Dificultades en la Solución de Ecuaciones Lineales con Números Racionales en los Estudiantes del Grado Séptimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt.

Zulman Daniela Gómez Chacón

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Popayán 2022

Dificultades en la Solución de Ecuaciones Lineales con Números Racionales en los Estudiantes del Grado Séptimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt.

Universidad
del Cauca

Zulman Daniela Gómez Chacón

Directora

Mg. Yeny Leonor Rosero

Trabajo Presentado como Requisito para optar al Título de Licenciado en Matemáticas

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Popayán 2022

Tabla de Contenido

Resumen

El presente trabajo corresponde a una investigación cualitativa sobre la intervención en el aula realizada de manera virtual, que se enmarca en el desarrollo de la práctica pedagógica con estudiantes del grado séptimo de la institución educativa Liceo Alejandro de Humboldt de la ciudad de Popayán; cuyo objetivo general fue identificar las dificultades que presentan los estudiantes para solucionar ecuaciones lineales con números racionales. Se describe el contexto educativo, el método, resultados de investigaciones relacionadas con la temática abordada, que dan soporte a la propuesta de investigación, el marco teórico que contiene conceptos claves y teorías que fundamentan la propuesta de práctica pedagógica.

Finalmente, se presenta la información recolectada, categorizada y analizada desde la teoría antropológica de lo didáctico, que da pie al cumplimiento de los objetivos propuestos, los cuales son: analizar las técnicas aplicadas para solucionar ecuaciones lineales con números racionales, identificar los saberes previos relacionados con la interpretación de la letra como número generalizado y el uso del signo igual, por último, determinar las dificultades presentadas por los estudiantes en el uso de las propiedades algebraicas de los números racionales, mediante el diseño de tareas; con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación ¿Qué dificultades presentan los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt, al solucionar ecuaciones lineales con números racionales?

Introducción

La práctica pedagógica se centró en identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado séptimo, en la solución de ecuaciones lineales con números racionales. Autores como (Pérez et al., 2019)(González & Diez, 2002)(Montoya, 2019)(Gavilán, 2011)(Barría et al., 2010)(Pozas & Santori, 2016) lo evidencian a nivel local, nacional e internacional. En particular, el paso de la aritmética al álgebra no es un hecho fácil para el proceso de enseñanza-aprendizaje, dado que varios conceptos utilizados en la aritmética cambian de significado en el álgebra, como es el caso de los signos de operación, según Gavilán (2011) "en aritmética indican la acción que se tiene que realizar para obtener un resultado numérico, en álgebra son representaciones que indican operaciones que no siempre se tienen que realizar. En ocasiones, ni siquiera es posible hacerlas" (p.99).

Del mismo modo, "en la aritmética el signo igual indica que se ha hecho una operación y tenemos su resultado, es decir, su interpretación es unidireccional, en álgebra es bidireccional; es un símbolo de equivalencia entre lo que hay a su derecha y a su izquierda" (Gavilán, 2011, p. 99). De modo que, los estudiantes no comprenden el significado del signo igual empleado en las ecuaciones lineales, debido a que lo consideran como señal de hacer algo o según las investigaciones realizadas por Behr, Erlwanger, y Nichols (1980, como se citó en (Ramírez, 2010), lo reconocen "como un operador"; es decir, que el aprendiz cree que siempre al resolver las operaciones correspondientes del lado izquierdo le permite dar el valor del lado derecho de la ecuación, por ello, tienen dificultad para entender el significado correcto del signo igual, siendo "la relación de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo" (Ramírez, 2010, p. 8).

Además, los alumnos en el aprendizaje de la aritmética realizan cálculos u operaciones matemáticas solo con números, mientras que en el álgebra se introducen expresiones algebraicas relacionando números con letras y no reconocen la letra como un número generalizado, lo cual dificulta el manejo de expresiones algebraicas; también usan de manera incorrecta las propiedades y operaciones algebraicas, por ejemplo, confunden el inverso multiplicativo con el aditivo, Pérez et al. (2019) refiere que " cuando los estudiantes toman los términos que multiplican a la variable y los trasponen al otro miembro restando ($-3x + 5 = 17 \rightarrow x = 17 - 5 + 3$) el origen de este error es la falta de reconocimiento del –3 como un factor de la expresión" (p. 86).

Por otro lado, con base en algunas investigaciones como "Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad" de Pochulu (2009), se tiene que las dificultades que presentan los alumnos, también se deben a las estrategias de enseñanza inadecuadas llevadas a cabo por los profesores, como el método de enseñanza descontextualizado, ya sea por el manejo inadecuado del tema o por el uso de estrategias no pertinentes en el proceso de enseñanza de cierto concepto o algoritmo, por ende, los alumnos tienen dificultades en su proceso de aprendizaje, como en la solución de ecuaciones lineales con números racionales cuando el educador usa términos como: lo que está sumando pasa a restar o viceversa o lo que está multiplicando pasa a dividir o viceversa; lo cual ocasiona que el alumno se convierta simplemente en un repetidor de esa regla no formal sin comprender los conceptos que son utilizados, como las propiedades algebraicas de los números racionales.

Todo lo anterior, lleva a los alumnos a cometer errores, como el de suponer valores sin ningún procedimiento o a tener dificultades en el uso de las propiedades (conmutativa, asociativa, etc.) de las operaciones aritméticas de números racionales utilizadas en la solución de ecuaciones lineales, impidiendo el avance en nuevos conocimientos relacionados con este tema.

Así, se ha considerado importante indagar sobre las dificultades que presentan los educandos en la solución de ecuaciones lineales, con el propósito de analizar los factores que hacen complejo su entendimiento. Socas (2000, como se citó en Barría et al., 2010) señala que las dificultades no se pueden evitar, puesto que forman parte de la construcción del conocimiento, pero los docentes deben conocerlas y a partir de ellas saber qué y cómo explicar a los alumnos el tema correspondiente; fomentando su aprendizaje e introduciendo nuevos conocimientos. Por lo anterior, es interesante conocer cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la solución de ecuaciones lineales con números racionales, y dar respuesta a la pregunta de investigación ¿Qué dificultades presentan los estudiantes del grado séptimo del año lectivo 2021, de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt al solucionar ecuaciones lineales con números racionales?

Antecedentes

A continuación, se presentan diferentes investigaciones desde el campo internacional, nacional y local relacionadas con las dificultades que tienen los estudiantes al solucionar ecuaciones lineales. Entre las cuales se destacan las siguientes:

Pérez et al. (2019) publicaron el artículo titulado “Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita”. Este trabajo propone una clasificación descriptiva de los errores que cometen los estudiantes de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) al resolver ecuaciones lineales, así como de las causas que los originan. La metodología implementada en el trabajo es experimental, puesto que para clasificar los errores se realiza desde el punto de vista del contenido matemático y se obtiene a partir de un cuestionario de ecuaciones lineales que realizan 266 estudiantes de 13 a 16 años. Obteniendo con este trabajo profundización en la identificación de las causas del error.

Otro artículo que favoreció la investigación fue “Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Álgebra. Propuesta para la interacción didáctica”. Este trabajo busca estudiar el uso de las letras entre los matemáticos y analizar los usos que les dan los alumnos y las concepciones que forman en ellos estos usos, se usa una metodología experimental inductiva y se deduce que es necesario un aprendizaje sistemático del uso de las letras en Álgebra (González & Diez, 2002).

Así mismo, el artículo “Apropiación e interpretación de la letra y el signo igual en la transición aritmético algebraica”. Este trabajo pretende indagar los problemas o dificultades puntuales presentadas por los estudiantes a la hora de usar en contexto, el signo igual, la letra y contribuir al uso adecuado de la letra y el signo igual en la solución de problemas relacionados con la variación y el uso de sistemas algebraicos. La metodología implementada en el trabajo es cualitativa y de tipo descriptivo; como resultados, se destaca el uso comprensivo del signo igual como aproximación, proposición y equivalencia a la hora de resolver problemas en el contexto de las ecuaciones numéricas; progresos en la implementación y comprensión de la letra como número generalizado y variable en la solución de problemas de medición y variación (Montoya, 2019).

De igual manera, el artículo “Dificultades en el paso de la aritmética al algebra escolar: ¿Puede ayudar el Aprendizaje cooperativo?” nace de la reflexión sobre la propia práctica docente con estudiantes adolescentes durante más de veinticinco años, sobre todo con estudiantes de 3º E.S.O., donde las dificultades en el paso de la aritmética al álgebra se hacen más notables; se usa la metodología experimental y cooperativa la cual es una herramienta eficaz para ayudar a los estudiantes a dar este paso tan decisivo en su aprendizaje de las Matemáticas escolares. Finalmente se puede observar cómo el Aprendizaje Cooperativo ayuda a los estudiantes a la adquisición y empleo del lenguaje algebraico y al aprendizaje del álgebra escolar (Gavilán, 2011).

También, el artículo “Dificultades que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media en la resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado” ayudó a la investigación; se adscribe en un paradigma mixto cuantitativo-cualitativo de carácter descriptivo, pues se pretende evidenciar las dificultades que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media, para resolver problemas que involucren ecuaciones de primer grado, y además mostrar la praxis pedagógica de los docentes para enseñar este contenido del currículo; logrando detectar las falencias que existen en los estudiantes para resolver problemas mediante el planteamiento de una ecuación, y en lo referido al rol del docente dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, es posible establecer, a través de esta investigación que los profesores son conscientes de la dificultad que representa para los estudiantes la asignatura de matemática (Barría et al., 2010).

Por último, se tiene el artículo de Pozas y Santori (2016) titulado “El álgebra elemental en la escuela secundaria. Un análisis desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico”, que pretende indagar sobre la organización matemática en torno a los problemas de álgebra elemental, prestando particular atención a los problemas aritméticos, con el fin de mostrar que es posible hacer un planteamiento a nivel escolar en donde el álgebra sea interpretada como un instrumento de modelización que permite abordar tipos de problemas.

Marco de Referencia

Contexto Institucional

La práctica pedagógica se llevó a cabo de manera virtual, con estudiantes de la sede central de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt (I.E.L.A.H), ubicada al norte del Municipio de Popayán, comuna cuatro en el barrio Pomona. La institución es de carácter oficial y mixta, maneja calendario A y ofrece servicio de educación en los niveles de enseñanza: preescolar, primaria, secundaria y educación Media. El título otorgado a sus egresados es el de bachiller académico, presta sus servicios en jornadas de la mañana y tarde (Proyecto Educativo Institucional [P.E.I], 2016).

De acuerdo con el P.E.I (2016), la institución cuenta con una población estudiantil proveniente de familias desplazadas y de bajos recursos económicos, gran mayoría ubicados en la zona rural del Municipio de Popayán, quienes viven de la economía informal y de ayudas que reciben del programa de Familias en Acción. Además, la institución usa una metodología activa participativa, en la cual, el individuo es capaz de aplicar los conceptos orientados y tiene como parte de su misión: "la formación de personas integrales, líderes altamente competitivos, capaces de hacer frente a los desafíos del mundo actual, comprometidos con la convivencia pacífica" (Proyecto Educativo Institucional [P.E.I], 2016, p. 24).

Por otra parte, la intervención en el aula, se llevó a cabo de manera virtual con los 31 estudiantes de grado séptimo de la sede principal de la I.E.L.A.H del año lectivo 2021, que contaban con las condiciones necesarias para asistir a las sesiones virtuales (computador, celular, tablet, internet, etc.). La institución optó por implementar guías para explicar una temática, las cuales se hacían llegar mediante WhatsApp, correo electrónico o de forma física; implicando una complejidad mayor para el estudiante, al no contar con un mediador que facilitara su explicación.

Por lo que se dificultó aún más, ya que la mayor parte de la población estudiantil pertenece a la zona rural del municipio de Popayán[1], afectando el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos matemáticos expuestos en la guía e incrementando los casos de deserción escolar en dicha institución. Ahora bien, los medios que opta el docente para explicar la temática hacen más complejo este proceso en los conceptos abstractos de la matemática, puesto que, solo usa las plataformas virtuales como Google meet y en casos extremos llamada vía telefónica. Finalmente, el estudiante debe afrontar diferentes obstáculos para la solución y entrega de los talleres que se realizan con base en la teoría expuesta.

La tabla 1 muestra el número de la población de estudiantes con la cual se trabajó en el proceso de intervención en el aula.

Tabla 1.

Población de estudiantes.

Grado	N°. Total, de estudiantes asistentes a las clases virtuales	Mujeres	Hombres
Séptimo	31	14	17

Nota. Número de hombres y mujeres del grado séptimo que asistieron a las sesiones virtuales. Fuente propia.

[1] John Sandoval, rector de la I.E.L.A.H afirma que el 67% de la población estudiantil de la institución, proviene de la zona rural del Municipio de Popayán (algunos se sitúan en la ciudad y los demás asisten a la institución directamente desde la zona rural). El dato anterior se obtuvo, en la entrevista efectuada por estudiantes de practica pedagógica I en el año lectivo 2020, del segundo periodo académico por medio de plataformas virtuales (Google meet).

Por último, la práctica docente se centró en la enseñanza de conceptos algebraicos y la solución de ecuaciones lineales con números racionales, donde se buscó identificar las dificultades que presentan los educandos para entender el significado correcto del signo igual y de las letras como número generalizado. De igual manera, se optó por determinar las dificultades en el uso de las propiedades, y las técnicas empleadas para solucionar dichas ecuaciones.

Marco Teórico

En esta sección se describen los conceptos claves y teorías que sustentan la propuesta de práctica pedagógica. Entre ellos se tienen: la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard, el concepto de dificultad, error y cada una de las nociones empleadas en la solución de ecuaciones lineales con números racionales.

Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

La teoría antropológica de lo didáctico (TAD), posee un enfoque antropológico y “sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales” (Chevallard, 1999, p. 221). La TAD se fundamenta en la praxeología matemática, la cual se divide en dos niveles: la praxis y el logos. La primera conformada por la tarea y la técnica, y la segunda por la tecnología y la teoría. La tarea siendo la acción que se debe realizar, la técnica la manera como se resuelve la tarea; la tecnología, el estudio o fundamento de esa técnica y finalmente, la teoría que permite sustentar la tecnología implementada. En otras palabras:

La TAD propone un modelo epistemológico que pone el acento en la actividad matemática, como una actividad humana institucionalizada y en la que los sistemas de conceptos, teoremas y demás objetos matemáticos se consideran componentes de las praxeologías matemáticas que aparecen organizadas en dos niveles. El primer nivel es el que remite a la práctica que se realiza, la praxis o saber-hacer, es decir, los tipos de problemas o tareas que se estudian y las técnicas que se construyen y utilizan para abordarlos. El segundo nivel recoge la parte descriptiva, organizadora y justificadora de la actividad, que llamamos logos o, simplemente, saber. Incluye las descripciones y explicaciones que se elaboran para hacer inteligibles las técnicas, esto es, el discurso tecnológico (la «razón», logos, de la técnica y, en última instancia, el fundamento de la producción de nuevas técnicas) y la teoría que da sentido a los problemas planteados, permite interpretar las técnicas y fundamentar las descripciones y demostraciones tecnológicas. (Bosch et al., 2011, pp. 95–96)

Dificultad

Con base a la Real Academia Española (RAE), una dificultad hace referencia a un inconveniente u oposición que impide ejecutar o entender bien algo a corto plazo (impedimento para lograr o realizar algo).

Error

Un error es lo que un individuo considera intuitivamente válido, pero a la vez, es una convicción incorrecta que tiene de una teoría o concepto. También, se puede definir como “la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”. (Socas, 1997, p. 125) en particular, en la solución de ecuaciones lineales con números racionales, un error es aquel que, aunque el alumno tenga los conocimientos matemáticos para hallar la solución de la ecuación, obtiene una solución incorrecta.

Números Racionales

Los números racionales son los que habitualmente se denominan fracciones o quebrados, es decir, son cocientes de dos números enteros. El conjunto de los números se denota por $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\right\}$.

Hay que destacar que todos los números enteros también son racionales, ya que si $n \in \mathbb{Z}$, podemos escribir $n = \frac{n}{1} \in \mathbb{Q}$. (Pestana et al., 2000)

Solución de Ecuaciones Lineales con Números Racionales

Para encontrar la solución de ecuaciones lineales con números racionales, es importante definir y entender las siguientes definiciones:

Mínimo común múltiplo (m.c.m)

El mínimo común múltiplo de dos enteros positivos, es el menor entero positivo que es múltiplo de los dos. Es decir, "si $a, b \in \mathbb{Z}^+$ entonces el mínimo común múltiplo de a y b es el más pequeño entero $m > 0$ tal que $\frac{a}{m}$ y $\frac{b}{m}$. Se escribe $mcm(a, b) = m$" (Mora, 2006, p. 40)

Ecuación lineal con una incógnita

Se llama ecuación de primer grado o lineal, a toda ecuación en la cual el mayor exponente de la variable (x) es uno. Este tipo de ecuaciones tendrá la siguiente forma:

$$ax + b = 0$$

Donde a y b son dos constantes.

Todo valor de (x) que cumpla la anterior ecuación, será la solución de esta. Su valor se hallará despejándola de la ecuación anterior.(Casteleiro, 2008, p. 187)

Letra como número generalizado

La letra es considerada de diferentes maneras, pero como número generalizado es aquella que puede tomar varios valores (no necesariamente un único valor). (Kuchemann, 1978)

Incógnita

La letra como incógnita es un valor desconocido, que se determina operando directamente sobre ella. (Kuchemann, 1978)

Variable

La letra como variable es aquella que puede tomar cualquier valor en el conjunto de valores que contiene. (Kuchemann, 1978)

Signo igual

Dependiendo del contexto en el cual se considere el signo igual, posee varias concepciones. De hecho, “los estudiantes del primer ciclo de Educación Primaria encuentran el signo igual en el contexto aritmético operación igual resultado” (Ramírez, 2010, p. 48). Es decir que, al realizar la operación del lado izquierdo del signo se obtiene inmediatamente el valor del otro lado (resultado). Así mismo, es considerado como expresión de una acción, esto es “como un símbolo operador o separador de una cadena de operaciones y su resultado” (Molina, 2006, p. 149). Sin embargo, es pertinente considerar el concepto empleado en una ecuación: “el signo igual indica la relación de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo”(Ramírez, 2010, p. 8)

Propiedades algebraicas de los números racionales

Teniendo en cuenta el texto de Pestana et al, (2000), las operaciones adición y multiplicación en el conjunto de los números racionales cumplen con las propiedades asociativa, conmutativa, existencia de elemento neutro, existencia de elemento opuesto e inverso respectivamente, y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

La suma de números racionales cumple con las siguientes propiedades:

Asociativa. Para todo $a, b, c \in \mathbb{Q}$, $(a+b)+c = a+(b+c)$

Conmutativa. Para todo $a, b \in \mathbb{Q}$, $a+b = b+a$

Existencia de elemento neutro. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se tiene que $a+0 = 0+a$

Existencia de elemento opuesto. Para todo número $a \in \mathbb{Q}$ existe otro número $-a \in \mathbb{Q}$ tal que $a-a \coloneqq a+(-a) = 0$.

La multiplicación de números racionales cumple con las siguientes propiedades:

Asociativa. Para todo $a, b, c \in \mathbb{Q}$, $(a.b).c = a.(b.c)$

Conmutativa. Para todo $a, b \in \mathbb{Q}$, $a.b = b.a$

Existencia de elemento neutro. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se tiene que $a.1 = 1.a$

Existencia de elemento inverso. Para todo número $a \in \mathbb{Q}$ distinto de cero, existe otro número $\frac{1}{a} \in \mathbb{Q}$ tal que $a.\frac{1}{a} = 1$.

Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición. Para todo $a, b, c \in \mathbb{Q}$ $a.(b+c) = a.b + a.c$

Método

El objetivo de estudio de la práctica pedagógica fue identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado séptimo, de la I.E.L.A.H del año lectivo 2021, al solucionar ecuaciones lineales con números racionales; esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo, debido a que, “La investigación cualitativa puede ser vista como el intento de obtener una comprensión profunda de los significados y definiciones de la situación tal como nos la presentan las personas, más que la producción de una medida cuantitativa de sus características o conducta” (Salgado, 2007, p. 71). De esta manera, dicho enfoque fue de gran utilidad para analizar las tareas realizadas por los estudiantes, debido a que se presenta la información tal y como es observada; es decir, sin realizar cambios. Teniendo en cuenta, que para el análisis de la información se trabajó con la TAD, fue necesario observar las técnicas que utilizaban los estudiantes al resolver las tareas propuestas; y así, a partir de estas, se logró identificar las dificultades que presentan en la solución de ecuaciones lineales con números racionales.

Una vez definido el enfoque de investigación, se acudió a un diseño de investigación fenomenológico que consiste en "entender el significado que le atribuyen los sujetos que serán estudiados a un determinado evento" (Escudero & Cortez, 2018, p. 51), siendo útil, para analizar los significados que los educandos emplearon para obtener la solución de las ecuaciones lineales con números racionales como: mínimo común múltiplo (m.c.m), propiedades algebraicas de los números racionales, significado del signo igual, entre otros. Luego, a partir de dichos significados se observaron las dificultades presentadas por los alumnos en las tareas que se propusieron en el tema de estudio.

Ahora bien, para el desarrollo de la investigación se llevó a cabo la intervención en el aula, para la cual se contó con una población de estudio de 31 estudiantes, que contaban con las herramientas necesarias para conectarse a las clases virtuales; tuvo lugar en el tercer período académico del año lectivo 2021, correspondiente a las fechas del 6 al 17 de septiembre, tiempo estipulado para el desarrollo y entrega de las tareas propuestas en la guía. Esta intervención se realizó mediante clases y horas extras de asesorías virtuales, apoyadas en la guía de aprendizaje No 1 del tercer periodo académico (ver anexo 2), diseñada por la docente en formación y previamente revisada por la directora de práctica y la docente titular. Además, las actividades que se implementaron en la práctica pedagógica, para lograr cada uno de los objetivos propuestos fueron los siguientes:

Primero, se realizó una prueba diagnóstica que constaba de 2 preguntas personales (nombres, apellidos y curso) y 8 preguntas de selección múltiple (ver anexo 1), relacionadas con el significado del signo igual en una ecuación y de la letra como número generalizado; se plantea haciendo uso de la herramienta tecnológica “Formularios Google” y tuvo como objetivo identificar los saberes previos que tenían los estudiantes sobre la interpretación de la letra como número generalizado y el significado del signo igual. En segundo lugar, se elaboró una guía con las características pertinentes que maneja la I.E.L.A.H (ver anexo 2), en la cual se plantearon actividades que facilitaron el desarrollo de la propuesta de la práctica pedagógica; Contiene una frase de motivación, propiedades algebraicas de los números racionales, técnicas para resolver ecuaciones lineales con números racionales cuando los denominadores son distintos e iguales, con sus respectivos ejemplos; y al final se planteó una tarea sobre ecuaciones lineales con números racionales requerida para el cumplimiento del objetivo propuesto (analizar las técnicas que los estudiantes aplican para solucionar ecuaciones lineales con números racionales).

En tercer lugar, el contenido de la guía se explicó en dos sesiones, cada una con un tiempo determinado de dos horas y se hicieron horas extras de asesoría, donde se realizó un cuestionario constituido por 2 preguntas personales (nombres, apellidos y curso) y 8 preguntas relacionadas con las propiedades algebraicas de los números racionales (ver anexo 3), de las cuales 6 son de selección múltiple y 2 son abiertas (no eran obligatorias responder, pero eran dependientes de las respuestas que seleccionaban los educandos en preguntas anteriores); se planteó haciendo uso de la herramienta tecnológica “Formularios Google” teniendo como objetivo, determinar las dificultades que presentan los estudiantes, en el uso de las propiedades algebraicas de los números racionales.

Por otra parte, se codifica a los estudiantes del grado séptimo de la I.E.L.A.H, asignándoles un código conformado por la letra A y se enumeran del 1 hasta el 31, siendo la cantidad de alumnos con la cual se trabajó en el proceso de intervención en el aula, para que al momento que hagan sus participaciones y envíen las tareas se diferencien unos de otros. Así, los códigos van desde A1 hasta A31.

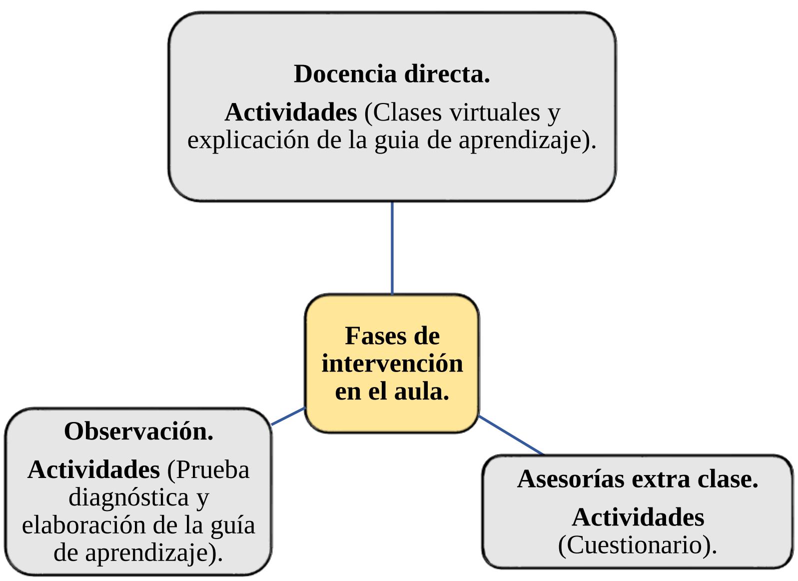
Finalmente, se categorizó toda la información recolectada y se analizaron las técnicas de las tareas realizadas por los estudiantes, con el objetivo de identificar los errores que cometían al resolverlas, y así, encontrar las dificultades que presentan al solucionar ecuaciones lineales con números racionales.

Descripción de fases de la intervención en el aula

La intervención en el aula se llevó a cabo mediante las siguientes fases y dentro de ellas se encuentran enmarcadas algunas actividades (véase la figura 1):

Figura 1.

Fases y actividades llevadas a cabo durante el proceso de intervención en el aula.



Fuente: Elaboración propia.

Observación.

La observación de las clases orientadas por la docente titular, se llevó a cabo por medio de la plataforma virtual Google meet, donde se explicaban, en una fecha determinada, las guías correspondientes a cada periodo académico. En estas sesiones, inicialmente, se daba un cordial saludo por parte de cada una de las practicantes, luego la docente titular iniciaba con una frase de motivación que requería de la participación de al menos uno de los alumnos; posteriormente procedía con la explicación de la temática correspondiente, sin ninguna interrupción por parte de las docentes en formación.

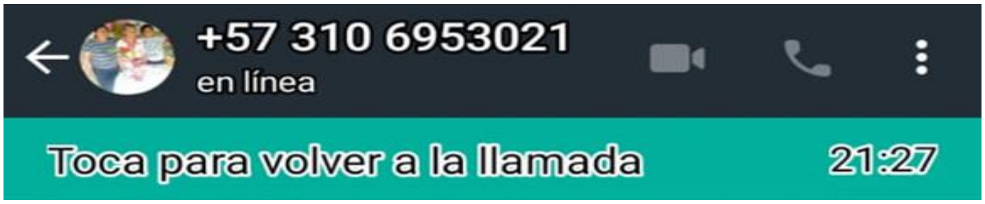
Durante el transcurso de las clases la docente titular explicó el tema formulando preguntas y planteando ejercicios que enviaron en un determinado tiempo, y permitieron reconocer equivocaciones de los estudiantes y aclarar sus dudas. Además, la asistencia de la docente en formación a las asesorías establecidas por la docente titular, ayudó a tener un acercamiento con los alumnos y a hacerse una idea de los mismos para cuando llegase la fecha correspondiente para la explicación del tema (solución de ecuaciones lineales con números racionales) ya que, durante las sesiones se registró la asistencia de los alumnos, los errores que cometían, la dificultad para entender ciertas temáticas y la participación.

Asesorías extra clase

Esta etapa de intervención en el aula, se realizó por medio de la plataforma virtual Google meet y en algunos casos por medio de videollamadas de WhatsApp (véase la imagen 1 y 2) Estas asesorías se hicieron en horarios adecuados tanto para la docente en formación como para los alumnos del grado séptimo, con el fin de reforzar lo que no quedó claro en la explicación de la temática y las inquietudes que les surgían con respecto a las tareas planteadas en las guías.

Imagen 1.

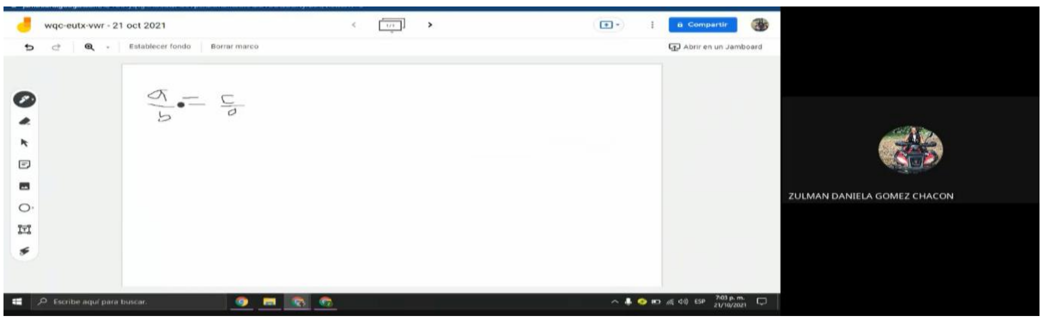
Explicación dada al estudiante A6 por medio de videollamada por WhatsApp



Nota. Captura tomada de WhatsApp. Fuente propia.

Imagen 2.

Explicación dada por medio del tablero virtual disponible en meet.



Nota. Captura tomada en la reunión de Google meet. Fuente propia.

Docencia directa

La etapa de docencia directa es muy importante en la práctica pedagógica, debido a que, se tiene un acercamiento e interacción con los estudiantes, lo cual permite observar muchos factores relacionados con problemas de educación matemática como la realidad que se tiene dentro del aula virtual, donde se conoce las actitudes que los estudiantes toman frente a la misma (poca asistencia y participación) y la dificultad que tienen para entender ciertas temáticas, en particular, la solución de ecuaciones lineales con números racionales.

Esta etapa se realizó por medio de la plataforma virtual Google meet, inicialmente se les recordó a los estudiantes las propiedades algebraicas de los números racionales (asociativa, conmutativa, existencia de elemento neutro, existencia de elemento opuesto e inverso, y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma) con base a la teoría expuesta en la guía de aprendizaje y se explicó algunas técnicas empleadas para solucionar ecuaciones lineales con números racionales con denominadores distintos e iguales; seguidamente, la docente en formación presentó ejemplos y propuso tareas que los alumnos enviaron resueltas por medio de WhatsApp o correo electrónico en un determinado tiempo. Por último, es importante resaltar que, la guía de aprendizaje y las tareas planteadas en la misma se realizaron, con el fin de analizar las técnicas que los estudiantes utilizaron para resolver las ecuaciones lineales con números racionales.

Resultados y Análisis

Los resultados obtenidos en el proceso de intervención en el aula se analizan, teniendo en cuenta toda la información recolectada en las clases, horas extras de asesoría y en cada una de las actividades que se llevaron a cabo (prueba diagnóstica, encuesta y tareas propuestas en cada una de las sesiones con respecto a la guía de aprendizaje previamente elaborada) para el logro de cada uno de los objetivos propuestos; las cuales, se evidenciaban a partir de fotografías, grabaciones de las sesiones, diario de campo y capturas de pantalla.

Evaluando tareas

Se observan las evidencias de las tareas enviadas por los estudiantes, con el fin de identificar si las técnicas aplicadas, eran las expuestas previamente en clases o las que ellos aplicaban a partir de conocimientos previos o consultas en internet.

Técnicas esperadas

Ahora, se describen las técnicas que se dieron a conocer a los estudiantes para solucionar ecuaciones lineales con números racionales con denominadores distintos e iguales:

- Técnica del mínimo común múltiplo, (tmcm) que se empleó para solucionar ecuaciones lineales con números racionales cuando los denominadores son distintos; consiste en hallar el mínimo común múltiplo de los denominadores de todas las fracciones contenidas en la ecuación, luego, se multiplica a ambos lados de esta por el valor obtenido, con el fin de eliminar los denominadores; posteriormente, se despeja la incógnita hasta hallar su valor y finalmente se comprueba la solución de la ecuación sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación original (la solución es correcta si los dos valores obtenidos son iguales).

Ejemplo:

Para resolver la ecuación $\frac{x+5}{8} = \frac{7}{4}$

1. Se eliminan los denominadores de la ecuación, hallando el mcm (8,4).

   Para hallar el mcm (8,4) se hace la descomposición de factores primos:

$$\begin{array}{cc|c} 8 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & \end{array} \quad 2x2x2 = 8$$

   Así, el mcm $(8{,}4) = 8$

2. Se multiplica ambos lados de la ecuación por el m.c.m

$$\frac{8(x+5)}{8} = \frac{8(7)}{4}$$

$$\frac{8}{8}(x+5) = \frac{8}{4}(7)$$

$$1(x+5) = 2(7)$$

$$x + 5 = 14$$

3. Se despeja x,

$$x + 5 - 5 = 14 - 5$$

$$x + 0 = x = 9$$

4. Se comprueba la solución sustituyendo 9 por x en la ecuación original, si los dos valores obtenidos son iguales, la solución es correcta.

$$\frac{x+5}{8} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{9+5}{8} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

Así, el valor de x es igual a 9.

- Técnica de denominadores iguales (tdi) que se utilizó para resolver ecuaciones lineales con números racionales que tienen denominadores iguales; consiste en tener en cuenta, que los denominadores en cada uno de los términos de la ecuación es el mismo, por lo que, los numeradores van a ser equivalentes.

  Ejemplo:

  Resuelve las siguientes ecuaciones:

  a) $\frac{x}{5} = \frac{2}{5}$,

     En este caso, como el denominador en cada expresión es el mismo, los numeradores van a ser iguales. Por tanto, $x = 2$.

  b) $\frac{x-5}{11} = \frac{2x+3}{11}$

  c) Como los denominadores en las dos expresiones son iguales entonces los numeradores son equivalentes. Esto es:

  $$x - 5 = 2x + 3$$

  d) Resolver la anterior ecuación

  $$x - 5 - x - 3 = 2x + 3 - x - 3$$

  $$-8 = x$$

  e) Comprobar la solución sustituyendo -8 por x en la ecuación original.

  $$\frac{x - 5}{11} = \frac{2x + 3}{11}$$

$$\frac{(-8-5)}{11} = \frac{(2(-8)+3)}{11}$$

$$\frac{-13}{11} = \frac{-13}{11}$$

Así, la solución de la ecuación es $x = -8$.

- Técnica del denominador común (tdc) se empleó como otra manera de resolver las ecuaciones lineales con números racionales que tienen igual denominador; consiste en multiplicar todos los miembros de la ecuación por el denominador común que tienen cada uno de ellos.

  Ejemplo:

  Resolver la ecuación $\frac{x}{7} = \frac{2}{7}$

  1) Multiplicar por el denominador común 7 cada uno de los términos de la ecuación,

  $$\frac{x\ (7)}{7} = \frac{2\ (7)}{7}$$

  2) Realizar las respectivas operaciones, de lo cual

  $$x = 2$$

  3) Comprobar si la solución es correcta, sustituyendo en la ecuación inicial x por 2.

  $$\frac{2}{7} = \frac{2}{7}$$

  Por lo tanto, la solución $x = 2$ es correcta.

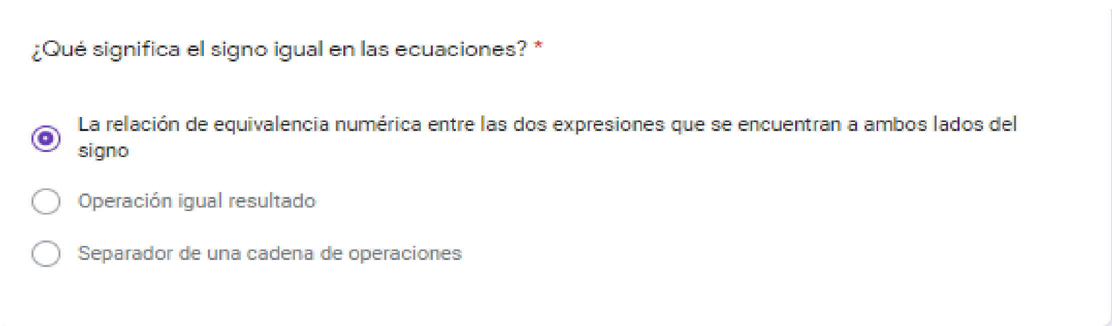
Indagando conocimientos previos para la solución de ecuaciones lineales con números racionales.

Solución de tareas sobre interpretación del signo igual y de la letra como número generalizado. Se describen los conocimientos previos que tienen los estudiantes para la solución de tareas de la letra como número generalizado y el signo igual:

interpretación del signo igual. En relación a la pregunta ¿Qué significa el signo igual en las ecuaciones? se tiene que los estudiantes A1, A2, A3, A5, A6, A8, A9, A10 y A11 seleccionaron la respuesta (en una ecuación el signo igual es la relación de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo (Ramírez, 2010, p. 8)) como se evidencia en la imagen 3.

Imagen 3.

Significado del signo igual.


¿Qué significa el signo igual en las ecuaciones? *

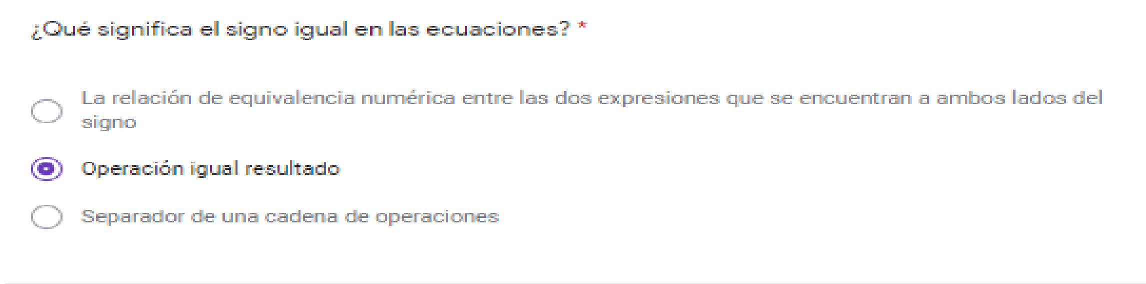
- (•) La relación de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo
- ( ) Operación igual resultado
- ( ) Separador de una cadena de operaciones

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por otra parte, A4, A12, A13, A14 y A15 respondieron que el signo igual en una ecuación indica que al operar los términos que están al lado izquierdo del signo, va a implicar el resultado del lado derecho (véase la imagen 4).

Imagen 4.

Interpretación del significado del signo igual.

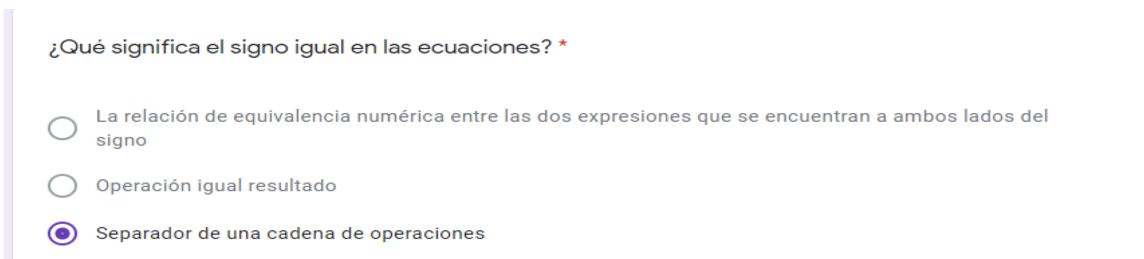


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A7, el cual considera el signo igual en una ecuación como, separador de una cadena de operaciones, como se puede observar en la imagen 5.

Imagen 5.

Interpretación del significado del signo igual.

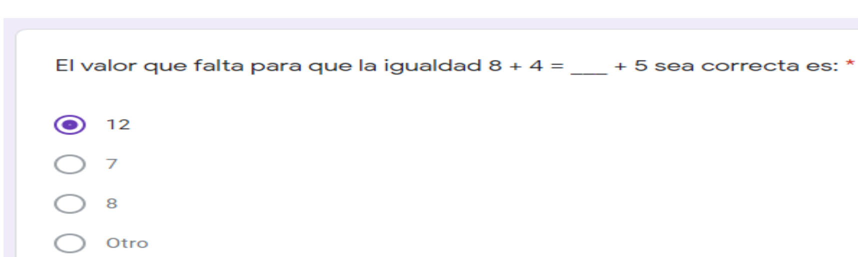


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En la pregunta ¿el valor que falta para que la igualdad $8 + 4 = \_\_\_ + 5$ sea correcta es? A1, A2, A4, A6, A9, A11, A13, A14 y A15 respondieron que $8 + 4 = 12 + 5$, véase la imagen 6.

Imagen 6.

Interpretación del significado del signo igual empleado en una ecuación.

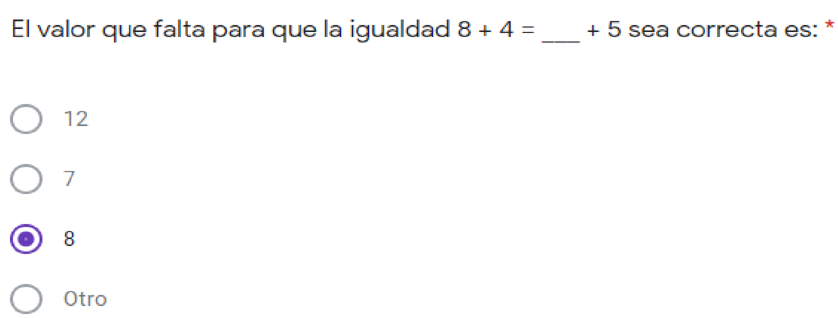


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Sin embargo, A7 respondió que el valor que satisface la ecuación es 8 (véase la imagen 7).

Imagen 7.

Interpretación del significado del signo igual empleado en una ecuación.

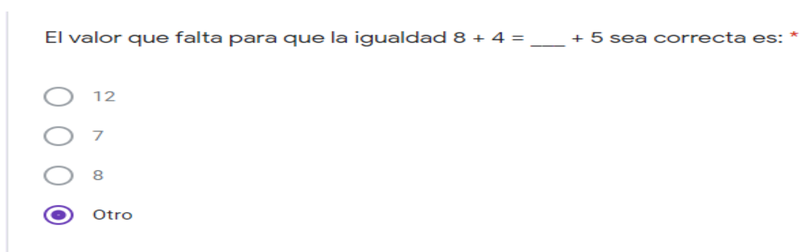


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por su parte, A3 considera que el valor para que la igualdad sea válida no está dentro de las opciones planteadas (véase imagen 8).

Imagen 8.

Interpretación del significado del signo igual empleado en una ecuación.

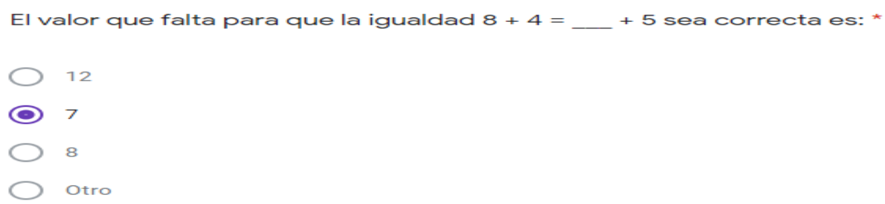


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por el contrario, A5, A8, A10 y A12 respondiendo que el valor que satisface la igualdad es 7 (véase la imagen 9), porque $8+4=7+5$ entonces $12=12$.

Imagen 9.

Interpretación del significado del signo igual empleado en una ecuación.


El valor que falta para que la igualdad 8 + 4 = ___ + 5 sea correcta es: *

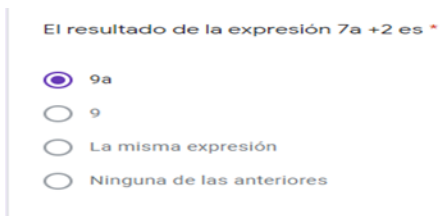
12
7
8
Otro

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En relación a la pregunta ¿el resultado de la expresión $7a\ + 2$ es? A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8, A9, A11, A12, A13, A14 y A15 respondieron que es $9a$ (véase la imagen 10).

Imagen 10.

Interpretación del significado del signo igual empleado en una ecuación.


El resultado de la expresión 7a +2 es *

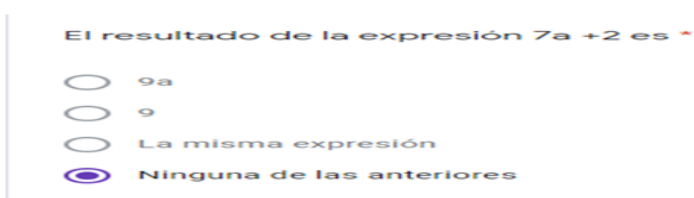
9a
9
La misma expresión
Ninguna de las anteriores

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En cambio, los estudiantes A7 y A10 respondieron que ninguna de las opciones era el resultado de operar $7a + 2$, como se puede observar en la imagen 11.

Imagen 11.

Interpretación del significado del signo igual empleado en una ecuación.


El resultado de la expresión 7a +2 es *

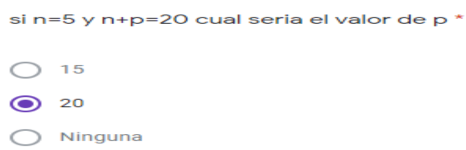
9a
9
La misma expresión
Ninguna de las anteriores

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Con respecto a la pregunta ¿Si $n = 5$ y $n + p = 20$ cuál sería el valor de p? A1 y A11 seleccionaron $p = 20$ como se puede observar en la imagen 12; pero, no sustituyeron el valor de n, dándole la totalidad a p.

Imagen 12.

Interpretación del significado del signo igual.

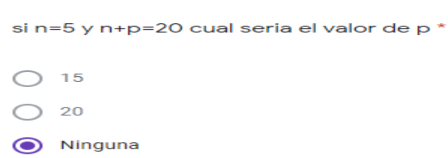


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

De igual manera, A4, A7, A10, A12, A13 y A15 consideran que p no toma ninguno de los valores planteados (15 y 20) para que la igualdad fuese correcta (véase la imagen 13).

Imagen 13.

Interpretación del significado del signo igual.

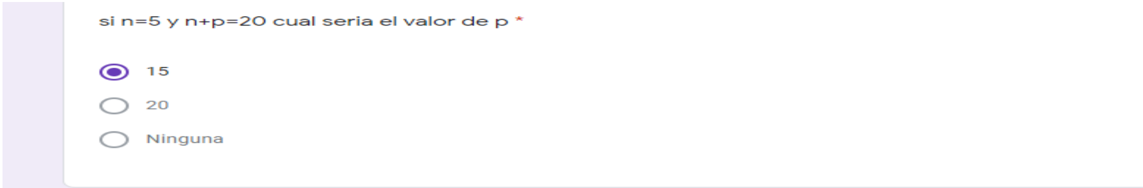


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A2, A3, A5, A6, A8, A9 y A14 que seleccionaron la respuesta $p = 15$, ya que, sí $n = 5$ entonces al reemplazar los valores de cada letra, se cumpla la igualdad $5 + 15 = 20$. Así, $20 = 20$ (véase la imagen 14).

Imagen 14.

Interpretación del significado del signo igual.

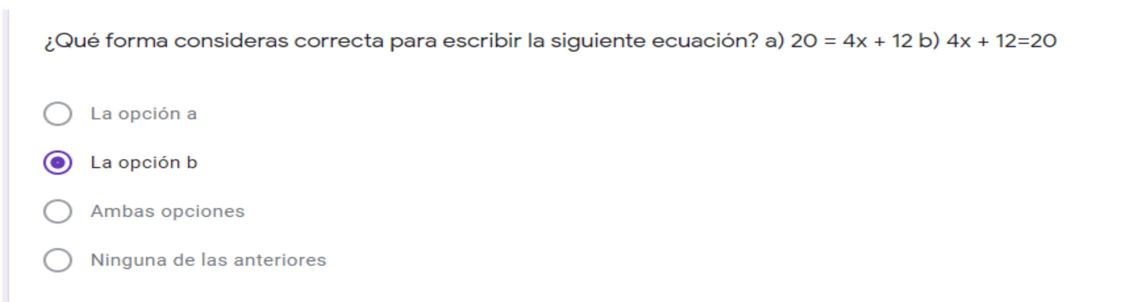


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Significado del signo igual empleado en una ecuación. En relación a la pregunta ¿Qué forma consideras correcta para escribir la siguiente ecuación? a) $20 = 4x + 12$ b) $4x + 12 = 20$) se tiene que A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8, A9, A10, A11, A12 y A14 respondieron que la ecuación, solo se puede escribir de la forma, planteada en la opción b, como se observa en la imagen 15.

Imagen 15.

Aplicabilidad del significado del signo igual empleado en una ecuación.

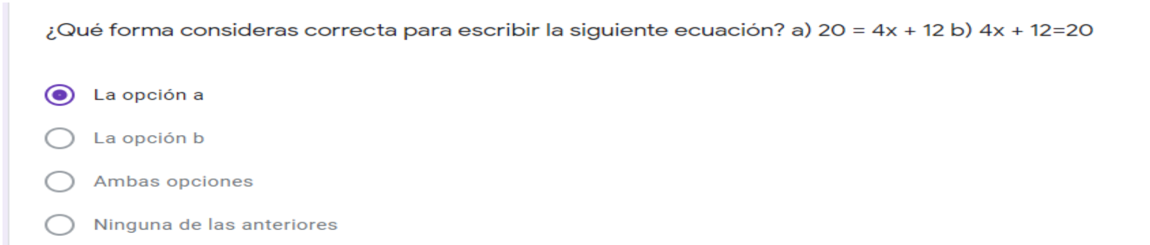


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

De igual manera, A13 y A15 seleccionaron una sola opción, en este caso la opción a (véase la imagen 16).

Imagen 16.

Aplicabilidad del significado del signo igual empleado en una ecuación.


¿Qué forma consideras correcta para escribir la siguiente ecuación? a) 20 = 4x + 12 b) 4x + 12=20

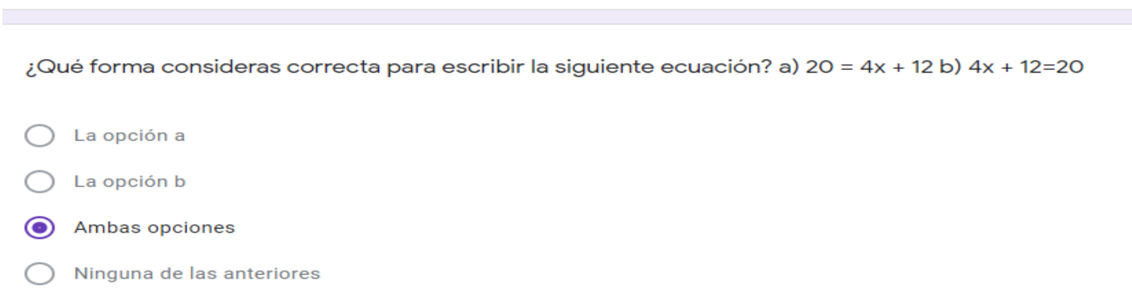
- La opción a
- La opción b
- Ambas opciones
- Ninguna de las anteriores

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A7, que fue el único que seleccionó que la respuesta eran las dos opciones, considerando que la ecuación se puede escribir de las dos maneras (véase la imagen 17) teniendo en cuenta que, al resolverla se obtiene la misma solución. Además, la incógnita puede estar al lado izquierdo o derecho del signo, e incluso en ambos lados.

Imagen 17.

Aplicabilidad del significado del signo igual empleado en una ecuación.


¿Qué forma consideras correcta para escribir la siguiente ecuación? a) 20 = 4x + 12 b) 4x + 12=20

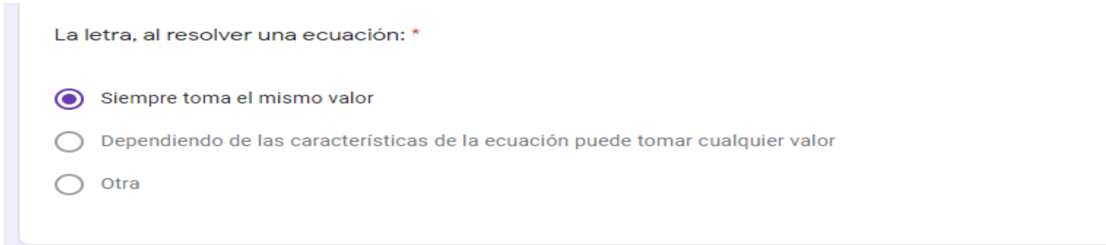
- La opción a
- La opción b
- Ambas opciones
- Ninguna de las anteriores

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado. En relación al significado de la letra al resolver una ecuación, A1, A2 y A11 respondieron que ésta siempre toma el mismo valor (véase la imagen 18). Esta situación, evidencia que los estudiantes no consideran la letra como número generalizado (la letra dependiendo de las características que tenga la ecuación toma un respectivo valor).

Imagen 18.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.

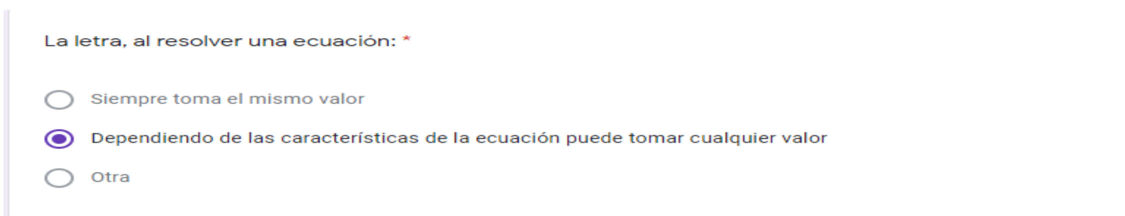


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por el contrario, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A13, A14 y A15 seleccionaron la respuesta (la letra al resolver una ecuación toma cualquier valor, dependiendo de las características de la ecuación que se plantee (Kuchemann, 1978)) como se puede observar en la imagen 19.

Imagen 19.

Significado de la letra como número generalizado.

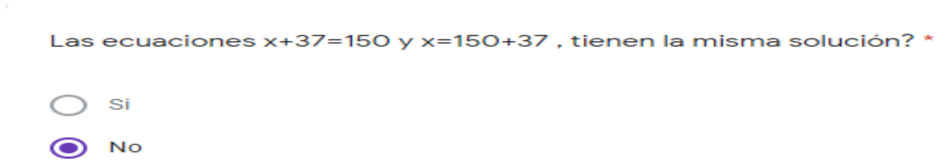


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En la pregunta ¿Las ecuaciones $x + 37 = 150$ y $x = 150 + 37$, tienen la misma solución? A1, A2, A6, A9, A10, A12, A13, A14 y A15 seleccionaron la respuesta (las ecuaciones no tienen la misma solución) como se observa en la imagen 20, porque al despejar x se tiene que toma valores diferentes en cada una de ellas.

Imagen 20.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.

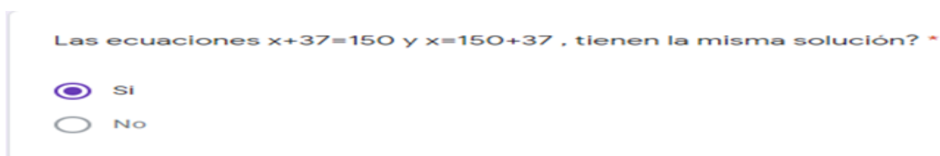


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Sin embargo, A3, A4, A5, A7, A8 y A11, respondieron que las ecuaciones tienen la misma solución (véase la imagen 21).

Imagen 21.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.

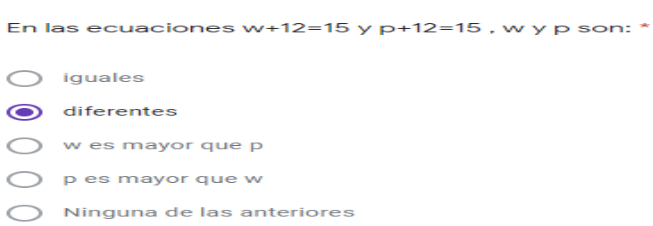


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En relación a la pregunta ¿En las ecuaciones $w + 12 = 15$ y $p + 12 = 15$,w y p son? A1 y A5 respondieron que son diferentes, como se puede observar en la imagen 22, sin tener en cuenta que, al despejar las incógnitas en cada una de las ecuaciones, w y p toman el mismo valor.

Imagen 22.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.

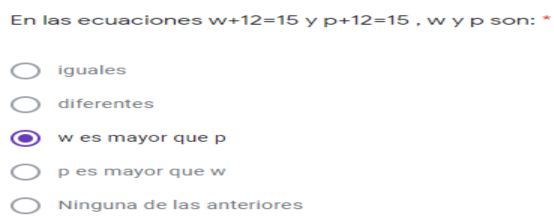


Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

De igual manera, A2 y A11, consideran que w es mayor que p (véase la imagen 23).

Imagen 23.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.


En las ecuaciones w+12=15 y p+12=15 , w y p son: *

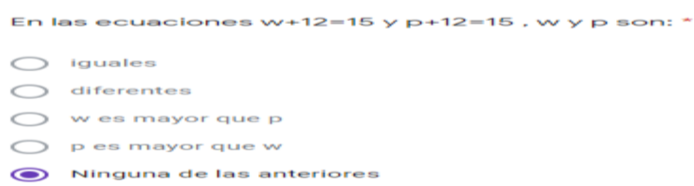
- iguales
- diferentes
- w es mayor que p
- p es mayor que w
- Ninguna de las anteriores

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A12 considera que w y p, en las ecuaciones $w + 12 = 15$ y $p + 12 = 15$, no son ni iguales, ni diferentes, ni uno mayor que otro (véase la imagen 24).

Imagen 24.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.


En las ecuaciones w+12=15 y p+12=15 , w y p son: *

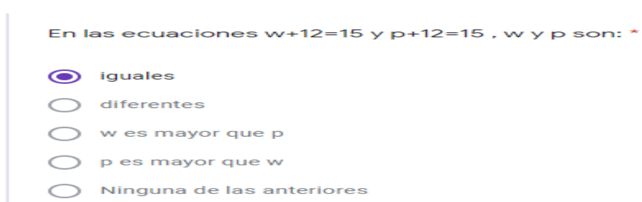
- iguales
- diferentes
- w es mayor que p
- p es mayor que w
- Ninguna de las anteriores

Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A13, A14 y A15 que seleccionaron que en las ecuaciones $w + 12 = 15$ y $p + 12 = 15$, w y p son iguales (véase la imagen 25). Al respecto, si se despeja en cada una de las ecuaciones w y p toman el mismo valor.

Imagen 25.

Interpretación del significado de la letra como número generalizado.


En las ecuaciones w+12=15 y p+12=15 , w y p son: *

- iguales
- diferentes
- w es mayor que p
- p es mayor que w
- Ninguna de las anteriores

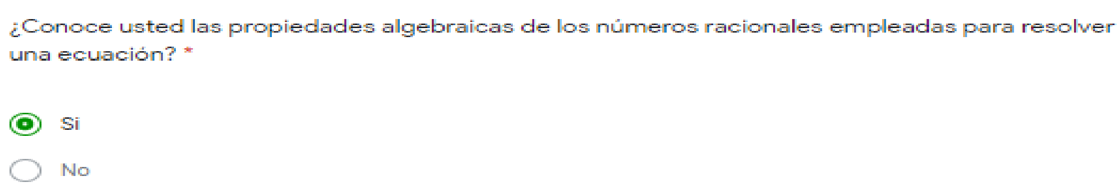
Nota. Captura de la prueba diagnóstica tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Solución de tareas de aplicación y diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales. Se describen los conocimientos previos para la solución de tareas sobre la aplicación y diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales:

Reconocimiento de las propiedades algebraicas. En relación a la pregunta ¿Conoce usted las propiedades algebraicas de los números racionales empleadas para resolver una ecuación? se tiene que A19, A1, A21, A17, A22, A4, A16, A20, A10 y A6 conocían las propiedades algebraicas de los números racionales (asociativa, conmutativa, existencia de elemento neutro, existencia de elemento opuesto e inverso, y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma) previamente recordadas en la asesoría; cómo se puede observar en la imagen 26.

Imagen 26.

Afirmación realizada por algunos estudiantes de conocer las propiedades algebraicas de los números racionales.

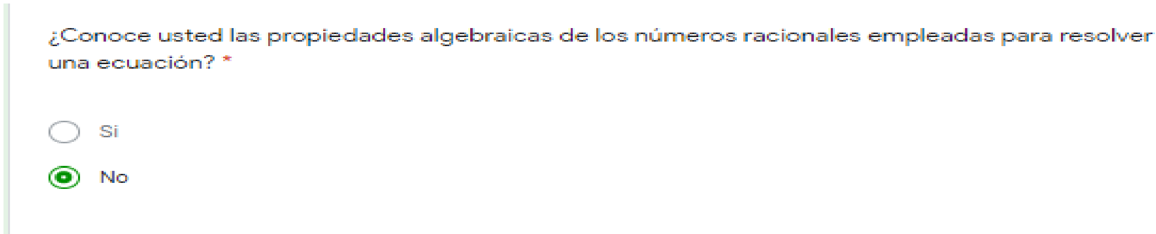


Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A19, A18, A8, A18 y A10 que no recordaban las propiedades algebraicas de los números racionales (véase la imagen 27) previamente recordadas en la asesoría.

Imagen 27.

Afirmación realizada por algunos estudiantes de conocer las propiedades algebraicas de los números racionales.


¿Conoce usted las propiedades algebraicas de los números racionales empleadas para resolver una ecuación? *

Si

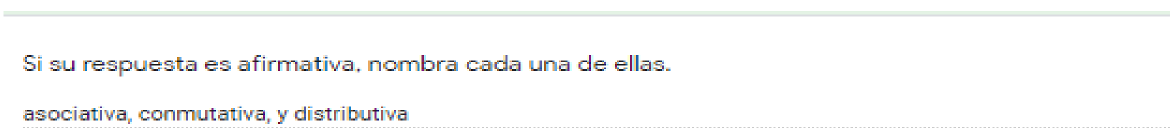
No

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Con respecto a la pregunta (si su respuesta en la pregunta ¿Conoce usted las propiedades algebraicas de los números racionales empleadas para resolver una ecuación? es afirmativa, nombra cada una de ellas) se tiene que A19, A19, A18, A8, A18 y A10 no respondieron nada, puesto que, en la primera pregunta seleccionaron la respuesta que afirmaba que no conocían las propiedades algebraicas de los números racionales. En cambio, el estudiante A1 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: “la propiedad asociativa, conmutativa y distributiva” (véase la imagen 28).

Imagen 28.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A1.


Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

asociativa, conmutativa, y distributiva

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A21 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conoce son: “la propiedad asociativa, conmutativa, existencia del elemento neutro y elemento opuesto”, como se observa en la imagen 29.

Imagen 29.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A21.

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

Asociativa, conmutativa, elemento neutra, elemento opuesto.

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A17 afirmó que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son:” la propiedad conmutativa, existencia de elemento neutro y considera que la multiplicación de fracciones también es una propiedad” (véase la imagen 30).

Imagen 30.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A17.

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

conmutativa el elemento neutro y fracciones de multiplicacion

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

El estudiante A22 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: “la propiedad asociativa, conmutativa, existencia del elemento neutro e inverso y la propiedad distributiva” (véase la imagen 31).

Imagen 31.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A22.

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

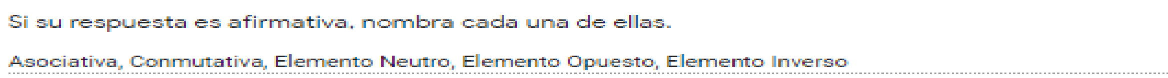
asociativa, conmutativa, elemento neutro, elemento inverso, distributiva

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A4 afirmó que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: “la propiedad asociativa, conmutativa, existencia del elemento neutro, inverso y opuesto” (véase la imagen 32).

Imagen 32.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A4.

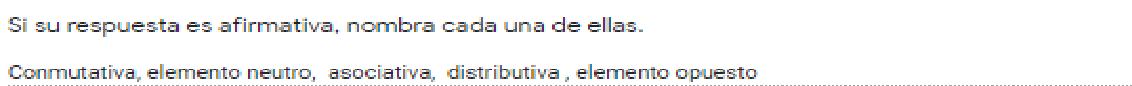

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.
Asociativa, Conmutativa, Elemento Neutro, Elemento Opuesto, Elemento Inverso

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

La estudiante A16 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: “la propiedad conmutativa, distributiva, asociativa, existencia del elemento neutro y opuesto” (véase la imagen 33).

Imagen 33.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A16.

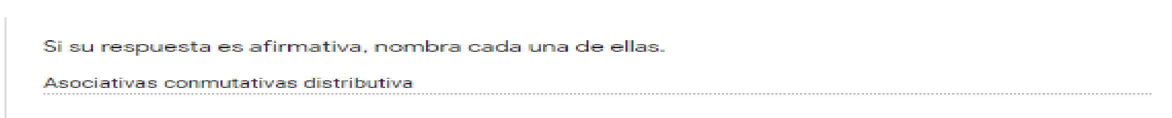

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.
Conmutativa, elemento neutro, asociativa, distributiva , elemento opuesto

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A20 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: “la propiedad asociativa, conmutativa y distributiva”, cómo se puede observar en la imagen 34.

Imagen 34.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A20


Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.
Asociativas conmutativas distributiva

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

La estudiante A10 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: "la propiedad asociativa, conmutativa y existencia del elemento neutro", como se ilustra en la imagen 35.

Imagen 35.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A10.

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

Conozco algunos: Neutro, Asociativa o comunicativa.

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A6 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales que conocía son: "la propiedad asociativa, conmutativa, distributiva, existencia del elemento neutro y existencia del elemento opuesto" (véase la imagen 36).

Imagen 36.

Propiedades algebraicas de los números racionales que recuerda A6.

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

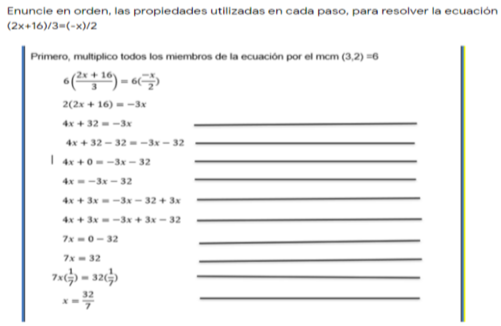
Asociativa,conmutativa,Existencia de elementos neutro ,existencia de elementos opuestos y propiedad distributiva

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Con respecto a la pregunta (enuncie en orden, las propiedades utilizadas en cada paso, para resolver la ecuación ($\frac{2x+16}{3} = \frac{(-x)}{2}$)), A19 no dio ninguna respuesta, como se puede observar en la imagen 37.

Imagen 37.

Pasos para resolver la ecuación propuesta.



Enuncie en orden, las propiedades utilizadas en cada paso, para resolver la ecuación (2x+16)/3=(-x)/2

Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$$6\left(\frac{2x+16}{3}\right)=6\left(\frac{-x}{2}\right)$$

$$2(2x+16)=-3x$$

$$4x+32=-3x$$

$$4x+32-32=-3x-32$$

$$4x+0=-3x-32$$

$$4x=-3x-32$$

$$4x+3x=-3x-32+3x$$

$$4x+3x=-3x+3x-32$$

$$7x=0-32$$

$$7x=32$$

$$7x\left(\frac{1}{7}\right)=32\left(\frac{1}{7}\right)$$

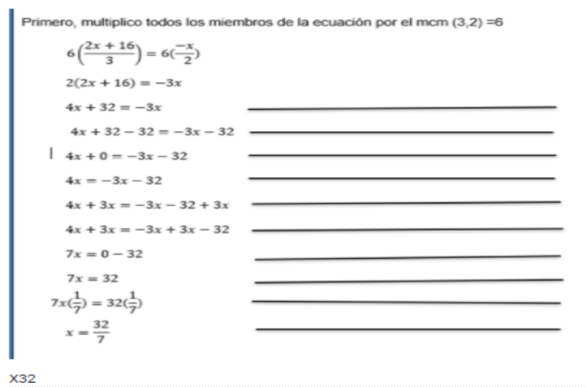
$$x=\frac{32}{7}$$

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

El estudiante A1 no mencionó ninguna propiedad algebraica de los números racionales, y dedujo un valor de los anteriores $(x32)$ (véase la imagen 38).

Imagen 38.

Respuesta a la pregunta dada por A1.



Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$$6\left(\frac{2x+16}{3}\right)=6\left(\frac{-x}{2}\right)$$

$$2(2x+16)=-3x$$

$$4x+32=-3x$$

$$4x+32-32=-3x-32$$

$$4x+0=-3x-32$$

$$4x=-3x-32$$

$$4x+3x=-3x-32+3x$$

$$4x+3x=-3x+3x-32$$

$$7x=0-32$$

$$7x=32$$

$$7x\left(\frac{1}{7}\right)=32\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$x=\frac{32}{7}$$

X32

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

La estudiante A19 respondió, que la formulación de la pregunta no fue clara, para poder dar respuesta a la misma (véase la imagen 39).

Imagen 39.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A19

Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$$
$$2(2x+16) = -3x$$
$$4x+32 = -3x$$
$$4x+32-32 = -3x-32$$
$$4x+0 = -3x-32$$
$$4x = -3x-32$$
$$4x+3x = -3x-32+3x$$
$$4x+3x = -3x+3x-32$$
$$7x = 0-32$$
$$7x = 32$$
$$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$$
$$x = \frac{32}{7}$$

Profe no entendí muy bien :(((

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A21 respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales correspondientes a las primeras cuatro líneas, para dar solución a la ecuación eran: “la propiedad conmutativa, existencia del elemento neutro, asociativa y elemento inverso respectivamente” (véase la imagen 40).

Imagen 40.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A21.

Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$$
$$2(2x+16) = -3x$$
$$4x+32 = -3x$$
$$4x+32-32 = -3x-32$$
$$4x+0 = -3x-32$$
$$4x = -3x-32$$
$$4x+3x = -3x-32+3x$$
$$4x+3x = -3x+3x-32$$
$$7x = 0-32$$
$$7x = 32$$
$$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$$
$$x = \frac{32}{7}$$

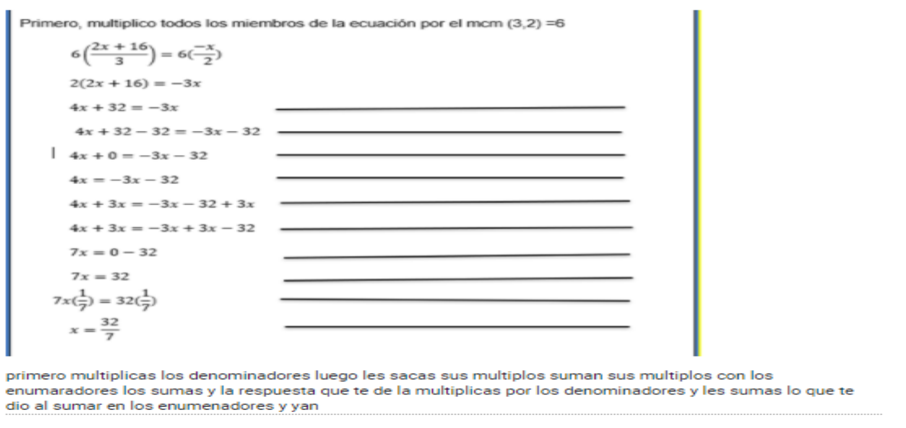
La conmutativa, elemento neutro, asociativa, elemento inverso

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A17 afirmó que “primero multiplicas los denominadores luego les sacas sus múltiplos suman sus múltiplos con los enumeradores los sumas y la respuesta que te de la multiplicas por los denominadores y les sumas lo que te dio en los enumeradores y ya” (véase la imagen 41).

Imagen 41.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A17


Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

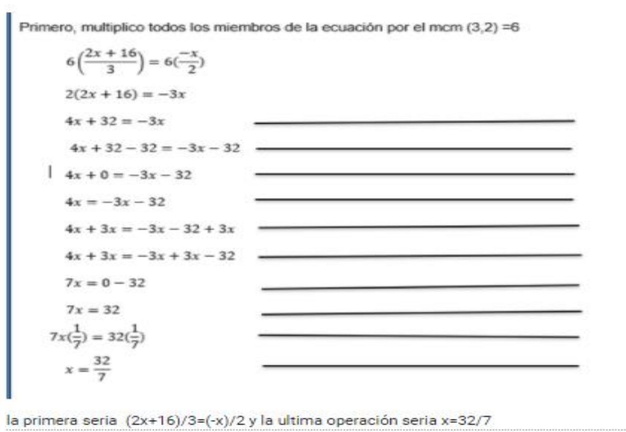
primero multiplicas los denominadores luego les sacas sus multiplos suman sus multiplos con los enumaradores los sumas y la respuesta que te de la multiplicas por los denominadores y les sumas lo que te dio al sumar en los enumenadores y yan

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A22 interpretó la pregunta de una forma diferente, transcribiendo la primera y la última igualdad, como se puede observar en la imagen 42.

Imagen 42.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A22.


Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

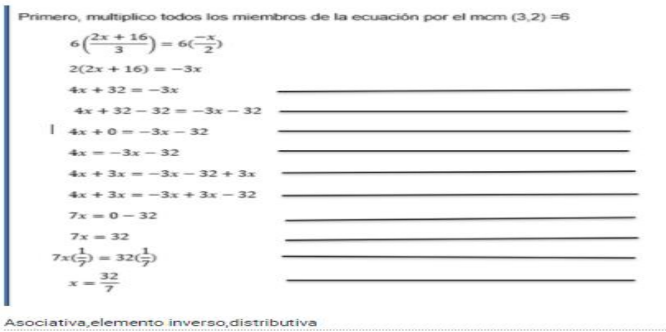
la primera seria (2x+16)/3=(-x)/2 y la ultima operación seria x=32/7

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

El estudiante A18, respondió que las propiedades algebraicas de los números racionales correspondientes a las primeras tres líneas (pasos para dar solución a la ecuación) eran: "la propiedad asociativa, existencia del elemento inverso y la propiedad distributiva" (véase la imagen 43).

Imagen 43.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A18.

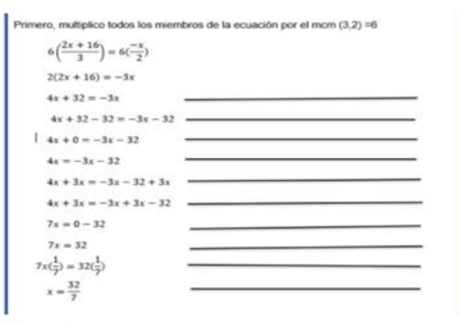


Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Además, A18 dio otra respuesta a la misma pregunta, donde lo único que la diferencia de la primera, es que en el lugar del elemento inverso escribió elemento opuesto (véase la imagen 44).

Imagen 44.

Otra respuesta dada a la pregunta por parte de A18.

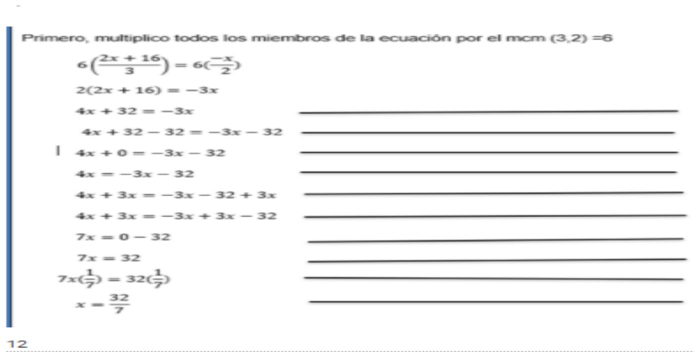


Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A8 dio como respuesta el número 12, interpretando la pregunta de una manera diferente (véase la imagen 45).

Imagen 45.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A8.



Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

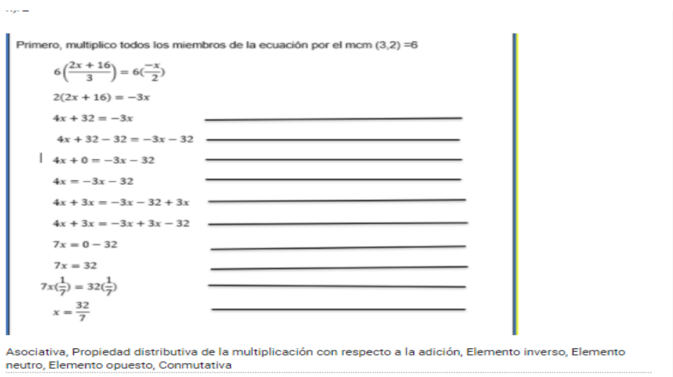
12

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A4 nombró las propiedades algebraicas de los números racionales, coincidiendo en ese orden con las propiedades aplicadas en la línea 4, 5,6 (véase la imagen 46).

Imagen 46.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A4.



Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

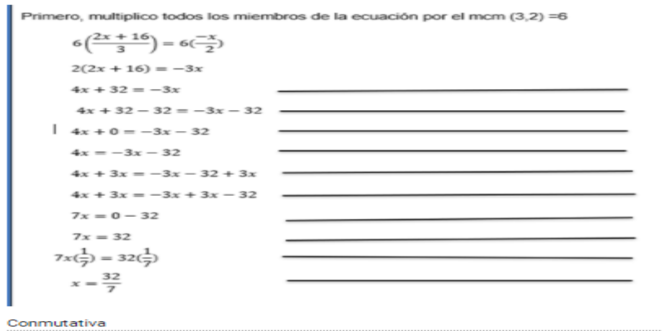
Asociativa, Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, Elemento inverso, Elemento neutro, Elemento opuesto, Conmutativa

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A16 consideró que la propiedad algebraica de los números racionales correspondiente a la primera línea es la propiedad conmutativa (véase la imagen 47).

Imagen 47.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A16.


Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6(\frac{-x}{2})$

$2(2x+16) = -3x$

$4x+32=-3x$

$4x+32-32=-3x-32$

$4x+0=-3x-32$

$4x=-3x-32$

$4x+3x=-3x-32+3x$

$4x+3x=-3x+3x-32$

$7x=0-32$

$7x=32$

$7x(\frac{1}{7})=32(\frac{1}{7})$

$x=\frac{32}{7}$

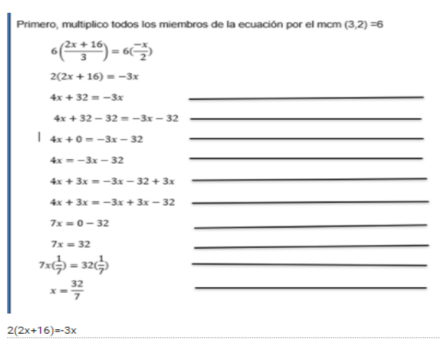
Conmutativa

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A10 interpretó la pregunta de una manera diferente, por lo que respondió una expresión algebraica, de los pasos requeridos para solucionar la ecuación en las dos respuestas dadas a la misma; cómo se puede observar en la imagen 48 y 49.

Imagen 48.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A10.


Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6(\frac{-x}{2})$

$2(2x+16) = -3x$

$4x+32=-3x$

$4x+32-32=-3x-32$

$4x+0=-3x-32$

$4x=-3x-32$

$4x+3x=-3x-32+3x$

$4x+3x=-3x+3x-32$

$7x=0-32$

$7x=32$

$7x(\frac{1}{7})=32(\frac{1}{7})$

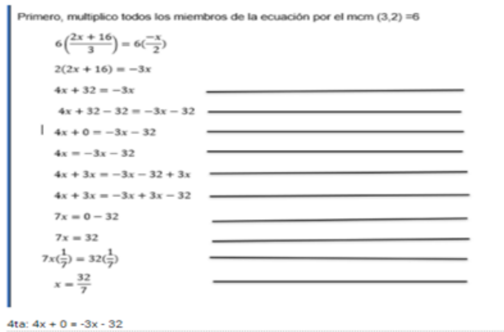
$x=\frac{32}{7}$

2(2x+16)=-3x

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Imagen 49.

Otra respuesta dada a la pregunta por parte de A10.



Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

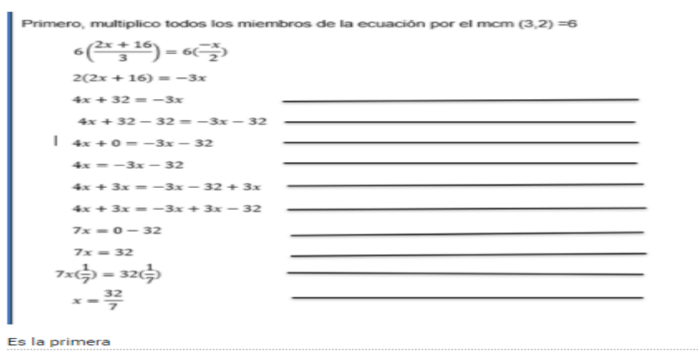
4ta: 4x + 0 = -3x - 32

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A20 afirma que es "la primera" (véase la imagen 50) pero no se sabe a qué hace referencia con su respuesta.

Imagen 50.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A20.



Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

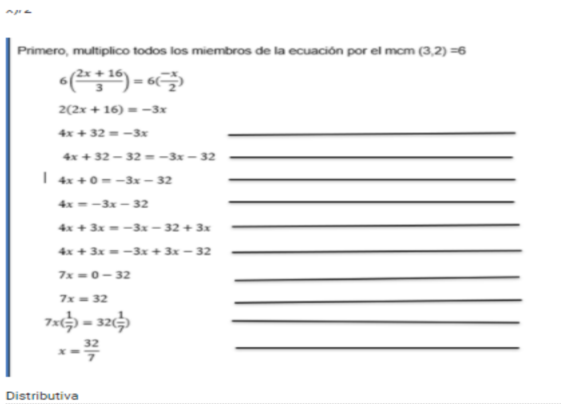
Es la primera

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por último, A6 consideró que la propiedad algebraica de los números racionales correspondiente a la primera línea, era "la propiedad distributiva" (véase la imagen 51).

Imagen 51.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A6,



Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

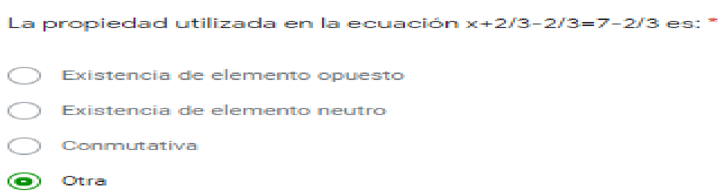
Distributiva

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Diferenciación de las propiedades algebraicas. Con respecto a la pregunta ¿la propiedad utilizada en la ecuación $\frac{x+2}{3} - \frac{2}{3} = 7 - \frac{2}{3}$ es? A19, A21, A22, A18 y A18 seleccionaron la opción "otra" (véase la imagen 52).

Imagen 52.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.



La propiedad utilizada en la ecuación x+2/3-2/3=7-2/3 es: *

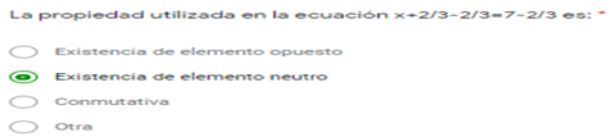
- Existencia de elemento opuesto
- Existencia de elemento neutro
- Conmutativa
- Otra

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

De igual manera, A1, A19, A20, A10 y A6 seleccionaron que la propiedad utilizada en la ecuación era la existencia de elemento neutro (véase la imagen 53).

Imagen 53.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.



La propiedad utilizada en la ecuación x+2/3-2/3=7-2/3 es: *

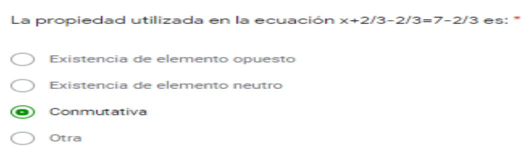
- Existencia de elemento opuesto
- Existencia de elemento neutro
- Conmutativa
- Otra

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A17, A4 y A10 seleccionaron que la propiedad utilizada en la ecuación era la propiedad conmutativa; obsérvese la imagen 54.

Imagen 54.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.



La propiedad utilizada en la ecuación x+2/3-2/3=7-2/3 es: *

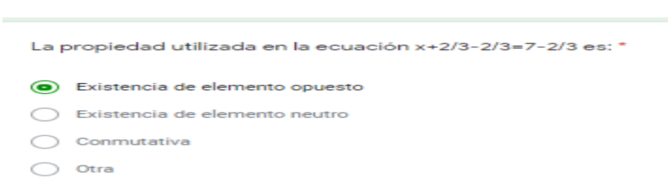
- Existencia de elemento opuesto
- Existencia de elemento neutro
- Conmutativa
- Otra

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A8 y A16 que la propiedad que se estaba utilizando en la ecuación $\frac{x+2}{3} - \frac{2}{3} = 7 - \frac{2}{3}$ era la propiedad de existencia del elemento opuesto (véase la imagen 55).

Imagen 55.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales aplicadas en una ecuación.



La propiedad utilizada en la ecuación x+2/3-2/3=7-2/3 es: *

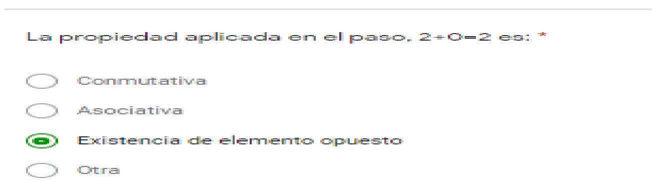
- Existencia de elemento opuesto
- Existencia de elemento neutro
- Conmutativa
- Otra

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En la pregunta ¿la propiedad aplicada en el paso, $2 + 0 = 2$ es? A19, A19, A17 y A4 seleccionaron que la propiedad que se aplicó fue la existencia de elemento opuesto (véase la imagen 56).

Imagen 56.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.

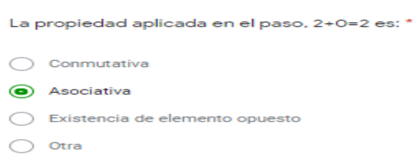


Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A1, A21, A10 y A10 seleccionaron que la propiedad aplicada en el paso era, la asociativa (véase la imagen 57).

Imagen 57.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.

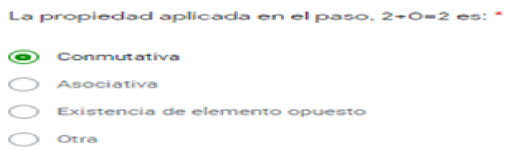


Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A8, A16 y A20 seleccionaron la propiedad conmutativa (véase la imagen 58).

Imagen 58.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.


La propiedad aplicada en el paso. 2+0=2 es: *

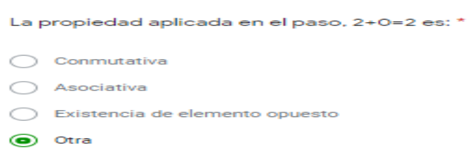
- (•) Conmutativa
- ( ) Asociativa
- ( ) Existencia de elemento opuesto
- ( ) Otra

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por el contrario, A22, A18, A18 y A6 seleccionaron la opción “otra” (véase la imagen 59), puesto que, la propiedad aplicada en el paso $2 + 0 = 2$ es la propiedad de existencia del elemento neutro; sin embargo, esta no está dentro de las opciones.

Imagen 59.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.


La propiedad aplicada en el paso. 2+0=2 es: *

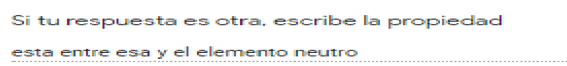
- ( ) Conmutativa
- ( ) Asociativa
- ( ) Existencia de elemento opuesto
- (•) Otra

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Con respecto a la pregunta (Si tu respuesta es otra, escribe la propiedad:) se tiene que solo debían dar respuesta los estudiantes que en la anterior pregunta seleccionaron la opción “otra”. Sin embargo, hubo alumnos que, aunque no seleccionaron esa respuesta, dieron respuesta a la misma. Por ejemplo, A17 afirma que la respuesta está entre la existencia del elemento opuesto (respuesta seleccionada en el interrogante anterior) o la existencia del elemento neutro (véase la imagen 60).

Imagen 60.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A17

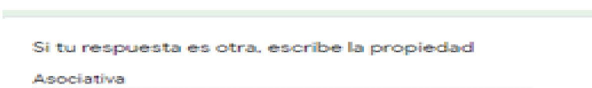

Si tu respuesta es otra, escribe la propiedad
esta entre esa y el elemento neutro

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

De la misma manera A10, dio como respuesta la misma propiedad seleccionada en la pregunta anterior (véase la imagen 61).

Imagen 61.

Respuesta dada a la pregunta, por parte de A10.

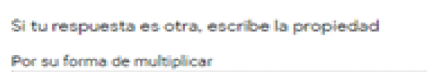

Si tu respuesta es otra, escribe la propiedad
Asociativa

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por su parte, A20 no había seleccionado la opción otra en la pregunta anterior, pero dio como respuesta "por su forma de multiplicar", lo cual era la justificación de la opción seleccionada (véase la imagen 62).

Imagen 62.

Respuesta dada a la pregunta, por parte de A20.

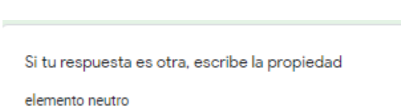

Si tu respuesta es otra, escribe la propiedad
Por su forma de multiplicar

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En cambio, A22, A18, A18 y A6 respondieron que la propiedad aplicada en el paso $2 + 0 = 2$ es la propiedad de existencia del elemento neutro (véase la imagen 63).

Imagen 63.

Respuesta de la pregunta.

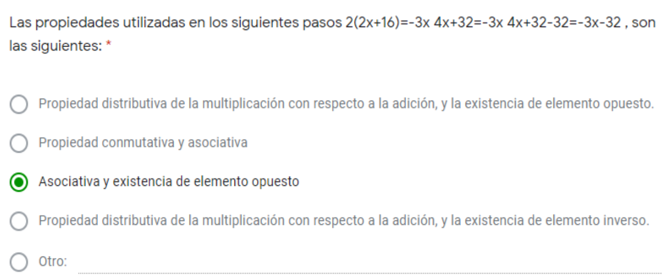

Si tu respuesta es otra, escribe la propiedad
elemento neutro

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Con respecto a la pregunta (Las propiedades utilizadas en los siguientes pasos $2(2x + 16) = -3x\ 4x + 32 = -3x\ 4x + 32 - 32 = -3x - 32$, son las siguientes:) A19, A1, A18, A16 y A18 seleccionaron la propiedad asociativa y existencia de elemento opuesto (véase la imagen 64).

Imagen 64.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.



Las propiedades utilizadas en los siguientes pasos 2(2x+16)=-3x 4x+32=-3x 4x+32-32=-3x-32 , son las siguientes: *

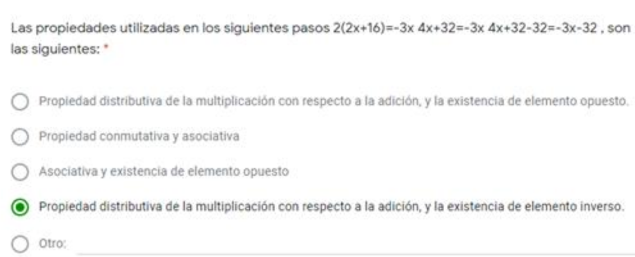
- ○ Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento opuesto.
- ○ Propiedad conmutativa y asociativa
- ◉ Asociativa y existencia de elemento opuesto
- ○ Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento inverso.
- ○ Otro:

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por su parte, A17 seleccionó la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición y la existencia de elemento inverso (véase la imagen 65).

Imagen 65.

Respuesta dada a la pregunta, por parte de A17.



Las propiedades utilizadas en los siguientes pasos 2(2x+16)=-3x 4x+32=-3x 4x+32-32=-3x-32 , son las siguientes: *

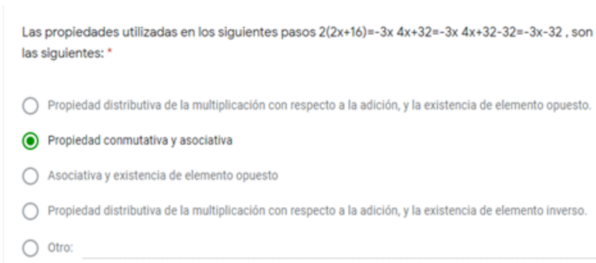
- ○ Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento opuesto.
- ○ Propiedad conmutativa y asociativa
- ○ Asociativa y existencia de elemento opuesto
- ◉ Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento inverso.
- ○ Otro:

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A8 seleccionó la propiedad conmutativa y asociativa (véase la imagen 66).

Imagen 66.

Respuesta dada a la pregunta, por parte de A8.



Las propiedades utilizadas en los siguientes pasos 2(2x+16)=-3x 4x+32=-3x 4x+32-32=-3x-32 , son las siguientes: *

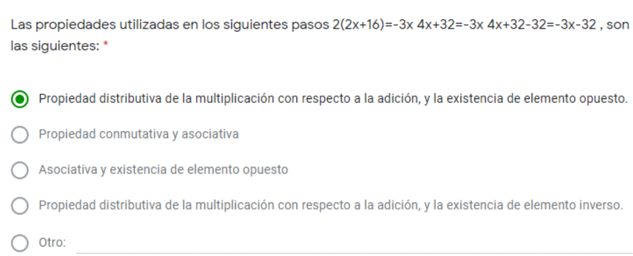
- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento opuesto.
- Propiedad conmutativa y asociativa
- Asociativa y existencia de elemento opuesto
- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento inverso.
- Otro:

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

En cambio, A19, A21, A22, A4, A10, A20, A10 y A6 seleccionaron que las propiedades utilizadas en los pasos $2(2x+16)=-3x\ 4x+32=-3x\ 4x+32-32=-3x-32$ son la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición y la propiedad existencia del elemento opuesto (véase la imagen 67).

Imagen 67.

Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales.



Las propiedades utilizadas en los siguientes pasos 2(2x+16)=-3x 4x+32=-3x 4x+32-32=-3x-32 , son las siguientes: *

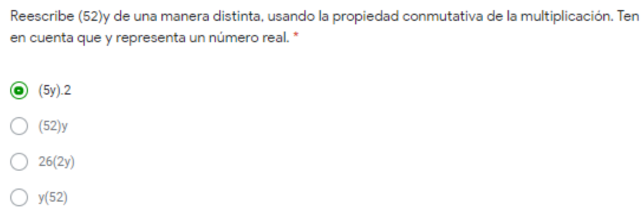
- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento opuesto.
- Propiedad conmutativa y asociativa
- Asociativa y existencia de elemento opuesto
- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento inverso.
- Otro:

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Aplicación de las propiedades algebraicas. Con respecto a la pregunta (Reescribe $(52)y$ de una manera distinta, usando la propiedad conmutativa de la multiplicación. Ten en cuenta que y representa un número real) A19, A1, A19, A22, A4 y A20 seleccionaron $(5y).2$ (véase la imagen 68). Esta situación evidencia, que no tienen claras las propiedades algebraicas de los números racionales, entre ellas la propiedad conmutativa.

Imagen 68.

Respuesta a la pregunta, dada por algunos estudiantes.


Reescribe (52)y de una manera distinta, usando la propiedad conmutativa de la multiplicación. Ten en cuenta que y representa un número real. *

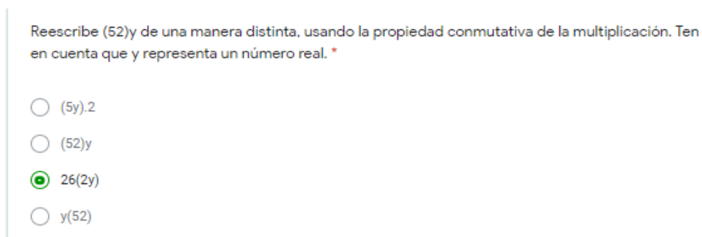
- (5y).2
- (52)y
- 26(2y)
- y(52)

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Por su parte, A21 seleccionó $26(2y)$ (véase la imagen 69), no aplica la propiedad conmutativa, sino que escribe la expresión de una manera diferente.

Imagen 69.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A21.


Reescribe (52)y de una manera distinta, usando la propiedad conmutativa de la multiplicación. Ten en cuenta que y representa un número real. *

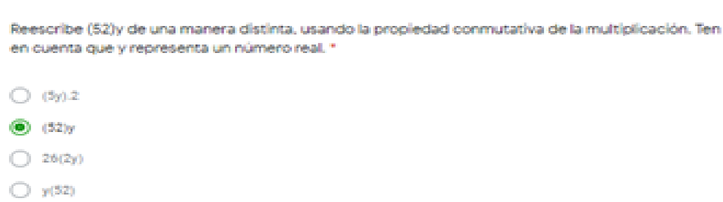
- (5y).2
- (52)y
- 26(2y)
- y(52)

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A6 seleccionó $(52)y$, dejando la expresión de la misma manera (véase la imagen 70).

Imagen 70.

Respuesta dada a la pregunta por parte de A6.


Reescribe (52)y de una manera distinta, usando la propiedad conmutativa de la multiplicación. Ten en cuenta que y representa un número real. *

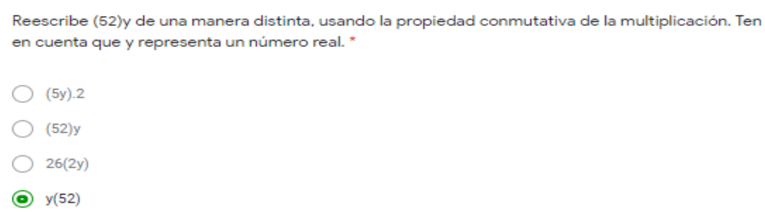
- (5y).2
- (52)y
- 26(2y)
- y(52)

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

A diferencia de A17, A18, A8, A16, A18, A10 y A10 que seleccionaron que $(52)y$ se puede reescribir aplicando la propiedad conmutativa como $y(52)$ (véase la imagen 71).

Imagen 71.

Uso de la propiedad conmutativa.



Reescribe (52)y de una manera distinta, usando la propiedad conmutativa de la multiplicación. Ten en cuenta que y representa un número real. *

- ( ) (5y).2
- ( ) (52)y
- ( ) 26(2y)
- (•) y(52)

Nota. Captura de la Encuesta tomada del formulario de Google. Fuente propia.

Examinado técnicas utilizadas por los estudiantes para la solución de tareas.

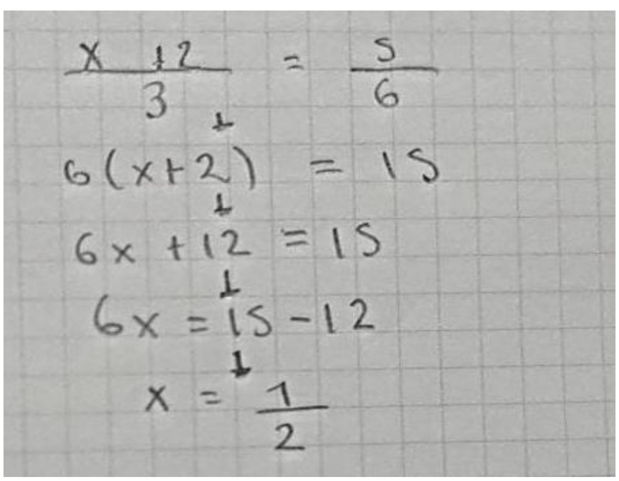
A continuación, se presentan las técnicas que usaron los estudiantes para resolver cada una de las tareas propuestas en la guía de aprendizaje, en las clases virtuales y en las asesorías extra clases.

Técnicas de solución de tareas de ecuaciones lineales con números racionales cuando los denominadores son distintos. Se describen cuatro técnicas identificadas en los estudiantes para la solución de tareas de ecuaciones lineales cuando los denominadores son distintos:

Técnica de la multiplicación en cruz. La estudiante A10 para resolver la ecuación $\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}$ multiplicó el numerador de la primera fracción algebraica con el denominador de la segunda fracción y el denominador de la primera con el numerador de la segunda fracción; aplicó la propiedad distributiva del producto con respecto a la suma y realizó la transposición de términos, llegando a la solución de la ecuación, como se observa en la imagen 72.

Imagen 72.

Técnica utilizada por A10 para la solución de la tarea.

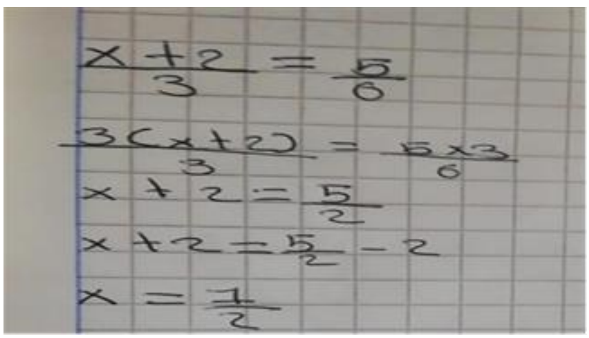


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Técnica de multiplicación por el mismo valor. Al resolver la ecuación $\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}$, A28 multiplicó a ambos lados del signo igual por el mismo número, sin alterar los términos de la ecuación, simplificó las fracciones y sumó el opuesto aditivo de 2 en el lado derecho de la ecuación y no en ambos lados de la misma; sin embargo, llega a la solución de la ecuación (véase la imagen 73)

Imagen 73.

Técnica utilizada por A28 para la solución de la tarea.

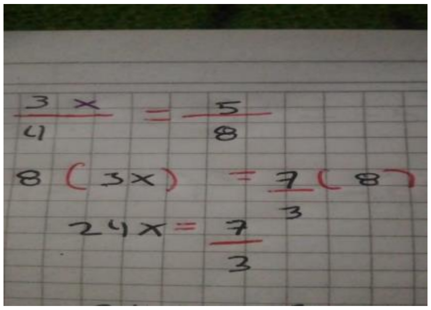


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp.

Del mismo modo, para resolver la ecuación $\frac{3}{4}x = \frac{5}{8}$, A6 multiplicó por el mismo valor cada uno de los términos de la ecuación, cambió el numerador de la fracción del lado derecho de la misma y omitió el número 8 que es un factor de la fracción, cómo se puede observar en la imagen 74.

Imagen 74.

Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.

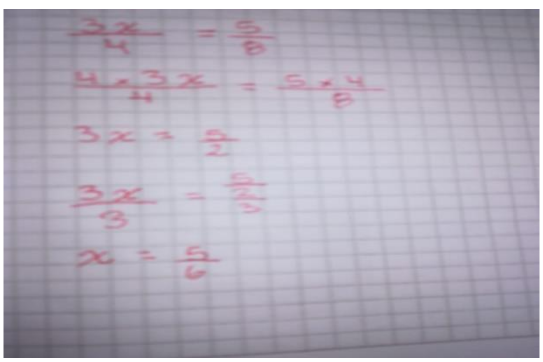


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Así mismo, A16 multiplicó a ambos lados del signo igual por el mismo número, sin alterar la ecuación e hizo las operaciones correspondientes como la multiplicación de números racionales, hasta despejar la incógnita (véase la imagen 75).

Imagen 75.

Técnica utilizada por A16 para la solución de la tarea.

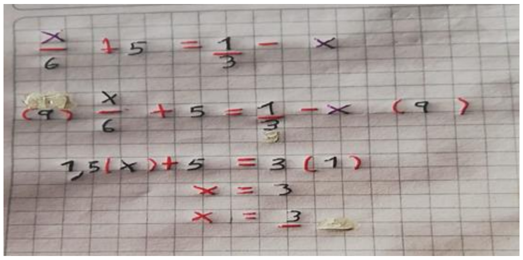


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De igual manera, para resolver la ecuación $\frac{x}{6} + 5 = \frac{1}{3} - x$, A6 multiplicó por el mismo número algunos términos de la ecuación, luego, realizó las respectivas operaciones, donde al lado derecho de la igualdad omitió la incógnita x que estaba restando y apareció en su lugar el número 1, finalmente, llegó a que la solución de la ecuación es 3 (véase la imagen 76).

Imagen 76.

Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.

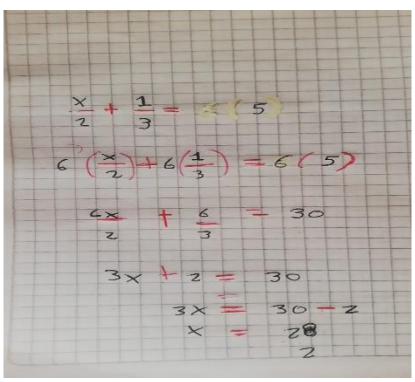


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De modo similar, A6 para solucionar la ecuación $\frac{x}{2}+\frac{1}{3}=5$, multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por el mismo número y realizó las operaciones respectivas como la multiplicación de números racionales y operaciones entre términos semejantes; sin embargo, no llegó a la solución de la misma (véase la imagen 77) debido a que, al despejar la incógnita cambió el tres por un dos y no escribió la línea que separa el numerador y denominador de la fracción.

Imagen 77.

Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.

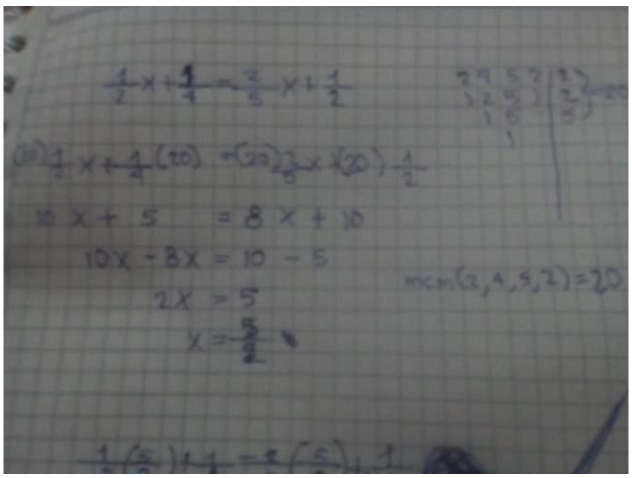


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Técnica del mínimo común múltiplo. Para hallar la solución de la ecuación $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}$, A5 halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor, luego, realizó adecuadamente las operaciones respectivas como la multiplicación de números racionales, operaciones entre términos semejantes y despejó la incógnita, llegando a la solución de la ecuación (véase la imagen 78) además, verificó la solución de la misma (véase la imagen 79) reemplazándola en la ecuación original y realizando las respectivas operaciones como suma y resta entre números racionales, hasta obtener una igualdad.

Imagen 78.

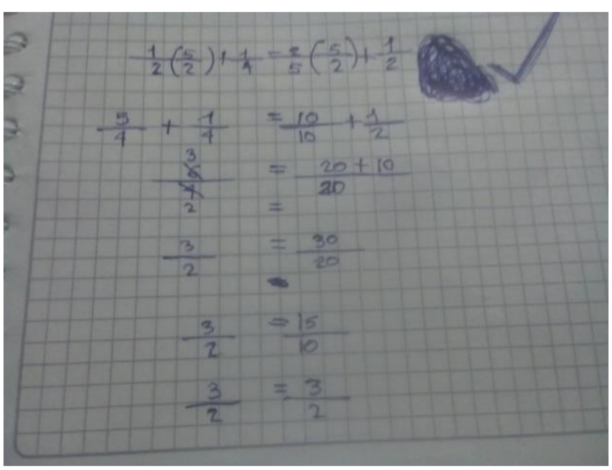
Técnica utilizada por A5 para la solución de la tarea.



Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Imagen 79.

Comprobación realizada por A5 para la solución de la tarea.

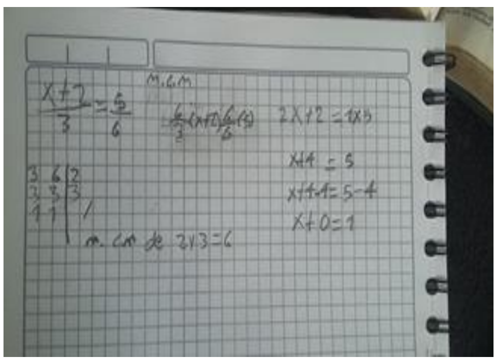


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Del mismo modo, A18 para resolver la ecuación $\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}$, halló el mínimo común múltiplo y lo multiplicó a cada uno de los términos de la ecuación eliminando los denominadores, luego, al operar $\frac{6}{3}(x+2) = \frac{5}{6}(6)$ obtuvo que era igual a $2x + 2 = 5$ (véase la imagen 80) sin tener en cuenta que el 2 multiplica toda la expresión que está dentro del paréntesis, por lo que le debería haber dado como resultado $2x + 4 = 5$ para que al despejar la incógnita hubiese llegado a la solución $x = \frac{1}{2}$.

Imagen 80.

Técnica utilizada por A18 para la solución de la tarea.

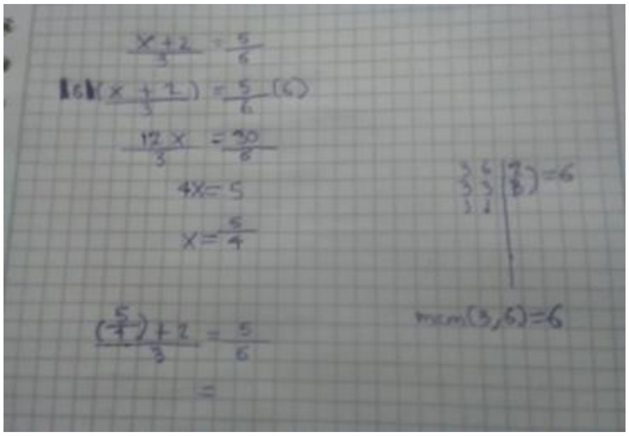


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Así mismo, A5 halló el m.c.m y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por el valor obtenido, luego, al operar $(6)\frac{x+2}{3}$ multiplica el 6 por el 2, sin tener en cuenta que también se multiplica a la incógnita x; además, multiplicó ese resultado 12 con la letra (véase la imagen 81).

Imagen 81.

Técnica utilizada por A5 para la solución de la tarea.



Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De igual manera, A6 halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por el valor obtenido, luego, al operar $(6)\frac{x+2}{3}$ multiplicó inicialmente, 6 por 2 , luego, el resultado por la incógnita x, por último, $12x$ por el denominador de la expresión; del mismo modo, al operar $(6)\frac{5}{6}$ multiplicó 6 por el numerador y denominador de la fracción (véase la imagen 82).

Imagen 82.

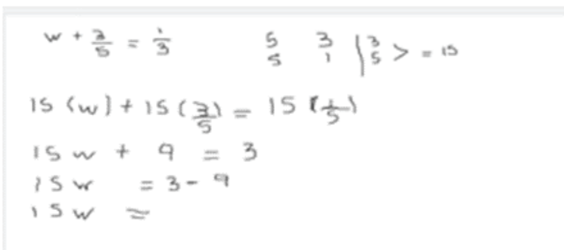
Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.

Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De modo similar, el estudiante A3 para solucionar la ecuación $w + \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$, halló el m.c.m., luego, multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por el valor obtenido, posteriormente, realizó las respectivas operaciones intentando despejar la incógnita; pero, al dividir 15 entre 3 le da como resultado 3 y deja la ecuación incompleta, de tal manera que no llegó a una solución (véase la imagen 83).

Imagen 83.

Técnica utilizada por A3 para la solución de la tarea.

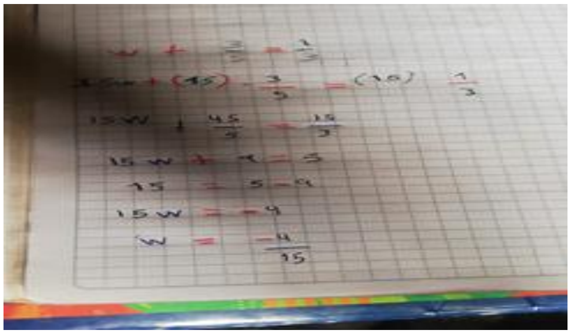


Nota. Evidencia enviada por el correo electrónico institucional. Fuente propia.

Del mismo modo, A6 halló el m.c.m., multiplicó a cada uno de los términos de la ecuación por este valor y realizó las operaciones correspondientes (multiplicación de números racionales, división de números enteros y transposición de términos) hasta despejar la incógnita, llegando a la solución (véase la imagen 84). Además, comprobó la solución, sustituyendo el valor de la incógnita en la ecuación original, realizó, las respectivas operaciones (resta de fracciones, multiplicación de números enteros y simplicación) y omitió la línea de fracción; sin embargo, obtuvo una igualdad (véase la imagen 85).

Imagen 84.

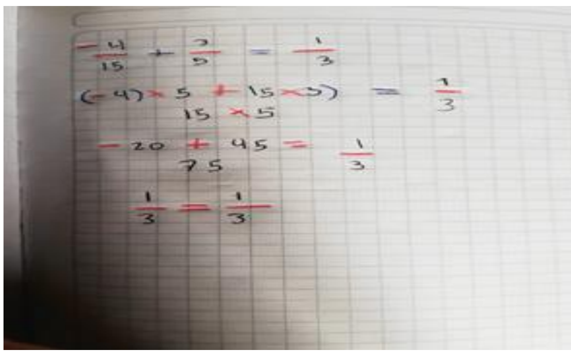
Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.



Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Imagen 85.

Comprobación de la solución hallada por A6 con respecto a la solución de la tarea.

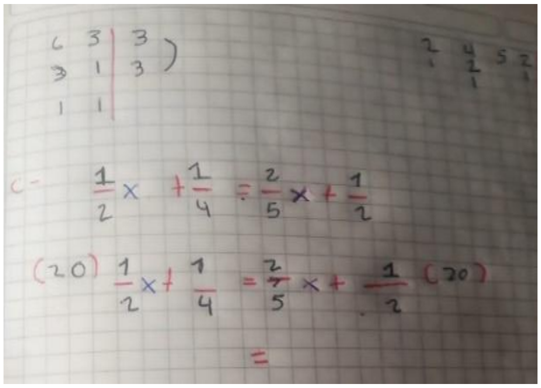


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Algo similar ocurre con A6 para resolver la ecuación $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$, halló el mínimo común múltiplo, multiplicó algunos términos de la ecuación por el valor obtenido y no llegó a la solución de la misma, como se observa en la imagen 86.

Imagen 86.

Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.

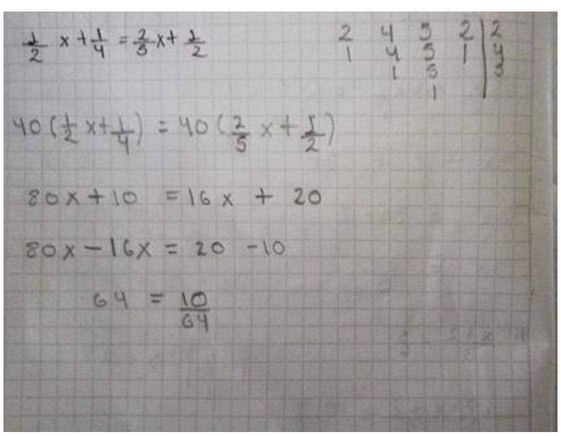


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Así mismo, A3 halló el mínimo común múltiplo, multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por el valor obtenido, realizó las respectivas operaciones como la multiplicación de números racionales y al operar $40\ \left(\frac{1}{2}x\right)$ multiplicó 40 por el numerador y el denominador de la expresión , además, al operar los coeficientes que tienen la misma variable y potencia solo escribió el coeficiente, por lo que llegó a que un número es igual a uno diferente; es decir que, $64 = \frac{10}{64}$ (véase la imagen 87).

Imagen 87.

Técnica utilizada por A3 para la solución de la tarea.

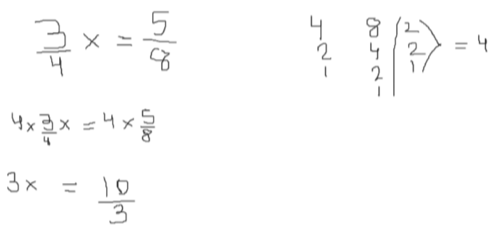


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Del mismo modo, para resolver la ecuación $\frac{3}{4}x = \frac{5}{8}$, A3 halló el m.c.m, multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor y al realizar las respectivas operaciones (multiplicación de números racionales), no tuvo claro el algoritmo para multiplicar números racionales, obsérvese la imagen 88.

Imagen 88.

Técnica utilizada por A3 para la solución de la tarea.

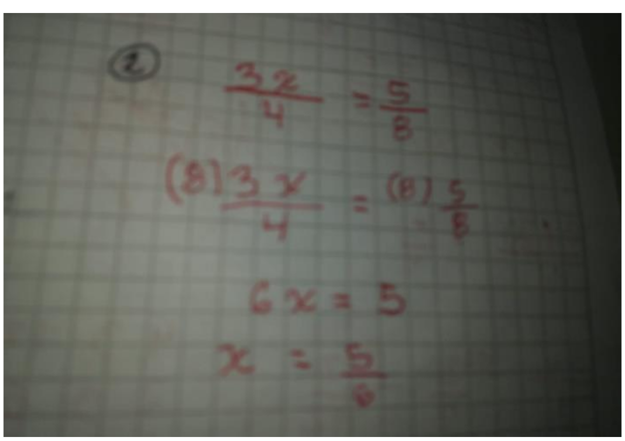


Nota. Evidencia enviada por medio de correo electrónico institucional. Fuente propia.

De la misma manera, A16 halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor, luego, realizó pertinentemente las operaciones (multiplicación de números racionales y despeje de una incógnita) hasta llegar a la solución (véase la imagen 89).

Imagen 89.

Técnica 2 utilizada por A16 para la solución de la tarea.

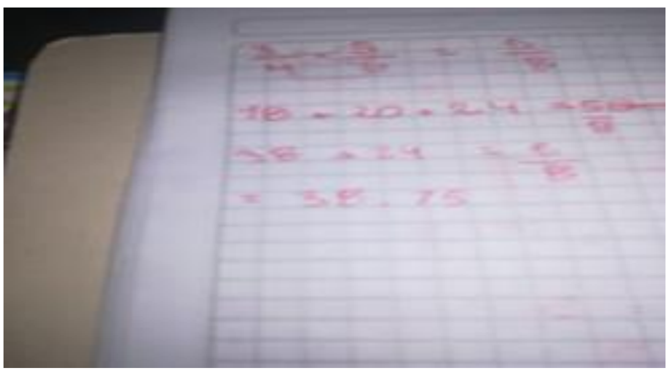


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Posteriormente, A16 realizó la comprobación de la solución de la ecuación; reemplazó el valor de la incógnita en la ecuación original y realizó las operaciones correspondientes (suma de fracciones heterogéneas y de números enteros); donde para sumar fracciones heterogéneas, multiplicó el numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda, después, el denominador de la primera fracción con el numerador de la segunda y por último, los denominadores de las fracciones, para luego realizar una suma entre esos resultados (véase la imagen 90).

Imagen 90.

Comprobación realizada por A16 para la solución de la tarea.

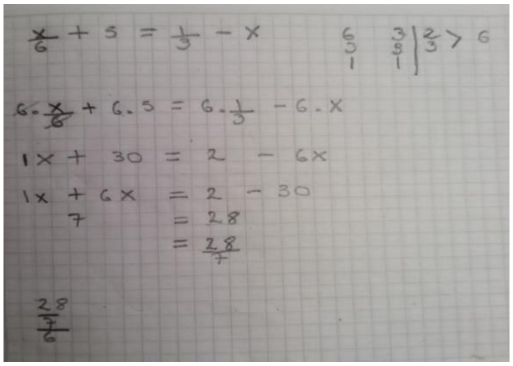


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De modo similar, A3 para solucionar la ecuación $\frac{x}{6} + 5 = \frac{1}{3} - x$ halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor, luego, realizó las operaciones respectivas (simplificación, producto de números racionales y suma de números enteros); pero, al operar $1x + 6x$ tuvo como resultado 7, omitiendo la incógnita x (véase la imagen 91).

Imagen 91.

Técnica utilizada por A3 para la solución de la tarea.

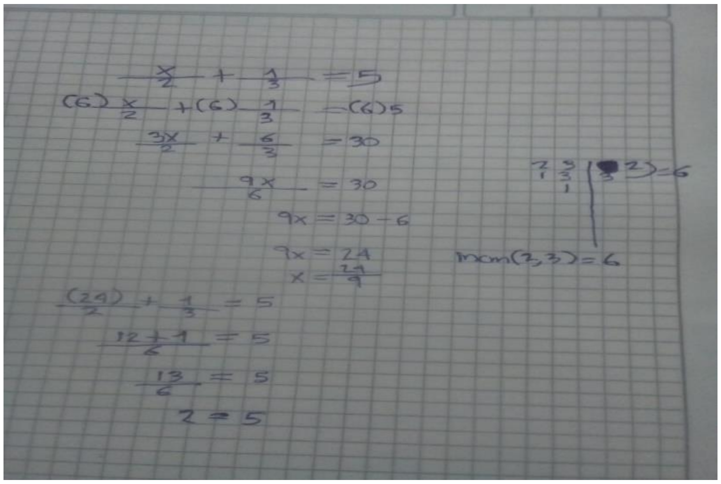


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De igual forma, A5 para resolver la ecuación $\frac{x}{2}+\frac{1}{3}=5$, halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor, luego, realizó las respectivas operaciones (multiplicación de números racionales, suma de números enteros y transposición de términos); sin embargo, al operar $(6)\frac{x}{2}$ dividió el 6 por 2 y multiplicó el resultado por la incógnita x, dejando el mismo denominador; posteriormente, al operar $\frac{3}{2}x+\frac{6}{3}$ sumó los numeradores y multiplicó los denominadores (opera términos no semejantes) y finalmente, despejó la incógnita, pasando un número que está dividiendo a un lado del signo igual al otro lado a restar (véase la imagen 92).

Imagen 92.

Técnica utilizada por A5 para la solución de la tarea.

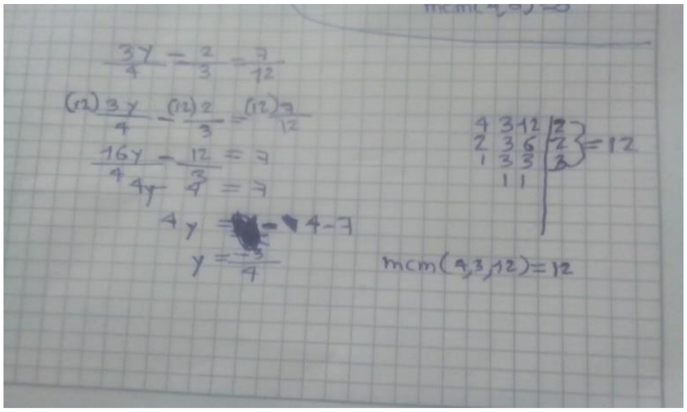


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Así mismo, el estudiante A5 para solucionar la ecuación $\frac{3}{4}y - \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$, halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor, luego, realizó las respectivas operaciones (multiplicación de números racionales, transposición de términos, suma y división de números enteros), donde al operar $(12)\frac{3y}{4}$ multiplica 12 por el denominador 4, posteriormente, lo dividió por 3 y lo multiplicó por la incógnita $y,$ dejando el denominador inicial; al realizar $(12)\frac{2}{3}$ omite el 2 , obteniendo como resultado $\frac{12}{3}$; por último, confunde el opuesto aditivo de -4 con el de 4 por lo que pasa el 4 que está restando al lado derecho de la igualdad a restar al otro lado (véase la imagen 93).

Imagen 93.

Técnica utilizada por A5 para la solución de la tarea.

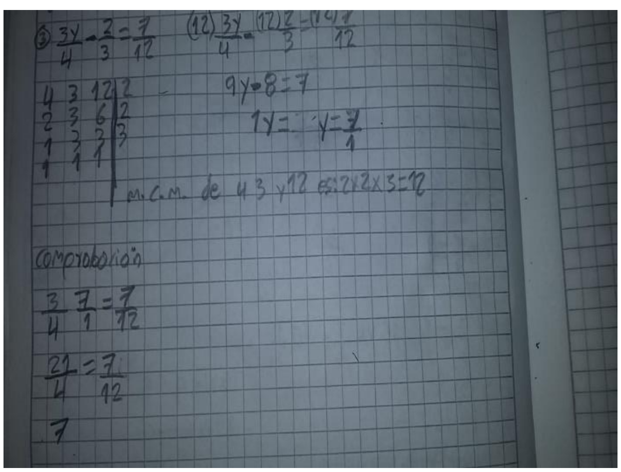


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Del mismo modo, A18 halló el mínimo común múltiplo, multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor y realizó los respectivos productos; sin embargo, se tuvo que el estudiante operó términos no semejantes y despejó la incógnita (véase la imagen 94).

Imagen 94.

Técnica utilizada por A18 para la solución de la tarea.

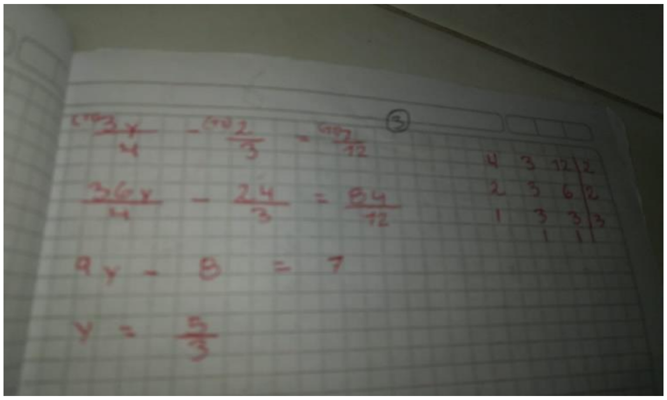


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De igual manera, A16 halló el m.c.m. y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor (véase la imagen 95) luego, realizó las operaciones (cociente de dos números, simplificación y operación de términos semejantes) hasta llegar a la solución de la ecuación.

Imagen 95.

Técnica utilizada por A16 para la solución de la tarea.

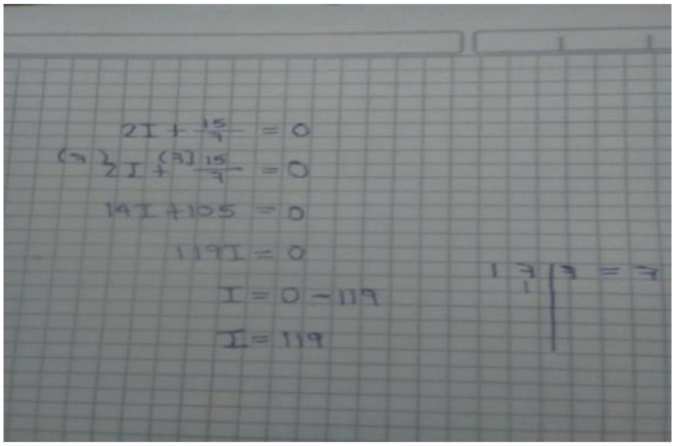


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De forma similar, el estudiante A5 para resolver la ecuación $2I + \frac{15}{7} = 0$, halló el m.c.m y multiplicó cada uno de los términos de la misma por este valor, luego, realizó las respectivas operaciones (multiplicación de números racionales, transposición de términos y suma de números enteros), donde al operar $7(\frac{15}{7})$ multiplicó el 7 por el numerador de la fracción y omitió el denominador; operó términos no semejantes y al despejar la incógnita pasó el 119 que está multiplicando al lado izquierdo de la ecuación a restar al otro lado, no llegando a la solución de la misma, cómo se puede evidenciar en la imagen 96.

Imagen 96.

Técnica utilizada por A5 para la solución de la tarea.

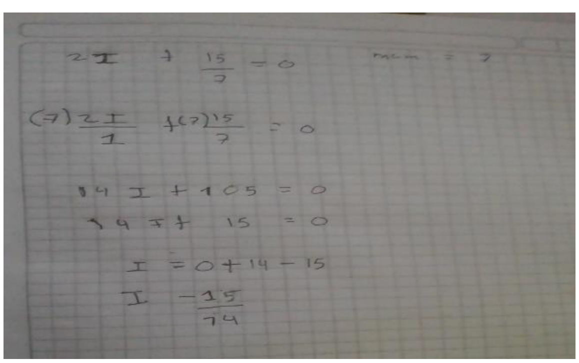


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

De igual manera, A6 halló el m.c.m y multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por este valor (véase la imagen 97), luego, realizó las respectivas operaciones (multiplicación de números racionales, suma de números enteros y transposición de términos), llegando a la solución; sin embargo, omitió el signo igual al final de la solución y al operar $7(\frac{15}{7})$ en uno de los pasos para resolver la ecuación escribió que da como resultado 105 y en el siguiente paso apareció el resultado 15. Además, en la expresión $14\ I$, al transponer el 14 que es un factor en la ecuación al otro lado del signo igual, lo pasó a sumar.

Imagen 97.

Técnica utilizada por A6 para la solución de la tarea.

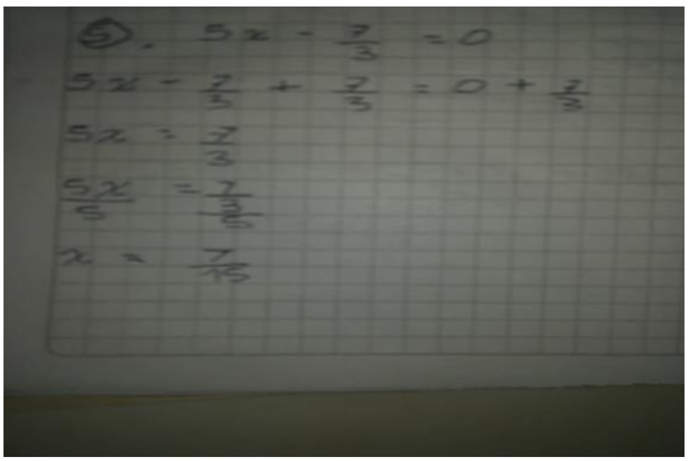


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Técnica de las propiedades algebraicas de los números racionales. Para resolver la ecuación $5x - \frac{7}{3} = 0$, la estudiante A16 sumó a ambos lados de la ecuación el opuesto aditivo de $-\frac{7}{3}$, luego, realizó las operaciones (resta de fracciones, suma de un número por cero y multiplicación del inverso multiplicativo de 5) hasta despejar la incógnita, hallando la solución de la ecuación (véase la imagen 98).

Imagen 98.

Técnica utilizada por A16 para la solución de la tarea.

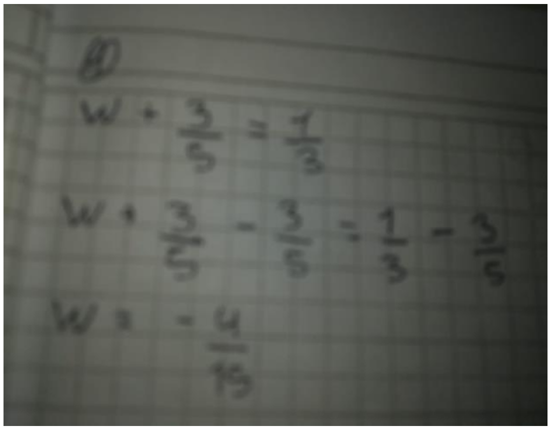


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Del mismo modo, para hallar la solución de la ecuación $w + \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$, A16 sumó el opuesto aditivo de $\frac{3}{5}$ a ambos lados de la misma, realizando las operaciones correspondientes (resta de fracciones heterogéneas) hasta despejar la incógnita (imagen 99)

Imagen 99.

Técnica utilizada por A16 para la solución de la tarea.

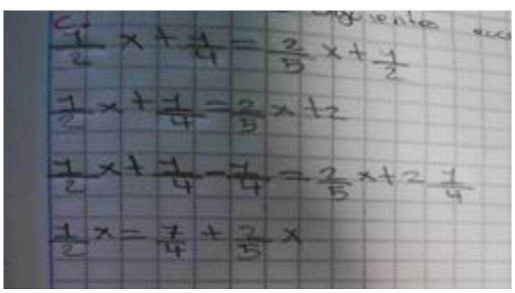


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Así mismo, A28 para hallar la solución de la ecuación $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$, (véase la imagen 100), sumó el opuesto aditivo de $\frac{1}{4}$ y operó términos semejantes; pero, dejó el ejercicio incompleto.

Imagen 100.

Técnica utilizada por A28 para la solución de la tarea.



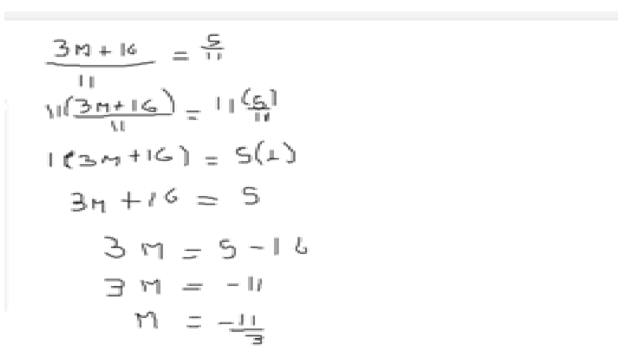
Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Técnicas de solución de tareas de ecuaciones lineales con números racionales cuando los denominadores son iguales. Se describen dos técnicas identificadas en los estudiantes para la solución de tareas de ecuaciones lineales cuando los denominadores son iguales:

Técnica del denominador común. Para resolver la ecuación $\frac{3M+16}{11} = \frac{5}{11}$, A3 multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por su denominador común, obteniendo una ecuación sin fracciones, luego, realizó las respectivas operaciones (simplificación, transposición de términos y operaciones aritméticas de números enteros) para despejar la incógnita, llegando a la solución de la misma (véase la imagen 101).

Imagen 101.

Técnica utilizada por A3 para la solución de la tarea.

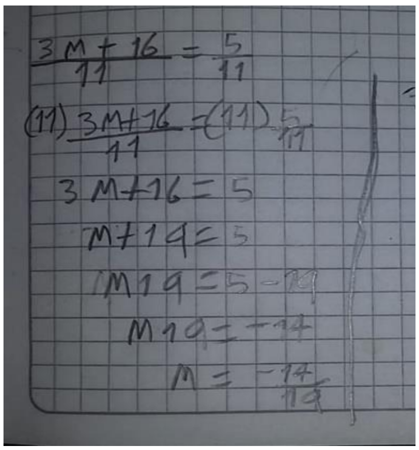


Nota. Evidencia enviada por medio de correo electrónico institucional. Fuente propia.

De igual manera, A18 multiplicó cada uno de los términos de la ecuación por el denominador común, luego, realizó las operaciones (suma de términos semejantes y enteros); pero al operar con expresiones algebraicas y términos semejantes tuvo confusiones, por ejemplo, al operar $3m + 16$ tuvo como resultado $m + 19$ (suma los coeficientes y deja la incógnita sola) además, cuando tiene la ecuación $m + 19 = 5$ en el siguiente paso omitió el signo y restó 19 al lado derecho de la ecuación obteniendo $m19 = 5 - 19$, finalmente, despejó la incógnita obteniendo como resultado $\frac{-14}{19}$, cómo se observa en la imagen 102.

Imagen 102.

Técnica utilizada por A18 para la solución de la tarea.

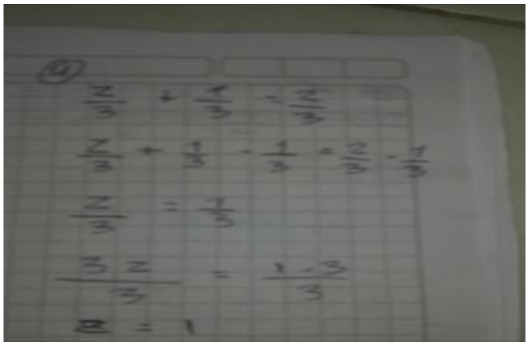


Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Técnica de las propiedades algebraicas de los números racionales. Para resolver la ecuación $\frac{z}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, A16 sumó a ambos lados de la ecuación el opuesto aditivo de $\frac{1}{3}$ y realizó las respectivas operaciones, como restar fracciones homogéneas y multiplicar por el inverso de $\frac{1}{3}$ hasta despejar la incógnita y llegar a la solución de la ecuación (véase la imagen 103).

Imagen 103.

Técnica utilizada por A16 para la solución de la tarea.



Nota. Evidencia enviada por medio de WhatsApp. Fuente propia.

Dificultades en la Solución de Tareas.

Se categoriza la información recolectada y se analiza teniendo en cuenta la teoría antropológica de lo didáctico, con el fin de identificar las dificultades que presentan los estudiantes objeto de estudio, en la solución de ecuaciones lineales con números racionales.

Dificultades Evidenciadas en las Técnicas Aplicadas por los Estudiantes al Resolver Ecuaciones Lineales con Números Racionales.

Para hallar el m.c.m.

Se evidencia que los estudiantes al hallar el mínimo común múltiplo no tienen claro cómo descomponer en factores primos, debido a que, no conocen los números primos lo cual los lleva a descomponer el número sin tener en cuenta el menor número primo por el cual dicho número es divisible; de igual manera, no tienen clara la división de números enteros. (véase en la imagen 86 y 87).

Para Operar con Fracciones heterogéneas y Números Racionales.

Los estudiantes tienen dificultad para sumar fracciones heterogéneas, no tienen claro cómo multiplicar números racionales cuando el primero de ellos es un número entero, lo cual los lleva a multiplicar el primer número por el numerador y denominador de la fracción (véase la imagen 87), también, multiplican el primero por el numerador de la fracción y omiten el denominador de la misma (véase la imagen 94).

Al Operar con Términos Semejantes y Expresiones Algebraicas.

Se puede notar que a los estudiantes se les dificulta operar con expresiones algebraicas, ya que, omiten la incógnita (véase la imagen 76,87 y 91) y no aplican la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma; cómo se puede observar en la imagen 80. Además, restan términos no semejantes (véase la imagen 94).

Dificultades en la Interpretación de la Letra como Número Generalizado.

Los estudiantes no tienen claro el concepto de ecuación y consideran que la incógnita siempre debe ir en el lado izquierdo, porque si se ubica al lado derecho no se reconoce como ecuación. Así mismo, tienen la perspectiva de que la letra todo el tiempo toma un único valor, sin importar las características de la ecuación y el solo hecho de poner dos incógnitas diferentes que tengan la misma solución los hace pensar que no son iguales, por ejemplo, al considerar las ecuaciones lineales $x + 1 = 0$ y $x + 2 = 0$ con la misma incógnita (x) se puede analizar que al resolverlas se obtienen resultados distintos, $x = -1$ y $x = -2$. Además, en la pregunta ¿en las ecuaciones $w + 12 = 15$ y $p + 12 = 15$, w y p son? Consideran que w y p son diferentes, de lo que se infiere que la diferencia la asumen desde la categoría de ser letras del alfabeto y no por los valores que pueden tomar, lo cual es incorrecto, puesto que, como lo plantea Kucheman (1978), la letra como número generalizado es aquella que puede tomar varios valores (no necesariamente un único valor).

Dificultades en la Interpretación del Significado del Signo Igual.

Los estudiantes no tienen claro el significado del signo igual en una ecuación, al respecto Behr, Ellwanger, y Nicholls (1980, como se citó en Ramírez, 2010) afirman que el estudiante reconoce el signo igual "como un operador", es decir que el aprendiz cree siempre que resolver las operaciones del lado izquierdo de una ecuación le permite obtener el valor del lado derecho (después del signo igual), sin considerar el significado del signo igual en una ecuación ; es decir, como la plantea Ramírez (2010) "la relación de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo" (p. 8). En consecuencia, se sugiere que cuando se oriente el tema de solución de ecuaciones lineales, se represente la ecuación de diferentes maneras para que los estudiantes puedan observar y comprender el significado del signo igual y de ecuación.

Por otro lado, en la pregunta ¿el resultado al operar $7a + 2$ es? ninguno de los estudiantes respondió, que al operar se tiene la misma expresión, puesto que, en álgebra no se pueden sumar o restar términos que no son semejantes.

Dificultades en la Aplicación y Diferenciación de las Propiedades Algebraicas.

Los estudiantes no diferencian las propiedades algebraicas de la suma y la multiplicación de los números racionales (asociativa, conmutativa, existencia de elemento neutro, existencia de elemento opuesto e inverso y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma); por tanto, no pueden aplicarlas a un caso particular (confundían las propiedades al usarlas para resolver ecuaciones lineales con números racionales) y en algunos casos, las usan incorrectamente, al respecto, Pérez et al. (2019) afirma que " cuando los estudiantes toman los términos que multiplican a la variable y los trasponen al otro miembro restando ($-3x + 5 = 17 \rightarrow x = 17 - 5 + 3$) el error es la falta de reconocimiento del –3 como un factor de la expresión" (p. 86). Además, al no tener claridad del por qué se puede realizar la transposición de términos al resolver una ecuación, los lleva a confundir unas propiedades con otras, como el caso del inverso con el opuesto (véase la imagen 92 y 96).

Finalmente, emergen las siguientes categorías inductivas:

Experiencia docente: Dentro de las experiencias vividas durante el proceso de intervención en el aula, se destaca la actitud de los directivos, docente titular y practicantes para adaptarse a los cambios provocados por la pandemia, buscando estrategias pertinentes para llegar a los estudiantes, como el diseño de guías de clase y asesorías virtuales para la explicación de las temáticas. Aunque a los estudiantes se les dificulta desarrollar las actividades planteadas en la guía, sin el acompañamiento de una persona que los oriente porque no entendían la información lo cual les hizo difícil su lectura e interpretación.

En tal sentido, La docente en formación también se preparó para trabajar en esta dinámica mediante asesorías virtuales, explicando el contenido de las guías, aunque encontró poca participación de los estudiantes. Sin embargo, destaca a la estudiante A16 quien entendió fácilmente las explicaciones de las temáticas y formulaba muchas preguntas cuando no entendía.

Por otra parte, en el proceso de intervención en el aula la docente en formación presentó problemas de conexión, por causa de la lluvia y falta de energía, situación que interrumpió la concentración, haciendo perder la atención en la explicación de la temática, afectando lo que tenía planeado y generando consecuencias negativas ya que los estudiantes no miraban la pantalla y a veces no escuchaban a la practicante. Así, la virtualidad produjo dificultades para observar algunos procedimientos, puesto que, la imagen era borrosa y a la vez a la docente en formación se le dificultaba escribir y hacer figuras geométricas en el tablero virtual disponible en meet.

La elaboración de la guía se convirtió en un reto porque le surgieron inquietudes como las siguientes: ¿La manera como se organizó la información, hará que los alumnos entiendan?,

¿La persona que lea la guía entenderá la temática? Sin embargo, también, su diseño le ayudó a orientar las actividades de una manera resumida y clara.

Del mismo modo, en el transcurso de algunas asesorías le asombraron algunos aspectos, los cuales son importantes resaltar:

1. En una asesoría al estudiante A6 le faltaban pocos ejercicios para terminar la tarea; sin embargo, cuando se le propuso resolver las ecuaciones en las cuales tuviese duda y con base a su procedimiento aclararlas, el aprendiz cometió errores que no presentaba al solucionar ecuaciones similares.

2. A5 presentó un caso similar al de su compañero A6. En el transcurso de la asesoría cometió diferentes errores para hallar las soluciones de las ecuaciones lineales con números racionales; sin embargo, antes de terminar la asesoría preguntó una de las ecuaciones de mayor grado de dificultad a las planteadas en la tarea de la guía, la cual se le propuso resolver y lo realizó en menos tiempo que las que se había trabajado inicialmente y no cometió ningún error.

Por último, se destaca el interés de algunos padres de familia para que sus hijos entendieran las temáticas. En particular, la madre del estudiante A3 quien pidió el favor a la docente en formación, por medio de WhatsApp, que le permitiera, a su hijo, participar en las asesorías que solicitaran sus compañeros, con el fin, de reforzar la teoría explicada en clase y vale la pena resaltar, que cuando se explica una temática se asume que el estudiante posee unos conocimientos previos relacionados con la misma, que le harán más fácil entenderla; pero, no es así.

Impactos producidos por la pandemia: Disminuyó la asistencia de los alumnos a las clases virtuales. Por ejemplo, al realizar la prueba diagnóstica, de los 75 estudiantes de grado séptimo sólo respondieron el cuestionario,15. Particularmente, en los cursos séptimo 1 y séptimo 3, solo uno desarrolló la prueba diagnóstica; a diferencia del curso séptimo 2, en el cual se contó con la participación de 13 de ellos.

Participación de los alumnos en la clase virtual. La participación de los estudiantes en las clases virtuales fue mínima, por lo que, la docente en formación no sabía si estaba siendo clara al explicar; sin embargo, al pasar los minutos aumentaba la interacción, puesto que, los estudiantes se iban familiarizando con la temática dada. Además, la participación permitió identificar los errores que presentaban los educandos para el entendimiento de las temáticas.

Otro de los factores que influyó en la participación fue la ansiedad matemática, la cual produce sensaciones de nervios, preocupación o incomodidad para realizar una tarea y presentar sus soluciones e inquietudes ante los demás. La estudiante A16 afirma que cuando se dio la explicación de las técnicas empleadas para solucionar ecuaciones lineales con números racionales no logró entenderlas, pero no formuló ninguna pregunta, porque sentía nervios con la presencia de sus compañeros. Mientras que A18 y A16 fueron, activos y participativos, facilitando el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Conclusiones

La intervención en el aula permitió a la practicante tener una visión de la realidad que se vive en el salón de clase, a pesar de que las actividades se realizaron de manera virtual fue posible identificar las dificultades que los estudiantes presentaron en la solución de ecuaciones lineales con números racionales, las cuales fueron: Dificultades para hallar el m.c.m, para operar con fracciones heterogéneas, números racionales, términos semejantes y expresiones algebraicas, en la interpretación de la letra como número generalizado y el signo igual, así mismo, en la aplicación de las propiedades algebraicas de los números racionales; cumpliendo con el objetivo general de la investigación. Durante el proceso de enseñanza, se presentaron situaciones que se deben resaltar entre las cuales se tienen las siguientes:

1. El docente asume que los estudiantes tienen los conocimientos previos claros para entender las nuevas temáticas que necesitan de los mismos, pero la realidad no es esa pues los estudiantes presentaron dificultades relacionadas con la aritmética de los números racionales.
2. Las condiciones presentadas por la virtualidad, dificultaron la interacción directa con los estudiantes por lo cual la participación de los mismos durante la práctica docente fue mínima, lo que conllevo a que no sea fácil percibir si las temáticas enseñadas fueron claras o no.
3. Es gratificante observar que el proceso de enseñanza-aprendizaje no se limita únicamente al docente, pues algunos padres de familia estuvieron pendientes de que sus hijos recibieran las asesorías necesarias para el entendimiento de las temáticas y desarrollo de las guías.

Finalmente, los ambientes de aprendizaje influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, así pues, al explicar las respectivas temáticas de manera virtual, se asumía que se contaban con las herramientas que influían en su aprendizaje; sin embargo, no se garantizaba las condiciones necesarias para que el estudiante pudiera asimilar de manera correcta los conceptos que se deseaban enseñar, pues muchos factores tales como ruido, mala conectividad, entorno familiar, entre otros pudieron afectar el ambiente de aprendizaje. Por otra parte, al aplicar una guía estandarizada se lleva a que el estudiante se convierta simplemente en un repetidor de información sin entender e ir más allá de la temática abordada. Todo lo anterior, conllevó a identificar las dificultades que presentan los estudiantes objeto de estudio en la solución de ecuaciones lineales con números racionales; las dificultades relacionadas a la simbología se deben al conocimiento conceptual, pues para los estudiantes es difícil asimilar el significado de la letra como número generalizado y el signo igual; además las dificultades relacionadas con las operaciones aritméticas se debe a la fata de relación entre el conocimiento conceptual y procedimental, ya que no tienen claro como operar números racionales (MEN, 2006).

Bibliografía

Barría, A. E., Chavarría, L., & Magnole, I. (2010). *Dificultades que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media en la resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado*.

Bosch, M., Gascón, J., Ruiz, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevallard, Y., Cirade, G., Ladage, C., & Larguier, M. (2011). *Un panorama de la TAD An overview of ATD* (pp. 1–871).

Casteleiro, J. M. (2008). *La matemática es fácil: Manual de matemática básica para gente de letras*.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, *19*(2), 221–266.

Escudero, C. L., & Cortez, L. A. (2018). Técnicas y métodos cualitativos para la investigación científica. In *Redes 2017*.

Gavilán, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿ puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? *Investigación En La Escuela*, *73*, 95–108.

González, F., & Diez, M. (2002). Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Álgebra . Propuesta para la interacción didáctica. *Revista Complutense de Educación*, *13*, 281–302.

Kuchemann, D. (1978). Children’s understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, *7*(4), 23–26.

MEN. (2006). *ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS*. 46–95. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*.

Montoya, D. A. (2019). *Apropiación e interpretación de la letra y el signo igual en la transición aritmético algebraica*. www.journal.uta45jakarta.ac.id

Mora, W. (2006). *Introducción a La Teoría de Números Ejemplos y Algoritmos*.

Pérez, M., Diego, J. M., Polo, I., & González, M. J. (2019). *Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita*. *13*(2), 84–103.

Pestana, D., Rodríguez, J. M., Romera, E., Álvarez, V., & Portilla, A. (2000). *Curso práctico de Cálculo y Precálculo*.

Pozas, D. C., & Santori, M. L. (2016). *El álgebra elemental en la escuela secundaria. Un análisis desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. 16*(2), 1–14. https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOSV16N22016/RevistaDigitalPozasV16n22016/RevistaDigitalPozasV16n22016.pdf

Proyecto Educativo Institucional [P.E.I]. (2016). *Institucion educativa liceo alejandro de humboldt popayan*. 1–55.

Ramírez, M. (2010). *Interpretaciones del Signo Igual. Un Estudio de libros de Texto.* (Vol. 26). Universidad Complutense de Madrid.

Salgado, A. C. (2007). *Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico Y retos*. *13*(2006), 71–78.

Socas, M. M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria*. 125–154.

Anexos

Anexo 1. Prueba diagnostica

Prueba diagnostica (Letra como número generalizado y significado del signo igual)

Descripción del formulario

Nombres y apellidos *

Texto de respuesta larga

Curso *

- 7-1
- 7-2
- 7-3

¿Qué significa el signo igual en las ecuaciones? *

- La relación de equivalencia numérica entre las dos expresiones que se encuentran a ambos lados del signo
- Operación igual resultado
- Separador de una cadena de operaciones

¿Qué forma consideras correcta para escribir la siguiente ecuación?

a) 20 = 4x + 12 b) 4x + 12=20

- La opción a
- La opción b
- Ambas opciones
- Ninguna de las anteriores

El valor que falta para que la igualdad 8 + 4 = ___ + 5 sea correcta es: *

- 12
- 7
- 8
- Otro

La letra, al resolver una ecuación: *

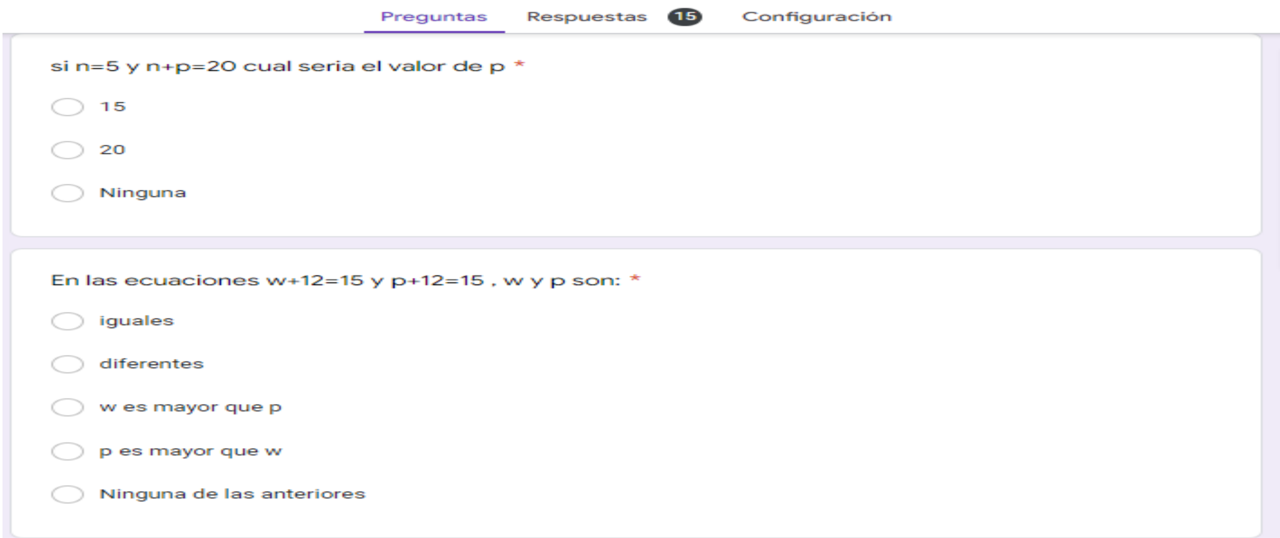
- Siempre toma el mismo valor
- Dependiendo de las características de la ecuación puede tomar cualquier valor
- Otra

El resultado de la expresión 7a +2 es *

- 9a
- 9
- La misma expresión
- Ninguna de las anteriores

Las ecuaciones x+37=150 y x=150+37 , tienen la misma solución? *

- Si
- No



Preguntas Respuestas 15 Configuración

si n=5 y n+p=20 cual seria el valor de p *

- 15
- 20
- Ninguna

En las ecuaciones w+12=15 y p+12=15 , w y p son: *

- iguales
- diferentes
- w es mayor que p
- p es mayor que w
- Ninguna de las anteriores

Anexo 2. Guía de aprendizaje

INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO Asignatura Matemáticas GUÍA No. 1

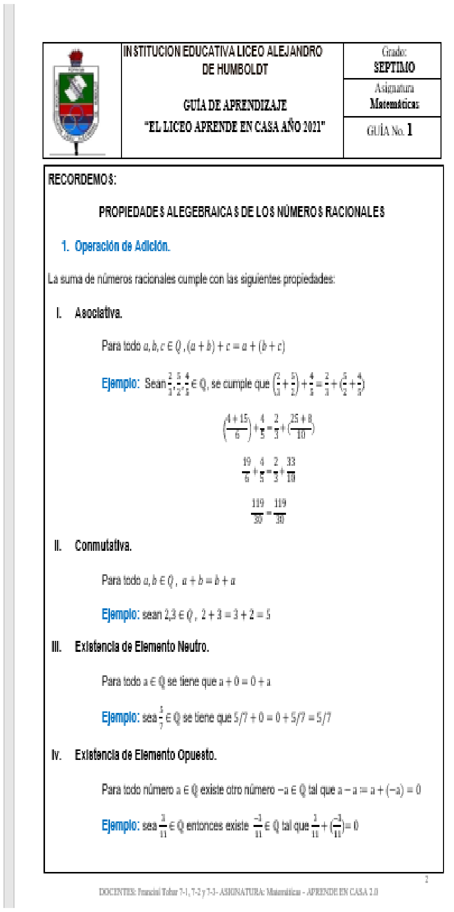
PERIODO: III	FECHA: del 6 al 17 de septiembre	DOCENTE TITULAR: Francini Tobar M. PRACTICANTE: Zulman Daniela Gómez
Aprendizaje: Conocerán acerca de ecuaciones lineales con números racionales		Evidencia de Aprendizaje: Desarrollarán habilidades para resolver problemas que involucren ecuaciones lineales con números racionales.

Motivación:

La frase nos invita a no rendirnos con el primer intento, el hecho de recaer o equivocarnos no quiere decir que no se va a lograr la meta propuesta. Al contrario, cuando se comete un error y se intenta superarlo, nos hace crecer como seres intelectuales, fortaleciendo en cada intento cada vez más nuestros conocimientos.

1

DOCENTES: Francini Tobar 7-1, 7-2 y 7-3- ASIGNATURA: Matemáticas - APRENDE EN CASA 2.0



INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO Asignatura Matemáticas GUÍA No. 1

RECORDEMOS:

PROPIEDADES ALEGEBRAICAS DE LOS NÚMEROS RACIONALES

1. Operación de Adición.

La suma de números racionales cumple con las siguientes propiedades:

I. Asociativa.

Para todo $a, b, c \in Q$, $(a+b)+c = a+(b+c)$

Ejemplo: Sean $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}, \frac{4}{5} \in Q$, se cumple que $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{2}\right)+\frac{4}{5} = \frac{2}{3}+\left(\frac{5}{2}+\frac{4}{5}\right)$

$$\left(\frac{4+15}{6}\right)+\frac{4}{5} = \frac{2}{3}+\left(\frac{25+8}{10}\right)$$

$$\frac{19}{6}+\frac{4}{5} = \frac{2}{3}+\frac{33}{10}$$

$$\frac{119}{30} = \frac{119}{30}$$

II. Conmutativa.

Para todo $a, b \in Q$, $a+b = b+a$

Ejemplo: sean $2,3 \in Q$, $2+3 = 3+2 = 5$

III. Existencia de Elemento Neutro.

Para todo $a \in Q$ se tiene que $a+0 = 0+a$

Ejemplo: sea $\frac{5}{7} \in Q$ se tiene que $5/7+0 = 0+5/7 = 5/7$

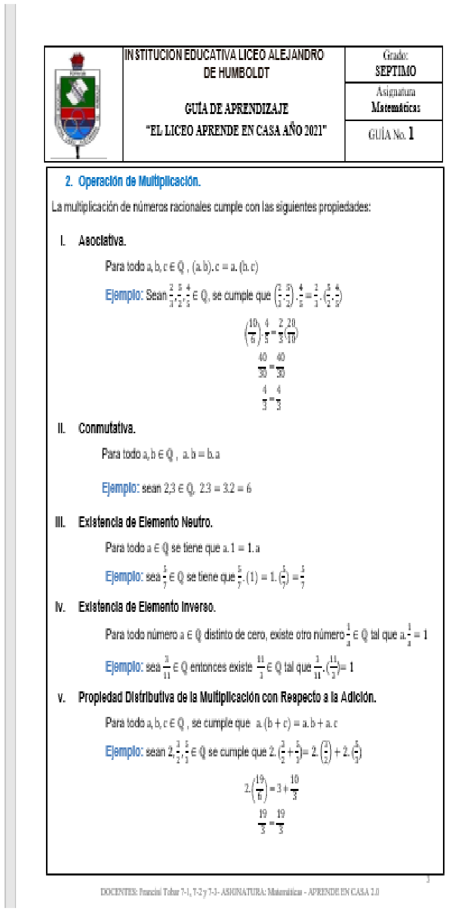
IV. Existencia de Elemento Opuesto.

Para todo número $a \in Q$ existe otro número $-a \in Q$ tal que $a-a = a+(-a) = 0$

Ejemplo: sea $\frac{3}{11} \in Q$ entonces existe $\frac{-3}{11} \in Q$ tal que $\frac{3}{11}+\left(\frac{-3}{11}\right) = 0$

2

DOCENTES: Francini Tobar 7-1, 7-2 y 7-3- ASIGNATURA: Matemáticas - APRENDE EN CASA 2.0



INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO Asignatura Matemáticas GUÍA No. 1

2. Operación de Multiplicación.

La multiplicación de números racionales cumple con las siguientes propiedades:

I. Asociativa.

Para todo $a, b, c \in Q$, $(a.b).c = a.(b.c)$

Ejemplo: Sean $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}, \frac{4}{5} \in Q$, se cumple que $\left(\frac{2}{3}.\frac{5}{2}\right).\frac{4}{5} = \frac{2}{3}.\left(\frac{5}{2}.\frac{4}{5}\right)$

$$\left(\frac{10}{6}\right).\frac{4}{5} = \frac{2}{3}\left(\frac{20}{10}\right)$$

$$\frac{40}{30} = \frac{40}{30}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

II. Conmutativa.

Para todo $a, b \in Q$, $a.b = b.a$

Ejemplo: sean $2,3 \in Q$, $2.3 = 3.2 = 6$

III. Existencia de Elemento Neutro.

Para todo $a \in Q$ se tiene que $a.1 = 1.a$

Ejemplo: sea $\frac{5}{7} \in Q$ se tiene que $\frac{5}{7}.(1) = 1.\left(\frac{5}{7}\right) = \frac{5}{7}$

IV. Existencia de Elemento Inverso.

Para todo número $a \in Q$ distinto de cero, existe otro número $\frac{1}{a} \in Q$ tal que $a.\frac{1}{a} = 1$

Ejemplo: sea $\frac{3}{11} \in Q$ entonces existe $\frac{11}{3} \in Q$ tal que $\frac{3}{11}.\left(\frac{11}{3}\right) = 1$

V. Propiedad Distributiva de la Multiplicación con Respecto a la Adición.

Para todo $a, b, c \in Q$, se cumple que $a.(b+c) = a.b+a.c$

Ejemplo: sean $2, \frac{3}{2}, \frac{5}{3} \in Q$ se cumple que $2.\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{3}\right) = 2.\left(\frac{3}{2}\right)+2.\left(\frac{5}{3}\right)$

$$2.\left(\frac{19}{6}\right) = 3+\frac{10}{3}$$

$$\frac{19}{3} = \frac{19}{3}$$

3

DOCENTES: Francini Tobar 7-1, 7-2 y 7-3- ASIGNATURA: Matemáticas - APRENDE EN CASA 2.0

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

¿Qué voy a aprender?

ECUACIONES CON NUMEROS RACIONALES

Resolución de ecuaciones con números racionales

1. Para resolver ecuaciones con números racionales que tienen denominadores distintos, se multiplica a ambos lados de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores de todas las fracciones contenidas en la ecuación. Esto elimina los denominadores.

Por ejemplo:

$$\frac{x+5}{8}=\frac{7}{4}$$

1) Eliminamos los denominadores de la ecuación, para eso hallamos el mcm (8,4)

Para encontrar el mcm (8,4) hallamos los múltiplos de los denominadores 8 y 4.

- Múltiplos de 8: {8,16,24,32, ...}
- Múltiplos de 4: {4,8,12, 16,20 ... ... }

Luego, el mcm (4,8) es el menor múltiplo común de los dos números. Es decir, el 8.

2) Multiplicar ambos lados de la ecuación por el m.c.m. para mantener la ecuación balanceada y eliminar los denominadores.

$$\frac{8(x+5)}{8}=\frac{8(7)}{4}$$

$$\frac{8}{8}(x+5)=\frac{8}{4}(7)$$

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

$$1(x+5)=2(7)$$

$$x+5=14$$

3) Despejar x, hasta encontrar su valor.

$$x+5-5=14-5$$

Propiedad de existencia de elemento opuesto

$$x+0=x=9$$

Propiedad de existencia del elemento neutro

4) Comprobar la solución sustituyendo 9 por x en la ecuación original. Si los dos valores obtenidos son iguales, la solución es correcta.

$$\frac{x+5}{8}=\frac{7}{4}$$

$$\frac{9+5}{8}=\frac{7}{4}$$

$$\frac{14}{8}=\frac{7}{4}$$

$$\frac{7}{4}=\frac{7}{4}$$

Así, el valor de es x es igual a 9.

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

Resuelva la ecuación $x-\frac{2}{5}=\frac{3}{7}$

1. mcm (5,7) = 35
2. multiplico toda la expresión por 35

$$35x-\frac{2\,(35)}{5}=\frac{3(35)}{7}$$

$$35x-14=15$$

3. Despejar x

$$35x-14+14=15+14$$

Propiedad de existencia de elemento opuesto

$$35x=29$$

$$\frac{1}{35}(35x)=\frac{1}{35}(29)$$

Propiedad de existencia de elemento inverso

$$1.x=x=\frac{29}{35}$$

Propiedad de existencia de elemento neutro

4. Comprobar la solución, sustituyendo x por $\frac{29}{35}$ en la ecuación inicial.

La anterior ecuación, también se puede resolver de la siguiente manera

$$x-\frac{2}{5}=\frac{3}{7}$$

Despejo x. Sumo a ambos lados de la ecuación el inverso aditivo de $\frac{-2}{5}$

$$x-\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{7}+\frac{2}{5}$$

Propiedad de existencia de elemento opuesto

$$x=\frac{15+14}{35}$$

$$x=\frac{29}{35}$$

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

Resuelva la ecuación $\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{12}$

Solución:

$$\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{12}$$

- Se multiplica cada miembro por 12, que es el mcm de los divisores {2,3,4,12}

$$12(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3})=12(\frac{3}{4}x+\frac{1}{12})$$

- Se efectúa la multiplicación indicada

Propiedad Distributiva de la Multiplicación con Respecto a la Adición

$$6x-8=9x+1$$

- Se despeja x

$$6x-8-6x-1=9x+1-6x-1$$

Propiedad de existencia de elemento opuesto

$$-9=3x$$

$$\frac{-9}{3}=\frac{3}{3}x$$

Propiedad de existencia de elemento inverso

$$-3=x$$

- Comprobación

$$\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2}(-3)-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}(-3)+\frac{1}{12}$$

$$\frac{-3}{2}-\frac{2}{3}=\frac{-9}{4}+\frac{1}{12}$$

$$\frac{-9-4}{6}=\frac{-108+4}{48}$$

$$\frac{-13}{6}=\frac{-104}{48}$$

$$\frac{-13}{6}=\frac{-13}{6}$$

DOCENTES: Francia Tobar 7-1, 7-2 y 7-3- ASIGNATURA: Matemáticas - APRENDE EN CASA 2.0

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

2. Para resolver ecuaciones lineales con números racionales que tienen denominadores iguales, se debe tener en cuenta que los numeradores son equivalentes, ya que el denominador en cada expresión es el mismo.

Por ejemplo:

1.Resuelve la ecuación $\frac{x}{5}=\frac{2}{5}$

En este caso, como el denominador en cada expresión es el mismo, los numeradores deben ser equivalentes. Por tanto $x = 2.$

2.Resuelve la ecuación $\frac{x-5}{11}=\frac{2x+8}{11}$

1. Como los denominadores en las dos expresiones son iguales entonces los numeradores son equivalentes.

$$x-5=2x+3$$

2. Resolver la anterior ecuación

Propiedad de existencia de elemento opuesto

$$x-5-x-3=2x+3-x-3$$

$$-8=x$$

3. Comprobar la solución sustituyendo -8 por x en la ecuación original

$$\frac{x-5}{11}=\frac{2x+3}{11}$$

$$\frac{-8-5}{11}=\frac{2(-8)+3}{11}$$

$$-13 \quad -13$$

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

Otra manera para resolver las ecuaciones con igual denominador, es multiplicando por el denominador común todos los miembros de la ecuación.

Por ejemplo:

Resolver la ecuación $\frac{x}{5}=\frac{2}{5}$

I. Multiplico por el denominador común 5. Es decir,

$$\frac{x\,(5)}{5}=\frac{2\,(5)}{5}$$

II. Hago las respectivas operaciones, de lo cual

$$x=2$$

III. comprobamos si la solución es correcta, sustituyendo en la ecuación inicial x por el 2

$$\frac{x}{5}=\frac{2}{5}$$

Luego,

$$\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$$

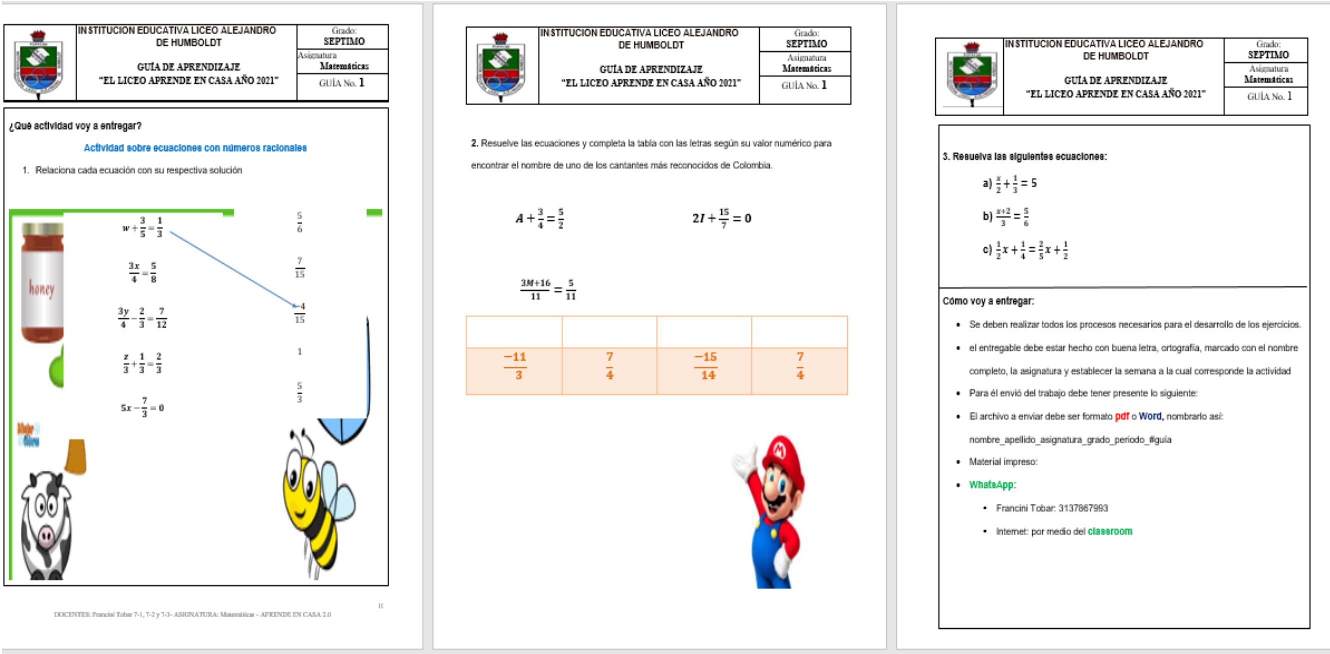
Por lo tanto, la solución $x=2$ es correcta.

De que otros medios me puedo apoyar:

- De libros que tenga en su casa
- De videos que puede conseguir en YouTube (videos de cómo resolver ecuaciones con números racionales).

https://www.youtube.com/watch?v=CKqLTxJUpRg
https://www.youtube.com/watch?v=U2KXxJLCUmc
https://www.youtube.com/watch?v=Y8x_kumCGhY
https://www.youtube.com/watch?v=JTUu7pYaVSo

DOCENTES: Francia Tobar 7-1, 7-2 y 7-3- ASIGNATURA: Matemáticas - APRENDE EN CASA 2.0



	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

¿Qué actividad voy a entregar?

Actividad sobre ecuaciones con números racionales

1. Relaciona cada ecuación con su respectiva solución

$w + \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$ $\qquad \frac{5}{6}$

$\frac{3x}{4} = \frac{5}{8}$ $\qquad \frac{7}{15}$

$\frac{3y}{4} - \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$ $\qquad \frac{-4}{15}$

$\frac{z}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $\qquad 1$

$5x - \frac{7}{3} = 0$ $\qquad \frac{5}{3}$

honey

DOCENTES: Francini Tobar 7-1, 7-2 y 7-3- ASIGNATURA: Matemáticas – APRENDE EN CASA 2.0

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

2. Resuelve las ecuaciones y completa la tabla con las letras según su valor numérico para encontrar el nombre de uno de los cantantes más reconocidos de Colombia.

$A + \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$ $\qquad 2I + \frac{15}{7} = 0$

$\frac{3M+16}{11} = \frac{5}{11}$

$\frac{-11}{3}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{-15}{14}$	$\frac{7}{4}$

	INSTITUCION EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

3. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = 5$

b) $\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$

Cómo voy a entregar:

- Se deben realizar todos los procesos necesarios para el desarrollo de los ejercicios.
- el entregable debe estar hecho con buena letra, ortografía, marcado con el nombre completo, la asignatura y establecer la semana a la cual corresponde la actividad
- Para él envió del trabajo debe tener presente lo siguiente:
- El archivo a enviar debe ser formato pdf o Word, nombrarlo así: nombre_apellido_asignatura_grado_periodo_#guía
- Material impreso:
- WhatsApp:
  - Francini Tobar: 3137867993
  - Internet: por medio del classroom

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LICEO ALEJANDRO DE HUMBOLDT GUÍA DE APRENDIZAJE "EL LICEO APRENDE EN CASA AÑO 2021"	Grado: SEPTIMO
		Asignatura Matemáticas
		GUÍA No. 1

Cómo evalúo mi proceso:

Rúbrica: Mencionar los criterios de evaluación de forma clara de acuerdo a la escala nacional (BAJO, BÁSICO, ALTO, SUPERIOR)
Recordemos

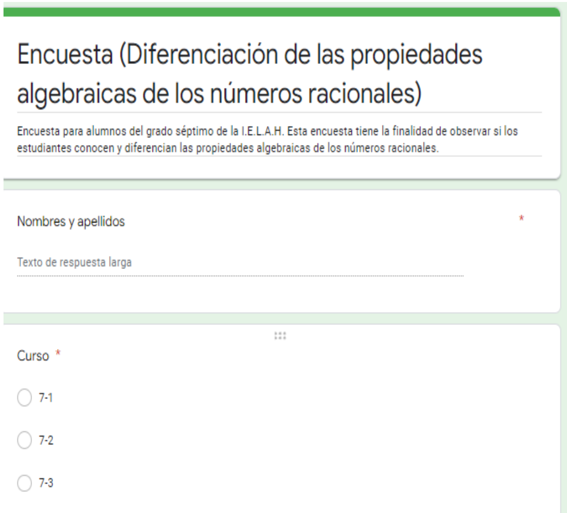
Saber hacer: es la capacidad que tiene el estudiante desde el ámbito procedimental, es decir, después de haber adquirido algún conocimiento sobre algo – Cómo lo hace –

Saber ser: Tiene que ver con la parte actitudinal - socio afectivo y básicamente se refiere a:
• Interés por la materia
• Participación en clase (clases virtuales)
• Asistencia a clase y puntualidad (clases virtuales)
• Tolerancia y respeto
• Presentar sus trabajos marcados o rotulados
• Limpieza, orden, letra legible, etc. Independiente si los trabajos los hace a mano en computador

Saber: Hace referencia a la exploración y la aprehensión del aspecto teórico. Conocimientos adquiridos en el desarrollo del tema.

SUPERIOR: Si entrega TODAS las actividades y las resuelve de forma correcta con procedimiento, demostrando interés por el trabajo propuesto, evidenciando un aprendizaje de los temas orientados. Si en los encuentros virtuales PARTICIPA DE FORMA ACTIVA resolviendo ejercicios y problemas de forma adecuada.	**ALTO:** Si entrega más del 90% de las actividades y las resuelve de forma correcta con procedimiento, demostrando interés por el trabajo propuesto. Si en los encuentros virtuales PARTICIPA DE FORMA ACTIVA, en casi todos los encuentros, resolviendo ejercicios y problemas de forma adecuada.
BASICO: Si entrega más del 60% de las actividades y las resuelve de forma correcta con procedimiento, demostrando interés por el trabajo propuesto. Si en los encuentros virtuales PARTICIPA DE FORMA ACTIVA, en casi todos los encuentros, resolviendo ejercicios y problemas de forma adecuada.	**BAJO:** Las actividades entregadas NO EVIDENCIAN un aprendizaje de los temas orientados. NO ENTREGA las actividades propuestas

Anexo 3. Encuesta



Encuesta (Diferenciación de las propiedades algebraicas de los números racionales)

Encuesta para alumnos del grado séptimo de la I.E.L.A.H. Esta encuesta tiene la finalidad de observar si los estudiantes conocen y diferencian las propiedades algebraicas de los números racionales.

Nombres y apellidos *

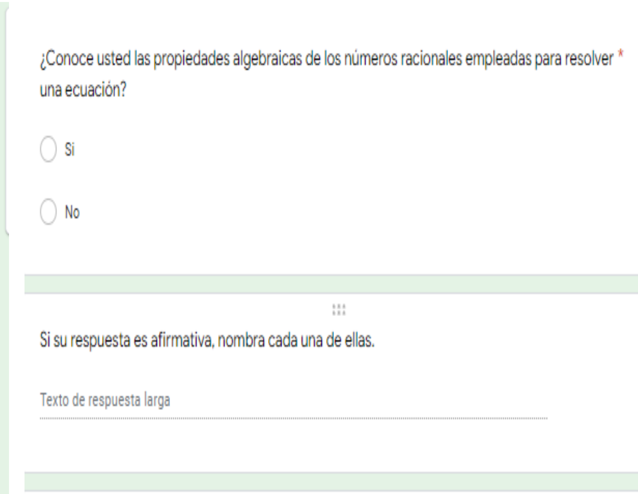
Texto de respuesta larga

Curso *

7-1

7-2

7-3



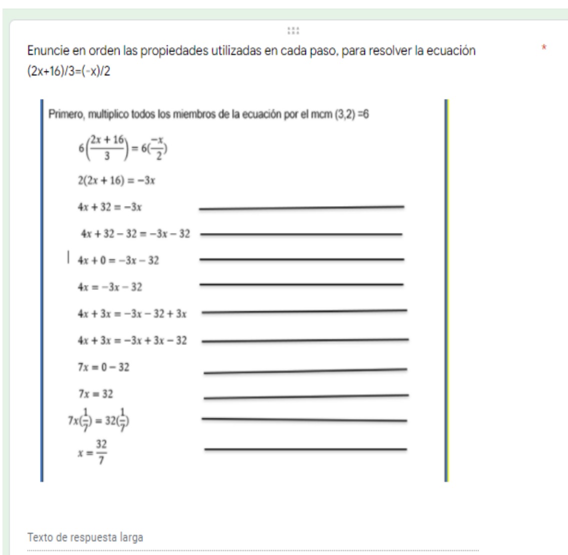
¿Conoce usted las propiedades algebraicas de los números racionales empleadas para resolver una ecuación? *

Si

No

Si su respuesta es afirmativa, nombra cada una de ellas.

Texto de respuesta larga



Enuncie en orden las propiedades utilizadas en cada paso, para resolver la ecuación (2x+16)/3=(-x)/2 *

Primero, multiplico todos los miembros de la ecuación por el mcm (3,2) =6

$6\left(\frac{2x+16}{3}\right) = 6\left(\frac{-x}{2}\right)$

$2(2x+16) = -3x$

$4x + 32 = -3x$

$4x + 32 - 32 = -3x - 32$

$4x + 0 = -3x - 32$

$4x = -3x - 32$

$4x + 3x = -3x - 32 + 3x$

$4x + 3x = -3x + 3x - 32$

$7x = 0 - 32$

$7x = 32$

$7x\left(\frac{1}{7}\right) = 32\left(\frac{1}{7}\right)$

$x = \frac{32}{7}$

Texto de respuesta larga

Preguntas Respuestas Configuración

La propiedad utilizada en la ecuación x+2/3-2/3=7-2/3 es: *

Existencia de elemento opuesto

Existencia de elemento neutro

Conmutativa

Otra

La propiedad aplicada en el paso, 2+0=2 es: *

Conmutativa

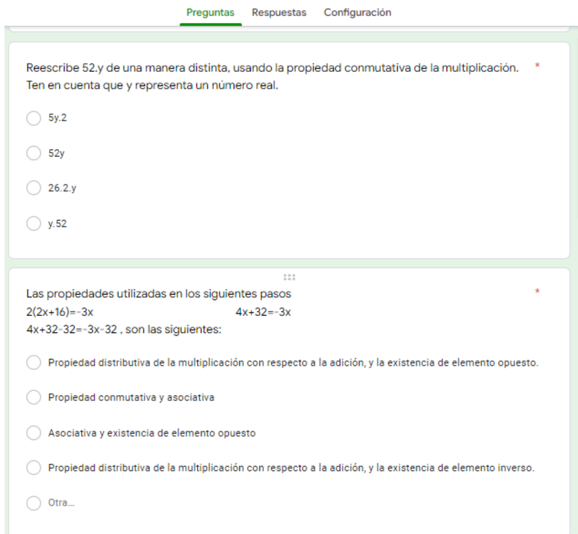
Asociativa

Existencia de elemento opuesto

Otra

Si tu respuesta es otra, escribe la propiedad

Texto de respuesta corta



Preguntas Respuestas Configuración

Reescribe 52.y de una manera distinta, usando la propiedad conmutativa de la multiplicación. Ten en cuenta que y representa un número real. *

- 5y.2
- 52y
- 26.2.y
- y.52

Las propiedades utilizadas en los siguientes pasos *
2(2x+16)=-3x 4x+32=-3x
4x+32-32=-3x-32 , son las siguientes:

- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento opuesto.
- Propiedad conmutativa y asociativa
- Asociativa y existencia de elemento opuesto
- Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, y la existencia de elemento inverso.
- Otra...