el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en las que los conocimientos van a aparecer como la solución óptima y descubrible en los problemas planteados[11]."

Decirle al estudiante que la explicación es incorrecta, aunque la respuesta sea correcta; existen casos donde esto no se cumple (1/2 por ejemplo).

[11] Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas

Después de preguntar al grupo si alguien tiene otro método para resolver este ejercicio y discutir contraejemplos que ilustren que los métodos particulares funcionan para ejemplos particulares y que el mejor método es aquel que funciona para todos los ejemplos. Este desarrollo explícitamente se orienta a que el estudiante identifique el método que funcione en todos los casos (que el maestro ya conoce) o a que espere que el maestro le muestre al grupo como resolver el ejercicio[12]

Pedirle al grupo que verifique la respuesta y que busque otros ejemplos donde se puedan usar este método hasta que aparezcan algunos contraejemplos. La idea aquí es que los estudiantes cuestionen el método, puedan extenderlo, ajustarlo, o rechazarlo. Sucede que en este ejemplo, el método puede ser extendido en base a un conjunto de reglas que explican los límites de su aplicación. En esta dirección, el maestro motiva a los estudiantes a plantear hipótesis, probarlas, ajustarlas, o rechazarlas. Es decir, están inmersos en el proceso de desarrollar o hacer matemáticas.

Estas dos direcciones instruccionales identifican posiciones diferentes en cuanto al aprendizaje de las matemáticas y se relacionaría directamente con la forma de concebir el desarrollo de esta disciplina. Por un lado, la tendencia de conducir al estudiante en una dirección determinada y, por otro, el reconocer que esos **principios** inciertos que muestran los estudiantes pueden guiarlos al descubrimiento de relaciones o desarrollos interesantes[13].

- Desarrollar actitudes **y creencias** útiles sobre **la** resolución **de problemas.** Las actitudes y creencias sobre resolución de problemas pueden ayudar o debilitar el desempeño de los estudiantes. Muchos estudiantes creen que “todos los problemas se resuelven de una sola Forma” o que “ si no se da a respuesta al problema inmediatamente, nunca se va a resolver e1 problema”. Estas creencias pueden transformarse en la clase cuando los estudiantes se

[12] Principios y metodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Grupo editorial iberoamerica. Autor Luis Manuel santos Trigo. Pag. 8
[13] Principios y metodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Grupo editorial iberoamerica. Autor Luis Manuel santos Trigo. Pag. 8

dan cuenta de que "muchos problemas tiene más de una respuesta" o de que "si la primera estrategia no funcionó, hay que intentar otra que pueda ayudar".

- Desarrollar habilidades en los estudiantes para usar conocimientos en contextos específicos. Para tener éxito en la resolución de problemas los estudiantes necesitan conocer cómo usar conocimiento matemático específico, cuándo usar ese conocimiento y aplicar habilidades matemáticas aprendidas en situaciones de resolución de problemas.

- Desarrollar habilidades en los estudiantes para monitorear y evaluar su pensamiento y progreso mientras resuelven problemas. Muchas veces resolvemos un problema sin hacer una evaluación de las decisiones que tomamos para seguir trabajando. Es importante detenerse periódicamente y reflexionar sobre lo que se está tratando de hacer, sobre lo que ha hecho, y sobre lo que aún se necesita hacer.

- Desarrollar habilidades de los estudiantes para resolver problemas en situaciones **de** aprendizaje cooperativo. De un lado estas habilidades están relacionadas con desarrollo de habilidades sociales que están involucradas en el aprendizaje cooperativo y de otro lado relacionadas con diferentes habilidades particulares intelectuales que se necesitan para el éxito de la resol de problemas en grupos, como son: clarificar sus ideas, evaluar las ideas de los otros y comparar alter vas que promuevan el éxito en resolver problemas y se desarrollen mejor en situaciones de cooperación.

- Desarrollar habilidades de os estudiantes para encontrar respuestas correctas a una gran variedad **de problemas.** A veces la práctica de resolver problemas se centra en hallar la respuesta correcta descuidando metas anteriores. También hay que dar la oportunidad los alumnos de que resuelvan diferentes tipos de problemas, como por ejemplo: problemas que requieran diversas

> estrategias, como las mencionadas anteriormente problemas que se resuelvan utilizando diferentes raciones o diferentes pasos, situaciones problema requieren de la recolección de datos de la vida cotidiana en la formulación y comprobación de conjeturas[14].

Dossey (1992) sugiere que estas ideas apuntan a un reconocimiento de que el desarrollar matemáticas debe aceptarse como una actividad no gobernada estrictamente por alguna escuela de pensamiento.

La propuesta curricular del “National Council of Teachers of Mathematlcs1’ incorpora este punto de vista al indicar que el estudio de las matemáticas debe enfocarse al proceso de desarrollar matemáticas

Barbeau (1989) sugiere que la mayoría de la gente percibe a las matemáticas como un conjunto fijo de conocimientos pulidos y acabados. Su objetivo es la manipulación de números y la prueba de deducciones geométricas. Es una disciplina fría y austera que le da poco espacio al juicio y a la creatividad. Este punto de vista es indudablemente una reflexión de las matemáticas que se estudian en la escuela. Un punto de vista opuesto a esa idea concibe a las matemáticas como una disciplina falible, cambiante y similar a otras disciplinas como un producto de la invención humana.
A partir de este momento algunas de las estrategias básicas propuestas por Polya adquirieron gran popularidad en la investigación en Matemática Educativa y en algunos textos de Matemática escolar, lo que creó la imagen de que jugaban un papel fundamental en la clase. A pesar de esto la situación real cambió muy poco y los resultados obtenidos en la investigación no fueron tan espectaculares como se esperaba. Consideradas aisladamente las estrategias de Polya que fueron popularizadas, son realmente fundamentales y funcionan al resolver problemas. Entre ellas podemos. Encontrar las siguientes:

D. Analizar lo que se da y lo que se busca.
E. Dibujar una figura.
F. Separar una condición en partes.

[14] Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas

G. Considerar casos especiales.
H. Pensar en un problema más simple.
I. Considerar el problema resuelto.

Se impone entonces una reflexión sobre el porqué no transforman radicalmente la situación en la escuela, y la popularidad no llega realmente al salón de clases. Retomemos en primer lugar un hecho destacado por A. Schoenfeld al referirse a las estrategias: son claramente reconocibles por aquellas personas que se han apropiado de ellas y pueden percibir cómo las usan; esto explica el entusiasmo de los Matemáticos. No obstante, estas estrategias no son fáciles de enseñar y requieren para ello una preparación especializada en el campo de la Matemática lo que hace que la mayor parte de los maestros (que no poseen la formación de un matemático) no las reconozcan con facilidad lo que es más grave aún, no puedan enseñarlas a sus alumnos. Estos hechos constituyen una de las causas fundamentales para explicar la falta de éxito en la introducción de las estrategias en la escuela.

Otro aspecto a considerar es que las estrategias, en principio, se ofrecen a los maestros como una forma de ayuda a sus alumnos; es decir, no se elabora un procedimiento para que los alumnos elaboren estrategias o se apropien de algunas, sino que se utilizan de manera externa, como algo que existe y que el profesor utiliza en apoyo a su trabajo. Pueden señalarse muchas razones, solo queremos referirnos a una más que desempeña, desde nuestro punto de vista, un papel fundamental y es que por su misma naturaleza las estrategias tienen un carácter heurístico, no algorítmico, no se trata de formar patrones de conducta para utilizar una u otra estrategia a partir de ciertas señales sino de dotar a los alumnos de “herramientas” que pueden utilizar cuando lo entienden necesario, sobre todo cuando no existe un “camino natural” para resolverlo. Sin embargo, en la escuela es más simple y existe una larga tradición en formar procedimientos algorítmicos pero no resulta sencillo formar los recursos de pensamiento necesarios para utilizar la heurística como herramienta[15].

[15] Didáctica y solución de problemas. Dra. Celia Rizo Cabrera y Dr. Luis Campistrous Perez (Copias)

Las tendencias más importantes en la llamada enseñanza **por problemas:** ***Enseñanza problémica*** consiste en problematizar el contenido de enseñanza, de tal forma que la adquisición del conocimiento se convierte en la resolución de un problema en el curso de la cuál se elaboran los conceptos, algoritmos o procedimientos requeridos. Está muy elaborada desde el punto de vista didáctico y tiene un cuerpo categorial muy estructurado. En esta forma de enseñanza poco se deja a la improvisación, a mí se me parece más a la mayéutica socrática que a la heurística de Polya aunque tome la forma de heurística en algunas presentaciones. Se supone la forma en que debe proceder el alumno y es como si el hilo conductor del pensamiento del maestro determinara la actividad del alumno.

En general la referencia básica es el texto de Majmutov "Enseñanza problémica" y en Cuba los representantes principales son la Dra. Marta Martínez Llantada en la teoría general y el Dr. Paúl Torres en lo que a su aplicación en Matemática se refiere. ***La enseñanza por problemas*** que consiste en el planteamiento de problemas complejos en el curso de cuya solución se requieren conceptos y procedimientos matemáticos que deben ser elaborados. Este procedimiento se asemeja a la enseñanza por proyectos y resulta complejo de realizar, en la mayor parte de las veces los problemas se limitan a una función motivacional y a aportar un contexto en el que adquiere sentido los conceptos y procedimientos matemáticos que se pretende estudiar. Esta es una de las vertientes del Problem Solving generado en los EEUU a partir del momento en que se comienzan a considerar los problemas como centro de la enseñanza de la Matemática.

La enseñanza basada en problemas que consiste en el planteo y resolución de problemas en cuya resolución se produce el aprendizaje. En este caso no se trata de problematizar el objeto de enseñanza ni de plantear problemas complejos que requieran de nuevos conocimientos matemáticos, más bien se trata de resolver problemas matemáticos relacionados con el objeto de enseñanza, sin confundirse con él, y que van conformando hitos en el nuevo aprendizaje. Este tipo de enseñanza no está didácticamente estructurado, no se dispone de categorías y formas de acción previstas y queda mucho a la creatividad del docente y a la independencia y capacidad de los alumnos. En este caso es una tarea de la didáctica la conformación de una teoría y procedimientos generales que apoyen la labor del maestro y contribuyan a la generalización de este método en aquellos casos en que es posible utilizarlo. Esta es también una de las líneas que se desarrolla con el Problem solving en los EEUU con el papel central de los problemas en la enseñanza de la Matemática, un ejemplo pudiera ser el tratamiento del problema siguiente: clasificar el triángulo cuyos lados miden 5 cm, 12 cm y 13 cm. La construcción del triángulo mencionado hace surgir la hipótesis de que es rectángulo y para comprobarla se formula y demuestra el recíproco del teorema de Pitágoras.

La enseñanza de la resolución de problemas es otra de las formas que adopta el Problem solving en los EEUU, que debe ser bien diferenciada de las anteriores, y que se ha difundido mucho mediante los textos que enuncian y practican "estrategias" para resolver problemas y después plantean problemas para aplicarlas. Esta nueva forma es otra tarea urgente, independiente de las anteriores y que, en rigor, debe precederlas. Incluso sé han elaborado textos sobre "estrategias" con este enfoque, que a veces resulta bien alejado del espíritu de lo que Polya preconizaba, aunque supuestamente se basan en él. –

Este enfoque es el que se asume, además de los trabajos pioneros de Polya, en los trabajos de Schoenfeld, que lo ha desarrollado mucho. En el caso de Schoenfeld, su aporte más significativo es que a partir de reconocer las ideas de Polya, las desarrolla y considera cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

- Dominio del conocimiento o recursos: Representan -un inventario de lo que un individuo sabe y de las formas que adquiere ese conocimiento. Aquí incluye, entre otras cosas, los conocimientos informales e intuitivos de la discip1ina en *cuestión.* Hechos, definiciones procedimientos rutinarios. y otros recursos útiles *para la solución*

• Los métodos heurísticos: En esta dimensión se ubican las estrategias generales que pueden ser útiles en la resolución de un problema, como, por ejemplo, las aisladas por Polya.
• Las estrategias metacógnitivas o el monitoreo o autoevaluación del proceso utilizado al resolver un problema.
• El sistema de creencias en la cual se ubica la concepción que tenga el individuo acerca de las matemáticas.

Antecedentes de la investigación: Los antecedentes de esta investigación se encuentran en la propia práctica pedagógica de muchos docentes, y en investigaciones realizadas en otros países que aparecen en la literatura y donde aparecen algunos indicios de estrategias (Carpenter et al: Resultados del Tercer NAEP en Matemática Educativa. Mathematics Teachers 76 (9). 1983, Sowder. L. "La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con texto en la enseñanza y valoración de la solución de problemas. National Council of Teachers Mathematics.VoL3. USA. 1984, Bazán Zurita y Chalini Herrera. "Estrategias utilizadas por estudiantes egresados de secundaria en la resolución d problemas matemáticos". Revista especializada en Educación. Vol. 10 Núm. 5. México 1995). Otro antecedente importante en este trabajo de aislar estrategias aparece recogido en el artículo de Larry Sowder denominado La enseñanza y valoración de la solución de problemas matemáticos" que aparece en los resúmenes del Concilio Nacional de la Enseñanza de la Matemática (USA 1989). En este artículo Sowder presenta una lista no extensa, sin embargo representativa de la variedad de caminos que los estudiantes, o eventualmente un simple estudiante, pueden tomar. Este trabajo lo realizó en entrevistas en séptimo y octavo grados (primero y segundo de la secundaria) y se resumen a continuación las estrategias aisladas por él y una breve caracterización de cada una de ellas:

1. Encuentra los números y suma o resta o multiplica o divide. La selección está determinada por lo que se ha hecho más recientemente en la clase o por la operación para la cual el estudiante tiene más competencia al realizarla.
2. Adivina qué operación debe ser utilizada.
3. Mira los números y ellos te dicen qué operación debes usar. Por ejemplo, 78 y 54 probablemente te indiquen suma o producto, pero 78 y 3, luce como una división por el tamaño de los números.
4. Trata con todas las operaciones y selecciona la respuesta más razonable. Esta estrategia es la que se ha ejemplificado antes con la investigación suiza.
5. Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación usar. Por ejemplo "todos juntos" significa adicionar.
6. Decide si la operación debe ser grande o pequeña según los números dados. En este caso, si es grande trabaja o trata con la adición y la

multiplicación y selecciona la respuesta más razonable. Si es pequeña, trata con la sustracción y la división y escoge la respuesta más razonable.
7. Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.

Cuarto a **sexto** *grado de la primaría y secundaria básica*

El trabajo que se realizó en estos grados incluyó en los tests preguntas rutinarias y otras no tan rutinarias que constituyeron verdaderos problemas para los alumnos y enriqueció las estrategias que surgieron.
Las estrategias aisladas hasta ahora se resumen y ejemplifican a continuación. Algunas de ellas han sido aisladas ya antes como se expresó en la parte de los antecedentes.
Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación utilizar. Ya antes hemos explicado que esta estrategia se caracteriza por asociar el significado de las operaciones a determinadas palabras claves que han sido utilizadas muchas veces en el propio proceso docente al trabajar con problemas, como significados por “sinonimia” de las diferentes operaciones de cálculo. Por la frecuencia con que apareció en la investigación, una hipótesis de nuestro trabajo es que esta estrategia sí es enseñada en la escuela.
Por ejemplo, en el cuarto grado (también en otras investigaciones relacionadas con esta se le planteó a los maestros) se propuso la siguiente pregunta:
Juanito recogió 48 canicas entre dos días. A lo que recogió el primer día le agregó 12 canicas. ¿Cuántas canicas recogió el primer día? Una respuesta típica fue la siguiente: 48/ 2 = 24 (responde a la palabra clave entre 2) 24 + 12 = 36 (responde a la palabra clave le agregó) Respuesta: Juanito recogió 36 canicas el primer día. Otra respuesta también típica fue la siguiente: 48 + 12 = 60 (responde a la palabra clave agregó) Respuesta: Juanito recogió 60 canicas el primer día.

Estado actual de la investigación

En Cuba tres profesores están terminando sus estudios de maestría y van a concluirla con una tesis sobre esta misma temática. Uno de ellos está trabajando con niños de segundo y tercer grado de la primaria, otro con alumnos de los tres grados de la secundaria que son muy destacados en matemática y se entrenan para concursos, y el último lo está haciendo con alumnos del último año de preuniversitario y dentro del contenido geométrico. Por otra parte, los autores y sus colaboradores están realizando directamente esta investigación, dentro de sus líneas de investigación en el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de Cuba, con alumnos de cuarto y sexto grado de la primaria. En este trabajo se están, además, aislando algunas creencias que tienen los alumnos y los maestros acerca de la solución de problemas y que resultan muy interesantes, e importantes, por las barreras que pueden representar en el aprendizaje y en la enseñanza de la solución de problemas. Aunque en estos estudios no se incluye el componente de "las creencias" reconocida por Schoenfeld dentro de la conducta ante la solución de problemas, en el proceso de las entrevistas a los alumnos empezaron a surgir un grupo de ellas que por su interés las Concluimos a continuación: 1. No se puede resolver un problema si no se ha visto antes otro parecido.

2. Siempre se busca la manera de dar un resultado (en los tests había situaciones que no eran problemas pues carecían de pregunta, pero de todos modos calculaban y daban una respuesta).

3. Un problema siempre debe conducir a resolver operaciones.

4. Los problemas son siempre lo último que se está dando (en el sexto grado estaban estudiando el tanto por ciento y utilizaron estos procedimientos en situaciones que no tenían en anda que ver con eso)

Otros planteamientos interesantes que se hicieron en las entrevistas es que algunos alumnos confiesan que no pueden explicar lo que hicieron pues no saben lo que hicieron o que lo hicieron sin pensar y otros dicen que ellos siempre tratan de recordar lo que hizo la maestra para tratar de hacerlo igual.

Algunas de estas estrategias son realmente espontáneas pero otras, sin duda, son generadas por la forma de trabajo de la escuela, por ejemplo el uso de palabras claves o de procedimientos rutinarios, y la menos usual es la que corresponde al uso de los significados de las operaciones.

Otra de las dificultades generadas por la escuela se asocia al uso del modelo algebraico ya que el planteo de las ecuaciones se convierte en el estereotipo para resolver "problemas" asociados a la escuela, de forma tal que se utilizan sin discriminar la conveniencia del modelo ni atender a la necesidad real de su utilización. Esto hace que los textos contengan cientos de "problemas algebraicos" que se resuelven de una forma más simple y rápida sin el uso del modelo algebraico. Como consecuencia de esa forma de actuación los alumnos universalizan el planteamiento de ecuaciones, sin

elaborar estrategias que le permitan utilizar esta herramienta fuera del marco escolar, dado por las “tiras de problemas” para utilizar ecuaciones.
Una de las peores consecuencias de este uso tradicional de los problemas es lo que ha sido llamado “tendencia ejecutora”, esto es, la tendencia de los alumnos a iniciar la resolución de un problema sin realizar una lectura detallada y sin analizar qué estrategia de resolución puede utilizar. Esta tendencia se percibe en el hecho de que los alumnos “buscan” en el texto del problema los números para realizar con ellos cualquier operación, es tan notoria esta forma de actuación que, en ocasiones, combinan los números contenidos en el problema de cualquier forma para obtener una solución.

Formas de abordar un problema en forma mayéutica:
¿Qué dice?
Leo: lectura Global
Releo: Lectura analítica
¿Puedo decirlo de otro modo?
Reformulo: lectura analítica y reformulación
¿Como puedo resolverlo?
Busco la vía de solución
Lectura analítica y reformulación
Modelación
Determinación de problemas auxiliares
Tanteo inteligente
Analogía**:** Resuelvo

¿Es correcto lo que hice? ¿Existe otra vía? ¿Para que otra cosa me sirve?
Hago consideraciones (incluye la comprobación, análisis de la solución y del procedimiento)

Técnicas de la comprobación

Este procedimiento está íntimamente relacionado con los tres momentos reconocidos para toda actividad: ***Orientación, Ejecución* y *Control,*** como se ilustra a continuación:

Orientación
¿Qué dice?
Leo: lectura Global
¿Puedo decirlo de otro modo?
Reformulo

Ejecución
¿Como puedo resolverlo?
Busco la vía de solución
Resuelvo

Control
¿Es correcto lo que hice? ¿Existe otra vía? ¿Para que otra cosa me sirve?[16]

¿Qué significa conocer una lengua?

Los hablantes nativos de una lengua pueden hacer muchas cosas que, por ejemplo, les permiten distinguir el lenguaje de entre los ruidos del habla. En un determinado nivel como afirma WHTEHEAD (1969, pág. 308), «la lengua hable da sólo es una serie de chillidos». La capacidad que tienen los humanos para dar sentido a estos ruidos indica, sin embargo, que hay mucho más que eso.

El propósito de esta sección consiste en resumir, sobre la marcha, algunos aspectos de la estructura y función de la lengua. Entre los atributos generales más evidentes que nos permiten utilizar la lengua con fluidez se encuentran la comprensión auditiva y el habla, por una parte, y la lectura y escritura por la otra. Estas capacidades muy generales incluyen, a su vez, entre otras, el conocimiento de la ortografía, pronunciación, sintaxis y la posesión de un vocabulario, además de un conocimiento detallado de su estructura. En un nivel más sutil., parte del conocimiento de la lengua consiste precisamente en la capacidad de dividir una corriente[17]

[16] Didáctica y solución de problemas. Dra. Celia Rizo Cabrera y Dr. Luis Campistrous Perez (Copias)
[17] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 26

No obstante, las capacidades lingüísticas más importa consisten en ser capaz de asignar sentido a lo que se escucha o se lee. Y de transmitir las propias intenciones a través de los canales hablados o escritos Como indica el lingüista JAKCOBSON: «el lenguaje carente de significado es un sinsentido»... Sin embargo, respecto a esto aparecen ciertas dificultades importantes, puestas de manifiesto por la capacidad de los ordenadores de mimetizar la comunicación humana[18]

Por tanto, la fluidez respecto al lenguaje supone la capacidad de manejar los recursos implícitos en él y utilizar estas potencialidades para los fines propios. HALLIDAY (1978), por ejemplo, habla del conocimiento de una lengua en relación con el acceso a tres sistemas interrelacionados y el dominio de los mismos: las *formas,* los *significados* y las *funciones* Esta última categoría incluye el uso del lenguaje para hacer cosas concretas, por ejemplo, las diversas formas de acción «a distancia» sobre el universo. Cuando un bebé desea actuar sobre el mundo para alcanzar sus distintos objetivos, su primer contacto es directo y físico. El desarrollo del lenguaje hablado permite alcanzar algunos fines de forma indirecta. Por ejemplo, preguntando por ellos o pidiéndolos. El posterior control de la lengua escrita amplía el ámbito de posibilidades «al alcance». Hasta cierto punto, nadie deja nunca de aprender un lenguaje, a medida que nuestro sentido del control y dominio de estos sistemas aumenta a la luz de experiencias más amplias y profundas[19].

Significado

Según THOM (1973), un importante matemático contemporáneo, el problema fundamental de la enseñanza de las matemáticas consiste en la construcción del significado más que en la cuestión del rigor. ¿Cómo puede construirse este significado? Podemos plantear una pregunta semejante respecto al aprendizaje de la comunicación y derivación de significados por medio del lenguaje hablado o escrito, incluido el de las palabras componentes y la información codificada desde el punto de vista estructural (por ejemplo, en relación con el orden de las palabras). Los niños, como nosotros mismos, tratan de dar sentido a todo cuanto escuchan o leen. La

[18] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 28
[19] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 30

búsqueda de significado puede Conducirnos a algunas conclusiones poco habituales. Hemos de encontrar las palabras en los diccionarios, que indica que proporcionan una unidad adecuada para la discusión del significado. En clase, es corriente oír al profesor preguntando a los niños si han entendido el significado de una palabra determinada y, quizá, tratar de comprobar es comprensión pidiéndoles una definición formal o una paráfrasis. Es claro que el discurso matemático incluye términos especializados y significados distintos de los habituales en el habla cotidiana[20].

Algunos problemas surgen como consecuencia de la naturaleza abstracta de los «objetos matemáticos» y la confusión entre signos y símbolos del lenguaje matemático, por una parte, y estos mismos objetos, por otra[21]
Símbolos y cosas simbolizadas:
Estos variados usos de las palabras reflejan la diferencia entre la exposición de los atributos del «continente» de la idea y los de la idea misma. Esta forma de hablar de la relación entre los símbolos y sus significados refleja la *metáfora conducto* (REDDY, 1979), que identifica las expresiones lingüísticas como continentes de ideas, y la comunicación como su transmisión.

Así, por ejemplo, los numerales jeroglíficos egipcios reflejan su significado en el sentido de que hay seis símbolos de *diez* en el símbolo que denota sesenta. Esta transparencia en relación con el significado es una buena razón para pensar que los numerales jeroglíficos egipcios constituirían un sistema de numeración intermedio muy útil para que los niños pequeños lo aprendieran antes de llegar a captar a mayor abstracción de nuestro sistema decimal en el que el valor está relacionado con el lugar que ocupan las cifras. Sin embargo, la existencia de estos vínculos entre forma y significado podría indicar también que ésta fuera la relación esperada entre los símbolos matemáticos y sus significados, lo que podría llevar a buscar relaciones icónicas entre el símbolo y el objeto. En una tira de dibujos de los

[20] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 32
[21] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 40

Peanuts de SCHULZ, uno de los personajes, que está en clase, dice: Todo lo que lleva un «3» es fácil porque no tienes más que coger el primer número y contar «3» veces desde él y tienes la respuesta.

A continuación, demuestra esta regla: Tomemos... «9 + 3»... Cojo el nueve y cuento desde él tres veces.., diez, once, doce... a respuesta es «doce»... Ya está! En el uso cotidiano de los números pueden observarse algunas confusiones. Respecto a la edad, con frecuencia los niños no tienen muy claro *qué* se cuenta. Es muy corriente oír decir a un niño o niña que él o ella «es» cinco, de modo que nadie más puede tener cinco años, porque *ellos* lo son. La identificación es completa. Los números de las casas carecen de interpretación en sentido cardinal (contable). Incluso la relación ordinal que aparece en una calle numerada de la forma habitual, con los números *impares* en un lado de la calle y los *pares* en el otro, no resulta evidente de manera inmediata. En tales circunstancias, es de nuevo corriente identificar el número con el objeto numerado. El referente de 15 *es* la misma casa concreta. A un niño de 5 años, a quien entusiasma el rugby, le preguntan si conoce sus números. El interrogador señala un 9 y le pregunta: « ¿cuál es?» (Esperando, quizá, una respuesta como «es un 9»). La contestación no se hizo esperar: «Gareth Edwards». En un corto extracto, titulado: « ¿Qué puedes decirme sobre esto?», SKETT (1985)[22]

Sin embargo, me parece que muchos de los errores que se producen en álgebra ocurren precisamente porque ésta suele enfocarse de forma abstracta y manipulativa de símbolos sin prestar atención a los posibles significados. Gran parte de la fluidez de cómputo a la que llegan los matemáticos se debe a que trabajan solo con símbolos, dejando de lado sus significados. Sin embargo, la técnica en realidad importante consiste en poder reintegrar a *voluntad* sus significados[23]

[22] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 42
[23] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 46

Lenguaje

Como concepto general, el **lenguaje** engloba a distintos medios utilizados para sostener la comunicación.

El lenguaje verbal emplea signos que transmiten significados y que pueden articularse formando estructuras complejas que adquieren nuevas capacidades de significación (morfemas, palabras, oraciones, párrafos, textos). Filósofos como Martin Heidegger consideran que el lenguaje propiamente dicho es sólo privativo del hombre. Es famosa su tesis según la cual el lenguaje es la casa del ser (Haus des Seins) y la morada de la esencia del hombre.

En la matemática los lenguajes artificiales son llamados lenguajes formales (incluyendo lenguajes de programación). El lenguaje puede estudiarse en cuanto a su desarrollo desde dos puntos de vista complementarios: la ontogenia remite al proceso de adquisición del lenguaje por el ser humano y la filogenia

Prelenguaje, lenguaje, lengua, dialecto, habla e idioma

El **prelenguaje** es un sistema de comunicación rudimentario que aparece en los bebés antes del lenguaje y que constituye la base de la adquisición de este. El prelenguaje se da a través y mediante un conjunto de cualidades necesarias para que el bebé pueda adquirir el lenguaje, constituyen capacidades neurofisiológicas y psicológicas entre las que destacan: percepción, motricidad, imitación y memoria.

El **lenguaje** es una capacidad o facultad extremadamente desarrollada en el ser humano; un sistema de comunicación más especializado que los de otras especies animales, a la vez fisiológico y psíquico, que pertenece tanto al dominio individual como al social y que nos capacita para abstraer, conceptualizar y comunicar. Según Ferdinand Saussure, el lenguaje se compone de lengua y habla:

a) **Lengua** (*langue*): llamada también idioma, especialmente para usos extralingüísticos. Es un modelo general y constante para todos los miembros de una colectividad lingüística. Los humanos creamos un número infinito de comunicaciones a partir de un número finito de elementos, por ejemplo a través de esquemas o mapas conceptuales. La representación de dicha capacidad es lo que conocemos como lengua, es decir el código.

b) **Habla** (*parole*): materialización o recreación momentánea de ese modelo en cada miembro de la colectividad lingüística. Es un acto individual y voluntario en el que a través de actos de fonación y escritura, el hablante utiliza la lengua para comunicarse. Son las diversas manifestaciones de habla las que hacen evolucionar a la lengua.

c) El **dialecto** es la variación geográfica de un idioma, (por ejemplo el español hablado en la Republica Dominicana y el español hablado en España). Los idiomas se expresan con rasgos distintivos en cada región o grupo social. Estos rasgos distintivos pueden ser de tipo fónico, morfológico, sintáctico, semántico y pragmático.

¿Qué forma de hablar es aceptable en matemáticas?

Compara dos funciones distintas del lenguaje hablado: habla *orientada hacia el mensaje* y *orientada hacia el oyente,* y afirma que la primera debe enseñarse de manera explícita en las escuelas. En el habla orientada hacia el mensaje, el hablante se dirige a conseguir determinados objetivos y desea expresar un mensaje concreto[24]
Muchas investigaciones sobre el «tiempo que el profesor dedica a hablar» reiteran los resultados de FLANDERS (1970) quien descubrió que, como promedio, durante dos tercios del tiempo de clase alguien hablaba en ella, y dos tercios de ese tiempo, hablaba el profesor. Se aprecia una clara tendencia en los profesores a asumir la responsabilidad y, por. Tanto, el control sobre los intercambios verbal es en clase, con el consiguiente apremio para rellenar los silencios[25].

[24] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 69
[25] Lenguaje Matemático en el Aula Autor: David Pimm Editorial Morata Pag 69

MODELO DE UNIDAD DIDACTICA[26]

3.1 Elegir el eje organizador.

El primer elemento en la planificación de la Unidad Didáctica es la elaboración de ejes organizadores.
Eje organizador: es el núcleo alrededor del cual se articulan los diferentes elementos del currículo: objetivos, contenidos, actividades... a fin de organizarlos coherentemente para el proceso de enseñanza-aprendizaje

3.2 Tipos de ejes o núcleos organizadores (de la secuencia de las Unidades Didácticas):

3.2 Tipos de ejes o núcleos

Temáticos:
El tema es el núcleo estructurante (Ejemplos: Los problemas sociales, La sociedad y sus componentes.)
Procedimentales:
La adquisición de hábitos, habilidades es lo central. (Ejemplo: Habilidades para el manejo de la información, comunicación oral)
Transversales:
Amplitud mayor que abarca diferentes períodos (ej. semestres) (Ejemplo: Educación ambiental, educación para la paz, educación para la salud)

[26] http://www.educared.net/primerasnoticias/uni/psico/udps.htm

3.3 Criterios a tomar en cuenta para la selección de ejes

Propósitos de aprendizaje
Intereses y motivaciones de los alumnos.
Situaciones y circunstancias en las cuales el alumno y la alumna ponga en práctica los aprendizajes que vaya construyendo
Los conocimientos previos y el grado de capacidad de los estudiantes.
La estructura lógica de la disciplina
Actividad intensa del alumno para que genere relaciones entre conocimientos previos y nuevos
Promover aprendizajes sociales: diálogo, colaboración etc.
Recursos humanos y materiales con que se cuenta
Características del propio grupo
Reflexión sobre el contexto sociocultural

3.4 Tipos de ejes temáticos

Los ejes temáticos pueden responder a criterios globalizadores o disciplinares. En el primer caso se trata de articular contenidos de los diferentes campos en torno a un eje temático elegido. Es la presentación de contenidos generales que permiten una integración global y unitaria de la realidad. En el segundo, los contenidos se organizan de acuerdo a un tema eje

3.5 Elegir el tema de la Unidad

Una vez elegido el eje organizador de la secuencia de las Unidades Didácticas, se insertan en él los distintos temas de las Unidades en torno a las cuales se estructurarán los procesos de enseñanza-aprendizaje. Es necesario que estos temas sean estimulantes y significativos para los alumnos
La consideración de los siguientes elementos pueden orientar la elección:
Relación con los contenidos del Proyecto del Área
Aprendizajes que promueve
Relación entre los diferentes temas del programa
Intereses de los alumnos
Capacidades de los alumnos

.6 Elaborar el guión temático de la Unidad

El guion temático es la explicitación ordenada de los contenidos que se pretenden trabajar en la Unidad Didáctica. Es el índice o hilo conductor de ésta

Recapitulando; los pasos que hay que llevar a cabo para elegir la temática de la Unidad Didáctica son:

1. Tomar en cuenta o definir los ejes organizadores del conjunto de las Unidades Didácticas
2. Elegir el tema de la(s) Unidad(es)
3. Elaborar el guión temático de la(s) Unidad(es)

A continuación se plantean varios ejemplos que pretenden ilustrar esta fase del diseño de las Unidades Didácticas

Ejemplo

Eje temático globalizador: La necesidades básicas de los alumnos y alumnas

Tema de la Unidad: ¿Qué comemos?

Guión temático:

¿Qué comemos?

¿Por qué y para qué comemos?

¿Todos los alimentos son iguales?

¿Cómo los podemos clasificar?

¿A qué hora comemos?

¿Dónde comemos?

Ejemplo 2.

Eje temático disciplinar: Necesidades biológicas del Hombre

Tema de la Unidad: La alimentación

Guión temático

Los alimentos

Función de la alimentación

Tipos de alimentos

Usos y costumbres

Proceso digestivo

3.7 Modelos metodológicos para la Unidad Didáctica

La disposición de los contenidos puede responder a diversas orientaciones o modelos metodológicos. Prácticamente hay 3 enfoques organizativos

Organización disciplinar	Los contenidos de ciencias próximas se agrupan para estudiar la realidad desde la óptica de la ciencia integrada
Organización interdisciplinar	Se integran varias disciplinas alrededor de un tema que aglutina Ejemplo: La desnutrición en los indígenas; problema cuya comprensión y solución requiere la intervención de ciencias como la medicina, antropología, economía, psicología etc.
Organización globalizadora	Los contenidos se tratan de forma general favoreciendo la integración global y unitaria de la realidad Se conecta lo que ya sabía el alumno con lo nuevo Los contenidos que se incluyen son los que responden a las preguntas, intereses y problemas de los alumnos Puede darse este enfoque a través de: temas, proyectos de trabajo, planes de investigación

MARCO LEGAL

ESTANDARES CURRICULARES PARA MATEMÁTICAS

Al terminar el sexto grado, el programa de matemáticas que los estudiantes hayan completado de acuerdo con el currículo implementado en cada institución, deberá garantizar, como mínimo, los siguientes estándares para cada componente.

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos

  Realiza operaciones aritméticas de manera precisa y eficiente con números enteros, fraccionarios y decimales; utiliza la calculadora sólo para los casos más complejos. Comprende el sistema de numeración en base 2, sus aplicaciones en la informática y puede convertir un número en base 2 a uno en base 10 y viceversa. Distingue entre números racionales e irracionales y da ejemplos de ambos. Comprende el concepto de radicación y su relación con la potenciación. Entiende el concepto de proporción, conoce sus partes y propiedades, y las aplica para resolver problemas prácticos de proporcionalidad. Comprende los conceptos de interés simple y compuesto y puede calculados.

- Pensamiento espacial y sistemas geométricos

  Identifica los poliedros, sus componentes y sus características. Reconoce un cilindro y sus partes. Construye una recta paralela y una perpendicular a una recta dada con la utilización de varias herramientas (escuadra, regla y compás). Construye la bisectriz de una recta y un ángulo dados. Distingue entre polígonos cóncavos y convexos.

- Pensamiento métrico y sistemas de medidas

  Comprende el concepto de capacidad y maneja las unidades métricas correspondientes (litro, mililitro, etc.).

- Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

  Construye diagramas de barras, diagramas circulares y pictogramas a partir de una colección de datos. interpreta diagramas de barras, diagramas circulares y pictogramas y calcula frecuencias, medianas, modas y medias a partir de ellas.

- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

  Comprende los conceptos de, subconjunto, elemento de un conjunto vació-universo da ejemplo de cada uno. Dados dos conjuntos Ay B, halla su intersección y su unión. Representa conjuntos y sus intersecciones y uniones mediante diagramas de Venn. Comprende el concepto de pareja ordenada. Dados dos conjuntos, *A* y *8,* encuentra el producto cartesiano *A x 8* y lo representa en el plano cartesiano.

- Procesos matemáticos

  A. Planteamiento y resolución, de problemas
  Resuelve problemas no rutinarios, mediante la selección de conceptos y técnicas matemáticas apropiadas.
  b. Razonamiento matemático Comprende los conceptos de "proposición" y "valor de verdad".
  Analiza correctamente el uso de los conectivos lógicos "y" y "o" los utiliza para construir conjunciones y disyunciones.
  c. Comunicación matemática:
  Utiliza el lenguaje de las matemáticas para comprender y explicar situaciones complejas

LEY GENERAL DE EDUCACIÓN:

Artículo 30: Objetivos específicos de la educación media académica:
a) La profundización en un campo de conocimiento o en una actividad específica de acuerdo con los intereses y capacidades del educando
c) La incorporación de la investigación al proceso cognoscitivo, tanto de laboratorio como de la realidad nacional, en sus aspectos natural, económico, político y social

Artículo 73. Proyecto educativo institucional
Parágrafo. El Proyecto Educativo Institucional debe responder a situaciones y necesidades de los educandos de la comunidad local, de la región y del país, ser concreto, factible y evaluable.

Artículo 109. Finalidades de la formación de educadores
Formar un educador de la más alta calidad científica y ética

Artículo 20. Objetivos generales de la educación básica
Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana
Fomentar el interés y el desarrollo de actividades hacia la práctica investigativa

Artículo 21. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria
El fomento del deseo de saber, de la iniciativa personal frente al conocimiento y frente a la realidad social, así como del espíritu crítico
El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos

El conocimiento y ejercitación del propio cuerpo, mediante la práctica de la educación física, la recreación y los deportes adecuados a su edad y conducentes a un desarrollo físico y armónico;
La formación para la participación y organización infantil y la utilización adecuada del tiempo libre

Artículo 22. Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria
El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana
d) El avance en el conocimiento científico de los fenómenos físicos, químicos y biológicos, mediante la comprensión de las leyes, el planteamiento de problemas y la observación experimental
f) La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctica y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas; La iniciación en los campos más avanzados de la tecnología moderna y el tratamiento en disciplinas, procesos y técnicas

TIPO DE INVESTIGACIÓN

Es Cuasi-experimental:

- Selección o elaboración de los instrumentos para realizar el experimento, maneja resultados.

- Elaboración de procedimientos para la recolección de datos.

- Enunciar la hipótesis.

- Realización del experimento.

- Organización estadística de los datos para apreciar los efectos.

- Aplicación de la prueba, significación estadística adecuada.

- Informe de los resultados por escrito.

CONTEXTO INSTITUCIONAL

ASPECTO ORAGANIZACIONAL:

ORGANIZACIÓN Y FUNCIONAMIENTO DEL GOBIERNO ESCOLAR

La institución cuenta con un gobierno escolar constituido por un Consejo Directivo, un Consejo Académico y el Rector, dicho gobierno, esta orientado por los principios, valores y objetivos del PEI, y de acuerdo a las normas legales.

El gobierno escolar mantiene comunicación permanente con sus representados, para conocer sus inquietudes y trasmitir decisiones.

Las estrategias que emplea para dar a conocer las decisiones y a la vez recoger la opinión de la comunidad educativa son las encuestas, las circulares, cartas y reuniones y el boletín de sugerencias que diligencian los padres el día de la entrega de valoraciones académicas.

CONFORMACION DEL GOBIERNO ESCOLAR

Está conformado por el Consejo directivo, el Consejo Académico y el Rector

El consejo directivo esta conformado por:
Rector
Dos profesores
Un representante del consejo de Padres de Familia

Un representante elegido por la Asociación de Padres
Un Representa el sector productivo
Un representante del ente auspiciador
Un estudiante del último grado

ASPECTO SOCIOECONOMICO

Gracias a Dios el colegio se ha mantenido financieramente debido a sus ingresos y entre ellos a donaciones que la IGLESIA CRISTIANA GRACIA Y AMOR ha conseguido con varios de sus miembros y por gestiones que ellos realizan con otras iglesias.

Durante los trece años de existencia del colegio hemos aprovisionado y cumplido con todas las obligaciones económicas relacionadas con pagos de nóminas en forma cumplida, pago de todos los parafiscales, Impuestos, servicios, sostenimiento, mantenimiento de la planta física, adecuaciones e implementación de los diferentes elementos técnico – pedagógicos y didácticos que el colegio va necesitando de acuerdo a su plan de mejoramiento de calidad y de ampliación.

ASPECTO PEDAGOGICO:

Conforme al sistema administrativo de la “Planeación Estratégica” la evaluación de la gestión será en forma permanente, mediante varios mecanismos de control como por ejemplo los formatos estadísticos de admisión, el control de asistencia y permisos de los empleados, los Year plan (Plan de estudios general del año por área y asignatura) el unitplan (plan de estudios semanal) control de tareas por grado, control asistencia a audiovisuales, formatos de sugerencias que llenarán los padres en cada reunión de entrega de valoraciones académicas, atención a quejas en forma personal de cada uno de los componentes de la comunidad educativa, evaluaciones escritas de servicios de acuerdo a niveles de queja, reuniones de Profesores, de consejo Académico, Consejo Directivo, Comité de convivencia, comité de Seguridad, Consejo de Padres, Junta Directiva de Asociación de padres los cuales en sus reuniones respectivas estarán evaluando y dando sugerencias y soluciones para el mejoramiento del PEI. Además se aplicará una evaluación institucional interna y otra externa la cual se hará con los formularios especializados que expide la Secretaria De Educación del Distrito

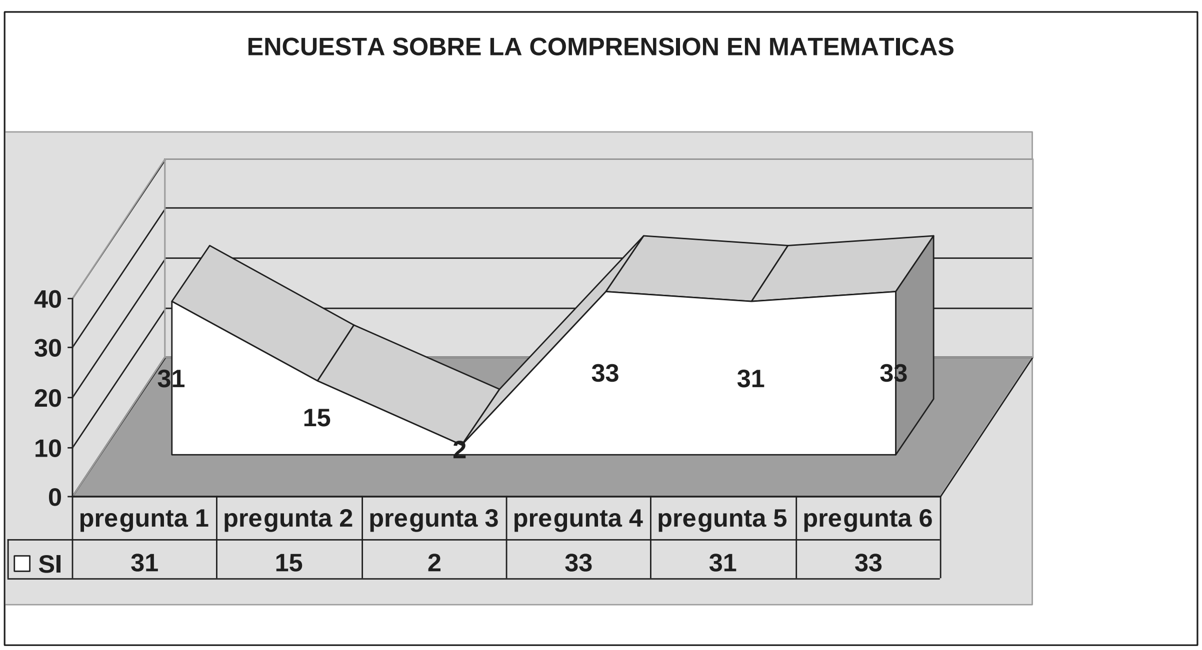
POBLACION Y MUESTRA

El total del Colegio lo conforman 190 alumnos
La totalidad del grado 6 son 16 alumnos de los cuales hombres son 10 y 6 mujeres

METODOLOGIA

Para lograr los objetivos propuestos se plantea una unidad didáctica donde se quiere recrear la clase mediante los 5 tipos de lenguaje tales como la concreción, semicroncresión, oralidad, redacción y matematización para lograr relacionar el pensamiento con la integración, la profundización y con un cambio de actitud en los estudiantes hacia las matemáticas

Por ello se quiso realizar una encuesta sobre la importancia de entender las matemáticas de donde el profesor deduce que no hay comprensibilidad a causa del lenguaje, como se puede notar en el gráfico que describe las respuestas a las preguntas que se encuentran en el anexo (2)



ENUCIADOS DE HIPOTESIS

Partiendo de lo presentado por la anterior gráfica se plantean las siguientes hipótesis:

1. Si se emplean otros lenguajes a parte del escrito y el simbólico se lograra cambiar la actitud de los estudiantes frente a la clase, al motivar entre ellos la participación

2. Si se emplea un lenguaje escrito y oral apropiado para el proceso del aprendizaje podrán decodificar mejor situaciones o ejercicios que se les planteen

3. Si se les enseña a decodificar un problema subrayando palabras y teniendo presente ideas matemáticas se obtendrá una clara interpretación del problema

4. Si se planifica una unidad didáctica donde se tenga el cuidado necesario con el lenguaje y donde se centre la clase no en la enseñabílidad, sino en la aprensíbilidad se lograran mejores resultados que los obtenidos mediante el tradicionalismo

Teniendo presente las hipótesis las variables a definir serian las siguientes:

1. Motivación

2. Desempeño: apropiación del lenguaje matemático

3. Valoración de conceptos básicos en las fracciones

DEFINICION CONCEPTUAL DE VARIABLES

MOTIVACION

Señala Stoner que los gerentes e investigadores de la administración se enfrentaron al concepto de la motivación.

Ahora bien, uno tiene asimilada una idea general de lo que éste concepto abarca, pero es bueno hacer hincapié en lo que piensan diversos autores con respecto a él.

"La motivación es, en síntesis, lo que hace que un individuo actúe y se comporte de una determinada manera. Es una combinación de procesos intelectuales, fisiológicos y psicológicos que decide, en una situación dada, con qué vigor se actúa y en qué dirección se encauza la energía." (1)

"Los factores que ocasionan, canalizan y sustentan la conducta humana en un sentido particular y comprometido."(2)

"La motivación es un termino genérico que se aplica a un amplia serie de impulsos, deseos, necesidades, anhelos, y fuerzas similares.

Decir que los administradores motivan a sus subordinados, es decir, que realizan cosas con las que esperan satisfacer esos impulsos y deseos e inducir a los subordinados a actuar de determinada manera."(3)

(1) Solana, Ricardo F...Administración de Organizaciones. Ediciones Interoceánicas S.A. Buenos Aires, 1993. Pág. 208

(2) Stoner, James; Freeman, R. Edward y Gilbert Jr, Daniel R.. Administración 6a. Edición. Editorial Pearson. México, 1996. Pág. 484

(3) Koontz, Harold; Weihrich, Heinz. Administración, una perspectiva global 11ª. Edición. Editorial Mc Graw Hill. México, 1999. Pág. 501

Al parecer coinciden en que la motivación es un proceso o una combinación de procesos como dice Solanas, que consiste en influir de alguna manera en la conducta de las personas.

Sobre la base de ciertos datos, que en el final de la monografía se hará referencia a la fuente de los mismos, puede decirse que la motivación es la causa del comportamiento de un organismo, o razón por la que un organismo lleva a cabo una actividad determinada.

En los seres humanos, la motivación engloba tanto los impulsos conscientes como los inconscientes. Las teorías de la motivación, en psicología, establecen un nivel de motivación primario, que se refiere a la satisfacción de las necesidades elementales, como respirar, comer o beber, y un nivel secundario referido a las necesidades sociales, como el logro o el afecto. Se supone que el primer nivel debe estar satisfecho antes de plantearse los secundarios.

El psicólogo estadounidense Abraham Maslow diseñó una jerarquía motivacional en seis niveles que, según él explicaban la determinación del comportamiento humano; pero más adelante nos referiremos a éste.

En cuanto a las primeras ideas de motivación que fueron aparecieron en distintos contextos históricos valen destacar las siguientes:

En el modelo tradicional, que se encuentra ligado a la escuela de la Administración Científica se decía que la forma de motivar a los trabajadores era mediante un sistema de incentivos salariales; o sea que cuanto más producían los trabajadores, más ganaban.

Para esta escuela la motivación se basaba únicamente en el interés económico (homo economicus; entendiéndose por este concepto al hombre racional motivado únicamente por la obtención de mayores beneficios).

A nuestro parecer la motivación humana es mucho más compleja puesto que abarca tanto la parte económica como la intelectual, espiritual, etc.

En el modelo expuesto por la escuela de Las Relaciones Humanas se rechaza la existencia del hombre económico, para ellos la clave determinante de la productividad es "la situación social"; la cual abarcaría el grado de satisfacción en las relaciones internas del grupo el grado de satisfacción en las relaciones con el supervisor el grado de participación en las decisiones y el grado de información sobre el trabajo y sus fines.

Estamos de acuerdo con lo que cita el texto del Dr. Rumbo a cerca de que Mayo nunca analizó el papel jugado por los sindicatos. Además pensamos que tanto las escuelas clásicas como la escuela de la Relaciones Humanas simplifican a la motivación en un solo factor, ya sea por el dinero o las relaciones humanas.

Mc Gregor está ligado al modelo de los recursos humanos en el cual identificó dos series de supuestos sobre los empleados. Por un lado tenemos a la denominada Teoría X, la cual sostiene que las persona prefieren evitar el trabajo, en lo que sea posible, prefiriendo ser dirigidas y no tener responsabilidades, dando una importancia secundaria al trabajo; y por el otro a una segunda serie denominada Teoría Y, siendo ésta más optimista, ya que considera que las personas quieren trabajar por sí mismas y pueden derivar satisfacción de su trabajo; teniendo capacidad para aceptar responsabilidades y aplicar su imaginación, ingenio y creatividad a los problemas de la organización[27].

DESEMPEÑO

Una vez definidos los elementos de competencia, estos deben precisarse en términos de: la calidad con que deben lograrse; las evidencias de que fueron obtenidos; el campo de aplicación; y los conocimientos requeridos. Estos son los componentes de la norma de competencia.

[27] www.monografias.com/trabajos5/moti/moti.shtml - 55k

Al definir los criterios de desempeño, se alude al resultado esperado con el elemento de competencia y a un enunciado evaluativo de la calidad que ese resultado debe presentar. Se puede afirmar que los criterios de desempeño son una descripción de los requisitos de calidad para el resultado obtenido en el desempeño laboral; permiten establecer si el trabajador alcanza o no el resultado descrito en el elemento de competencia.

Los criterios de desempeño deben referirse, en lo posible, a los aspectos esenciales de la competencia. Deben, por tanto, expresar las características de los resultados, significativamente relacionados con el logro descrito en el elemento de competencia. Son la base para que un evaluador juzgue si un trabajador es, o aún no, competente; de este modo sustentan la elaboración del material de evaluación. Permiten precisar acerca de lo que se hizo y la calidad con que fue realizado. Se redactan refiriéndose a un resultado e incluyendo un enunciado evaluativo sobre ese resultado[28]

CALIFICACION (NOTA):

La Calificación es un sistema **complementario de las exigencias oficiales**, para contribuir a la mejora de la calidad y eficacia de las instalaciones de seguridad contra incendio.

Supone que la empresa instaladora, que **voluntariamente** decida incorporarse a la Calificación, respeta las **Reglas del Comité Europeo de Seguros (CEA)** para Evaluación y Calificación de Empresas Instaladoras de Sistemas de Seguridad contra Incendio y/o Robo y el Procedimiento español complementario.

Un **Comité de Calificación** integrado por representantes del sector asegurador, instaladores, usuarios y organismos competentes, gestiona el

[28] www.monografias.com/trabajos15/indicad-evaluacion/indicad-evaluacion.shtml

procedimiento. La secretaría del Comité de Calificación está a cargo de la Asociación de Investigación para la Seguridad de Vidas y Bienes - **CEPREVEN**, quien tramita los expedientes, asume la gestión técnica y realiza el seguimiento de las decisiones adoptadas.

Los controles "in situ" se llevan a cabo periódicamente por Verificadores autorizados, cuyos informes son puestos en conocimiento del Comité de Calificación, como apoyo técnico de la propuesta de decisiones a formular por el mismo, por lo que la presente relación es una referencia esencial para proyectistas, usuarios y entidades aseguradoras.

El Procedimiento trata de contribuir a que se respeten las adecuadas condiciones de proyecto y diseño, montaje, recepción y mantenimiento de las instalaciones.

Mediante un **sistema de verificaciones y controles** se pretenden evaluar de forma continuada los siguientes factores relacionados con las empresas peticionarias: Estabilidad, competencia técnica de su personal, fiabilidad de sus procedimientos y calidad de sus servicios de mantenimiento y post-venta[29]

[29] http://www.cepreven.com/que_es.htm

CRITERIOS DE EVALUACION

NOTA			
Insuficiente: 4-5	Aceptable: 6-7	Sobresaliente 8-9	Excelente 10
PROBLEMAS			
MOTIVACION			
Si presenta tención dispersa a pesar de que la clase sea interesante	Aprende a desarrollar la intuición a través de la diversión en clase	Es comunicativo e impregna de animo a los demás	A pesar de las dificultades personales y de la clase se muestra interesado en aprender
DESEMPEÑO			
Si no entiende el enunciado ni procede en la forma correcta	Identifica y diferencia el problema de otros, pero no aplica todos los pasos del proceso	Si plantea correctamente el enunciado, es decir si interpreta las ideas matemáticas de este	Si opera todo lo indicado en el proceso (identificación, diferenciación y planteamiento)
ALGORITMOS			
MOTIVACION			
Si presente atención dispersa a pesar de que la clase sea interesante	Aprende a desarrollar la intuición a través de la diversión en clase	Es comunicativo e impregna de animo a los demás	A pesar de las dificultades personales y de la clase se muestra interesado en aprender
DESEMPEÑO			
Si no procede en forma correcta, ni sabe las tablas	Si realizo parte del ejercicio	Si el procedimiento esta bien, pero en la respuesta fallo algo	Si opera todo lo indicado en el proceso

UNIDAD DIDACTICA

Teniendo presente la TAXONOMIA DE HUME que se centra en el aprendizaje del alumno, se plantea en la siguiente Unidad Didáctica una participación centrada en el estudiante, una integración del conocimiento con sociales, biología, una profundización del conocimiento al crear en él un ambiente que motive operaciones cognitivas. Como se vera hay una aplicación continua del conocimiento al aprender en contexto

Tipos de ejes o núcleos organizadores

Temáticos:	Procedimentales:	Integración
CLASES DE FRACCIONES	Desarrolla comunicación, muestra interés, logra una mayor comprensión	Biología y sociales
LA RECTA Y LAS FRACCIONES	Desarrolla comunicación, muestra interés, logra una mayor comprensión	Relaciono con expresiones de la cotidianidad con botellas y jeringas
LA OPERABILIDAD EN LAS FRACCIONES	Desarrolla comunicación, muestra interés, logra una mayor comprensión	Relaciono con areas
LOS PROBLEMAS EN LAS FRACCIONES	Desarrolla comunicación, muestra interés, logra una mayor comprensión	Problemas de la cotidianidad

Criterios a tomar en cuenta para la selección de ejes
Intereses y motivaciones de los alumnos
Situaciones y circunstancias en las cuales el alumno y la alumna pongan en práctica los aprendizajes que vaya construyendo
Actividad intensa del alumno para que genere relaciones entre conocimientos previos y nuevos
Promover aprendizajes sociales: diálogo, colaboración etc.

Modelos metodológicos para la Unidad Didáctica
Responde a diversas orientaciones o modelos metodológicos:
Organización globalizadora:
Los contenidos se tratan de forma general favoreciendo la integración global y unitaria de la realidad
Se conecta lo que ya sabía el alumno con lo nuevo
Los contenidos que se incluyen son los que responden a las preguntas, intereses y problemas de los alumnos
Puede darse este enfoque a través de: temas, proyectos de trabajo, planes de investigación

A causa que se hace una evaluación continuada del proyecto hay un breve informe estadístico al finalizar cada bloque temático

GUION TEMATICO DE LA UNIDAD

A continuación se presenta lo que hace parte de la guía del profesor el cronograma y su guía de recursos para desarrollar la clase:

CRONOGRAMA PARA LAS FRACCIONES EN GRADO 6

➢ TEMAS	➢ Horas y minutos
➢ Relación parte todo	30 minutos
➢ Fracción homogénea y heterogénea propia	20 minutos
➢ Inverso multiplicativo	10 minutos
➢ Fracción homogénea y heterogénea impropia	10 minutos
➢ La recta numérica	30 minutos
➢ El número mixto	20 minutos
➢ Fracción de un número	1 hora
➢ Equivalencias	30 minutos
➢ Orden de fracciones	30 minutos
➢ Suma homogénea y heterogénea (algoritmo y problemas)	1 hora y 30 minutos
➢ Resta homogénea y heterogénea (algoritmo y problemas)	1 hora y 30 minutos
➢ Multiplicación de fracciones propias, impropias y mixto (algoritmo y problemas)	30 minutos
➢ División de fracciones propias, impropias y mixto (algoritmo y problemas)	30 minutos

GUIA DE RECURSOS

Patio III
Lápices, borrador cuadernos, libros, hojas Botellas, tiza,

Salón
Pupitres Jeringas, sustancia de cocina, Domino, Tablero, Talleres de libro Santillana 6

Laboratorio de Biología
Balanzas, baterías, Meller, Jeringas, globo terráqueo, cinta de enmascarar, Microscopio, esqueleto, Busto del sistema digestivo

Sala de sistemas
Tablero, computadores, Paginas Web

¿COMO APROPIARSE DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN LAS FRACCIONES?

CLASES DE FRACCIONES

RELACION PARTE-TODO

A partir de problemas se empieza la introducción al tema:

Se tiene 7 balones de los cuales tiene 4 dañados

En la última pesca que se realizo que 12 de los Salmones, 8 resultaron ser hembras

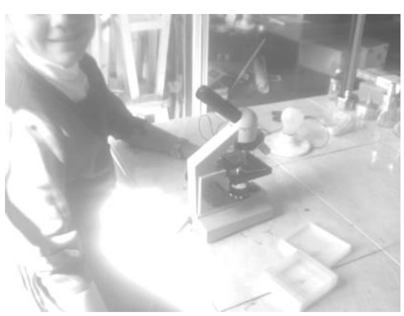
Compro 7 pasteles en un supermercado de tal alimento se comió 9 ¿Es posible representar esta situación? ¿Se puede dar en la realidad? ¿Cómo se representaría matemáticamente?

Se hace un registro de L. escrito y L. semiconcreto al dibujar las situaciones arriba expuestas, de donde se les *induce* a pasar del lenguaje cotidiano a expresar de forma matemática tal realidad

En medio de la lluvia de ideas en la creación de situaciones ellos participan *comunicando sus ideas* a través del L. oral y aprenden a *analizar sus errores* y mis errores en la proposición de algunos problemas

Después de tal actividad se planteo la forma como se representaría la relación entre el total de cada situación y las partes, de allí se *dedujo* la fracción propia y se creo la necesidad de saber como representar en forma semiconcreta la impropia

Se fue a Laboratorio y se hizo una relación entre el total de células que puede contar y 8 supuestas células que se encuentran muertas en tal muestra de cebolla



Y para saber como se lee tal fracción (Lenguaje escrito-oral) se plantea una carrera para leer el numerador en forma normal y el denominador en forma ordinal, llevándoles a *deducir* la escritura y la lectura

Se llevo a cabo paralelamente el taller (1 del Anexo 4), de donde hay que *clasificar* ejercicios según el nivel de complejidad.

FRACCIÓN PROPIA

Lenguaje Concreto:
Se efectuó una actividad con varios rompecabezas, en la cual tenían que describir mediante una fracción la cantidad de fichas que armaron y la cantidad de fichas que realmente debería tener y se *les indujo* a pensar si tal situación podría ser representada mediante una facción propia o impropia

Lenguaje Escrito-Lenguaje Simbólico:
Escrita la fracción que representa la cantidad de fichas

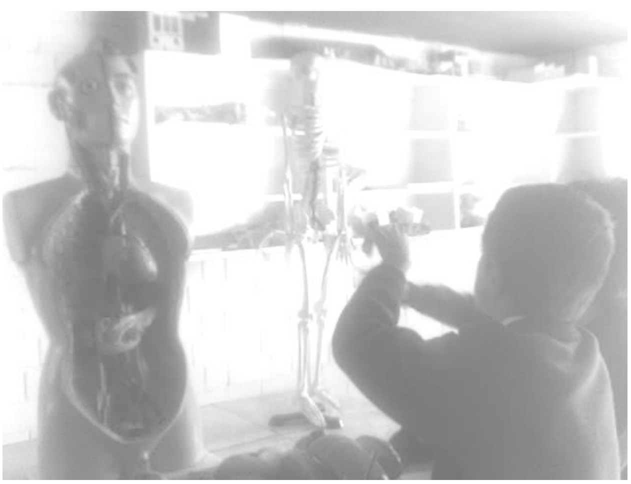
Lenguaje Oral

El profesor les pregunta a los grupos si la cantidad de fichas se puede expresar como una fracción y les hace pensar que sería una impropia si tuvieran que formar dos rompecabezas con las fichas que pertenecen solo a uno

Se realizan las siguientes actividades (tiene como objetivo desarrollar *la inducción y la deducción*) con las fracciones propias:

Como hasta el momento solo saben en forma intuitiva que una F. impropia es la inversa de la Propia, es decir que el número mayor se encuentra arriba, hago que salgan al patio y se paren solo sobre las fracciones propias, el que no lo haga pierde (se explora el operación cognitiva de *comparación*):

Estuvimos en laboratorio y tenían que indicar los órganos vitales en relación con el total de órganos movibles en el busto mediante una propia:



Tenían que ilustrar en el globo terráqueo la situación en la que un avión al recorre los 3/7 de su destino ¿llega al tal o no?:

En la sala de sistemas estuvimos hallando la relación en páginas Web del total de muertos en Alemania, con el total de muertos en todo el mundo durante la primera guerra mundial y en un mapa hallamos la relación del Bloque de los Aliados durante la primera guerra mundial y el total de países de Europa:

Con anterioridad solo se había llegado a ilustrar las propias mediante el multifracciones.

Se llevo a cabo paralelamente el taller 1 del Anexo 4.

INVERSO MULTIPLICATIVO

Lenguaje escrito-simbólico:
Se entrego un papel (en el cual había fracciones) a cada uno donde un grupo formaría el conjunto de las fracciones propias y el inverso de estas formaría el grupo de las fracciones impropias (*operación comparación y clasificación*).
Cada persona tenía que buscar su inverso y al recordar que la impropia eran los números que presentaban una mayor cantidad en el numerador.
Se trabajaron ejercicios en el cuaderno donde tenían que ilustrar la Fracción propia y su inverso correspondiente.

Nota:
Con esta sola actividad no logran diferenciar la Propia de la impropia hay que estar repasando esta diferencia
Hubo un poco de desorden y confusión

FRACCION IMPROPIA

Se hizo una actividad en la que tenían que traer papeles y ramas que representen cantidades propias al pedirsele que trajeran 7 ramas y de estas depositaran 3 ensu mano izquierda, es decir 3/7 (*operación comparación y clasificación*).

RECTA NUMERICA

Lenguaje Concreto-Simbólico

Sabiendo que una botella tiene 250ml podemos decir que 4 representan 1000ml de manera que 4 forman un litro, de la misma forma sucede con la recta numérica, si la divide en 4 Es decir que por analogía deducimos la descomposición de la recta numérica (como se podrá escuchar en la grabación)

Lenguaje Oral

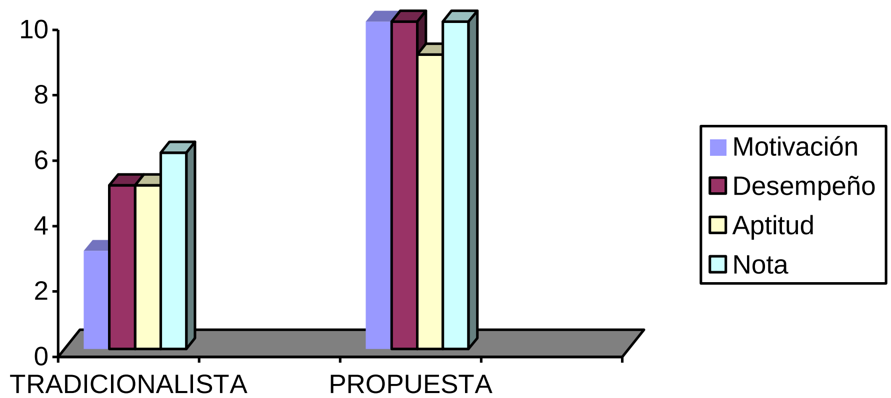
Como se busca generar comunicación en la grabación se podrá notar como ellos deducen sus propias conclusiones sobre como de las botellas se desprende la correlación con la recta (*se plantearon preguntas para observar su soporte para poder sustentar sus argumentos*)

Lenguaje escrito-semiconcreto

Se hicieron varios ejercicios con impropias y propias donde ellos tenían que graficar, algunos de ellos están en el Anexo 4

la jeringa también se presta para hacer correlación con la recta al decir por ejemplo muestr los 3/5 en la jeringa y luego ubiquelos en la recta numérica

LA RECTA Y LAS FRACCIONES



NUMERO MIXTO

Lenguaje oral:

Se explica el significado cotidiano de la palabra mixto paralelamente a la matemática:
Lo cual implica un número Natural y uno fraccionario. Donde el primero indica cosas completas y el segundo una porción de una unidad

Lenguaje Escrito-semiconcreto:

Se escribió una F. Mixta en el tablero y se gráfico, permitiendo que ellos entienda el significado del número natural como Cardinal y el de fracción como relación parte –todo
Luego se explico el algoritmo de una fracción Impropia a Mixto y viceversa
(Se hizo <u>*análisis de errores*</u> de cómo hacen el algoritmo bien pero no pueden graficar tal situación con objetos, ni con la recta)

FRACCION DE UN NÚMERO

Lenguaje Oral-concreto

Se coloco cierta cantidad de agua con color en un recipiente de Meller se extrajo la mitad y se *dedujo* mentalmente cuanto era, luego se quisieron hallar los 3/5 de tal cantidad, no entendieron que tenían que hacer pero cuando se les aclaro la multiplicación y como la habían hecho inconcientemente cuando hallaron la mitad lo dedujeron mucho más rápido

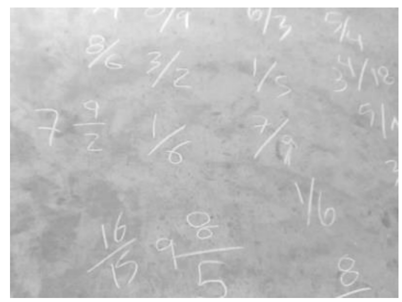
La fracción de un número también se presto para hacer numerosos problemas con lo cotidiano como la carne, distancias y peso:
Para el caso debía decir cuanto eran los 3/2 de 1800gm

También se realizo una medición con el cuerpo indique ½ de su altura, ¼ etc

En el laboratorio del Colegio Gracia y Amor no hubo desorden, pero en el salón si hubo un poco

PROCESO DE DIFERENCIACION

Para lograr una aprendizaje y un conocimiento más profundo se jugo twister, con el cual tenían que identificar propias, impropias y mixtos parándose sobre estos cada vez que se mencionaba alguno de ellos donde el estudiante interactuaba con el Lenguaje oral y el lenguaje escrito (al oír una expresión tenía que parase sobre ella)



Se trabajaba en ellos la operación de comparación, clasificación, inducción y deducción

No era la primera vez que empleaba el twister para las fracciones, pero no con mixtos, impropios, propios el juego radicaba en oír el número y pararse en el tal

EQUIVALENCIAS

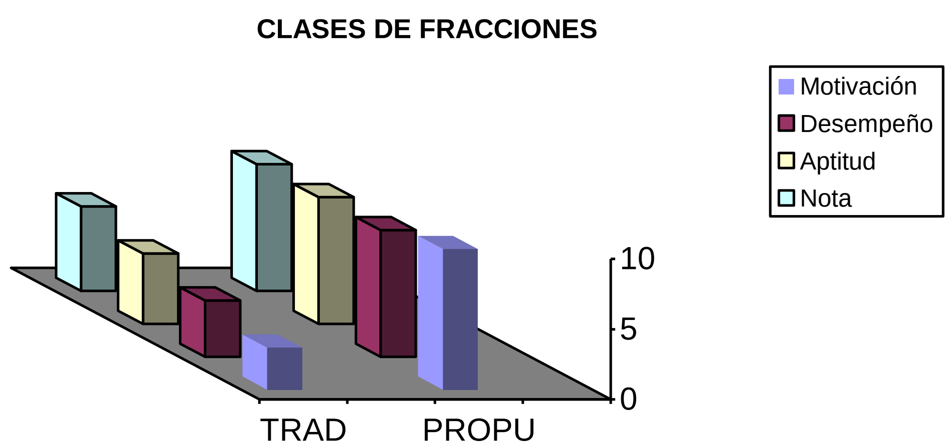
El manejo fue solo Lenguaje escrito y semiconcreto al hacer dibujos y ver como se incrementaba o decaía la segmentación interna de un gráfico y al operar divisiones y multiplicaciones, según el caso.

Aunque ya había hecho manejo de recubrimientos en el patio donde recorrían determinada distancia y tenían que volver a recorrerla, pero con una equivalencia (*analiza errores y presenta puntos de vista*)

Se efectuaron ejercicios de los anexo 4 taller 2

ORDEN DE FRACCIONES
Lenguaje. Semiconcreto:
A partir del conocimiento de la recta se les colocaba una situación como el lanzamiento de 3 cohetes de la tierra la Luna, de donde el recorrido de cada uno era una fracción, y en medio del cual no debían dibujar la recta sino la luna, la tierra y la trayectoria de los cohetes y de allí deducían el orden (*Inducción y deducción, analiza errores y presenta puntos de vista*)

Evaluando la clase se quiso hacer un contraste entre el manejo de la temática en forma tradicional y la Propuesta
Notación de Grafico
Tradicionalismo: TRAD   Propuesta: PROPU



OPERABILIDAD EN FRACCIONES Y PROBLEMAS DE FRACCIONES

Lenguaje Matemático
Se les hace ver que de la misma forma como hay una diferencia entre un número Fraccionario y un Natural de la misma forma hay una diferencia entre la forma procedimental para operar pues en los Naturales la operación de adición es una suma simplemente, pero en las fracciones una suma no es una suma exclusivamente, es una implicación de procesos tales como división, multiplicación y suma o resta. (*Compara, clasifica, induce, deduce, construye soportes para poder sustentar*)

SUMA O RESTA DE FRACCIONES HOMOGENEAS
Lenguaje escrito-matemático
Se hace énfasis en que tiene el mismo denominador de allí el hecho de solo sumar el valor de los numeradores

SUMA O RESTA DE FRACCIONES HETEROGENEAS
Lenguaje escrito-matemático:
Partiendo de que no tienen común denominador se saca el m.c.m
Luego se divide por el denominador el m.c.m y se multiplica por el numerador para terminar sumando o restando

PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA DE FRACCIONES
Antes de tomar un problema como lo traen los libros hay que tomarlo por partes (*inducción*), es decir que si el problema es de suma y esta planteado con mixtos o fracciones de número, es mejor plantear problemas que solo se limiten a pedir el total de la reescritura de tales expresiones
Se les hace ver la diferencia que hay entre los números del problema (*compara*), algunos solo son códigos y otros indican relaciones, luego reescribe cada número, opera y totaliza (*induce y deduce*)
Se desarrollaron ejercicios del anexo 4 talleres 3-4

MULTIPLICACION DE FRACCIONES
Lenguaje escrito-matemático:
Se retoma el método de memorización de la operabilidad en las fracciones y se hace énfasis en la forma de multiplicar en estos

PROBLEMAS DE MULTIPLICACION DE FRACCIONES
Antes de tomar un problema como lo traen los libros hay que tomarlo por partes, es decir que si el problema es de multiplicación y esta planteado con mixtos o fracciones de número, es mejor plantear problemas que solo se limiten a pedir el total de la reescritura de tales expresiones
Un problema es de multiplicación cuando se establece una relación de pertenencia entre dos fracciones por ejemplo:
Cuántos minutos son 2/3 de 1/2 hora?
Se desarrollaron ejercicios del anexo 4 taller 5

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Lenguaje escrito-matemático:
Se dio énfasis al método de las orejas al superponer fracciones.

PROBLEMAS DE DIVISIÓN DE FRACCIONES

Lenguaje Matemático:
Antes de tomar un problema como lo traen los libros hay que tomarlo por partes, es decir que si el problema es de multiplicación y esta planteado con mixtos o fracciones de número, es mejor plantear problemas que solo se limiten a pedir el total de la reescritura de tales expresiones

Cuando se establece una relación entre dos temas diferentes (peso y tiempo) o el mismo tema (personas), pero donde implica que hay una distribución de objetos

ORGANIZACIÓN ESTADISTICA DE LOS DATOS

Inicialmente se realizo una prueba escrita que esta adjunta en el Anexo 1 de tal prueba se dedujo lo siguiente:

DEDUCCION DE LA PRUEBA

- El lenguaje en la **notación** de cada tema es muy particular de allí que hay que trabajar en lenguaje escrito, además de la **reescritura** que es muy típica en matemáticas, por ejemplo una fracción propia es lo mismo que un mixto, sin embargo no es tan fácil admitirlo
- La forma matemática como se procede en los diferentes sistemas numéricos lleva a pensar en la necesidad de trabajar este en manera progresiva y detallada, enfatizando en las cosas más básicas
- Viendo la importancia de graficar en matemáticas, es necesario trabajar con un lenguaje semiconcreto

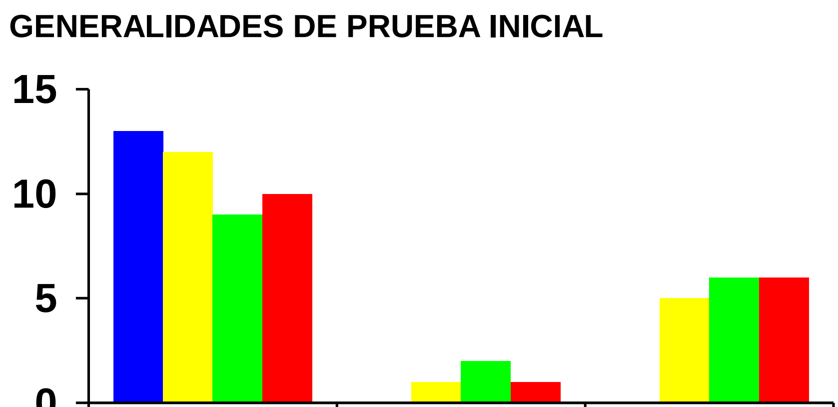
Cada punto de la prueba tenía un propósito como se ve en la siguiente tabulación:

PROPOSITO DE CADA PUNTO DE LA PRUEBA		
ETAPA DEL LENGUAJE	P. Inicial	P. Final
ESCRITO Reescritura (ideas intuitivas) Reescritura (conversión: operación matemática) Reescritura (inverso multiplicativo y lectura de fracción)	 1 3	 1 14
MATEMATICO Operaciones básicas con procedimientos diferentes a otros sistemas numéricos Implica entender que la palabra "de"	 4	 3 12

indica pertenencia y para saber ciertos valores hay que operar un producto ya que en enteros se da tal caso		4-9
SEMICONCRETO Interpreta la expresión numérica como la relación parte-todo y la gráfica Interpreta la expresión numérica como la relación parte-todo y la gráfica, pero en un *contexto aplicativo*	2	11
CONCRETO Primero se realiza la actividad con el planisferio en el laboratorio y con cuerdas en el patio o con pisadas en dicho lugar (manejando como idea intuitiva la relación parte todo)	7	13

GENERALIDAD DE LA PRUEBA INICIAL

En la gráfica se puede apreciar las preguntas que respondieron de cada lenguaje
Es muy acentuado el resultado Deficiente de cada alumno a tal punto que la nota más alta era S, ninguno tuvo E.



	NADA: D	MAL: I	BIEN: A-S
CONCRETO	13	0	0
MATEMATICO	12	1	5
SEMICONCRETO	9	2	6
ESCRITO	10	1	6

PARTICULARIDADES DE LA PRUEBA INICIAL
Criterios de Evaluación:

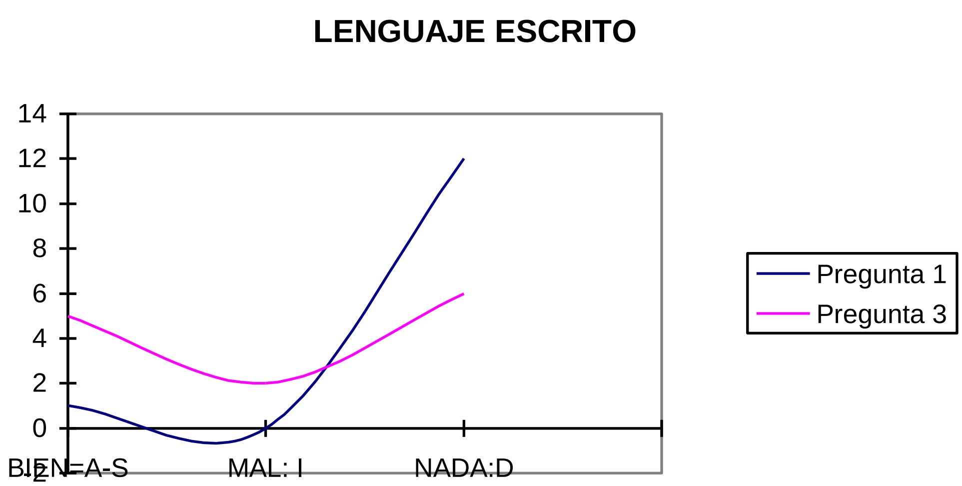
Nivel de medición de cada ítem:

NOTA			
Insuficiente: 4-5	Aceptable: 6-7	Sobresaliente 8-9	Excelente 10
PROBLEMAS			
MOTIVACION			
Si presente atención dispersa a pesar de que la clase sea interesante	Aprende a desarrollar la intuición a través de la diversión en clase	Es comunicativo e impregna de animo a los demás	A pesar de las dificultades personales y de la clase se muestra interesado en aprender
DESEMPEÑO			
Si no entiende el enunciado ni procede en la forma correcta	Identifica y diferencia el problema de otros, pero no aplica todos los pasos del proceso	Si plantea correctamente el enunciado, es decir si interpreta las ideas matemáticas de este	Si opera todo lo indicado en el proceso (identificación, diferenciación y planteamiento)
ALGORITMOS			
MOTIVACION			
Si presente atención dispersa a pesar de que la clase sea interesante	Aprende a desarrollar la intuición a través de la diversión en clase	Es comunicativo e impregna de animo a los demás	A pesar de las dificultades personales y de la clase se muestra interesado en aprender
DESEMPEÑO			
Si no procede	Si realizo parte del	Si el	Si opera todo lo

en forma correcta, ni sabe las tablas	ejercicio	procedimiento esta bien, pero en la respuesta fallo algo	indicado en el proceso

Aunque los criterios de evaluación se acabaron de referenciar hubo necesidad de colocar otro criterio como fue D, en el caso de que no respondieran nada, el resto de valores esta en correlación con los criterios del presente trabajo

A continuación se aborda cada punto de la prueba inicial por lenguajes donde se presenta un gráfico de estadística con sus correspondientes puntos referenciados donde podemos apreciar en forma cuantitativa la Nota y el Desempeño del grupo:

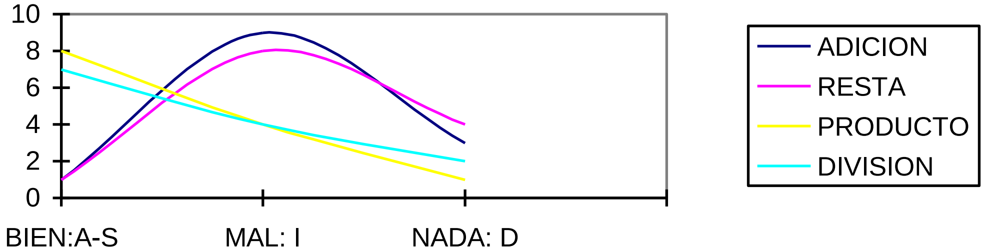


1 Como se escribe el siguiente número 8 en:
Potencia_____ Fraccionario_____ Decimal_____

3. Desarrolle:

$$9\frac{1}{2}$$

LENGUAJE MATEMATICO



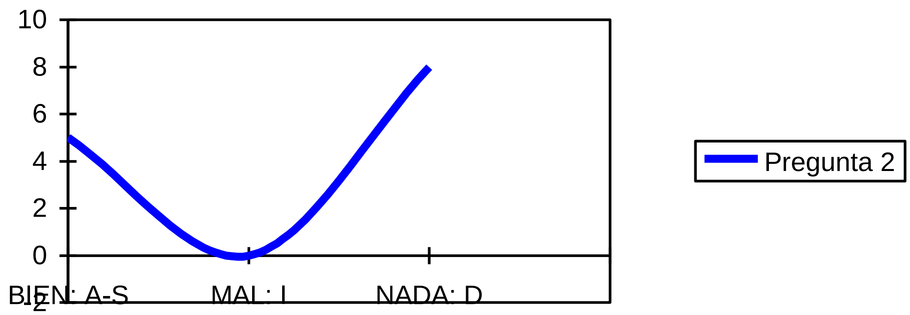
PREGUNTA 4: ALGORITMOS

4. Efectué los siguientes procedimientos:

$\frac{8}{4} * \frac{3}{2} =$ $\qquad$ $\frac{7}{5} + \frac{6}{4} =$ $\qquad$ $\frac{5}{8} + \frac{7}{24} =$

$\frac{6}{4} / \frac{9}{7} =$ $\qquad$ $\frac{10}{6} - \frac{6}{12} =$

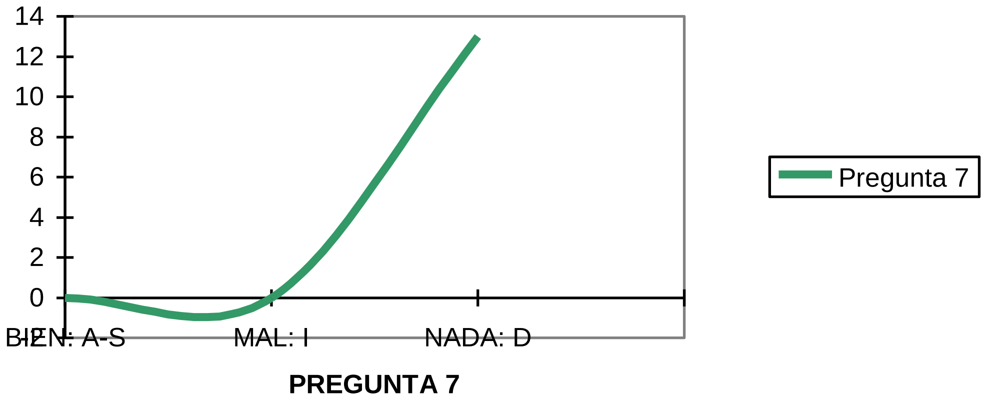
LENGUAJE SEMICONCRETO



2. Graficar:

Gráfica la fracción indicada	Fracción
	$\frac{3}{15}$
	$\frac{9}{2}$

LENGUAJE CONCRETO



7 Unos Arquitectos quieren diseñar un teleférico de la torre esférica hasta el edificio más alto en dirección noreste para ello han segmentado el recorrido de forma que harán los siguientes recorridos en forma diferente, donde algunos pararan por un tiempo para tomar fotos mientras otros no lo harán así 14/8, 5/6 9/9 7/3 . **Trazar las rectas de cada teleférico, Hallar el recorrido total**

Pararon Llegaron directo Fueron más halla del edificio

Cual no paro o cuales

PRUEBA FINAL

Para esta prueba hay un mayor número de preguntas, se incremento el nivel de dificultad, se tomo una muestra mayor a la de la prueba inicial 16 estudiantes en lugar de 13 y se emplean los criterios de evaluación del proyecto.
La prueba final se encuentra adjunta en el anexo3

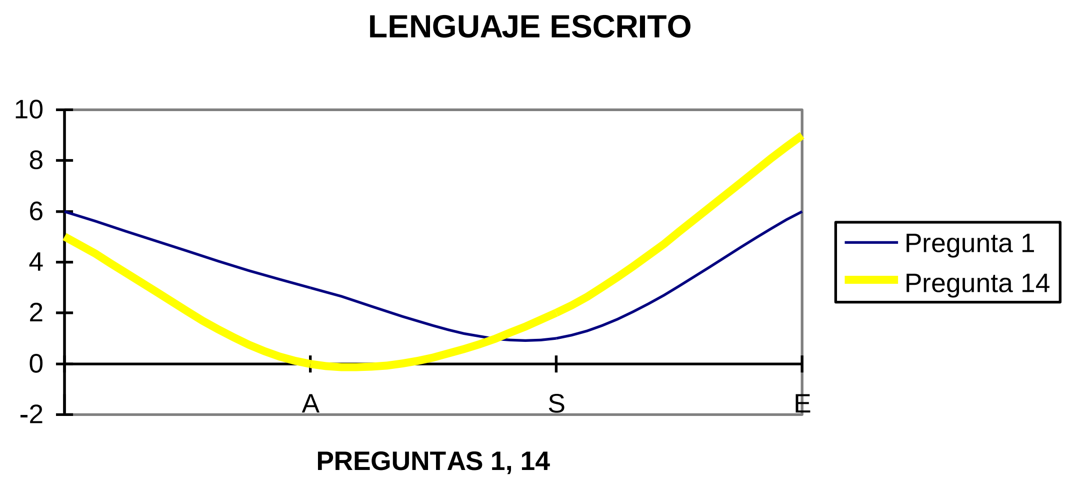
GENERALIDAD DE PRUEBA FINAL

En la gráfica se puede apreciar las preguntas que respondieron de cada lenguaje

GENERALIDADES DE PRUEBA FINAL

	I	A	S	E
CONCRETO			1	15
MATEMATICO ALG.	3	5		8
MATEMATICO PROBL.	1	1	2	12

PARTICULARIDADES DE PRUEBA FINAL

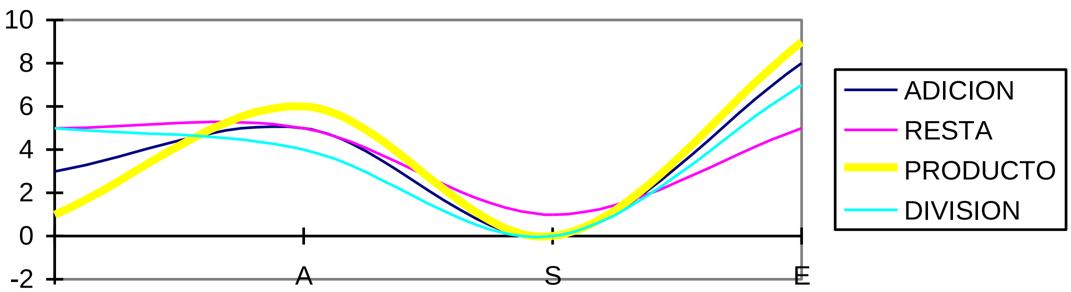


1 Como se escribe el siguiente número 8 en:
Potencia_____ Fraccionario_____ Decimal_____

14 Desarrolla:

Propias	Impropias	Mixto	Como se leen	Inverso

LENGUAJE MATEMATICO

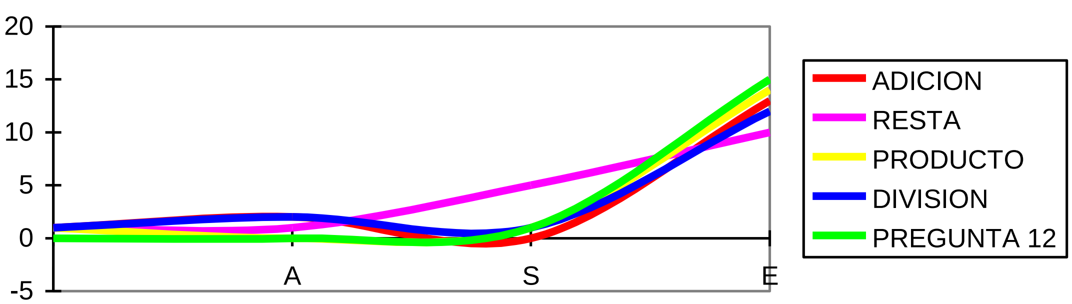


PREGUNTA 3: ALGORITMOS

3. Desarrollar la siguiente fracción compleja

$$\dfrac{\dfrac{\left[\left[\dfrac{2}{3}\right]^{0}\right]^{8} \bullet \left\{4\dfrac{2}{3} \bullet 5\right\}}{6\dfrac{3}{4} + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{3} - \dfrac{1}{2}}}{\dfrac{\left(\dfrac{7}{3}\right) \div \sqrt[3]{\dfrac{27}{8}} \bullet 8}{\left(\dfrac{9}{2}\right)^{0} - \left\{2 + \dfrac{1}{4}\right\}^{2}}}$$

LENGUAJE MATEMATICO



PREGUNTA 4-9: PROBLEMAS Y PREGUNTA 12

5 En el patio hay 500 cm para formar el perímetro de un juego 3/10 se emplean para los niños de transición, 1/5 se emplea para los de 6 y el resto para grado 8 ¿Cuánto le pertenece a 8?

6. La clase de matemáticas dura $1\frac{2}{3}$ hora, pero realmente lo debe entender así: $1hora\frac{2}{3}dehora$ y la clase de español dura $1\frac{1}{4}$ hora
Si la clase de matemáticas inicia a las 7 a.m. ¿a que hora termina?
Si la clase de Español inicia alas 9:15 a que hora termina

7. Camilo para hacer una receta compra $2\frac{1}{2}$ Lb de carne, $\frac{7}{4}$ Lb de pollo, $\frac{3}{4}$ Lb de queso. ¿Cuánto pesa la bolsa donde Camilo guardo los ingredientes?

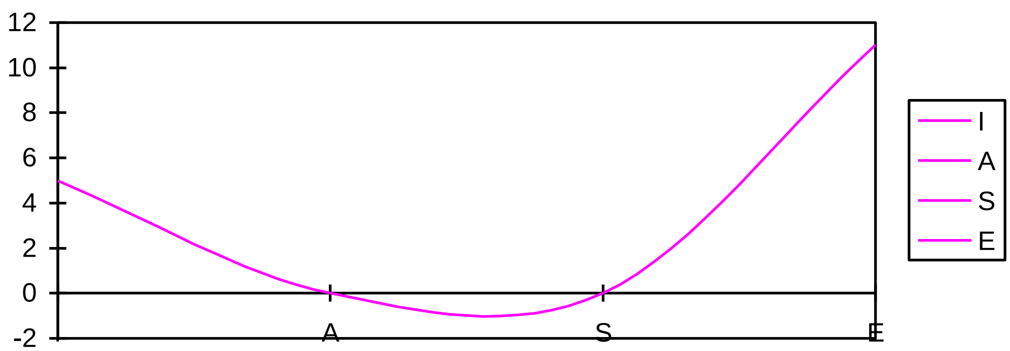
8. La cuarta parte de las personas que estaban en un restaurante toman sopa y de ellos $\frac{2}{3}$ comen fruta. ¿Qué fracción de los que estaban en el restaurante toma sopa y come fruta?

9. Una maquina destruye 30 kg de papel por hora

Horas	$\frac{1}{5}$	$2\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$1\frac{2}{3}$
Peso (kg)					

12 En el estadio de fútbol americano de la ciudad de Sydney que se encuentra en la parte inferior de la foto se hizo un pase en el que deseamos calcular 2/5 de 10 yardas, ¿cual fue la distancia del último pase?

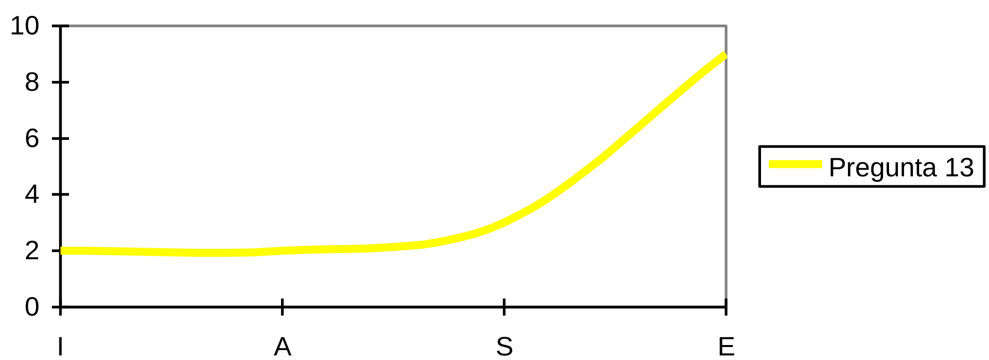
LENGUAJE SEMICONCRETO



PREGUNTA 11

11 Unos Arquitectos vieron en la parte media derecha del dibujo 18 edificios de los cuales quieren 4/18 para que sirvan para conferencias

LENGUAJE CONCRETO



PREGUNTA 13

13 Los Arquitectos quieren diseñar un teleférico de la torre esférica hasta el edificio más alto en dirección noreste para ello han segmentado el recorrido de forma que harán los siguientes recorridos en forma diferente, donde algunos pararan por un tiempo para tomar fotos mientras otros no lo harán así 14/8, 5/6 9/9 7/3 . **Trazar las rectas de cada teleférico, Hallar el recorrido total**

Pararon Llegaron directo Fueron más halla del edificio

Cual no paro o cuales

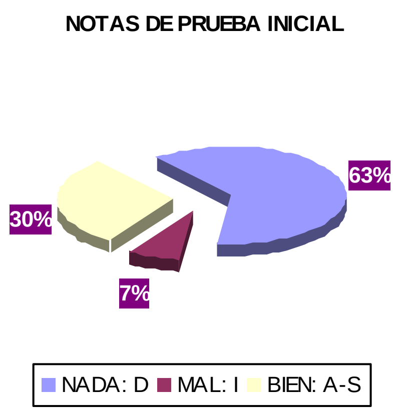
ANALISIS DE DATOS

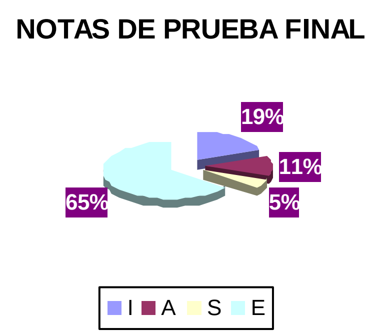
En el siguiente análisis de datos se presenta:

1. Generalidades de las pruebas :
Para ver el contraste en el desempeño en las 5 etapas del lenguaje

2. Se presenta una relación entre variables:
En esta relación podemos ver que no se puede desmeritar ninguna variable ya que al hacerlo se afecta el avance del proyecto

LOS SIGUIENTES GRÁFICOS SON TOMADOS DE LAS GENERALIADES PRESENTADAS EN CADA PRUEBA[30]





Se observa

1. la variabilidad del rendimiento académico:
De un 63% que inicialmente no respondió nada, se cambio a un 65% que respondió en forma Excelente

[30] Mírese la página 74 y 77 para tales histogramas

RELACION ENTRE VARIABLES

Generalización de Datos:
Teniendo presente el gráfico de la página 74 (La recta y las fracciones) y el de la 77 (clases de fracciones) donde se hizo un contraste entre el tradicionalismo y la Propuesta Didáctica, se pretende mostrar un análisis de la relación entre las variables, de la siguiente manera:

DISTRIBUCION SOBRE EL TRADICIONALISMO Y EL PROYECTO

	TRADICIONALISTA			PROPUESTA		
	P,74	P. 77	TOTAL	P,74	P. 77	TOTAL
Motivación	3	3	6	10	10	20
Desempeño	5	4	9	10	9	19
Nota	6	6	12	10	9	19
Total	14	13	27	30	28	58

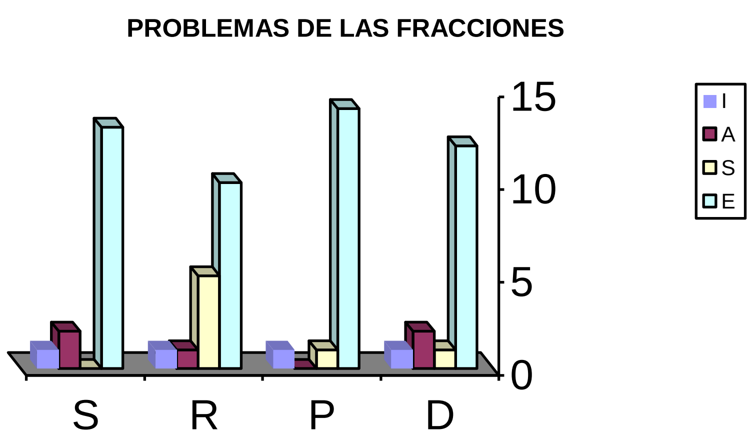
Como se puede apreciar es más simétrica la Distribución de la Propuesta Didáctica. El tradicionalismo muestra mayor índice de variación y su magnitud es mucho más inferior a la presente propuesta.

RESULTADOS

Partiendo del problema ¿Cómo hacer para que los alumnos se apropien del lenguaje matemático en las fracciones? Se analizara si los resultados obtenidos eran los que se esperaba con los objetivos y las hipótesis:

Utilizar diferentes lenguajes a partir de lo concreto, hasta lo simbólico con el fin de emplear el lenguaje oral y escrito apropiado en cada subtema de las fracciones, para lo cual se planteo una unidad Didáctica sobre estos, con el fin de generar comunicación, participación y aprendizaje, lo cual fue satisfactorio[31]

Aprender a resolver problemas de fracciones a partir de la sintaxis del lenguaje escrito para desarrollar en ellos la intuición al ser capaces de diferenciar problemas de fracciones, lo cual se logro gracias a que para ellos LO RELEVANTE fueron las ideas matemáticas.
Se logro pasar de buscar en el problema palabras matemáticas que dejaran ver que problema era a ideas matemáticas. Fue significativo como se ve en el gráfico inferior de problemas de fracciones tanto de la unidad Didáctica como de la prueba Final



Logramos solucionar fracciones donde implicaban un alto nivel de complejidad, pues no solo tenían que operar lo indicado (suma, resta...)

[31] Se puede corroborar con la gráfica de M. de dispersión en la página. 93

sino que tenían que traer a colación conocimientos básicos de otros temas como los relacionados con potencias, raíces, m.c.m y criterios de divisibilidad, gracias a que empleamos el método de nemotécnia ya expuesto

Indudablemente se corroboro que hay más aprendizaje a través de una unidad Didáctica estructurada y planificada que a través del tradicionalismo, pues no solo apela a la inteligencia académica, sino también a la inteligencia emocional[32]

Gracias a que la Investigación se venía llevando acabo dos años atrás se logro pasar de trabajar solo algoritmos a formar en los estudiantes aptitud, motivación se logro desarrollar visión matemática al recrearse con ella, fue valioso el aprendizaje en el Colegio mi Primera Formación y el Camilo Torres en donde se dieron los primeros pasos hacia este proyecto, por lo cual hay fotos en el trabajo de lo que se realizo en tales lugares
Se logro hacer un mayor número de preguntas en la prueba final y con mayor nivel de dificultad que en la primera y se obtuvieron unos resultados muy superiores[33]

[32] Para corroborar mirasen las páginas 74 y 77 que hablan sobre las generalidades de las pruebas
[33] Tal logro se puede apreciar en la página 91

CONCLUSION

A. Realmente los estudiantes lograron un mayor aprendizaje de las fracciones al estudiarlas en contexto, ya que vieron la utilidad de las fracciones al resolver problemas, se divirtieron en clase, pues se creo un ambiente de aprendizaje que llevo la clase de lo informativo a lo comunicativo

B. Se obtuvo un mayor desempeño en los problemas de fracciones, pues ellos los abordaban por pasos al procurar mediante el lenguaje escrito la reescritura de estos, al pasar de fracción de un número a cierta cantidad natural o al transformar un mixto en impropia y de fracción de un número a una cantidad natural, para luego al tener las cantidades en términos de números naturales operar más fácilmente

C. Al particularizar cada algoritmo se logro que recordaran con facilidad cada proceso y pudieran solucionar facciones complejas con más acierto

CUIDADOS QUE DEBE TENER

- Hay que tener preparadas las clases
- Sino se tiene el debido cuidado se presta para desorden en el salón

PROYECCION

CON EL PRESENTE PROBLEMA SE PUEDE LLEGAR A CUBRIR CUALQUIER TEMA DE MATEMÁTICAS Y RESULTA MUY ENRIQUECEDER, PUES OFRECE UN ALTO NIVEL ACADÉMICO. YA SEA APLICADO LAS ETAPAS DEL LENGUAJE CON ALGEBRA Y LOS RESULTADOS SON ALENTADORES PUES APRENDEN Y SE DIVIERTEN, ADEMÁS DE QUE SE LOGRA TRABAJAR ALGORITMOS EN TÉRMINOS DE RADICALES EN GRADO 8.

COMO HICE EL PROYECTO:

Partiendo de la problemática actual de que la matemática es sintáctica es decir, toda se expresa en términos algorítmicos o a partir de estos, y de que a la matemática no se le ve utilidad, además de que no se le entiende se ve la necesidad de empezar no a trabajarla a partir de problemas, sino a partir del lenguaje que es el que genera el pensamiento, ya que el problema más relevante en las matemáticas es que las matemáticas no se entienden, no que no se tenga aptitud, ni tampoco que se tenga un ritmo de aprendizaje lento, sino más bien que no sean abordado a través de las etapas del lenguaje los conocimientos necesarios que permiten centrar la clase en el alumno no en el profesor, donde lo importante no es tanto lo que el profesor tiene para enseñar, sino lo que el alumno tiene por necesidad para aprender, ya que para ver sus necesidades se debe partir de un diagnostico que indique en que condición se encuentra esté para de esta forma hacer clases que integren la lúdica y la didáctica de manera que no se sacrifique el nivel de profundidad por estas, sino todo lo contrario que éstas sean un motivo más para desear la clase.

Al generara alrededor de estas dos formas de interacción acciones simultaneas al aprendizaje de las matemáticas se consigue entender esta por medio del lenguaje escrito-oral cotidiano y simbólico, para de esta manera no solo trabajar en ellos el intelecto, sino más aún la inteligencia emocional al divertirse aprendiendo, dando de esta forma espacios donde la clase se preste para comunicar no para informar, de manera que se genere un proceso por etapas del aprendizaje de determinado tema y un progreso en el aprendizaje del alumno donde la enseñanza se vaya dando por niveles al trabajar con ellos el significado y el significante de cierto tema matemático en términos simbólicos

ANEXO 1

COLEGIO GRACIA Y AMOR
EVALUACIÓN MATEMÁTICAS-GRADO 6

Código: ____ Fecha______
Nombre______________________________

1 Como se escribe el siguiente número 8 en:

Potencia____ Fraccionario____ Decimal____

2Grafique:

Gráfica la siguiente fracción	Fracción
	$\frac{3}{15}$
	$\frac{9}{2}$

3. Reescriba como fracción impropia:

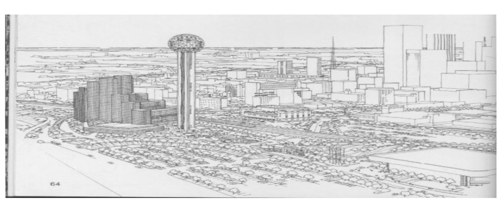
$9\frac{1}{2}$

4. Efectué las siguientes operaciones:

$\frac{8}{4} * \frac{3}{2} =$ $\frac{7}{5} + \frac{6}{4} =$ $\frac{5}{8} + \frac{7}{24} =$

$\frac{6}{4} / \frac{9}{7} =$ $\frac{10}{6} - \frac{6}{12} =$

Desarrolle los siguientes ejercicios teniendo presenta la gráfica de Sidney



4.Unos Arquitectos vieron en la parte media derecha del dibujo 18 edificios de los cuales quieren 4/18 para que sirvan para conferencias

5 En el estadio de fútbol americano de la ciudad de Sydney que se encuentra en la parte inferior de la foto se hizo un pase en el que deseamos calcular 2/5 de 10 yardas, ¿cual fue la distancia del último pase?

6 Unos Arquitectos quieren diseñar un teleférico de la torre esférica hasta el edificio más alto en dirección noreste para ello han segmentado el recorrido de forma que harán los siguientes recorridos en forma diferente, donde algunos pararan por un tiempo para tomar fotos mientras otros no lo harán así 14/8, 5/6 9/9 7/3 . **Trazar las rectas de cada teleférico, Hallar el recorrido total**

Pararon Llegaron directo Fueron más halla del edificio

Cual no paro o cuales

11 Desarrolla:
Invente una fracción Propia e impropia, transforme la impropia en mixto y escriba el inverso de la fracción propia

Propia	Impropias	Mixto	Inverso

ANEXO 2
ENCUESTA DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS

1. Es diferente entender las matemáticas a dominar las matemáticas (diga si o no) y explique si toda persona que ve matemáticas en su carrera universitaria domina o entiende tal disciplina

____

____

____

2. Usted considera a la matemática aburrida (explique)?

____

____

3. Que piensa usted que podría estudiar al terminar la secundaria si entendiera las matemáticas (una carrera relacionada con esta disciplina)

____

____

4. Usted piensa que si entendiera todos esos temas de matemáticas que se le dificultan, que no entiende que son difíciles que si los entendiera vería diferente las matemáticas?

____

____

5. Es innegable que hay gente que le tiene antipatía a las matemáticas por los docentes, pero muchas veces es porque no las entienden, usted piensa que si las entendiera al punto de ver su utilidad le gustarían?

____

____

6. A usted le gustaría si tuviera la oportunidad de aprender matemáticas divirtiéndose y entendiéndola el tomar una clase así, en lugar de otra materia?

____

____

ANEXO 3

COLEGIO GRACIA Y AMOR
EVALUACIÓN MATEMÁTICAS-GRADO 6

Código:_______Fecha_______Nombre______________________

1. Como se escribe el siguiente número 8 en:

Potencia_____ Fraccionario_____ Decimal_____

3 Desarrolle la siguiente fracción compleja

$$\cfrac{\left[\left[\frac{2}{3}\right]^{0}\right]^{8} \bullet \left\{4\frac{2}{3} \bullet 5\right\}}{\cfrac{6\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{3}\right)^{3}-\frac{1}{2}}{\cfrac{\left(\frac{7}{3}\right) \div \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \bullet 8}{\left(\frac{9}{2}\right)^{0}-\left\{2+\frac{1}{4}\right\}^{2}}}}$$

____

5 En el patio hay 500 cm. para formar el perímetro de un juego 3/10 se emplean para los niños de transición, 1/5 se emplea para los de 6 y el resto para grado 8 ¿Cuánto le pertenece a 8?

6. La clase de matemáticas dura $1\frac{2}{3}$hora, pero realmente lo debe entender así: $1hora\frac{2}{3}dehora$y la clase de español dura $1\frac{1}{4}$ hora

Si la clase de matemáticas inicia a las 7 a.m. ¿a que hora termina?

Si la clase de Español inicia alas 9:15 a que hora termina

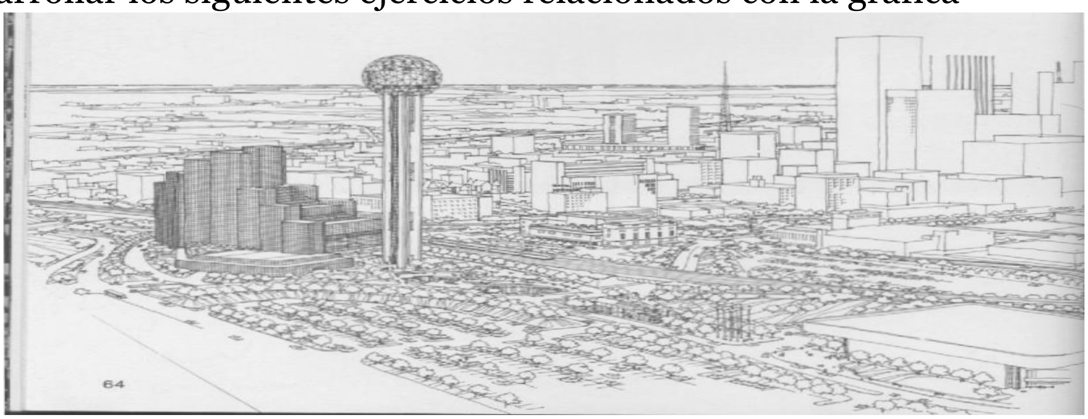
7. Camilo para hacer una receta compra $2\frac{1}{2}$Lb de carne, $\frac{7}{4}$Lb de pollo, $\frac{3}{4}$Lb de queso. ¿Cuánto pesa la bolsa donde Camilo guardo los ingredientes?

8. La cuarta parte de las personas que estaban en un restaurante toman sopa y de ellos $\frac{2}{3}$ comen fruta. ¿Qué fracción de los que estaban en el restaurante toma sopa y come fruta?

9. Una maquina destruye 30 Kg. de papel por hora

Horas	$\frac{1}{5}$	$2\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$1\frac{2}{3}$
Peso (Kg.)					

Desarrollar los siguientes ejercicios relacionados con la gráfica



11 Unos Arquitectos vieron en la parte media derecha del dibujo 18 edificios de los cuales quieren 4/18 para que sirvan para conferencias

12 En el estadio de fútbol americano de la ciudad de Sydney que se encuentra en la parte inferior de la foto se hizo un pase en el que deseamos calcular 2/5 de 10 yardas, ¿cual fue la distancia del último pase?

13 Unos Arquitectos quieren diseñar un teleférico de la torre esférica hasta el edificio más alto en dirección noreste para ello han segmentado el recorrido de forma que harán los siguientes recorridos en forma diferente, donde algunos pararan por un tiempo para tomar fotos mientras otros no lo harán así 14/8, 5/6 9/9 7/3 . **Trazar las rectas de cada teleférico, Hallar el recorrido total**

Pararon   Llegaron directo   Fueron más halla del edificio

Cual no paro o cuales

14. Desarrolla:

Propias	Impropias	Mixto	Como se leen	Inverso

ANEXO 4

TALLER DE FRACCIONES 1

Nombre______________________________Curso:____Fecha:_______

1.- Concepto de fracción.

La jarra está señalada en cuatro medidas. Está llena de leche hasta los 3/4. Falta de llenar 1/3.

El cuadro está dividido en 8 partes. Están 3 coloreadas de rojo y sin colorear 5 partes, o sea 5/8.

El rectángulo está dividido en 5 cuadrados: 2 están pintadas de café que son 2/5 del total y los otros 3 están coloreados de azul, es decir, 3/5.

En la fracción 3/5 distinguimos el numerador (3) y el denominador (5). Esto significa que el rectángulo se ha dividido en 5 partes y hemos tomado

Una fracción es una o varias partes iguales en que se divide la unidad.

2.- Unidad fraccionaria

Unidad fraccionaria es cada una de las partes iguales en que se considera dividida la unidad.

Ejemplos: 1/2 (un medio), 1/7 (un séptimo/, 1/8 (un octavo).

Número fraccionario, fracción o quebrado es un conjunto de unidades fraccionarias.

Ejemplos: 2/9 (dos novenos), 3/10 (tres décimos), 4/7 (cuatro séptimos)

3.- Lectura de una fracción.

Si el denominador es un 2, la unidad fraccionaria es un medio; si es 3, un tercio; si es 4, un cuarto; si es 5, un quinto; si es 6, un sexto; si es un 7, un séptimo; si es 8, un octavo; si es 9, un noveno y si es 10, un décimo. A partir de 11 en adelante se añade al número la terminación avo.

Ejemplos: 3/11, tres onceavos; 4/12, cuatro doceavos; 4/25, cuatro veinticincoavos.

4.- Fracción propia e impropia.

Si el numerador y el denominado son iguales la fracción vale una unidad entera.

Ejemplos: 3/3 = 1; 5/5 = 1; 6/6 = 1.

Cuando el numerador es más pequeño que el denominador, la fracción vale menos que la unidad entera y se llama fracción propia.

Ejemplos: 4/6, 2/5, 1/3.

Cuando el numerador es igual o mayor que el denominador, la fracción vale igual o más que la unidad y se llama impropia.

Ejemplos: 7/4, 3/3, 6/2.

5- Números mixtos.

¿Cuánto valen 3/2 de pastel? Son tres mitades, es decir, un pastel entero y medio más. 3/2 = 1 y 1/2. Este es un número mixto, con parte entera y parte fraccionaria.

Ejemplos: 6/5 = 1 y 1/5. Se lee uno y un quinto.

TALLER DE FRACCIONES 2

Nombre______________________________Curso:____Fecha:_______

1.- Fracciones equivalentes.

A Pedro le han dado 6/8 de la tableta de chocolate de la izquierda y a Juan 3/4 de tableta del dibujo de la derecha. Ambos han recibido la misma cantidad de chocolate.

Si los dos términos de una fracción los multiplicamos por 2, su valor no varía. 3/4 = 3x2/4x2 = 6/8.

De la misma forma podemos decir que al dividir los dos términos de una fracción por un número su valor no se altera.

Ejemplo: 6/8 = 6:2/8:2 = 3/4.

2.- Fracciones amplificadas.

1/2 es equivalente o igual que 2/4. Las partes coloreadas de azul de los dos dibujos son iguales. El numerador y el denominador de 1/2 se han multiplicado por 2 (el . indica multiplicación. También se puede poner la x.)

Una fracción amplificada se obtiene de multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número, distinto de cero.

Ejemplos: 1/3 = 1x4/3x4 = 4/12;   2/7 = 2x3/7x3 = 6/21.

3.- Fracciones simplificadas.

La fracción 2/5 se ha obtenido de dividir cada término de 6/15 por 3.   6/15 = 6:3/15:3 = 2/5.

Si se dividen el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número obtenemos una fracción simplificada.

Ejemplos: 8/12 = 8:2/12:2 = 4/6 = 2/3;   3/9 = 3:3/9:3 = 1/3.

4.- Fracción irreductible.

La fracción 12/18 se ha podido simplificar dos veces: 12/18 = 6/9 = 2/3. La fracción 2/3 no puede simplificarse más y se llama fracción irreductible.

En general, una fracción a/b se llama irreductible cuando sus términos no tienen ningún divisor común excepto el 1.

5- Reducir fracciones a común denominador.

Las fracciones 3/6, 4/6 y 8/6 tienen el mismo denominador (6). Las fracciones 4/5, 3/12, 22/6 y 4/15 tienen distinto denominador.

Vamos a reducir a un mismo denominador las fracciones 2/3, 5/6 y 3/4.

Multiplicamos los dos términos de fracción 2/3 por los denominadores de las otras dos (6 y 4).

Multiplicamos los dos términos de la fracción 5/6 por los denominadores de las otras dos (3 y 4).

Multiplicamos los dos términos de la fracción 3/4 por los denominadores de las otras dos (6 y 3).

Se han transformado en: 48/72, 60/72 y 54/72.

Para reducir fracciones a común denominador se multiplican el numerador y denominador de cada fracción por los denominadores de los demás.

TALLER DE FRACCIONES 3

Nombre_____________________________Curso:____Fecha:_______

1.- Suma de fracciones con igual denominador.

Si juntamos un trozo de pastel (1/5), más dos trozos (2/5), tenemos tres trozos (3/5)

Para sumar fracciones que tienen el mismo denominador, se suman los numeradores, conservando el mismo denominador.

Ejemplos: 2/7 + 3/7 + 1/7 = 6/7; 5/9 + 8/9 = 13/9

2.- Suma de fracciones con distinto denominador.

En primer lugar hay que reducir las dos fracciones a común denominador: 1/2 + 1/4 = 4/8 + 2/8

Luego realizamos la suma 4/8 + 2/8 = 6/8.

Para sumar fracciones con distinto denominador, se reducen a común denominador y luego se aplica la regla anterior.

3.- Sumar números mixtos.

Para sumar números mixtos se suman por un lado las partes enteras y las partes fraccionarias.

Ejemplos: 3 y 1/3 + 2 y 1/3 = (3+2) y (1/3 + 1/3) = 5 y 2/3;

1 y 1/4 + 2 y 1/3 = (1+2) + (1/4 +1/3 = 3/12 + 4/12) = 3 y 7/12.

4- Realiza estos problemas

1. Un trabajador ganó el lunes 8 y 1/3 euros y el martes 9 y 2/5 euros. ¿Cuántos euros ganó en los dos días?

2. A Juan le dieron 1/3 de pastel y a Montse 1/5 de pastel. ¿Cuánto reunieron entre los dos?

Ana tiene 5 y 2/5 euros y Arturo 6 y 1/4 euros. ¿Cuántos euros tienen entre los dos?

Un niño bebió de un sorbo 1/2 de la botella y en otro sorbo 1/3. ¿Cuánto bebió entre los dos sorbos?

TALLER DE FRACCIONES 4

Nombre______________________________Curso:____Fecha:_______

1.- Resta de fracciones con igual denominador.

Una madre de familia tiene 5/9 de una tableta de chocolate y le da a su hija Elizabeth 2/9. ¿Cuánto le queda?
5/9 - 2/9 = (5-2)/9 = 3/9. Si simplificamos la fracción dividiendo por 3 tendremos: 3/9 = 1/3.

Para restar fracciones que tienen el mismo denominador, se restan los numeradores, conservando el mismo denominador.

Ejemplos: 6/6 - 2/6 = 4/6 = 2/3;   15/11 - 10/11 = 5/11.

2.- Restar fracciones con distinto denominador.

Para restar fracciones de distinto denominador se reducen previamente las fracciones a común denominador y después se restan.

Ejemplos: 1/5 - 1/7 = 7/35 - 5/35 = 2/35;   1/2 - 1/3 = 3/6 - 2/6 = 1/6.

3.- Reducir los números mixtos a fracciones impropias.

En primer lugar se convierte el número entero en una fracción con el mismo denominador que la parte fraccionaria y luego se suman.

Ejemplos: 1 y 1/2 = 2/2 + 1/2 = 3/2;   3 y 1/4 = 12/4 + 1/4 = 13/4; 2 y 3/7 = 14/7 + 3/7 = 17/7.

4.- Restar números mixtos.

Para números mixtos, se reducen a fracciones impropias y luego se restan.

Ejemplos: 5 y 1/3 - 3 y 2/3 = (15/3+1/3) - (9/3+2/3) = 16/3 - 11/3 = 5/3.

5- Resuelve estos problemas:

1. Un empleado gana diariamente 35 y 2/7 euros y gasta 23 y 1/7 euros ¿Cuánto ahorra diariamente?

. De un conjunto de cromos, Ana regala primero 1/5 y después 1/4. ¿Qué fracción de cromos le queda?

3. Me toca en herencia 2/3 de una finca y compro 1/4 de ella. ¿De qué fracción soy dueño?

4. María tiene 3 y 2/5 euros y José 5 y 3/5 euros. ¿Cuánto tienen entre los dos?

TALLER DE FRACCIONES 5

Nombre_____________________________Curso:____Fecha:_______

Escribe en la parte derecha lo que falta.

1.- Multiplicación de una fracción por un número.

Un campo mide 2000 metros cuadrados. ¿Cuántos metros cuadrados tiene 1/4 del campo? ¿Y 3/4 del campo?

Dividimos el campo en cuatro partes y cada parte (1/4) tendrá 500 metros cuadrados. Y 3/4 tendrá 3 partes, es decir, 1500 metros cuadrados.

1/4 de 2000 = 1/4 x 2000 = (1 x 2000)/4 = 2000/4 = 500.

3/4 de 2000 = 3/4 x 2000 = (3 x 2000)/4 = 6000/4 = 1500.

Para tomar una fracción de un número se multiplica la fracción por dicho número.

Para multiplicar una fracción por un número se multiplica el numerador por dicho número.

2.- Multiplicación de fracciones

2/3 de 1/2 de círculo = 2/6. Hemos multiplicado las dos fracciones: 2/3 x 1/2 = (2x1)/(3x2) = 2/6.

Una fracción de fracción es igual al producto de ambas fracciones.

Para multiplicar dos fracciones, se multiplican los numeradores para formar el numerador del producto, y se multiplican los denominadores para formar el denominador de producto.

Ejemplos: 2/3 x 1/4 = (2x1)/(3x4) = 2/12 = 1/6; 4/7 x 3/5 = (4x3)/(7x5) = 12/35; 1/5 x 3/4 = 3/20.

3.- Realiza estos problemas:

1. La primera etapa de la Vuelta Ciclista a España tiene 253 km. Un ciclista ha recorrido a las 2 horas los 5/11 del trayecto. ¿Cuántos km. le faltan para terminar la etapa?
2. Una secretaria gana al día 42 y 1/6 euros y gasta 38 y 2/6 euros. ¿Cuánto ahorra al día?
3. A Ana le dieron 1/4 de pastel y a Arturo 1/6. ¿Cuánto reunieron entre los dos?
4. De un pastel nos comemos los 3/7 y después 1/8. ¿Cuánto nos falta por comer?
5. ¿Cuánto valen 157 litros de vino a 2/9 euros el litro?
6. Un comerciante vende 2/5 de tonelada de carbón a 1/7 euros el kilogramo. ¿Cuántos euros cobrará?
7. ¿Cuántos minutos son 2/3 de 1/2 hora?
8. Una persona pinta una habitación en 5 horas. ¿Qué parte de la habitación pinta en 1 hora?

INSTRUMENTOS
Grabadora
Cámara fotográfica

BIBLIOGRAFIA:

Ideas y actividades para enseñar algebra	Grupo Arzaquiel
Lenguaje matemático en el aula	David Pimm
Transición Aritmética-Algebra	U. Francisco J de Caldas
Didáctica y solución de problemas	Celia Cabrera, Luís Pérez
Planteamientos en Educación	Romero J.
Didáctica Lecturas	Manuel Santos
Fracciones relación parte todo	Salvador Llenares y Victoria Sánchez
Planeamientos en educación	Corporación Escuela Pedagógica Experimental

Bibliografía de Modelo Pedagógico:

Marzano, Robert J. (1.992). *A Different Kind of Classroom: Teaching with Dimensions of Learning. Association for Supervision and Curriculum Development, 1250 N. Pit Street, Alexandria, VA* 22314.

Weinstein, CE. y Hume, LM. (1.998). *Strategies pour un Apprentissage Durable. Paris: De Boeck Université, S.A*

INFOGRAFIA

PAGINAS SOBRE UNIDADES DIDACTICAS}

http://acadi.iteso.mx/acadi/articulos/unidida3.htm

PAGINAS SOBRE FRACCIONES

http://www.escolar.com/matem/08fracc.htm

http://www.aplicaciones.info/decimales/fra01.htm

www.salonhogar.com/matemat/practica/**fracciones**.swf

educa.rcanaria.es/usr/**...**/todo_mate/**fracciones**_e/**fracciones**_ej_p.html

www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA11/**fracciones**.html

www.ematematicas.net/**fracciones**.p