

**EL ARTE DE LA MATEMÁTICA CRÍTICA UNA PROPUESTA PARA LA
ENSEÑANZA DE OBJETOS MATEMÁTICOS POR MEDIO DEL ESTUDIO DE
LOS TESELADOS**

PASANTES:

**CRISTIAN CAMILO JIMÉNEZ RODRÍGUEZ
LUISA FERNANDA ALDANA ORTIZ**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
PROYECTO CURRICULAR LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON
ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ - DICIEMBRE DE 2017**

**EL ARTE DE LAS MATEMÁTICA CRÍTICA UNA PROPUESTA PARA LA
ENSEÑANZA DE OBJETOS MATEMÁTICOS POR MEDIO DEL ESTUDIO DE
LOS TESELADOS**

PASANTE:

CRISTIAN CAMILO JIMÉNEZ RODRÍGUEZ

LUISA FERNANDA ALDANA ORTIZ

DIRECTOR:

JOSÉ TORRES DUARTE

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
PROYECTO CURRICULAR LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON
ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ - DICIEMBRE DE 2017**

Nota de aceptación

Director

Evaluador

Bogotá D.C. 2017

La Universidad no será responsable de las ideas expuestas por el graduando en el trabajo de grado. Artículo 117, Capítulo 15. Reglamento Estudiantil

Contenido

IMÁGENES	6
TABLAS	7
INTRODUCCIÓN	9
CAPÍTULO I	10
Información general del acuerdo	10
Descripción del acuerdo	10
CAPITULO II.....	13
Formación de la universidad Distrital Francisco José de Caldas	13
Formación autónoma	15
Importancia de la formación realizada para la pasantía	17
CAPITULO III.....	18
Descripción de la población	18
Plan de Acción	19
CAPITULO IV	19
Actividades propuestas	20
Actividad 1	20
Actividad 2	22
Actividad 3	25
Actividad 4	26
Actividad 5	29
Secuencia de actividad del nivel básico	31
Actividad 1	31
Actividad 2	34
Actividad 3	37
Actividad 4	41
Actividad 5	44
CAPÍTULO V	47
Descripción y análisis de la experiencia	47
Actividad 1	47
Actividad 2	52
Actividad 3	54
Actividad 4	58

Actividad 5	60
Descripción y análisis de la experiencia del nivel básico	63
Actividad 1	63
Actividad 2	67
Actividad 3 y 4	69
Actividad 5	71
Evaluación de la experiencia.....	73
Contrastes de la experiencia con los objetivos realizados.....	78
CONCLUSIONES.....	80
RECOMENDACIONES.....	81
IBLIOGRAFÍA	82
ANEXOS	85

IMÁGENES

Imagen 1 Cartelera el triángulo equilátero primer grupo actividad 1 fuente propia	48
Imagen 2 Cartelera el hexágono segundo grupo Actividad 1. Fuente propia.....	49
Imagen 3 Texto en la cartelera tercer grupo Actividad 1. Fuente propia	50
Imagen 4 Cuadrado cartelera tercer grupo Actividad 1. Fuente propia	51
Imagen 5 Estudiante dibujando y recortando sus polígonos Actividad 2. Fuente propia	52
Imagen 6 Teselados finales presentados por cada uno de los grupos. Fuente propia	53
Imagen 7 Imagen ampliada de uno de los arreglos finales. Fuente propia	53
Imagen 8 Polígonos construidos en la sesión de clase con regla y compas en cartón paja. Actividad 3. Fuente propia	55
Imagen 9 Las interpretaciones de u estudiante frente a las imágenes que se presentaron. Actividad 3. Fuente propia	56
Imagen 10 Diseños de algunos estudiantes. Actividad 3. Fuente propia	57
Imagen 11 Dibujo de uno de los estudiantes finalizado. Actividad 3. Fuente propia.....	57
Imagen 12 Propuesta de definición para área y perímetro de un estudiante. Actividad 4. Fuente propia	58
Imagen 13 Proceso de un estudiante para hallar el perímetro. Actividad 4. Fuente propia	59
Imagen 14 RANA PASEADORA, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia.....	60
Imagen 15 EL BUHO MARINERO, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia.....	61
Imagen 16 EL OSO EXPLORADOR, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia	61
Imagen 17 CAT-DOG, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia.....	62
Imagen 18 CATCIELAGO, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia	62
Imagen 19 CARAFANTASMA, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia.....	63

Imagen 20 respuestas de estudiante. Actividad 1	64
Imagen 21 estudiante manipulando el pentominó. Actividad 1. Fuente propia	65
Imagen 22estudiante manipulando el pentominó. Actividad 1. Fuente propia	65
Imagen 23 estudiante construyendo el pentominó. Actividad 1. Fuente propia	66
Imagen 24 estudiante contando los cuadros a realizar. Actividad 1. Fuente propia.....	66
Imagen 25 estudiante contrayendo la figura del camello. Actividad 2. Fuente propia	67
Imagen 26 estudiantes construyendo el pingüino. Actividad 2. Fuente propia	68
Imagen 27estudiantes construyendo el pez . Actividad 2. Fuente propia.....	69
Imagen 28 Mosaico con una ficha del pentominó, actividad 3. Fuente propia.....	70
Imagen 29: cálculos de cubrimiento del mosaico, actividad 3 y 4. fuente propia	71
Imagen 30: cálculos de cubrimiento del mosaico, actividad 3 y 4. fuente propia	71
Imagen 31: Inicio de la "baldosa" para terminar el mosaico. Actividad 5.Fuente propia.....	72
Imagen 32: "baldosa" terminada y enumerada.....	73
Imagen 33: Triángulo equilátero con algunas propiedades. Fuente propia.....	86
Imagen 34:Cuadrado fuente propia	86
Imagen 35 Cuadrado con sus diagonales fuente propia	87
Imagen 36 Hexágono con sus diagonales fuente propia	87
Imagen 37 Ilustración con animales ocultos. Fuente: https://goo.gl/images/a8Zt4q	88
Imagen 38 anciano y perro con hueso. Fuente: https://goo.gl/images/Lubbr3	88
Imagen 39 Cabeza de caballo y rana. Fuente: https://goo.gl/images/aG9crm	89
Imagen 40 Paisaje con rostro. Fuente: https://goo.gl/images/L3G858	89
Imagen 41 Rostro y cabeza de caballo. Fuente: https://goo.gl/images/iVhEtk	89
Imagen 42 Pato y conejo. Fuente: https://goo.gl/images/tTqzim	90
Imagen 43 Fichas del pentominó. Fuente: http://www.correodelmaestro.com/pruebas/anteriores/2005/enero/nosotros104.htm	90
Imagen 44 rectángulo 6 x10. Fuente propia	90
Imagen 45 cocodrilo http://math2secu.blogspot.com.co/p/blog-page_7.html	91
Imagen 46 pingüino http://math2secu.blogspot.com.co/p/blog-page_7.html	91
Imagen 47 Camello http://math2secu.blogspot.com.co/p/blog-page_7.html	92

TABLAS

Tabla 1: Actividad 1: Diseño primera actividad.....	20
Tabla 2: Actividad 2: Diseño segunda actividad.....	22
Tabla 3: Actividad 3: Diseño Tercera actividad	25
Tabla 4: Actividad 4: Diseño cuarta actividad	26
Tabla 5: Actividad cinco: Diseño quinta actividad.....	29
Tabla 6 Actividad uno: Diseño primera actividad	31
Tabla 7 Actividad dos: Diseño dos actividad	34
Tabla 8 Actividad tres: Diseño tercera actividad.....	37
Tabla 9 Actividad cuatro: Diseño cuarta actividad.....	41
Tabla 10 Actividad cinco: Diseño Quinta actividad	44
Tabla 11 Ficha de seguimiento de para cada estudiante dada por la fundación nivel superior.....	75

Tabla 12: Ficha de seguimiento de para cada estudiante dada por la fundación nivel básico..... 76

INTRODUCCIÓN

Este informe responde a un trabajo de pasantía realizado por un estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de la ciudad de Bogotá en Colombia. Los resultados que se obtienen y se presentan en este documento están ligados a los procesos de enseñanza - aprendizaje de conceptos matemáticos y todo lo que ellos involucran, el desarrollo de esta pasantía se realizó en un espacio facilitado por la Fundación de investigación, desarrollo, educación y cultura para la infancia y la juventud –IN-JU HUELLAS- en la localidad de Usme de la capital del país.

La Fundación IN-JU HUELLAS es una Fundación legalmente constituida ante el estado, cuyo propósito es apoyar a niños, niñas y jóvenes de comunidades vulnerables, a partir de la promoción, gestión y liderazgo de acciones ciudadanas que propendan por la resolución pacífica de conflictos, la convivencia, responsabilidad y participación, así como el ejercicio cívico. La Fundación realiza trabajo en las áreas de lenguaje y matemáticas los días sábados dividiendo el grupo e cuatro grupos en cada área según sus fortalezas en estos campos.

El trabajo que se presenta fue desarrollado en el grupo superior de matemáticas, en este se verá la presentación de los diseños de las actividades, seguimiento del proceso de cada estudiante que permitirá presentar conclusiones y reflexiones frente al trabajo realizado.

Para poder desarrollar la experiencia, el análisis y todo lo que aquí se presenta se realizó un acuerdo de voluntades entre las instituciones involucradas en pro de permitir la implementación práctica de la propuesta, se revisó un plan de formación del pasante, un plan de acción que permitió esquematizar de manera concreta el proceder del pasante en la implementación de la propuesta, un análisis de resultados y finalmente unas conclusiones acompañadas de unas reflexiones que contrasten el trabajo realizado con los objetivos fijados en este informe.

Se ha diseñado la estructura mencionada en el párrafo anterior por capítulos, estos capítulos harán una profundización detallada de cada uno de los aspectos mencionados antes, en el primer capítulo que se presenta a continuación se desarrolla con el acuerdo entre las instituciones involucradas.

CAPÍTULO I

En este capítulo se muestra una descripción muy breve sobre el acuerdo establecido entre la Fundación de investigación, desarrollo, educación y cultura para la infancia y la juventud IN-JU HUELLAS y la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, donde se habla de las responsabilidades por parte de los involucrados y algunas normativas que permiten entender de mejor manera en qué consisten las bases legales que permitieron desarrollar este trabajo.

Información general del acuerdo

Nombre del acuerdo: Pasantía con acuerdo de voluntades entre el Proyecto Curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y entre la Fundación de investigación, desarrollo, educación y cultura para la infancia y la juventud IN-JU HUELLAS.

Responsables: Los responsables de orientar el proceso realizado y evaluar el trabajo son profesores de las instituciones que están involucradas en el acuerdo.

Fundación de investigación, desarrollo, educación y cultura para la infancia y la juventud IN-JU HUELLAS: Keilyn Julieth Sánchez Espitia.

Universidad Distrital: José Torres Duarte

Pasante(s): Cristian Camilo Jiménez Rodríguez, Karen Becerra, Harold Yesid Navarro y Luisa Fernanda Aldana Ortiz.

Descripción del acuerdo

El acuerdo de voluntades para la realización de pasantías del proyecto curricular licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas (LEBEM) de la facultad de ciencias y educación entre la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y entre la Fundación de investigación, desarrollo, educación y cultura para la infancia y la juventud IN-JU HUELLAS está fundamentado en el acuerdo 038 de julio 28 de 2015. En este se estipula entre las opciones, la pasantía, y la define *como una práctica social y cultural en la que se brinda algún tipo de servicio o apoyo a una comunidad específica*.

La pasantía tiene como objetivo establecer bases de cooperación académica y/o educacional y/o social entre la UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS y la **FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD IN-JU HUELLAS**.

En este acuerdo de voluntades se encuentran Las obligaciones por parte de los involucrados en el proceso a continuación se presentan algunas de ellas:

OBLIGACIONES DE LA FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS- Esta se obliga a:

- a.) Certificar la legalidad y permanencia de esta institución mediante registro de Cámara de comercio y Matrícula de Industria y Comercio vigentes u otras formas equivalentes de certificación de existencia legal jurídica.
- b.) Manifestar su interés de trabajo con la UNIVERSIDAD DISTRITAL y declarar sus responsabilidades mediante la firma de este documento dentro del cual se establecen los objetivos de la pasantía y la remuneración respectiva, si existiere.
- c.) Designar a una persona de la institución oferente que actúe como profesional encargado del acompañamiento del proceso de pasantía, quien en este caso será el señor(a) KEILYN JULIETH SÁNCHEZ ESPITIA.
- d.) Suplir las necesidades de recursos humanos, físicos y técnicos para la realización de las pasantías.
- e.) Oficializar un Concepto de finalización de pasantía que se remitirá al Docente DIRECTOR, en el que se evalúe el desempeño de los pasantes y los resultados obtenidos, para ser usados como instrumento de soporte en la evaluación y calificación final del trabajo de grado.

OBLIGACIONES DEL PASANTE:

- a.) Cumplir la labor asignada en el plan de trabajo según la distribución de horas acordadas que beneficien tanto a la UNIVERSIDAD DISTRITAL como a la FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS-,
- b.) Demostrar ante la FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS-, que están afiliados a una EPS o SISBEN y que tiene contratada una póliza de accidentes Escolares o que está afiliado a la ARL.
- c.) Los estudiantes no podrán por sí o por terceros reclamar personal o judicialmente a la INSTITUCIÓN indemnizaciones en dinero o en especie por cualquier enfermedad, o accidente que sufriere mientras se encuentra en desarrollo de la pasantía.
- d.) Cuidar los útiles, materiales y equipos que para adelantar la pasantía se les haya facilitado.
- e.) Cumplir los reglamentos y normatividad de la FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS- y de la UNIVERSIDAD DISTRITAL.,
- f.) Concurrir puntualmente al lugar donde se desarrollará su pasantía y asumir las instrucciones disciplinarias de la FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS-, si ésta así lo considera.

g.) *Elaborar un trabajo teórico-práctico producto del desarrollo de la pasantía, según los lineamientos reglamentarios del Consejo Curricular de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas*

h.) *Socializar el trabajo de pasantía ante la comunidad académica y ante los docentes DIRECTOR y Evaluador.*

OBLIGACIONES DEL DOCENTE DIRECTOR:

a.) *Verificar el desarrollo del plan de trabajo del PASANTE.*

b.) *Garantizar el desarrollo del plan de trabajo del PASANTE.*

c.) *Garantizar la previa programación y diseño de las clases y/o actividades académicas con los pasantes, así como con su respectiva evaluación y/o su corrección en caso de ser necesario.*

d.) *Realizar seguimiento por escrito de las actividades presenciales y no presenciales del pasante, acordadas en el plan de trabajo.*

e.) *Promover el estricto cumplimiento del horario establecido en el presente acuerdo por parte de los pasantes.*

f.) *Generar y garantizar a los pasantes los espacios necesarios que garanticen el buen desarrollo de la pasantía, así como los espacios para el desarrollo bibliográfico y de contenido para la elaboración del documento final que los pasantes se comprometan a entregar a la FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS–.*

g.) *Evaluar en conjunto con el profesional encargado del acompañamiento por parte de la FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS–, el desempeño general del pasante en el desarrollo de la pasantía.*

h.) *Presentar al Consejo Curricular mediante oficio, el documento final realizado por el pasante, con sus respectivos soportes, y una copia del concepto final emitido por el profesional encargado del acompañamiento en la Institución.*

OBLIGACIONES DEL PROFESIONAL ENCARGADO DEL ACOMPAÑAMIENTO EN LA FUNDACIÓN DE INVESTIGACIÓN, DESARROLLO, EDUCACIÓN Y CULTURA PARA LA INFANCIA Y LA JUVENTUD –IN-JU HUELLAS–

a.) *Suministrar la información institucional requerida para el desarrollo de la pasantía.*

b.) *Realizar seguimiento, acompañamiento y evaluación al plan de trabajo del pasante y a las actividades programadas.*

c.) *Facilitar la consecución de recursos institucionales.*

d.) *Apoyar al pasante en las actividades académicas que se programen.*

e.) *Convocar al pasante a las reuniones programadas por la institución.*

f.) *Realizar seguimiento por escrito de las actividades presenciales y no presenciales del pasante, acordadas en el plan de trabajo de la pasantía.*

g.) Evaluar en conjunto con el Docente DIRECTOR el desempeño general de los pasantes durante el desarrollo de la pasantía.

h.) Elaborar el informe final de la pasantía y remitirlo al Docente DIRECTOR.

En el marco del acuerdo anteriormente descrito se desarrolla un trabajo de pasantía titulado: " *el arte de la matemática crítica, una propuesta para la enseñanza de objetos matemáticos por medio del estudio de los teselados*". Este mismo acuerdo junto con las ideas que giran en torno a los propósitos de la Fundación y las características de la población permitirá definir los objetivos de la pasantía, se hablará de estos objetivos en el capítulo III.

CAPITULO II

En este capítulo se presenta el trabajo de formación del pasante, buscando dar las mejores condiciones en todo el trabajo que refiere a la pasantía, buscando optimizar de la mejor manera posible la estructura de planeaciones, análisis entre otros. Este trabajo de formación se dividió en dos bloques, la formación brindada por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y la formación que de manera autónoma asume el pasante frente a su proyecto de pasantía.

Formación de la universidad Distrital Francisco José de Caldas

Los espacios de formación que brinda la Universidad dentro del plan de estudio en la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) a los que se harán referencia son aquellos que tienen que ver directamente con los espacios de práctica intermedia y práctica intensiva, en estos espacios los estudiantes fortalecen su conocimiento teórico-práctico en el marco de la enseñanza de las matemáticas, involucrando elementos tales como objetos matemáticos, elementos matemáticos, conceptos matemáticos, la didáctica de las matemáticas, elaboración de recursos, evaluación, entre otros.

A continuación se presenta una descripción de la intención en estos espacios de formación.

Práctica intermedia I (Diseño y planeación)

Algunos Propósitos

Que el estudiante:

- Diseñe y planea, a partir de una revisión bibliográfica de referentes legales y didácticos, una propuesta de aula, en la que se haga énfasis en la resolución de problemas como metodología.

- Diseñe y ejecute actividades de clase que les permita identificar los elementos conceptuales para solucionar los problemas que se presentan en el aula.
- Reflexione sobre la importancia de la planeación y el diseño en la formación del profesor.

Práctica Intermedia II (Recursos)

Algunos propósitos

Que el estudiante:

- Oriente y ejecute un proyecto de aula que potencien la construcción y desarrollo del conocimiento y el razonamiento pedagógico, sobre los elementos del conocimiento profesional del profesor de matemáticas, en donde se reflexione sobre la pertinencia y función de los recursos didácticos, en el desarrollo de diversos pensamientos de las matemáticas escolares en nivel de preescolar y en la educación básica primaria.
- Desarrolle una propuesta de diseño de material didáctico en la que se expliciten aspectos en relación con las funciones semióticas e instrumentales de dichos recursos para la representación de técnicas y conceptos matemáticos.

Práctica intermedia III (Gestión)

Objetivo

- Apoyar la reflexión del estudiante para profesor de matemáticas (EPM) en torno a los problemas del profesor para llevar a cabo la gestión en el aula de la metodología de resolución de problemas usando el modelo DECA como transición a la Teoría de las situaciones didácticas de Brousseau.

Práctica intermedia IV (Evaluación)

Algunos objetivos

- Reflexionar en torno a los problemas del profesor que se generan en la práctica de aula y que vinculan el aprendizaje, el currículo y la evaluación de aprendizaje matemático de los estudiantes de básica y media en una IED.
- Propiciar y potenciar en los EPM la construcción y desarrollo del conocimiento práctico y razonamiento pedagógico relativo al diseño y gestión de la evaluación en el aula de matemáticas.
- Analizar los condicionantes ético-políticos y socioculturales de la evaluación educativa que influyen en la formación ciudadana de un estudiante en una clase de matemática

Práctica Intensiva

Algunos objetivos

- Contribuir al desarrollo de Conocimiento Didáctico de Contenido del Estudiante para Profesor de Matemáticas (EPM) en forma de conocimiento práctico y razonamiento pedagógico sobre la materia a enseñar.
- Transformar las concepciones que tiene el EPM sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática a partir de la integración de los distintos conocimientos que hacen parte de la práctica docente.
- Promover entre los EPM durante el desarrollo de las prácticas docentes, procesos de innovación e investigación en el aula a partir del desarrollo y sistematización de secuencias de enseñanza.
- Orientar a los EPM en la construcción de propuestas inclusivas, adaptación de material y conocimiento de estrategias pedagógicas que contribuyan a la atención de la diversidad.

Formación autónoma

Lectura 1: HACIA UNA FILOSOFÍA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA. En este libro el autor pretende “teorizar” la relación que existe entre la educación crítica y las áreas que se estudian en las escuelas, haciendo un especial énfasis en las matemáticas. Además, también se quiere invitar al lector a hacer una consideración de los usos prácticos para la labor docente que se pueden definir de esta relación y como ellos gestionan de manera reflexiva la interacción de los estudiantes y profesor (sujetos críticos) con el medio que los rodea (el objeto de crítica).

Entender las matemáticas como un productor de nuevas invenciones que a su vez tienen un impacto directo en la realidad de quienes interactúan con dichas invenciones permite hablar de las matemáticas como un agente de cambio de la realidad donde se presentan, no como el único es claro pero si como uno de los que más impacto causan permite pensar en cómo a través del estudio de este agente de cambio se puede formar a una persona crítica hacia la realidad en la que se desenvuelve y donde las matemáticas están en constante intervención, al hacer hincapié en ello toma sentido el objeto de las matemática crítica, pero ¿cuál es ese objeto? (**Skovsmose, 1999**) dice:

“Una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática. Podemos preguntarnos ahora: ¿y cuál es en particular la competencia de la educación matemática crítica que se conecta con la competencia democrática en general? Esta competencia particular es el conocer reflexivo. Este se refiere a la capacidad necesaria para “tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos”. (**Skovsmose, 1999, Pág. 15**)

Para este trabajo es fundamental el estudio de estas relaciones, ya que como se verá más adelante por el contexto de los estudiantes es importante la interacción de los sujetos en el espacio de formación pues esto les va a permitir entender que el debate, la concertación, el trabajo en equipo entre otros, son herramientas para resolución pacífica de conflictos, estos

elementos se trabajarán con las matemáticas como instrumento que generé espacios y situaciones donde se deba hacer uso de ellos para lograr los objetivos prácticos en las actividades.

Lectura 2: LA FORMACIÓN DEL PENSAMIENTO CRÍTICO. El señor (**Boistever, 2004**) muestra en este texto las características que deben tener quienes poseen un pensamiento crítico, por medio de lo que él llama “*Las reglas del pensamiento crítico*” como por ejemplo, tener una mente abierta, presentar aptitudes, (definiendo aptitudes como la posesión de los conocimientos requeridos para formar un juicio claro) entre otras. También algunas estrategias de enseñanza que permiten a los estudiantes desarrollar pensamiento crítico, categorizando una serie de actividades según la edad de los estudiantes y como estas fortalecen alguna de las reglas que se mencionan en su trabajo.

Aquí también se presenta una lista de aspectos a evaluar a la hora de entender ese pensamiento crítico y establecer la apropiación de ese pensamiento por parte de los estudiantes.

- “*La insistencia en la búsqueda de la solución a un problema que no es aparentemente de inmediato*
- *El ejercicio de un mejor control sobre la impulsividad*
- *La aptitud de escuchar a los demás, demostrar empatía y comprender sus puntos de vista*
- *Flexibilidad en las formas de pensar*
- *Verificación en el propio trabajo de la exactitud y la precisión*
- *Aprovechar conocimientos adquiridos y experiencias vividas*
- *Expresarse y pensar con precisión” (Boistever, 2004. Pág. 149)*

Lectura 3: ¿DE CARNE Y HUESO? LA VIDA SOCIAL Y POLÍTICA DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA. En este texto la autora (**Valero, 2006**) presenta de manera explícita como las matemáticas tienen una dimensión social, explicando que ellas son un constructo de la interacción entre los seres humanos alienando grupos de personas en pro de trabajar en situaciones de orden matemático, también menciona como la comunión de individuos permite que las matemáticas tengan un mayor alcance ya que sin esa interacción no se presenta el debate y la formulación de ideas que se discuten como válidas o no dentro de una comunidad, es por ello que aparece el papel social de las matemáticas y debe tenerse claro a la hora de la enseñanza de las mismas pues eso permite dimensionar de manera transversal el alcance político pues en estos espacios se fomenta la democracia como un ente de participación donde todos tiene los mismo derechos y deberes a la hora de su gestión o trabajo alrededor de las matemáticas, permitiendo que los individuos sean partícipes de pequeñas comunidades que son un manifiesto de la sociedad.

Si se piensa de esta manera, la ciencia y el avance de esta trae consigo una responsabilidad y si no se reflexiona sobre esta puede tener alcances nefastos tales como los que se presentaron en las guerras mundiales, específicamente en la segunda guerra mundial, el “deshumanizar” a quienes trabajan en esos campos hace que nunca se piense en los

alcances y posteriores consecuencias que los avances en tecnología pueden traer pues se piensa en la ciencia como un campo lejos de la sociedad dejando de lado como la ciencia termina definiendo a la sociedad misma.

Lectura 4: TESELACIONES Los autores nos aproximan a la idea más intuitiva de lo que es una teselación, definiéndola como “*Una teselación es una construcción de polígonos regulares o irregulares que al juntarlos sin superponerlos no dejan espacios entre sí*”. (**Ardila & Stanley, S.F. Pág. 3**). Existen cuatro tipos de Teselados, los teselados regulares, los teselados semi-regulares, los teselados semí-irregulares y los teselados irregulares.

En este trabajo se acompañará a los estudiantes con la elaboración de teselados regulares que son aquellos que deben cubrir toda una superficie con un solo tipo de polígono regular, sin que se sobrepongan y sin dejar espacios vacíos. Esto nos permite deducir que los polígonos que cumplen esta condición deben ser divisores de 360° , Por otro lado encontramos

Importancia de la formación realizada para la pasantía

Se puede evidenciar en la estructura de los objetivos y propósitos de cada una de estas asignaturas como se busca la formación integral de un profesor desde su momento pre-activo (diseño y planeación) pasando por su momento activo (Gestión) y llegando hasta su papel pos-activo (evaluación, aunque esta puede presentarse en el momento activo), esta experiencia en aulas le permite al pasante ser reflexivo frente a los que se trabajará con los estudiantes de la Fundación IN-JU HUELLAS, invitándolo a pesar sobre todas las variables que se pueden presentar en el proceso y cómo actuar de mejor manera frente a ellas en el momento de enfrentarlas en su labor docente.

Ahora si se revisa la formación autónoma, se puede ver como evidente el estudio de las matemáticas como un factor determinante para el cambio de pensamiento social y políticos de los individuos que hacen parte del grupo de estudiantes con los que se trabajó la aparición de la matemática crítica, esto permite que el docente use su clase como un reflejo de la sociedad y con ello pueda gestionar espacios donde se reflexione acerca de mejores formas de solucionar conflictos, como lo son el debate, los argumentos, la comprensión y aceptación de los diferentes puntos de vista.

Finalmente se habla de los teselados los cuales definieron el trabajo matemático que se realizó con los estudiantes, en este trabajo solo se hizo uso de los teselados regulares en los cuales se trabajan con un polígono regular para el recubrimiento de un plano, específicamente se trabajará el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono.

Toda esta formación es de vital importancia ya que ella permitió establecer el camino a seguir tanto en la elaboración de este trabajo como en la práctica durante la pasantía,

además de facilitar la comprensión e intervención durante las sesiones en el ejercicio de la práctica y posterior análisis.

CAPITULO III

En este capítulo se hará una descripción de la población, y de la institución facilitadora del espacio de trabajo junto con la mención de su proyecto, esto, ayudará a entender el plan de trabajo que se presenta a través de los objetivos los cuales determinaron el camino a seguir durante el proceso.

Descripción de la población

La población con la que se realizó el trabajo está enmarcada en una comunidad del barrio los naranjos en la localidad de Usme al sur de Bogotá, estas familias están entre los estratos socioeconómicos 0, 1 y 2, Allí se encuentran niños en altos niveles de vulnerabilidad por diferentes situaciones ya sean de tipo familiar, social, político, racial, entre otros. La Fundación IN-JU HUELLAS llega a esta comunidad a ofrecer un servicio de apoyo para estos jóvenes y niños promoviendo principalmente acciones que propendan la resolución pacífica de conflictos. Además de “*diseñar e implementar programas, proyectos e iniciativas de carácter investigativo, pedagógico, comunitario cultural, productivo, comunicativo y artístico para el fortalecimiento de aprendizajes, la autogestión y el desarrollo de capacidades de niños, niñas y jóvenes...*” Por lo anterior, la Fundación IN-JU HUELLAS desarrolla procesos formativos, acciones y actividades encaminadas a la construcción de paz, convivencia y ciudadanía, la educación, la comunicación y la cultura”.

Dentro de estos parámetros la Fundación abre un espacio de trabajo para los niños en el cual se les realizan sesiones de trabajo en el área de matemáticas en el salón comunal del barrio, la intención de estos espacios es que junto con el estudio de los matemáticas los niños puedan explorar sus fortalezas en otros campos tales como el arte y así poder potenciar esas fortalezas. El grupo de niños se encuentra dividido en cuatro grupos de trabajo, categorizados por sus fortalezas en el área de matemáticas de la siguiente manera, grupo base, grupo básico, Grupo medio y grupo superior

En este trabajo se hablará del desarrollo que se llevó a cabo con el grupo superior y básico conformado por ocho y cuatro estudiantes respectivamente, que se encuentran en los cursos de 4 a 7 de escolaridad, dentro los grupo se encuentran cuatro niños y ocho niñas.

La Fundación provee todos los materiales necesarios para el trabajo en las sesiones de clase gracias a un convenio que tiene con un distribuidor de papelería, es por ellos que para las actividades de manualidades y el material para adaptación no se presenta problema.

Es importante aclarar que el último sábado de cada mes los estudiantes tienen talleres artísticos donde los profesores de todas las áreas participan activamente con los niños en un

espacio de interacción con ideas de arte que les permite a los niños expresarse de maneras diferentes a las convencionales.

La descripción del contexto de los estudiantes y las iniciativas de trabajo por parte de la Fundación permiten establecer el plan de acción a seguir enmarcado en los objetivos que se presentan a continuación.

Plan de Acción

Objetivo general

- Gestionar en los estudiantes de una población vulnerable al sur de Bogotá el estudio de las matemáticas (pensamiento geométrico-espacial) a través de los teselados y con ello poder desarrollar en los estudiantes el pensamiento crítico de su realidad.

Para lograr este objetivo se proponen los siguientes objetivos específicos:

- ✓ Diseñar y Aplicar una secuencia de actividades matemáticas enfocadas en el desarrollo del pensamiento geométrico espacial por medio del estudio de los teselados para estudiantes de poblaciones vulnerables.
- ✓ Elaborar materiales y recursos didácticos para la comprensión y construcción de objetos matemáticos por parte de los estudiantes
- ✓ Generar espacios de debate donde los estudiantes puedan manifestar y defender su postura por medio de la argumentación.
- ✓ Generar espacios de sana convivencia donde el dialogo prime como herramienta de intermediación

Con estos objetivos se realizó el trabajo en la práctica con los estudiantes lo que permitió construir la propuesta de actividades para las sesiones de clase, en el siguiente Ítem se presentan dichas actividades.

CAPITULO IV

En este capítulo se presenta la secuencia de actividades propuesta a los estudiantes del nivel superior y básico en el desarrollo de la pasantía.

Actividades propuestas

Las actividades propuestas se encuentran en el marco del estudio de la construcción de teselados usando este tópico como tema de entrada al estudio de objetos matemáticos implícitos en él, además de permitir y generar durante el desarrollo de las clases espacios de debate y discusión con la intención que se mencionó en capítulos anteriores.

Actividad 1

Tabla 1: Actividad 1: Diseño primera actividad

Actividad 1
PROFESOR: Cristian Camilo Jiménez Rodríguez
INTRODUCCIÓN: En esta actividad se pretende que los estudiantes den cuenta de sus conocimientos frente a diferentes figuras geométricas, de los conocimientos se espera que se expresen características, propiedades similitudes y diferencias entre figuras geométricas. Se trabajara con polígonos cerrados, principalmente los polígonos regulares.
OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN
GENERAL <ul style="list-style-type: none">✓ Profesor:<ol style="list-style-type: none">1. Determinar las posibles dificultades (cognitivas, procedimentales, etc.) que presentan los estudiantes cuando definen una figura geométrica.✓ Estudiante:<ol style="list-style-type: none">1. Construir una definición de cada uno de los polígonos asignados2. Exponer y debatir las características y propiedades de los polígonos asignados
REFERENTES TEÓRICOS -TEMÁTICAS En la mayoría de instituciones que de la básica primaria, hay una tendencia a iniciar, constituir y desarrollar el <i>pensamiento matemático de los niños</i> a partir de "la adquisición de destrezas, habilidades y conocimientos aritméticos y numéricos, manejo de algoritmos relacionados con las cuatro operaciones básicas, memorización de procedimientos mecánicos para la resolución de problemas o ejercicios" (Benítez y Cárdenas, 2008, Pág. 22) Es por esto que se propone de manera fundamental el estudio del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes (Vasco, 1998) resalta como una tarea fundamental el rescate de la enseñanza del pensamiento geométrico espacial en las aulas de clase y en los planes de trabajo de los maestros. En este sentido, y en el marco de la <i>geometría activa</i> , se plantea la propuesta el trabajo con Teselaciones para niños podemos entender las teselaciones como creaciones

artísticas que, repetidas sobre el plano, llenan completamente una región sin vacíos ni superpuestos, sus conceptos, significados, características y tipologías. Se busca que genere el desarrollo de las *habilidades de pensamiento espacial* tales como coordinación figura-fondo, percepción de posición en el espacio, discriminación visual, memoria visual, entre otras.

La construcción de *nociónes* y *conceptos geométricos* (topológicos, como región, interior, frontera; euclidianos, como por ejemplo, línea, vértices, polígonos; proyectivos y movimientos propios de la Geometría de las transformaciones, relacionados con la rotación, traslación o reflexión, isometrías propias del plano euclíadiano).

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

En la actividad se presentará a los estudiantes una información teórica acerca de tres polígonos (Hexágono, Cuadrado y triángulo equilátero) que por sí solos permiten realizar una cobertura completa del plano sin usar otras figuras lo que se conoce como teselaciones de tipo regular.

Cuando los estudiantes se acerquen a esta información con la ayuda del profesor realizarán una cartelera por grupos que les permita exponer las características y propiedades de los polígonos estudiados a sus compañeros, la división de grupos se hará por cada polígono, es decir, se generarán tres grupos de trabajo.

MOMENTOS (fases)	PROPOSITO
MOMENTO 1 El docente saludará de manera cordial a los estudiantes dándoles la bienvenida a la clase y pidiendo cordialmente se dispongan para el desarrollo de la clase	Generar buenos hábitos de respeto y buena disposición.
MOMENTO 2 El profesor explicará en que consiste la actividad de la clase y al final resolverá las dudas y sugerencias frente a misma, para finalmente constituir los grupos de trabajo.	Exponer la mecánica de la actividad y resolver dudas frente a ella, conformar los grupos de trabajo.
MOMENTO 3 Se les entregará a cada uno de los grupos las guías (Anexo 1) con la teoría para que construyan sus exposición, el profesor irá pasando por cada uno de los grupos orientando el trabajo de construcción de la exposición resolviendo dudas y conciliando acuerdos dentro de cada grupo de trabajo.	Dar a conocer el material base para la exposición y resolver dudas de los estudiantes frente a la información que se les da. Construcción del material de apoyo para la exposición.
MOMENTO 4 Cada grupo de estudiantes deberá exponer su trabajo a toda la clase explicando todo lo que entendió y no entendió del material de apoyo.	Permitir que los estudiantes enseñen lo que se trabajó con el material teórico
MOMENTO 5 Se permitirá que cada uno de los estudiantes haga las preguntas que le surgieron a raíz de las exposiciones de los compañeros y al final el profesor desarrollará una	Definir y procurar resolver todas las dudas que surjan a raíz de las exposiciones de los estudiantes

institucionalización basado en el trabajo de los estudiantes.			
MOMENTO 6 Se dará por finalizada la clase el profesor agradecerá el trabajo y disposición de los estudiantes en la sesión.	Dar por terminada la sesión		
RECURSOS Cartulina, marcadores reglas e instrumentos que les permitan realizar el dibujo de los polígonos.			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS Cartelera	TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA		
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO
Cognitivo	El estudiante reconoce características y propiedades del polígono con el cual trabaja.	El estudiante NO reconoce propiedades y características del polígono PERO construye una representación pictórica adecuada	El estudiante NO reconoce propiedades y características del polígono y TAMPOCO construye una representación pictórica adecuada

Actividad 2

Tabla 2: Actividad 2: Diseño segunda actividad

Actividad 2
PROFESOR: Cristian Camilo Jiménez Rodríguez
INTRODUCCIÓN: En esta actividad se pretende que los estudiantes usen los polígonos que se trabajaron en la sesión anterior para cubrir completamente un espacio determinado, en este caso se habla de una pieza de cartulina, la cual deben cubrir completamente con una figura de las tres que se trabajaron en la sesión anterior.
OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN
GENERAL
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Profesor: <ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar si los estudiantes usan las propiedades y características de los polígonos trabajados en la sesión inmediatamente anterior en una situación. 2. Acercar al estudiante a la idea de teselación. ✓ Estudiante: <ol style="list-style-type: none"> 3. Usar las propiedades y características de los peliglos que se trabajaron en la sesión anterior para cubrir un espacio 4. Exponer y debatir las características y propiedades de los polígonos

asignados.

REFERENTES TEÓRICOS -TEMÁTICAS

En la mayoría de instituciones de básica primaria, hay una tendencia a iniciar, constituir y desarrollar el *pensamiento matemático de los niños* a partir de "la adquisición de destrezas, habilidades y conocimientos aritméticos y numéricos, manejo de algoritmos relacionados con las cuatro operaciones básicas, memorización de procedimientos mecánicos para la resolución de problemas o ejercicios" (Benítez y Cárdenas, 2008, Pág. 22)

Es por esto que se propone de manera fundamental el estudio del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes (Vasco, 1998) resalta como una tarea fundamental el rescate de la enseñanza del pensamiento geométrico espacial en las aulas de clase y en los planes de trabajo de los maestros.

En este sentido, y en el marco de la *geometría activa*, se plantea la propuesta el trabajo con Teselaciones para niños podemos entender las teselaciones como creaciones artísticas que, repetidas sobre el plano, llenan completamente una región sin vacíos ni superpuestos, sus conceptos, significados, características y tipologías. Se busca que genere el desarrollo de las *habilidades de pensamiento espacial* tales como coordinación figura-fondo, percepción de posición en el espacio, discriminación visual, memoria visual, entre otras.

La construcción de *nociónes y conceptos geométricos* (topológicos, como región, interior, frontera; euclidianos, como por ejemplo, línea, vértices, polígonos; proyectivos y movimientos propios de la Geometría de las transformaciones, relacionados con la rotación, traslación o reflexión, isometrías propias del plano euclíadiano).

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Los estudiantes se reunirán en grupos de trabajo diferentes a los que se conformaron en la sesión anterior, cada grupo deberá escoger una figura geométrica con las que se trabajaron en la sesión anterior y con ella deberá cubrir completamente un plano (una pieza de cartulina), se le explicará a los estudiantes que esas figuras deben cumplir las propiedades que se estudiaron para cada figura.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará de manera cordial a los estudiantes dándoles la bienvenida a la clase y pidiendo cordialmente se dispongan para el desarrollo de la clase	Generar buenos hábitos de respeto y buena disposición.
MOMENTO 2 El profesor explicará en que consiste la actividad de la clase y al final resolverá las dudas y sugerencias frente a misma, para finalmente constituir los grupos de trabajo.	Exponer la mecánica de la actividad y resolver dudas frente a ella, conformar los grupos de trabajo.

MOMENTO 3	Se les entregará a cada uno de los grupos los materiales con los que deben trabajar, la teoría para que construyan sus teselados, el profesor irá pasando por cada uno de los grupos orientando el trabajo de construcción de la construcción resolviendo dudas y conciliando acuerdos dentro de cada grupo de trabajo.	Dar a conocer el material base para la construcción y resolver dudas de los estudiantes frente a la información que se les da. Construcción del material.	
MOMENTO 4	Cada grupo de estudiantes deberá exponer su trabajo a toda la clase explicando todo lo que uso para su teselado.	Permitir que los estudiantes enseñen lo que se trabajó con el material.	
MOMENTO 5	Se permitirá que cada uno de los estudiantes haga las preguntas que le surgieron a raíz de las exposiciones de los compañeros y al final el profesor desarrollará una institucionalización basado en el trabajo de los estudiantes.	Definir y procurar resolver todas las dudas que surjan a raíz de las exposiciones de los estudiantes	
MOMENTO 6	Se dará por finalizada la clase el profesor agradecerá el trabajo y disposición de los estudiantes en la sesión.	Dar por terminada la sesión	
RECURSOS Cartulina, marcadores reglas e instrumentos que les permitan realizar el dibujo de los polígonos.			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS Carteleras de la sesión anterior y teselados		TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA	
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO
Cognitivo	El estudiante usa las características del polígono con el trabajo para la construcción del teselado	El estudiante NO estudiante usa las características del polígono con el trabajo para la construcción del teselado PERO construye un teselado	El estudiante NO estudiante usa las características del polígono con el trabajo para la construcción del teselado y TAMPOCO construye un teselado.

Actividad 3

Tabla 3: Actividad 3: Diseño Tercera actividad

Actividad 3 PROFESOR: Cristian Camilo Jiménez Rodríguez
INTRODUCCIÓN: En esta actividad se pretende que los estudiantes den cuenta de sus conocimientos frente a diferentes figuras geométricas, de los conocimientos se espera que se expresen características, propiedades similitudes y diferencias entre figuras geométricas. Se trabajara con polígonos cerrados, principalmente los polígonos regulares, con los cuales ellos deberán construir un dibujo.
OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN
GENERAL <ul style="list-style-type: none">✓ Profesor:<ol style="list-style-type: none">1. Presentar a los estudiantes una situación donde puedan usar sus conocimientos en figuras geométricas para realizar un dibujo compuesto de estas.✓ Estudiante:<ol style="list-style-type: none">1. Usar la definición que tiene de cada uno de los polígonos estudiados para hacer una representación pictórica de ellos.2. Construir una figura que esté compuesta por diferentes polígonos.
REFERENTES TEÓRICOS -TEMÁTICAS Los estudiantes deben expresar de manera realista para ellos los conocimientos que adquieren, las representaciones artísticas hacen parte de la realidad de los niños dentro de la Fundación Bartolini Bussi & Boero y Lehrer & Ronberg, citados por (Hershkowitz, 2004) según esta visión, el conocimiento geométrico puede y debe ser construido de una manera significativa en contextos que puedan servir como "campos de experiencia" o como "trampolines geométricos". El contexto deberá ser "realista" para los alumnos, donde realista es tomado en un sentido amplio. "En génesis de toda imagen se encuentra el afán comunicativo que prevalece en el arte general. Realizar una imagen es hacer visible un conjunto de ideas, emociones y sensaciones con la finalidad de comunicarla (a otros, a uno mismo) mediante elementos visuales, seleccionados, combinados y organizados con determinado sentido estético" Sprovkin citado por (Peñuela, 2015, Pág. 34.)
DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD: Se le presentará a los estudiantes cartón paja que les permitirán construir las figuras geométricas con las que se han trabajado en las sesiones anteriores, luego de ello los estudiantes tendrán en sus manos unas imágenes de arte creativo (Anexo 2) las cuales

podrán observar durante un tiempo tratando de crear una idea de la ellas, posteriormente los estudiantes comentarán las imágenes con el grupo contando que han visto en ellas. Finalmente los estudiantes deberán realizar un dibujo usando los polígonos que se construyeron en la primera parte de la sesión, para exponerlo ante sus compañeros.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará de manera cordial a los estudiantes dándoles la bienvenida a la clase y pidiendo cordialmente se dispongan para el desarrollo de la clase	Generar buenos hábitos de respeto y buena disposición.
MOMENTO 2 El profesor explicará en que consiste la actividad de la clase y al final resolverá las dudas y sugerencias frente a misma.	Exponer la mecánica de la actividad y resolver dudas frente a ella.
MOMENTO 3 Se les entregará a los estudiantes cartón paja para que construyan las figuras geométricas con las que se han trabajado junto con regla compas y lo que se necesite.	Que los estudiantes construyan los polígonos con los que se va a trabajar más adelante usando sus conocimientos de cada uno.
MOMENTO 4 Los estudiantes recibirán las hojas con las imágenes que deben observar por unos minutos y describir que se observa en cada una de ellas.	Presentar a los estudiantes imágenes de arte que le permitan visualizar diferentes objetos en una misma imagen.
MOMENTO 5 Los estudiantes recibirán materiales para dibujar sus presentaciones usando los polígonos que construyeron en la primera parte de la sesión.	Que los estudiantes a partir de sus conocimientos y el estudio de las imágenes presentadas puedan dibujar una imagen de tema libre.
MOMENTO 6 Los estudiantes compartir con sus compañeros su dibujo explicando cómo lo realizaron y que representa	Socializar el trabajo de todos los estudiantes con sus compañeros.
MOMENTO 7 Se dará por finalizada la clase el profesor agradecerá el trabajo y disposición de los estudiantes en la sesión.	Dar por terminada la sesión
RECURSOS Cartulina, marcadores reglas e instrumentos que les permitan realizar el dibujo de los polígonos.	

Actividad 4

Tabla 4: Actividad 4: Diseño cuarta actividad

Actividad 4
PROFESOR: Cristian Camilo Jiménez Rodríguez

INTRODUCCIÓN:

En esta actividad los estudiantes estudiaran el concepto de área y perímetro a partir de la indagación con los demás compañeros y profesores de la Fundación, investigando sobre como los demás perciben ese concepto para usar esas investigaciones tipo entrevista y posteriormente y construir y definir el concepto.

OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN

GENERAL

- ✓ Profesor:
 1. Acercar a los estudiantes a los conceptos de área y perímetro.
- ✓ Estudiante:
 1. Definir el concepto de área y perímetro en una figura conocida como el cuadrado.

REFERENTES TEÓRICOS -TEMÁTICAS

Según (**MEN, 2006. Pág. 82-83**) en grado cuarto los estudiantes deben llegar a: “medir, cuantificar y comparar situaciones con números en contextos reales; además describir situaciones que requieren el uso de medidas relativas respecto atributos medibles; llevándolos a realizar y describir procesos de medición con patrones de medida arbitrarios y estandarizados”

Para (**Olmo, 1993. Pág. 43**) “la conservación del área y la diferencia existente con el perímetro, son algunas de las dificultades que se encuentran en los estudiantes debido a que a partir de que la superficie es sometida a determinadas transformaciones”. Esto quiere decir que los estudiantes deben entender que la transformación de una figura puede determinar el cambio de su área y su perímetro dependiente la transformación que se haga lo que es fundamental para el concepto de teselado que se trabaja ya que los estudiantes deberán hacer transformaciones a una figura para lograr teselar un espacio.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Los estudiantes se reunirán en grupos de trabajo diferentes a los que se conformaron en la sesión anterior, cada grupo deberá escoger una figura geométrica con las que se trabajaron en la sesión anterior y con ella deberá cubrir completamente un plano (una pieza de cartulina), se le explicará a los estudiantes que esas figuras deben cumplir las propiedades que se estudiaron para cada figura.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará de manera cordial a los estudiantes dándoles la bienvenida a la clase y pidiendo cordialmente se dispongan para el desarrollo de la clase	Generar buenos hábitos de respeto y buena disposición.
MOMENTO 2 El profesor explicará en que consiste la actividad de la clase y al final resolverá las dudas y sugerencias	Exponer la mecánica de la actividad y

<p>frente a misma, para finalmente constituir los grupos de trabajo.</p>	<p>resolver dudas frente a ella, conformar los grupos de trabajo.</p>
<p>MOMENTO 3 Los estudiantes en grupos deberán desplazarse por los demás grupos de trabajo y preguntarle a sus compañeros sobre que entienden acerca del concepto de área y perímetro</p>	<p>Dar a conocer la actividad y resolver dudas de los estudiantes frente a la información que se les da.</p>
<p>MOMENTO 4 Cada grupo de estudiantes deberá compartir con sus compañeros del nivel superior las apreciaciones de sus compañeros</p>	<p>Permitir que los estudiantes enseñen lo que se trabajó y comparten esta información con el grupo.</p>
<p>MOMENTO 5 Se permitirá que cada uno de los estudiantes haga las preguntas que le surgieron a raíz de las exposiciones de los compañeros</p>	<p>Definir y procurar resolver todas las dudas que surjan a raíz de las exposiciones de los estudiantes</p>
<p>MOMENTO 6 Los estudiantes deben definir nuevamente los grupos de trabajo y ahora entrevistar a los profesores de la fundación para repetir el proceso de socialización.</p>	<p>Que los estudiantes fortalezcan las definiciones dadas por sus compañeros y comparten esas definiciones dadas por los profesores</p>
<p>MOMENTO 7 Los estudiantes en compañía del profesor construirán una definición de los conceptos de área y perímetro propia a partir de lo que se indago.</p>	<p>Construir una definición de área y perímetro a partir de la investigación de los estudiantes y con la orientación del</p>

MOMENTO 8 Se dará por finalizada la clase el profesor agradecerá el trabajo y disposición de los estudiantes en la sesión.	docente. Dar por terminada la sesión
RECURSOS Los estudiantes deberán consignar toda la información en sus cuadernos.	
Evaluación	
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS No presenta	TIPO DE EVALUACIÓN No aplica

Actividad 5

Tabla 5: Actividad cinco: Diseño quinta actividad

Sesión 5
PROFESOR: Cristian Camilo Jiménez Rodríguez
INTRODUCCIÓN: En esta actividad los estudiantes deben manifestar mediante la elaboración de un teselado todo lo que se trabajó durante las sesiones anteriores, deberán cubrir de manera óptima una pieza de cartulina usando figuras que abarquen completamente el área de un polígono para formar una teselación regular.
OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN
GENERAL <ul style="list-style-type: none"> ✓ Profesor: <ol style="list-style-type: none"> 1. Presentar a los estudiantes una situación donde pueda usar los conocimientos trabajados durante las diferentes sesiones. ✓ Estudiante: <ol style="list-style-type: none"> 2. Construir un teselado usando los conocimientos trabajados durante las diferentes sesiones del curso.
REFERENTES TEÓRICOS -TEMÁTICAS En la mayoría de instituciones que de la básica primaria, hay una tendencia a iniciar, constituir y desarrollar el <i>pensamiento matemático de los niños</i> a partir de "la adquisición de destrezas, habilidades y conocimientos aritméticos y numéricos, manejo de algoritmos relacionados con las cuatro operaciones básicas, memorización de procedimientos mecánicos para la resolución de problemas o ejercicios" (Benítez y Cárdenas, 2008, Pág 22). Es por esto que se propone de manera fundamental el estudio del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes (Vasco, 1998) resalta como una tarea fundamental el rescate de la enseñanza del pensamiento geométrico espacial en las aulas de clase y en los planes de trabajo de los maestros.

En este sentido, y en el marco de la *geometría activa*, se plantea la propuesta el trabajo con Teselaciones para niños podemos entender las teselaciones como creaciones artísticas que, repetidas sobre el plano, llenan completamente una región sin vacíos ni superpuestos, sus conceptos, significados, características y tipologías. Se busca que genere el desarrollo de las *habilidades de pensamiento espacial* tales como coordinación figura-fondo, percepción de posición en el espacio, discriminación visual, memoria visual, entre otras.

La construcción de *nociónes* y *conceptos geométricos* (topológicos, como región, interior, frontera; euclidianos, como por ejemplo, línea, vértices, polígonos; proyectivos y movimientos propios de la Geometría de las transformaciones, relacionados con la rotación, traslación o reflexión, isometrías propias del plano euclíadiano).

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

En esta actividad los estudiantes deben dar cuenta de todo el trabajo que han realizado en el transcurso de las sesiones, es por ello que deberán construir una galería de teselados; para lo cual deben elegir una de las figuras con las que se trabajó en la primera sesión y con ella construir dos figuras que representen la misma área y permitan realizar una teselación de la pieza de cartulina de la que van a disponer, luego deberán nombrarla y presentarla a los compañeros en la exhibición de la galería.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará de manera cordial a los estudiantes dándoles la bienvenida a la clase y pidiendo cordialmente se dispongan para el desarrollo de la clase	Generar buenos hábitos de respeto y buena disposición.
MOMENTO 2 El profesor explicará en qué consiste la actividad de la clase y al final resolverá las dudas y sugerencias frente a misma, para finalmente constituir los grupos de trabajo.	Exponer la mecánica de la actividad y resolver dudas frente a ella, conformar los grupos de trabajo.
MOMENTO 3 Los estudiantes deberán trabajar con el material y el profesor acompañará la construcción de los teselados resolviendo dudas e inquietudes alrededor de la misma.	Dar a conocer la actividad y resolver dudas de los estudiantes frente a la información que se les da.
MOMENTO 4 Los estudiantes pondrán sus teselados en la pared y exhibirán a sus compañeros su construcción, explicando su proceso de construcción.	Permitir que los estudiantes enseñen lo que se trabajó y

	compartan esta información con el grupo.
MOMENTO 5 El profesor institucionalizará todo el proceso que se hizo con los estudiantes y como en cada una de las sesiones se trabajaron en los elementos, objetos y conceptos matemáticos que les permitieran generar un mejor teselado final y como se evidencia el avance del teselado final respecto al primero que se trabajó con ellos en las primeras sesiones.	Explicar a los estudiantes como se pensó y se ejecutó el proceso de trabajo en las sesiones para que finalmente ellos reflexionen sobre lo aprendido durante todo el curso
MOMENTO 5 Se dará por finalizada la clase el profesor agradecerá el trabajo y disposición de los estudiantes en la sesión.	Dar por terminada la sesión
RECURSOS Los estudiantes tendrán a su disposición material como cartulina, regla, marcadores, temperas, entre otros. Para poder realizar su teselado.	
Evaluación	
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS No presenta	TIPO DE EVALUACIÓN No aplica

Secuencia de actividad del nivel básico

Actividad 1

Tabla 6 Actividad uno: Diseño primera actividad

Actividad 1
PROFESOR: Luisa Fernanda Aldana Ortiz
INTRODUCCIÓN A continuación se encontrará el diseño de la actividad 1 correspondiente a la fase de acción para el grupo básico; esta inicia con los objetivos de la actividad, después se hace una presentación teórica del objeto que se trabaja es decir, conocimiento del material en este caso el pentominó (atributos de los objetos) . Luego se presenta la descripción de la actividad, identificando los momentos, tiempos y roles que cumplen los niños y el pasante durante la misma. Finalmente se muestran como anexos el material en el cual se presentan problemas de tipo geométrico, en este mismo el estudiante registrará la

resolución de los problemas, teniendo en cuenta la situación fundamental que es el pentominó. Al finalizar la actividad se hará una socialización.

OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN

GENERAL

➤ Profesor:

1. Dar a conocer las pautas a los estudiantes para lograr un buen resultado en cada una de las sesiones.
2. Mostrar la importancia de la utilización en la situación fundamental (el pentominó) para realizar el trabajo en clase.

➤ Estudiante:

1. Dar a conocer las formas en que ellos interpretan los problemas de tipo geométrico.
2. Mostrar las estrategias que usan para resolver problemas de tipo geométrico.

REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA

Con esta actividad se puede evidenciar que los estudiantes ya realizan un reconocimiento de palabras claves para el desarrollo y su posible solución, como lo dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir o significado inmediato.*

Los procesos de comparación empiezan cuando los estudiantes hacen cotejos e identifican si hay más o menos objetos, si es más largo o más corto, si hay mucho o poco en relación a un referente o a un objeto dado; que según **Chamorro (1994)** , **Godino (2002)** estarían dentro de los atributos de los objetos, en magnitudes intensivas.

Una magnitud casi siempre responde a una característica física, o a un atributo observable de los objetos (como la longitud, masa, capacidad, etc.); según Piaget citado por **Chamorro y Belmonte (1994)**, *los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son lo mismos.*

A continuación se explicará los atributos de las magnitudes mencionadas anteriormente :

Comparación: el estudiante compara cualquier cantidad de magnitud con la cantidad fija

Percepción: el estudiante identifica los atributos de una colección de objetos (más grande que, más pequeño que, más largo que, más corto que, mucho, poco)

Estimación: según **Segovia, Castro Rico y Castro (1989)** la definen como “*juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad,*

en función de circunstancias individuales del que lo emite”

Conservación: el estudiante compara y no se deja llevar por su percepción; **Piaget(1973)** nombra tres etapas como principio de conservación de la longitud :

- *En un primer estadio la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos.*
- *En un segundo estadio dos segmentos que en un principio reconoce de la misma longitud, dejan de tenerla al desplazar uno de ellos pues el niño se fija solo en el punto final de cada segmento y no en los puntos iniciales; según el punto o puntos en que el niño fije su atención le llevará a resultados diversos que, incluso, van a depender de la longitud de los segmentos utilizados.*
- *En el tercer estadio es cuando el niño percibe como iguales longitudes que realmente lo son, independientemente de consideraciones ajenas, y es entonces, alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud.*

Para la construcción de magnitud longitud se va a tener en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numero). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Los estudiantes explorarán libremente con el pentominó para descubrir todas las posibilidades que el material les ofrece. Al inicio de la actividad el trabajo será individual, y después sugerir que trabajen en parejas para que los niños y niñas jueguen con otro pentominó y entre los dos descubran nuevas posibles formas que ellos imaginan, además se les invitarán a que vayan dialogando o conversando entre los dos lo que están realizando, basados en su exploración. Al final tendrán que construir su propio pentominó.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará y realiza el llamado de lista, solicita al grupo la disposición para el desarrollo de la clase.	Se establecen algunas pautas para tener en cuenta en las sesiones de clase.

MOMENTO 2	El docente explicará las normas de la actividad de clase y deja claro que durante la misma contestará dudas y finalmente entre el grupo se construirá un concepto frente al material manipulado por ellos.	Presentar la mecánica de la actividad y resolver dudas respecto a ella.	
MOMENTO 3	Se les asigna a cada uno de los integrantes del grupo un pentomino (Anexo 3) con el propósito que exploren el material que cada uno tiene en sus mesas , el docente orientará a cada uno de los integrantes del grupos.	Exponer el material con el cual se realizará la actividad y esclarecer dudas de los estudiantes frente al material.	
MOMENTO 4	Cada integrante del grupo debe exponer su experiencia frente al pentominó, y se les pedirá que construyan su propio pentominó reconociendo cada una de las piezas que lo componen.	Permitir que los estudiantes construyan su propio material didáctico (el pentominó).	
MOMENTO 5	Se da por finalizada la sesión aclarando que el pentominó construido servirá para todas las sesiones y se les felicitará por su colaboración y trabajo realizado.	Dar por terminada la sesión	
RECURSOS El Pentominó, cartulina, regla, colores, rectángulos con diferentes medidas.			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS El Pentominó		TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA	
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO
Cognitivo	El estudiante reconoce características y propiedades del pentomino partir de su construcción	El estudiante NO reconoce propiedades y características del pentomino PERO no lo construye.	El estudiante NO reconoce propiedades y características del pentominó y TAMPOCO construye figuras con base del pentominó.

Actividad 2

Tabla 7 Actividad dos: Diseño de la actividad

Actividad 2
PROFESOR: Luisa Fernanda Aldana Ortiz
INTRODUCCIÓN: En esta actividad se pretende que los estudiantes usen el pentominó que trabajaron en la sesión anterior para cubrir completamente un espacio determinado representado en figuras de animales, para este caso los estudiantes determinarán transformaciones geométricas

(rotación, translación y simetría) de las piezas del pentominó, la cual deben cubrir completamente las figuras (camello, pez, león, pingüino, cocodrilo).

OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN

GENERAL

- ✓ Profesor:
 3. Identificar si los estudiantes utilizan las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para cubrir la figura dadas.
- ✓ Estudiante:
 5. Comparar y ordenar las fichas compuestas por el pentominó para cubrir las figuras dadas.
 6. Utilizar y justificar los atributos de cada una de las fichas del pentominó.

REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA

Con esta actividad se puede evidenciar que los estudiantes ya realizan un reconocimiento de palabras claves para el desarrollo y su posible solución, como lo dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir o significado inmediato.*

Los procesos de comparación empiezan cuando los estudiantes hacen cotejos e identifican si hay más o menos objetos, si es más largo o más corto, si hay mucho o poco en relación a un referente o a un objeto dado; que según **Chamorro (1994)** , **Godino (2002)** estarían dentro de los atributos de los objetos, en magnitudes intensivas.

Una magnitud casi siempre responde a una característica física, o a un atributo observable de los objetos (como la longitud, masa, capacidad, etc.); según Piaget citado por **Chamorro y Belmonte (1994)**, *los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son lo mismos.*

A continuación se explicará los atributos de las magnitudes mencionadas anteriormente :

Comparación: el estudiante compara cualquier cantidad de magnitud con la cantidad fija

Percepción: el estudiante identifica los atributos de una colección de objetos (más grande que, más pequeño que, más largo que, más corto que, mucho, poco)

Estimación: según **Segovia, Castro Rico y Castro (1989)** la definen como “juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en

función de circunstancias individuales del que lo emite”

Conservación: el estudiante compara y no se deja llevar por su percepción; **Piaget(1973)** nombra tres etapas como principio de conservación de la longitud :

- *En un primer estadio la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos.*
- *En un segundo estadio dos segmentos que en un principio reconoce de la misma longitud, dejan de tenerla al desplazar uno de ellos pues el niño se fija solo en el punto final de cada segmento y no en los puntos iniciales; según el punto o puntos en que el niño fije su atención le llevará a resultados diversos que, incluso, van a depender de la longitud de los segmentos utilizados.*
- *En el tercer estadio es cuando el niño percibe como iguales longitudes que realmente lo son, independientemente de consideraciones ajenas, y es entonces, alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud.*

Para la construcción de magnitud longitud se va a tener en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, *una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numero). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar.*

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Esta actividad se inició con la entrega del Pentominó, recordando la construcción que se hizo de éste durante la actividad anterior. Se invitó a los integrantes del grupo a observar el material, con el fin de acercarlos de manera vivencial a las trasformaciones geométricas de las fichas, sin decirles en ese momento que se trata de dicha noción, se le pidió a los estudiantes que socialicen sus resultados para así llegar a una conclusión entre todos sobre el concepto de dicha noción.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará y realiza el llamado de lista, solicita al grupo la disposición para el desarrollo de la clase.	Se establecen algunas pautas para tener en cuenta en las sesiones de clase.
MOMENTO 2 El docente explicará las normas de la actividad de clase y deja claro que durante la misma contestará dudas y finalmente entre el grupo se construirá un concepto frente al material manipulado por ellos.	Presentar la mecánica de la actividad y resolver dudas respecto a ella.
MOMENTO 3 Se le entregará a cada estudiante el material construido por	Dar a conocer las figuras base para el recubrimiento

ellos (anexo 4), el docente orientará al estudiante, por medio de preguntas, e ir guiándolo a la noción del concepto de transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para recubrir las figuras dadas y ser mediador de los acuerdos que se hagan dentro del grupo.	de las mismas con el material base (el pentomino) y resolver dudas de los estudiantes frente a la información dada con anterioridad.		
MOMENTO 4 Los estudiantes socializarán las soluciones que hicieron frente a cada figura entregada.	Los estudiantes socializan los resultados con el material trabajado.		
MOMENTO 5 Se les da a los estudiantes la oportunidad que realicen preguntas surgidas con base a la socialización de sus compañeros y al final, el docente realizará una retroalimentación basada en lo expuesto por los estudiantes.	Definir un concepto sobre las transformaciones geométricas basado en la socialización realizada por los estudiantes.		
MOMENTO 6 Se da por finalizada la sesión aclarando que el pentominó construido solo les servirán algunas fichas específicas y se les felicitará por su colaboración y trabajo realizado.	Dar por terminada la sesión.		
RECURSOS Figuras de animales (camello, pez, león, pingüino y cocodrilo) y el pentominó construido por los estudiantes.			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS Solución del armado de las figuras de animales, y socialización de los mismos		TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA	
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO
Cognitivo	El estudiante afina la noción de transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) usa las soluciones de figuras dadas (animales).	El estudiante NO afina la noción de transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) PERO construye las figuras dadas.	El estudiante NO afina la noción de transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) y TAMPOCO construye las figuras dadas.

Actividad 3

Tabla 8 Actividad tres: Diseño tercera actividad

Actividad 3
PROFESOR: Luisa Fernanda Aldana Ortiz
INTRODUCCIÓN:

En esta actividad se pretende que los estudiantes usen el pentominó pero en este caso solo una ficha (*X, T, L, F*) para cubrir un espacio determinado, basado en el trabajo realizado en la sesión anterior con las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) de la ficha.

OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN

GENERAL

- ✓ Profesor:

1. Identificar si los estudiantes usan las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para cubrir un espacio determinado utilizando una sola ficha del pentominó.

- ✓ Estudiante:

1. Compara cada transformación geométrica compuesta con una ficha del pentominó para cubrir un espacio determinado.
2. Utiliza y justifica los atributos de las transformaciones geométricas para cubrir el espacio determinado.

REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA

Con esta actividad se puede evidenciar que los estudiantes ya realizan un reconocimiento de palabras claves para el desarrollo y su posible solución, como lo dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir o significado inmediato.*

Los procesos de comparación empiezan cuando los estudiantes hacen cotejos e identifican si hay más o menos objetos, si es más largo o más corto, si hay mucho o poco en relación a un referente o a un objeto dado; que según **Chamorro (1994)** , **Godino (2002)** estarían dentro de los atributos de los objetos, en magnitudes intensivas.

Una magnitud casi siempre responde a una característica física, o a un atributo observable de los objetos (como la longitud, masa, capacidad, etc.); según Piaget citado por **Chamorro y Belmonte (1994)**, *los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son lo mismos.*

A continuación se explicará los atributos de las magnitudes mencionadas anteriormente :

Comparación: el estudiante compara cualquier cantidad de magnitud con la cantidad fija

Percepción: el estudiante identifica los atributos de una colección de objetos (más grande que, más pequeño que, más largo que, más corto que, mucho, poco)

Estimación: según **Segovia, Castro Rico y Castro (1989)** la definen como “juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite”

Conservación: el estudiante compara y no se deja llevar por su percepción; **Piaget(1973)** nombra tres etapas como principio de conservación de la longitud :

- *En un primer estadio la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos.*

- *En un segundo estadio dos segmentos que en un principio reconoce de la misma longitud, dejan de tenerla al desplazar uno de ellos pues el niño se fija solo en el punto final de cada segmento y no en los puntos iniciales; según el punto o puntos en que el niño fije su atención le llevará a resultados diversos que, incluso, van a depender de la longitud de los segmentos utilizados.*

- *En el tercer estadio es cuando el niño percibe como iguales longitudes que realmente lo son, independientemente de consideraciones ajenas, y es entonces, alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud.*

Para la construcción de magnitud longitud se va a tener en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numero). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Esta actividad se inició con la entrega de una sola ficha (X,T,L,F) recordando la construcción que se hizo de éste durante la actividad anterior. Se invitó entonces a observar el material, con el fin de acercarlos de manera vivencial y que a partir de las trasformaciones geométricas de las fichas, (una para cada estudiante) realicen un mosaico, sin decirles en ese momento que se trata de dicha noción de teselado, de igual forma se les pidió a los estudiantes que socialicen sus resultados para así llegar a una conclusión entre todos sobre el concepto de dicho teselado.

MOMENTOS (fases)	PROPÓSITO
MOMENTO 1 El docente saludará y realiza el llamado de lista, solicita al grupo la disposición para el desarrollo de la clase.	Se establecen algunas pautas para tener en cuenta en las sesiones de clase.
MOMENTO 2 El docente explicará las normas de la actividad de clase y deja claro que durante la misma contestará dudas y finalmente entre el grupo se construirá un concepto frente al	Presentar la mecánica de la actividad y resolver dudas respecto a ella.

material manipulado por ellos.			
MOMENTO 3	Se le entregará a cada estudiante el material construido por ellos (anexo 4). El docente orientará al estudiante por medio de preguntas para ir guiándolo al concepto de teselados a partir de las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para recubrir un espacio específico utilizando solo una ficha del pentominó (X,T,L,F) y ser mediador de los acuerdos dentro del grupo.	Dar a conocer las fichas base(X, T, L, F) para el recubrimiento del espacio determinado y resolver dudas de los estudiantes frente a la información dada con anterioridad.	
MOMENTO 4	Los estudiantes socializarán los resultados obtenidos que elaboraron con cada figura entregada.	Los estudiantes socializaran los resultados obtenidos con el material trabajado.	
MOMENTO 5	Se da a cada uno de los estudiantes la posibilidad de realizar preguntas que surgieron con base a la socialización de sus compañeros y al final docente realizará una retroalimentación basada en lo expuesto por los estudiantes.	Definir un concepto sobre el mosaico o teselado usando las transformaciones geométricas basado en la socialización realizada por los estudiantes con las posibles soluciones para recubrir el espacio.	
MOMENTO 6	Se les da finalizada la sesión aclarando que el pentominó construido servirá solo dos fichas en la siguiente sesión y se les dará una felicitación por el trabajo realizado.	Dar por terminada la sesión	
RECURSOS Fichas del pentomino (X, T,L,F), espacio a cubrir, lápiz, colores			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS Solución el mosaico con la fichas (X, T,L,F) utilizando las transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) , en un espacio determinado.		TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA	
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO
Cognitivo	El estudiante concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) usando solo una ficha del pentomino (X, T,L,F).	El estudiante NO concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) PERO construye el armado del mosaico usando solo una ficha del	El estudiante NO concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) y TAMPOCO construye el mosaico usando solo una ficha del pentomino

		pentomino (X, T, L, F) .	(X, T, L, F) .
--	--	-------------------------------	------------------

Actividad 4

Tabla 9 Actividad cuatro: Diseño cuarta actividad

Actividad 4
PROFESOR: Luisa Fernanda Aldana Ortiz
INTRODUCCIÓN: En esta actividad se pretende que los estudiantes usen el pentominó pero en este caso solo dos fichas (W,X),(N,T),(U,X) para cubrir una espacio determinado basado en el trabajo realizado en la sesión anterior con la transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) con una ficha.
OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN
GENERAL ✓ Profesor: 1. Identificar si los estudiantes usan las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para cubrir un espacio determinado utilizando dos fichas (W,X),(N,T),(U,X) del pentominó. ✓ Estudiante: 2. Comparar cada transformación geométrica compuesta por dos fichas del pentominó para cubrir un espacio determinado. 3. Utilizar y justificar los atributos de las transformaciones geométricas para cubrir el espacio determinado.
REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA Con esta actividad se puede evidenciar que los estudiantes ya realizan un reconocimiento de palabras claves para el desarrollo y su posible solución, como lo dice Puig (s.f) se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir o significado inmediato. Los procesos de comparación empiezan cuando los estudiantes hacen cotejos e identifican si hay más o menos objetos, si es más largo o más corto, si hay mucho o poco en relación a un referente o a un objeto dado; que según Chamorro (1994) , Godino (2002) estarían dentro de los atributos de los objetos, en magnitudes intensivas. Una magnitud casi siempre responde a una característica física, o a un atributo observable

de los objetos (como la longitud, masa, capacidad, etc.); según Piaget citado por **Chamorro y Belmonte (1994)**, los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son los mismos.

A continuación se explicará los atributos de las magnitudes mencionadas anteriormente :

Comparación: el estudiante compara cualquier cantidad de magnitud con la cantidad fija

Percepción: el estudiante identifica los atributos de una colección de objetos (más grande que, más pequeño que, más largo que, más corto que, mucho, poco)

Estimación: según **Segovia, Castro Rico y Castro (1989)** la definen como “juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite”

Conservación: el estudiante compara y no se deja llevar por su percepción; **Piaget(1973)** nombra tres etapas como principio de conservación de la longitud :

- *En un primer estadio la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos.*

- *En un segundo estadio dos segmentos que en un principio reconoce de la misma longitud, dejan de tenerla al desplazar uno de ellos pues el niño se fija solo en el punto final de cada segmento y no en los puntos iniciales; según el punto o puntos en que el niño fije su atención le llevará a resultados diversos que, incluso, van a depender de la longitud de los segmentos utilizados.*

- *En el tercer estadio es cuando el niño percibe como iguales longitudes que realmente lo son, independientemente de consideraciones ajenas, y es entonces, alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud.*

Para la construcción de magnitud longitud se va a tener en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numero). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Esta actividad se inició con la entrega de parejas de fichas (W X),(N,T),(U,X) del pentominó , recordando la construcción que se hizo de éste durante la actividad anterior. Se invitó entonces a observar el material, con el fin de acercarlos de manera vivencial que a

partir de las transformaciones geométricas del par de fichas,(una para cada estudiante) para que realicen un mosaico y se les pidió a los estudiantes que socialicen sus resultados para así llegar a una conclusión entre todos, que los teselados no solo se utilizan a una sola ficha sino varias.

MOMENTOS (fases)	PROPOSITO		
MOMENTO 1 El docente saludará y realiza el llamado de lista, solicita al grupo la disposición para el desarrollo de la clase.	Se establecen algunas pautas para tener en cuenta en las sesiones de clase.		
MOMENTO 2 El docente explicará las normas de la actividad de clase y deja claro que durante la misma contestará dudas y finalmente entre el grupo se construirá un concepto frente al material manipulado por ellos.	Presentar la mecánica de la actividad y resolver dudas respecto a ella.		
MOMENTO 3 Se le entregará a cada estudiante el material construido por ellos, el docente orientara al estudiante por medio de preguntas para ir guiándolos al concepto de teselado usando varias fichas con transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para recubrir un espacio específico utilizando un par de fichas del pentominó (W,X),(N,T),(U,X) y ser mediador de acuerdos hechos dentro del grupo.	Dar a conocer las fichas base (W,X),(N,T),(U,X) para el recubrimiento del espacio determinado y resolver dudas de los estudiantes frente a la información dada con anterioridad.		
MOMENTO 4 Los estudiantes socializarán las soluciones que hicieron frente a cada figura entregada.	Los estudiantes socializan los resultados con el material trabajado.		
MOMENTO 5 Se otorga que cada uno de los estudiantes que realicen preguntas que le surgieron con base a la socialización de sus compañeros y al final docente realizará una retroalimentación basado en lo expuesto por los estudiantes.	Definir un concepto sobre el mosaico o teselado usando las transformaciones geométricas basado en la socialización realizada por los estudiantes con las posibles soluciones para recubrir el espacio.		
MOMENTO 6 Se les da finalizada la sesión aclarando que el pentomino construido servirá para todas las sesiones y dándoles una felicitación por su trabajo realizado	Dar por terminada la sesión		
RECURSOS Fichas del pentomino (W,X),(N,T),(U,X) , espacio a cubrir, lápiz, colores			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS Solución el mosaico con las fichas (W,X),(N,T),(U,X) utilizando las transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) , en un espacio determinado	TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA		
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO

Cognitivo	El estudiante concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) usando un par de fichas del pentominó (W,X),(N,T),(U,X)	El estudiante NO concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) PERO construye el mosaico usando un par de fichas del pentominó (W,X),(N,T),(U,X).	El estudiante NO concluye concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones (rotación translación y simetría) TAMPOCO construye el mosaico usando un par de fichas del pentomino (W,X),(N,T),(U,X)
-----------	---	---	--

Actividad 5

Tabla 10 Actividad cinco: Diseño Quinta actividad

Actividad 5
PROFESOR: Luisa Fernanda Aldana Ortiz
INTRODUCCIÓN: En esta actividad se pretende que los estudiantes usen el pentominó para realizar un mosaico libre usando los conceptos trabajados en las sesiones anteriores para cubrir un espacio determinado.
OBJETIVO DE LA PLANEACIÓN
GENERAL <input checked="" type="checkbox"/> Profesor: <ol style="list-style-type: none"> Identificar si los estudiantes usan las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para cubrir un espacio determinado utilizando libremente todas las fichas del pentominó. <input checked="" type="checkbox"/> Estudiante: <ol style="list-style-type: none"> Comparar cada transformación geométrica compuesta de todas las fichas del pentominó para cubrir un espacio determinado. Utilizar y justificar los atributos de las transformaciones geométricas para cubrir el espacio determinado.
REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA

Con esta actividad se puede evidenciar que los estudiantes ya realizan un reconocimiento de palabras claves para el desarrollo y su posible solución, como lo dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir a un significado inmediato.*

Los procesos de comparación empiezan cuando los estudiantes hacen cotejos e identifican si hay más o menos objetos, si es más largo o más corto, si hay mucho o poco en relación a un referente o a un objeto dado; que según **Chamorro (1994)** , **Godino (2002)** estarían dentro de los atributos de los objetos, en magnitudes intensivas.

Una magnitud casi siempre responde a una característica física, o a un atributo observable de los objetos (como la longitud, masa, capacidad, etc.); según Piaget citado por **Chamorro y Belmonte (1994)**, *los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son lo mismos.*

A continuación se explicará los atributos de las magnitudes mencionadas anteriormente :

Comparación: el estudiante compara cualquier cantidad de magnitud con la cantidad fija

Percepción: el estudiante identifica los atributos de una colección de objetos (más grande que, más pequeño que, más largo que, más corto que, mucho, poco)

Estimación: según **Segovia, Castro Rico y Castro (1989)** la definen como “*juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite*”

Conservación: el estudiante compara y no se deja llevar por su percepción; **Piaget(1973)** nombra tres etapas como principio de conservación de la longitud :

- *En un primer estadio la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos.*
- *En un segundo estadio dos segmentos que en un principio reconoce de la misma longitud, dejan de tenerla al desplazar uno de ellos pues el niño se fija solo en el punto final de cada segmento y no en los puntos iniciales; según el punto o puntos en que el niño fije su atención le llevará a resultados diversos que, incluso, van a depender de la longitud de los segmentos utilizados.*
- *En el tercer estadio es cuando el niño percibe como iguales longitudes que realmente lo son, independientemente de consideraciones ajenas, y es entonces,*

alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud.

Para la construcción de magnitud longitud se va a tener en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numero). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ACTIVIDAD:

Esta actividad se inició con la entrega del pentominó recordando la construcción que se hizo de éste durante las actividades anteriores. Se invitó entonces, a observar el material con el fin de acercarlos de manera vivencial a partir de las trasformaciones geométricas de las fichas (una para cada estudiante), para que realicen un mosaico de libre creación , sin decirles, en ese momento, que se trata de la noción de teselado, además se le pidió a los estudiantes que socialicen sus resultados para así llegar a una conclusión entre todos sobre el concepto de teselado.

MOMENTOS (fases)	PROPOSITO
MOMENTO 1 El docente saludará y realiza el llamado de lista, solicita al grupo la disposición para el desarrollo de la clase.	Se establecen algunas pautas para tener en cuenta en las sesiones de clase.
MOMENTO 2 El docente explicará las normas de la actividad de clase y deja claro que durante la misma contestará dudas y finalmente entre el grupo se construirá un concepto frente al material manipulado por ellos.	Presentar la mecánica de la actividad y resolver dudas respecto a ella.
MOMENTO 3 Se le entregará a cada estudiante el material construido por ellos (anexo 4), el docente orientaran a los estudiantes por medio de preguntas, para ir orientando el concepto de teselado a partir de transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para recubrir un espacio específico utilizando todas las fichas del pentominó y ser mediador de los acuerdos dentro del grupo.	Dar a conocer las fichas de pentominó para el recubrimiento del espacio determinado y resolver dudas de los estudiantes frente a la información dada con anterioridad.
MOMENTO 4 Los estudiantes socializaran las soluciones que hicieron frente a cada figura entregada.	Los estudiantes socializan las soluciones con el material trabajado.
MOMENTO 5 Se otorga que cada uno de los estudiantes que realicen preguntas que le surgieron con base a la socialización de sus compañeros y al final docente realizara una retroalimentación basado en lo expuesto por los estudiantes.	Definir un concepto sobre el mosaico o teselado usando las transformaciones basado en la socialización realizada por los estudiantes con las posibles soluciones para recubrir el espacio.

MOMENTO 6 Se les da finalizada la sesión aclarando que el pentomino construido servirá para todas las sesiones y dándoles una felicitaciones por su trabajo realizado	Dar por terminada la sesión		
RECURSOS Fichas del pentominó espacio a cubrir, lápiz, colores			
Evaluación			
ACTIVIDADES/INSTRUMENTOS Solución del mosaico con todas las fichas del pentominó utilizando las transformaciones geométricas (rotación translación y simetría), en un espacio determinado	TIPO DE EVALUACIÓN CUALITATIVA		
Criterios	ALTO	MEDIO	BAJO
Cognitivo	El estudiante concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) utilizando todas ficha del pentominó.	El estudiante NO concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) PERO construye el mosaico usando todas las fichas del pentominó.	El estudiante NO concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) y TAMPOCO construye el mosaico usando todas las fichas del pentominó.

CAPÍTULO V

Descripción y análisis de la experiencia

En este capítulo se presenta la descripción y análisis de cada uno de los resultados obtenidos durante el desarrollo de la pasantía, estos se presentan en orden cronológico de la aplicación de las actividades que se realizaron en la Fundación, es decir, actividad por actividad.

Actividad 1

En esta actividad se buscó que los estudiantes pudieran diferenciar y reconocer los triángulos, cuadrados y hexágonos, pues estos componen la forma base de teselación, cumpliendo con lo que propone el MEN en sus estándares básicos para las competencias

matemáticas “Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.” (MEN, 2002, Pág. 82).

Además de ello esta actividad sirvió de diagnóstico para medir las habilidades comunicativas de los estudiantes pues dentro de ella se estima que los estudiantes deben presentar una exposición a los compañeros del grupo que le permita definir como está entendiendo los conceptos que se proponen en el anexo.

Para esta actividad se dividieron en tres grupos, cada grupo tenía bajo su responsabilidad el trabajo con uno de los polígonos antes mencionados a continuación se presentan los resultados de cada uno de los grupos.

- Grupo 1

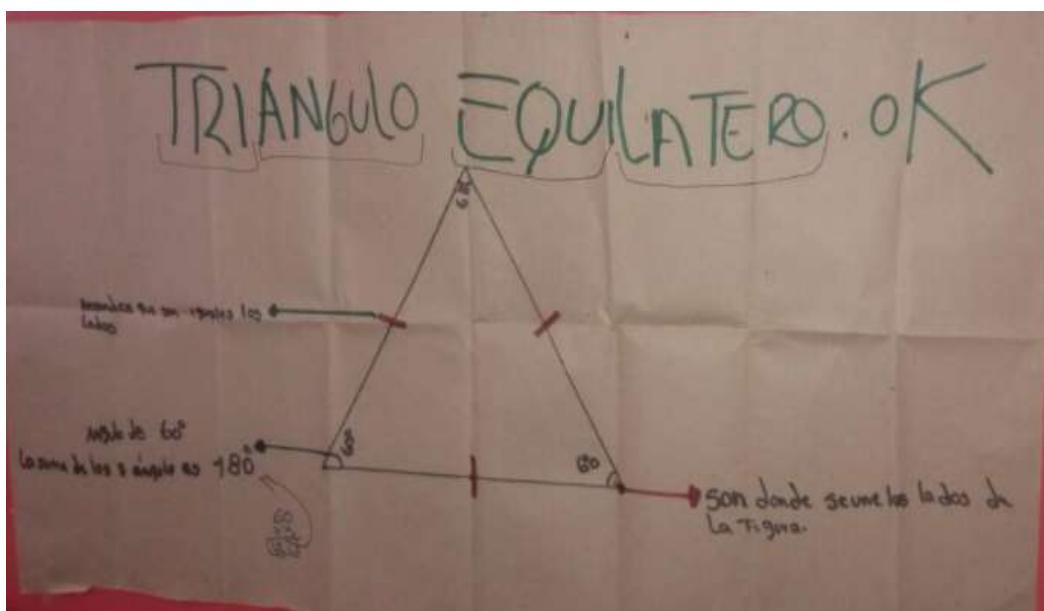


Imagen 1 Cartelera el triángulo equilátero primer grupo actividad 1 fuente propia

El grupo describe en su exposición el triángulo equilátero como una figura cerrada, además se puede observar en la cartelera que se poyan en el dibujo para definir el vértice como el lugar donde se unen las líneas de la figura. También establecen que la suma de sus ángulos internos es igual a 180° , usando elementos formales como la misma marca aclarando que esta representa que los lados son iguales.

- Grupo 2



Imagen 2 Cartelera el hexágono segundo grupo Actividad 1. Fuente propia

Los estudiantes en su cartelera de exposición muestran elementos importantes, como por ejemplo la construcción del hexágono a partir de seis triángulos (lo que no caracterizan como isósceles) hablan del vértice común entre estos triángulos que componen la figura, además los estudiantes en su exposición definen el hexágono como una polígono regular de seis lados y seis ángulos.

Este grupo propone una discusión muy interesante con relación a que son cóncavos y que son convexos pues uno de los compañeros le pregunta a los exponentes cual es la diferencia entre estos y uno de los expositores responde que los polígonos cóncavos tiene ángulos mayores a 90° , en este momento el profesor interviene y le explica a los estudiantes que la medida del ángulo si es característica fundamental de esta clase de polígonos pero que la medida es errada pues la medida que determina esto es la que tiene un valor mayor a 180° .

- Grupo 3

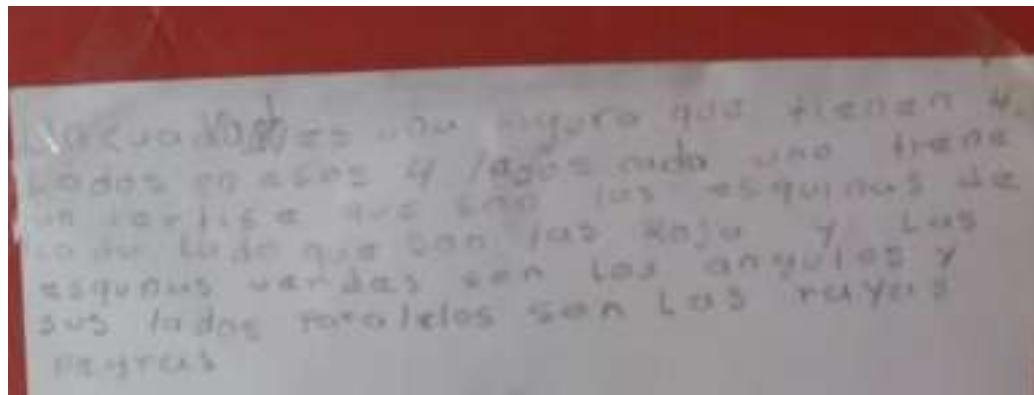


Imagen 3 Texto en la cartelera tercer grupo Actividad 1. Fuente propia

En texto de la cartelera venos como los estudiantes definen el cuadrado como un cuadrilátero, cada uno de los lados lo relacionan como un vértice, es decir, se relaciona la cantidad de lados con la cantidad de vértices, también identifican que los vértices se encuentran en “las esquinas” donde también ubican los ángulos y diferencian los unos de los otros por tonos como se puede ver en la imagen 4.

Introducen un término que los demás compañeros desconocen paralelismo, cuando se les pregunta acerca de este concepto uno de los estudiantes responde: “Profe eso quiere decir que los lados son lados que no se cruzan”, a lo que los demás compañeros les dicen que existen lados que se “cruzan” y se puede ver en el dibujo, el mismo compañero expositor responde que la paralelismo no es entre todos los lados si no en los que están de frente.

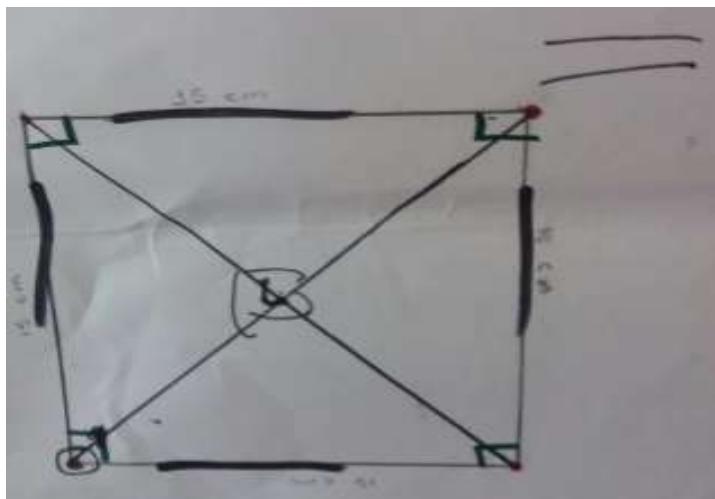


Imagen 4 Cuadrado cartelera tercer grupo Actividad 1. Fuente propia

Luego de las exposiciones y las preguntas que se le hicieron a los grupos el profesor procede a institucionalizar el trabajo realizado por los compañeros, esta institucionalización dado la variedad de grados en los que se encuentran los estudiantes se hace de un manera forma, pero usando el lenguaje de los estudiante como un elemento básico de la comprensión por parte de ellos ya que “entre la gran cantidad de dificultades que se presentan en los estudiantes en la comprensión de conceptos en un contexto geométrico, existen aquellas que son debidas a la comprensión del lenguaje matemático mismo, que implica el reconocimiento de términos específicos del área y la elaboración conceptual adecuada de los mismos, aquellas son debidas al uso distinto tipo de notación que de por sí, agregan un factor más, el uso de símbolos, que al no tratarse de un leguaje natural provoca también dificultades” (Rey, 2003. Pág. 89). Por esta razón se acordaron las siguientes definiciones con los estudiantes:

Vértice: Punto común entre dos lados de una figura.

Ángulo: Medida que se forma cuando dos lados de la figura se cruzan

Triángulo equilátero: Figura de tres lados iguales, por lo cual tiene tres vértices e igual número de ángulos cada ángulo mide 60° , la suma de sus ángulos internos es 180°

Cuadrado: Figura de cuatro lados iguales, por lo cual tiene cuatro vértices e igual número de ángulos cada ángulo mide 90° por lo que la suma de sus ángulos internos es 360° .

Hexágono: Es una figura de seis lados, por lo cual tiene seis vértices e igual número de ángulos, cada ángulo mide 120° por lo que la suma de sus ángulos internos es 720° .

Bajo lo que se explico acerca de la forma de trabajar de los estudiantes podemos clasificarlos a cinco estudiantes en el nivel **ALTO** pues estos estudiantes lograron definir características y propiedades para realizar representaciones pictóricas de los polígonos con los que se trabajó, los demás estudiantes se encuentran en el nivel **MEDIO** pues presentaban dificultad en caracterizar elementos como los ángulos e incluso los vértices, pero lograban realizar un buen trabajo con la representación pictórica.

Se decidió enfatizar en el trabajo de las propiedades y características en las siguientes sesiones en pro de ayudar a los estudiantes a subir de nivel y fortalecer sus dificultades, también se mantiene el trabajo en grupo como factor fundamental para el desarrollo de la convivencia y el respeto por la opinión de los demás.

Actividad 2

En esta actividad los objetivos que se buscar cumplir son el uso de las propiedades y características de los polígonos trabajados en la sesión anterior para construir polígonos que al momento de juntarlos y pegarlo en una pieza de cartulina permitan cubrir toda la superficie de manera uniforme (introducción a la idea de los teselados).

Se buscó en gran medida que los estudiantes contaran con todo los elementos necesarios para la construcción de los polígonos sobre papel silueta, una de las grandes dificultades de los estudiantes fue no saber cómo manejar el compás y por las limitaciones de tiempo optaron por dejar de lado las teselaciones con el hexágono pues la construcción de los hexágonos involucraba mucho tiempo de trabajo en el diseño de cada uno, es por ello que decidieron trabajar solo con cuadrados y triángulos equiláteros, este trabajo también se realizó en grupos, los grupos se conformaron estratégicamente para que los estudiantes que habían presentado la dificultad con el estudio de las características y propiedades lograran fortalecer esas dificultades con la ayuda de sus compañeros que estaban en nivel **ALTO**.

Los estudiantes conformaron sus grupos de trabajo según las indicaciones y empezaron a elaborar sus figuras

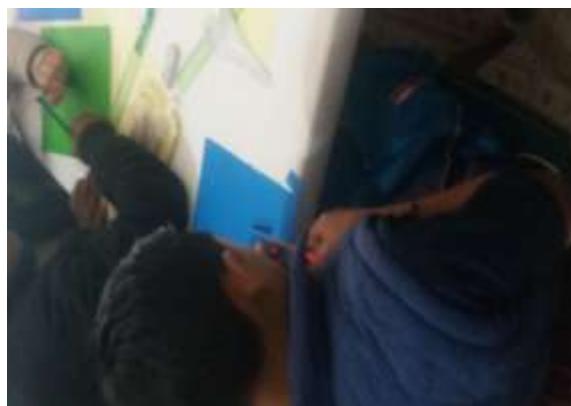


Imagen 5 Estudiante dibujando y recortando sus polígonos Actividad 2. Fuente propia

Cuando construyeron sus figuras se les entregó a los estudiantes la pieza de cartulina que debían cubrir con los polígonos que habían construido, el profesor solo les indicó que debía cubrir el espacio con las “fichas” que habían elaborado en cada uno de sus grupos.



Imagen 6 Teselados finales presentados por cada uno de los grupos. Fuente propia

Se puede observar que los estudiantes presentan dificultades para cubrir completamente las piezas de cartulina con las que trabajaron, pues se observan espacios en blanco e incluso sin cubrir y una pérdida de armonía en los arreglos cuando van llegando más a la derecha en lo que refiere a los que se cubrieron con cuadrados.

Los tres arreglos permiten ver que los estudiantes no usaron las propiedades para construir sus polígonos, pues en una de las instrucciones se les aclara que estos debían tener la misma media, se nota en algunos de ellos que no se realizaron con las mismas medidas.



Imagen 7 Imagen ampliada de uno de los arreglos finales. Fuente propia

Al final la clase y luego de que cada uno de los estudiantes comparte con sus compañeros su trabajo el profesor explica a los estudiantes en que errores incurrieron, haciendo especial

énfasis en la desatención a las características y propiedades de cada uno de los polígonos con los que trabajaron junto con la omisión de la indicación que hablaba de la igualdad en las medidas de estos polígonos.

Uno de los estudiantes pregunta al profesor ¿De qué manera podrían hacer que esos arreglos de forma correcta?, a lo que el profesor le recalco al grupo que mejor manera era reconociendo las propiedades y características en cada uno de los polígonos que se iban a diseñar y cortar para luego pegarlos.

Como se puede evidenciar los estudiantes quedan ubicado en el nivel **BAJO** de la clasificación para esta actividad, ya que, lograron presentar las ideas básicas de un teselado, como la cobertura de un plano, pero no lo hicieron con figuras regulares y no cubrieron la superficie completamente.

En términos de la introducción al concepto de teselados se desarrolló un buen trabajo pues lo estudiantes entienden la idea básica de cobertura y aunque no se hace de manera total entienden que los polígonos comparten un lado con su antecesor de posición, izquierda-derecha y arriba abajo, aunque los estudiantes no son conscientes de las transformaciones ni las reconocen por sus nombres al reflexionar sobre la forma de hacer los arreglos de manera correcta entienden que se le ha generado un cambio a la figura, permitiendo la reflexión sobre “*Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.*” (MEN, 2003. Pág.82).

Se opta por mantener el trabajo en grupo y la profundización en las características y propiedades de los polígonos relacionados a la teselación básica, y por ahora se deja de lado el trabajo con los teselados.

Actividad 3

En esta actividad se busca que los estudiantes reflexionen y hagan un buen manejo de las características y propiedades de los polígonos que ya se trabajaron en la primera actividad pero desde otra perspectiva con un tono más enfocado a lo artístico sin dejar de lado el respeto por los elementos y objetos matemáticos presentes en cada uno de los polígonos que se estudiaron. El profesor invita a que juntos construyan los polígonos usando las herramientas, regla y compás en cartón paja.



Imagen 8 Polígonos construidos en la sesión de clase con regla y compás en cartón paja. Actividad 3. Fuente propia

Cuando los estudiantes empezaron a seguir los pasos que el profesor les indicaba para la construcción de estas figuras empezaron a afirmar sus conocimientos frente a cada una de las características y propiedades que debían cumplir esas figuras para ser unas representaciones fieles de los polígonos a los que se estaban relacionados.

“...nos encontraremos con que los trazos son dibujos que promueven el desarrollo de las capacidades prácticas y estéticas; los conceptos geométricos implican tratamiento mentales necesarios para el crecimiento cognitivo; y los dos instrumentos mencionados posibilitan la integración. Nos referimos a que el manejo de la regla y el compás, más allá de ser algo práctico, también ayuda a mejorar las capacidades cognitivas y estética. Su correcto manejo requiere reconocer y comprender parte de la geometría, y con ellos se crean manifestaciones dotadas de belleza.” (**Peñuela, 2015. Pág. 31**)

En el mismo transcurso de la construcción los estudiantes optaron por introducir nuevos objetos matemático, el círculo y la circunferencia los cuales se definieron como:

Circunferencia: es una figura cerrada en forma de curva, (que no tiene esquinas) y en la que cualquier punto que la conforma equidista de un punto llamado centro.

Círculo: Es la figura que delimita una circunferencia.

Posteriormente se presentaron a los estudiantes las figuras que componen el anexo de la actividad tres junto con un octavo de cartulina donde debían poner en una de sus caras los que podían interpretar de las figuras.

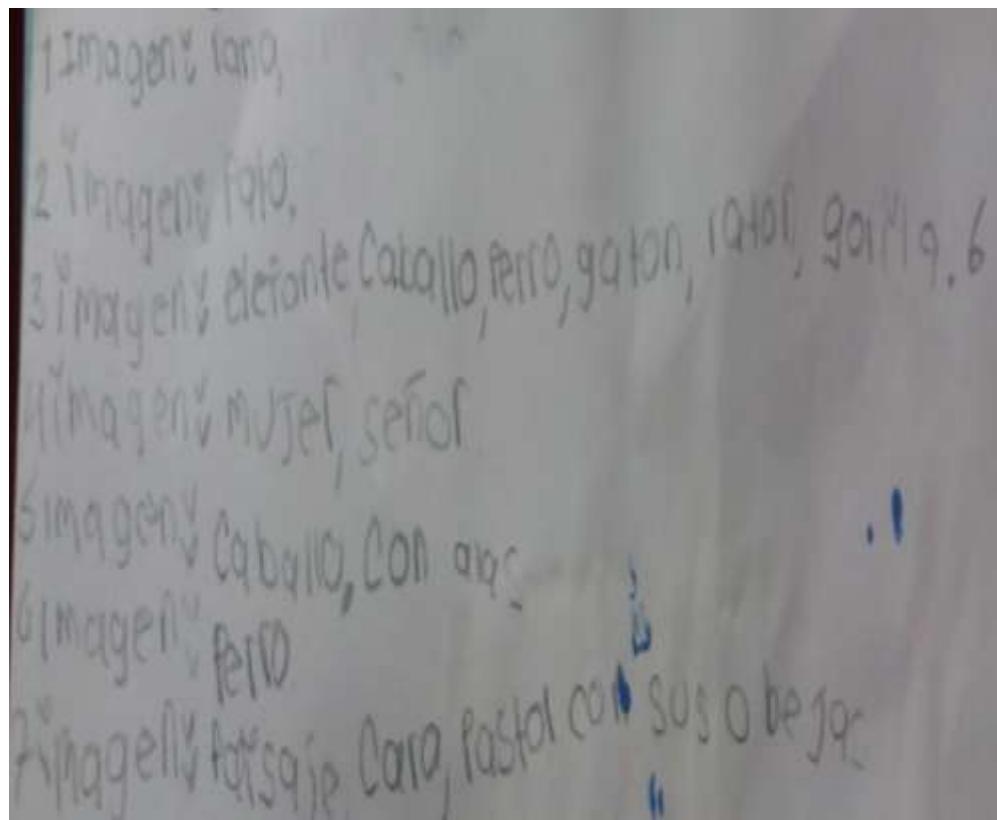


Imagen 9 Las interpretaciones de un estudiante frente a las imágenes que se presentaron. Actividad 3. Fuente propia

Se le explica a los estudiantes que el análisis de estas imágenes de manera individual se hizo precisamente para que ellos entendiera que la perspectiva frente a un objeto u obra de arte en el campo de las artes transmite diferentes ideas a quienes los observan y permite hacer juicios subjetivos al observador de lo que se le presenta, con esto claro se les pide que usen las figuras geométricas que se elaboraron para realizar un cuadro con algo que ellos deseen expresar.

Al finalizar el tiempo los estudiantes proceden a exponer sus dibujos sin revelar nada a sus compañeros esperando que ellos logren descifrar que querían transmitir, se evidencia la incidencia de las imágenes vistas anteriormente pues los estudiantes generan dibujos donde puedan verse no solo un objeto si no varios de maneras muy creativas.



Imagen 10 Diseños de algunos estudiantes. Actividad 3. Fuente propia

Con esta actividad se puede ver como los estudiantes priorizaron las características y propiedades de los polígonos a la hora de construirlos y como gracias al buen uso de las herramientas regla y compás, lograron entender la importancia de generar buenas representaciones de los polígonos.



Imagen 11 Dibujo de uno de los estudiantes finalizado. Actividad 3. Fuente propia

Actividad 4

En esta actividad se busca que los estudiante se introduzcan a los conceptos de área y perímetro de una figura, para el caso se trabajó con el cuadrado, los estudiantes se acercaron a los demás grupos a entrevistar a su compañeros acerca de que entendían por estos dos conceptos después debían entrevistar a los profesores que se encontraban en el salón comunal haciéndoles la misma pregunta.

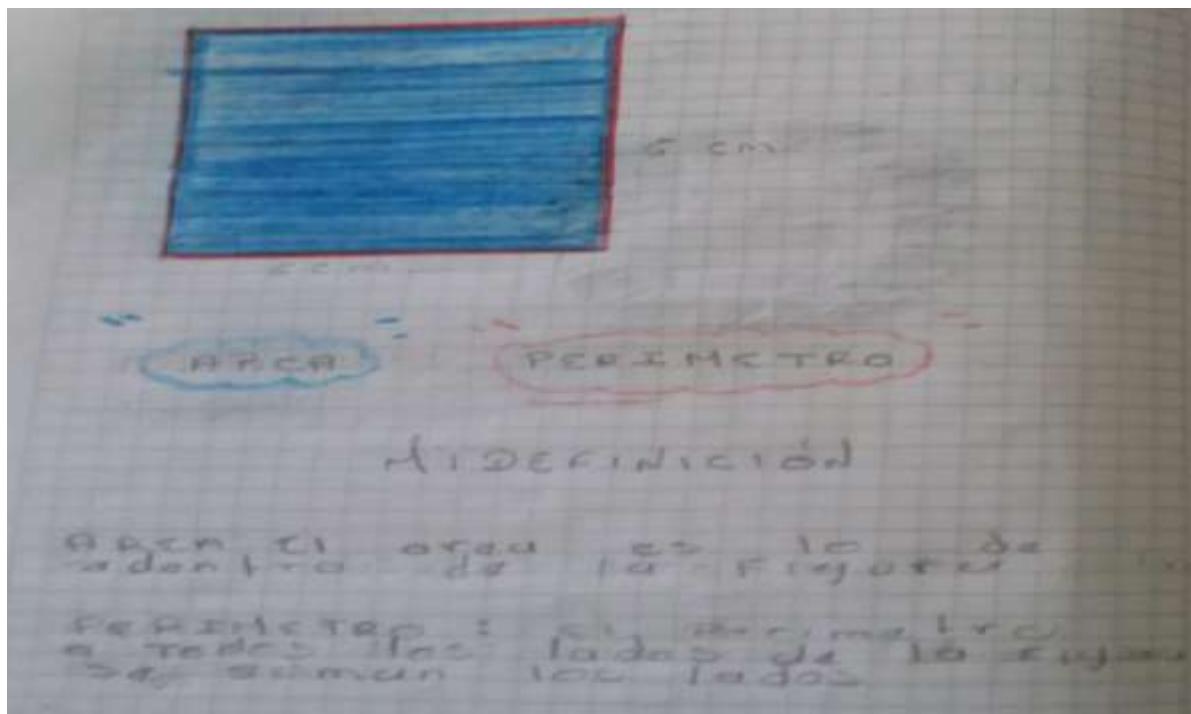


Imagen 12 Propuesta de definición para área y perímetro de un estudiante. Actividad 4. Fuente propia

Con la información que recogieron los estudiantes de sus compañeros y profesores junto con sus conocimientos debían proponer una definición propia de lo que es área y de lo que es perímetro

- “Área es lo de adentro de la figura”
- “Perímetro es todos los lados de la figura “

De esta manera los estudiantes presentaron sus propuestas de definición de los conceptos que se estaban tratando.

Luego de las definiciones se les propuso a los estudiante que pintaran el área de color azul y el perímetro de color rojo todos los estudiantes pintaron de manera correcta en el dibujo lo que representaba cada uno de los conceptos que se les pidió entonces el profesor

institucionalizo los conceptos y en conjunto con los estudiantes determinaron las siguientes definiciones:

Área: Es un sector que define una figura geométrica, se llama área a todo lo que se encuentra dentro de la figura.

Perímetro: El perímetro será la frontera de la figura, es decir todo el contorno de la figura.

El profesor presento a los estudiantes la forma de hallar el área y el perímetro del cuadrado a través de dos ecuaciones

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{Altura} \quad \text{Y} \quad \text{Perímetro} = \text{la suma de todos los lados}$$

Explicando que el área se media en unidades cuadradas y el perímetro en unidades.

Se usó el estudio del área para consolidar algunas problemáticas de los estudiantes frente a los algoritmos de suma y multiplicación, por lo cual se invitó a los estudiantes a dibujar unos cuadrados con atributos específicos en sus lados.

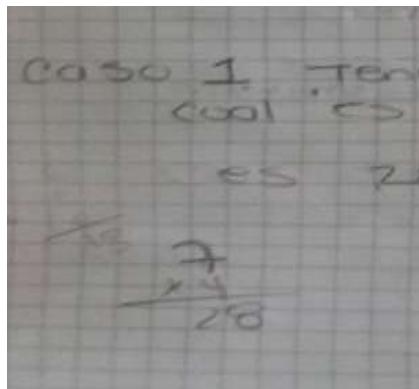


Imagen 13 Proceso de un estudiante para hallar el perímetro. Actividad 4. Fuente propia

Los estudiantes hicieron varios cálculos que les permitieron hallar los valores de cuadrados con diferentes medidas en sus lados, reforzando su trabajo algorítmico y relacionando el área con un concepto numérico y no solo una idea geométrica ya que “...es importante acercar al estudiante a la noción de área desde el proceso de medir ya que la utilidad de la medida esta socialmente reconocida, y esto permite que el proceso comience con la percepción de la cualidad que se va a medir. Es decir llevar al estudiante a entender el

área como una cualidad que se puede medir a través de sus unidades... ” (Olaya, Parra & Sánchez, 2013. Pág. 3)

Los estudiantes presentaron evidencia de entender el concepto de área junto con el de perímetro y como mediante este también se puede caracterizar un único cuadrado que cumpla unas características específicas, es importante la noción de área y perímetro para el desarrollo de teselados que cumplan con las características que conlleva este proceso en el momento de cubrir un plano determinado.

Actividad 5

La actividad cinco al ser la actividad final se diseñó en pro de que los estudiantes pudieran dar evidencia de todo el trabajo que se había realizado durante las diferentes sesiones de clase es por eso que se dejó que los estudiantes realizarán un teselado con la figura de la cual conocían el área, entonces se decidió que usando como base el cuadrado debían construir dos figuras que les permitieran cubrir completamente una pieza de cartulina sin que quedaría ningún espacio entre ellas.

A continuación se presentan los trabajos finales de cada uno de los estudiantes

1.



Imagen 14 RANA PASEADORA, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia

2.

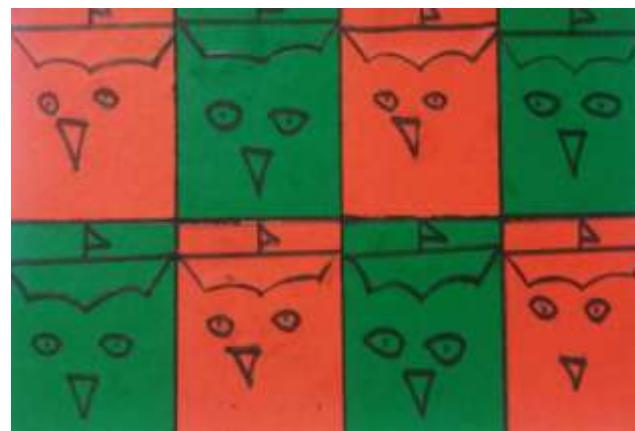


Imagen 15 EL BUHO MARINERO, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia

3.



Imagen 16 EL OSO EXPLORADOR, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia

4.

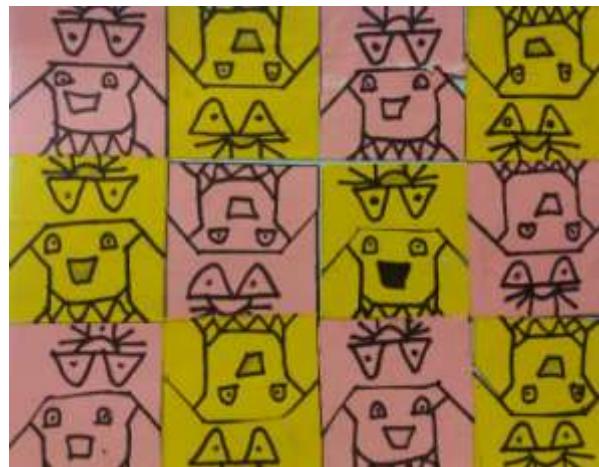


Imagen 17 CAT-DOG, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia

5.



Imagen 18 CATCIELAGO, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia

6.



Imagen 19 CARAFANTASMA, Teselado final. Actividad 5. Fuente propia

- Se puede ver como los evidencian los conceptos de área ya que cada una de las representaciones encaja perfectamente con su correspondiente evitando dejar espacio entre cada una de los cuadrados compuestos por los personajes que ellos diseñaron.
- Se usaron las características y propiedades del polígono ya que el diseño de cada uno de los cuadrados que se componen el teselado encaja perfectamente en el espacio que le corresponde.
- Los estudiantes entendieron los teselados como creaciones artísticas que, repetidas sobre el plano, llenan completamente una región sin vacíos ni superpuestos, sus conceptos, significados, características y tipologías.

Descripción y análisis de la experiencia del nivel básico

Actividad 1

Durante el desarrollo de la actividad se observó el comportamiento de los estudiantes ante las situaciones de aprendizaje a las que estaban expuestos. Se podía observar que los estudiantes estaban deseando saber qué se iba a realizar con los materiales que se les entregaba. Algunos iban experimentando por sí solos e iban realizando figuras con las piezas. Al comenzar la actividad fue un acierto, ya que se debían abordar los conceptos relacionados con los atributos del pentominó. Mediante las piezas del mismo y la

posibilidad que brinda este material respecto al movimiento de las fichas, se fueron aplicando los conceptos al material. También fue acertado utilizar el pentominó para la construcción de polígonos de cuatro lados, ya que este material permite hacer modificaciones en cambiar el tamaño de las piezas.

Con esta actividad se puede evidenciar que los estudiantes ya realizan un reconocimiento de palabras claves para el desarrollo y en la exploración del pentominó, utilizaron términos como: fichas de cinco cuadrados, rompecabezas, tetris, similitud con letras, para ellos el docente como medidor entre el grupo interviene con los estudiantes para que esas expresiones sean convertidas en expresiones matemáticas para llegar a una conclusión más clara del material manipulado, como dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir a un significado inmediato.*

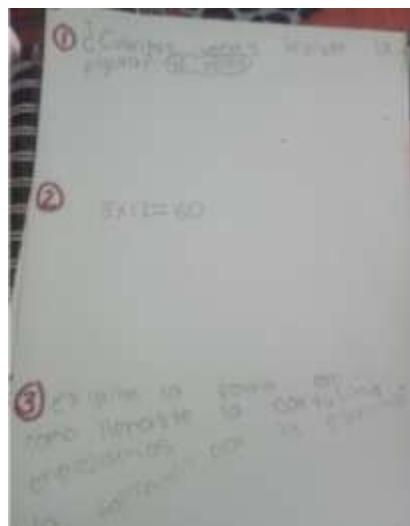


Imagen 20 respuestas de estudiante. Actividad 1.

En un segundo momento los estudiantes realizan el cubrimiento de rectángulos con diferentes tamaños 4x15, 6x10, 3x20 donde el estudiante realizan comparaciones entre los rectángulos en relación con la cantidad de fichas del pentominó concluyendo que tienen la misma área pero no el mismo tamaño; en relación al material base (el pentominó), según **Chamorro (1994)**, **Godino (2002)** estarían dentro de los atributos de los objetos, en magnitudes intensivas.



Imagen 21 estudiante manipulando el pentominó. Actividad 1. Fuente propia



Imagen 22estudiante manipulando el pentominó. Actividad 1. Fuente propia

En el momento de la construcción del material se pretendía que los estudiantes comprendieran que si la magnitud es igual a todas las piezas del material, a partir de los atributos de las magnitudes mencionadas por **Chamorro y Belmonte (1994)**, *comparación, percepción, estimación y conservación*, donde cada estudiante lo evidencio de la siguiente manera:

- Comparación: contrastó cada uno de las fichas con la cantidad de cuadrados que componen de las mismas.

- Percepción: el estudiante identifica la colección de objetos a partir de más largo que, más corto que, pero al mismo tiempo utilizando la estimación y la conservación, es decir, mantienen la misma medida y cantidad de las fichas, dejando la misma longitud de cada uno de los polígonos adquiriendo el principio de conservación de la longitud.



Imagen 23 estudiante construyendo el pentominó. Actividad 1. Fuente propia

Para la construcción de magnitud longitud se tiene en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numeró). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar, los estudiantes relacionan la cantidad de total de fichas y la cantidad de cuadros realizando una suma de todos los cuadros en total que tiene el material y así logrando que lo interprete como una multiplicación.



Imagen 24 estudiante contando los cuadros a realizar. Actividad 1. Fuente propia

A partir de lo construido al grupo lo podemos clasificar a partir de los criterios de evaluación mencionados anteriormente, donde cuatro estudiantes se encuentran en el nivel ALTO porque estos estudiantes reconocen e identifican las propiedades del pentominó a partir de su construcción.

Se concluyó el trabajo con las propiedades y características del pentominó para utilizarlas en las siguientes sesiones, también se mantiene el trabajo de forma individual y grupal como factor fundamental para el desarrollo de la clase a partir del respeto por la opinión de los demás del grupo.

Actividad 2

En esta actividad buscamos que el estudiante utilice las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para cubrir las figuras (camellos, pez, león, cocodrilo), entregándoles el material realizado por ellos en la clase anterior, una de las dificultades de los estudiantes fue la construcción de las figuras sin un espacio determinado y sin los cuadros internos de la figura, es decir solo la silueta.

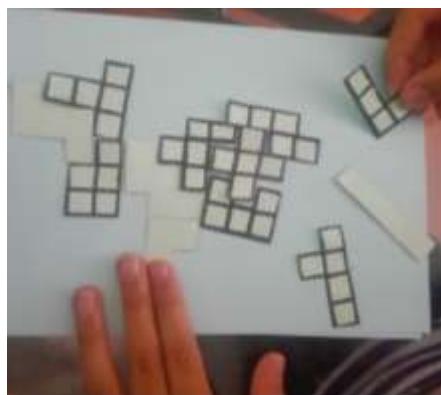


Imagen 25 estudiante contrayendo la figura del camello. Actividad 2. Fuente propia

Los estudiantes construyeron cada una de las figuras entregadas, utilizando términos entre ellos como: *voltear, correr, al revés, girar, espejo* donde en cada momento de la sesión el estudiante expresaba sus ideas frente a cada figura, según **Puig (s.f)** se necesita una terminología matemática para que el estudiante llegue al concepto matemático más claro en este caso las trasformaciones geométricas (rotación, translación y simetría), dejando claro que las palabras expresadas por los estudiantes son sinónimos de:

- Rotación: *voltear, girar, vueltas.*
- Translación: *correr, desplazar, mover, cambio de sitio*
- Simetría: *semejanza, igualdad, relación.*

En el segundo momento cuando se les entrega las figuras (un pingüino y un pez), realizan parejas para su solución del mismo, pero este pentomino las fichas son más grande que las construidas por ellos, con el fin que los estudiantes no se dejen llevar por su percepción, sino logren tener una conservación de la longitud, según **Piaget (1973)** nombra tres estadios pero tómanos solo el primero y el tercero:

- *En un primer estadio la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos:* el estudiante ve el polígono (cuadrado) y este depende solo de los extremos de la figura.



Imagen 26 estudiantes construyendo el pingüino. Actividad 2. Fuente propia

- *En el tercer estadio es cuando el niño percibe como iguales longitudes que realmente lo son, independientemente de consideraciones ajenas, y es entonces, alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud:* Cada estudiante percibe y conserva su concepto de transformaciones

geométricas con las características de las fichas sin importar su tamaño, de allí partimos que el estudiante no se vuelve dependiente de una sola longitud.

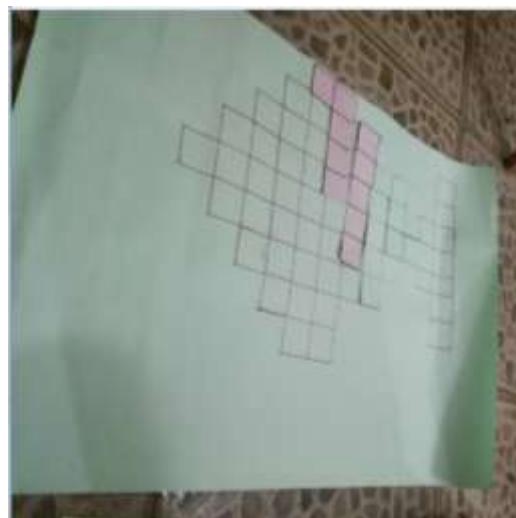


Imagen 27estudiantes construyendo el pez . Actividad 2. Fuente propia

A partir de lo construido al grupo lo podemos clasificar a partir de los criterios de evaluación mencionados anteriormente, donde cuatro estudiantes se encuentran en el nivel ALTO porque estos estudiantes afinan la noción transformaciones geométricas (rotación, simetría y translación) usando las soluciones de las figuras dadas.

Se concluyo el trabajo con las propiedades y características de las transformaciones geométricas (rotación, simetría y translación) para utilizarlas en las siguientes sesiones, también se mantiene el trabajo de forma individual y grupal como factor fundamental para el desarrollo de la clase a partir del respeto por la opinión de los demás del grupo.

Actividad 3 y 4

En estas actividades buscamos que el estudiante utilice las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) para cubrir un espacio determinado con una o dos fichas del pentominó (X , T , L , F) y (W X), (N , T), (U , X), entregándoles solo una ficha realizada por ellos en la clase anterior, utilizan la estrategia de dibujar sobre la misma dando en su mayoría respuestas incompletas, cuando se les pide encontrar las piezas faltantes para completar el rompecabezas. Concluyen que es lo mismo ya que es una secuencia de la misma utilizando la transformación geométrica de la translación y rotación.



Imagen 28 Mosaico con una ficha del pentominó, actividad 3. Fuente propia

Los estudiantes expresaron que al cubrir un espacio determinado con la ficha del pentominó están realizando *una piso o un mosaico*, donde estas expresiones sean convertidas en expresiones matemáticas para llegar a una conclusión más clara del material manipulado, como dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir a un significado inmediato.*

A medida que los estudiantes establecen que la ficha es un patrón de manera conjunta o repetida varias veces establece semejanza entre las mismas, sin importar que sufra un transformación geométrica, donde **Chamorro y Belmonte (1994)**, mencionan: *los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son los mismos.*

A continuación se explicará los atributos de las magnitudes mencionadas anteriormente:

Comparación: el estudiante compara cualquier cantidad de magnitud con la cantidad fija

Percepción: el estudiante identifica los atributos de una colección de objetos (más grande que, más pequeño que, más largo que, más corto que, mucho, poco)

Estimación: según **Segovia, Castro Rico y Castro (1989)** la definen como *“juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite”*

Para la construcción de mosaico se tiene en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, *una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un numeró). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar, los estudiantes relacionan la cantidad de veces que se repite la ficha con la cantidad de cuadros que tiene el espacio determinado entregado.*

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \times 4 \\
 \hline
 60
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20 \\
 \times 3 \\
 \hline
 60
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 60 \\
 \div 12 \\
 \hline
 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 60 \\
 \div 15 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Imagen 29: cálculos de cubrimiento del mosaico, actividad 3 y 4. fuente propia



Imagen 30: cálculos de cubrimiento del mosaico, actividad 3 y 4. fuente propia

A partir de lo construido al grupo lo podemos clasificar a partir de los criterios de evaluación mencionados anteriormente, donde cuatro estudiantes se encuentran en el nivel ALTO porque el estudiante concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) usando una o un par de ficha del pentominó (X, T, L, F) y (W, X, N, T, U, X)

Se concluyó el trabajo con las propiedades y características del mosaico: *es una misma patrón, no se sobreponen las piezas, y no se deja huecos o espacios* para utilizarlas en las siguientes sesiones, también se mantiene el trabajo de forma individual y grupal como factor fundamental para el desarrollo de la clase a partir del respeto por la opinión de los demás del grupo.

Actividad 5

En estas actividades buscamos que el estudiante utilice las transformaciones geométricas (rotación, translación y simetría) y el concepto base del mosaico para cubrir un espacio determinado con tosa las fichas del pentominó, entregándoles todas las ficha realizada por ellos en la clase anterior, utilizan la misma estrategia de dibujar sobre la misma dando

en su mayoría respuestas incompletas, cuando se les pide encontrar las piezas faltantes para completar el rompecabezas. Concluyen que es lo misma ya que es una secuencia de la misma utilizando la transformación geométrica de la translación y rotación.

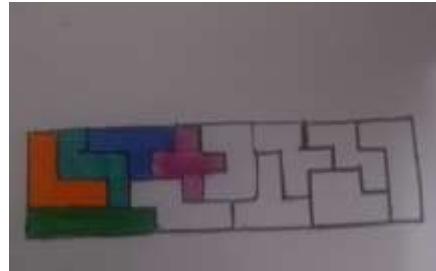


Imagen 31: Inicio de la "baldosa" para terminar el mosaico. Actividad 5. Fuente propia.

Los estudiantes expresaron que al cubrir un espacio determina con las fichas del pentominó están realizando *un mosaico*, donde estas expresiones sean convertidas en expresiones matemáticas para llegar a una conclusión más clara del material manipulado, como dice **Puig (s.f)** *se necesita de una terminología matemática específica para que el estudiante reconozca qué debe realizar para llegar a una conclusión es decir a un significado inmediato.*

A medida que los estudiantes establecen que las fichas son una baldosa o patrón de manera conjunta o repetida varias veces establece semejanza entre las mismas, sin importar que sufra un transformación geométrica, donde **Chamorro y Belmonte (1994)**, mencionan: *los atributos de las magnitudes son: comparación, percepción, estimación, conservación y transitividad; por lo tanto los atributos de la magnitud longitud son los mismos.*

Para la construcción de mosaico se tiene en cuenta la noción y el desarrollo de conteo en el estudiante, según **Dickson L. (1991)**, *una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos (cardinal de un número). Un niño para contar los objetos se vale de la percepción visual para distinguir los diferentes objetos que tiene que contar, los estudiantes relacionan la cantidad de veces que se repite la ficha con la cantidad de cuadros que tiene el espacio determinado entregado.*



Imagen 32: "baldosa" terminada y enumerada

A partir de lo construido al grupo lo podemos clasificar a partir de los criterios de evaluación mencionados anteriormente, donde cuatro estudiantes se encuentran en el nivel ALTO porque el estudiante concluye el concepto de mosaico o teselado basado en transformaciones geométricas (rotación translación y simetría) usando todas las fichas del pentominó.

Se concluyo el trabajo con las propiedades y características del mosaico: *es una misma patrón, no se sobreponen las piezas, y no se deja huecos o espacios* para utilizarla en el trabajo final se avanza en la apropiación, reconocimiento, clasificación de los conceptos, del pentomino, transformaciones geométricas y el mosaico.

Evaluación de la experiencia

La experiencia se puede clasificar en tres fases fundamentales que se presentaban entre cada una de las actividades, en cada una de estas fases participaban individuos diferentes, y aunque la Fundación es una conglomerado de personas se van a describir como individuo ya que siempre se trabajó directamente con representantes de la misma, a continuación se describen cada una de esas fases.

Fase Pre activa

En la fase pre- activa se involucran como gestores dos sujetos fundamentales el primero de ellos es el docente director que asigna la universidad, con el profesor se gestionaron reuniones de tipo informativo en las cuales se debía dar cuenta del proceso que se estaba generando, trabajando constantemente para encaminar la secuencia de actividades en estas asesorías se discutió alrededor del tipo de población , además se propusieron diferentes alternativas para el diseño de recursos, gestión en la aplicación y el proceso de evaluación que buscaba determinar en donde se debía hacer énfasis para direccionar la secuencias de actividades para trabajar de esa manera el fortalecimiento y superación de las dificultades que presentaban los estudiantes.

El otro individuo involucrado en la fase pre- activa es la Fundación y en su nombre la representante quien direccionó sesiones de reunión en la que se discutieran los proceso de cada uno de los estudiantes, haciendo especial énfasis en situaciones de gestión en los

horarios de ejecución, siempre de manera respetuosa invitando a la reflexión sobre los aspectos que bajo su perspectiva debían tener un tratamientos más óptimos en pro de hacer mejores todo lo el trabajo con los estudiantes.

Un tema importante fue la documentación alrededor del ejercicio docente, los representantes de la Fundación siempre otorgaron los documentos que se requerían en tiempos precisos y solicitaron las obligaciones del pasante con un margen razonable de tiempo.

La contextualización que se hizo para iniciar el trabajo también permitió desarrollar unas ideas a priori de lo que se planeaba ejecutar durante todo el semestre de trabajo, el reconocimiento de los estudiantes en una sesión de acompañamiento lejos del trabajo de matemáticas también permitió que los pasantes se acercaran de una manera diferente al grupo de estudiantes reconociéndolos primero como personas y luego como estudiantes.

Fase Activa

En la fase activa los sujetos son los estudiantes, la fundación y el pasante, los estudiantes siempre se presentaron de manera respetuosa a todas las sesiones, entiendo que la persona que los estaba acompañado venía con trabajo serio y compromiso, a pesar de venir de familias disfuncionales y hogares con altos índices de violencia e incluso sin valor por el respeto siempre se supieron comportar y dirigir al pasante. Su disposición ante las actividades fue la mejor pues participaban activamente de todo lo que se les proponía permitiendo una dinámica distinta que hacía de las clases un espacio ameno para trabajar.

Los integrantes de la Fundación siempre estuvieron presentes en todas las sesiones de clase, acompañando y ayudando a dirigir el grupo junto con las actividades en las que necesito de su ayuda para una mejor ejecución, en cuanto a los materiales para todas y cada una de las sesiones en que se requería de material se hacían cargo de la entrega de este, solo se solicitaba que se hiciera un aviso con antelación para tener todo los materiales en los momentos de ejecución de las actividades.

Finalmente el pasante con la preparación otorgada por la universidad y el acompañamiento en la fase pre- activa por parte de la el docente responsable y la fundación en todo momento tuvo garantías para realizar el trabajo en las sesiones de clase.

Fase pos- activa

La fase pos activa contaba con los mismos sujetos que la fase pre-activa quienes hacen el mismo acompañamiento en términos de evaluación uy corrección de los diseños presentados por el pasante, es de mencionar que la fundación y en sus nombre las representantes de ella facilitaron una formato de fichas de seguimiento para cada estudiante por actividad a continuación se presenta uno de esos formatos diligenciados por el pasante.

Tabla 11 Ficha de seguimiento de para cada estudiante dada por la fundación nivel superior

FECHA:
La actividad se desarrolló del 9 de septiembre del 2017
NOMBRE DEL NIÑO:
Jorge Stiven Quiroga
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:
<p>En la actividad se presentará a los estudiantes una información teórica acerca de tres polígonos (Hexágono, Cuadrado y triángulo equilátero) que por sí solos permiten realizar una cobertura completa del plano sin usar otras figuras lo que se conoce como teselaciones de tipo regular.</p> <p>Cuando los estudiantes se acerquen a esta información con la ayuda del profesor realizarán una cartelera por grupos que les permita exponer las características y propiedades de los polígonos estudiados a sus compañeros, la división de grupos se hará por cada polígono, es decir, se generarán tres grupos de trabajo.</p>
FORTALEZAS ACADÉMICAS DEL NIÑO:
<ol style="list-style-type: none"> 1. El estudiante reconoce el nombre de las figuras geométricas con las que se trabaja. 2. El estudiante reconoce y nombra los componentes de las figuras geométricas que se trabajan en clase. Ángulos, lados. 3. El estudiante manifiesta bastantes habilidades comunicativas frente a la exposición de sus ideas a todo el grupo.
ACTITUD DEL NIÑO FRENTE A LAS ACTIVIDADES:
<p>Jorge participa de manera activa en las dos sesiones que se dispusieron para trabajar este espacio, tiene un buen trabajo en grupo y se maneja como el líder dentro del grupo gestionando la asignación de tareas entre sus compañeros para lograr una buena presentación del trabajo realizado, se dispersa en ocasiones pero son breves momentos donde más parece que quiere tomar un respiro frente a lo que está desarrollando.</p>
OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES:
<p>El estudiante se comporta de una manera sobresaliente cuando trabaja en grupo pues se dispone y dispone a sus compañeros a que se comporten de manera participativa frente a la actividad y las tareas que se reparten dentro del grupo.</p> <p>En cuanto a su comportamiento de breve dispersión se le hará seguimiento procurando que no se magnifique.</p>

Tabla 12: Ficha de seguimiento de para cada estudiante dada por la fundación nivel básico

FECHA:
La actividad se desarrolló el 9 de septiembre del 2017
NOMBRE DEL NIÑO:
Loren Sofía Quiroga
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:
<p>En actividad correspondiente a la fase de acción para el grupo básico; esta inicia con los objetivos de la actividad, después se hace una presentación teórica del objeto que se trabaja es decir, conocimiento del material en este caso el pentominó (atributos de los objetos) . Luego se presenta la descripción de la actividad, identificando los momentos, tiempos y roles que cumplen los niños y el pasante durante la misma. Finalmente se muestran como anexos el material en el cual se presentan problemas de tipo geométrico, en este mismo el estudiante registrará la resolución de los problemas, teniendo en cuenta la situación fundamental que es el pentominó. Al finalizar la actividad se hará una socialización.</p>
FORTALEZAS ACADÉMICAS DEL NIÑO:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce la figura geométrica base del pentominó (cuadrado) y sus características. 2. Construye el pentomino a partir de la regla y reconoció sus partes y sus características.
ACTITUD DEL NIÑO FRENTE A LAS ACTIVIDADES
<p>Loren es una niña que sigue las instrucciones es muy atenta y organizada a su trabajo, pregunta, cuestiona, el trabajo realizado. Respetando y escuchando las opiniones de sus compañeros, utilizando esas opiniones como retroalimentación en sus proceso de construcción y manejo del material.</p>
OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES:
<p>Loren trabaja de manera no muy sobresaliente pero su trabajo es el esfuerzo y dedicación de hacer las cosas bien, se dispone a participar e intervenir en cada desarrollo de la actividad.</p> <p>Se les recomienda trabajar en la multiplicación y en el manejo de la regla para la construcción de polígonos a partir de una longitud dada.</p>

En cada una de las fases se presentó siempre la disposición y acompañamiento respectivo de cada uno de los individuos involucrados, con la premisa de que los protagonistas principales de todo el proceso eran los niños de la Fundación y la disposición siempre de

brindarles un espacio diferente donde pudiesen aprender y estudiar las matemáticas de maneras no convencionales, ni tradicionales lo cual se vio muy bien retribuido pues los estudiantes eran impulsados a continuar por la intención de aprender y no motivados por una nota como suele ocurrir en la mayoría de instituciones tradicionales.

En otro de los aspectos en los que se puede evaluar la experiencia tiene que ver con lo alcanzado a nivel académico, en primer lugar el estudio de los recursos su clasificaciones y como estos pueden ser utilizados uno de los claros ejemplo de ellos es lo propuesto por (**Carrillo & Siguero; 1996**) con su trabajo alrededor de como los recursos pueden ser sincrónicos o diacrónicos, entendiendo los sincrónicos como aquellos como el diseño de un recurso para enseñar en diferentes grados escolares como evidentemente lo demandaba el caso del grupo superior y básico de la fundación, también para hablar de otros autores se puede mencionar a (**Godino, 2002**) que permitió clasificar en recursos de trabajo en las sesiones como un recurso de tipo manipulativo tangible ya que facilita la comprensión del objeto desde una mirada más cercana y concreta como fue el papel que por ejemplo representaron las figuras construidas en cartón paja.

El proceso que se desarrolló en los estudiantes es otro de los criterios que se pueden evaluar ya que como se evidencio en el inicio del capítulo donde se describe y analiza cada una de las actividades presentadas a los estudiantes su proceso demuestra un avance importante del primer teselado al teselado final se puede ver como los estudiantes al reflexionar sobre algunos de los elementos involucrados en el diseño y elaboración de teselados como lo son el área, perímetro, polígonos, elementos que componen los polígonos, entre otros ayudaron a mejorar su presentación y trabajo.

En el trabajo de cada fin de semana se pudo evidenciar la relación estrecha que establece en su teoría de situaciones didácticas Brousseau en su teoría de situaciones didácticas entre el saber, el profesor y el alumno la interacción entre estos tres permite que se conciban ideas como la trasposición que debe hacer el profesor de matemáticas para poder acercar a su estudiante a los objetos matemáticos de una forma más amable alejándolo de abstracción, lo cual pone al profesor en una constante reflexión acerca de su conocimiento que según (**Porlán & Rivero, 1997**) como conocimiento racional y conocimiento experimental el conocimiento racional es aquel que hace parte de la formación del docente y es este el que debe trasponerse al estudiante, el conocimiento experimental está sujeto al contexto y la realidad en la que se desenvuelven los directamente implicados en el proceso de enseñanza.

Por lo que la experiencia en la Fundación enriquece el trabajo en estos dos tipos de conocimientos, ya que semana tras semana fue importante pensar en la trasposición de cada uno de los objetos estudiados en la clase, así como el cuestionamiento sobre cuál era la mejor manera de presentar a ese grupo de estudiantes enmarcados en un contexto particular el estudio de los objetos sin causar conflictos que desembocaran en el no interés por parte del estudiante.

Contrastes de la experiencia con los objetivos realizados

En este apartado se hará una reflexión de cómo se trabajó en pro de alcanzar todos los objetivos fijados en el inicio de la pasantía, para ello se analizará objetivo por objetivo, buscando que se definir lo que se logró y lo que no se logró en el desarrollo de todo el trabajo.

Objetivo general

La real académica de la lengua española define gestionar como “Llevar adelante una iniciativa o proyecto, este (el proyecto) estaba definido como el estudio de las matemáticas, (pensamiento geométrico- espacial), en el desarrollo de cada una de las sesiones se pudo trabajar el pensamiento geométrico espacial, más aun cuando se establecieron un par de estándares recomendados por el Ministerio de Educación.

Se abarcó el estudio de objetos matemáticos propios del pensamiento al que se apuntó, desde el diseño de las actividades orientar el camino de la práctica en el aula y encauzar el aprendizaje de los estudiantes a situaciones que los llevará a reflexionar sobre sus conocimientos previos, es así como por ejemplo en la primera actividad los estudiantes debían hacer uso de sus conocimientos para definir frente a sus compañeros los elementos del polígono que estaban trabajando, haciendo que estos se cuestionen sobre las definiciones que tenían sobre elementos como el lado de un polígono.

Entendiendo la matematización como el uso de las matemáticas para construir un modelo real o una situación real (Ruiz & Rico, 2014) y con la plena conciencia de la diversidad de problemáticas que tenían los estudiantes al ser integrantes de una comunidad vulnerable, las actividades toman un tono más neutro frente a la matematización pues al entender que este era un espacio de liberación para los niños se optó por generar espacios y situaciones reales enmarcadas en el estudio del arte, atacando las problemáticas de otras formas evitando enmarcar a los estudiantes en el escenario que les tocaba vivir de manera cotidiana.

Si retomamos las ideas de (**Skovsmose, 1999**):

“Una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática. Podemos preguntarnos ahora: ¿y cuál es en particular la competencia de la educación matemática crítica que se conecta con la competencia democrática en general? Esta competencia particular es el conocer reflexivo. Este se refiere a la capacidad necesaria para “tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos”.

El principal factor que permitió el desarrollo de una matemática crítica encaminada al desarrollo de una competencia ciudadana fue el espacio generado por el desarrollo de las

sesiones al final de cada una de ellas donde se garantizó siempre un espacio de opinión libre sin segregación y fundamentado en la argumentación, dándole a los estudiantes la libertad de opinar siempre de manera respetuosa sin miedo a los señalamientos que se pueden generar en otros espacios de su vida cotidiana,

El Ministerio de Educación nacional de Colombia en su propuesta de *Colombia aprende* dice "...Estos temas pueden ser aprovechados para generar discusiones en las que los estudiantes tengan que exponer clara y enfáticamente sus argumentos, pero a su vez tengan que escuchar seriamente los de los demás y tratar de construir a partir de las diferencias. Así se pueden desarrollar y practicar algunas de las competencias ciudadanas fundamentales para la democracia participativa.

Otra de las situaciones que permitieron el trabajo en matemática crítica encaminada al desarrollo de competencias ciudadanas fue la participación de los estudiantes a la hora de establecer las normas generales de trabajo donde se definió el respeto como base fundamental del todo el proceso que se iba a desarrollar, el respeto por los compañeros, por los profesores, el respeto por la palabra y el respeto por las opiniones que se denotaban diferentes a las propias.

Los espacios de debate permitieron a los estudiantes generar habilidades de respeto y valor a la pluralidad y las diferencias en un entorno cercano (el grupo superior y básico de la Fundación) para proyectarlo a su comunidad. El desarrollo de las competencias ciudadanas se basa en ofrecer niños y niñas las herramientas necesarias para relacionarse con otros de una manera comprensiva y justa y para que sean capaces de resolver problemas cotidianos. (MEN, 2004).

En cuanto a los objetivos específicos el primero de ellos apuntaba al diseño y aplicación de actividades para desarrollar pensamiento geométrico, se usaron los teselados como medio de ese estudio, a través de ellos se pudieron explorar incluso otros pensamientos que no estaban contemplados y aunque es claro que todos los pensamientos son transversales se pudo llegar a la idea de cálculos algorítmicos mediante la construcción de figuras que permitieran realizar la cobertura de un espacio plano, también se logró generar en los estudiantes relaciones topológicas

Según (**Lastra, 2005**) las relaciones espaciales simples se generan través de una serie de puntos de referencia subjetivos, es decir, creados por el propio individuo y que tienen razón de ser para éste, independientemente del espacio que le rodea. Algunas de estas relaciones que se lograron desarrollar en el proceso según el mismo autor son:

- Relaciones de superficie: espacios libres, espacios llenos, etc.
- Relaciones de tamaño: grande-pequeño, alto-bajo, ancho-estrecho, etc.
- Relaciones de dirección: hacia la izquierda, hacia la derecha, etc.
- Relaciones de distancia: lejos-cerca, agrupación-dispersión, junto separado, etc.
- Relaciones de orden: Ordenar los objetos en función de diversas cualidades. Primero, segundo, ultimo, al principio, al final, en medio, etc.

La elaboración de recursos estuvo siempre dirigida a diseñar recursos que no estuviesen enmarcados en un nivel o grado de escolaridad específico ya que los estudiantes no están distribuidos dentro de la Fundación por grado de escolaridad si no por sus niveles en matemáticas, por lo tanto siempre se buscó una elaboración transversal, principalmente se diseñaron materiales tangibles ya que estos ayudan a que las acciones metodológicas del profesor están sujetas a la manipulación de material manipulativo tangible (**García, 2012**) y por lo tanto el estudiante tenga representaciones más cercanas de los objetos que se están estudiando.

Los demás objetivos específicos apuntan al desarrollo de las competencias ciudadanas los cuales se trabajaron por medio de la matemática crítica de la forma como ya se explicó en el contraste del objetivo general.

Los objetivos se cumplieron durante el transcurso del diseño, aplicación gestión y evaluación como ya se describió antes la evaluación se hizo de manera continua y orientada lo que nos permite enmárcala en una propuesta de evaluación procesual donde en cada sesión se hizo evaluación sobre el proceso de los estudiantes, la mayor dificultad se presentó con la ausencia de los estudiantes a las sesiones, pues no eran constantes en la asistencia, para cual se diseñaron estrategias de informativas, como el trabajo en grupo lo cual permitía a los estudiantes que no estaban en las sesiones anteriores estar al tanto de lo trabajo mientras se avanzaba en la actividad correspondiente a ese día.

En el desarrollo de la pasantía se establecieron tres fases específicas pre-activa. Activa y Pos- activa, que permitieron encaminar el rumbo de toda la ejecución, asumiendo roles de profesor- investigador de acuerdo a las necesidades de la población y ejecutando las acciones que se seleccionaron en pro del bien que hacer a la hora de la gestión.

CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las conclusiones respecto a los desarrollos prácticos y académicos de la pasantía ejecutada en la Fundación UN JU- HUELLAS

- Las actividades y diseños que se utilizan para el desarrollo de una matemática crítica requieren una transformación importante en la forma de reflexionar por parte del profesor ya que esta transformación permite una mayor adaptación a las necesidades de la población con la que se trabaja.
- La responsabilidad y el compromiso social que tienen las matemáticas se debe enfatizar en la sociedad colombiana, pues en poblaciones con altos índices de problemática social jugaría un papel fundamental a la hora de desarrollar las competencias ciudadanas brindándole a los niños y jóvenes herramientas para la sana convivencia.

- El enfoque social y político que tienen las matemáticas invita a que los profesores generen espacios dentro de sus clases donde los estudiantes puedan a los niños y niñas las herramientas necesarias para relacionarse con otros de una manera cada vez más comprensiva y justa y para que sean capaces de resolver problemas cotidianos.
- La clase de matemáticas debe ser un espacio donde se promueva la democratización real del respeto y valor por la pluralidad que existe en nuestro país para que los estudiantes proyecten esto en las comunidades a las que pertenecen.
- El pensamiento matemático involucrado junto con la representación de los objetos y elementos que lo defienden son más acéquiales a los estudiantes por medio de la utilización de materiales tangibles, los cuales ellos puedan manipular, ya que le permite al estudiante construir representaciones concretas de las situaciones que está trabajando y justificar su proceder haciendo uso del recurso.
- El pensamiento espacial y geométrico de los estudiantes de la Fundación se han apropiado de un vocabulario geométrico, nociones y conceptos y habilidades espaciales. esto se permitió por la aceptación y aprobación de la experiencia en el marco del desarrollo del pensamiento espacial.

RECOMENDACIONES

Algunas de las recomendaciones que se consideran pertinentes para mejorar los procesos Dentro del trabajo con la Fundación INJUHELLAS a nivel general son las siguientes:

- Dar a conocer a los pasantes de manera específica cuales son las circunstancias que hacen de cada uno de los estudiantes de los diferentes grupos un niño en situación de vulnerabilidad pues esto permitiría encaminar el desarrollo de los diseños.
- Vincular a los pasantes de matemáticas en la jornada de artes que se realiza el último sábado de cada mes permitiéndole organizar al grupo de pasantes una de estas jornadas, pues ellos ayuda a que los estudiantes entiendan que los procesos que se trabajan en las clases no están desvinculados.

- La construcción de un proyecto interdisciplinar que vincule a todos los profesores de las diferentes áreas puede ser de orden deportivo o ambiental ya que muchos niños manifestaron su interés en estos campos.

IBLIOGRAFÍA

Ardila, F. & Stanley R. (S.F.) *TESELADOS*, Universidad de San Francisco, E.E.U.U. Obtenido el 20 de agosto del 2017, de <http://math.sfsu.edu/federico/Articles/teselaciones.pdf>

Benítez, M. & O. Cárdenas (2008), *La enseñanza de la topología a través de la cartografía*, Obtenido el 12 de Octubre del 2017, de <http://esrlc.com.ve/ibero2008/iberoamerica/files/CARDENAS%20OSCAR.pdf>

Benítez, M. L. y O. L. Cárdenas (2008), La enseñanza de la topología a través de la cartografía, recuperado de: <http://esrlc.com.ve/ibero2008/iberoamerica/files/CARDENAS%20OSCAR.pdf>

Boisvert, J. (2004). *LA FORMACIÓN DEL PENSAMIENTO CRÍTICO Teoría y práctica*, Renouveau pedagogique. Francia. Obtenido 16 de Septiembre del 2017, de <https://es.scribd.com/doc/54064007/LA-FORMACION-DEL-PENSAMIENTO-CRITICO-de-Jacques-Boisvert>

Boisvert, J. (2004). *La formación del pensamiento crítico, teoría y práctica*. Obtenida el 27 de Noviembre de 2017, de <http://es.scribd.com/doc/54064007/LA-FORMACION-DEL-PENSAMIENTO-CRITICO-de-Jacques-Boisvert>.

Carr, W. y Kemmis, S. (1988) *Teoría crítica de la educación. La investigación acción en la formación del profesorado*, Barcelona, Martínez Roca.

Chamorro, c. Y Belmonte, J. (1994) *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Ed. Síntesis. Madrid.

Corberán, R. (1996). *El área: Recursos Didácticos Para Su Enseñanza En Primaria*. México.

Díaz F., Rojas G. (2009). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. Universidad del desarrollo profesional. Ed. Mc Graw Hill, 2a. edición. Obtenido el 4 de Diciembre del 2017, de <http://www.slideshare.net/elyunidep/3-tipos-de-contenidos>

García, S (2012), *La enseñanza de la geometría*. Materiales para apoyar la práctica educativa. Instituto Nacional para la evaluación y educación. México. Primera versión 2008. ISBN 978-968-5924-35-1

Godino, J (2002), *Uso de material tangible y gráfico- textual en el estudio de las Matemáticas. Superando algunas posiciones ingenuas*. Pág. 177-124 Associaçao de professores de Matemáticas. Portugal.

Hershkowist, L. (1998) *Reasoning in geometry*. Universidad de Catania, Italia. Obtenido el 25 de Octubre del 2017, de
<https://books.google.com.co/books?id=dOksBAAAQBAJ&pg=PA29&dq=reasoning+in+geometry+rina&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwj4pdm2i-PYAhVFF6wKHQ9IAWEQuwUILTAA#v=onepage&q=reasoning%20in%20geometry%20rina&f=false>

Lastra, S. (2005). *PROPUESTA METODOLÓGICA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, APLICADA EN ESCUELAS CRÍTICAS*. Universidad de Chile, Chile. Obtenido 2 de septiembre del 2017 de,
http://repositorio.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastra_s/sources/lastra_s.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2004). *¿Qué son las competencias ciudadanas?*. Obtenido el 02 de septiembre del 2017, de,
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-96635.html>

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2004). *Estándares básicos de competencia ciudadana*. Obtenido el 31 de agosto de 2017, de,
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-75768_archivo_pdf.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2006) Lineamientos y Estándares en el área de Matemáticas.

Olaya A., Parra J., Cruz J. Villamil M. & Sánchez S. (2013). *Una propuesta de enseñanza del área y perímetro para estudiantes de 4º en un contexto rural*. Universidad de los Andes. Obtenido el 12 d octubre del 2017, de
<http://funes.uniandes.edu.co/6717/1/Sanchez2013Propuesta.pdf>

Olmo, M.A. Moreno, M.F. y Gil, F. (1989). *Superficies y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid. España: Editorial Síntesis

Peñuela C. (2015) *Construcción de polígonos regulares con regla y compás para desarrollar el pensamiento geométrico en estudiantes de grado séptimo*. Universidad de los llanos, Colombia. Obtenido 30 de Octubre del 2017, de <http://repositorio.unillanos.edu.co/bitstream/001/352/1/INFORME%20FINA%20TESIS%2024-NOV-15.pdf>

Porlán, R; Rivero, A & Martín, R. (1997). *Conocimiento profesional y epistemología de los profesores*. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Sevilla. Investigación y renovación escolar. Pág. 157-159.

Rey, J. L. (2004). *Dificultades conceptuales generadas por los prototipos geométricos o cuando los modelos ayudan, pero no tanto*, Instituto superior Leonardo Da Vinci. Argentina. Obtenido el 28 de Agosto del 2017, de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/22%20Rey.pdf>

Ruiz j. & Rico N. (2014). *APRENDER A MATEMATIZAR matematización como medio y no como fin*. Universidad de Granada, España. Obtenido el 10 de octubre del 2017, de http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_EntrenaMartinez.pdf

Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Universidad de los Andes, Colombia. Obtenido el 14 de septiembre de 20017, de <http://funes.uniandes.edu.co/673/1/Skovsmose1999Hacia.pdf>

Universidad Distrital Francisco José de caldas, (S.F.) Licenciatura en matemáticas contenidos curriculares. Obtenido el 6 de Diciembre del 2017, de <http://licmatematicas.udistrital.edu.co:8080/contenidos-curriculares>

Valero, P. (2006). *¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática*. Universidad de Aalborg, Dinamarca. Obtenido el 14 de Septiembre del 2017, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113423_archivo.pdf

Vasco, C. (1998), *Pensamiento espacial y sistemas geométricos*. Universidad del Valle, Colombia. Obtenido 23 de Octubre del 2017, de
https://www.researchgate.net/profile/Yuly_Vanegas/publication/282442813_Pensamiento_espacial_y_sistemas_geometricos/links/5610371d08ae48337519b152/Pensamiento-espacial-y-sistemas-geometricos.pdf

ANEXOS

Anexo 1

EL TRIÁNGULO EQUILÁTERO

Un triángulo es un polígono o figura que dispone de tres lados estos lados están compuestos por segmentos distintos que se encuentran en los puntos conocidos como vértices, los triángulos equiláteros cumplen con varias características algunas de ellas son:

1. *Presenta todos sus lados iguales entre si*
2. *Presentan tres ángulos agudos e iguales a 60°*

Algunas de sus propiedades son:

1. *La suma de lo que miden dos de sus lados, por ejemplo, siempre supera la longitud del lado restante.*

2. La suma de sus ángulos internos es igual a 180.

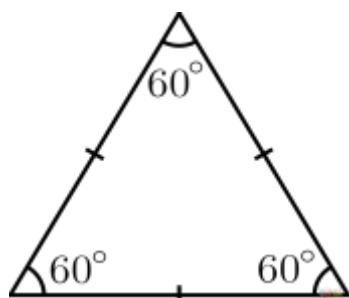


Imagen 33: Triángulo equilátero con algunas propiedades. Fuente propia.

EL CUADRADO

El **cuadrado** es una figura geométrica que pertenece a los **paralelogramos** porque tiene 4 lados.

Los 4 **lados** miden lo mismo y son paralelos dos a dos. ¿Esto qué quiere decir? Que tiene 2 lados paralelos entre sí, y los otros 2 también son paralelos entre sí.

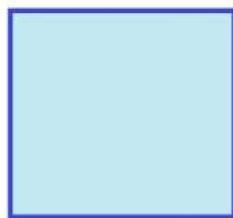


Imagen 34: Cuadrado fuente propia

Los 4 **ángulos** internos de un cuadrado miden 90° , es decir, son ángulos rectos. La suma de los 4 ángulos internos es de 360° .

Las dos **diagonales** que tienen son iguales y el punto donde se cortan las dos diagonales es el centro de simetría del cuadrado.

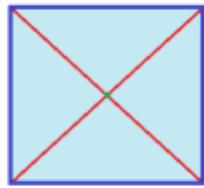


Imagen 35 Cuadrado con sus diagonales fuente propia

EL HEXÁGONO

Concepto

El hexágono es un polígono formado por seis lados y seis ángulos. El hexágono para ser un polígono regular debe tener todos sus lados y lados iguales de lo contrario sería un polígono irregular.

Propiedades

- *Todos sus lados tienen la misma dimensión*
- *Todos sus ángulos interiores miden 120°*
- *Se pueden construir con la unión de seis triángulos equiláteros.*

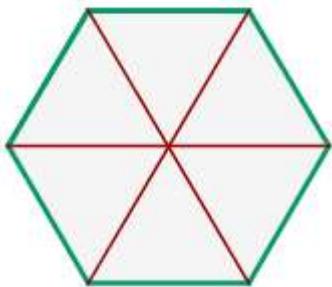


Imagen 36 Hexágono con sus diagonales fuente propia

Anexo 2

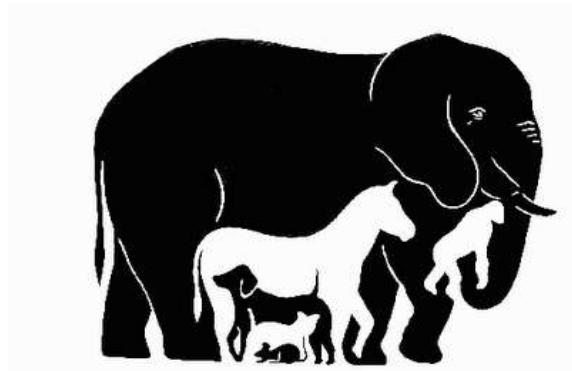


Imagen 37 Ilustración con animales ocultos. Fuente: <https://goo.gl/images/a8Zt4q>



Imagen 38 anciano y perro con hueso. Fuente: <https://goo.gl/images/Lubbr3>



Imagen 39 Cabeza de caballo y rana. Fuente: <https://goo.gl/images/aG9crm>

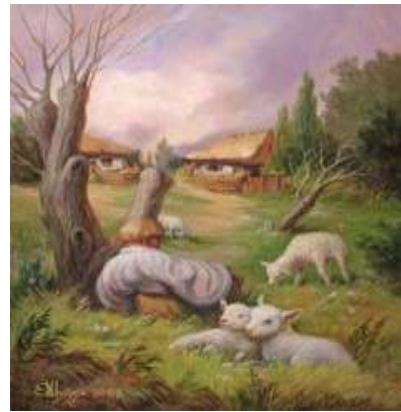


Imagen 40 Paisaje con rostro. Fuente: <https://goo.gl/images/L3G858>



Imagen 41 Rostro y cabeza de caballo. Fuente: <https://goo.gl/images/iVhEtk>

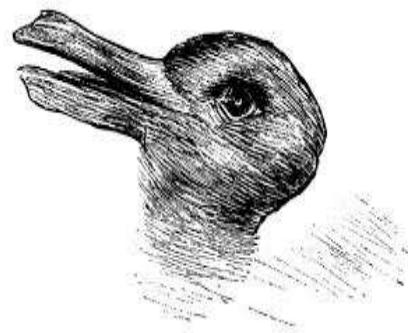


Imagen 42 Pato y conejo. Fuente: <https://goo.gl/images/tTqzim>

Anexo 3

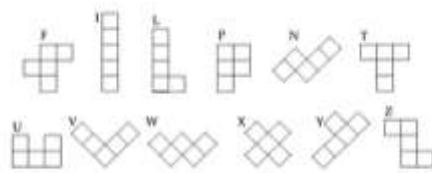


Imagen 43 Fichas del pentominó. Fuente:
<http://www.correodelmaestro.com/pruebasanteriores/2005/enero/nosotros104.htm>

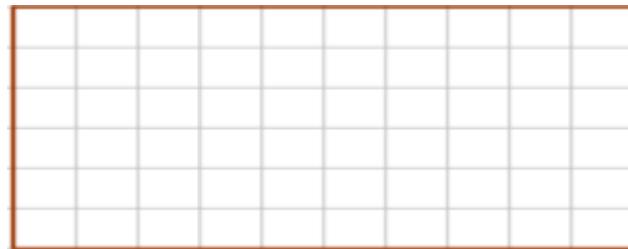


Imagen 44 rectángulo 6 x10. Fuente propia

Anexo 4

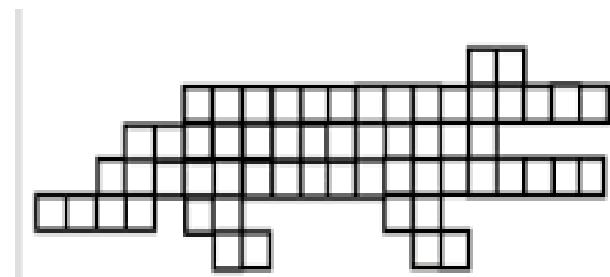


Imagen 45 cocodrilo http://math2secu.blogspot.com.co/p/blog-page_7.html

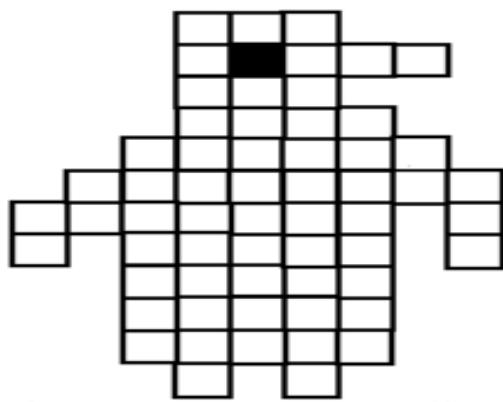


Imagen 46 pingüino http://math2secu.blogspot.com.co/p/blog-page_7.html

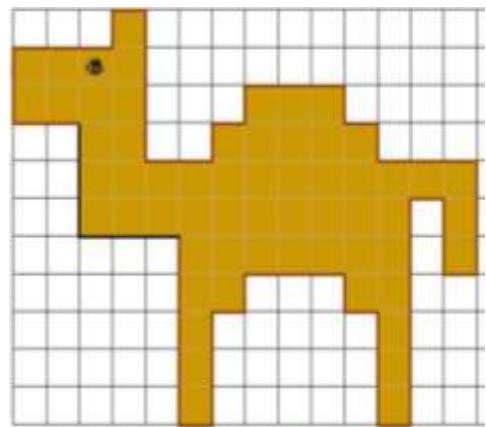


Imagen 47 Camello http://math2secu.blogspot.com.co/p/blog-page_7.html