

**MANEJO DE LA CALCULADORA GRAFICADORA
PARA DISMINUIR DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE
LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN LOS GRADOS ONCE DEL COLEGIO CAMILO
TORRES.**

**ÁNGELA VEGA VENEGAS
CODIGO: 22021008**



**UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D. C.
2007**

**MANEJO DE LA CALCULADORA GRAFICADORA
PARA DISMINUIR DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE
LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN LOS GRADOS ONCE DEL COLEGIO CAMILO
TORRES.**

ÁNGELA VEGA VENEGAS

**Trabajo de grado presentado para optar por el título de
Licenciado en Matemáticas.**

TUTOR

ARACELLY CORTES

**UNIVERSIDAD LIBRE DE COLOMBIA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTA D. C.
2007**

Nota de Aceptación:

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bogotá, D. C., Noviembre - 2007

A mi padre y a mis hermanos por toda su colaboración incondicional.

A los alumnos, tanto a los que enseño personalmente, como a quienes me han apoyado a salir adelante.

A todas esas personas que han hecho posible alcanzar esta meta.

AGRADECIMIENTOS

Doy las gracias:

A los Profesores: IVÁN FLÓREZ ROJANO, ARACELLY CORTES VARÓN, JANETH L. MEJIA, tutores del presente trabajo por sus valiosos aportes a mi formación como docente, al rector y docentes del colegio I.E.D. Externado Nacional Camilo Torres.

A todos mis compañeros de la Licenciatura quienes siempre me brindaron su amistad y colaboración.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	13
1. ANTECEDENTES.....	15
2. JUSTIFICACIÓN.....	20
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	21
3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	21
3.2. DESCRIPCIÓN DE CATEGORÍAS.....	21
3.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	22
4. OBJETIVOS.....	23
4.1. GENERAL.....	23
4.2. ESPECÍFICOS.....	23
5. MARCO TEÓRICO	24
5.1. MARCO POLÍTICO Y LEGAL	25
5.1.1. Estándares y Competencias	25
5.2. MARCO HISTÓRICO.....	27
5.3. MARCO REFERENTE PEDAGÓGICO.....	28
5.3.1. Aprendizaje Significativo	28
6. METODOLOGÍA	30
6.1. LÍNEA DE INVESTIGACIÓN.....	30
6.2. TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	30
6.3. CONTEXTO INSTITUCIONAL.....	31
6.3.1. La Localidad de Santa Fe	32
6.4. ENFOQUE PEDAGÓGICO DE LA INSTITUCIÓN.....	33
6.5. POBLACIÓN Y MUESTRA	33
6.6. DISEÑO METODOLÓGICO.....	34
6.6.1. Descripción general.	34
6.6.2. Diseño y aplicación de la prueba diagnostica.	35
6.6.3. Metodología del uso de la calculadora gráfica:	35
6.7. UNIDADES DIDÁCTICAS.....	36
6.7.1. Unidad didáctica para el aprendizaje el concepto de límite de una función con la aplicación y manejo de la calculadora graficadora.	37
7. ANÁLISIS Y RESULTADOS	49
7.1. INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	49

7.2. DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS DE LAS GUÍAS DIDÁCTICAS DESARROLLADAS.....	51
7.2.1. Guía didáctica 1. Propiedades de los límites.....	51
7.2.2. Guía 2. Factorización.....	54
7.2.3. Guía 2-1. Límite de Factorización.....	57
7.2.4. Guía didáctica 3. Funciones Trigonometricas.....	60
7.2.5. Guía didáctica 3-1. Limite de funciones trigonometricas.....	63
7.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS FINALES.....	68
7.3.1. Evidencia procesamiento y técnicas para el análisis e interpretación de los datos.....	69
7.3.2. Evaluación formativa.....	70
RECOMENDACIONES.....	71
CONCLUSIONES.....	72
BIBLIOGRAFÍA.....	73
INFOGRAFÍA.....	75
ANEXOS.....	76

LISTA DE TABLAS

TABLA 1. Cronograma de actividades.....	38
TABLA 2. Propiedades de los límites.....	40
TABLA 3. Factorización	42
TABLA 4. Funciones trigonométricas.....	44
TABLA 5. Límite con factorización	46
TABLA 6. Límite de Funciones trigonométricas.....	48
TABLA 7. Evaluación formativa	70

LISTA DE GRAFICAS

GRAFICA 1. Estadística Prueba diagnostica	36
GRAFICA 2. Estadística guía 1.....	52
GRAFICA 3. Escrito de los estudiantes de la guía 1.	53
GRAFICA 4. Escrito de los estudiantes de la guía 1.....	53
GRAFICA 5. Estadísticas guía 2.....	55
GRAFICA 6. Escrito de los estudiantes de la guía 2.....	56
GRAFICA 7. Escrito de los estudiantes de la guía 2.....	56
GRAFICA 8. Estadísticas guía 2-1.....	58
GRAFICA 9. Escrito de los estudiantes de la guía 2-1	59
GRAFICA 10. Escrito de los estudiantes de la guía 2-1.	59
GRAFICA 11. Estadísticas guía 3.....	61
GRAFICA 12. Escrito de los estudiantes de la guía 3.....	62
GRAFICA 13. Escrito de los estudiantes de la guía 3.....	62
GRAFICA 14. Estadísticas guía 3-1.....	64
GRAFICA 15 Planteamiento y procedimiento de la calculadora	65
GRAFICA 16. Escrito de los estudiantes de la guía 3-1	66
GRAFICA 17. Escrito de los estudiantes de la guía 3-1	67
GRAFICA 18. Estadísticas generales	68
GRAFICA 19. Estadística evaluación de la Unidad Didáctica.....	70

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A	Guía N° 1. Propiedades de los límites	77
ANEXO B	Guía N° 2. Limite con facctorización	78
ANEXO C	Guía N° 3. Límite de funciones trigonométricas.....	79
ANEXO D	Planificación de la guía Didáctica del estudiante	80
ANEXO E.	Guía para el docente.....	81
ANEXO F	Encuesta	82

RESUMEN

Para estudiar y disminuir las dificultades en el aprendizaje del concepto de límite de una función en los grados once del colegio Camilo Torres y procurar alternativas de superación para las mismas, se llevó a cabo este proyecto con dos objetivos. El primero diseñar y aplicar estrategias didácticas para la búsqueda paulatina y sistemática de alternativas de aprendizaje para aquellos tópicos del cálculo en la Función Límite, y el segundo, diseñar y aplicar una unidad didáctica aplicando la calculadora graficadora, como alternativa pedagógica y didáctica para el aprendizaje de la función Límite.

En relación con los objetivos se involucraron 27 estudiantes del grado once-1103, grupo seleccionado para la observación e identificación de la problemática a investigar. La metodología incluyó la aplicación de una prueba diagnóstica para la identificación de los temas de mayor dificultad que presentaron los estudiantes de grado once; también se constituyeron en instrumentos de recolección de datos las guías, previas realizadas por el docente durante el semestre, los talleres escritos y desarrollados por los estudiantes, la observación del docente y una encuesta final.

El análisis de los resultados permite concluir que: los estudiantes al trabajar con la calculadora graficadora tienden a ser más exitosos en los conceptos previos de conceptualizar mejor el conocimiento matemático numérico y algebraico. Los temas de mayor dificultad identificados por estudiantes y profesor son: Límites de funciones trigonométricas, límites de factorización, funciones trigonométricas y factorización. En relación con la unidad didáctica, se concluye que esta favorecen el aprendizaje de los conceptos asociados con la función límite y son una fuente de motivación para su estudio, por lo cual se sugiere su aplicación a otros temas del análisis matemático.

Palabras clave: Dificultades de aprendizaje, Límites, Función, temas de mayor dificultad y unidad didáctica.

GLOSARIO

AMBIENTES DE APRENDIZAJE: propuesta para mejorar los procesos de aprendizaje

APRENDIZAJE: adquisición de una nueva conducta en un individuo a consecuencia de su interacción con el medio externo.

COMPETENCIA: “saber hacer en contexto”. Capacidad para hacer uso creativo de los conocimientos adquiridos en la escuela y fuera de ella.

DIDÁCTICA: organización en el aula para el desarrollo de actividades que conlleven al aprendizaje.

EDUCACIÓN: proceso continuo por el cual la sociedad facilita de una manera intencional o confusa, aprendizajes.

ESTÁNDAR: criterios claros y públicos que permiten conocer lo que deben aprender los niños y jóvenes, y establecen el punto de referencia de lo que están en la capacidad de saber y saber hacer, en cada una de las áreas y niveles.

ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE: procedimientos que el estudiante utiliza en forma deliberada, flexible y adaptativa para mejorar sus procesos de aprendizaje significativo de la información.

PEDAGOGÍA: teoría de la enseñanza que se impuso a partir del siglo XIX como ciencia de la educación o didáctica experimental, y que actualmente estudia las condiciones de recepción de los conocimientos, los contenidos y su evaluación, el papel del educador y del alumno en el proceso.

UNIDAD DIDÁCTICA: unidad de trabajo de duración variable, que organiza un conjunto de actividades de enseñanza y aprendizaje y que responde, en su máximo nivel de concreción, a todos los elementos del currículo: qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar, por ello se debe precisar los objetivos y contenidos, las actividades de enseñanza y aprendizaje y evaluación, los recursos materiales y la organización del espacio y el tiempo, entre otros.

INTRODUCCIÓN

Las dificultades de aprendizaje consisten en problemas para adquirir, descifrar o procesar signos e información que afectan el desempeño académico. Las dificultades de aprendizaje pueden tener causas diversas, tal puede ser el caso de la naturaleza misma de las matemáticas que se estudia, en nuestro caso la función Limite, disciplina que combina la abstracción con la abundancia de material fáctico, hacen que las dificultades se presenten. Esto no significa que sea la única causa, la mayoría de ellas son el resultado de factores externos al aula, como son los socioeconómicos, los familiares y otros de difícil actuación por parte del profesor. Y factores internos, como falta de interés en las actividades escolares, reducidas a memorización y repetición de libros de texto, los tipos de evaluación, el papel del profesor, la imagen deformada de matemáticas, la falta de una adecuada metodología de estudio y otros sobre los cuales puede incidir el profesor. La calculadora gráficadora como herramienta tecnológica nos ofrece la posibilidad de despertar el interés del estudiante y estimular su comprensión. Esta práctica da al profesor la oportunidad de explicar temas matemáticos fundamentales de manera más vívida y por otra parte, el estudiante practica y aprende por sí mismo nociones y resultados matemáticos que de otra manera serían difíciles de entender.

En la enseñanza de las matemáticas es muy importante la representación de un concepto matemático en más de un sistema de representación, como aritmético, algebraico, gráfico entre otros. La tecnología, puede convertirse en una herramienta didáctica poderosa y participar en el proceso de enseñanza de las matemáticas si se usa apropiadamente; sin embargo, su introducción en el aula no es un proceso inmediato carente de problemas y se requiere tener en cuenta diversos aspectos que implican un “uso eficiente y adecuado” de la tecnología. El hecho de preparar adecuadamente a los alumnos en su guía, atender los resultados y experiencias que reportan las dificultades, la tecnología puede ayudar en el proceso de enseñanza.

Las calculadoras graficadoras, son instrumentos que poseen características de procesador, que antes sólo estaban disponibles en software de computadoras; actualmente nos, permiten el uso de estos sistemas con gran facilidad que pueden pasar de uno a otro, contribuyendo con ello, a una comprensión más estable de los conceptos; por citar un ejemplo podemos calcular el Límite de una función en

forma algebraica, representarla gráficamente la función y finalmente desplegar una tabla de valores cercanos al límite de la función para ver, lo que está ocurriendo conforme más se acerca la variable a un valor determinado.

Enseñar, hoy en día significa motivar e involucrar a los estudiantes en un proceso de construcción y reconstrucción de sus propios conocimientos, habilidades, actitudes, afectos, formas de comportamiento y valores. Es hacer que vivan y sientan que la ciencia de las matemáticas, es una actividad humana y no un conjunto de conocimientos que deben aprender de memoria. Para que el estudiante vivencie las matemáticas es necesario enseñarla en forma integrada, y utilizando estrategias didácticas como la calculadora graficadora y las unidades didácticas.

Este proyecto busca, fundamentalmente mejorar y motivar el aprendizaje con nuevas expectativas tecnológicas los temas que involucran el cálculo en los grados once, del colegio I.E.D. Camilo Torres, donde el material didáctico para que los alumnos puedan mejorar su nivel de comprensión y avance en el conocimiento y del desarrollo del pensamiento matemático es escaso o mínimo.

1. ANTECEDENTES

Los orígenes de estas investigaciones pueden situarse alrededor de la aparición de la primera calculadora gráficas que se produjo en 1985 (La computadora gráfica la inventó Casio en el 85 se llamó FX – 7000) y que provocó una revolución en la enseñanza y en el aprendizaje de la matemática al estimular en los estudiantes experiencias con visualización computada. En 1995, se crea la calculadora TI-92, verdadera computadora de mano que lleva incorporado el CAS (cálculo algebraico simbólico) y un programa interactivo de geometría (la más compleja versión del CABRI II). Esta calculadora ha generado nuevas preguntas con respecto a qué cambios son necesarios en el currículo matemático y cómo debe integrarse su uso en la enseñanza matemática.

La empresa Texas Instruments ha diseñado calculadoras para un uso más didáctico, por ejemplo la serie TI-89, TI-92, TI-92 Plus y la más reciente la Voyage 2000. Poveda, R. y Salas, O. (2002).

La NCTM, el consejo nacional de profesores de matemáticas (por sus siglas en inglés) recomienda la integración de las calculadoras dentro del programa de matemáticas escolares en todos los grados de instrucción. Esta asociación de profesores de matemáticas en los Estados Unidos que tiene un reconocido prestigio en la educación matemática, en un documento de Waits B. (1997) titulado *Principles and Standards for School Mathematics*, identifica al uso de la tecnología como un principio que le debe dar soporte a las propuestas curriculares, de igual manera resaltan que, las computadoras y calculadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, aprendizaje y desarrollo de las matemáticas. Del mismo modo, generan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y análisis de datos, y realizan cálculos de manera eficiente y precisa. Y desde luego, cuando las herramientas computacionales están disponibles, los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión razonamiento y resolución de problemas.

Diversos investigadores y organizaciones de educación matemática, han buscado evaluar los efectos de la utilización de las calculadoras gráficas en el rendimiento y la formación matemática de los estudiantes, en los cursos superiores de la secundaria y en los cursos de precálculo de la universidad.

Famosos matemáticos como Waits Bert, Demana Frank, según Herrera (2001), estuvieron entre los primeros que se dieron cuenta de que la Tecnología inevitablemente impactaría el currículo de matemáticas y en qué forma podría mejorar la instrucción en el aula de clase. Ellos, escribieron libros de texto en los que consideraban la tecnología como herramienta básica en la solución de problemas y la comprensión de las matemáticas, en lugar de tratarla como elemento de segundo orden. De igual manera, en 1988 fundaron T3 (Maestros que Enseñan con Tecnología), que comenzó como un sitio de entrenamiento local en el uso de calculadoras gráficas y se convirtió en el programa de capacitación profesional más grande del mundo, enfocado a la tecnología del computador de bolsillo en el aula de clase.

Por otro lado, según Cedillo (1997) se está “vendiendo” y “comprando” la idea de que la tecnología es la fórmula mágica que transformará nuestras aulas en verdaderos ambientes de enseñanza y aprendizaje.

Para los futuros profesores de matemáticas, según, Bedoya (2001) dichos recursos tecnológicos debe ser permitido solamente después que los estudiantes hayan aprendido y tengan cierto dominio básico de las nociones y procedimientos matemáticos correspondientes que se proponen enseñar en el currículo tradicional.

De igual manera, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la materia de Cálculo Diferencial e integral, Rodríguez, J (1996), reporta la investigación titulada “La enseñanza de las Matemáticas Basadas en los principios del Constructivismo y la teoría de la Enseñanza Problémica”, donde valoró, la oportunidad de explorar nuevas formas de transmitir el conocimiento con tecnología utilizando como recurso didáctico fundamental, la calculadora Voyage 2000 de Texas Instruments.

Pomerantz (1997), señala que, existen muchos mitos acerca del uso de las calculadoras en la clase de matemáticas, indica algunos como, el considerar que los estudiantes pierden habilidades al usarlas y que las calculadoras hacen todo el trabajo por el estudiante y se vuelven dependientes de ellas. De igual manera considera que, estos mitos únicamente sirven para hacer más lento la inevitable implementación de la tecnología en los salones de clase y poner a los estudiantes en desventaja en un mundo que está siendo cubierto por la tecnología.

Kutzler (1999), distingue varios tópicos especialmente importantes en educación matemática y en los cuáles las calculadoras y computadoras son una herramienta valiosa para atenderlos. Algunos de estos tópicos son: experimentación, visualización y concentración. Igualmente el plantea que, la clave del éxito en una enseñanza apoyada en tecnología, radica en un buen entrenamiento de los profesores y en un enfoque didáctico apropiado; resalta igualmente que, la tecnología no cambia la enseñanza por sí sola, pero que la tecnología es un catalizador para que los profesores cambien sus métodos de enseñanza y se enfoquen hacia tópicos y habilidades contribuyendo a una mejor enseñanza de las matemáticas.

Por otro lado, en un estudio realizado por, Ruthven (1998) examinó el uso de estrategias mentales, escritas y con calculadora en la resolución de problemas. Muestra que es una herramienta valiosa, que enriquece la comprensión en la resolución de problemas y la aplicación de procedimientos intuitivos.

Ralston, A (1999), propone, que se abandone la enseñanza de la aritmética de papel y lápiz en la escuela elemental y que sea reemplazada por un currículo que enfatice el calculo mental mucho mas que lo que se hace ahora y en el que las calculadoras se utilicen con propósitos educativos en todos los niveles de la enseñanza primaria, e incluso a preescolar y de igual manera que si deseamos desarrollar en nuestros estudiantes, tanto las habilidades básicas como las habilidades para resolver problemas mediante el uso de la calculadora, entonces debemos hacer un “uso apropiado” de ellas. En este sentido, la idea de un enfoque balanceado de uso de papel y lápiz y tecnología, en la enseñanza de los Límites es esencial. De igual manera, se pueden seguir diferentes estrategias para llevar a cabo un uso apropiado de las técnicas de papel y lápiz y la calculadora planteando una serie de estrategias como, pueden ser resolver problemas usando papel y lápiz y verificar los resultados con tecnología, ó resolver problemas usando tecnología y confirmar los resultados usando papel y lápiz y finalmente resolver problemas para los cuales los estudiantes elijan la técnica que más les guste, papel y lápiz, calculadora o una combinación de ambas.

Otro acercamiento interesante es el que planteó, Cedillo (1995), en este estudio consistió en investigar en qué medida el uso de la calculadora podría apoyar el tratamiento de temas algebraicos teniendo como único soporte el bagaje aritmético que los niños habían adquirido al término de la escuela primaria. En esta Investigación el autor, adoptó la simbología de “concebir el aprendizaje del álgebra como el aprendizaje del lenguaje materno”. Esta metáfora orientó el uso

de la calculadora para proponer la enseñanza del código algebraico a través de su uso, de manera similar a la forma en que aprendemos el lenguaje materno.

En un trabajo presentado por, Bruce Edwards (2001) ilustran temas matemáticos importantes (Traslaciones, Series infinitas, La recta de regresión por mínimos cuadrados), para los cuales el uso de la calculadora gráficadora ayuda en su explicación. Resaltan e ilustran la importancia que tiene la calculadora gráfica en la enseñanza matemática de estos temas fundamentales en el cálculo matemático. Gracias a la calculadora gráficadora, dicha enseñanza ha cambiado haciéndose más amena y práctica para el estudiante, permitiéndole ser parte activa del proceso. De esta manera, contando con la calculadora y la guía adecuada, el estudiante está en capacidad de descubrir resultados matemáticos. En el futuro, la enseñanza de las Matemáticas puede cambiar, al menos para aquellas instituciones que dispongan de la tecnología adecuada.

Ríos (2002) afirma que, el uso del computador y la calculadora gráficadora van a revolucionar la enseñanza del Cálculo, el Algebra Lineal o la estadística, en los próximos años en el proceso Enseñanza-Aprendizaje. Para esto, según el autor, es necesario, en primer lugar, que se entienda al computador como una herramienta de aprendizaje y un medio de comunicación entre el estudiante y el profesor; donde el profesor, desempeñará el papel de co-explorador de los conceptos matemáticos. Esto permitirá enfatizar la elaboración y validación de conjeturas y pruebas, la formulación de problemas, el descubrimiento de propiedades y la construcción de modelos, eliminando el exceso de manipulaciones simbólicas.

Cabe mencionar también aquí, como antecedentes, desde la Coordinación General del proyecto de incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas en la educación básica secundaria y media en Colombia. Donde la fase piloto de este proyecto se está realizando en 60 instituciones educativas (44 colegios de educación básica secundaria y media, y 16 escuelas normales superiores) de 17 departamentos y 3 distritos, se están beneficiando aproximadamente 6000 alumnos de educación secundaria y media, y 120 docentes de matemáticas. Este proyecto se adelanta desde marzo del año 2000. Su propósito es mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y la capacidad de aprendizaje, mediante los recursos que la tecnología pone al alcance de las instituciones educativas.

Específicamente el proyecto se propone lo siguiente:

- ✓ Implementar el uso de calculadoras gráficas basado en un modelo pedagógico con el propósito de construir ambientes de aprendizaje con tecnología.
- ✓ Diseñar una estrategia para incorporar gradualmente el uso de la tecnología en el sistema educativo colombiano.
- ✓ Consolidar una comunidad de docentes comprometidos con la diseminación de la cultura informática.

Se espera que este proyecto contribuya a transformar la educación matemática colombiana en cuanto al aprendizaje de los alumnos, los enfoques de enseñanza y el currículo en general¹.

De igual manera podemos destacar los resultados de algunas investigaciones ya realizadas en nuestro país, por el profesor Gómez Pedro y otros (1997), en donde la investigación participaron todos los estudiantes de un curso de precálculo de la Universidad de los Andes, donde la utilización de las calculadoras gráficas en la enseñanza y el aprendizaje del precálculo puede mirarse, no solamente desde el punto de vista de sus efectos en aspectos particulares del currículo, sino también desde la perspectiva de la complejidad y la dinámica del sistema curricular en el que se introduce, de tal manera que sea posible explorar la forma como sus elementos se relacionan y evolucionan en el tiempo. Con base en esta perspectiva, los autores, estudiaron los efectos de la introducción de las calculadoras gráficas en un curso de precálculo de nivel universitario. Utilizando un esquema cuasi-experimental en el que se recogió información de un grupo de estudiantes que siguió el currículo tradicional y de otros grupos que utilizaron la calculadora, se estudiaron múltiples aspectos curriculares de la innovación.

Podemos destacar también la experiencia del Proyecto de Calculadoras en el Departamento del Valle. El proyecto se adelanta en el Departamento del Valle del Cauca como parte de dos programas de investigación que lidera a nivel regional el Grupo de Educación Matemática-GEM, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. Uno se refiere a la «Incorporación de herramientas computacionales al currículo de matemáticas (pensamiento geométrico y métrico)», y el otro tiene como propósito el «Fortalecimiento de la red de educación matemática el municipio de Cali².

¹ www.eduteka.org/entrevista4.php.MEN, proyecto de calculadores en la enseñanza.

² www.eduteka.org/entrevista3.php

2. JUSTIFICACIÓN

Uno de los objetivos más valorados y perseguidos de la educación a través de las épocas, debe ser enseñar a los estudiantes a que se vuelvan aprendices autónomos e independientes de su aprendizaje. Sin embargo, en la actualidad los planes de estudios educativos promueven aprendices altamente dependientes de la instrucción, (solo siendo receptores y no constructores de su propio conocimiento), con muchos o pocos conocimientos conceptuales sobre distintos temas disciplinares independientes, pero con pocas herramientas o instrumentos cognitivos que le sirvan para enfrentar por si mismos nuevos espacios de aprendizajes. Siendo la educación, la interacción cultural mediante la cual, una sociedad asimila a nuevos miembros socializándolos e integrándolos a sus reglas, saberes y prácticas.

Como la mayoría de los proyectos de investigación, el presente encuentra justificación en dos principios: uno de tipo académico y otro de tipo práctico, de solución de problemas o de aplicación. Desde el primer punto de vista, se trata del ejercicio de la función propia del colegio como espacio de producción de conocimiento. En este sentido, el desarrollo del presente trabajo se presenta como una oportunidad para que, la aplicación de nuevas tecnologías, como la calculadora graficadora, se pueda contrastar y aplicar en el Colegio I.E.D Camilo Torres, como una opción para explicar las dificultades de aprendizaje de ciertos temas del cálculo, y proponer desde allí algunas alternativas de solución a las mismas.

Desde el punto de vista de pensamiento numérico y variacional, es claro, que cuanto más se caractericen los tópicos del cálculo, con la función Límite, que presentan dificultades de aprendizaje y se estudien y entiendan las causas de las mismas, más fácil y más sistemáticamente se pueden generar acciones intencionadas para superarlas. Se espera que los resultados de dichas acciones, sean de beneficio para los estudiantes en su progreso académico con menos dificultad y para los docentes en cuanto al mejoramiento de su acción en el aula.

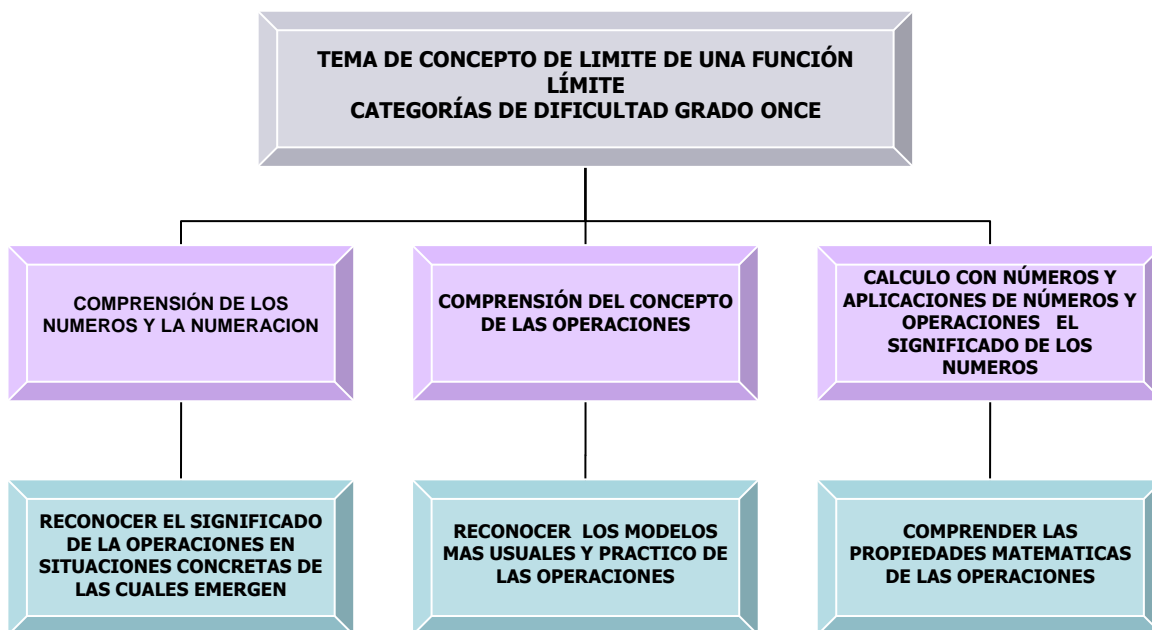
También es preciso tener en cuenta que el colegio I.E.D Camilo Torres cuenta ya con una tradición en educación y tecnología en matemáticas que vale la pena acrecentarla y fortalecerla para desarrollar liderazgo a nivel Distrital y Nacional en este campo, es el caso de la calculadora graficadora como apoyo a la docencia de las matemáticas en el estudio de las dificultades de aprendizaje

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema objeto de este proyecto es la búsqueda de explicaciones a las dificultades de aprendizaje que tienen los alumnos de interpretación y análisis de los errores que cometen con los conceptos asociados a los diferentes temas como son el pensamiento numérico, pensamiento variacional y sistema algebraico; donde muchos de ellos tienden a confundir los números naturales, enteros, racionales y los reales, de la forma en que interpretan los problemas planteados con ellos, una baja capacidad de interpretar conceptos aritméticos, los diferentes procedimientos con que los resuelven y sus aplicaciones al cálculo de Límites entre otros, que presentan los estudiantes de los grados once. Por ello, este proyecto se centró en identificar y analizar estos obstáculos cognitivos de los estudiantes de estos cursos cuando están aprendiendo el concepto y aplicación de Límite.

3.2. DESCRIPCIÓN DE CATEGORÍAS



3.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo utilizar la calculadora graficadora para apoyar y facilitar la comprensión y construcción significativa del concepto de límite de una función de los grados once del Colegio I.E.D Camilo Torres?

4. OBJETIVOS

4.1. GENERAL

Diseñar y aplicar estrategias didácticas para la búsqueda paulatina y sistemática de alternativas de aprendizaje para aquellos tópicos del cálculo en la función Límite identificados por los estudiantes del Colegio I.E.D. Camilo Torres de grado once como de mayor dificultad de aprendizaje.

4.2. ESPECÍFICOS

- ✓ Diseñar y aplicar, con los grupos de estudiantes de los grados once del colegio I.E.D Camilo Torres, una unidad didáctica, como alternativa pedagógica y didáctica para el aprendizaje de la función Límite.
- ✓ Identificar los procesos que dificultan la aplicación de instrucciones, ejercicios y formulas en la calculadora graficadora.
- ✓ Comprender como afectan los diferentes contextos y estructuras de interpretación y comprensión en el manejo de la calculadora graficadora.

5. MARCO TEÓRICO

La preocupación por el mejoramiento de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y su adecuación a las necesidades de la sociedad actual esta generando una abundante investigación. Esta preocupación es, por su puesto, un indicador de las deficiencias y dificultades existentes en el campo de la metodología, pedagogía y didáctica que se emplean. Los fundamentos del pensamiento numérico están presentes muy temprano en la vida. Su campo de reflexión comienza en la aritmética escolar y las nociones básicas de numero, continua por los sistemas numéricos superiores (enteros, racionales y decimales) y avanza con el estudio sistemático de las relaciones numéricas que abordan la teoría de los números, el inicio del algebra, los procesos infinitos que dan lugar al sistema de los números reales y los conceptos básicos del análisis.

Con relación a la matemática, esta es una actividad vieja y polivalente. A lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. La matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo. La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora y el computador está influyendo fuertemente en los intentos por orientar la educación matemática adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo tales instrumentos.

Se resalta que la posibilidad de Colombia para competir adecuadamente con otros países³, depende de la realización de un enorme esfuerzo educativo y una de las herramientas más importantes de que se dispone para elevar el nivel de competitividad es la instrucción de alta calidad por medios computacionales interactivos, como lo empiezan a hacer los países desarrollados, por lo cual se propone impulsar la calidad de la educación en el ámbito nacional con un avanzado sistema de aprendizaje computacional.

“Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos; sabemos bien que hacer

³ misión de ciencia, educación y desarrollo, 1994, p. 12 del Ministerio de Educación Nacional

matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles solución. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigirá que él actúe, formule, observe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etc.” (Mcintosh, 1994.)

Segun Mcintosh (1992), el pensamiento numérico, se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones; junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

5.1. MARCO POLÍTICO Y LEGAL

En 1948 y mediante decreto especial, el extenso terreno con sus edificaciones, fue adjudicado al Ministerio de Educación con destino a la entidad "Externado Nacional Camilo Torres.

El 27 de agosto del año 2002 según decreto 2518 se establece el nuevo nombre del colegio: "Instituto Educativo Distrital Externado Nacional Camilo Torres“.

5.1.1. Estándares y Competencias

Colombia ha estado trabajando para mejorar la calidad de su educación, lo que significa que todos, independientemente de sus condiciones socioeconómicas, ingresen, permanezcan y aprendan en la escuela lo que tienen que aprender en el momento que tienen que hacerlo. Para ello, se han adelantado reformas que se consignan en la ley general de educación y en varios decretos posteriores. En desarrollo de la ley 115 de 1994 y la ley 715 de 2001 se crearon los estándares curriculares. La ley establece que le corresponde a la nación determinar las normas técnicas curriculares, para que la institución educativa, en el marco de su autonomía, defina el proyecto educativo institucional -PEI- y los planes curriculares, determinando así la forma de enseñanza. El punto de partida fueron los lineamientos curriculares producidos por el Ministerio de Educación. Su

desarrollo se enriqueció con la participación de maestros de diversas regiones y de académicos, así como con la consulta a currículos de otros países.

Con los estándares curriculares se busca dar mayor concreción a los lineamientos expedidos, de manera que las instituciones escolares cuenten con una información común para formular sus planes de estudio, respetando su autonomía. Un estándar en educación especifica lo mínimo que el estudiante debe saber y ser capaz de hacer para el ejercicio de la ciudadanía, el trabajo y la realización personal. El estándar es una meta y una medida; es una descripción de lo que el estudiante debe lograr en una determinada área, grado o nivel; expresa lo que debe hacerse y lo bien que debe hacerse.

Es indudable que las matemáticas se relacionan con el desarrollo del pensamiento racional (razonamiento lógico, abstracción, rigor y precisión) y son esenciales para el desarrollo de la ciencia y la tecnología; pero además-y esto no siempre ha sido reconocido pueden contribuir a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de orden nacional o local y, por ende, al sostenimiento o consolidación de estructura sociales democráticas.

Los fines de la educación matemática no pueden dejar de lado las funciones políticas, sociales y culturales que cumplen el proyecto educativo y, por lo tanto, debe considerar la sociedad a la que este se oriente.

El compromiso con los ideales democráticos se alcanza si en el aula se trabaja en un ambiente donde es posible la discusión y la argumentación sobre las diferentes ideas. Esto favorece el desarrollo individual de la confianza en la razón, como medio de autonomía intelectual y la toma de conciencia del proceso constructivo de las matemáticas para intervenir en la realidad.

Los estándares que se describen consideran tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática:

- ✓ Planteamiento y resolución de problemas.
- ✓ Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración.).
- ✓ Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

Los estándares están organizados en cinco tipos de pensamiento matemático:

1. Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

2. Pensamiento espacial y sistema geométricos.
3. Pensamiento métrico y sistemas de medidas.
4. Pensamiento aleatorio y sistema de datos.
5. Pensamiento variacional y sistema algebraicos y analíticos.

5.2. MARCO HISTÓRICO

Según el Decreto 1773 del 20 de junio de 1942 se cambio la denominación “Externado Nacional Camilo Torres” como homenaje al prócer de la independencia Don camilo Torres Tenorio, pensador político del nuevo mundo y director intelectual de la Revolución de su nativa comarca.

Desde entonces empezó a germinar lo que más tarde se denomino “El Espíritu Camilista”, al hacer que cada uno de sus miembros se sintiera orgulloso de recibir su influjo formativo, que habría de convertirse en carta de presentación durante toda su vida.

A comienzos de febrero de 1943 y hasta 1948 asumió la rectoría el gran humanista y educador de la juventud Doctor José Maria Restrepo Millán, otro de los grandes educadores de la su época.

En 1948 tomo la rectoría don Juan Bernal que continuo la huella de sus antecesores en lo que se refiere al humanismo, a la disciplina, la técnica y seriedad de los estudios y por ende la magnifica preparación de bachillerato.

En febrero de 1959 y hasta enero de 1973 ocupó la rectoría el licenciado Doctor severo Ortiz Manrique, otro de los grandes pedagogos que ennoblece la educación y quien en respuesta a la magnitud de la ciudad, creo la Jornada Tarde. El perfil de los integrantes de la comunidad camilista esta basado en el sentido de pertenencia y compromiso con la institución, de acuerdo al estamento al cual se pertenezca.

En 1948 y mediante decreto especial, el extenso terreno con sus edificaciones, fué adjudicado al Ministerio de Educación con destino a la entidad "Externado Nacional Camilo Torres", obligándose la Nación a pagar al Banco de la República. El 27 de agosto del año 2002 según decreto 2518 se establece el nuevo nombre del colegio: "Instituto Educativo Distrital Externado Nacional Camilo Torres"

El Colegio Externado Nacional Camilo Torres, es una institución educativa de carácter público, ubicada en la localidad tercera – Santa fe – en el centro de la ciudad de Bogotá, D.C., capital de la República de Colombia, dando educación a más de 3.100 estudiantes; de educación preescolar, básica primaria, secundaria, media superior técnica y tecnológica, en tres jornadas, mañana, tarde y noche, dando la oportunidad a personas de estratos 1,2 y 3 al acceso y permanencia a la educación en condiciones de equidad, calidad y pertinencia.

Misión. El colegio I.E.D. Externado Nacional Camilo Torres, es una institución que ofrece educación integral a niños y jóvenes y adultos, en básica primaria, básica secundaria y media técnica y académica que propende por el desarrollo de las dimensiones del ser humano mediante procesos interdisciplinarios de calificación académica y técnica que le permitan responder de manera competente a los retos de la sociedad y el país nos impone.

Visión. El colegio I.E.D. Externado Nacional Camilo Torres será una institución que fortalecerá las capacidades intelectuales de sus estudiantes en el marco de la consolidación de sus competencias básicas en una educación humanística, científica y técnica, involucrando los valores necesarios para formar individuos responsables, competitivos y buenos ciudadanos que contribuyan a la construcción de un país mejor.

5.3. MARCO REFERENTE PEDAGÓGICO

5.3.1. Aprendizaje Significativo

El aprendizaje significativo es aquel que proviene del interés del individuo, no todo lo que aprende es significativo, se dice así cuando lo que aprende le sirve y utiliza por que es valorado para el como primordial y útil El aprendizaje significativo es de tal manera que la persona vaya adquiriendo conocimiento propio de su vida cotidiana, esto favorece en su conducta social⁴.

El aprendizaje significativo presupone de tres condiciones que son:

⁴ www.definicion.org/aprendizaje-significativo

1. Los nuevos materiales o información por aprender deben ser potencialmente significativos. El nuevo material debe permitir una relación intencionada y sustancial con los conocimientos e ideas del alumno según Ausubel.
2. Otra condición requerida es la existencia de una disposición en el alumnado para dedicarse a un aprendizaje es la motivación y se utiliza la expresión “significatividad psicológica”, porque implica que el alumnado tenga, además del interés, los conocimientos básicos exigidos para el nuevo aprendizaje.
3. Se señala también que la disposición hacia el aprendizaje con la estructura cognitiva particular que posee.

En la práctica aumenta la claridad y la estabilidad de los significados aprendidos especialmente si se tiene en cuenta los matices y las implicaciones que se pierden en una primera presentación. Aumenta la diferenciación conceptual. Cumple con un papel inmunizante al llevar al plano de la conciencia los factores responsables del olvido.

De acuerdo con la enseñanza debe partir del conocimiento de los conceptos que manejan los estudiantes y del estimativo de las habilidades que estos poseen en un momento dado, esto evidencia una vez más que el peso educativo recae en esta escuela en la metodología y no en la revisión de los propósitos y los contenidos curriculares como debería ser para poder definir una teoría alterna a la pedagogía tradicional.

6. METODOLOGÍA

6.1. LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

El centro de investigación Educativo de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Libre es un ambiente institucional, académico y pedagógico orientado a liderar y canalizar acciones investigativas en las distintas disciplinas con el fin de favorecer el avance del conocimiento educativo, pedagógico, didáctico y la reflexión sobre la práctica pedagógica.

Siendo así una de las líneas de investigación es el desarrollo humano como proceso de construcción de la autonomía del sujeto y la producción del conocimiento.

Guiados por la línea del departamento “La educación matemática como potencializadora del individuo en el contexto social”.

6.2. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El presente trabajo se desarrollo desde la investigación-acción, la cual establece que la enseñanza es un proceso continuo de investigación que parte de la reflexión educativa del docente, explorando su práctica profesional y buscando optimizar los procesos de enseñanza - aprendizaje y por ende contribuyendo con una innovación en el aula.

La investigación – acción supone entender la enseñanza como un proceso de investigación, un proceso de continua búsqueda. Conlleva entender el oficio docente, integrando la reflexión y el trabajo intelectual en el análisis de las experiencias que se realizan, como un elemento esencial de lo que constituye la propia actividad educativa. Los problemas guían la acción, pero lo fundamental en la investigación – acción, es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, no tanto por su contribución a la resolución de problemas, como por su capacidad para que cada profesional reflexione sobre su propia práctica, la planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas.

El fin que persigue el proyecto es aplicado con un propósito práctico de la unidad didáctica que nos permite aplicar los conocimientos obtenidos en la toma de decisiones.

En el ambiente que se desarrolla es de laboratorio ya que estamos en ambientes de aprendizajes aplicando con la calculadora graficadora.

Se obtendrá un nivel de conocimiento investigación acción en donde el maestro a partir de su investigación observa la parte de habilidad y destreza del conocimiento de los alumnos en el aula y el área de matemática en mejorar la calidad de la educación. Como herramienta didáctica la calculadora graficadora para el aprendizaje, de los diferentes contextos, es consolidar lo teórico con lo práctica.

Se estudia en tiempo descriptivo ya que estas estudiando sucesos del presente y de lo observado en cada actividad desarrollada por el estudiante.

Se realizara de forma cualitativa una prueba diagnostica y se observara la dificultad, de los estudiantes de grado once en el manejo de la calculadora graficadora en mejorar y formalizar el aprendizaje en los conceptos básicos del pensamiento numérico, variacional, algebraicos y análisis de grafica.

La recolección de datos se observo, y realizo una encuesta de la unidad didáctica de los estudiantes de grado once en el desarrollo de las guías en el concepto de limite de una función, se tomaron en cuenta los aspectos en relación con la unidad didáctica, en relación con la unidad didáctica y sus contenidos sobre concepto de limite y en relación con la metodología de trabajo.

6.3. CONTEXTO INSTITUCIONAL

El Externado Nacional Camilo Torres, Ubicado en la Carrera 7 No. 33-64, hace parte de la Localidad de Santa fe, conformada por 36 barrios y 3 veredas, que posee una series de características particulares que le brindan a la población estudiantil oportunidades muy importantes y a la vez le representan varias amenazas. Así mismo la conformación poblacional de la Comunidad del Colegio: docentes, administrativos, estudiantes y padres de familia, le representa retos en cuanto a las debilidades y fortalezas del mismo.

6.3.1. La Localidad de Santa Fe

La localidad de sitúa en el área central y peri central de la ciudad incluyendo además una porción del cerro de Guadalupe al oriente. Contiene en su espacio interior una “vacuola”, la localidad de la Candelaria. Abarca el centro histórico e institucional de Colombia, el tradicional centro comercial y financiero y el centro comercial popular de la ciudad en la zona del parque del Tercer Milenio, antes conocido como muestra un comportamiento inestable en el San Victorino.

Para los últimos años, los incrementos intercensales son de 2.564 habitantes para el periodo 73 – 85; sin embargo, para el período comprendido entre 1985 – 1993, se registro un descenso de 13.650 personas.

Este descenso en la población residente se puede explicar por la consolidación del centro administrativo, económico y político, así como de áreas comerciales.

El desarrollo de estas actividades, ha ocasionado las salidas de muchos de sus antiguos residentes para dar paso a la población flotante trabajadora. Por lo anterior, las proyecciones de población de la localidad para los años 1997 a 2010 no muestran cambios en el crecimiento de su población.

Este comportamiento de la sitúa como la decimoquinta en tasa de crecimiento hasta 1999 y en términos de proyecciones la equipara con otras 8 localidades con comportamiento estacionario, manteniendo la población del año 93 hasta el 2.010. El grupo de edad con mayor representatividad (60%) es el rango de edad menor a 30 años y, tan solo, el 10% de la población que habita en ella es mayor de 55 años. La población con los rangos de edades entre 20 y 24 años y de 0 y 4 años son los de mayor representatividad. El primero tiene un total de 9.433 habitantes y el segundo 9.332 habitantes; cada uno representa cerca de un 10% de la población total local.

En relación a la educación, según fuente de la Secretaria Distrital de Educación, en la localidad se encuentran 14 establecimientos que cubren en total 13 jornadas. La diversidad se representa en la estratificación que varía desde estrato 1 hasta el 4 en vivienda y 2 a 5 comercial.

Los principales problemas de la localidad se centran en los altos niveles de contaminación auditiva, visual y del aire, ya que se encuentra atravesada por vías principales como la carrera séptima, décima, y caracas. Sin embargo con la troncal de Transmilenio ésta última ha disminuido notoriamente en contaminación auditiva principalmente.

6.4. ENFOQUE PEDAGÓGICO DE LA INSTITUCIÓN

Los lineamientos o criterios pedagógicos acordados para la institución, parten de considerar de una manera pragmática los aportes de la escuela activa del aprendizaje significativo, aprendizaje por modalidades y de la enseñanza problémica, de las corrientes que colocan un debido equilibrio entre los contenidos; el papel del estudiante y el trabajo docente, en este sentido conviene recuperar para el quehacer pedagógico la experiencias y criterios planteados por la teoría social y la teoría cognitiva del aprendizaje.

PEI. Esta fundamentado en tres ejes básicos: conocimiento, investigación y procesos de formación; opta por un modelo pedagógico y didáctico cuyos lineamientos generales se encuentran en la enseñanza problémica el aprendizaje significativo, el aprendizaje por modalidades y proyectos de investigación d aula. La propuesta se basa en la necesidad de superar una educación instrumental y repetitiva, para abrir a la construcción de un ser con visión integral e integradora.

6.5. POBLACIÓN Y MUESTRA

El Colegio Externado Nacional Camilo Torres, es una institución educativa de carácter público, ubicada en la localidad tercera – Santa fe – en el centro de la ciudad de Bogota, D.C., capital de la República de Colombia, dando educación a más de 3.100 estudiantes; de educación preescolar, básica primaria, secundaria, media superior técnica y tecnológica, en tres jornadas, mañana, tarde y noche, dando la oportunidad a personas de estratos 1,2 y 3 al acceso y permanencia a la educación en condiciones de equidad, calidad y pertinencia

A través de la observación y dificultades se realizo 5 guías que se trabajaron en parejas, se tomo como muestra en primera instancia; se implemento una prueba diagnostica en donde se pudo concluir que en algunos casos el estudiante no identifica la solución de los procesos y la aplicación de instrucciones, ejercicios y formulas en la calculadora graficadora; no argumenta un lenguaje matemático en relación al concepto de limite de una función.

Los alumnos tienen un bajo nivel de interpretación y análisis con los conceptos asociados a los diferentes temas como son el pensamiento numérico, pensamiento variacional y sistema algebraico.

Los grupos seleccionados para el desarrollo total de este proyecto de investigación fueron: Grado once-1103 de educación básica secundaria (2007), estaba conformado por (27) estudiantes, (14) hombres y (13) mujeres, cuyas edades oscilan entre los dieciséis (16) y diecisiete (17) años de edad, y de estrato social medio, fue grupo seleccionado para la observación e identificación de la problemática a investigar.

6.6. DISEÑO METODOLÓGICO

6.6.1. Descripción general.

Observación.

Esta observación se realizó detalladamente sobre la muestra seleccionada para identificar algunas dificultades, de nivel aprendizaje de clases y estrategias utilizadas por el docente, además conocer el tipo de estudiantes con los cuales se desarrollaría la investigación, en el manejo de la calculadora graficadora.

Selección de la temática a integrar.

Al identificar los estudiantes y las temáticas a trabajar en el grado once de básica secundaria se plantea una estructura integral, partiendo como base integradora la unidad didáctica en el concepto límite de una función en la materia de cálculo.

Elaboración y aplicabilidad de unidades didácticas.

Se diseñó un módulo para el segundo periodo del año escolar, que comprendía 6 guías didácticas, distribuidas con los temas vistos durante el programa de la materia de cálculo. Cada unidad didáctica está estructurada por una actividad de iniciación, actividades de desarrollo y una actividad de finalización.

Situaciones problemáticas, talleres, guías y trabajos en grupo.

En el desarrollo de las unidades didácticas se plantean actividades como trabajos de parejas donde están los contenidos, procedimiento y actitudes de los estudiantes y situaciones problemáticas, con el fin de resolver dichas unidades didácticas de una forma más global e integral. En relación con los talleres y las guías son estrategias utilizadas para evaluar el manejo de la calculadora graficadora como requisitos, se evaluó el desarrollo de la unidad didáctica con referente a al concepto de límite de una función y las actividades de las guías.

6.6.2. Diseño y aplicación de la prueba diagnóstica.

Desde el punto de vista metodológico, la realización de esta investigación involucró las siguientes fases: Planteamiento de la prueba, diseño de la prueba, tratamiento estadístico de los datos y la Interpretación de los resultados.

6.6.3. Metodología del uso de la calculadora gráfica:

La metodología que se siguió fue de la ejemplificación, es decir, a partir de ejemplos se dan las pautas para que los alumnos puedan trabajar por sí solos en el estudio y representación gráfica de funciones. Se evaluaron tres aspectos de acuerdo con su nivel cognoscitivo de respuesta así:

Insuficiente. No aplicaron adecuadamente los conceptos previos ya visto en clase tanto teórico, como práctico. En el planteamiento de los ejercicios con la calculadora gráfica, su terminología, su notación matemática y simbólica, de igual manera los iconos de álgebra, para factorizar y racionalizar en cálculo en el concepto de límite de una función; las propiedades aritméticas, algebraicas, funciones trigonométricas, denotación de límite, con las variables y el valor numérico.

Aceptable. El desarrollo de los ejercicios presentan sus respuestas con algunas falencias en las propiedades aritméticas, algebraicas, funciones trigonométricas en especial el desarrollo de las gráficas del límite de una función, igual manera la incorrecta aplicación de los números enteros, como los números racionales, exponentes de radicación en racionalización y sustitución.

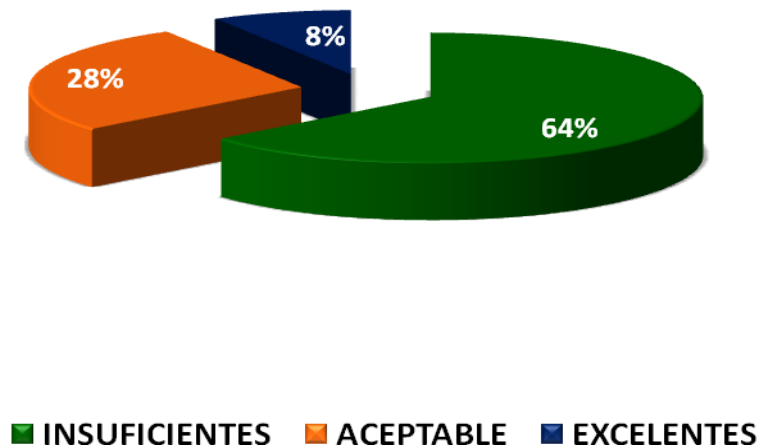
Excelente. Para el concepto límite de una función el ejercicio cumplía con todos los requerimientos en el planteamiento, la modelación, la elaboración y comparación de procedimientos. Y en general la aplicación básica que involucra sus propiedades y características necesarias del conocimiento matemático.

Todas las actividades correspondientes a la utilización de la calculadora gráfica pueden ser empleadas con las adaptaciones correspondientes desde luego usando el retroproyector y transparencias y/o lápiz y papel, desde luego dependiendo de la dotación de material que hay en el centro y finalmente invitando a los estudiantes señalar con una X sobre la casilla respectiva, el grado de

dificultad para resolver los ejercicios con insuficiente,(I), aceptable (A) ó excelente,(E) las afirmaciones que se plantearon en las diferentes guías.

La muestra se realizo con 27 alumnos de grado 1103, organizados en parejas para la conformación de 13 grupos obteniendo los siguientes resultados:

PRUEBA DIAGNOSTICA LIMITE DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS



GRAFICA 1. Estadística Prueba diagnostica

6.7. UNIDADES DIDÁCTICAS

Desde nuevas visiones sobre el aprendizaje y sobre la enseñanza según las cuales son los propios alumnos quienes construyen su conocimiento, la función del profesor es promover este proceso constructivo, que forzosamente será distinto para cada estudiante y cada grupo-clase. Consecuentemente, un buen diseño didáctico es aquel que mejor responde a las necesidades de los estudiantes. Las nuevas orientaciones curriculares basadas en puntos de vistas constructivitas de la ciencia, del aprendizaje y de la enseñanza, implican que el profesorado debe tener amplia autonomía para tomar decisiones curriculares y, en concreto, para el diseño de las unidades didácticas a aplicar en clase, con sus alumnos y alumnas. Ello no excluye la utilidad de materiales didácticos y libros de

texto ya diseñados, pero cualquier material deberá ser readaptado y completado para poder dar respuesta a las necesidades detectadas en el aula.

La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza - aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. En resumen y simplificando, podemos señalar que la unidad didáctica es la unidad Básica de programación. Es importante considerar que todos estos aprendizajes necesitan ser programados, en el sentido de que para abordarlos es preciso marcarse objetivos y contenidos, diseñar actividades de desarrollo y evaluación y prever los recursos necesarios. Las unidades didácticas, cualquiera que sea la organización que adopten, se configuran en torno a una serie de elementos que las definen. Dichos elementos deberían contemplar los siguientes aspectos: descripción, objetivos didácticos, contenidos, actividades, recursos materiales, organización del espacio y el tiempo, evaluación.

6.7.1. Unidad didáctica para el aprendizaje del concepto de límite de una función con la aplicación y manejo de la calculadora graficadora.

Contenido.

Fortalecer el concepto básico de matemáticas concierne la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en una variedad de contextos. La evaluación se concentra en problemas de la vida real que van más allá de las situaciones y problemas que típicamente se encuentran dentro del salón de clase. En el mundo real, las personas se enfrentan frecuentemente con situaciones en las cuales la aplicación de técnicas de razonamiento cuantitativo o espacial, así como de otras herramientas matemáticas, puede contribuir a clarificar, formular o resolver un problema, la capacidad de los estudiantes para utilizar su conocimiento matemático para enriquecer su comprensión de temas son importantes para ellos promover así su capacidad de acción⁵.

Se realizó con el tema de Límite de una función tomando como base tres subtemas que son propiedades de los límites (ver anexo a), factorización de límites (ver anexo b) y funciones trigonométricas (ver anexo c), reforzar en los

⁵ www.eduteka/OECD/PISA 2003

estándares curriculares de matemática en el pensamiento numérico y pensamiento variacional algebraico y analítico con el fin de mejorar la calidad en:

Actitudes: Proveer al alumno de unas mínimas capacidades de abstracción, concreción, concisión, imaginación, intuición, razonamiento, crítica, objetividad, síntesis y precisión, a utilizar en cualquier momento de su vida académica o laboral, para poder afrontar con garantías de éxito los problemas que se le presenten. Así como despertar en él inquietud por la eficiencia y el rigor.

Procedimentales / instrumentales: Conocer las propiedades y técnicas operativas de los distintos conjuntos numéricos. Manipular la calculadora graficadora analizar, deducir propiedades de limite de una función, factorización de límite, límites de funciones trigonométricas a partir de su gráfica, comprender y trabajar intuitiva y formalmente con las nociones de límite utilizar el pensamiento numérico y el pensamiento variacional algebraico y analítico en el programa de cálculo simbólico para obtener (e interpretar) límites.

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

Nº	NOMBRE DE LA GUÍA	DURACIÓN
1.	Propiedades de los limites	<ul style="list-style-type: none"> • 2 horas de clases construcción • 1 hora realizar la guía con la calculadora graficadora
2.	Factorización	<ul style="list-style-type: none"> • 2 horas de clases construcción • 1 hora realizar la guía con la calculadora graficadora
3.	Graficas de funcione trigonométricas	<ul style="list-style-type: none"> • 2 horas de clases construcción • 1 hora realizar la guía con la calculadora graficadora
4.	Limites con factorización	<ul style="list-style-type: none"> • 2 horas de clases construcción • 1 hora realizar la guía con la calculadora graficadora
5.	Limites de funciones trigonométricas especiales	<ul style="list-style-type: none"> • 2 horas de clases construcción • 1 hora realizar la guía con la calculadora graficadora

TABLA 1. Cronograma de actividades

A. CONTENIDOS PROPIEDADES DE LOS LIMITES		
CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Comprensión de los números y la numeración	Justificar cada paso operacional del ejercicio y utilizando los símbolos y las operaciones, siguiendo el esquema de la calculadora graficadora en la línea de comando y trabajar con la tecla F_3 de calculo numeral 3 Sistematizar y resumir de un trabajo.	Intenta ser un estímulo para la mejora de la enseñanza que es el núcleo de acción educativa.
Comprensión del concepto de las operaciones	Elaboro una guía con las principales funciones y manejo del teclado de la calculadora para trabajar, resolviendo los ejercicios a papel y lápiz y en la calculadora graficadora , para entender el procedimiento aritmético, numérico y algebraico e interpretar las ideas matemáticas presentes	Se invita a los alumnos para que realicen actividades que incorporan un aspecto placentero, de divertimento, con el apoyo de material didáctico
Calculo con números y aplicaciones de números y operaciones. El significado de los números	Expresar ideas y relaciones matemáticas utilizando la terminología y notación apropiada de las operaciones. El significado de los números de la calculadora graficadora.	Se refuerzan la comprensión de los algoritmos con los números. Reales enteros y racionales.
Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas de las cuales emergen	Al realizar los ejercicios en la aplicación de límite con la variable, el saber significado de los números enteros, racionales y reales y la escritura (gramática) y numérica en la calculadora graficadora explora el procedimiento algebraico y aritmético para dar un resultado concreto.	Se esfuerzan por corregir el ejercicio. y no se les ve el desinterés por trabajar.
Reconocer los modelos mas usuales y practico de las operaciones	Relación entre ejercicios propuestos tanto a papel y lápiz como en la calculadora graficadora las operaciones aritméticas y las propiedades de los límites, es donde se diferencia como se debe desarrollar.	Algunos demuestran habilidad para trabajar la calculadora graficadora en el tema propiedades de los límites.
Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones	Al utilizar la calculadora con el tema propiedades de los límites hay una habilidad para operar y relacionar el concepto teórico y practico. Aquí es donde la calculadora le corrige los errores gramaticales para que los ejercicios sean bien escritos.	Favorecen al resolver las operaciones en situaciones en que ellos no están acostumbrados a trabajar con la calculadora graficadora.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

- ✓ Utilizar los preconceptos de cálculo vistos en clase y aplicarlos con la calculadora graficadora como instrumento didáctico, realizando los procesos interpretativos del pensamiento numérico.
- ✓ Manejar la calculadora, Identificar los procedimientos de papel y lápiz y utilizando la tecla F_3 de cálculo numeral 3 límites, escribiendo en la línea de comando los ejercicios propuestos.
- ✓ Resolver las propiedades de límites y calcular una variedad de operaciones de "cálculo" en la calculadora graficadora.

ACTIVIDADES

Conocimientos necesarios previos del tema.

- ✓ Noción de límite de una función y sus propiedades de límite.
- ✓ Dar a conocer los contenidos procedimentales previos sobre el tema.
- ✓ Resolviendo los ejercicios a papel y lápiz.
- ✓ Dar a conocer la calculadora como herramienta para trabajar límite, utilizando la tecla F_3 de cálculo numeral 3 límites, escribiendo en la línea de comando para dar el resultado de los ejercicios propuestos.

Actividades de motivación.

Realizo actividades que sirvan para prevenir y corregir los errores, considerándolos como fuente de aprendizaje.

Utilizo la calculadora graficadora y las tecnologías como recursos didácticos para la investigación, comprobación o verificación de resultados y para la corrección de errores.

PROCESO

Trabajo grupal

- ✓ Socialización profesor-estudiante
- ✓ Extensión temporal de la unidad

Espacios.

- ✓ Aula
- ✓ Laboratorio de matemáticas

Materiales.

- ✓ Guías que desarrollan competencias y habilidades en el aula y el tema a realizar.
- ✓ Instrumento de la calculadora graficadora como instrumento didáctico.
- ✓ Fotocopia de las guías a realizar

EVALUACIÓN DE LOS ESTUDIANTES.

- ✓ Desarrollo de cada uno de los ejercicios propuesto en la guía
- ✓ Trabajo autónomo, participativo y grupal en las guías o ejercicios.
- ✓ Revisión de los trabajos desarrollados en la clase.

Tiempo: 1 hora

TABLA 2. Propiedades de los límites

A. CONTENIDOS FACTORIZACIÓN		
CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Comprensión de los números y la numeración	Saber interpretar correctamente los conceptos matemáticos y algebraicos y de factorización desarrollando los ejercicios a papel y lápiz, con criterio claro que permita después la generalización de los resultados.	Demuestran interés por aprender a resolver los ejercicios con la calculadora graficadora
Comprensión del concepto de las operaciones	Elaboración de una guía con las principales funciones y manejo del teclado de la calculadora graficadora para trabajar en el icono de álgebra o tecla F2 numeral 2 factor y Extrac ►getnum para trabajar racionalización	Desarrollan la iniciativa personal, la creatividad y el trabajo en equipo.
Calculo con números. Expresiones algebraicas y racionalización y descomposición de factores.	Expresar ideas y relaciones matemáticas utilizando la terminología y notación apropiada, con la calculadora graficadora y el papel y lápiz en su procedimiento algebraico.	Demuestra destreza para trabajar la calculadora con el tema a conocer.
Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas de las cuales emergen	Al resolver los ejercicios los análisis de resultados con la calculadora graficadora en el icono de del álgebra el significado de la notación algebraica y los números al escribirla como la (gramática) numérica y algebraica tanto teórica como práctica reconoce el procedimiento algebraico con solo las funciones del teclado.	Se manifiesta sus habilidades y conocimiento para desarrollar los ejercicios propuestos
Reconocer los modelos mas usuales y práctico de las operaciones	Aquí es donde se ve la dificultad de trabajar un contexto diferente con la calculadora graficadora, y las operaciones. Al escribir la expresión algebraica no permite que haya errores numéricos por que la calculadora le va a corregir la gramática, es donde la calculadora graficadora le ayuda al estudiante escribir bien la notación matemática los ejercicios propuestos cuando ellos no saben resolverlos.	Se manifiesta perseverancia por aprender.

<p>Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones</p>	<p>Al utilizar la calculadora graficadora con factorización y racionalización y álgebra básica hay una habilidad para operar y relacionar el concepto teórico y práctico por entender las operaciones matemáticas y numéricas.</p>	<p>Desarrollan una actitud positiva en el aprendizaje matemático</p>
<p>OBJETIVOS DIDÁCTICOS.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Reconocer el significado de pensamiento numérico y variacional algebraico en los contextos de factorizar y descomponer en la calculadora graficadora. ✓ Identificar los procedimientos de cálculo en la relación y experimentación y digitación al utilizar la calculadora graficadora con sus aplicaciones principales con respecto a algebra. ✓ Diseñar y aplicar un instrumento que permita valorar la capacidad de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos. 		
<p>ACTIVIDADES</p> <p>Conocimientos necesarios previos del tema.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificar cada paso de factorización con las características de las expresiones algebraicas. ✓ Noción de los principales casos de factorización y racionalización, resolviendo los ejercicios a papel y lápiz. ✓ Dar a Conocer la calculadora como herramienta para trabajar en el icono de algebra con la tecla F_2 de numeral 2 factor, escribiendo en la línea de comando nuevamente con la tecla F_2 algebra extrac ► getnum para racionalizar, ver el resultado de los ejercicios propuestos. <p>Actividades de motivación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Promover durante el desarrollo el provecho de los contenidos actitudinales de los estudiantes. ✓ Dar claridad y orden en los conceptos e interpretar de una forma diferente los temas vistos a partir de la calculadora graficadora. 		
<p>PROCESO.</p> <p><i>Trabajo personal</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Socialización profesor-estudiante ✓ Extensión temporal de la unidad <p><i>Espacios.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Aula ✓ Laboratorio de matemáticas <p><i>Materiales.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Guías que desarrollan competencias y habilidades en el aula y el tema a realizar. ✓ Instrumento de la calculadora como recurso didáctico ✓ Fotocopia de las guías a realizar 		
<p>Evaluación de los estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Desarrollo de cada uno de los ejercicios propuesto en la guía, con la calculadora graficadora. ✓ Trabajo autónomo, participativo y grupal en las guías o ejercicios. ✓ Evaluar las actitudes de los estudiantes frente al aprendizaje de las matemáticas ✓ Revisión de los trabajos desarrollados en la misma clase. <p>Tiempo: 1 hora</p>		

TABLA 3. Factorización

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS		
CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Comprensión de los números y la numeración	Se analizara con detalle las funciones trigonométricas. Desde las perspectivas que hemos desarrollado y utilizado para el estudio de las funciones básicas. En papel milimetrados haciendo un análisis de intervalo, periodo, amplitud, desfaseamiento y en la calculadora graficadora con la tecla APSS donde está el numeral 2 editor (se escribe la función de la grafica, numeral 3 Windows editor (el intervalo que va ir la grafica y se va a ver en su tamaño), numeral 4 grafica, numeral 5 tabla y la tecla f_2 para tomar cualquier grados en que quiera trabajar la grafica. Sistematizar y resumir de un trabajo.	Ejercicios de orientación para trabajar con la calculadora graficadora fue de atención para resolverlo.
Comprensión del concepto de las operaciones	Elaboro una guía con las principales funciones y manejo del teclado de la calculadora para trabajar, resolviendo las graficas a papel milimetrado y en la calculadora graficadora , para entender el procedimiento grafico , numérico y analítico Para interpretar las gráficas.	Relacionar los contenidos con herramientas didácticas
Calculo con números y aplicaciones de números y operaciones. El significado de los números	Utilización e interpretación de los parámetros de una distribución y análisis de su representatividad en relación con papel milimetrado y con la calculadora graficadora. La terminología, notación y modelando la graficas de funciones trigonometricas. Al interpretar geoméricamente el significado de los números.	Se manifestó satisfacción en el análisis de grafica.
Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas de las cuales emergen	Al graficar los ejercicios propuestos en la aplicación funciones trigonometricas, el saber graficar y analizar una grafica el intervalo, período. Amplitud y su desfaseamiento y su procedimiento aritmético y numérico como se desplaza la gráfica La calculadora graficadora le visualiza gráfica en algunos de sus modelos de movimiento.	Se refuerza por lo teórico y lo practico al trabajar didácticamente.

<p>Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones</p>	<p>Al utilizar la calculadora graficadora con el tema funciones trigonometricas hay una habilidad para operar y relacionar el concepto geométrico y analítico para trabajar con graficas.</p>	<p>Favorecen al resolver las operaciones en situaciones en que ellos no están acostumbrados a trabajar con la calculadora graficadora.</p>
<p>OBJETIVOS DIDACTICOS.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Utilizar los preconceptos de cálculo vistos en clase y aplicarlos con la calculadora graficadora como instrumento didáctico, realizando los procesos interpretativos del pensamiento geométrico. ✓ Manejar la calculadora graficadora, identificar los procedimientos de graficación en papel milimetrado utilizando con la tecla APSS donde esta el numeral 2 editor (se escribe la notación matemática de la función de la grafica), numeral 3 Windows editor (el intervalo que va ir la grafica), numeral 4 grafica, numeral 5 tabla y la tecla f_2 para tomar cualquier grados en que quiera trabajar la grafica de los ejercicios propuestos. ✓ Al observar la grafica de funciones trigonometricas se interpretara un análisis geométrico con sus características en la calculadora graficadora. 		
<p>ACTIVIDADES.</p> <p>Conocimientos necesarios previos del tema.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Noción de análisis de gráfica de funciones trigonometricas. ✓ Dar a conocer los contenidos procedimentales previos sobre el tema. ✓ Dar a conocer la calculadora graficadora como herramienta para trabajar ✓ Funciones Trigonométricas. <p>Actividades de motivación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Los alumnos desarrollen en las actividades realizadas en clase para poder evaluar la evolución de sus concepciones y para realizar una devolución de estas actividades corregidas para que los alumnos tomen conciencia de su propia evolución. ✓ El uso de la calculadora graficadora y las tecnologías como recursos didácticos y ambientes de aprendizaje, que los alumnos pongan en práctica algunas estrategias de organización grupal para el trabajo en clase y de pensamiento matemático. 		
<p>PROCESO</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Momentos de trabajo. Trabajo grupal. Socialización profesor-estudiante. Extensión temporal de la unidad. Espacios. Aula. Laboratorio de matemáticas. Materiales. ✓ Guías que desarrollan competencias y habilidades en el aula y el tema a realizar. ✓ Instrumento de la calculadora graficadora como instrumento didáctico. ✓ Fotocopia de las guías a realizar. 		
<p>Evaluación de los estudiantes.</p> <p>Desarrollo de cada uno de los ejercicios propuesto en la guía Trabajo autónomo, participativo y grupal en las guías o ejercicios. Revisión de los trabajos desarrollados en la clase.</p> <p>Tiempo: 1 hora</p>		

TABLA 4. Funciones trigonométricas

LIMITE DE FACTORIZACIÓN		
CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Comprensión de los números y la numeración	<p>Desarrollar desde las perspectivas factorización racionalización y sustitución a partir de la indeterminación para resolver los ejercicios propuestos de límite Factorización, así avanzar y fundamentar el icono de cálculo o con la tecla F₃ numeral 3. siguiendo el mismo procedimiento , pero con la variable x y el valor del limite es importante el análisis se dará un ejemplo de cómo se debe escribir en la calculadora graficadora en la línea de comando</p> $\text{Limit} ((X^2 - 1) / (X^2 - X - 2), X, (-1))$ <p style="text-align: center;"> ↓ ↓ Variable valor </p>	Ejercicios de orientación para trabajar con la calculadora graficadora fue de atención para resolverlo.
Comprensión del concepto de las operaciones	<p>En la guía se trabajara , siguiendo el orden planteado de los ejercicios en la calculadora graficadora , para entender el procedimiento, concepto ., numérico , analítico y algebraico ya resueltos en la guía de Factorización. Este concepto nos permite pasar simple operaciones algebraicas con funciones o resultados complejos de gran trascendencia teórica y practica</p>	Relacionar los contenidos con herramientas didácticas.
Calculo con números y aplicaciones de números y operaciones. El significado de los números	<p>Expresar la notación matemática el concepto de una función real de variable de límite y relacionar la simbología, numérica y algebraica permitiendo evaluar, Al utilizar el icono de cálculo el interpretar el significado de los números enteros, racionales, reales racionalización factorización con respecto limite de factorización.</p>	Se manifestó satisfacción en comprender diferentes contextos de aprendizaje en el tema límite de Factorización.
Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas de las cuales emergen	<p>Al desarrollar el procedimiento de los ejercicios propuestos al determinar si es una indeterminación e interpretar en Factorización, racionalización y sustitución ver como se trabaja el limite con resultado algebraico cambiando de variable y valor numérico con la variable de x como tal esta definida .</p>	Se refuerza lo teórico y lo práctico al trabajar didácticamente.
Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones	<p>Al utilizar la calculadora graficadora en el tema limite factorización hay una revisión para operar y relacionar el concepto numérico y algebraico para formalizar los conceptos básicos en calculo tanto teórico como práctico.</p>	Estarán atentos, por aprender a conocer la calculadora graficadora.

<p>OBJETIVOS DIDÁCTICOS.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Utilizar los preconceptos de cálculo vistos en clase y aplicarlos con la calculadora graficadora como instrumento didáctico, realizando los procesos interpretativos del pensamiento numérico, algebraico y analítico. ✓ Manejar la calculadora graficadora, identificar el icono de cálculo o la tecla F_3 numeral 3 límite en la línea de comando se escribe la expresión matemática del ejercicio propuesto con la variable x y valor numérico. ✓ Saber calcular límites con indeterminaciones, desarrollarlos con Factorización, racionalización y sustitución que son fundamentales, para determinar límite y procesarlo en la calculadora graficadora.
<p>ACTIVIDADES</p> <p>Conocimientos necesarios previos del tema.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Conocimiento de indeterminación para resolver los ejercicios con ✓ Factorización, racionalización y sustitución. ✓ Entender los contenidos procedí mentales previos sobre el tema. ✓ Dar a conocer la calculadora graficadora como herramienta para trabajar ✓ Limite Factorización. <p>Actividades de motivación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Esta concepción permitirá dar un enfoque determinado a nuestra práctica, guiará las distintas decisiones fundamentales que adoptemos y evitará el posible empleo de metodologías rutinarias. ✓ Manipular la calculadora graficadora y las tecnologías como recursos didácticos. La enseñanza de las Matemáticas abarcará una continua formación que va de lo manipulativo, práctico y concreto hasta lo esencialmente simbólico, abstracto y formal.
<p>PROCESO</p> <p><i>Trabajo grupal.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Socialización profesor-estudiante. ✓ Extensión temporal de la unidad. <p><i>Espacios.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Aula. ✓ Laboratorio de matemáticas. <p><i>Materiales.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Guías que desarrollan competencias y habilidades en el aula y el tema a realizar. ✓ Instrumento de la calculadora graficadora como instrumento didáctico. ✓ Fotocopia de las guías a realizar.
<p>Evaluación de los estudiantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Desarrollo de cada uno de los ejercicios propuesto en la guía. ✓ Trabajo autónomo, participativo y grupal en las guías o ejercicios. ✓ Revisión de los trabajos desarrollados en la clase. <p>Tiempo: 1 hora</p>

TABLA 5. Límite con factorización

LIMITE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS		
CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
Comprensión de los números y la numeración	<p>Desarrollar límites de funciones trigonométricas con la calculadora graficadora trabaja con el icono calculo.</p> <p>CALCULO" OPRIMA "TECLA F3</p> <p>3. Lim \rightarrow</p> <p>Ejemplo: Lim $\frac{\text{Sen } 2X}{2X^2+X}$ $X \rightarrow 0$</p> <p>En la línea de comando se escribe: Lim (Sen (2x) / (2X^2 + x), x, 0) ↓ ↓ Variable valor</p>	Despertar interés por resolver este tipo de ejercicios,
Comprensión del concepto de las operaciones	La guía se sigue trabajando con el icono de calculo pero con limite de funciones trigonométricas ya visto por la guía de funciones trigonométricas se hizo el análisis de grafica, en la nueva guía se utilizara limite de funciones trigonométricas especiales donde se evaluara el valor numérico, expresión trigonométrica y la gráfica en la parte teórica.	Relacionar los contenidos con herramientas didácticas de
Calculo con números y aplicaciones de números y operaciones. El significado de los números	El nivel de contexto e introducción en la aplicación de funciones trigonométricas con la calculadora graficadora nos permite relacionar estos conceptos comprenderlos y analizarlo para una mejor evaluación de conocimiento básico de calculo de los números reales racionales, y las identidades de funciones trigonométricas de seno, coseno y tangente permite un análisis analítico y geométrico.	Se manifestó atención por aplicar estos dos contextos de conocimiento.
Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas de las cuales emergen	Reconocer el valor de una función trigonométrica de un numero real mediante el análisis de identidades sus características del valor numérico, al determinar una expresión trigonométrica contiene símbolos que implican limite funciones trigonométricas.	Se refuerza lo teórico y lo practico al trabajar didácticamente.

<p>Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones</p>	<p>Se puede encontrar un intervalo que contenga exactamente un ciclo y ver como la grafica se desplaza determinando su periodo. Al comprender sus propiedades de las funciones trigonométricas de los limites con sus reglas para resolverlo numéricamente, expresión trigonométrica y algebraicamente por sustitución en su desarrollo del pensamiento matemático.</p>	<p>se visualiza apreciación, por aprender a conocer la calculadora graficadora</p>
<p>OBJETIVOS DIDÁCTICOS.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Utilizar los preconceptos de cálculo vistos en clase y aplicarlos con la calculadora graficadora como instrumento didáctico, realizando los procesos interpretativos del pensamiento numérico, algebraico y analítico. ✓ Manejar la calculadora graficadora, identificar el icono de calculo o la tecla F_3 numeral 3 limite en la línea de comando se escribe la expresión trigonométrica de l os ejercicio propuesto con la variable x y valor numérico ✓ Comprender el concepto limite de funciones trigonométricas y sus grafica al utilizar como herramienta didáctica la calculadora graficadora. 		
<p>ACTIVIDADES</p> <p>Conocimientos necesarios previos del tema.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Conocimiento de las funciones básicas de trigonometría y análisis de grafica y identidades para resolver los ejercicios de límite de funciones trigonométricas. ✓ Dar a conocer los contenidos procedimentales previos sobre el tema. ✓ Dar a conocer la calculadora graficadora como herramienta para trabajar. ✓ Limite de funciones trigonométricas. <p>Actividades de motivación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Esta concepción permitirá dar un enfoque determinado a nuestra práctica, guiará las distintas decisiones fundamentales que adoptemos y evitará el posible empleo de metodologías rutinarias. ✓ Manipular la calculadora graficadora y las tecnologías como recursos didácticos. La enseñanza de las Matemáticas abarcará una continua formación que va de lo manipulativo, práctico y concreto hasta lo esencialmente simbólico, abstracto y formal. 		
<p>PROCESO</p> <p><i>Trabajo grupal</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Socialización profesor-estudiante ✓ Extensión temporal de la unidad <p><i>Espacios.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Aula ✓ Laboratorio de matemáticas <p><i>Materiales.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Instrumento de la calculadora graficadora como instrumento didáctico. ✓ Fotocopia de las guías a realizar 		
<p>Evaluación de los estudiantes</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Desarrollo de cada uno de los ejercicios propuesto en la guía ✓ Trabajo autónomo, participativo y grupal en las guías o ejercicios. ✓ Revisión de los trabajos desarrollados en la clase. <p>Tiempo: 1 hora</p>		

TABLA 6. Límite de Funciones trigonométricas

7. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En el proceso de aprendizaje de los conceptos matemáticos median entre otros los siguientes elementos: El profesor, los estudiantes, los contenidos a aprender y la metodología de enseñanza. Para facilitar el aprendizaje de los conceptos asociados límite de una función se han escrito tres lecciones y tres unidades didácticas para el estudio de las mismas bajo la orientación del profesor.

Los contenidos que se han escrito tienen entre otros los siguientes propósitos: primero sentar las bases conceptuales para que los estudiantes de grado once se inicien y puedan luego continuar en forma independiente el estudio de límite de una función ; relacionar estos contenidos, en cuanto sea posible, con la naturaleza propia del análisis matemático.

La unidad didáctica ha sido diseñada desde dos postulados fundamentales: primero la construcción conceptual a partir de las ideas previas de los estudiantes y el segundo aprendizaje a partir del trabajo individual y grupal basado en materiales escritos con este propósito, en este caso, las tres lecciones que acompañan esta Unidad Didáctica (ver anexo d).

«En educación matemática, la solución de problemas no es una discusión sino un proceso educativo... los problemas son resueltos por los participantes en el proceso educativo, por aquellos que educan y aquellos que están siendo educados⁶.»

7.1. INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

En el proceso del aprendizaje de las matemáticas se busca en el estudiante la construcción de su propio conocimiento a partir de sus ideas previas o preconceptos para aprender de forma más significativa. Las metodologías propuestas buscan que se lleve a cabo lo anterior mediante su aplicabilidad en contextos de ambientes de aprendizaje.

⁶ Freudenthal: *Major Problems of Mathematics Education*, ICMI, 1981)

Está investigación educativa, la cual se desarrollo en dos fases, obteniendo los siguientes resultados.

Fase 1: observación

El proyecto pedagógico comprende la integración de procesos Límite de una función en las temáticas de grado once de educación media básica, utilizando como estrategias la calculadoras graficadoras guías y didácticas. La práctica pedagógica se desarrollo en el 2007 en el colegio I.E.D. Camilo Torres donde se implemento y se desarrollo lo propuesto anteriormente de la siguiente manera: La muestra se realizo con 27 alumnos de grado 1103 en parejas para obtener 13 grupos.

Ambiente Generador de la Propuesta.

En el Colegio, se identifico que los estudiantes no utilizan muy bien la calculadora graficadora en los grados once de bachillerato, y se elaboro una guía con la calculadora graficadora y su procedimiento algunas funciones de las teclas en especial la tecla F_3 calculo numeral 3 lim en la línea de entrada donde se escribe la expresión matemática a trabajar en este caso fue limite de funciones trigonometricas donde X es la variable y un valor numérico, y también se utilizo la tecla APSS para el numeral 4 gráficos.

Para ver el grado de dificultad que tenían los estudiantes para trabajar en el área de calculo. Concepto de limite de una función donde se observo que los estudiante no tienen claros los preconceptos de números enteros , números racionales , números reales , factorización, las propiedades radicación, exponentes, racionalizacion y graficas de funciones trigonométricas esenciales para trabajar en limite de una función con los subtemas propiedades de los limites, factorización de limite y limite de funciones trigonometricas. Viendo la necesidad de los estudiantes y a partir de la tecnología la calculadora graficadora como herramienta didáctica en las cambios de ambiente de aprendizaje, dentro de las clases de magistrales y aprovechar los recurso tecnológicos corregir estas falencias planificar una guía didáctica para estos subtemas y darle mas formación y calidad del educación en matemáticas para los estudiantes de grado once.

Para el siguiente año se elaboro un modulo con las unidades didácticas en el segundo periodo del año 2007 académicos. El modulo cuenta con 5 guías didácticas para el año lectivo. Cada unidad didáctica comprende una actividad de iniciación (situación problémica o aprendizaje en contexto), varias actividades de

desarrollo y una de finalización de ampliación y profundización de un análisis de dificultades y aprendizaje de los contextos en el área de cálculo.

Fase 2: práctica e investigación docente

En esta fase se alcanzaron a desarrollar 5 guías didácticas. En cada unidad didáctica se analizaron los resultados relevantes con el concepto de límite de una función, siendo esta la base de la integración de temáticas en el programa de educación básica media.

7.2. DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS DE LAS GUÍAS DIDÁCTICAS DESARROLLADAS.

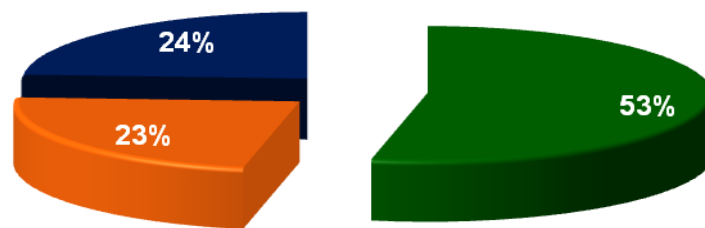
7.2.1. Guía didáctica 1. Propiedades de los límites.

Observaciones y dificultades

- En la parte operacional al sustituir la variable de x en el Límite para el desarrollo del ejercicio en la parte aritmética no relacionan bien los números enteros ni tampoco la parte de exponentes en la notación matemática de la raíz.
- Se les dificulta resolver fracciones y mínimo común denominador de tipo algebraico; igualmente, solo resuelven ejercicios solamente sustituyendo la variable x del límite y no escribían la notación matemática para llegar al resultado.
- La tecla F_3 numeral 3 limite la fórmula es escribir la variable y el valor entre comas y cerrar toda la expresión o el ejercicio en un solo paréntesis. Con la calculadora graficadora se les dificulto escribir la variable x y el valor para determinar el límite.
- Al trabajar enésima de exponentes siempre se encierran en paréntesis el número o la expresión aritmética con la tecla $^$ para resolver este tipo de notación matemática a muchos se les dificulto escribir estas expresiones en la línea de comando.

- Desarrollaron el ejercicio para racionalizar con la conjugada, el ejercicio estaba para aplicar la propiedad de límites de la división en los números reales dentro de la raíz cúbica.
- Al efectuar los ejercicios en la calculadora graficadora no daba el resultado en la pantalla, no captaron las instrucciones del procedimiento, y estos ejercicios al trabajar con la calculadora hay que utilizar la agrupación de términos de fracciones suma y multiplicación y división exponentes y radicación, y repetirlos varios veces por que muestra error de gramática, cuando no saben escribir la forma operacional del ejercicio propuesto para trabajar en la calculadora graficadora

GUIA 1. PROPIEDADES DE LOS LÍMITES



INSUFICIENTES
 ACEPTABLE
 EXCELENTES

GRAFICA 2. Estadística guía 1.

Analizando las dificultades de los ejercicios propuestos en la guía1 los resultados fueron los siguientes:

En la figura se destaca las dificultades de aprendizaje, 23% los estudiantes resuelven los ejercicios pero con falencias en el procedimiento. 24% los estudiantes tienen los conceptos previos de matemáticas acertadamente.

Calcule los siguientes límites justificando la propiedad utilizada.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^4 - 6x^3 - 17x + 2)$
 $\lim \langle x^4 - 6x^3 - 17x + 2, x, 0 \rangle = 2$
2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{\sqrt[3]{-7x+1}}$
 $\lim \langle \langle x / \sqrt[3]{-7x+1} \rangle, x, 4 \rangle = \frac{2^{2/3}}{6} + \frac{\sqrt[3]{2} \cdot 2^{2/3}}{6} \cdot 6$
3. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^{2/3} + 3\sqrt{x}}{4 - 16/x}$
 $\lim \langle \langle x^{(2/3)} + 3\sqrt{x} \rangle / \langle 4 - 16/x \rangle, x, 8 \rangle = 3\sqrt{2} + 2$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 4)^5$
 $\lim \langle \langle 3x + 4 \rangle^5, x, 2 \rangle = 100000$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^2 - 2x + 1}{6x - 7}$
 $\lim \langle \langle 5x^2 - 2x + 1 \rangle / \langle 6x - 7 \rangle, x, 3 \rangle = 40/11$
6. $\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{5(x^2 + 1) - 8}{x + 1} \right]$
 $\lim \langle \langle 5 \langle x^2 + 1 \rangle - 8 / \langle x + 1 \rangle \rangle, x, 3 \rangle = 33$
7. $\lim_{x \rightarrow 6} (x+4)^3 (x-6)^2$
 $\lim \langle \langle x + 4 \rangle^3 \cdot \langle x - 6 \rangle^2, x, 6 \rangle = 0$

2. Resolver los ejercicios anteriores, usando la calculadora para verificar los resultados. Compare estos resultados con los obtenidos con papel y lápiz. El resultado obtenido en la pantalla, ¿coincide con el que esperabas? En caso afirmativo, justifica tu respuesta.

GRAFICA 3. Escrito de los estudiantes de la guía 1. Se aprecia la deficiencia en el manejo de la calculadora graficadora con los conceptos previos de las propiedades de los límites.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} ((3x+4)^5), x, 0) = 1024$ ✓
2. $\lim_{x \rightarrow 4} (x / (1-7x))^{(1/3)}, x, 4) = \frac{2^2/3}{3}$ ✗
3. $\lim_{x \rightarrow 8} ((x^{(2/3)} + 3\sqrt{x}) / (4 - 16/x)), x, 8) = 2 + 3\sqrt{2}$ ✓
4. $\lim_{x \rightarrow 2} ((3x+4)^{(1/5)}, x, 2) = 10^6$ ✗
5. $\lim_{x \rightarrow 3} ((5x^2 - 2x + 1) / (6x - 7)), x, 3) = 3.636$ ✗
6. $\lim_{x \rightarrow 3} ((5(x^2 + 1) - 8) / (x + 1)), x, 3) = 33$ ✗
7. $\lim_{x \rightarrow 6} ((x+4)^3 (x-6)^2), x, 6) = 0 \text{ var. } 0$ ✗

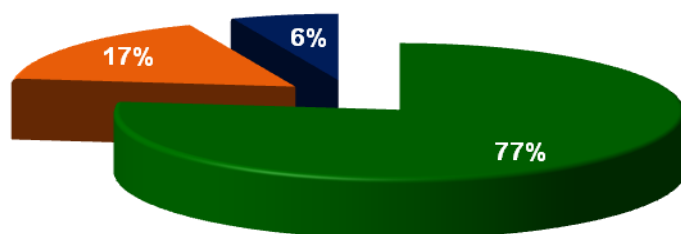
GRAFICA 4. Escrito de un estudiante acerca de la guía 1. Se destaca la dificultad de aprendizaje en el conocimiento previo de propiedades de los límites.

7.2.2. Guía 2. Factorización

Observaciones y dificultades.

- ✓ Al efectuar los ejercicios en la calculadora graficadora no les daba el resultado en la pantalla. no captaron las instrucciones del procedimiento con la calculadora para trabajar con la tecla F^2 para factor y frac en (factorización y racionalización), y estos ejercicios al trabajar con la calculadora hay que utilizar la agrupación de términos de fracciones suma y multiplicación y división exponentes y radicación, y repetirlos varios veces por que muestra error de gramática.
- ✓ No saben racionalizar ni al cambiar el signo por la conjugada del denominador ni saben multiplicar por factor para desarrollar los ejercicios al mínimo resultado.
- ✓ Tomaron el resultado de la pantalla, pero no escribieron en la línea de comando el ejercicio propuesto para escribirlo simbólicamente en la calculadora y verificar la notación matemática para resolverlo.
- ✓ Al trabajar diferencias de cubos dentro de la raíz se vieron errores de álgebra para eliminar factores comunes dentro de la raíz, no aplicaban las reglas de álgebra básicas ni los conceptos de factorización para solventar el ejercicio.
- ✓ En algunos el resultado estaba bien en la pantalla y los problemas planteados por ellos de como utilizo la notación matemática, simbólica numérica y algebraica y la agrupación de los ejercicios por fracciones, racionalización y descomponer factorización, para verificar procedimiento de la forma en que interpretan los problemas planteados con ellos, hay una baja capacidad de interpretar conceptos aritméticos, los diferentes procedimientos con que los resuelven y sus aplicaciones al cálculo.

GUIA 2 FACTORIZACION



■ INSUFICIENTES ■ ACEPTABLE ■ EXCELENTES

GRAFICA 5. Estadísticas guía 2

Analizando las dificultades de los ejercicios propuestos en la guía 2 los resultados fueron los siguientes:

En la figura 77% resolvieron el ejercicio pero estaba mal planteado. 17% los estudiantes utilizan la calculadora graficadora para realizar los procedimientos algebraicos pero con deficiencia en la agrupación de las expresiones algebraicas.

6% los alumnos manejan la calculadora graficadora en el proceso algebraico.

Resultados en la calculadora:

(17)

① obtNum($\sqrt{(8x^3-27)}/\sqrt{(4x^2-9)}$)

• obtNum $\left(\frac{\sqrt{8 \cdot x^3 - 27}}{\sqrt{4 \cdot x^2 - 9}}\right)$ $\sqrt{8x^3-27}$

② factor $((h^3-8)/(h^2-4))$ ✓

• factor $\left(\frac{h^3-8}{h^2-4}\right)$ $\frac{h^2+2h+4}{h+2}$

③ factor $((x^2-4x+3)/(2x^2-x-1))$ ✓

• Factor $\left(\frac{x^2-4 \cdot x+3}{2x^2-x-1}\right)$ $\frac{x-3}{2x+1}$

④ obtNum $((x-9)/\sqrt{(x-3)})$

• obtNum $\left(\frac{x-9}{\sqrt{x-3}}\right)$ $x-9$ ✓

⑤ obtNum $(\sqrt{(x+2)}-\sqrt{(2)}/(x))$ ✓

• obtNum $\left(\sqrt{x+2} - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)$ $x \cdot \sqrt{x+2} - \sqrt{2}$

GRAFICA 6. Ejercicio escrito de un estudiante acerca de la guía 2. Uso y manejo de la tecla f2 de algebra del numeral 2 factor, extrac-getnum para racionalización.

calculadora.

1. factor $(\sqrt{(8x^3-27)}/(2x^2-9))$

= $\frac{\sqrt{8 \cdot x^3 - 27}}{(2x-3)(2x+3)}$

2. factor $(h^3-8)/(h^2-4) = \frac{h^2+2h+4}{h+2}$

3. factor $(x^2-3x-4)/(2x^2-x-1) = \frac{(x-4)(x+1)}{2x^2-x-1}$

• get num $((x-9)/\sqrt{(x-3)}) = x-9$

• get num $(\sqrt{(x+2)}-\sqrt{(2)}/(x)) = x \cdot \sqrt{x+2} - \sqrt{2}$

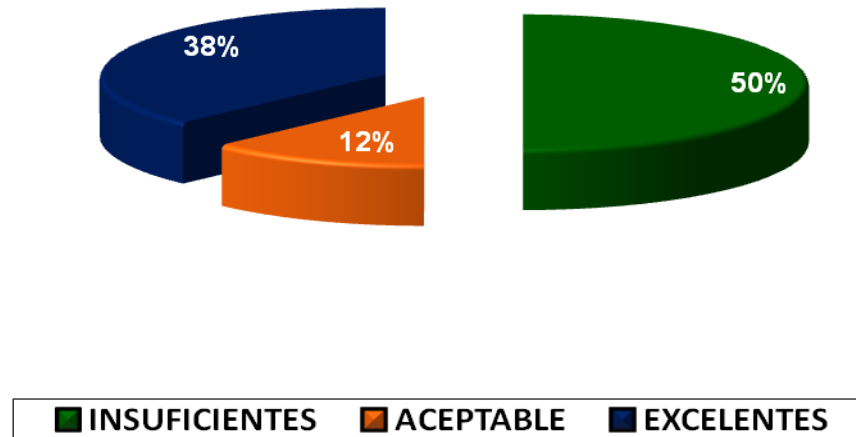
GRAFICA 7. Ejercicio escrito de un estudiante acerca de la guía 2. Uso y manejo de la tecla f2 de algebra del numeral 2 factor, extrac-getnum para racionalización.

7.2.3. Guía 2-1. Límite de Factorización

Observaciones y dificultades

- Se les dificulta trabajar factorización dentro de los radicales, se les olvida que existe un radical para resolver el ejercicio y no se ve con claridad el procedimiento del ejercicios con los preconceptos ya vistos de diferencias de cuadrados perfectos, trinomio de la forma x^2+bx+c y racionalización confunden dejan el mismo signo de la conjugada y no lo cambian. Con la calculadora graficadora se les dificulta escribir la expresión algebraica y la notación matemática para escribirla en la línea de comando y les toca verificar nuevamente el ejercicio propuesto y no les da el resultado correcto.
- Para trabajar límite hay que verificar la indeterminación para así resolver el ejercicio por factorización.
- Al realizar los ejercicios de límite con factorización con la calculadora graficadora, para saber el proceso algebraico se coloca la variable diferente y le da el resultado algebraico en la pantalla, pero cuando esta la variable x como tal sin ningún cambio da solo el valor numérico y algunos no plantearon eso proceso y los resultados en la pantalla daban error.
- El proceso algebraico algunos resolvían los ejercicios por factor común por agrupación se les dificultó al descomponer la x y desarrollar el ejercicio por agrupación de términos a si como también trinomio de la forma x^2+bx+c no sumaban ni multiplican el término a buscar ni los signos de agrupación para resolver el ejercicio por factorización.

GUIA 2-1
LIMITE CON FACTORIZACIÓN



GRAFICA 8. Estadísticas guía 2-1

Analizando las dificultades de los ejercicios propuestos en la guía 2-1 los resultados fueron los siguientes:

En la figura el 49% tuvieron dificultad para realizar el ejercicio con la calculadora graficadora donde los ejercicios eran algunos fáciles y otros complejos. 13% los estudiantes los conceptos de factorización de limite son escasos los procedimientos. 38% maneja el pensamiento numérico y algebraico efectivamente con la calculadora graficadora.

1. Dividir numerador y denominador con factorización de límites

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 2}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x^2-x)-2}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)-2}$
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-2)}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x-2} = \frac{-1-1}{-1-2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

2. $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{8t^3 - 27}{4t^2 - 9}$ $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{(2t-3)(4t^2+6t+9)}{(2t-3)(2t+3)}$ $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{(4t^2+6t+9)}{(2t+3)}$
 $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{(4(-3/2)^2+6(-3/2)+9)}{(2(-3/2)+3)} = \frac{(4(9/4)-9+9)}{(-3+3)}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2}{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{\frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - x - 1}}$ $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{\frac{(4)^2 - 3(4) + 4}{2(4)^2 - 4 - 1}} = \sqrt[3]{\frac{16 - 12 + 4}{32 - 4 - 1}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2+9}-3)}{x^2}$ $\frac{(\sqrt{x^2+9}+3)}{(\sqrt{x^2+9}+3)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+9-9}{x^2(\sqrt{x^2+9}+3)}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+9}+3} = \frac{1}{\sqrt{0^2+9}+3} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$ $\frac{(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{0+2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

2. Resolver los ejercicios anteriores, usando la calculadora para verificar los resultados. Compare estos resultados con los obtenidos con papel y lápiz. El resultado obtenido en la pantalla, ¿coincide con el que esperabas?. En caso afirmativo, justifica tu respuesta

GRAFICA 9. Escrito de un estudiante acerca de la guía 2-1. Planteo y desarrollo de ejercicios de límite con factorización a papel y lápiz.

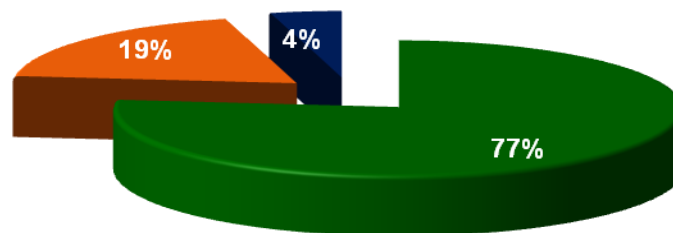
1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2-1)}{(x^2-x-2), x, -1} = \frac{2}{3}$
 2) $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{(\sqrt{8t^3-27})}{(4t^2-9)}, x, -3/2$
 3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{((x^2-3x+4))}{(2x^2-x-1)} \left(\frac{2}{3}\right), x, 4$
 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{(x^2+9)-3})}{x^2}, x, 0$
 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{(x+2)}-\sqrt{2})}{x}, x, 0$

GRAFICA 10. Escrito de un estudiante acerca de la guía 2-1. Uso y aplicación de la calculadora graficadora con la tecla F3 de cálculo numeral 3 límite.

7.2.4. Guía didáctica 3. Funciones Trigonometricas

Observaciones y dificultades

GUIA 3
GRAFICA CON FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



■ INSUFICIENTES ■ ACEPTABLE ■ EXCELENTES

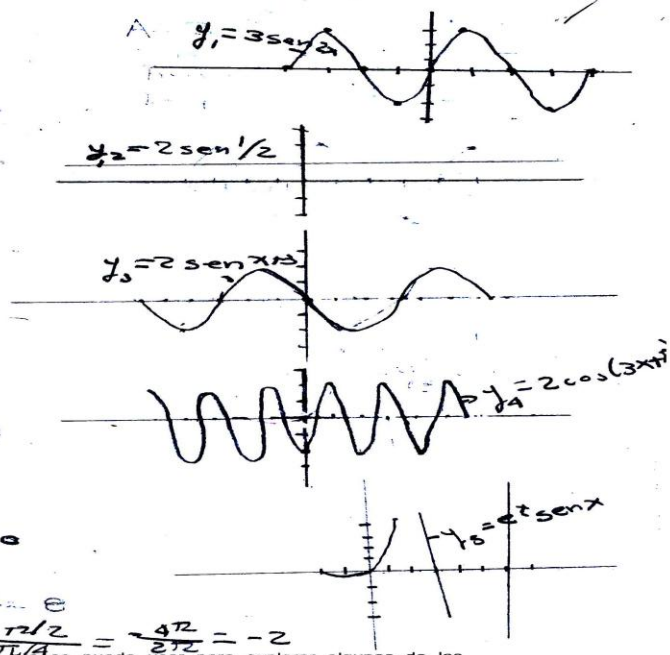
GRAFICA 11. Estadísticas guía 3

Analizando las dificultades de los ejercicios propuestos en la guía 3 los resultados fueron los siguientes:

La figura el 77% tienen deficiencia en el procedimiento de análisis, 19% gráficamente analizan algunas gráficas. 4% interpreta el análisis de gráfica adecuadamente.

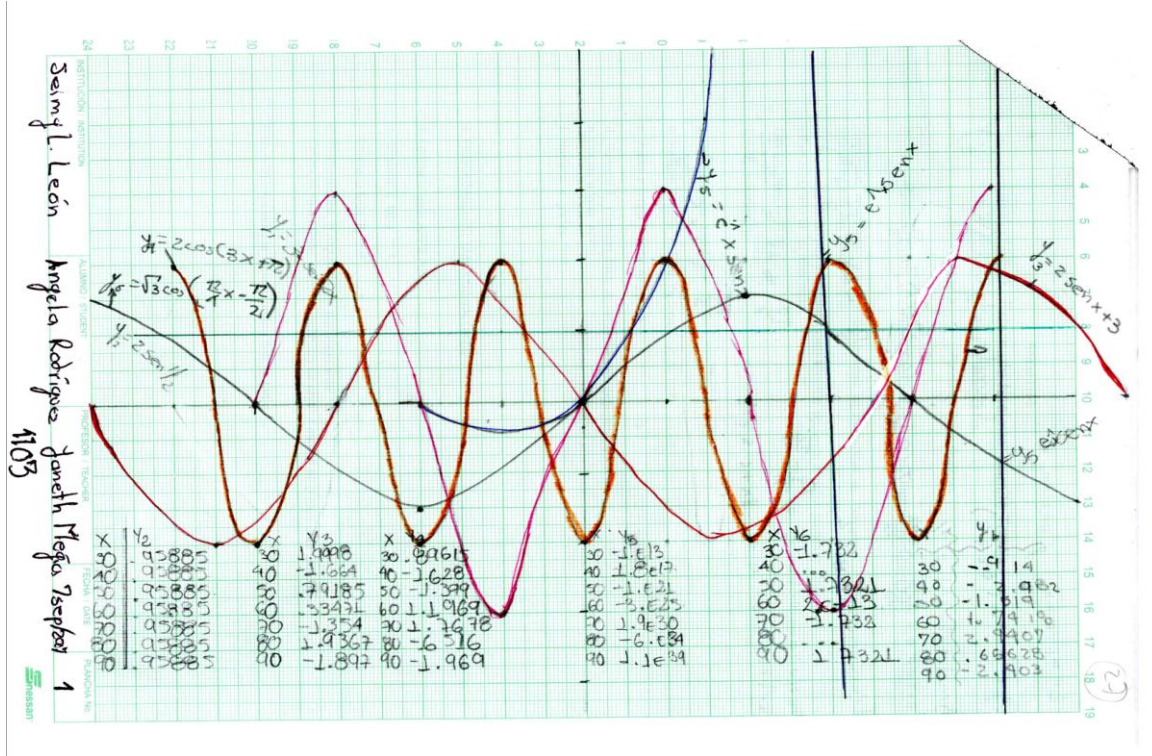
Resolver, con lápiz y papel, cada una de las siguientes funciones. Dar los resultados en cada caso, describiendo la amplitud, el periodo, el desplazamiento y en papel milimetrado realice las respectivas graficas.

1. $3\text{sen}2x$
 $A = 3$
 Periodo = 2π
 Frecuencia = 2
 Desfasamiento = 0
2. $2\text{sen}1/2$
 $A = 2$
 Periodo = 4π
 Frecuencia = $1/2$
 Desfasamiento = 0
3. $2\text{sen}x + 3$
 $A = 2$
 Periodo = 2π
 Frecuencia = 1
 Desfasamiento = 3
4. $2\text{cos}(3x + \pi)$
 $A = 2$
 Periodo = $2\pi/3$
 Frecuencia = 3
 Desfasamiento = $\pi/3$
5. $e^x \text{sen}x$
 $A = 1$
 Periodo = 2π
 Frecuencia = 1
 Desfasamiento = 0
6. $\sqrt{3}\text{cos}(\pi/4x - \pi/2)$
 $A = \sqrt{3}$
 Periodo = $\frac{2\pi}{1/4} = 8\pi$
 Frecuencia = $\frac{1}{8}$
 Desfasamiento = $-\pi/2$



2. La calculadora es una herramienta que se puede usar para explorar algunas de las situaciones anteriores. Grafícalas con tu calculadora y compare estos resultados con los obtenidos en el papel milimetrado. El resultado obtenido en la pantalla ¿coincide con el que esperabas? En caso afirmativo, justifica tu respuesta.

GRAFICA 12. Escrito de los estudiantes en la guía 3. Análisis de grafica de funciones trigonométricas con deficiencia en el manejo de la calculadora graficadora.



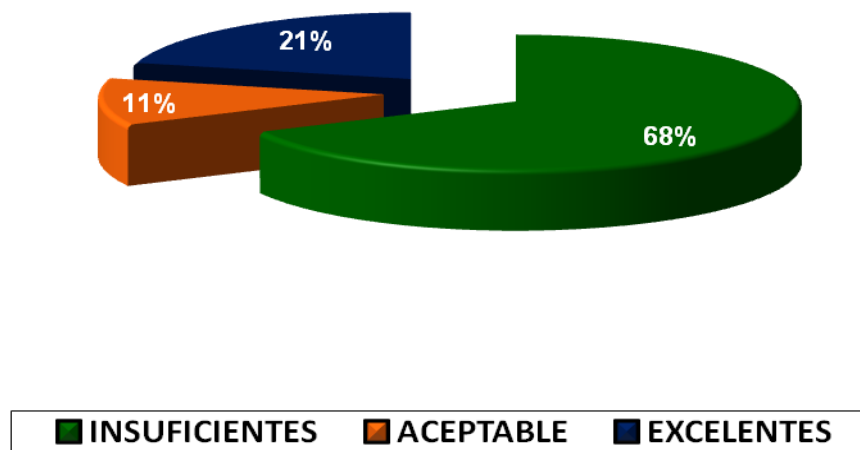
GRAFICA 13. Escrito de un estudiante de la guía 3. Representación y análisis de grafica en el papel milimetrado.

7.2.5. Guía didáctica 3-1. Limite de funciones trigonometricas

Observaciones y dificultades

- Al trabajar la guía en la calculadora graficadora los alumnos pudieron corregir los errores aritméticos, algebraicos, trigonométricos y todo procedimiento que se haga numérico, simbólico y matemático se debe utilizar los paréntesis para trabajar divisiones y números racionales. Pero no realizaron los ejercicios a papel y lápiz con su respectivo procedimiento matemático.
- Se les dificultad resolver fracciones con mínimo común denominador, y resolver identidades básicas, y hacer la respectiva despeje o cambio de expresiones trigonometricas. Solo utilizaron el valor numérico de la funciones trigonometricas
- En el concepto trigonométrico de las funciones al resolver el limite y sacar el valor numérico, algebraico y aritmético de la expresión trigonometrica para poder desarrollar el limite del seno cuando su valor numérico es uno u otro valores se les dificultad interpretar este procedimiento matemático.
- Para trabajar límites de funciones trigonometricas no tuvieron cuenta en resolverlos por identidades, sustitución, y la suma y resta de ángulo. Hubo dificultad para su procedimiento.
- en esta guía se vio el interés por resolverlo en la calculadora graficadora los ejercicios propuesto que alcanzaron algunos a graficar pero aun falta mucho por aprender a utilizar la calculadora graficadora que es trabajar con identidades pero eso para avanzar en los conceptos y conocimiento matemático utilizando la tecnología y despertar una atención mas a la calidad de la educación.
- El utilizar la tecnología es importante para sustentar los diferentes contextos de aprendizaje en la matemática, deben ir de la mano tanto la parte teórica como la practica para fundamentar las metodologías y estrategias y reformas de planeación en para la educación.

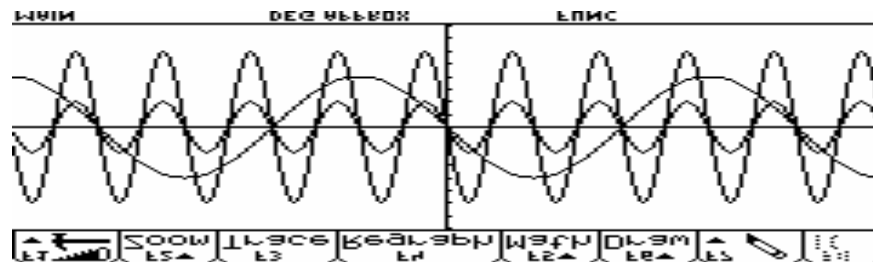
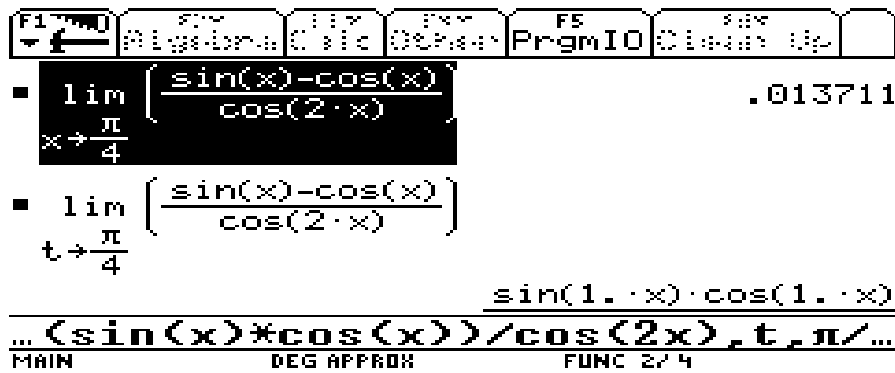
GUIA 3-1
LIMITE DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



GRAFICA 14. Estadísticas guía 3-1

Analizando las dificultades de los ejercicios propuestos en las guía 3-1 los resultados fueron los siguientes:

68% algunos aplican y analizan el procedimiento del ejercicio y grafica y utilizan la calculadora graficadora. 11% de los estudiantes resuelven las expresiones trigonometricas y de grafica en la calculadora graficadora. 21% los estudiantes aplican los conceptos previos limite de funciones trigonométricas de la guía de graficas de funciones se obtuvo un buen resultado.



GRAFICA 15. Planteamiento y procedimiento de la calculadora graficadora para realizar las expresiones trigonométricas de los ejercicios de la guía 3-1 de límites de funciones trigonométricas

Calcular los siguientes límites trigonométricos, utilizando la calculadora graficadora. Al frente del ejercicio escriba el desarrollo en la línea de comando

1.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 2x}{2x^2 + x} \quad \lim \langle \text{sen} \langle 2x \rangle / \langle 2x^2 + x \rangle, x, 0 \rangle$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 2 \cdot x}{2 \cdot x^2 + x} = \underline{2}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 2x}{3x} \quad \lim \langle \text{sen} \langle 2x \rangle / \langle 3x \rangle, x, 0 \rangle$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\text{sen} \langle 2 \cdot x \rangle}{3x} \right] \quad \underline{2/3} = 0.6666$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - \cos x}{\pi + 3x} \quad \lim \langle \langle 1 - \cos \langle x \rangle \rangle / \langle x + 3x \rangle + x, \pi/3 \rangle$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \left[\frac{1 - \cos \langle x \rangle}{\pi + 3x} \right] \quad \underline{0.795779} = \frac{1}{4 \cdot \pi}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \quad \lim \langle \tan \langle x \rangle / \langle x \rangle, x, 0 \rangle$$

$$x \rightarrow 0 \left[\frac{\tan x}{x} \right] \quad \underline{1}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\text{sen } x - \cos x}{\cos 2x} \quad \lim \langle \langle \text{sen} \langle x \rangle - \cos \langle x \rangle \rangle / \langle \cos \langle 2x \rangle \rangle, x, \pi/4 \rangle$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\text{sen} \langle x \rangle - \cos \langle x \rangle}{\cos \langle 2 \cdot x \rangle} \right) = \underline{.707106}$$

2. La calculadora es una herramienta que se puede usar para explorar algunas de las situaciones anteriores. Resuelva los ejercicios y con la calculadora compara con papel y lápiz con los resultados obtenidos en la pantalla, Haga un bosquejo de las graficas en el papel ¿coincide con el que esperabas? En caso afirmativo, justifica tu respuesta prevista.

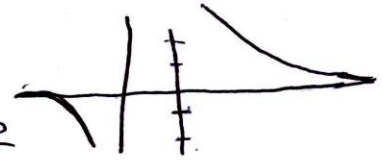
$$= \frac{\text{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{4} \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \right)}$$

GRAFICA 16. Escrito de los estudiantes en la guía 3-1. Se observa el resultado numérico y deficiencia de las expresiones trigonométricas con la calculadora graficadora.

Calcular los siguientes límites trigonométricos, utilizando la calculadora graficadora. Al frente del ejercicio escriba el desarrollo en la línea de comando

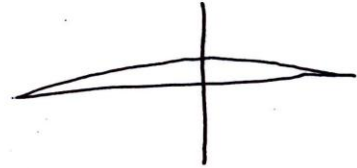
1.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 2x}{2x^2 + x}$$

$$\lim \langle \text{sen} \langle 2x \rangle / \langle 2x^2 + x \rangle \rangle, x, 0 \rangle = 2$$



2.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 2x}{3x}$$

$$\lim(\text{sen}(2x) / (3x), x, 0) = .66667$$



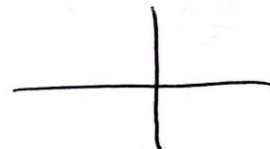
3.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - \cos x}{\pi + 3x}$$

$$\lim(1 - \cos(x) / (\pi + 3x), x, \pi/3) = .07957$$



4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

$$\lim \langle \tan \langle x \rangle / \langle x \rangle \rangle, x, 0 \rangle = 1$$



5.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\text{sen } x - \text{cos } x}{\text{cos } 2x}$$

$$\lim \langle \langle \text{Sen} \langle x \rangle \rangle - \langle \text{cos} \langle x \rangle \rangle \rangle / \langle \text{cos} \langle 2x \rangle \rangle, x, \pi/4 \rangle = -.70711$$



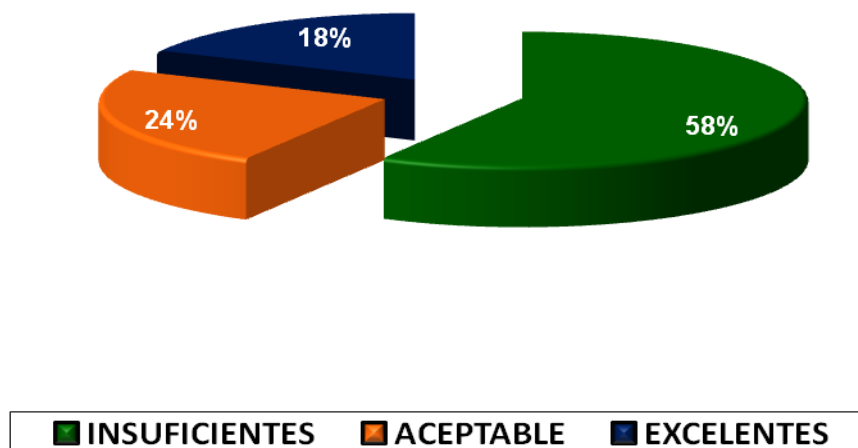
2. La calculadora es una herramienta que se puede usar para explorar algunas de las situaciones anteriores. Resuelva los ejercicios y con la calculadora compara con papel y lápiz con los resultados obtenidos en la pantalla. Haga un bosquejo de las graficas en el papel ¿coincide con el que esperabas? En caso afirmativo, justifica tu respuesta prevista.

No se pero la grafica estan con raras

GRAFICA 17. Escrito de un estudiante acerca de la guía 3-1. Se aprecia la dificultad de aprendizaje y su deficiencia en construcción de gráficas.

7.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS FINALES

DATOS GENERALES PARA ANALISIS



GRAFICA 18. Estadísticas generales

Analizando las dificultades generales de los ejercicios propuestos en las guías los resultados fueron los siguientes:

En la graficas 58% de los estudiantes tienen dificultades en los conceptos previos en general en aritmética, algebra, trigonometría y calculo para la utilización de la calculadora graficadora, para que ellos se familiaricen en el pensamiento numérico, variacional y algebraico que son base para formalizar el conocimiento matemático.

24% del concepto de límite de una función y sus subtemas el análisis de los estudiantes para interpretar los ejercicios planteados por ellos, tienen una menor capacidad de interpretar conceptos básicos del conocimiento matemático.

18% de los estudiantes aplican los preconceptos matemáticos, manejan un lenguaje matemático y conceptual que le permite analizar, organizar y modelar matemáticamente ciertas situaciones y problemas en donde ellos utilizan satisfactoriamente la calculadora graficadora.

7.3.1. Evidencia procesamiento y técnicas para el análisis e interpretación de los datos.

Para evaluar la propuesta y el aprendizaje del estudiante, se tomo como base la Evaluación formativa que propone la realización concomitantemente con el proceso de enseñanza- aprendizaje. La finalidad de esta evaluación es estrictamente pedagógica y parte de que se debe supervisar el proceso de aprendizaje, considerando que este es una actividad continua de reestructuraciones producto de las acciones del estudiante y de la propuesta pedagógica. Por lo tanto no importa tanto valorar los resultados, sino comprender el proceso, supervisarlos e identificar los posibles obstáculos o fallas que pudiera haber en el mismo y en que medida es posible remediarlos con nuevas adaptaciones didácticas.

También interesa en esta evaluación, como esta ocurriendo el progreso de la construcción de la representaciones logradas por los estudiantes, además conocer la naturaleza y las características de las representaciones y en el sentido de la significatividad de los aprendizajes, la profundidad y la complejidad de las mismas; es decir, la riqueza cualitativa de las relaciones logradas entre la información nueva a aprender y los conocimientos previos. Otro aspecto importante son los “errores” cometidos por los estudiantes, que lejos de ser sancionados son valorados intentando ante todo comprender el funcionamiento cognitivo del estudiante frente a la tarea propuesta.

Asimismo se planteó una evaluación los estudiantes, como procedimientos de este tipo de evaluación, con el fin que la auto evaluación ejercité el control interno, en el autoestima y la confianza en sí mismo y le ayude a conocer su propia percepción del trabajo realizado durante todo el proceso. Por su parte la coevaluación, permite establecer relaciones importantes de trabajo y afecto entre los estudiantes, estimulando el espíritu de competencia leal. Además alcanza la máxima expresión del carácter formativo de la evaluación.

Respecto a la evaluación, se trabajo la evaluación formativa teniendo en cuenta que era un proceso continuo con dificultades y aciertos. A nivel de aprendizaje en los estudiantes, se evaluó consecutivamente todas las actividades, unidades didácticas y estrategias empleadas en su aprendizaje con una encuesta (ver anexo e). Finalmente se propuso una autoevaluación y una coevaluación. La autoevaluación tuvo en cuenta criterios como la responsabilidad, asistencia, trabajo en clase la participación.

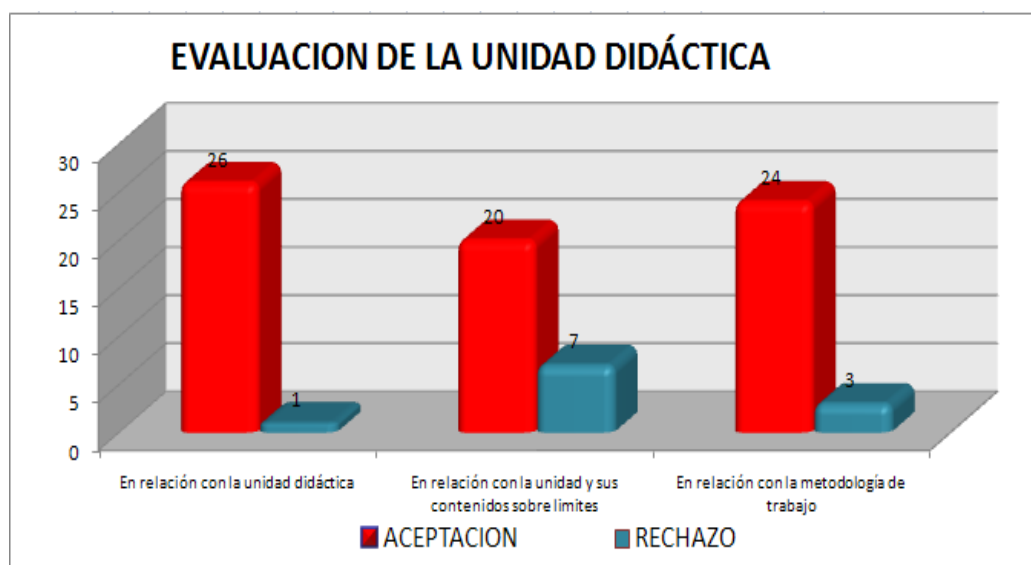
A nivel de evaluación de la propuesta, se desarrollo un test con 3 tres preguntas en cada una de ellas tenía tres preguntas adicionales de la unidad didáctica.

7.3.2. Evaluación formativa

El día que se desarrollo el test, asistieron todos los 27 estudiantes se desarrollo de la siguiente forma. Cada estudiante respondió en forma individual, obteniendo los siguientes resultados.

ACTIVIDAD DIDÁCTICA	ACEPTACIÓN	RECHAZO	TOTAL
En relación con la unidad didáctica	26	1	27
En relación con la unidad y sus contenidos sobre limites	20	7	27
En relación con la metodología de trabajo	24	3	27

TABLA 7. Evaluación formativa



GRAFICA 19. Estadística evaluación de la Unidad Didáctica.

Respecto a los resultados obtenidos, se puede de concluir que las estrategias empleadas fueron de aprobación para la mayoría de los estudiantes, además Indican que su aprendizaje fue mayor y más didáctico respecto a las clases prácticas de otros años escolares.

RECOMENDACIONES

- ✓ Los profesores de matemáticas a todos los niveles deben promover la utilización adecuada para mejorar la instrucción modelando aplicaciones de estas, utilizándolas en ambientes de instrucción, integrando su uso en la evaluación y valoración, manteniéndose al día en el estado del arte de su tecnología, y considerando nuevas aplicaciones de estas que mejoren el estudio y aprendizaje de las matemáticas.
- ✓ Formalizar todos los temas de la materia de cálculo desde los números reales, intervalos, desigualdades, funciones de gráfica y análisis, continuidad, derivadas en el avance para seguir aprendiendo a utilizar la calculadora gráfica, con los conceptos previos del conocimiento matemático utilizando la tecnología y despertar una atención más a la calidad de la educación.
- ✓ Todos los estudiantes deben tener acceso a las calculadoras gráficas para utilizarlas en experimentar y explorar ideas matemáticas, desarrollar y reforzar habilidades, apoyar actividades de solución de problemas y realizar cálculos y manipulaciones.

CONCLUSIONES

1. La adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes utilizando estrategias didácticas como la calculadora graficadora y las guías didácticas, ayudaron al desarrollo cognitivo, la jerarquización de conceptos y la integración de las temáticas para el aprendizaje significativo del concepto límite de una función
2. La aplicación de la calculadora graficadora y las guías didácticas, como estrategia didáctica para superar las dificultades encontradas por los estudiantes para el aprendizaje del concepto límite de una función y sus conceptos asociados, argumentan en favor de esta metodología de trabajo como una alternativa promisoriosa.
3. Los contenidos, como la metodología seguida con los programas guía de actividades y la aplicación de la calculadora graficadora, fue ampliamente aceptada por este grupo de estudiantes; quienes manifestaron además, su complacencia por el trabajo y su reconocimiento como forma de promover su responsabilidad con el estudio de las matemáticas y su desarrollo de competencias en el trabajo individual y grupal.
4. Los temas de límite de una función que presentan, un mayor grado de dificultad de aprendizaje por parte de los estudiantes, son en su orden de menor a mayor son propiedades de los límites, límite de factorización, límite de funciones trigonométricas.
5. La encuesta aplicada con el programa guía de actividades en este curso, permite establecer que los contenidos acerca del concepto límite de una función, su distribución en las cinco actividades fueron adecuados para su estudio y aprendizaje; así mismo, permiten manifestar que la metodología fue adecuada y que el docente se desempeñó satisfactoriamente, por lo cual los estudiantes se manifestaron satisfechos.
6. La calculadora graficadora, las guías didácticas y la integración de temáticas son aspectos indispensables e interrelacionados en el aprendizaje significativo de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL, D. P (1976). Psicología educativa. México: Trillas.

BEDOYA M. E. "Formación didáctica inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras y algebraicas" tesis doctoral: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada .2001

BRUCE Edwards. Motivando temas de matemáticas con la calculadora gráfica. En: Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 41, abril de 2000, páginas 45–48

CEDILLO, T., 1995. La calculadora en el aula: Un reto para el currículo actual Grupo Editorial Iberoamérica, México.

CEDILLO, T. 1997a. Calculadoras: Introducción al Álgebra. Grupo Editorial Iberoamérica, México.

CEDILLO, T. (2001). La Calculadora en la clase de Matemáticas: Implicaciones hacia la Enseñanza. Conferencia Internacional sobre uso de Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia Michoacán México.

GÓMEZ. P, Mesa V. M, CARULLA c, VALERO. p, GÓMEZ. C. 1997 Innovación curricular en precálculo con calculadoras gráficas. México: una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.

GÓMEZ, P., MESA, V.M., CARULLA, C., GÓMEZ, C., VALERO, P. (Eds.) (1996). Situaciones problemáticas de precálculo. El estudio de funciones a través de la exploración con calculadoras gráficas. México: una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.

HERRERA T. Computadores de bolsillo: ingrediente esencial en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas. Entrevista con Bert Waits.

KUTZLER, B. (1999). the algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics. investigating with information technologies. Australian association of mathematics virtual conference.

Manual de convivencia Colegio Camilo Torres.

Ministerio de Educación Nacional. (2005). Taller: Estándares Básicos para Matemáticas. División de perfeccionamiento y calidad de la Educación.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares Básicos de calidad - Matemáticas.

Ministerio de Educación Nacional. Misión de Ciencia, Educación y Desarrollo. Bogotá: 1994, p12.

MCINTOSH, A; Reys, B.J. y Rey, R.E., A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. En: documentos lineamientos curriculares matemáticas. Ministerio de educación nacional.1998.

POVEDA, R. y Salas, O. 2002. Uso de la TI-92 en la enseñanza del tema de funciones. En: Memorias del III Festival Nacional y I Festival Internacional de Matemática. Costa Rica. 212-216.

RALSTON .a. por la abolición de las matemáticas de lápiz y papel. – artículo suny at buffalo and imperial currículo, London)

RÍOS J., Las Nuevas tecnologías y la Enseñanza de las Matemáticas, Revista Anales N°6, Universidad Metropolitana, 1997

RODRÍGUEZ J. R. y Flores L L. Una propuesta didáctica para el cálculo usando calculadoras Voyage 200. Instituto Tecnológico de los Mochis.

RUTHVEN, Kenneth (1998): «The use of mental, curric and currículo Strategies of Numerical Computation by Upper Primary Pupils within a currículo Aware Number currículo», En: Silvia del Puerto y Claudia Minnaard Universidad Caece, Argentina.

Texas Instruments. 1995 Manual del Usuario TI-92.

WAITS. B. (1997) El apoyo que dan las calculadoras graficas para enseñar y aprender mejor las matemáticas. Madrid TI.MAT (No 1) Pág. 1-3, 2000,

INFOGRAFÍA

<http://www.eduteka.org/handhelds1.php> el manejo de las calculadoras graficadoras enfocado a las tecnologías del computador de bolsillo en el aula de clases.

<http://www.eduteka.org/entrevista4.php>.menproyecto de calculadores en la enseñanza.

<http://www.eduteka.org/entrevista3.php>

http://www.juntaex.es/webjunta/consejerias/educacion/direcciones_provinciales/common/documentos/guia.pdf

[http://www.eduteka.org/Evaluación pisa2003.htm](http://www.eduteka.org/Evaluacion_pisa2003.htm)

[http://www.eduteka.org/Estándares Tecnológicos para Directivos Escolares.htm](http://www.eduteka.org/Estandares_Tecnologicos_para_Directivos_Escolares.htm)

[http://www.eduteka.org/.phpdir.pdf](http://www.eduteka.org/phpdir.pdf)

<http://www.eduteka.org/entrevista4.php>.men, proyecto de calculadores en la enseñanza.

ANEXOS

ANEXO A

Colegio I.E.D. Externado Nacional Camilo Torres
Área de Matemáticas.
Guía N° 1. Propiedades de los Límites

Nombre y Apellidos _____ Fecha: _____

Objetivo.

Comprende las características de las propiedades y la definición de límite

Es importante desarrollar y responder cada ejercicio siguiendo el orden planteado y hacer el esfuerzo por escribir las respuestas.

OPRIMA LA TECLA F₃ "CALCULO"

3. Lim →

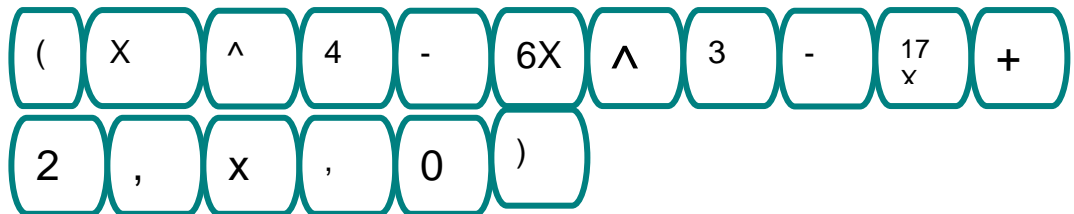
En la línea de comando se escribe:

Ejemplo Lim $(X^4 - 6X^3 - 17X + 2)$
 $X \rightarrow 0$

Lim $(x^4 + 6x^3 - 17x + 2, x, 0) \rightarrow$

\downarrow \downarrow
 Variable valor

Lim



1. Calcule los siguientes límites justificando la propiedad utilizada.

1. Lim $(X^4 - 6X^3 - 17X + 2)$
 $x \rightarrow 0$

2. Lim $\frac{X}{-7X + 1}$
 $x \rightarrow 4$

3. Lim $\frac{X^{2/3} + 3\sqrt{X}}{4 - 16/X}$
 $x \rightarrow 8$

4. Lim $(3X + 4)^5$
 $x \rightarrow 2$

5. Lim $\frac{5X^2 - 2X + 1}{6X - 7}$
 $x \rightarrow 3$

6. Lim $\left[5(X^2 + 1) - \frac{8}{X+1} \right]$
 $x \rightarrow 3$

7. Lim $(X+4)^3 (X-6)^2$
 $x \rightarrow 6$

2. Resuelva los ejercicios anteriores, usando la calculadora para verificar los resultados. Compare estos resultados con los obtenidos con papel y lápiz. ¿Coincide con lo que esperaba? en caso afirmativo justifica su respuesta.

ANEXO B

Colegio I.E.D. Externado Nacional Camilo Torres
Área de Matemáticas.
Guía Nº. 2 Limite Factorización

Nombre y Apellidos _____ Fecha: _____

El objetivo.

El concepto de límite de una función real de variable real es más importante el análisis. Este concepto nos permite pasar simples operaciones algebraicas con funciones a resultados complejos de gran trascendencia teórica y practica. Es importante desarrollar y responder cada ejercicio siguiendo el orden planteado y hacer el esfuerzo por escribir las respuestas.

Para calcular limites en la calculadora, seguir el procedimiento:

Ejemplo:
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 2}$$

OPRIMA LA TECLA F3 CALCULO"

Numeral 3. Lim →

En la línea de comando se escribe:
 $\text{Limit}((X^2 - 1)/(X^2 - X - 2), X, (-1)) \rightarrow$
↓ ↓
Variable valor

Lim

((X	^	2	-	1)	/	(X	^	2	-	X	-	2)	,	X	,	-1)
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

Dividir numerador y denominador con factorización de límites

1.
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 2}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{8t^3 - 27}{4t^2 - 9}$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{2x^2 - x - 1}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$$

2. Resolver los ejercicios anteriores, usando la calculadora para verificar los resultados. Compare estos resultados con los obtenidos con papel y lápiz. el resultado obtenido en la pantalla. ¿Coincide con lo que esperabas? En caso afirmativo, justifica su respuesta

ANEXO C

MANEJO DE LA CALCULADORA GRAFICADORA PARA DISMINUIR DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN LOS GRADOS ONCE DEL COLEGIO CAMILO TORRES. Límites Funciones Trigonometricas.

Nombre y Apellidos _____ Fecha: _____

Objetivo.

Desarrollar límites de funciones trigonometricas con la calculadora se verifica su procedimiento en el concepto de valores de las expresiones. Es importante desarrollar y responder cada ejercicio siguiendo el orden planteado y hacer el esfuerzo por escribir las respuestas.

Para calcular límites en la calculadora, seguir el siguiente procedimiento:

OPRIMA LA TECLA F₃ "CALCULO"

3. Lim →

En la línea de comando se escribe:

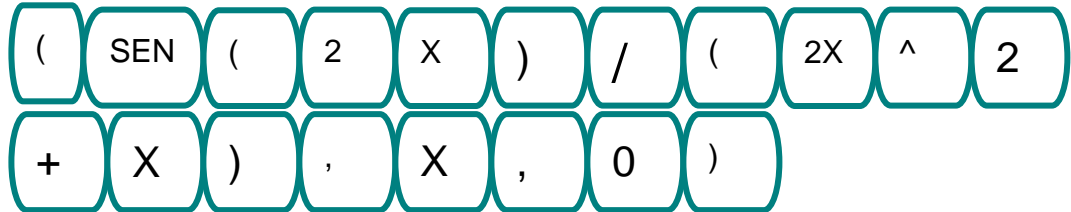
Ejemplo:
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sen } 2X}{2X^2 + X}$$

Lim (Sen (2x) / (2X^2 + x), x, 0) →

↓
Variable

↓
valor

Lim



Calcular los siguientes límites trigonométricos, utilizando la calculadora graficadora. Al frente del ejercicio escriba el desarrollo en la línea de comando

1.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\text{sen } x - \text{cos } x}{\text{cos } 2X}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 2x}{3x}$$

3.
$$\lim_{X \rightarrow \pi/3} \frac{1 - \text{cos } x}{\pi + 3x}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tan } x}{x}$$

2. La calculadora es una herramienta que se puede usar para explorar algunas de las situaciones anteriores. Representélas con la calculadora Haga un bosquejo de las graficas en el papel y compara con los resultados previstos. El resultado obtenido en la pantalla, ¿coincide con el que esperabas? En caso afirmativo, justifica su respuesta.

ANEXO D

Planificación de la guía Didáctica del estudiante

MANEJO DE LA CALCULADORA GRAFICADORA
PARA DISMINUIR DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN LOS
GRADOS ONCE DEL COLEGIO CAMILO TORRES.

Índice

Introducción	
Clase I	
Clase II	
Clase III	
Actividades para los Alumnos.....	
Anexo I	
Anexo II	
Anexo III	
Bibliografía	

LIMITES DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS.

Introducción

Continuando con el estudio de los temas Límite de una Función, en la presente lección o clase usted tendrá la oportunidad de estudiar las formas de representar las funciones trigonométricas y los procedimientos matemáticos para establecer la relación entre cada uno de ellos. Es en este momento donde usted hará uso y aplicación de los conceptos básicos aprendidos en la lección o clase anterior en particular de los aspectos cuantitativos.

El procedimiento para el estudio de estos temas es muy similar al empleado para los temas de la primera lección o clase. En efecto la estructura y organización de la unidad didáctica es la misma.

A semejanza de la lección anterior, la actividad de iniciación es el desarrollo de una serie de ejercicios a partir de la observación de varios resueltos en clase, sobre el cual se ha formulado una pregunta, para que a partir de los conocimientos previos, usted construya una o varias respuestas de la forma como se representan en papel milimetrado y en la calculadora.

Los conceptos y ejercicios con los cuales usted se familiarizará a partir del estudio de esta lección son de gran utilidad para el planteamiento de cálculos de la Función Límites a partir de modelos matemáticos; por tanto es preciso que usted esté atento a entender claramente todos y cada uno de ellos.

Objetivos:

- Aprender a escribir las funciones trigonometricas, empleando las fórmulas y los símbolos que intervienen en ellas, a partir de su enunciado con palabras y viceversa.
- Aprender a graficar en papel milimetrado y plantear en la calculadora graficadora las funciones trigonometricas.

Materiales

El docente entregará a cada grupo de alumnos una serie de ejercicios (Ver Anexo II). También entregará a cada alumno la calculadora graficadora.

Actividades

Se desarrollara como en la lección o clase anterior. Duración estimada de la actividad: 60 minutos

ANEXO E.
 Guía para el docente
 Colegio I.E.D. Externado Nacional Camilo Torres
Área de Matemáticas.
 Limite de funciones trigonometricas.

Contenidos Limite de funciones trigonometricas.		
conceptos	procedimientos	actitudes
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprensión de los números y la numeración. ✓ Comprensión del concepto de las operaciones. ✓ Calculo con números y aplicaciones de números y operaciones. El significado de los números. ✓ Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas de las cuales emergen. ✓ Interpretación y análisis de su representatividad en relación con papel milimetrado y con la calculadora graficadora. ✓ Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones 	<p>Desarrollar limites de funciones trigonometricas con la calculadora graficadora trabaja con el icono calculo.</p> <p>Se utilizara limite de funciones trigonometricas especiales donde se evaluara el valor numérico, expresión trigonometrica y la gráfica en la parte teórica se verifica el desarrollo matemático para limite funciones trigonometricas ya visto en clase.</p> <p>Reconocer el valor de una función trigonometrica de un numero real mediante el análisis de identidades sus características del valor numérico, al determinar una expresión trigonometrica contiene símbolos que implican limite funciones trigonometricas de las funciones seno, coseno y tangente para concretar las funciones en contexto de aprendizaje con herramientas tecnológicas.</p>	<p>Ejercicios de orientación para trabajar con la calculadora graficadora.</p> <p>Relacionar los contenidos con herramientas didácticas.</p> <p>Se esfuerza por lo teórico y lo practico al trabajar didácticamente.</p> <p>Se refuerza por lo teórico y lo practico al trabajar didácticamente.</p>
<p>Objetivos: Didácticos. Actividades: Conocimientos previos del tema. Actividades de motivación. Proceso: Evaluación de los estudiantes.</p> <p>Tiempo: 1 hora</p>		

ANEXO F

Encuesta

MANEJO DE LA CALCULADORA GRAFICADORA PARA DISMINUIR DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN LOS GRADOS ONCE DEL COLEGIO CAMILO TORRES.

Fecha: _____

En la presente encuesta usted encontrará una serie de preguntas en las que podrá exponer sus puntos de vista en relación con el trabajo desarrollado con la Unidad Didáctica. Le solicitamos diligenciar completamente y con toda seriedad los aspectos preguntados en la misma. No es necesario que escriba su nombre.

1. En relación con la Unidad Didáctica.

En la escala que se presenta enseguida, donde 5 es el valor máximo, ubique su grado de preferencia por el trabajo con la Unidad Didáctica.

0 1 2 3 4 5

2. Señale dos aspectos positivos y dos aspectos por mejorar relacionados con el apoyo que le brindó la Unidad Didáctica para el estudio de la Función Límite.

¿El lenguaje utilizado en la redacción de la Unidad Didáctica fue claro?

Si _____ No _____ ¿Por qué?

3. Escriba a continuación alguna sugerencia o aspecto que usted considere se debe mejorar en la Unidad Didáctica.

2. En relación con la unidad y sus contenidos sobre Límites.

1. ¿Considera usted que los contenidos desarrollados en las tres lecciones tenían una estructura secuencial?

Si _____ No _____ ¿Por qué?

2. ¿Estos contenidos estaban dentro de sus posibilidades de comprensión?

Si _____ No _____ ¿Por qué?

3. ¿Los ejercicios resueltos y propuestos eran suficientes?

Si _____ No _____ ¿Por qué?

4. ¿El tiempo dedicado a cada lección fue suficiente?

Si _____ No _____ ¿Por qué?

3. En relación con la metodología de trabajo.

1. ¿Considera usted que la metodología de trabajo en grupos a partir de la Unidad Didáctica y las lecciones escritas le aportaron al aprendizaje de la Función Límites?

Si _____ No _____ ¿Por qué?

2. Señale tres aspectos positivos y tres aspectos que deban mejorarse en la metodología empleada con la Unidad Didáctica.