

Propuesta Pedagógica Para El Fortalecimiento De La Competencia Comunicativa Y Resolución
De Problemas En El Pensamiento Geométrico Espacial Por Medio Del Diseño De Una Unidad
Didáctica Fundamentada En Situaciones Problema

Camila Marín Ospina

Emmanuel Valencia Acevedo

Universidad Cooperativa De Colombia

Facultad De Educación

Licenciatura En Matemáticas E Informática

Mag. Einer Oswaldo Mesa

Mag. Sofía Quintana

Medellín

2021



Agradecimientos

Agradecemos a nuestros docentes de la Universidad Cooperativa de Colombia, por haber compartido sus conocimientos a lo largo de la preparación de nuestra profesión, el presente trabajo de grado fue realizado bajo la supervisión y asesoría del magister Einer Oswaldo Mesa Peña y Sofía Quintana, a quien les expresamos nuestro más profundo agradecimiento, por hacer posible la realización de este estudio. Además, de agradecer su paciencia y tiempo para que este trabajo saliera de manera exitosa.

Agradecemos enormemente a la institución educativa Playa Rica, a sus directivos, alumnos y profesores por permitirnos realizar la práctica pedagógica abriendo sus puertas de manera incondicional y estando presente en cada paso que dimos.

Dedicatoria

El presente trabajo investigativo lo dedicamos principalmente a Dios, por ser el inspirador y darnos fuerza para continuar en este proceso de obtener uno de los anhelos más deseados.

A nuestros padres, por su amor, trabajo y sacrificio en todos estos años, gracias a ustedes hemos logrado llegar hasta aquí y convertirnos en lo que somos, brindándonos la motivación que necesitamos para trabajar día a día ya que son los testigos del trabajo perseverante para lograr un nuevo éxito en nuestra vida profesional la cual vamos a empezar.

A todas las personas que nos han apoyado y han hecho que el trabajo se realice con éxito en especial a aquellos que nos abrieron las puertas y compartieron sus conocimientos.

Resumen

El estudio de la geometría constituye para muchos jóvenes un reto grande de alcanzar por cuanto requiere de un gran esfuerzo llegar a la comprensión de la materia. Es por ello que el objetivo del presente proyecto fue diseñar una estrategia de la resolución de situaciones problemas y la de figuras geométricas para el cálculo de volúmenes y áreas de cuerpos geométricos que apuntaran al fortalecimiento de la competencia comunicativa y la resolución de problemas, cuyo método estuvo orientado a la elaboración de una unidad didáctica que permite al docente utilizar distintas vías de aprendizaje para poder comunicar sus conocimientos de una manera más comprensible .llegando a la conclusión que los docentes deben actualizar sus estrategias académicas en base a actividades de fácil comprensión

Palabras claves: Geometría, propuesta pedagógica, competencia comunicativa, resolución de problemas, pensamiento geométrico.

Abstract

The study of geometry constitutes for many young people a great challenge to achieve because it requires a great effort to understand the matter. That is why the objective of this project was to design a strategy for solving problem situations and that of geometric figures for the calculation of volumes and areas of geometric bodies aimed at strengthening communicative competence and problem solving, whose method was oriented to the elaboration of a didactic unit reaching the conclusion that teachers should update their academic strategies based on activities that are easy to understand.

Keywords: Geometry, pedagogical proposal, communicative competence, problem solving, geometric thinking.

Tabla De Contenido

El Problema de Investigación.....	8
1.1 Antecedentes del Problema	8
1.1.1 Internacionales	8
1.1.2 Nacionales	9
1.1.3 Regionales	11
1.2 Planteamiento del Problema	13
1.3 Pregunta de Investigación	19
1.4 Objetivos de Investigación.....	20
1.4.1 Objetivo General.....	20
1.4.2 Objetivos Específicos	20
1.5 Justificación.....	20
Marco Teórico	22
2.1 Marco Teórico Conceptual.....	22
2.2 Marco Teórico Referencial.....	27
2.2.1 Propuestas Pedagógicas.....	27
2.2.2 Pasos para la elaboración de una propuesta pedagógica.....	28
2.2.3 Unidades Didácticas	29
2.2.4 Competencia comunicativa	32
2.2.5 La solución de problemas.....	34
2.2.6 Pensamiento Geométrico Espacial.....	36
2.2.7 Aprendizaje Significativo:.....	37
2.3 Marco Legal.....	41
Marco Metodológico	44

3.1 Diseño de Investigación	44
3.2 Tipo de Investigación.....	44
3.3 Técnicas de Investigación	44
3.4 Instrumentos.....	45
3.5 Lista de control (Hoja de Ruta)	46
3.6 Procesamiento de recolección y análisis de la información	46
Resultados.....	48
4.1 Unidad didáctica	48
 4.2 Objetivos	51
 4.2.1 Objetivo general	51
 4.2.2 Objetivos específicos	51
 4.3 Conceptos.....	52
 4.4 Metodología	60
 4.5 Secuencia de Actividades.....	61
 4.5.1 Sección 1: Geométrica Euclíadiana	61
 4.5.2 Sección 2: Figuras Planas	61
 4.5.3 Sección 3: Cuerpos Geométricos	61
 4.6 Geometría Euclíadiana.....	62
 4.7 Figuras Planas	68
 4.8 Cuerpos Geométricos.....	78
 4.9 Prueba Pretest y Posttest para la implementación de la unidad didáctica.	87
Conclusiones	91
Recomendaciones	92
Referencias.....	93

Introducción

La actividad educativa ha sido por mucho tiempo un espacio en donde se ha dado el proceso de enseñanza aprendizaje a través de lineamientos o instrucciones sin la posibilidad de salirse de los parámetros establecidos. La resolución de los problemas matemáticos y específicamente los del área de geometría no escapan a esta situación dejando al estudiante con pocas alternativas lógicas para llegar a desentrañar el problema planteado a través de varia vías o estrategias.

Es por lo que se plantea en el presente trabajo de investigación una propuesta que está conformada por la posibilidad de que el docente tenga las suficientes competencias en comunicación para que los estudiantes entiendan y puedan asimilar el conocimiento de una manera más fácil y con menos complicaciones.

Por lo que se debe tener en cuenta que en la actualidad han surgido distintos postulados que dan apertura a múltiples maneras de acceder al conocimiento con nuevas técnicas y planteamientos tanto por parte del alumno como por la del docente con resultados muy positivos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Es entonces que el presente trabajo de investigación tiene como propósito el diseño de un programa para mejorar la competencia comunicativa diseñando una unidad didáctica la cual se apoya en la resolución de problemas y está conformado por los siguientes capítulos:

El primero contiene la exposición de la problemática, el propósito de la investigación y la justificación científica e importancia dentro de las líneas de investigación a la cual corresponde el tema de estudio.

En segundo lugar, se encuentran dispuestos los trabajos de investigación que anteceden al presente estudio junto con las bases referenciales que los sustentan teóricamente, así como la terminología que lo conforma.

En tercer lugar, se encuentra el diseño de la metodología utilizada para redactar la propuesta de la unidad didáctica, teniendo especialmente como soporte el análisis y la síntesis de fuentes de información que son soporte para la elaboración de la propuesta.

Y por último se encuentra dispuesta el desarrollo de la unidad didáctica con todos los aspectos formales y de contenido de rigor educativo, así como las conclusiones y recomendaciones del estudio.

El Problema de Investigación

1.1 Antecedentes del Problema

A continuación, se expondrán trabajos relacionados con el tema de investigación que sirven de fundamento teórico para futuros estudiosos de esta ciencia.

1.1.1 Internacionales

En principio, Arévalo (2020) realiza una investigación llamada Planificación de una Unidad Didáctica del trabajo de estrategias para sexto curso de Educación Primaria, cuyo propósito fue planificar un recurso efectivo para que el alumnado, con ayuda de un maestro especialista en Educación Física, pudiera ser capaz de pasar de acciones individualistas e impulsivas a acciones colectivas y planificadas para fomentar la reflexión y la inclusión en el grupo. La metodología estuvo orientada en proponer momentos de planificación, de acción y reflexión, para lograr que el alumnado abandone su participación individualista y descontrolada por una colectiva y pactada.

Por su parte, Heredia (2019) realiza un trabajo denominado Implementación de la Unidad Didáctica Geometría y Medida que tuvo por objeto el diseño e implementación de una estrategia didáctica en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en educación general básica de los estudiantes de séptimo año, la metodología utilizada fue el uso de material con el que construyeron cuadriláteros y reconocieron e identificaron las características y propiedades de las figuras planas, calcular área y perímetro de figuras. Los resultados obtenidos fueron evaluados con escalas valorativas mediante indicadores.

En tanto, Mingorance (2020) realiza una propuesta denominada diseño de una unidad didáctica enfocada a la transmisión, comprensión y afianzamiento del concepto de derivada, cuyo propósito estuvo dirigido a finalizar la formación del autor como futuro docente en el área de las matemáticas y consolidar y aplicar los conocimientos adquiridos durante el transcurso del año académico, la metodología utilizada a través de un diseño de métodos de enseñanza y aprendizaje orientados hacia la comprensión del concepto de derivada mediante una actitud activa y participativa en el proceso de aprendizaje, para poder concluir con un análisis del currículo y la comparación de contenido en varios libros de texto.

1.1.2 Nacionales

Desde la perspectiva de las competencias comunicativas Arias (2018) realiza una investigación denominada Fortalecimiento de la competencia comunicativa lectora y escritora usando el blog como estrategia didáctica con los alumnos de 7º grado en la Institución Educativa agrícola de la Mina – Cesar, cuyo objetivos estaban dirigidos a fortalecer los procesos de las competencias comunicativas, utilizando como metodología el uso del blog, dentro del quehacer pedagógico de enseñanza aprendizaje, aprovechando los recursos tecnológicos que ofrece el acceso a internet, la generación y producción de textos, de forma que la construcción de

conocimientos vinculando una adecuada formación de la lecto-escritura. El enfoque utilizado fue el cualitativo dentro del cual se trabajó con el tipo de investigación descriptiva y los métodos analítico, sintético, inductivo y la hermenéutica, llegando a las siguientes conclusiones: Se evaluó la percepción del nivel de competencia lectora en los alumnos de 7° en la Institución Educativa Agrícola La mina del municipio de Valledupar – Cesar, alcanzando la comprensión lectora.

En cuanto a las TIC y al pensamiento geométrico (Sarabia, 2018) elabora un trabajo que llevó por nombre propuesta pedagógica mediada por las TIC para el fortalecimiento y desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de noveno grado del colegio camilo daza de Cúcuta, basado en fortalecer el pensamiento geométrico de los estudiantes de 9° grado de básica secundaria, en la Institución Educativa Camilo Daza, por medio del diseño e implementación de estrategias pedagógicas mediadas por las TIC. Se realizó una investigación de enfoque cualitativo, donde se utilizó la metodología de investigación de acción. Dicho trabajo se llevó a cabo por medio de la implementación de guías y el software de código abierto Geoenzo. También se tuvo presente el método de Van Hiele para dirigir el proceso de educación. El principal logro de la participación fue la motivación de los educandos para abordar el análisis de la geometría y el trabajo de los conceptos geométricos para la solución de inconvenientes diarios y la preparación de partes de arte.

En lo que respecta a las unidades didácticas de perímetro y área (Cabellero, 2018) realiza un trabajo que lleva por título unidades didácticas de perímetro y área de polígonos como estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de sexto grado del Instituto Técnico Nacional de Comercio Cúcuta, Norte de Santander, el cual consintió en diagnosticar la incidencia de la implementación de unidades didácticas para el desarrollo del

pensamiento geométrico en el perímetro y área de polígonos. Para ello se estudiaron las pruebas SABER de los años 2012 – 2016 en el área de matemática, las cuales permitieron establecer distintos posibles problemas. Se crearon unidades didácticas considerando los estándares básicos de competencias y los procesos cognitivos de visualización, razonamiento y construcción desde los referentes de Torregrosa – Quesada y Duval, que permitieron realizar la aplicación de la estrategia didáctica. Se utilizó como metodología la investigación de acción con enfoque cualitativo y los instrumentos fueron: el diario pedagógico, rejillas de observación y análisis de producciones de los estudiantes. Finalizado el proceso el alcance del estudio, se refleja en el mejoramiento de los procesos cognitivos por medio de pruebas internas y la disposición en el aprendizaje de la geometría. Se deja este plan abierto para lograr un mejoramiento en la educación de la geometría en los diferentes niveles de la organización.

1.1.3 Regionales

Con relación a los trabajos locales. Seguro (2020) realiza un trabajo científico titulado Resolución de problemas: una estrategia didáctica en el aprendizaje del pensamiento geométrico en perímetro y áreas con el uso de material concreto, cuyo propósito estuvo orientado a implementar una estrategia apoyada en una unidad didáctica, vinculada con la enseñanza del concepto de área y perímetro en el grado sexto, mediadas con el uso de material concreto, la metodología fue de carácter cualitativo y se desarrolló desde un estudio de casos tomando una muestra con estudiantes de la Institución Educativa Merceditas Gómez Martínez, en diferentes contextos. Los resultados a los que se llegaron permitieron identificar la dificultad en la capacidad de interpretación y relación de una figura bidimensional en el espacio.

En cuanto a las estrategia didácticas Agudelo (2018) desarrolla un trabajo que llevó por título estrategia didáctica mediada por Tic para el desarrollo del pensamiento geométrico

espacial en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa San Fernando de Amagá Antioquia, cuyo objetivo estuvo dirigido a determinar el aporte que hacen los recursos didácticos digitales para el desarrollo de las competencias relacionadas con el pensamiento geométrico espacial en los estudiantes, la metodología utilizada estuvo orientada en un estudio exploratorio que buscó determinar el aporte que hacen los recursos didácticos digitales para el desarrollo de las competencias relacionadas con el pensamiento geométrico espacial en los estudiantes y se concluyó en un acercamiento de los recursos digitales con prácticas docentes que permitieron diseñar una estrategia didáctica para la asignatura de geometría.

Con respecto a las TIC como recurso pedagógico en el caso de los volúmenes (Ferrer, 2017) realiza un trabajo denominado Fortalecimiento del pensamiento métrico y del pensamiento espacial-geométrico a partir de un proyecto de aula utilizando las TIC como recurso de enseñanza: El caso de los volúmenes, que tuvo como propósito el desarrollo de una propuesta didáctica en un grupo de estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Gabriela Gómez Carvajal de la ciudad de Medellín sobre el aprendizaje del concepto de volumen, a partir de un diagnóstico se logra evidenciar el desarrollo de algunas competencias clave en la actividad matemática de los estudiantes, cuando se acercan a la elaboración del concepto de volumen, involucrando dimensiones conceptuales, metodológicas e integradoras del conocimiento. Se utilizó las TIC como recurso de enseñanza para la implementación de una Unidad Didáctica atendiendo a un enfoque constructivista. Como resultado se logra evidenciar el desarrollo de algunas competencias clave en la actividad matemática de los estudiantes, cuando se acercan a la elaboración del concepto de volumen, involucrando dimensiones conceptuales, metodológicas e integradoras del conocimiento.

1.2 Planteamiento del Problema

Las dificultades que existen con el aprendizaje de las matemáticas se han convertido en una preocupación por parte de los docentes ya que muchos dominan la matemática mas no la enseñanza de esta, esto en gran parte se debe al proceso formativo y las corrientes pedagógicas que cada docente implementa. (Vega, 2018) Afirma: se pudo identificar que los programas de pregrado son una etapa en la que las creencias epistemológicas previamente formadas en las escuelas se ajustan permanentemente, y que la formación recibida, tanto implícita como explícita, es difícil y lenta de asimilar. También se logró establecer que las creencias epistemológicas de los docentes en formación y en servicio se encuentran en constante enfrentamiento. Esto permite que los programas de educación inicial y continua tengan una influencia más efectiva y explícita en su construcción o transformación.

El docente tiene una gran influencia en el desarrollo de los conceptos y la construcción del conocimiento de los estudiantes y las matemáticas como área fundamental, no están exentas a dicha influencia. La didáctica y la actitud de cada docente puede encaminar a los alumnos situaciones de su entorno para facilitar los procesos de pensamiento “hay una actitud frente a la clase, esa actitud del profesor se refleja en las actividades que desarrollan los estudiantes, de acuerdo con lo que él crea que esta disciplina y con los fines que persiga su enseñanza, es decir saber buena matemática es una condición necesaria, pero no suficiente para enseñarla” (Espinosa, 2010, p.13); entonces si bien el saber matemáticas no es el único requisito para poder enseñarlas, también es importante analizar las corrientes filosóficas y pedagógicas que inducen a cada docente en su quehacer diario. Espinosa (2010) afirma “examinar algunas de estas posturas filosóficas sobre la naturaleza de la matemática, incidencia en el salón de clase y en el aprendizaje de los estudiantes, genera reflexión entre los docentes del área y conduce a hacer una matemática más agradable y significativa para los niños y jóvenes”

El estado emocional de los estudiantes desempeña un importante papel en el momento del aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto, trabajar las emociones es igual de importante que trabajar los contenidos. El buen desempeño en el aprendizaje del estudiante se ve afectado por sus creencias y actitudes forjadas en su formación básica, los cuales destacan la forma de ser del docente. Conocer las actitudes y creencias de los estudiantes permite fortalecer la responsabilidad social y su participación social en la toma de decisiones tanto de su formación como del bienestar del país (Samacá, 2014). Uno de los grandes aliados del proceso de aprendizaje- enseñanza de las matemáticas en los últimos tiempos, es la tecnología informática; sin embargo, cometeríamos un gran error al afirmar que en los tiempos actuales es la herramienta más poderosa con la que cuenta el docente, ya que, si bien es importante para motivar a los estudiantes y crear transversalizaciones significativas, no es la herramienta de mayor importancia que el docente posee. A través de su estudio Samacá (2014) afirma: Existen muchos programas informáticos de matemáticas, pero no es el programa informático la esencia, sino los recursos didácticos y las estrategias pedagógicas, las que fomenten la curiosidad de nuestros estudiantes por el aprender e innovar en su proceso escolar, destacando que algunos de ellos profundizaron en temáticas en busca del origen y naturaleza de la matemática.

Así pues, reviste interés indagar en el peso e interacción que tienen los factores cognitivos como los motivacionales, dado que la predisposición hacia las tareas matemáticas pareciera jugar un rol modulador del desempeño escolar e incluso de la actualización de las habilidades cognitivas asociadas a este ámbito. De esta manera, se podría avanzar en la comprensión de la interrelación entre aspectos motivacionales, cognición y rendimiento en matemáticas, como también en la resolución de problemas.

Por distintas razones las matemáticas se han convertido durante muchos años en un problema tanto para los padres de familia, como para los estudiantes y docentes del área desde el transcurso de su proceso educativo, llevando a que el aprendizaje de las matemáticas se convierta en una frustración para ellos creando así una indiferencia por esta asignatura, debido a esto se presentan ciertas dificultades relacionadas con el aprendizaje de la geometría. Guzmán, Pino & Arredondo (2020) afirman que:

Hoy en día aún sigue vigente el interés por entender las dificultades asociadas a las prácticas de los profesores, en particular, sobre la gestión de las clases que llevan a cabo, ya que esto impacta directamente el aprendizaje de la geometría en los estudiantes

La geometría está implícita la vida cotidiana y en la naturaleza misma, aunque desde lo académico no se da la importancia suficiente, ya que es necesario que el estudiante desarrolle la percepción del espacio, que logre hacer diferentes estimaciones de medidas formas, donde sea capaz de asimilar y llevarlo al lenguaje cotidiano. El aprendizaje de la geometría beneficia al estudiante desde una percepción espacial, que relaciona las geoformas existentes en la vida cotidiana, en relación con la aplicación de las matemáticas específicamente en el álgebra, ya que ambas ramas tienen una conexión cercana, y el establecer dicha conexión y su importancia ayudara a que el estudiante asimile de mejor manera los conceptos algebraico-espaciales.

Para el aprendizaje de la geometría es importante que el estudiante comience a observar, analizar, crear, construir y transformar el mundo que les rodea a los estudiantes, comprender y relacionar el lenguaje pertinente, buscar la mejor manera para hacer que el estudiante desde ya se familiarice con el lenguaje geométrico, relacionando los conceptos geométricos con situaciones del quehacer diario, formas en la naturaleza, estimaciones de medida en su entorno, inclusive reconociendo las formas geométricas en su propio cuerpo, entre muchas situaciones más.

De acuerdo con todo lo mencionado anteriormente, vamos a hablar sobre la geometría centrada en las áreas y volúmenes de los cuerpos sólidos, ya que mediante estos se podrá trabajar diversos conceptos geométricos de forma enfática. Se presenta el problema de que no se enseña por la falta de conocimientos hacia esta, presentan un bajo rendimiento en el pensamiento geométrico que se enlaza con el métrico, donde en la mayoría de los problemas que se usan en la geometría se tiene que relacionar con el sistema de medidas.

Los cuerpos geométricos que se observan en los textos implementados en las instituciones se reduce simplemente a la implementación y aplicación de fórmulas para realizar la estimación del área, perímetro y en muy pocas ocasiones del volumen de dicho cuerpo geométrico, sin embargo el concepto de volumen se encuentra trascendiendo más allá de una simple definición que se le da al alumno, lo cual puede quedarse muy corta para todo lo que puede llegar a abarcar un tema tan importante y que se encuentra muy relacionado con nuestra vida cotidiana. Teniendo en cuenta lo anterior mencionado, se analiza que es muy importante, partir y enriquecer los conocimientos previos de todos los conceptos en general basados en la geometría ya que teniendo en cuenta a medida que va pasando de nivel los estudiantes, el grado de complejidad va aumentando, y así lograr que el alumno llegue a la construcción de los sólidos de manera efectiva.

A continuación, se realiza un análisis de los resultados de las pruebas saber 3°, 5° y 9° de los años 2016 y 2017 de la institución educativa Playa Rica. De acuerdo con el mismo, se espera poder identificar las falencias presentadas por los alumnos de la institución, y con base a ellas poder comenzar a implementar una propuesta que sea pertinente y cubra las necesidades del contexto.

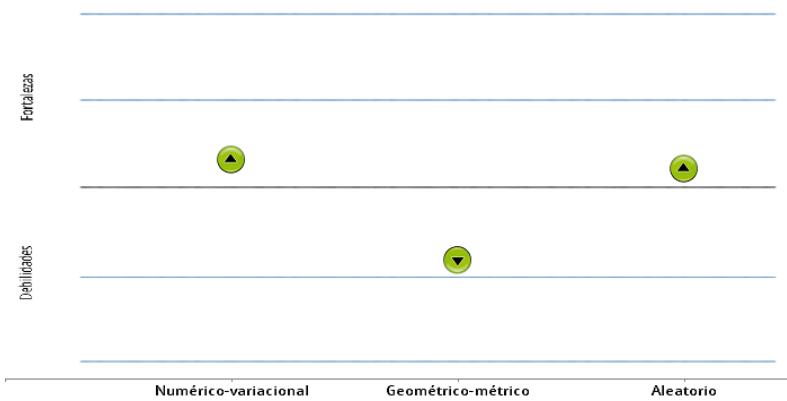
Resultados pruebas saber 2016

Competencia



Ilustración 1-Resultados pruebas saber 2016

Componente



Resultados pruebas saber 2017 grado noveno

Competencias.

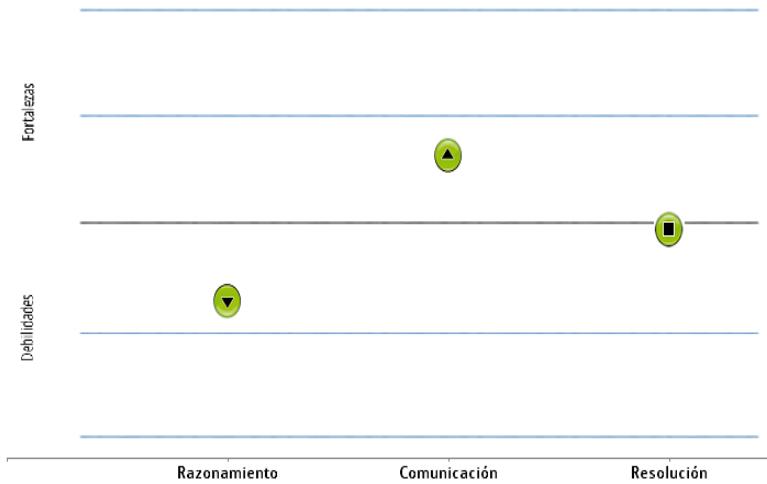


Ilustración 2-Resultados pruebas saber 2017 grado noveno

Componentes

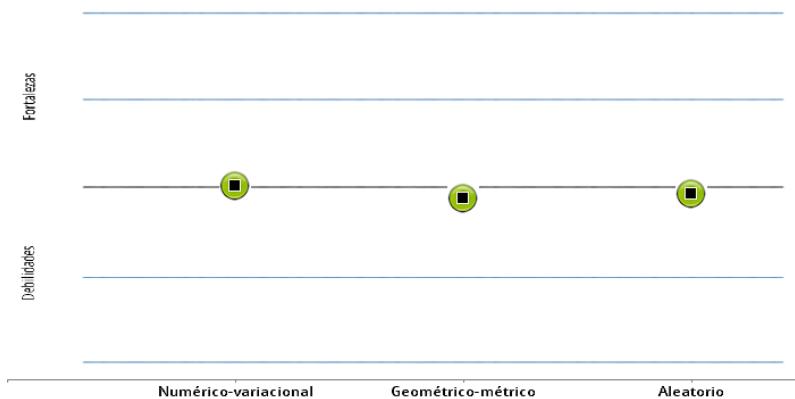


Ilustración 3-Componentes (1)

Como muestran las gráficas de los resultados, observamos que en la Institución Educativa Playa Rica en el año 2016 se presentan dificultades en los estudiantes con el componente geométrico-métrico con un bajo rendimiento en la competencia de la comunicación y la resolución de problemas.

Al siguiente año 2017 se analiza los resultados y observamos que en la institución se siguen presentando las mismas dificultades en el componente geométrico-métrico no tan grave como se veía en el año 2016, o por lo menos esto es lo que reflejan los resultados, ya que en el año 2017 se presenta una mejoría en el componente geométrico-métrico, sin embargo no fue suficiente, pues dichos resultados no satisfacen los requerimientos básicos para la competencia matemática (pensamiento espacial) designados por el MEN (Ministerio de Educación Nacional), desde los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencia para el área de las matemáticas.

Vemos que se encuentra necesario que el estudiante entienda, logre aplicar y utilizar los conceptos geométricos, ya que es una de las falencias que se pueden observar en las pruebas saber 3°, 5° y 9°. Por lo anterior, la siguiente investigación pretende abordar los sólidos centrado en el área y volumen de estos, para que los estudiantes logren un mejor desarrollo de las competencias en el pensamiento espacial ya que estos se encuentran los temas de la geometría, los resultados de las pruebas de los últimos años nos muestran las falencias que tienen los estudiantes, y se hace manifiesto falta de razonamiento y comprensión a la hora de abordar temas de la geometría, por este motivo buscamos una manera de fortalecer la competencia comunicativa y la resolución de problemas de áreas y volumen de sólidos por medio de situaciones problemas en estudiantes de grado noveno

1.3 Pregunta de Investigación

¿Cómo Fortalecer la Competencia Comunicativa y la Resolución de Problemas en el Desarrollo de Elementos Propios del Pensamiento Geométrico por Medio de Situaciones Problema en los Estudiantes de Grado Noveno?

1.4 Objetivos de Investigación

1.4.1 Objetivo General

Diseñar una estrategia que contribuya al fortalecimiento de la competencia comunicativa y la resolución de problemas en el desarrollo de elementos propios del pensamiento geométrico por medio de situaciones problema en los estudiantes de grado noveno.

1.4.2 Objetivos Específicos

1. Analizar las estrategias para la enseñanza de la geometría empleando métodos activos que permitan la identificación de elementos eficaces para el diseño de una unidad didáctica.
2. Diseñar una propuesta educativa apoyada de una unidad didáctica a partir de la resolución de problemas que contribuya al fortalecimiento de elementos del pensamiento geométrico.
3. Aplicar la unidad didáctica fundamentada a partir de situaciones problemas que enseñe el concepto de área y volumen a los estudiantes de grado noveno.

1.5 Justificación

El presente proyecto responde a la necesidad de plantear una mejora en cuanto al proceso de enseñanza por medio del fortalecimiento de la competencia comunicativa, referente a resolución de problemas ya que en la actualidad las concepciones del proceso enseñanza – aprendizaje han cambiado puesto que antes solo se manejaba el saber en sí mismo más sin embargo no se obtenían los resultados esperados ; hoy en día no es solo asimilar y acumular saberes sino construir con distintas alternativas los contenidos a enseñar, con la finalidad de que

a través de esta se logre una mejor comprensión de la temática impartida y por ende se aumente el nivel del rendimiento académico.

Es sin embargo importante destacar que estos requerimientos de construir conocimientos dependen también de ciertos elementos que según (Oliver, 2008) se vincula con el ser capaz de hacer relacionado con el cuándo, cómo y por qué utilizar determinado conocimiento como una herramienta. Las dimensiones que abarca el ser matemáticamente competente son: 1) Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas; 2) Desarrollo de destrezas procedimentales; 3) Pensamiento estratégico: formular, representar y resolver problemas; 4) Habilidades de comunicación y argumentación matemática, y 5) Actitudes positivas hacia las situaciones matemáticas y a sus propias capacidades matemáticas (Chamorro, 2003)3

Es por lo que el fortalecimiento de competencias debe ser una constante en el desarrollo profesional de los docentes ya que en la medida que este diversifique más su manera de enseñar habrá la posibilidad de que más estudiantes comprendan más la materia impartida.

Con relación a la relevancia científica del estudio está centrada en la posibilidad de dejar un aporte dentro de la línea de investigación correspondiente al área de estudio en cuanto a estrategias para mejorar la comunicación docente en el área de la geometría.

Por último, se considera que la ejecución de este proyecto es totalmente factible por cuanto se cuenta con todas las fuentes escritas y conocimientos en el área de geometría que son los instrumentos necesarios para fundamentar la estrategia a plantear.

Marco Teórico

2.1 Marco Teórico Conceptual

Se exponen a continuación los términos y las definiciones que están involucrados con el tema de estudio con el fin de facilitar su comprensión y así acercarnos más al problema planteado.

En primer lugar (Palacios, 2021)¹⁶ conceptualiza la Competencia Comunicativa como: El conocimiento de la propia lengua que rige una comunidad atendiendo a sus normas sociales y segundo (Girón y Vallejo, 1992) plantean la competencia comunicativa que comprende las aptitudes y los conocimientos que un individuo debe tener para poder utilizar sistemas lingüísticos y translingüísticos que están a su disposición para comunicarse como miembro de una comunidad sociocultural dada.

Este término toca las fibras del presente proyecto por cuanto son las competencias el medio de fuente de información más importante entre alumnos y docente y en términos del proyecto en la medida que el docente maneje sus herramientas se producirá un cambio positivo en el estudiante y sus calificaciones, siempre y cuando el docente implemente nuevas estrategias para la enseñanza la competencia mejorara y se podrá seguir obteniendo muy buenos resultados.

En cuanto a las unidades didácticas (Arias, 2017)¹⁷ nos habla acerca de las unidades didácticas en la cual refiere a la planificación que el docente realiza para aplicarla en el aula durante un periodo determinado basándose en los objetivos propuestos y contenidos de clase. La unidad didáctica o unidad de programación será la participación de todos los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje con una coherencia metodológica interna y por un período de tiempo determinado (Antúnez y otros, 1992)

Es por esto que el presente proyecto presenta la unidad didáctica como eje fundamental por desarrollar ya que a través de su desarrollo se plantea nuevas maneras de impartir

conocimientos por medio de una mejor comunicación y estrategias planteadas desde el lado docente y llevando siempre presenta las competencias que se están trabajando en el trabajo de investigación, ya que gracias a estas se podrá mejorar y lograr mejores resultados que serán importantes para los estudiantes y la institución.

Con relación a lo que se considera propuesta pedagógica el (Ministerio de Educacion de Ecuador, 2021) 18 señala: Son intenciones pedagógicas en cuanto a las teorías de enseñanza para aplicarlas en un contexto determinado atendiendo a la capacidad instalada de la institución.

Con respecto al presente proyecto la propuesta pedagógica juega un papel muy importante ya que se debe orientar la unidad didáctica propuesta atendiendo a la propuesta pedagógica ya establecida

Por su parte García (Garcia, 1994) 19 explica que la resolución de un problema es: un acto en la cual un sujeto con base a su conocimiento lleva a cabo una operación concreta para resolver una situación determinada y Las situaciones problemas son todos aquellos ejercicios teórico-procedimentales propuestos para crear una adaptación de los conceptos con relación a la contextualización dada. Uno de los autores ampliamente mencionado en este tema es el matemático Polya (1887-1985), ya que propuesto un método que dio un giro a la resolución de problemas en todo tipo de ámbito matemático. Para Polya “un verdadero problema es cuando estando en una situación inicial bien conocida, es necesario llegar a otra situación algunas veces conocida o someramente conocida y no se conoce el camino. Un verdadero problema debe suscitar el interés entre las personas que quieran resolverlo, las cuales a su vez deben tener algún conocimiento sobre el tema que los ocupa”.

Un problema de rutina es todo aquel problema que se puede resolver ya sea sustituyendo simplemente nuevos datos en el lugar de los de un problema ya resuelto, ya sea siguiendo paso a

paso, sin ninguna originalidad, la traza de algún viejo ejemplo. Por tanto, las situaciones problemas son los desafíos cognitivos los cuales son el proceso de aprendizaje del estudiante, y por tanto las situaciones problemas se convierten en una poderosa herramienta de enseñanza ya que obliga a los educandos, dar un significado práctico en posibles situaciones de la vida cotidiana.

Es por esto que la enseñanza problemática facilita entonces el desarrollo de la atención, la observación, el razonamiento abstracto, la voluntad y disciplina de trabajo, la capacidad de reflexión, análisis, disertación, critica, el rigor en el conocimiento y todo un conjunto de elementos intelectuales y afectivos, que le facilitan el acceso al conocimiento en el momento en que lo necesite, y las situaciones problema van a facilitar la relación de los conceptos aprendidos y sus usos reales a través de la implementación en diferentes contextos.

La geometría es la rama de las matemáticas que desarrolla el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, según el MEN (Ministerio de Educación Nacional) “En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales”. Es por esto, la geometría está implícita en todo tipo de contexto, la diferencia radica en poder reconocerla y así mismo, reconocer su importancia. La enseñanza y el aprendizaje deben reflejar y acoger la diversidad social que se encuentra en el entorno de aprendizaje de la geometría, así como en el mundo cada vez más conectado, por esta razón, los enfoques etno-matemáticos que relacionan la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con las experiencias y antecedentes culturales de los alumnos deben usarse ala enseñar la geometría. Es así que la geometría es donde más debe unirse

de la mano con la competencia comunicativa, ya que esta es esencial para la enseñanza de la geometría ya que si el docente no sabe expresarse hacia el estudiante este se le dificultara bastante para el aprendizaje de la geometría ya que tiene muchos elementos y formulas importantes que se usan a diario, no solo en la institución, sino que también en la casa, en nuestro trabajo y en cualquier situación que se nos puede presentar.

En cuanto a la terminología de la ciencia geométrica (Samper, 2013) señala los siguientes:

- **Coordenada de un punto:** El número real que le corresponde a cada punto de la recta se denomina la coordenada del punto. La coordenada x del punto se denotará $c(A) = x$, donde x es un número real.

- **Distancia:** El número real asignado a dos puntos se llama la distancia entre los puntos.

- **Métrica:** La distancia entre dos puntos A y B es el valor absoluto de la diferencia de sus coordenadas. La distancia entre un punto y él mismo es cero

- **Segmento:** Dados dos puntos A y B, el segmento AB (que se denota con \overline{AB}) es la unión de los puntos A y B con todos los puntos que están entre A y B de la siguiente manera:

$$\overline{AB} = \{A, B\} \cup \{X \mid A - X - B\}$$

- **Definición punto medio de un segmento:** M es punto medio del AB si se cumplen las siguientes condiciones:

$$1. A - M - B$$

$$2. AM = MB$$

- **Ángulo agudo:** Un ángulo es agudo si su medida es menor que 90.

- **Definición de Ángulo obtuso:** Un ángulo es obtuso si su medida es mayor que 90

- **Definición de Ángulos complementarios:** Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90.

- **Triángulo:** Dados tres puntos no colineales, un triángulo es la unión de los segmentos cuyos extremos son dichos puntos.

- **Altura de un triángulo:** es el segmento perpendicular a la recta que contiene un lado del triángulo y cuyos extremos son un punto de la recta y el vértice del triángulo que no pertenece a la recta

- **Triángulo isósceles:** Un triángulo es isósceles si tiene dos lados congruentes.

- **Triángulo equilátero:** Un triángulo es equilátero si todos sus lados son congruentes.

- **Triángulo escaleno:** Un triángulo es escaleno si no tiene ningún par de lados congruentes.

- **Distancia de un punto a una recta:** Dados una recta m y un punto P tales que P no pertenece a m . Sea $\overline{PQ} \perp m, Q \in m. PQ$ es la distancia del punto P a la recta m

- **Paralelismo:** Dos rectas son paralelas si son coplanares y no se intersecan (no tienen puntos en común)

- **Secante (o Transversal):** Dadas dos o más rectas coplanares, una recta es secante a ellas si las interseca en sendos puntos.

- **Rectángulo:** Un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos es un rectángulo

- **Rombo:** Es un cuadrilátero con cuatro lados congruentes. Definición Cuadrado Un cuadrado es un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos y cuatro lados congruentes.

- **Paralelogramo:** Es un cuadrilátero con dos pares de lados paralelos.

- **Cometa:** es un cuadrilátero con dos pares de lados adyacentes congruentes y ningún par de lados opuestos congruentes. Definición Trapecio Un trapecio es un cuadrilátero con

exactamente un par de lados paralelos. Definición Diagonal Una diagonal de un polígono es un segmento cuyos extremos son dos vértices no consecutivos del polígono.

- **Media geométrica:** Sean a, b y c números reales positivos a esa media geométrica de b y

$$c \text{ si y solo si } \frac{b}{a} = \frac{a}{c}$$

- **Circunferencia:** Dado un punto P en un plano β . El conjunto de todos los puntos X del plano β que equidistan del punto P una distancia r recibe el nombre de circunferencia. El punto P es el centro de la circunferencia

- **Radio de circunferencia:** P y X un punto cualquiera que pertenece a ella. La medida PX o los segmentos PX reciben el nombre, respectivamente, de radio o radios de la circunferencia

- **Diámetro de circunferencia:** P y X e Y dos puntos cualesquiera que pertenecen a ella tales que XY contiene a P. La medida XY o los segmentos XY reciben el nombre, respectivamente, de diámetro P

- **Cuerda de circunferencia:** P, y X e Y dos puntos cualesquiera que pertenecen a ella.

Cada uno de los segmentos XY recibe el P

- **Circunferencia inscrita a un triángulo:** La circunferencia inscrita en un triángulo dado es tangente a los tres lados del triángulo.

- **El Incentro:** es el punto de intersección de las bisectrices del triángulo.²⁰

Todos estos términos son los algunos de los insumos necesario que van a estar incluidos dentro de la propuesta de la unidad didáctica.

2.2 Marco Teórico Referencial

2.2.1 Propuestas Pedagógicas

La propuesta pedagógica es un instrumento para hacer frente al proceso de formación desde un punto de vista integral ya que incluye todos los ejes que conforman la actividad

educativa, tales como el enfoque educativo en cuanto a la formación integral que se impartirá y que incluye la visión de los profesores, estudiantes, comunidad educativa, contenidos programáticos medios didácticos y evaluativos.

2.2.2 Pasos para la elaboración de una propuesta pedagógica

A continuación, expertos en la materia indican los pasos específicos para construir una propuesta pedagógica. Según (Torres, 2017)4:

1. Identificación de un problema: En este primer momento se estudia el entorno escolar para analizar su situación y poder contextualizarlo y así poder comprender que elementos lo conforman logrando establecer los propósitos o metas que se pretenden en la unidad educativa. En esta etapa se abordan dos momentos: Uno de descripción y otro de análisis.

Con respecto al momento de descripción el docente se dará cuenta de lo que hay y de lo que falta en el entorno escolar y en la etapa de análisis tendrá en cuenta todo lo visto y observado.

2. Propuesta para la solución del problema: Con base a las reflexiones y lo teórico analizado buscará la forma de proceder, en este caso, y transmitir los contenidos escolares.

Dentro de la metodología propuesta se sugiere plasmar ciertas consideraciones sobre el rol del docente y del estudiante además de la temática escolar no dejando atrás la manera y forma de evaluar.

Con base a lo anterior, se debe acotar que la propuesta pedagógica es una concepción macro de la actividad educativa tomando en consideración la totalidad de los elementos que lo conforman partiendo del entorno educativo y sus problemas para posteriormente plasmar los contenidos temáticos que lo integran tomando como eje fundamental los métodos que se van a ejecutar durante el echo educativo no dejando atrás la evaluación de estas.

Es por ello por lo que con respecto a la presente propuesta se deben analizar los enfoques educativos vigentes y hacer los aportes correspondientes atendiendo a los cambios que se están planteando.

2.2.3 Unidades Didácticas

Las unidades didácticas son estructuras académicas que orientan la intención del maestro en cuanto a la planificación de los contenidos programáticos. (Corrales, 2010)5. explica lo siguiente: Una unidad didáctica es una estructura pedagógica de trabajo cotidiano en el aula; es la forma de establecer explícitamente las intenciones de enseñanza aprendizaje que van a desarrollarse en el medio educativo. Es un ejercicio de planificación, realizado explícita o implícitamente, con el objeto de conocer el qué, quiénes, dónde, cómo y porqué del proceso educativo, dentro de una planificación estructurada del currículum.

Aspectos relevantes de las Unidades Didácticas:

- Es una herramienta correspondiente a la labor docente.
- Es un compendio de planificación con carácter unitario ya que contiene la planificación de un proceso de enseñanza aprendizaje que engloba todos los elementos curriculares tales como objetivos, temáticas, actividades de aprendizaje y de evaluación.
- Presentan una relación de interdependencia en cuanto a sus elementos.
- Cada una de sus partes está debidamente pensada y organizada con la finalidad de darle la solidez requerida.

Funciones de las Unidades Didácticas

- Ayuda a extinguir la improvisación y el azar.
- Disminuye la incertidumbre en cuanto existe una planificación sobre los procesos.
- Constituyen una reflexión sobre las secuencias y temporalidades del proyecto curricular.

- Por medio de estas y a través de sus mapas conceptuales el profesor se puede preparar cognitivamente para la ejecución de la actividad educativa.
- Evita la pérdida de tiempo aprovechando el máximo de los esfuerzos.
- Con el trabajo en equipo se refuerzan los vínculos entre los docentes de donde surgen los procesos creativos e imaginativos.
- Durante el proceso de enseñanza aprendizaje se ponen en práctica la interactividad de la actividad educativa.
- El trabajo didáctico de los profesores están conformadas por el entorno sociocultural que rodea el centro educativo.

Tipos de Unidades didácticas

Según la manera de tratar el contenido de la Unidad, podemos hablar de:

Unidad Globalizada: Son aquellas que se aplican durante los primeros años de la escolaridad en cuanto a educación infantil y educación primaria. Esta contiene talleres, un proyecto, centro de interés y núcleo temático.

Unidad Interdisciplinaria: Aquí se busca conexiones de varias disciplinas con relación al aprendizaje, para que resulte más significativos.

Unidad Disciplinaria: En esta parte se desarrollan solamente los contenidos y los objetivos programáticos.

Según el contenido tratado, entienden:

Unidad Conceptual: se trabajan únicamente con principios, conceptos y contenidos del área a desarrollar.

Unidad Procedimental: No se tocan aspectos teóricos ni conceptuales, solo procedimentales.

Unidad Actitudinal: solo se trabaja con contenidos actitudinales.

Según el momento en el cual se desarrollan:

Unidad Temporal: Se establece una temporalidad de inicio y fin.

Unidad Transversal: Cuando dentro de la unidad didáctica se trabajan otras unidades didácticas.

Unidad de tiempo compartido: Cuando existen unidades didácticas compartidas en cuanto tiempo y objetivos.

Elementos de las Unidades didácticas

Encabezamiento

Objetivos: Estos son los propósitos que se deben alcanzar en el desarrollo de la actividad educativa y son consecuencia de un objetivo general.

Contenido: Son los temas por impartir divididos en temas y subtemas teniendo en cuenta las causas, efectos, relaciones y aplicaciones.

Relaciones de los Medios Auxiliares: Son todos los instrumentos y herramientas didácticas o no de las que se vale el docente para complementar y apoyar su tarea de formación tales como libros, videos, ordenadores, diapositivas entre otras.

Actividades docentes: para motivar el aprendizaje el docente debe señalar cuales son las técnicas y procedimientos que debe desarrollar en el ciclo educativo en cuanto a motivación, contenido y evaluación.

Actividades de los alumnos: Siempre realizadas bajo la supervisión docente sean estas de carácter escolar o extraescolares.

Las unidades didácticas, en definitiva, forma parte esencial del presente proyecto puesto que es el eje central de la propuesta ya que en ellas quedara plasmada las estrategias

comunicativas para mejorar la comunicación entre los docentes en el momento de impartir sus conocimientos.

2.2.4 Competencia comunicativa

Cuando se tiene la profesión de docente, se debe tener en cuenta ciertas habilidades y destrezas que colaboren con el proceso de enseñanza aprendizaje. En este sentido (Vargas, 2019) 6 explica lo siguiente: En todos los países se debería formar al docente de matemática en cuanto a la comunicación de sus conocimientos.

En la actualidad la interrogante planteada está enfocada a como se debe enseñar matemática ya que el docente es el puente existente entre el conocimiento y los estudiantes. Es por ello por lo que en los últimos años se ha tomado en consideración la competencia del docente en cuanto a su formación.

Según (Riquelme, 2018) 7 las características de la competencia comunicacional son:

Propiedad de la expresión verbal y escrita.

Se destacan principios y valores como: sinceridad, confianza y respeto.

Para transmitir sus conocimientos utiliza medios de buena lógica, precisión, veracidad y confianza.

Se debe tener en cuenta el uso de nuevos medios de tecnología e innovación.

Expone su visión analítica y crítica.

Según (Briceño, 2020) 8 los elementos de las competencias comunicativas son los siguientes:

Lingüística: Para poder desarrollar la capacidad de pensamiento los individuos se valen de un grupo de signos que relaciona entre sí para poder lograr la comunicación requerida.

Paralingüística: Es todo lo que constituyen elementos relacionados con la lingüística.

Textual: Es la comprensión que experimentan las personas al leer un texto de acuerdo con sus capacidades.

Quinésica: Relaciona los movimientos del cuerpo en el momento de la comunicación.

Proxémica: Son las distancias que se dan entre los sujetos en el momento en que se da la comunicación.

Cronética: Es la forma de expresar las palabras de manera efectiva.

Tipos de competencia comunicativa

Competencia lingüística: Es la más importante entre los distintos tipos ya que por medio de esta se analizan las ideas para posteriormente poder expresarlas.

Competencia paralingüística: Está relacionado con las herramientas orales y lingüísticas que ayudan a complementar el lenguaje.

Competencia sociolingüística: Tiene que ver en el entorno social y cultural donde se da la comunicación.

Competencia discursiva: Aquí se constituye la secuencia discursiva del docente para comunicar las ideas.

Competencia pragmática: Para poder tener influencia en los pensamientos a quien se comunica, se utilizarán tácticas con la finalidad de lograr la persuasión en cuanto a opiniones e ideas.

Competencia estratégica: Para lograr una mejor comunicación tiene que haber la posibilidad de corregir los errores durante el discurso.

Competencia textual: Se basa en la posibilidad de poder producir textos para reforzar la competencia cognitiva, comunicativa y técnica.

De acuerdo con lo planteado anteriormente se puede indicar que las competencias comunicativas con relación al presente proyecto constituyen las herramientas que se deben mejorar a nivel del sistema educativo para así poder lograr un mejor discurso por parte del docente y un mejor desempeño por parte de los estudiantes.

2.2.5 La solución de problemas

La solución de problemas se puede definir como la capacidad cognitiva que tiene un individuo por medio de sus destrezas y habilidades para resolver situaciones y poder resolverlos.

Al respecto (Shunk, 2012) 9 señala:

Con base al progreso en el interés de las teorías del aprendizaje, la solución de los problemas es uno de los pasos más importantes que ocurren en el mundo cognoscitivo. Para algunos conocedores del tema esta parte vital del aprendizaje es muy importante para las matemáticas y las ciencias naturales ya que cuando los alumnos pueden ejercer cierto grado de autorregulación sobre el aprendizaje los términos solución de problemas” y “aprendizaje” no son sinónimos sobre todo si se presenta autorregulación en este proceso por parte del estudiante, así como cuando se presentan desafíos que no son evidentes.

Por tanto, se habla de problemas cuanto la persona tiene un propósito que quiere alcanzar y tiene que saber cómo hacerlo. Este puede ser de distinta índole tal como obtener un trabajo, buscar alguna cosa o hacer un cálculo determinado es decir es tratar de resolver un problema que no tiene una solución inmediata.

En principio todos los problemas tienen etapas en común por las cuales se debe pasar para solventarlo. Se parte de un estado inicial del problema que implica el conocimiento sobre el mismo. Esa meta a la que quiere llegar debe ser dividida en submetas las cuales la posee de forma secuencial permite alcanzar el logro propuesto para que al final se debe lograr la

realización de operaciones necesarias de carácter cognitivas y conductuales sobre el estado inicial y las metas parciales las cuales modifican la naturaleza de tales estados.

Existen casos en las cuales las habilidades de los alumnos ejecutan tareas para alcanzar de manera automática las metas en este caso no habría resolución de problemas lo que acontece en muchas áreas. Otro caso es aquel en el que no se presentan problemas e de bajo nivel y ellos saben que se tiene que hacer para aprender.

Cabe destacar que en la secundaria los docentes se enfocan en los exámenes destacando las habilidades básicas para su realización, de manera que muchas actividades escolares podrían implicar la solución de problemas durante el proceso de aprendizaje.

Estrategias de solución de problemas

Existe una clasificación en:

Generales: Se aplican a problemas de diferentes áreas, sin importar su contenido interno, estas no son muy fáciles de resolver por lo que los estudiantes están inmersos en lluvias de ideas y razonamientos analógicos.

Específicas Se emplean solo en áreas puntuales.

Lista de sugerencias para la solución de problemas

Brindar al alumno ejemplos de lo que se quiere dar a conocer antes de entrar en materia.

Se debe lograr que los estudiantes puedan expresar con palabras lo que se está trabajando, esto facilita el aprendizaje.

Plantear a los estudiantes interrogantes que le permitan recordar conceptos.

Trabajar con grupos pequeños

Para el desarrollo del presente proyecto se tienen presente las distintas fuentes bibliográficas como esta que sustentan y fortalecen el tema de estudio.

2.2.6 Pensamiento Geométrico Espacial

La geometría es la parte de las matemáticas que se encarga de estudiar las propiedades idealizadas del espacio como lo son: el punto, la recta y el plano. Según (MatematicasWin, 2021) 10la geometría: Se ocupa del estudio de una rama de las matemáticas, específicamente con relación a objetos individuales, relaciones espaciales y espacio circundante.

Tipos de Geometría:

Geometría euclíadiana

Geometría analítica

Geometría proyectiva,

Geometría diferencial,

Geometrías no euclidianas

Geometría analítica

Geometría Analítica Elemental

Geometría descriptiva

Geometría plana

Geometría molecular

Topología.

Niveles de Pensamiento Geométrico

Nivel 1. Visualización o Reconocimiento: Las figuras geométricas formas o figuras simples, se perciben como una unidad, sin que se distingan sus componentes y son reconocidas solo por su apariencia.

Nivel 2. Análisis: Aquí se perciben las figuras a través de sus componentes y atributos con el fin de destacar sus características.

Nivel 3. Ordenación, clasificación o abstracción: Se logran formular definiciones abstractas y reconocer cómo las propiedades de los objetos geométricos se derivan de otras.

Nivel 4. Deducción Formal: Se está en capacidad de justificar resultados matemáticos de manera deductiva y se establecen relaciones entre teoremas.

Nivel 5. Nivel 5: Rigor. Los postulados o axiomas son objeto de análisis y se logra establecer teoremas en diferentes sistemas axiomáticos pudiendo analizar y comparar. (Barrera, 2015) 11

El área donde va a recaer el presente estudio es la geometría por lo que es indispensable la conceptualización antes realizada

2.2.7 Aprendizaje Significativo:

Esta es la teoría del constructivista Paul Ausubel, sus principios están basados en la experiencia de un estudiante en cuanto relaciona conocimientos nuevos con los anteriores. (Rivas, 2008) 12. el aprendizaje significativo tiene ciertos requerimientos:

Experiencias anteriores traducidas en conocimientos que pueda relacionar con el nuevo contenido.

Los nuevos contenidos deben ser significativos y susceptibles de relacionarse con el conocimiento disponible en el aprendiz.

La actitud de disposición que debe tener el estudiante en cuanto a la adquisición del aprendizaje significativo y su comprensión.

Variables de la estructura cognitiva

El estudiante deberá contar con disponibilidad de ideas de origen, con un grado importante de abstracción, generalidad e inclusividad.

Las ideas deben ser claras y estables de tal manera que estas estén protegidas de posibles interferencias.

Se deben discriminar semejanzas y diferencias en cuanto a las ideas básicas del contenido de aprendizaje, especialmente en aquellas que son afines.

Principios y procesos en el aprendizaje significativo

Principios de Inclusión: las ideas nuevas interactúan con los conceptos ya disponibles que implica una modificación de la estructura cognitiva del aprendiz. Estos inclusores son ancla para los nuevos conocimientos.

El concepto inclusor puede presentar modificaciones en cuanto puede expandirse, reajustarse o reestructurarse conformando enriquecimiento en el conocimiento.

Principio de diferenciación progresiva concierne a la serie de secuencias: Los aspectos más generales de las ideas se van diferenciando progresivamente, es decir de un concepto genérico pueden surgir dos o más de ellos.

Principio de conciliación integradora: Se incluyen conceptos más amplios con las ideas adquiridas construyendo unos más generales.

Deficiencia de la enseñanza tradicional expositiva

Según el mismo Ausubel señala lo siguiente:

Los aprendices tienen un nivel cognitivo insuficiente debido a su edad.

No se presta atención a las experiencias personales y conocimientos anteriores del aprendiz.

En cuanto a las evaluaciones estas son lineales y repetitivas.

Procesamiento de la información: Estructura y procesos

La Cognición: Es un proceso de adquirir, organizar, retener, y transformar la información., todo esto con la intención de adquirir nuevos conocimientos

La Psicología cognitiva se encarga de estudiar la manera de cómo se procesa la información se adquiere el conocimiento y se utiliza

Los principios o proposiciones generales sobre percepción, atención, memoria, solución d problemas corresponden a las mismas bases procedimentales de teoría general.

El Proceso: consiste en una transformación a través de una serie de operaciones.

Comparativamente un estímulo sensorial, auditivo o visual se transforma en cierto tipo de información o de conocimiento.

En la percepción visual, la incidencia de la retina de la luz por los objetos se transforma en imagen.

La memoria: Es la entrada sensorial, transformada y retenida y almacenada utilizada por el aprendiz para la posterior acción y conocimiento.

La atención: Con base a los recursos mentales disponibles se filtra los estímulos entre los múltiples que hay en los órganos sensoriales.

Ventajas Del Aprendizaje Significativo

Según la página web (Docentes al dia, 2019) 13. Dichas ventajas son:

Conserva la información aprendida de forma más duradera.

Da la posibilidad de obtener nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos anteriormente.

Facilita la relación con contenidos nuevos

La nueva información adquirida relacionada con la anterior se deposita en la llamada “memoria a largo plazo”.

Es un proceso activo, puesto que depende de la asimilación de las actividades por parte del alumno

Es particular, puesto que dependerá de la capacidad cognitiva de cada estudiante (conocimientos previos con los que cuenten)

Etapas Del Aprendizaje Significativo:

Por otra parte, las etapas según (Rodriguez, 2014) 14 son:

Motivación: Es la primera etapa del aprendizaje, aquí es donde se le presenta al estudiante el tema y la esencia de estudio, a partir de esto se busca crear expectativa que promueva el aprendizaje.

Comprensión: consiste en la asimilación de los objetos y fenómenos de los cuales el estudiante se ha interesado en aprender. Depende del alumno y del profesor, ya que deben indagar en el principio del problema, buscar explicaciones, así como integrar los conocimientos aprendidos a la estructura cognitiva del estudiante.

Sistematización: es la etapa más importante del aprendizaje, es aquí donde el alumno se adueña de los conocimientos y habilidades ya adquiridas.

Transferencia: En esta etapa es donde la información adquirida se trasmite a diferentes contextos e intereses.

Retroalimentación: Es el proceso donde se enfrentan las expectativas con el aprendizaje adquirido

El aprendizaje significativo constituye un fundamento esencial ya que a través de este está la teoría sobre la cual se asienta el método para el estudio de las matemáticas.

2.3 Marco Legal

A continuación, se exponen los preceptos legales que dan sustento jurídico al proyecto planteado.

Nombre	Año	Tema	Tipo de Norma
Constitución Política de Colombia	1991	<p>Artículo 67</p> <p>La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.</p>	Ley de Leyes
Ley 115. Ley General de Educación.		<p>Artículo 23</p> <p>Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ciencias naturales y educación ambiental. 2. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia. 3. Educación artística. 4. Educación ética y en valores humanos. 5. Educación física, recreación y deportes. 6. Educación religiosa. 7. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros. 8. Matemáticas. 9. Tecnología e informática 	Ley Nacional

Ley 1098 Código de la Infancia y de la Adolescencia		Artículo 1 Tiene como finalidad garantizar a los niños, a las niñas y a los adolescentes su pleno y armonioso desarrollo para que crezcan en el seno de la familia y de la comunidad, en un ambiente de felicidad, amor y comprensión. Prevalecerá el reconocimiento a la igualdad y la dignidad humana, sin discriminación alguna	Ley
Ley 715 de 2001.		Artículo 5 Competencias de la nación en materia de educación. Sin perjuicio de las establecidas en otras normas legales, corresponde a la Nación ejercer las siguientes competencias relacionadas con la prestación del servicio público de la educación en sus niveles preescolar, básico y medio, en el área urbana y rural.	Ley
Decreto 1860		Artículo 1 Ámbito y naturaleza. Las normas reglamentarias contenidas en el presente Decreto se aplican al servicio público de educación formal que presten los establecimientos educativos del Estado, los privados, los de carácter comunitario, solidario, cooperativo o sin ánimo de lucro. Su interpretación debe favorecer la calidad, continuidad y universalidad del servicio público de la educación, así	Decreto

		como el mejor desarrollo del proceso de formación de los educandos.	
--	--	---	--

Marco Metodológico

3.1 Diseño de Investigación

La contribución del investigador cualitativo es evaluar la realidad sin manipularla ni estimularla. En este sentido (Hernandez, 2006) señala que “la investigación Cualitativa: Se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento de las acciones de los seres vivos, principalmente los humanos y sus instituciones”.

Por lo que, en el presente proyecto de investigación, está caracterizado por una indagación flexible en donde se relacionan de una manera significativa los eventos y su interpretación.

3.2 Tipo de Investigación

Para lograr la transformación en la educación se debe proponer no solo teorías abstractas, sino un trabajo por parte del docente que induzca a un verdadero cambio. Es por lo que el presente trabajo está enmarcado como una investigación acción que según (Vidal, 2007) es: “Una forma de investigación que permite vincular el estudio de los problemas en un contexto determinado con programas de acción social, de manera que se logren de forma simultánea conocimientos y cambios sociales”. En el presente estudio se pretende con el diseño de la unidad didáctica lograr un cambio en cuanto a las competencias comunicativas entre el docente y el alumno con la finalidad que se logre mayor comprensión en cuanto a la materia impartida y en consecuencia se produzca mejor rendimiento escolar.

3.3 Técnicas de Investigación

Para poder ejecutar la investigación se debe contar con el procedimiento adecuado que permite, en definitiva, utilizar las herramientas para obtener la información deseada. En este sentido (Arias, 2006) señala: “Se entenderá por técnica el procedimiento o forma particular de obtener datos o información”. En el presente proyecto se utilizará la observación por cuanto es

una manera de captar el hecho estudiado en base a las metas propuestas en la investigación. Las características de esta técnica son las siguientes: el investigador, en este caso el docente tiene la posibilidad de sumergirse en el grupo estudiado. El docente debe controlar lo más posible la investigación para que el estudio se lleve a cabo de la mejor manera natural posible. En este caso las reacciones de los estudiantes a la unidad didáctica no van a ser una sola, el docente tiene que estar preparado para recibir distintas opciones.

Como segunda técnica a utilizar son los diarios de campo, que consisten básicamente en llevar un registro de la situación estudiada en este caso, como se comportan los estudiantes con relación a la aplicación de la unidad didáctica. Esta técnica se caracteriza por conformar el conjunto de ideas, pensamientos, esquemas y soluciones a los problemas planteados en el contenido programático.

3.4 Instrumentos

En cuanto a los instrumentos de recolección de datos son definidos por Arias (2006), como: “Cualquier recurso, dispositivo o formato (en papel o digital) que se utiliza para obtener, registrar información” En esta investigación los instrumentos utilizados fueron: pruebas pretest que es aquella evaluación que se les aplica a los estudiantes con la finalidad de medir cuanto conocen de un tema para luego poder comparar en este caso con la aplicación de la unidad didáctica.

La Prueba postest es aquella evaluación que se aplicara a los estudiantes una vez implementada la unidad didáctica con la finalidad de ver los cambios de rendimiento y comprensión de los estudiantes.

3.5 Lista de control (Hoja de Ruta)

En el presente instrumento se llevará a cabo el registro del atributo que se quiere observar.

Hoja de Ruta

Nombre Estudiante: _____

Nombre del Docente: _____

Curso: _____

Fecha: _____

Actuación	Si	No	Observaciones
Los conceptos impartidos son más comprendidos.			
Los ejercicios propuestos los resuelve sin dificultad			
Tiene vías alternas para llegar a la resolución de un problema.			
Su interés hacia la materia ha incrementado.			
El rendimiento académico ha mejorado.			
Cumple con todas las tareas propuestas.			

3.6 Procesamiento de recolección y análisis de la información

Según (Bavaresco, 2013) Es en esta etapa cuando el investigador siente que su labor se está viendo culminada. Aquí estarán cifradas las esperanzas de comprobación de sus supuestos, como también el amargo sabor de que algo falló y que debe reiniciar de nuevo el camino para ver ¿qué ocurrió?, ¿qué sucedió?, ¿por qué no salió como lo había previsto? Los cuadros elaborados deberán analizarlos e interpretarlos para sacar sus conclusiones. Aquí entra el sentido crítico objetivo-subjetivo.

Como cualquier otro tipo de investigación científica el procesamiento y análisis de datos se llevó a cabo de la siguiente manera: Se procedió a la identificación de la población que se desea estudiar adecuada a los intereses y necesidades particulares del estudio, la determinación de las unidades de análisis y la construcción de las categorías investigadas, la codificación y el análisis de los resultados encontrados.

Las unidades de análisis son los segmentos que interesa investigar del contenido de los mensajes escritos para posteriormente ser expresados y desglosados en categorías y subcategorías.

Las categorías estuvieron compuestas por las reflexiones hechas, a partir de las perspectivas teóricas adoptadas para la investigación y se transformaron en los distintos niveles donde se expresan y desglosan las unidades de análisis.

La codificación consistió en la transformación de las unidades de análisis, categorías y subcategorías, identificadas en los pasos anteriores, en unidades de registro que permitieron su descripción para el análisis posterior.

Por último, el análisis de los resultados se llevó a cabo en dos etapas: En primer lugar, se llevó a cabo el análisis general de las dimensiones de los documentos revisados en términos de la inclusión de objetivos perseguidos, en cuanto a las perspectivas teóricas, metodología seguida en la investigación, es decir, fuentes utilizadas definición de conceptos utilizados, frases con datos y cantidad de documentos utilizados como apoyo bibliográfico. Después se utilizaron pruebas propias del análisis de contenido, para llevar a cabo el análisis de los resultados bajo una estrategia extensiva e intertextual y es así que con toda esta información se procedió a redactar la unidad didáctica.

Resultados

4.1 Unidad didáctica

A lo largo de la historia, la enseñanza de la geometría ha sido estudiada desde diferentes perspectivas, una de ellas, es la búsqueda por trascender y comprender las figuras que modelan nuestro entorno. El tema de la geometría Euclídea es una muestra de esto, ya que nos permite una descripción e interacción con el espacio. Además, de ser considerada como una herramienta para el entendimiento y tal vez la parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad.

Sin embargo, el aprendizaje de la geometría presenta gran variedad de dificultades, las cuales se deben, en gran medida, a la ausencia o poca explicación de dicha área y sus elementos dentro del currículo escolar, puesto que el afán por abarcar diferentes conceptos de la matemática y tomar los distintos pensamientos, hace que se omiten conceptos relevantes en este caso de la geometría, que en su mayoría son esenciales para una comprensión lógico matemática enriquecedora y transversalizada.

Por tal razón, es necesario observar la importancia de la geometría desde su experimentación y apropiación de conceptos desde el entorno en todo el proceso académico, como lo menciona Bkouche “(...) la enseñanza de la geometría debe apoyarse sobre el estudio de las situaciones espaciales, ya sea desde el punto de vista de la medida o del dibujo; es sobre los objetos de naturaleza empírica (que constituyen las situaciones espaciales), como se construye la racionalidad geométrica (...), a falta de este proceso las grandes estructuras carecen de sentido, y dan lugar al saber escolar al que antes nos hemos referido.”

Es por esto por lo que la razón para crear la siguiente herramienta es fortalecer el pensamiento geométrico y así poder afianzar la competencia comunicativa y la resolución de

problemas. A partir, de situaciones de la vida diaria, donde puedan reflejarse los conceptos geométricos desde la solución de problemas que favorezcan dichos procesos.

Teniendo en cuenta lo planteado, es que las siguientes actividades tienen lugar, pues los temas de geométrica euclíadiana, figuras planas y cuerpos geométricos, son en las escuelas contenidos olvidados, a los que no se les reconoce la gran importancia en las matemáticas y en otras ramas del saber, pues el razonamiento geométrico “permite dar oportunidades a los estudiantes de realizar actividades características de la matematización: hacer conjeturas, generalización, indagar la existencia de soluciones, cuestiones de optimización, etc.” (Batanero, Díaz Godino, Navarro-Pelayo, 1996), logrando que los estudiantes, por medio de situaciones problemas y modelaciones puedan apropiarse de los conceptos geométricos, pasando de lo abstracto a lo concreto.

Es importante tener en cuenta la metodología en los procesos de enseñanza y aprendizaje, puesto que esta, debe servir para fortalecer habilidades y competencias sobre el pensamiento geométrico; “procurando dar cuenta de una justificación teórica, a través de ejemplos clásicos desarticulados, sin una preparación intuitiva previa en los alumnos” (Álzate, Cadavid y Restrepo, 2004), sino que debe ser enseñada utilizando actividades de exploración, de ampliación, actividades complementarias, de refuerzo, entre otras, que permitan la indagación y la apropiación de los conceptos de manera más óptima.

La población que se beneficia con las siguientes actividades, son los estudiantes de noveno, pues los estándares básicos de matemáticas de Colombia, en el componente de geometría, plantean que las actividades deben profundizarse durante este grado. Sin embargo, es de resaltar que las actividades de geometría deben iniciarse desde temprana edad.

Cabe anotar, que desde la práctica pedagógica se iba implementar diferentes estrategias metodológicas, en pro de mejorar la comprensión que tienen los estudiantes de la institución educativa referente a los conceptos geométricos, sin embargo, este año ha sido muy atípico y por motivos de la pandemia se modificó la manera de intervenir. Por lo anterior, se pensó en un instrumento que beneficie los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En concordancia, se plantea una unidad didáctica, la cual puede ser una herramienta útil para los docentes, como forma de impartir los contenidos escolares, para cumplir los propósitos de suplir las dificultades presentadas y poder alcanzar los objetivos con los estudiantes de la institución educativa playa rica.

Dicha unidad didáctica pretende brindar un conjunto de elementos pedagógicos, organizados tomando como referencia el contexto, dejando de lado la concepción tradicional de transmitir conocimiento en un aula de clase. En realidad, esta herramienta va más allá de esto, como lo afirma Arias y Torres “Esta debe tener en cuenta no solo los contenidos a trabajar, sino que también ha de considerar los objetivos procedimentales y valorativos necesarios para desenvolver la clase.”

En este sentido, su contextualización e implementación en el aula, beneficia el aprendizaje de los estudiantes y ayuda a reflejar los conceptos en situaciones del entorno, para conocer la importancia de los contenidos. Como lo menciona Hernández (2002) “las unidades didácticas son las unidades de trabajo que secuencian un proceso de enseñanza-aprendizaje articulado y completo” (p. 59).

En este caso en particular, la unidad didáctica esta mediada por situaciones problemas. Entendida como “una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria” (Pólya, 2006). Es decir, la solución de problemas juega un

papel muy importante en el proceso de enseñanza, puesto que, permite al estudiante adquirir destreza y habilidades que le ayudaran a comprender mejor el componente geométrico. Se debe tener presente que la geometría no se aprende por la trasmisión directa de lo que explica el docente o la información que suministra un libro de texto; sino que se aprende de la interacción con el contexto.

Para Pólya (1965) “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados. El plantea 4 fases para resolver problemas: Comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva; estos aspectos se verán reflejados dentro de la unidad didáctica.

4.2 Objetivos

4.2.1 Objetivo general

Proponer una estrategia metodológica apoyada en la solución de problemas mediatisada por el diseño de una unidad didáctica que fortalezca la competencia comunicativa en el desarrollo del pensamiento geométrico

4.2.2 Objetivos específicos

1. Caracterizar la población con respecto a las dificultades presentadas conforme a la competencia comunicativa y la resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento geométrico
2. Diseñar una unidad didáctica apoyada en la teoría de la resolución de problemas a partir de las dificultades encontradas en la caracterización de estas

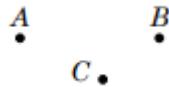
3. Establecer parámetros de intervención a partir de las caracterizaciones de la población a la cual se va aplicar la propuesta pedagógica.

4.3 Conceptos

Punto El punto es el primer elemento que no está definido en Geometría. Se representa gráficamente por un pequeño círculo y una letra mayúscula que lo identifica. La figura 1 muestra tres puntos A, B y C.

Figura 1

Concepto de punto



Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Recta El segundo término no definido de la Geometría Euclídea es el de recta, aunque se entiende que una recta es un conjunto infinito de puntos que se extienden indefinidamente en sentidos opuestos. Para referirse a una recta, se seleccionan dos puntos sobre ella; la recta queda determinada por dichos puntos. Una recta también se puede identificar por una letra minúscula. La figura 2 muestra la recta AB que pasa por los puntos A y B.

Figura 2

Concepto de recta



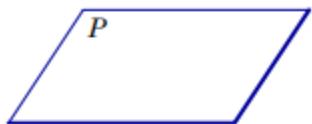
Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Plano El tercer término no definido de la Geometría Euclídea es el de plano. Se entiende que un plano es una superficie totalmente plana que se extiende indefinidamente. Una

mesa de vidrio o la cubierta de un escritorio da la idea de un plano. Un plano se representa geométricamente por una figura de cuatro lados y una letra mayúscula. La figura 3 representa al plano P.

Figura 3

Concepto de plano



Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Segmento de recta El segmento de recta AB está formado por todos los puntos entre A y B incluyendo los puntos A y B. La longitud de un segmento es la distancia entre sus puntos extremos. Para indicar que la longitud del segmento AB es 5 escribimos $AB = 5$. La figura 4 muestra el segmento de recta AB.

Figura 4

Concepto de segmento de recta

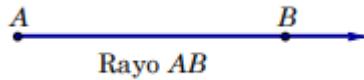


Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Rayo o semirrecta El Rayo AB está formado por todos los puntos que se extienden en una sola dirección a partir del punto A pasando por el punto B. El punto A se llama origen o punto extremo del rayo. La figura 5 muestra el Rayo AB.

Figura 5

Concepto de rayo o semirrecta

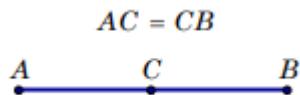


Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Punto medio de un segmento Es el punto que divide un segmento en dos segmentos iguales. Si C es el punto medio de AB, entonces (figura 6)

Figura 6

Concepto de punto medio de un segmento

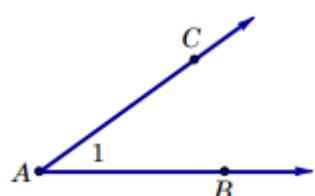


Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Ángulos y su medida Un ángulo está formado por dos rayos que tienen el mismo punto extremo. Al punto extremo común se le llama vértice y a los dos rayos se las llama lados del ángulo. El ángulo de la figura 7 está formado por los rayos AB y AC, su vértice está en el punto A y sus lados son los rayos AB y AC.

Figura 7

Concepto de ángulos y su medida

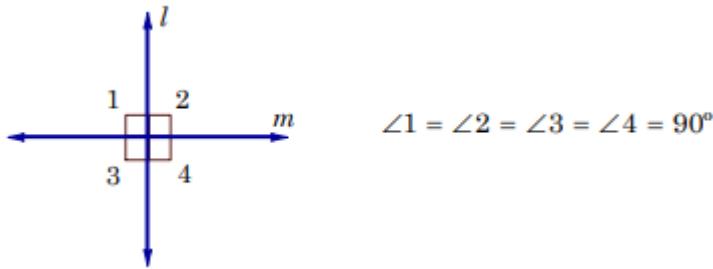


Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Rectas perpendiculares Si dos rectas se intersecan formando ángulos rectos, las rectas son perpendiculares y la medida de los cuatro ángulos formados es 90° . En la figura 8 las rectas l y m son perpendiculares.

Figura 8

Concepto de rectas perpendiculares

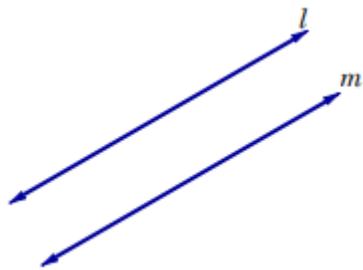


Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Rectas paralelas Dos rectas son paralelas cuando están en un mismo plano y no tienen ningún punto en común. En la figura 9 las rectas l y m son paralelas.

Figura 9

Concepto de rectas paralelas



Nota. Adaptado de elementos fundamentales de la geometría

Polígono Primero debemos entender qué significa la palabra ‘polígono’ que viene del griego antiguo: ‘poli’ significa ‘mucho de algo’ y ‘gonos’ quiere decir ‘ángulo’, por lo que la palabra se puede traducir en ‘muchos ángulos’, y es que de eso va el concepto, de figuras con

muchos ángulos. El polígono además debe ser cerrado, es decir, ninguna de sus partes puede quedar incompleta.

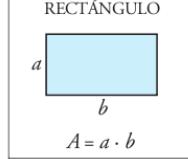
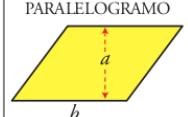
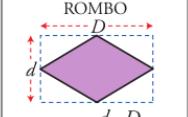
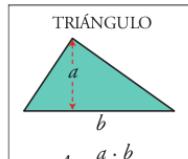
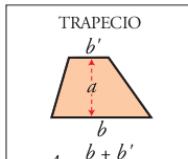
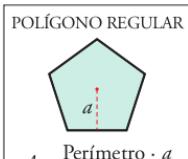
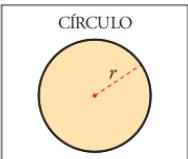
El polígono está compuesto de líneas que no deben ser curvas cerradas (es por eso por lo que un círculo no es considerado como un polígono), pero sus formas sí pueden ser curvilíneas (de hecho, a esas formas se le llaman polígonos curvilíneos, aunque cumplan las mismas funciones que uno normal, solo que con un acabado más redondo)

Áreas: El área de una figura de dos dimensiones describe la cantidad de superficie que cubre la figura. Medimos el área en unidades cuadradas de un tamaño fijo. Ejemplos de unidades cuadradas son pulgadas cuadradas, centímetros cuadrados, o millas cuadradas. Cuando encontramos el área de un polígono, contamos cuántos cuadrados de cierto tamaño cubrirán la región dentro del polígono. (*Figura 10*)

Figura 10

Áreas y perímetros de figuras planas

Cómo se calculan las áreas de algunas figuras planas

RECTÁNGULO  $A = a \cdot b$	CUADRADO  $A = l^2$	PARALELOGRAMO  $A = a \cdot b$	ROMBO  $A = \frac{d \cdot D}{2}$
TRIÁNGULO  $A = \frac{a \cdot b}{2}$	TRAPEZIO  $A = \frac{b + b'}{2} \cdot a$	POLÍGONO REGULAR  $A = \frac{\text{Perímetro} \cdot a}{2}$	CÍRCULO  $A = \pi r^2$

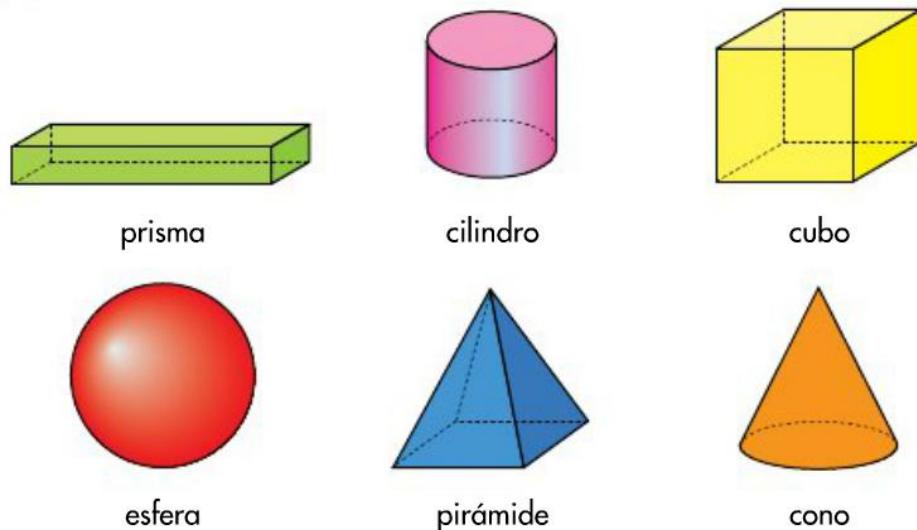
Nota. Adaptado de los pentágonos

Cuerpos geométricos: Los cuerpos geométricos son figuras tridimensionales con medidas como ancho, altura y profundidad tales como los poliedros, prismas, esferas, entre otros. En la figura 11 podrás ver algunos de ellos, icosaedros.

Figura 11

Cuerpos geométricos

Aprende.

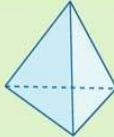
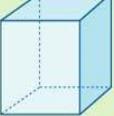
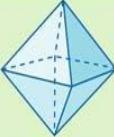


Todas estas figuras son **cuerpos geométricos**.

Poliedros: Un poliedro regular es aquel que sus caras son polígonos regulares y son todas iguales. Las aristas también son todas iguales. (Figura 12)

Figura 12

Poliedros regulares

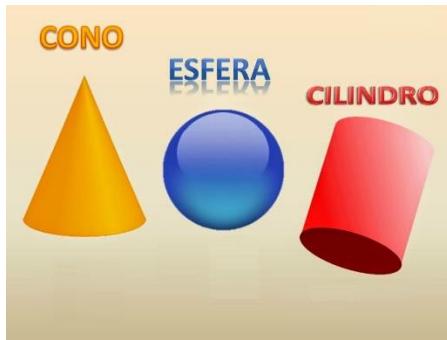
Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
 <p>Las 4 caras son triángulos equiláteros.</p>	 <p>Las 6 caras son cuadrados.</p>	 <p>Las 8 caras son triángulos equiláteros.</p>	 <p>Las 12 caras son pentágonos regulares.</p>	 <p>Las 20 caras son triángulos equiláteros.</p>

Nota. Adaptado de *cuerpos geométricos. Poliedros regulares*

Cuerpos redondos: Son las figuras geométricas generadas por el giro de una figura del plano alrededor de un eje. (*Figura 13*)

Figura 13

Cuerpos redondos



Nota. Adaptado de tomi. Digital

Área superficial: El área superficial es el área que envuelve a un objeto tridimensional, como una esfera o un cubo. Esto también puede verse como el área del objeto que puede ser pintada. (*Figura 14*)

Figura 14

Fórmulas de área y volumen de cuerpos geométricos

Fórmulas de área y volumen de cuerpos geométricos			
Figura	Esquema	Área	Volumen
Cilindro		$A_{total} = 2\pi r (h + r)$	$V = \pi r^2 \cdot h$
Esfera		$A_{total} = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Cono		$A_{total} = \pi r^2 + \pi r g$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
Cubo		$A = 6 x^2$	$V = x^3$
Prisma		$A = (perim. base \cdot h) + 2 \cdot \text{área base}$	$V = \text{área base} \cdot h$
Pirámide		$A = \frac{\text{perim base} \times \text{ap.lat}}{2} + \text{área base}$	$V = \frac{\text{área base} \times h}{3}$

Pensamiento Geométrico

Grado Noveno

Como lo menciona el ministerio de educación en los estándares básicos de matemáticas, más específicamente en el pensamiento geométrico, los estudiantes del grado noveno deberían realizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos, por medio de técnicas e instrumentos para medir longitudes, más específicamente lo propuesto por el MEN en los derechos básicos de aprendizajes presentados a continuación.

DBA

Identifica y utiliza relaciones entre el volumen y la capacidad de algunos cuerpos redondos (cilindro, cono y esfera) con referencia a las situaciones escolares y extraescolares.

Evidencias de aprendizaje

Estima la capacidad de objetos con superficies redondas.

Construye cuerpos redondos usando diferentes estrategias.

Explica la pertinencia o no de la solución de un problema de cálculo de área o de volumen, de acuerdo con las condiciones de la situación

Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.

Evidencias de aprendizaje

- Describe y justifica procesos de medición de longitudes.
- Explica propiedades de figuras geométricas que se involucran en los procesos de medición.

Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Thales, Teorema de Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.

-

4.4 Metodología

Roles Del Docente

Observador: El docente en este caso estará muy al tanto de cuál es la actitud del estudiante frente al trabajo, sin intervenir directamente en lo que esté haciendo este, para luego aportar a la retroalimentación oral que re realizará.

El docente debe estar siempre atento a las diferentes actitudes de los estudiantes (cómo manipula el material de trabajo, qué cuidado tiene con todos los implementos del aula, cómo es su trabajo grupal e individual) ya que a partir de sus observaciones se hacen posibles ajustes a futuras actividades.

Coordinador: Su función será dar orientaciones generales del trabajo que allí se va a realizar, como por ejemplo como se van a distribuir para garantizar así la obtención del objetivo propuesto. Además, esta función será solo para moderar el debate, las salidas a las diferentes exposiciones y para la retroalimentación planteada.

Supervisor: El docente estará muy al tanto de cómo manipulan sus estudiantes los materiales de trabajo, para evitar daños en estos y luego puedan ser reutilizados.

Roles Del Estudiante

- **Activo y creativo:** En este ambiente, el estudiante tendrá este rol ya que se verá en la necesidad de mostrarle a sus compañeros el trabajo realizado en cada uno de los momentos, además debe velar por el buen uso de los instrumentos que allí se le faciliten.
- **Participativo:** Tanto en las actividades individuales como en las grupales, los estudiantes deben participar aportando ideas y estrategias que conlleven a la solución de determinadas situaciones matemáticas. Por otro lado, el estudiante estará atento a dar su opinión

de manera crítica, tanto en las exposiciones como en el trabajo de retroalimentación que se realizará.

- **Diseñador:** Se espera que el estudiante no se conforme con las ideas de los demás, sino que proponga las propias buscando siempre explorar su propia creatividad.

4.5 Secuencia de Actividades

La unidad didáctica se plantea a partir de tres secciones, las cuales estarán abordadas desde diferentes situaciones problemas que apuntan al fortalecimiento de temáticas relacionadas con el pensamiento geométrico.

4.5.1 Sección 1: Geométrica Eucliana

- Rastro de saberes precios
- Inducción al concepto de geometría eucliana
- Planteamiento de la situación problema “la obra de arte”
- Desarrollo de actividades con material concreto
- Actividades extras para el fortalecimiento del concepto

4.5.2 Sección 2: Figuras Planas

- Rastro de saberes precios
- Inducción al concepto de figuras planas
- Planteamiento de la situación problema “escuela de arquitectura”
- Desarrollo de actividades con material concreto
- Actividades extras para el fortalecimiento del concepto

4.5.3 Sección 3: Cuerpos Geométricos

- Rastro de saberes precios
- Inducción al concepto de cuerpos geométricos

- Planteamiento de la situación problema “restaurante de arroz chino”
- Desarrollo de actividades con material concreto
- Actividades extras para el fortalecimiento del concepto

4.6Geometría Euclidiana

Objetivos

- Identificar los principales elementos de la geometría euclidiana.
- Fortalecer elementos básicos de la geometría por medio de la manipulación de material concreto y situaciones de su entorno.
- Fortalecer diferentes habilidades y competencias matemáticas que permitan la solución de situaciones problemáticas de su entorno

Contenidos

- Punto
- Recta
- Plano
- Semi recta
- Segmento

Acciones para desarrollar

- Desarrollar conceptualmente los elementos básicos de la geometría.
- Solución de problemas.

Actitudes

Las diferentes actitudes que deben presentar los estudiantes con respecto a la solución de las actividades son las siguientes:

- Deben presentar buena disposición de trabajo tanto individual como grupal.

- Deben ser activos y participativos.
- Deben explorar y atreverse a sacar conclusiones, respecto de sus deducciones o conjeturas planteadas.

Saberes Previos

En un inicio, se tendrán en cuenta diferentes elementos de la geometría euclíadiana (punto, plano, recta, semirrecta, curva, ángulos, rectas paralelas y perpendiculares) luego se comenzarán a mencionar los nombres que ellos consideran que son correctos y dar una posible definición.

Luego para confrontar estos conceptos, se usarán unos referentes bibliográficos, en la cual, con ayuda de los diccionarios y libros de matemáticas indagarán en los elementos antes observados. Luego de esto, es necesario realizar una mesa redonda para hacer una socialización y a partir de las definiciones se procederá a observar la situación problema, para aplicar los conceptos investigados y comprendidos.

Actividades Introductorias

Antes de iniciar la actividad de “la obra de arte”, a los estudiantes se les va a hacer entrega de varios palos de paletas, puntos en sticker, lana y flechas dibujadas; con el fin de que ellos puedan explorar y principalmente simular las posibles opciones que darán solución a los interrogantes planteados dentro de la situación.

La obra de arte

En un museo, el pintor anfitrión realiza una exposición de una nueva pintura abstracta; Juanito muy curioso observaba detenidamente la siguiente figura

Figura 15

Imagen abstracta con figuras geométricas



Nota: adaptada de Imagen abstracta, figuras geométricas multicoloras, anillos rojos, triángulos azules, líneas cuadradas del switch, círculos amarillos, rectángulos.

Al retirarse de la exposición, asistió al colegio aun asombrado por lo que había visto, solo pensaba en esa figura y pensaba en cual había sido la inspiración del pintor para realizarla. En un momento escuchó a la docente hablar de los conceptos de la geometría, y escuchaba uno a uno, y los veía reflejados en su mente en la figura que lo tenía desvelado.

- ¿Qué elementos básicos de la geometría ves en la pintura?

- Con los materiales entregados en el inicio de la clase, realiza diferentes opciones de pinturas similares a la vista en el museo

- ¿Qué elementos hay en común entre tus pinturas y la del famoso pintor?

- Crea un animal, persona o cosa con estos materiales, y escribe los elementos básicos de la geometría que has incluido.

Actividad de refuerzo

En la escuela, la docente de Juanito le pide que defina los elementos de la geometría, y el al estar pensando en su figura abstracta los había olvidado. Ayúdale a recordarlos teniendo en cuenta la imagen y los elementos que él había mencionado al principio. Puedes colaborarle, utilizando los materiales concretos entregados al inicio, con los cuales podrás tener una idea de cuáles son los elementos.

Ten en cuenta que la cantidad de casillas no indica los elementos que debes definir.

Elemento	Definición

Actividades de ampliación

Juanito al dirigirse a la calle veía que muchas cosas del contexto tenían estos elementos, pero con volumen, desde allí supo que todo lo que aprendía lo veía en todo lado para donde miraba y más aún la geometría.

- Haz lo mismo que Juanito dirígete a la ventana o la puerta y observa un objeto diferente para cada elemento

Elemento	Objeto del Entorno	Dibujo
Rectas paralelas		
Rectas perpendiculares		
Curva		
Semirrecta		
Punto		
Segmento		
Angulo		

Actividades extraescolares

En las siguientes páginas de internet, aparecen una serie de ejercicios sobre los elementos básicos de la geometría euclíadiana. Éstas pueden ser una gran ayuda para que los estudiantes refuerzen, amplíen y complementen dichos contenidos.

<http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/moodle/course/view.php?id=631>

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-tecnologia/elementos-geometricos-fundamentales>

A continuación, podrás encontrar una ficha para reconocer algunos elementos básicos de la geometría.

Figura 16

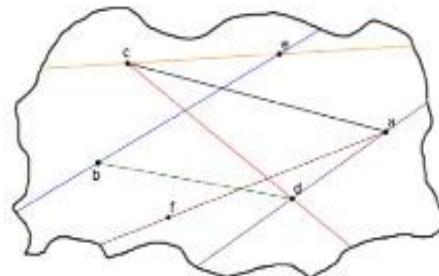
Elementos de la geometría

1) Selecciona la opción correcta para cada definición

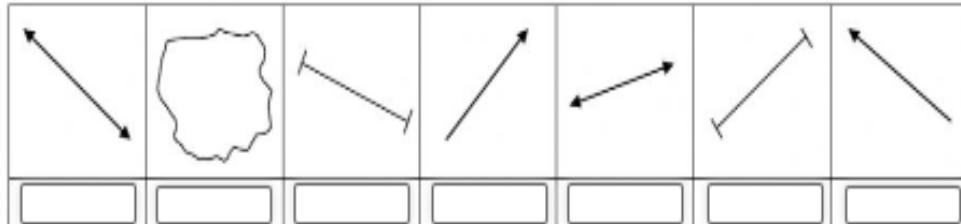
- No tienen principio ni fina, se representan con el símbolo \leftrightarrow encima: _____
 - Tienen forma irregular y representan un conjunto de infinitos puntos: _____
 - Tienen principio y final, se representan con el símbolo $-$ encima: _____
 - Tienen principio, pero no final. Se representan con el símbolo \rightarrow encima: _____

2) Buscá en el plano los siguientes elementos y nombralos:

- Dos rectas:  y 
 - Dos semirrectas:  y 
 - Dos segmentos:  y 



3) Escribí **PLANO, RECTA, SEMIRRECTA o SEGMENTO**.



4) Luis dice que dibujó una semirrecta de 5 cm en su cuaderno. ¿Será cierto? Si no lo es, ¿qué habrá dibujado?

Nota: adaptado de los elementos de la geometría

<https://es.liveworksheets.com/kq1846126ff>

4.7 Figuras Planas

Objetivos

- Identificar las características de las figuras planas
- Fortalecer las concepciones principales de las figuras planas por medio del uso del material concreto y actividades de su entorno.
- Fortalecer diferentes habilidades y competencias matemáticas que permitan la solución de situaciones problemáticas de su entorno

Contenidos

- Conceptos específicos
- Definiciones
- Clasificación de figuras dependiendo de diferentes condiciones
- Fórmulas para establecer el área de un polígono

- Resolución de problemas con el concepto de área en figuras planas.

Acciones para desarrollar

- Fortalecer el concepto de figuras planas y el área.
- Solución de problemas.

Actitudes

Las diferentes actitudes que deben presentar los estudiantes con respecto a la solución de las actividades son las siguientes:

- Deben presentar buena disposición de trabajo tanto individual como grupal.
- Deben ser activos y participativos.
- Deben explorar y atreverse a sacar conclusiones, respecto de sus deducciones o conjeturas planteadas

Saberes Previos

En un inicio se mostrará una imagen del tangram, en un primer momento los estudiantes deberán mencionar las diferentes formas que la conforman, luego por equipos, crearán otras figuras y mencionarán que figuras planas están inmersas allí.

A partir de esto, se comenzará a mostrar las diferentes figuras planas, y a mencionar las características, teniendo en cuenta los lados y sus nombres correspondientes.

Luego en el tablero hará el juego de ahorcadito con la palabra polígono, para cuando la descubran se preguntará qué saben de esta y para complementar, por medio de un video beam, la docente mostrará los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=AwdOocKn6m0>

https://www.youtube.com/watch?v=0p71K2RFs_I

Así mismo la docente plantea un ejercicio, con el cual quiere invitar a los estudiantes a mencionar que se necesita para resolverlo:

- un pentágono regular de 8 cm de lado, su apotema mide aproximadamente 5,5 cm.

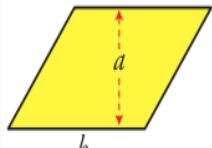
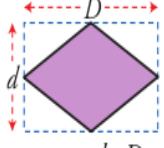
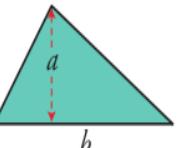
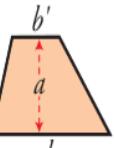
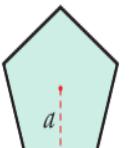
¿Cuál es su área?

Luego de las respuestas, le entrega a cada uno, la siguiente imagen con las fórmulas y así poder resolverla en conjunto, explicando los pasos y solucionando dudas e inquietudes.

Figura 17

Áreas y perímetros de figuras planas

Cómo se calculan las áreas de algunas figuras planas

<p>RECTÁNGULO</p>  $A = a \cdot b$	<p>CUADRADO</p>  $A = l^2$	<p>PARALELOGRAMO</p>  $A = a \cdot b$	<p>ROMBO</p>  $A = \frac{d \cdot D}{2}$
<p>TRIÁNGULO</p>  $A = \frac{a \cdot b}{2}$	<p>TRAPECIO</p>  $A = \frac{b + b'}{2} \cdot a$	<p>POLÍGONO REGULAR</p>  $A = \frac{\text{Perímetro} \cdot a}{2}$	<p>CÍRCULO</p>  $A = \pi r^2$

Nota. Adaptado de los pentágonos

A partir de la explicación anterior y de los videos observados, se pasará a la situación problema y se apoyará del material concreto pedido a continuación.

Actividades Introductorias

Antes de iniciar la actividad de “escuela de arquitectura”, a los estudiantes se les va a hacer entrega de hojas iris y se le piden elementos de escritorio, como reglas, tijeras y colbón; con el fin de que ellos puedan explorar y principalmente simular la construcción de figuras que darán solución a los interrogantes planteados dentro de la situación.

Escuela de arquitectura

En la universidad de Harvard un docente de arquitectura tiene a cargo a 15 estudiantes, los cuales está preparando para el diseño de unos edificios, teniendo en cuenta unas condiciones específicas.

Al iniciar la primera clase, el docente llega mencionándoles a sus estudiantes, que en arquitectura lo más importante era ahorrar en gastos a la hora de construir, por tanto, siempre debían pensar en construcciones cómodas, pero con reducción de materiales.

Uno de los estudiantes (Andrés) se fue pensando cómo lograr esto, si la mayoría de los edificios y casa tenían la misma forma y el mismo material. Esta duda lo llevo a consultar en internet otros estilos de edificios y encontró a Dubái con sus variadas edificaciones en diferentes formas.

Al llegar al otro día, el docente los reta a dibujar un mosaico de edificio, con la menor área posible y para esto, les pide que tengan en cuenta las figuras planas conocidas, Andrés entre sus conocimientos, recuerda el cuadrado, el triángulo, el rectángulo y el hexágono, en su mente se le venían otras figuras, pero realmente no conocía su nombre.

Para esto el profesor les menciona que existen más clases de figuras planas, pero que debían recordar que el edificio debía ser construido con polígonos.

Andrés al dirigirse a casa, se puso a investigar como hallar las áreas de las figuras y cuáles eran las que necesitaba.

- Escribe las tres reglas por las que una figura se considera polígono

- Teniendo en cuenta los mencionado por la docente en el inicio, referente a las figuras planas y sus nombres correspondientes. Completa el cuadro con los nombres de los diferentes polígonos. Utiliza el tangram para crear estas figuras y así recordar más fácilmente su figura y su nombre respectivo.

Número de lados	Nombre	Dibujo
3 lados		
4 lados		
5 lados		
6 lados		
7 lados		
8 lados		
9 lados		
10 lados		

Andrés pensando en su tarea, elije 5 figuras con las cuales por medio del área observara cual es la más conveniente.

- Hallar las áreas correspondientes y responde ¿Cuál sería la forma más adecuada para construir el edificio, teniendo en cuenta las medidas? Recuerda que en la situación problema

se mencionaba, las condiciones con respecto a su construcción, teniendo en cuenta siempre la reducción de materiales, desde el tamaño de su fabricación.

- 3 lados:

Base: 15458 centímetros y altura: 17569 centímetros

- 4 lados:

Lado: 19768 centímetros

- 5 lados:

Lado: 18756 centímetros y apotema: 23980 centímetros

- 6 lados:

Lado: 13453 centímetros y apotema 21560 centímetros.

Luego de trabajar las áreas y las figuras, la docente encargada les preguntara si ese dibujo del edificio con esas medidas les cabe en una hoja de block, al obtener la respuesta, la docente mencionara el concepto de escala de reducción para así poder hacer que se pueda dibujar en dicha hoja.

Para esto les menciona el siguiente concepto

Escalas

Una escala es la relación matemática que existe entre la realidad y el dibujo que de ella se hace sobre un plano, es decir, se escriben en forma de razón donde el antecedente indica el valor del plano y el consecuente el valor de la realidad. Por ejemplo, si tenemos 1:20 o 1/20 dado en metros significa que cada metro del mapa son 20 metros en la realidad. Otro ejemplo, si tenemos 1:500000 dados en centímetros tenemos que cada centímetro del mapa, en la realidad son 500000 centímetro, es decir, 5 kilómetros.

Figura 18

Escalas matemáticas



Nota: adaptado de escalas matemáticas: conceptos y ejemplos.

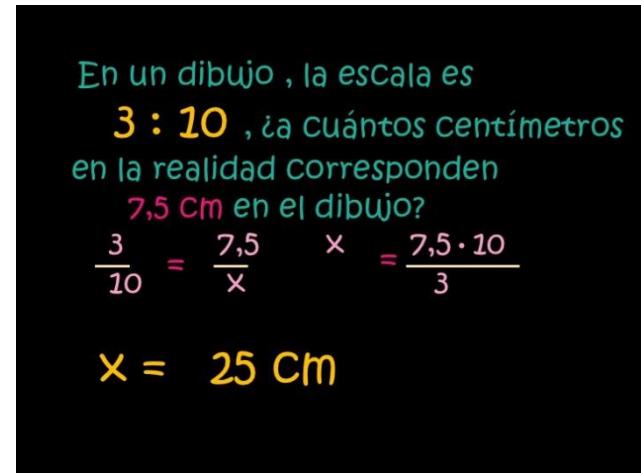
Para esto también se apoyará del siguiente video

<https://www.youtube.com/watch?v=o0DL20Os34k>

Para los que no tienen internet se les mostrara la siguiente imagen, donde podrán observar cómo implementar el concepto de medida, con el objetivo de reducir tamaño para hacer prototipos de objetos de su entorno en figuras asequibles para el dibujo.

Figura 19

Escalas matemáticas



Nota: adaptado de escalas matemáticas. Conceptos y ejemplos

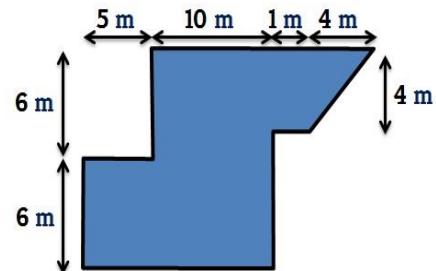
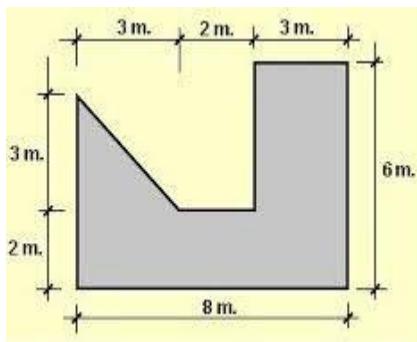
- Con los materiales entregados y los implementos de escritorio, realice el dibujo del edificio elegido con menor área y péguelo en una hoja de block. NOTA: utiliza una escala 500 cm: 2 cm



Actividad De Refuerzo

Al llegar a clase, el profesor pregunta acerca de los diseños y recoge lo elaborado como el edificio más económico en la construcción. Sin embargo, presenta otro estilo de edificio el cual quiere que los estudiantes calculen su área y miren que tan conveniente es su construcción.

- Calcule el área de las siguientes figuras.



Mencione cuál de las dos, es más conveniente con los criterios que ha establecido el docente en el inicio.

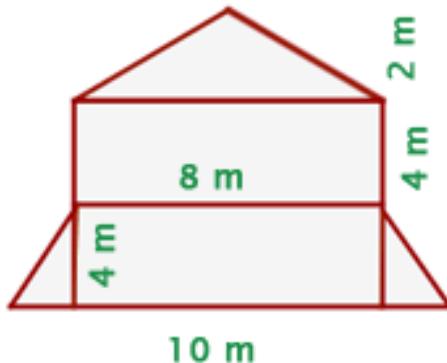
Actividades De Ampliación

Teniendo en cuenta las fórmulas y conceptos mencionados y trabajados anteriormente, intente dar respuesta a las siguientes preguntas con el objetivo de continuar fortaleciendo el proceso y los algoritmos trabajados.

- Calcula el número de árboles que pueden plantarse en un terreno rectangular de 32 m de largo y 30 m de ancho si cada planta necesita para desarrollarse 4 m^2 .
- Calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor mide 10 cm y cuya diagonal menor es la mitad de la mayor
- Calcula la cantidad de pintura necesaria para pintar la fachada de este edificio sabiendo que se gastan 0.5 kg de pintura por m^2 .

Figura 20

Problemas de áreas con polígonos



Nota: adaptado de superprof. Material didáctico

Actividades extraescolares

En las siguientes páginas de internet, aparecen una serie de ejercicios sobre los elementos básicos de la geometría euclíadiana. Éstas pueden ser una gran ayuda para que los estudiantes refuerzen, amplíen y complementen dichos contenidos.

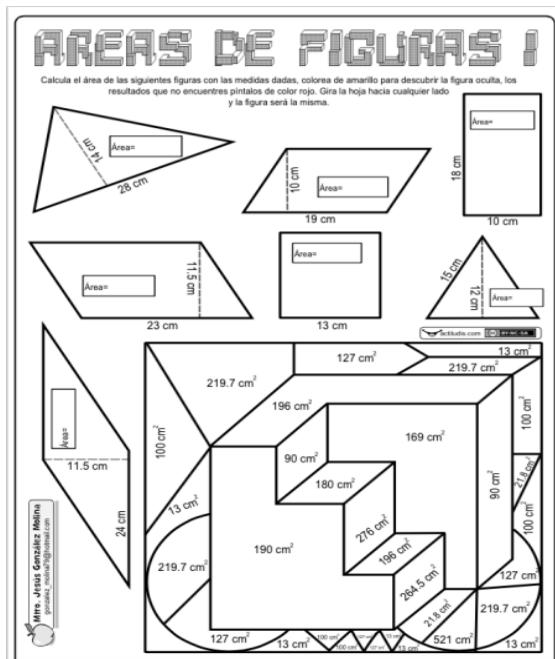
<https://www.cerebrito.com/juegos-de-matematicas/areas-y-perimetros>

<https://www.cokitos.com/tag/juegos-de-areas-y-perimetros/>

A continuación, podrás encontrar una ficha para reconocer algunos conceptos de las figuras planas.

Figura 21

Áreas de figuras



Nota. Adaptado de actiludis. Áreas de figuras

4.8 Cuerpos Geométricos

Objetivos

- Identificar las características de los cuerpos geométricos.
- Fortalecer el desarrollo conceptual de los cuerpos geométricos por medio del uso del material concreto y actividades del común.
- Fortalecer diferentes habilidades y competencias matemáticas que permitan la solución de situaciones problemáticas de su entorno

Contenidos

- Definiciones
- Clasificación
- Construcción – plantilla
- Concepto de área superficial
- Resolución de problemas con el concepto de área superficial
- Volumen de cuerpos geométricos.

Acciones Para Desarrollar

- Fortalecer el concepto de cuerpos geométricos y sus respectivas áreas y volúmenes.
- Solución de problemas.

Actitudes

Las diferentes actitudes que deben presentar los estudiantes con respecto a la solución de las actividades son las siguientes:

- Deben presentar buena disposición de trabajo tanto individual como grupal.
- Deben ser activos y participativos.
- Deben explorar y atreverse a sacar conclusiones, respecto de sus deducciones o conjeturas planteadas

Saberes Previos

Es pertinente iniciar en un espacio abierto y allí, observar que los está rodeando.

Luego al ingresar al aula, se les hará las siguientes preguntas:

- ¿Qué observaron?

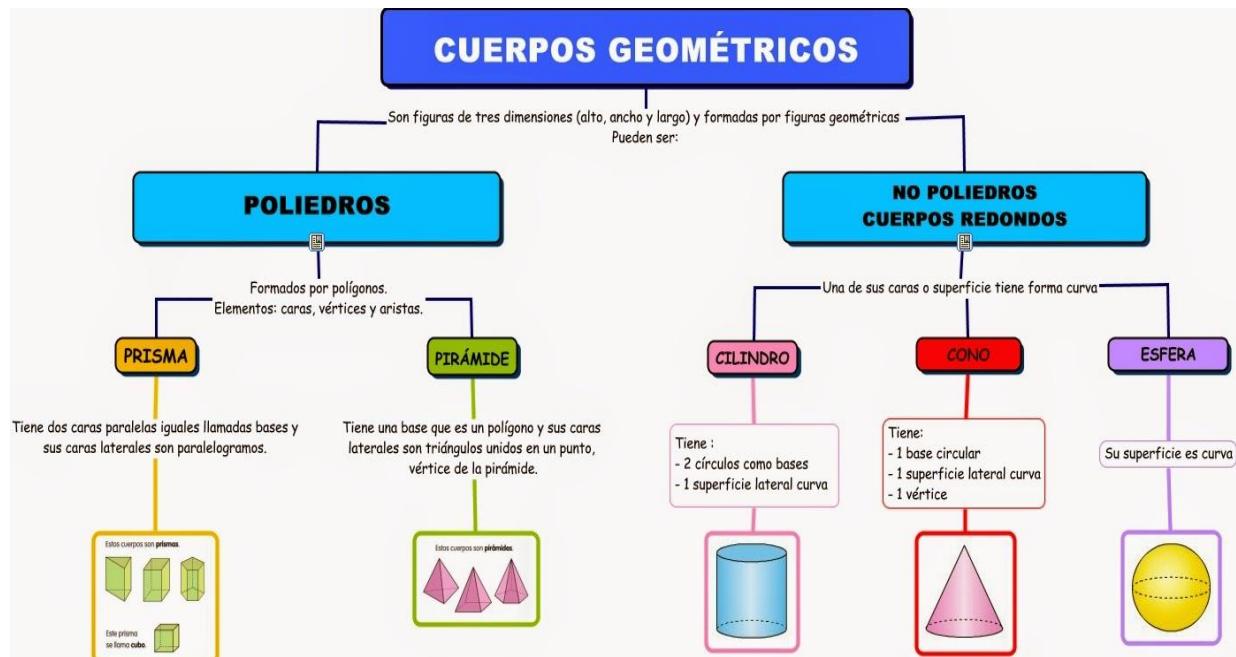
- ¿Qué forma tiene lo que viste?

Luego de las respuestas, le pedirá a un estudiante que pase al tablero y dibuje una de esas cosas que observo en 3 dimensiones, y se les preguntara a los estudiantes que es lo que está dibujando y que aspecto de la geometría se relaciona con dicho dibujo.

Se hará entonces una interacción para observar quienes más la reconocen y quienes observaron una forma diferente, para poder ampliar conocimientos desde las experiencias de los demás.

A partir de todo lo que los estudiantes conocen, la docente les hará un mapa conceptual (figura 16) de los cuerpos geométricos.

Figura 22 - Cuerpos geométricos



Nota. Adaptado del ciber pupitre. Cuerpos geométricos.

Partiendo del anterior mapa, la docente hará énfasis en la clasificación de las figuras, sus elementos, formas y definiciones.

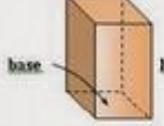
Luego escribirán en el cuaderno el siguiente problema:

Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de una habitación que tiene 5 m de largo, 4 m de ancho y 2.5 m de alto.

Y los estudiantes intentaran sacar los datos que allí se brindan y con acompañamiento de la docente harán respuestas aplicando lo aprendido.

Después de tener estas respuestas se entregará la hoja con las fórmulas para luego aplicarla y así confrontar los resultados. (Figura 17)

Figura 23 - Fórmulas de área y volumen de cuerpos geométricos

Fórmulas de área y volumen de cuerpos geométricos			
Figura	Esquema	Área	Volumen
Cilindro		$A_{total} = 2\pi r(h + r)$	$V = \pi r^2 \cdot h$
Esfera		$A_{total} = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Cono		$A_{total} = \pi r^2 + \pi r g$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
Cubo		$A = 6 a^2$	$V = a^3$
Prisma		$A = (\text{perim. base} \times h) + 2 \cdot \text{area base}$	$V = \text{area base} \cdot h$
Pirámide		$A = \frac{\text{perim. base} \times \text{ap. lat}}{2} + \text{area base}$	$V = \frac{\text{area base} \times h}{3}$

Para indagar acerca de la comprensión de los contenidos, se dará paso a la situación problema y se trabajará con los materiales mencionados y el contexto.

Actividades Introductorias

Antes de iniciar la actividad de “Restaurante de arroz chino”, a los estudiantes se les va a hacer entrega de hojas iris y se le piden elementos de escritorio, como reglas, tijeras y colbón; con el fin de que ellos puedan explorar y principalmente simular la construcción de figuras que darán solución a los interrogantes planteados dentro de la situación.

Restaurante de arroz chino

En la calle 38 de los ángeles se ha abierto un nuevo restaurante de arroz chino, el gerente está buscando una forma para empacar el arroz sin que salga muy costoso en cartón, por tanto, necesita que su empaque sea de medidas pequeñas y así poder empacar una cantidad de arroz.

Sus empleados piensan en la forma adecuada para hacerlo y están muy motivados, puesto que el gerente prometió subir el sueldo a quien lo logre.

Para esto los empleados piensan en diferentes formas para hacer la caja, así que un día no abren el restaurante y comienzan a hacer ensayos para saber cuál es el más apropiado.

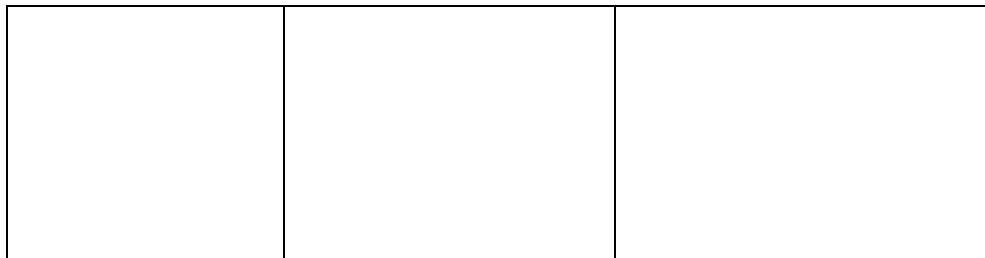
- ¿Cuáles cuerpos geométricos pueden utilizar? Clasifícalos y defínelos

Tipo De Solido	Definición	Nombres

Los trabajadores le escucharon al gerente que la base debía medir como máximo 10 cm, a partir de esto, los trabajadores comenzaron a hacer cálculos con esas medidas.

Uno de ellos tuvo como idea utilizar estas tres figuras: prisma rectangular, el prisma triangular y el cilindro y a partir de estas áreas superficiales y la medida anteriormente mencionada pudo decidir cuál sería la opción más apropiada, según el área superficial más pequeño pues así se utilizaría menos cartón, para luego, mencionarle al gerente.

- Halla las tres áreas superficiales mencionadas anteriormente
- Prisma rectangular: base: 10 cm altura: 13 cm y ancho: 15 cm tenga en cuenta la fórmula para el área superficial $\rightarrow ph + 2B$ donde p es el perímetro de la base, h la altura del prisma y B el área de la base (así mismo aplica para el prisma triangular)
- Prisma triangular: lados de la base 10 cm, 10 cm y 8 cm altura: 13 cm
- Cilindro: radio: 5 cm, altura: 13 cm, tenga en cuenta la fórmula para el área superficial $\rightarrow 2\pi rh + 2\pi r^2$.



- Al saber cuál es la más adecuada para utilizar, puesto que es la que utiliza menos cartón, por su pequeña área superficial, constrúyela en plantilla, con los materiales que poseen, pega las pestañas y calcúlale el volumen respectivo.

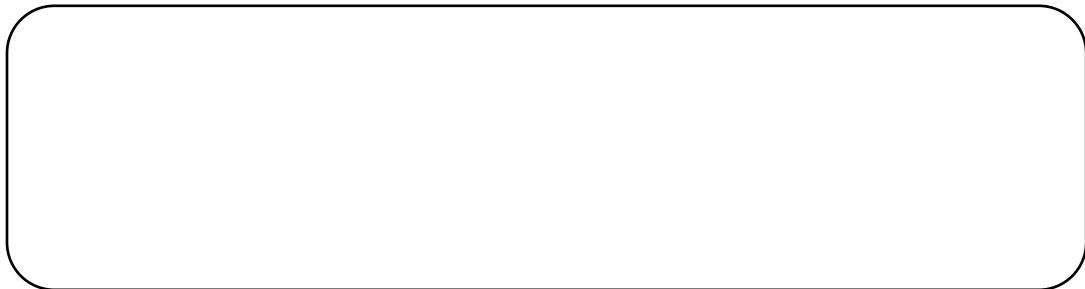
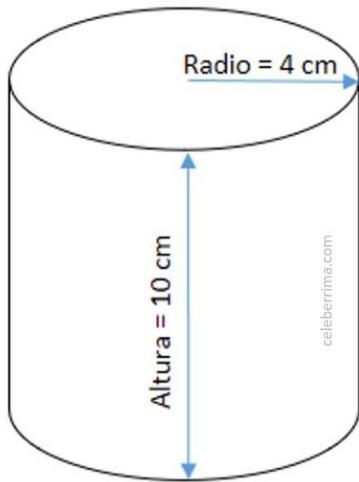


El gerente pide una explicación de cómo hicieron para hallar la caja más adecuada (más pequeña)

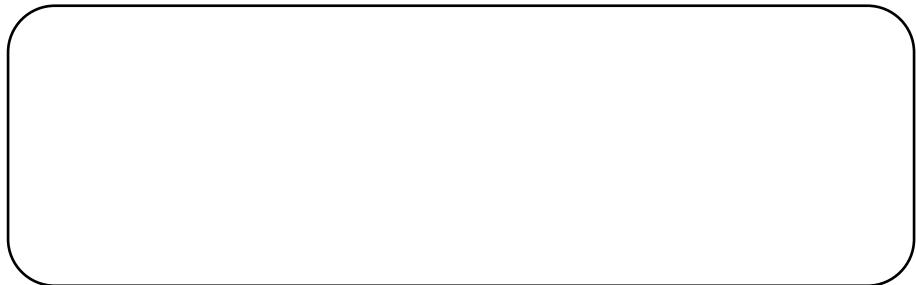
- Explícale
-
-
-

Actividad de refuerzo

- Para la gaseosa que van a empacar necesitan saber cuál es el tamaño que debe tener el vaso para poder venderlo.



- Al conseguir la tapa deben hallar el área superficial y así poderlo entregar y enviar a domicilio



Actividades ampliación

- Un helado con forma de cono 1/3 del contenido sobresale del cucurcho. Si el radio de la base es 3 cm y la altura es de 10 cm. ¿Cuántos helados se podrán hacer con 20 L de leche?
- Las dimensiones de un depósito de agua son 10 m x 7 m x 5 m. Dibuja y calcula cuantos litros de agua contendrá el depósito cuando esté completamente lleno.
- Tenemos un recipiente en forma de tronco de pirámide hexagonal que tiene 24 cm de altura y sus bases hexagonales regulares de lado 6 y 12 cm y apotemas 5,2 y 10,4 cm ¿Tiene más de 1 litro de capacidad?

Actividades extraescolares

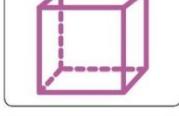
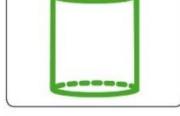
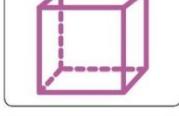
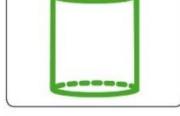
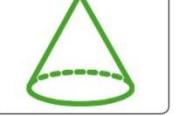
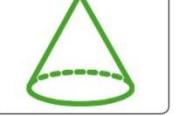
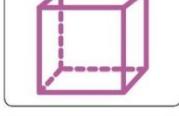
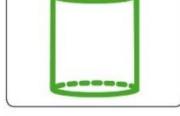
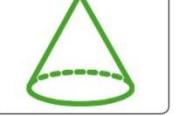
En las siguientes páginas de internet, aparecen una serie de ejercicios sobre los elementos básicos de la geometría euclíadiana. Éstas pueden ser una gran ayuda para que los estudiantes refuercen, amplíen y complementen dichos contenidos.

<https://www.cokitos.com/tag/juegos-de-volumen/>

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/volumenes-de-cuerpos-geometricos>

A continuación, se encontrará con una ficha que ayudará a afianzar el concepto de cuerpo geométrico

Figura 24 - Figuras geométricas

Marca con una cruz la casilla donde está la figura correcta																							
<p>a. ¿Cuál de estas figuras tiene solo 5 caras rectangulares?</p> <table border="1"> <tr> <td>1. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>3. <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>4. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>	2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>	<p>b. ¿Cuál de estas figuras tiene 6 caras cuadradas?</p> <table border="1"> <tr> <td>1. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>3. <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>4. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>	2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>
1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>																				
2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>																				
1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>																				
2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>																				
<p>c. ¿Cuál de estas figuras tiene 1 sola cara cuadrada?</p> <table border="1"> <tr> <td>1. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>3. <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>4. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>	2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>	<p>d. ¿Cuál de estas figuras no tiene ninguna cara plana?</p> <table border="1"> <tr> <td>1. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>3. <input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>4. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>				1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>	2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>
1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>																				
2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>																				
1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>																				
2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>																				

www.educapapeques.com

Nota. Adaptado de Pinterest. Ejercicios con figuras geométricas.

Recursos

Los materiales usados son implementos que se pueden encontrar en cualquier papelería, además se usarán instrumentos pertenecientes al salón de clase.

Cabe destacar que para cada situación se presentan los materiales de trabajo.

Espacios para utilizar

Salón de clase, si es posibles espacios al aire libre, aula taller de matemáticas, si la institución cuenta con una, entre otras.

Estimación en tiempos para las actividades:

Los tiempos que creemos pertinentes para la solución de dicha unidad didáctica se fragmentan de acuerdo con cada momento:

Sección 1: ACTIVIDADES SOBRE ELEMENTOS DE LA GEOMETRÍA

Tres semanas: dos horas semanales.

Sección 2: ACTIVIDADES SOBRE FIGURAS PLANAS

Tres semanas: dos horas semanales.

Sección 3: ACTIVIDADES SOBRE CUERPOS GEOMETRICOS

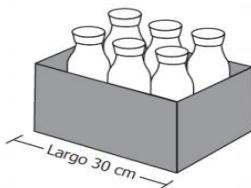
Tres semanas: dos horas semanales.

Para finalizar se llevará a cabo la implementación de la prueba pre test y post test la cual fue implementada antes de dar inicio al desarrollo de la unidad didáctica.

4.9 Prueba Pretest y Posttest para la implementación de la unidad didáctica.

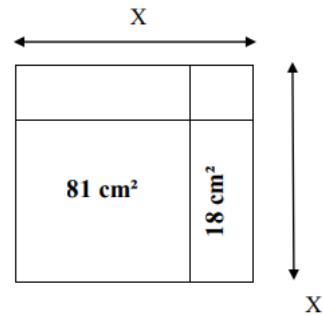
1. Por un punto ...
 - a. Solo pasan dos rectas
 - b. Pasan infinitas rectas
 - c. Pasa una única recta
 - d. Pasan solo tres rectas
2. Dos rectas en un plano cartesiano son paralelas...
 - a. Cuando se cortan en un punto
 - b. Si solo tienen un punto en común
 - c. Si no tienen ningún punto en común
3. Una semirrecta se presenta como
 - a. Un punto en el medio de una recta
 - b. Cada una de las partes en las que queda dividida una recta por uno de sus puntos
 - c. La mitad de una recta
 - d. Una línea que no tiene fin
4. Un segmento se presenta como:
 - a. La parte de una recta comprendida entre dos puntos

- b. Dos puntos unidos por una línea
- c. Una recta pequeña
- d. Una recta que inicia y no termina
5. Un rectángulo tiene 5,97 centímetros de largo y 8 centímetros de ancho. ¿Cuál de los siguientes valores es más cercano al área de este rectángulo?
- a. 40 cm^2
- b. 46 cm^2
- c. 48 cm^2
- d. 50 cm^2
6. En una tienda se empacan botellas de aceite del mismo tamaño en cajas rectangulares con capacidad para 6 botellas, como se muestra en la siguiente figura
- c. 40 cm de largo.
- d. 60 cm de largo
7. Una compañía desea construir un edificio en un terreno de forma rectangular que tiene 3.000 m^2 de área. Las medidas de los lados del terreno pueden ser:
- a. 100 m y 30 m.
- b. 100 m y 200 m.
- c. 1.000 m y 2.000 m.
- d. 1.500 m y 1.500 m.
8. El área de un triángulo es 20 cm^2 , si su base mide 8 cm, su altura es:
- a. 5 cm
- b. 10 cm
- c. 20 cm
- d. 40 cm
9. En la siguiente figura x corresponde a:



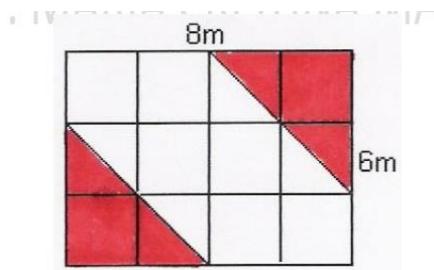
Una caja rectangular del mismo ancho que el de la figura, en la que se puedan empacar 8 de estas botellas, debe tener:

- a. 33 cm de largo.
- b. 35 cm de largo.
- a. 7 cm



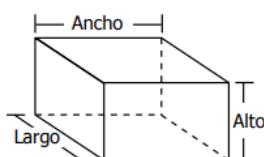
- b. 9 cm
- c. 10 cm
- d. 11 cm

10. El área sombreada de la siguiente figura es:



- a. 18 m^2
- b. 15 cm^2
- c. 17 cm^2
- d. 16 m^2

11. La siguiente figura representa una caja. En la figura se señalan las dimensiones de la caja. Largo Ancho Alto



¿Cuál de los siguientes procedimientos permiten hallar el volumen de la caja?

- a. Sumar el largo, el ancho y el alto de la caja.

b. Multiplicar por 3 el alto de la caja. c.

Multiplicar el largo por el ancho y por el alto.

d. Sumar el largo con el ancho, y multiplicar por el alto.

12. Cristian observa el siguiente paquete de arroz en el supermercado.



La información "1000 gramos de arroz" indica

- a. volumen.
- b. superficie.
- c. duración
- d. masa

13. De los tres cuerpos geométricos siguientes se puede afirmar que



I es un poliedro

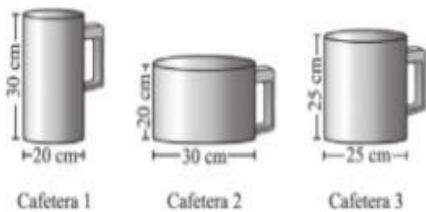
II es un cilindro

III es un cono

Es (son) verdadera (s)

- a. Solo I
- b. Solo II
- c. Solo III
- d. Solo I y III

14. Para servir los cafés en una empresa se tienen tres cafeteras, de igual material, como se muestran a continuación

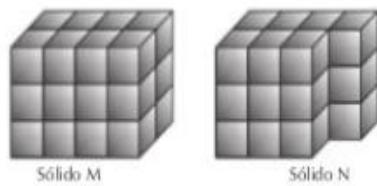


De acuerdo con la cantidad de café que se puede cargar en cada cafetera. Se puede afirmar que.

- a. La cafetera 1 tiene mayor capacidad que la cafetera 2

- b. La cafetera 1 tienen mayor capacidad que la cafetera 3
- c. La cafetera 3 tiene mayor capacidad que la cafetera 2
- d. La cafetera 2 tiene mayor capacidad que la cafetera 1

15. Los sólidos M y N que se muestran están formados por cubitos de un centímetro de lado



¿Cuál es el volumen del sólido N?

- a. 18 cm^3
- b. 21 cm^3
- c. 25 cm^3
- d. 27 cm^3

Conclusiones

- ✓ En los contenidos programáticos se debe considerar la capacidad, rendimiento y habilidades de los estudiantes.
- ✓ Los ejes temáticos no deben ser imposibles de resolver por parte de los estudiantes.
- ✓ Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje cada docente debe estar en capacidad de llevar a cabo su metodología educativa para poder transmitir el conocimiento de una manera más accesible al estudiante.
- ✓ Los contenidos temáticos deben ser aquellos que en realidad les den a los estudiantes las bases fundamentales para que en consecuencia puedan realizar sus propios constructos.
- ✓ Las evaluaciones deben ser permanentes y deben darle posibilidad al estudiante de aprender de los errores cometidos.
- ✓ Las propuestas pedagógicas son fundamentales dentro del proceso educativo, ya que a través de estas se fundamentan las estrategias didácticas, así como los recursos para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje.
- ✓ La resolución de problemas en el área de matemáticas es fundamental, ya que la parte cognitiva del estudiante manifiesta sus capacidades para desentrañar los problemas planteados.
- ✓ El aprendizaje significativo cumple con un proceso en el cual se da la posibilidad de motivar, transferir y retroalimentar los conocimientos impartidos por el docente.

Recomendaciones

- ✓ Dentro del proceso educativo debe existir una observación constante acerca de los avances o no de los estudiantes en áreas en la cual se presenten dificultades con la finalidad de tomar los correctivos respectivos.
- ✓ El docente debe estar en permanente actualización profesional en cuantos conocimientos teóricos, prácticos y metodológicos en lo que respecta a la resolución de problemas.
- ✓ El docente debe ser un permanente investigador en materia de resolución de problemas.
- ✓ Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje cada docente debe estar en capacidad de llevar a cabo su metodología educativa.

Referencias

Castro E. (2002) Desarrollo del pensamiento matemático infantil. [Libro en línea]. Consultado el 21 de abril de 2021 en: <https://core.ac.uk/download/pdf/143615113.pdf>

Ministerio de Educación. Revisión de Políticas Nacionales de educación. [Libro en línea]. Consultado el 22 de abril de 2021 en: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-356787_recurso_1.pdf

Oliver, E (2008) El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. Iberoamericana de educación. [Revista en línea].47 (5) consultado el 22 de abril de 2021 en <https://rieoei.org/historico/deloslectores/2652EspinosaV2.pdf>

Torres, A (2017) Elaboración de una Propuesta Pedagógica. Milenio. [Revista en línea] .1 (1). Consultado el 14 de abril de 2021 en: <https://www.milenio.com/opinion/alfonso-torres-hernandez/apuntes-pedagogicos/elaboracion-de-una-propuesta-pedagogica>

Corrales, A (2010) La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción. Revista digital de educación física. [Revista en línea] 1 (2). Consultado el 13 de abril de 2021 en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3175435>

Vargas, Claudia (2019) Competencia Comunicativa en la Formación Inicial Actual del Profesor de Matemática en Chile. Formación universitaria. [Revista en línea] 12 (3). Consultado el 13 de abril de 2021 en: https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0718-50062019000300081&script=sci_arttext&tlang=n

Riquelme, M (2018) Competencia comunicativa características y conceptos. [Revista en línea] 1(1). Consultado el 26 de abril de 2021 en: <https://www.webyempresas.com/competencia-comunicativa/>

Briceño V., Gabriela. (2020). Competencia comunicativa. Recuperado el 16 abril, 2021, de Euston96: <https://www.euston96.com/competencia->

Schunk, D (2012). Teorías del Aprendizaje. (6 a ed.) México: Pearson.

MatemáticasWin.Com. (2021) Que es la geometría y Tipos de geometría. [Página web en línea]. Disponible en: <https://matematicas.win/tipos-de-geometria/>

Barrera, F (2015) Niveles de pensamiento geométrico. [Tesis en línea]. Universidad autónoma del estado de Hidalgo. Consultada el 26 de abril de 2021 en: <https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/icbi/n5/a1.html#:~:text=As%C3%AD%2C%20existen%20problemas%20para%20comprender,en%20el%20que%20se%20encuentran>

Rivas, M (2008) Procesos cognitivos y aprendizaje significativo. [Libro en línea]. Consultado el 15 de abril de 2021 en:

<http://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/4809/Procesos%20cognitivos%20y%20aprendizaje%20significativo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Docentes al día (2019): Aprendizaje significativo: definición, características y ejemplos. [Página web en línea] disponible en: <https://docentesaldia.com/2019/05/26/aprendizaje-significativo-definicion-caracteristicas-y-ejemplos/>

Rodríguez, L (2014) Metodologías de enseñanza para un aprendizaje significativo de la histología. Digital universitaria. [Revista en línea].15 (11). Consultado el 27 de abril de 2021 en:

<http://www.revista.unam.mx/vol.15/num11/art90/art90.pdf>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. (2021). [Página web en línea]

Disponible en:

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1627438/Resultado+nacionales+saber+359+2012-2018.pdf>

16. Palacios Martínez, Ignacio (Dir.), Rosa Alonso, Mario Cal Varela, Yolanda Calvo Benzies, Francisco Xabier Fernández Polo, Lidia Gómez García, Paula López Rúa, Yonay Rodríguez Rodríguez & José Ramón Varela Pérez. 2019. Diccionario electrónico de enseñanza y aprendizaje de lenguas. [Página web en línea] disponible en <https://www.dicenlen.eu/es/diccionario/entradas/competencia-comunicativa> con fecha de acceso 29/04/2021).

17. Arias (2017) Unidades didácticas herramientas de la enseñanza. [Libro en línea]. Consultado el 29 de abril de 2021 en:

[https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/NoriaIE/article/download/13072/13556/63187#:~:text=Al%20decir%20de%20Hern%C3%A1ndez%20\(2002,59\).](https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/NoriaIE/article/download/13072/13556/63187#:~:text=Al%20decir%20de%20Hern%C3%A1ndez%20(2002,59).)

18. Ministerio de Educación de Ecuador (2021). Propuesta Pedagógica [Página web en línea]. Disponible en: <https://educacion.gob.ec/propuesta-pedagogica/#:~:text=La%20Propuesta%20Pedag%C3%B3gica%20es%20un,las%20capacidades%20instaladas%20le%20permite>

19. García, J (1994) Resolución de problemas: de Piaget a otros autores. Filosofía. [Revista en línea].1 (17). Consultado el 29 de abril de 2021 en:

<http://www.inif.ucr.ac.cr/recursos/docs/Revista%20de%20Filosof%C3%ADa%20UCR/Vol.%20XXXII/No%2077/Resolucion%20de%20problemas%20.pdf>

20. Samper, C (2013) Geometría Plana. Consultado el 29 de abril de 2021 en:
[https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/40811000/Geometria_Plan...
libro.pdf?1450468447=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DGeometria_plana_Un_espacio_de_aprendizaje.pdf&Expires=1619733442&Signature=W3B1xYS6VLc56Qa9bIn63mugXcuYbusU-yUZzVxVU61lkAF9ESLT...&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/40811000/Geometria_Plan...)

21. Hernández, R (2006) Metodología de la Investigación. (4a ed.). México. Mc Graw Hill.

22. Vidal, M (2007) Investigación –acción. Educación médica superior. [Revista en línea], 21 (4). Consultado el 18 de mayo de 2021 en:
http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412007000400012

23. Arias, F (2006) Proyecto de Investigación. (5^a Ed) caracas: Episteme.

24. Bavaresco, A (2013) Proceso metodológico en la investigación. [Libro en línea]. Consultado el 18 de mayo de 2021 en: <https://gsosa61.files.wordpress.com/2015/11/proceso-metodologico-en-la-investigacion-bavaresco-reduc.pdf>

25. Sarabia, H (2018) Propuesta pedagógica mediada por el tic para el fortalecimiento y desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de noveno grado del colegio camilo daza de Cúcuta. [Tesis en línea]. Universidad autónoma de Bucaramanga. Consultada el 01 de diciembre de 2021 en:

https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2649/2018_Tesis_Sarabia_Trigos_Henry.pdf?sequence=1&isAllowed=y

26. Caballero, L (2018) Unidades didácticas de perímetro y área de polígonos como estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de sexto grado del instituto técnico nacional de comercio Cúcuta, norte de Santander. [Tesis en línea]. Universidad autónoma de Bucaramanga. Consultada el 5 de enero de 2021 en:

https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2495/2018_Tesis_Lady_Janine_C_aballero.pdf?sequence=1&isAllowed=y

27. Ferrer, A (2017) Fortalecimiento del pensamiento métrico y del pensamiento espacial-geométrico a partir de un proyecto de aula utilizando las TIC como recurso de enseñanza: El

caso de los volúmenes. [Tesis en línea]. Universidad Nacional de Colombia. Consultado el 15 de febrero de 2021 en:

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/63070/71312072.2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

28. Vega, G. y de Losada, M. (2018). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en ejercicio sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 243-267. Consultado el 20 de noviembre de 2020 en:

<https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/RCE/article/view/6909/5637>

<https://core.ac.uk/download/pdf/288887105.pdf>

29. Heredia (2018) Implementación de la Unidad Didáctica Geometría y Medida. Universitat de Bacerlona. [Tesis en línea]. Disponible en:

<http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/873/1/TFM-EM-50.pdf>

30. Mingorance (2020) Diseño De Una Unidad Didáctica Enfocada A La Transmisión, Comprensión Y Afianzamiento Del Concepto De Derivada. Universidad De Jaén. [Tesis En Línea]. Disponible En:

Http://Tauja.Ujaen.Es/Bitstream/10953.1/13504/1/Martin_Mingorance_Juancarlos_Tfm_Matematicas.Pdf

31. Arias (2018) Fortalecimiento De La Competencia Comunicativa Lectora Y Escritora Usando El Blog Como Estrategia Didáctica Con Los Alumnos De 7° Grado En La Institución Educativa Agrícola De La Mina Cesar. Universidad Santo Tomas. [Tesis En Línea]. Disponible En: <Https://Repository.Usta.Edu.Co/Bitstream/Handle/11634/18793/2019yolandaarias.Pdf?Sequence=6&Isallowed=Y>

32. Babativa (2020) Fortalecimiento De Las Habilidades Comunicativas Desde La Oralidad En Los Niños De 3 A 4 Años De Edad Del Jardín Infantil ‘Nimbo’ A Través De Los Canales De Percepción. Universidad Santo Tomas. [Tesis En Línea]. Disponible En: <Https://Repository.Usta.Edu.Co/Bitstream/Handle/11634/21397/2020sandrababativa.Pdf?Sequence=1&Isallowed=Y>

33. Herrera (2019) Fortalecimiento De Las Competencias Comunicativas A Través Del Videoclip Como Estrategia Didáctica En Estudiantes De 5°. Universidad De La Costa. [Tesis En Línea]. Disponible En: <Https://Repositorio.Cuc.Edu.Co/Bitstream/Handle/11323/5931/Fortalecimiento%20de%20las%20competencias%20comunicativas%20a%20trav%C3%A9s%20del%20videoclip%20como%20.Pdf?Sequence=1>

34. Seguro (2020) Resolución De Problemas: Una Estrategia didáctica En El Aprendizaje Del Pensamiento geométrico En perímetro Y áreas Con El Uso De Material Concreto. Universidad Cooperativa De Colombia. [Tesis En Línea]. Disponible En:

Https://Repository.Ucc.Edu.Co/Bitstream/20.500.12494/17946/1/2020_Resolucion_Problemas_Estrategia.Pdf

35. Agudelo (2018) Estrategia Didáctica Mediada Por Tic Para El Desarrollo Del Pensamiento Geométrico Espacial En Estudiantes De Grado Noveno De La Institución Educativa San Fernando De Amagá Antioquia. Universidad Pontificia Bolivariana. [Tesis En Línea]. Disponible En:

<Https://Repository.Upb.Edu.Co/Bitstream/Handle/20.500.11912/4165/Estrategia%20did%C3%881ctica%20mediada%20por%20tic%20para%20el.....Pdf?Sequence=1&Isallowed=Y>

36. Castaño (2020) COMPETENCIAS COMUNICATIVAS PARA CONSTRUIR LENGUAJES DE PAZ. Universidad Pontificia Bolivariana. [Tesis En Línea]. Disponible En:

<https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/8247/Competencias%20comunicativas%20para%20construir%20lenguajes%20de%20paz.pdf?sequence=1>

37. Constitución Política de Colombia. [Página web en línea] disponible en:

<https://www.cijc.org/es/NuestrasConstituciones/COLOMBIA-Constitucion.pdf>

38. Ministerio de Educación. Ley 115 de Febrero 8 de 1994. [Página web en línea] disponible en:

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

39. Código de la infancia y la adolescencia. Ley 1098 de 2006. [Página web en línea] disponible en: <https://www.icbf.gov.co/sites/default/files/codigoinfancialey1098.pdf>

40. Ministerio de Educación. [Página web en línea] disponible en:
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-172061_archivo_pdf_decreto1860_94.pdf

41. Juegos infantiles. Los Polígonos. [Página web en línea] disponible en:
<https://juegosinfantiles.bosquedefantasias.com/matematicas/poligonos>

42. Elementos básicos de la geometría. Términos básicos no definidos. [Página web en línea] disponible en: <http://mate.ingenieria.usac.edu.gt/archivos/2.1-Elementos-fundamentales-de-la-geometria.pdf>

43. Monterey Institute. Perímetro y área. [Página web en línea] disponible en:
https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-1-8_RESOURCE/U07_L2_T2_text_final_es.html

44. Universo formulas. Cuerpos geométricos 2021. [Página web en línea] disponible en:
<https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/cuerpos-geometricos/>

IESMAT. 1995. MADRID. Área superficial https://iesmat.com/catalogos/WC_AREASUP/area-superficial/