

**DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL
NÚMERO ENTERO PRESENTADAS EN UN OBJETO VIRTUAL DE
APRENDIZAJE**

**PAULA ANDREA APONTE BELLO
MIGUEL ANGEL RIVERA MARTÍNEZ**

MONOGRAFÍA

**EDWIN ALFREDO CARRANZA VARGAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y TIC**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS
BOGOTÁ
2017**

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	3
2. JUSTIFICACIÓN	4
3. OBJETIVO GENERAL.....	7
3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	7
4. DIFICULTADES, OBSTACULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO .	8
4.1 DIFERENCIA ENTRE EL SIGNIFICADO DE DIFICULTAD, OBSTÁCULO Y ERROR	8
4.2 DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	12
4.2.1 DIFICULTADES EN LOS NÚMEROS ENTEROS.....	15
4.3 OBSTÁCULOS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	17
I. OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICOS	17
II. OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS.....	21
III. OBSTÁCULOS ONTOGENÉTICOS	21
4.3.1 OBSTÁCULOS EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO	22
4.4 ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	24
4.4.1 CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTALES DE LOS ERRORES.....	24
4.4.2 CATEGORÍAS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	26
5. OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE	28
MICROSITIO DEL PROYECTO.....	30
ESCENARIOS	30
6. EVALUACIÓN DEL OVA.....	48
7. CONCLUSIONES	60
Bibliografía	63

1. INTRODUCCIÓN

En el proceso de construcción de conocimiento matemático aparecen sistemáticamente errores que son una preocupación para el docente y que influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos. Estos errores, se presentan en el alumno como un esquema cognitivo inadecuado, que puede venir de diferentes procedencias, como lo son la falta específica de conocimiento, despiste, entre otras. En el aprendizaje de las matemáticas las respuestas incorrectas de los estudiantes, son consideradas por parte de quienes los educan como señales de serias deficiencias, e incluso fracaso en el logro de los objetivos propuestos.

El conocimiento matemático puede en su gran mayoría considerarse como algo construido, donde los errores siempre van a ser tanto una posibilidad como una realidad permanente. En la metodología que se imparte para el aprendizaje, surge la necesidad de señalar que se identifiquen los errores de los alumnos, donde se determinen sus causas y a partir de las mismas se logre organizar la manera de enseñar, donde el profesor debe idear estrategias que logren el progreso del aprendizaje.

Con base en lo anterior, se tomará como contenido matemático el número entero, este representa una gran dificultad en la mayoría de los educandos. El trabajo estará enfocado en los errores, obstáculos y dificultades que se presentan con el número entero en los estudiantes para su aprendizaje y poner en contacto al lector con los aspectos más relevantes de este escrito.

Para ello, se analizará el origen de estas dificultades, la noción de obstáculo y los diferentes errores que cometen los alumnos al trabajar con las matemáticas, específicamente con el número entero, teniendo en cuenta las razones por las que se originan.

Las dificultades de la enseñanza de las matemáticas son de naturaleza diferente y se pueden abordar desde perspectivas diferentes, conectándose entre sí.

2. JUSTIFICACIÓN

Las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, suelen ser en muchos casos desconocidas por los docentes, y por ende una actividad importante que deberían tener como docentes de matemáticas es la identificación de las mismas. Con base en lo anterior, existen investigaciones que permiten abordar estas dificultades, obstáculos y errores de una manera más global, y así, lograr identificar los tipos de errores que se están cometiendo y al mismo tiempo a realizar acciones que corrijan este proceso. Analizar las dificultades del aprendizaje de la Matemática en términos de la prevención y corrección, supone combinar estrategias generales y específicas a largo plazo con estrategias particulares e inmediatas, las cuales permitan propiciar una enseñanza adecuada y facilitar un mejor aprendizaje de las Matemáticas.

Las investigaciones que fundamentan este trabajo, tienen base en la teoría propuesta por (Socas Robayna, 1997) en su tesis doctoral sobre dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria, la teoría de obstáculos de Brousseau (1976) y la teoría de errores de Radatz (1979), además, Iriarte (1991) clasifica las dificultades que se evidencian con mayor frecuencia en la enseñanza del objeto matemático número entero, como:

1. Lo real como obstáculo
2. El número como expresión de cantidad
3. La suma como aumento
4. La sustracción como disminución
5. El divisor como natural
6. El orden de los negativos es el mismo que el natural
7. Ignorar el signo

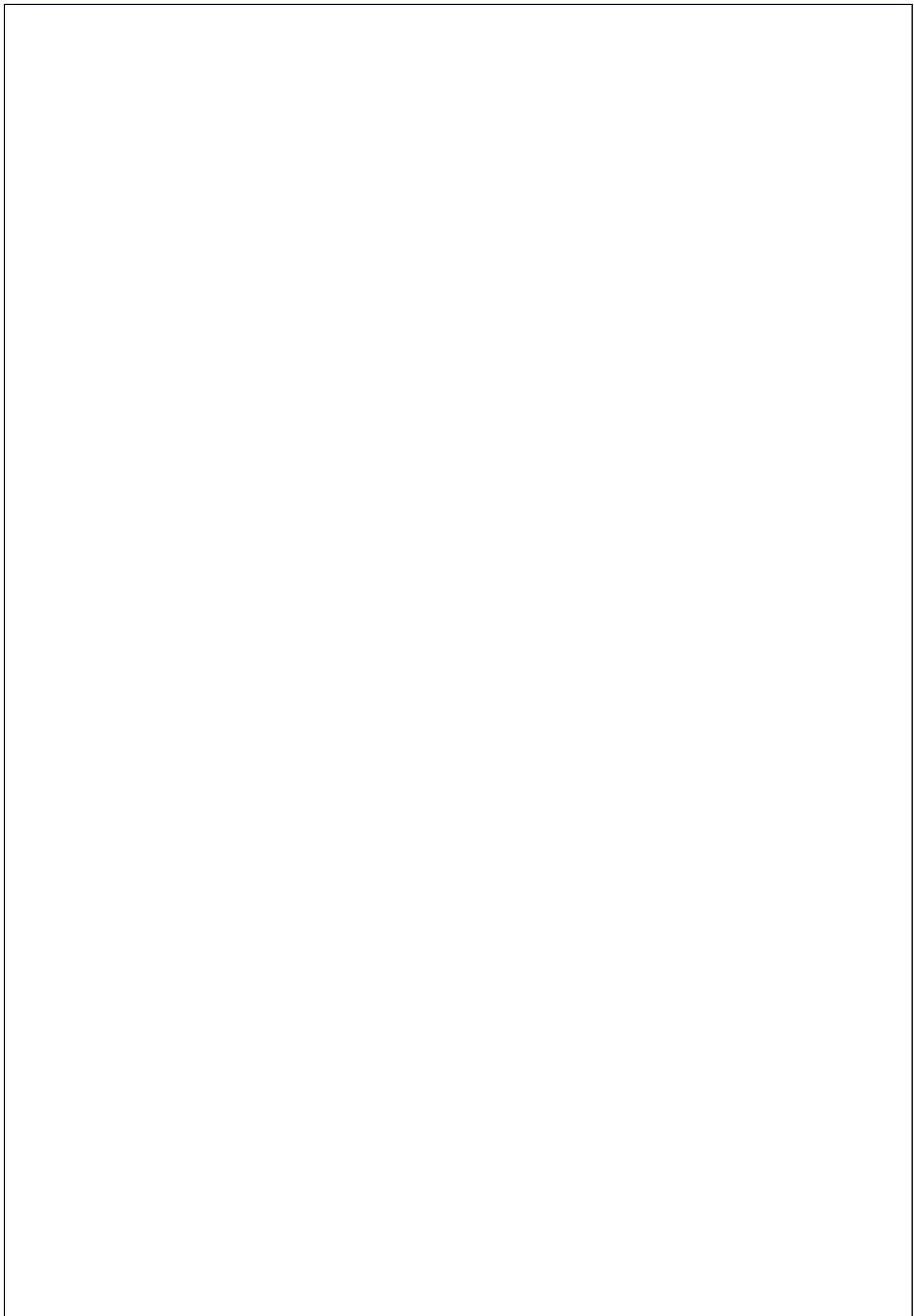
Con base a lo anterior y la necesidad de que los docentes emergan en los procesos que realizan sus estudiantes y los errores que de allí resultan, se diseñará el objeto virtual de aprendizaje OVA, el cual contendrá los aspectos más relevantes en torno a las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes en la construcción matemática del número entero. Pero, ¿Por qué un OVA?

El OVA es un instrumento que promueve el aprendizaje, por lo que satisface los objetivos de esta investigación, además que la pertinencia del mismo hace que sea una herramienta educativa para el docente de no solo ver su contenido sino producir conocimiento al ver las dificultades que se presentan en la enseñanza del número entero. En consideración con lo dicho anteriormente, Castañeda. (2014) citando (Chan 2010, p.3) afirma:

“Es una herramienta educativa que puede insertarse en propuestas curriculares y metodologías de enseñanza y aprendizaje de muy diversa índole. Sin embargo, y considerando que no hay ciencia ni tecnología sin posicionamiento ideológico detrás, en la apropiación de una herramienta educativa como los objetos de aprendizaje, se da la adhesión a formas de ver y producir conocimiento, a formas de ver y promover aprendizajes” Castañeda. (2014) citando (Chan 2010, p.3)

Además, ¿Qué importancia tiene que el docente aprenda las dificultades que presentan los estudiantes en este tema? , y más ¿Qué importancia tiene la enseñanza de los números enteros? A lo que él (MEN, 2006) nos dice lo siguiente:

Con el paso del concepto de número natural al de número entero más general, que puede ser positivo, cero o negativo, y del concepto de número racional positivo (también llamado “número fraccionario”) al de número racional más general, que también puede ser positivo, cero, o negativo. Aunque los chinos e hindúes empezaron a explorar números negativos hace más de mil años, en los países europeos éstos no se aceptaron como números hasta bien entrado el Siglo XVII. El concepto de número negativo es el resultado de la cuantificación de ciertos cambios en las medidas de una magnitud, o de la medida relativa de una magnitud con respecto a un punto de referencia, identificado con el cero.



3. OBJETIVO GENERAL

Elaborar un objeto virtual de aprendizaje (OVA) para docentes en formación y en ejercicio, que servirá para mostrar los errores, obstáculos y dificultades en el aprendizaje del número entero.

3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Seleccionar los errores, obstáculos, y dificultades en el aprendizaje del número entero mediante el OVA.
- Comprender la información sobre los errores, obstáculos y dificultades en el aprendizaje del número entero.
- Diseñar un OVA donde se muestren los errores obstáculos, y dificultades en el aprendizaje del número entero
- Evaluar la pertinencia del OVA sobre los obstáculos, errores y dificultades en la enseñanza del número entero a partir de una prueba de pilotaje.

4. DIFICULTADES, OBSTACULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO

El marco teórico que fundamenta este trabajo está basado en la teoría propuesta por (Socas Robayna, 1997) en su tesis doctoral sobre dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria, la teoría de obstáculos de Brousseau (1976) y la teoría de errores de Radatz (1979). Se toman primeramente a estos referentes y sus teorías, ya que plantean en términos más generales dificultades, obstáculos y errores que pueden emerger en todo el campo del aprendizaje de las matemáticas, de los cuales se tienen en cuenta algunas clasificaciones que competen en la investigación, estrictamente al conocimiento matemático del número entero.

4.1 DIFERENCIA ENTRE EL SIGNIFICADO DE DIFICULTAD, OBSTÁCULO Y ERROR

En este apartado primeramente se definirá cada uno de los conceptos (dificultad, obstáculo y error) y a partir de las mismas establecer sus diferencias.

DIFICULTAD: La palabra dificultad hace referencia al problema, brete o aprieto que surge cuando una persona intenta lograr algo. Las dificultades, por lo tanto, son inconvenientes o barreras que hay que superar para conseguir un determinado objetivo. (Peréz Porto & Merino, 2008)

La noción de dificultad puede aplicarse a diversas ideas o situaciones. Las dificultades del aprendizaje son aquellas que sufren ciertos estudiantes que, pese a no sufrir de una discapacidad o no tener una inteligencia que resulte inferior a la de sus compañeros, no logran conseguir un buen rendimiento académico. (Peréz Porto & Merino, 2008)

ERROR: Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995) señalan cuatro vías mediante las cuales el error puede presentarse, las que enuncian del siguiente modo:

- Los errores son a menudo el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas.
- Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que se puede identificar con facilidad por el profesor.
- También los errores pueden presentarse cuando el alumno utiliza procedimientos imperfectos y posee concepciones inadecuadas que no son reconocidas por el profesor.
- Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas.

OBSTÁCULOS:

Los obstáculos no se tratan de limitaciones o debilidades de los sentidos o la mente del sujeto. Son en sí mismo un conocimiento o una concepción, no una falta de conocimiento. Dicho conocimiento le ha resultado útil al sujeto dentro de determinado contexto, pero fuera de dicho contexto conduce a respuestas falsas, generando un conflicto en el sujeto. (Villalobos, 2011)

- Un obstáculo es un conocimiento.
- Un obstáculo tiene un dominio de “validez”.
- Un obstáculo resiste y reaparece.
- Un obstáculo es constitutivo del saber.

Un obstáculo se manifiesta por los errores que no son debidos al azar. Son errores que aparecen una y otra vez, son reconocibles, se sabe que van a aparecer y que persisten. Además, estos errores en un mismo sujeto están ligados entre sí por una fuente común, básicamente una manera de aprender o una concepción característica, un conocimiento anterior que tiene que ver con todo un dominio de acción.

DIFERENCIA ENTRE DIFICULTAD, OBSTÁCULO Y ERROR		
DIFICULTAD	OBSTÁCULO	ERROR
<p>1. Algunas causas de dificultades son las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos. • Dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos. • Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos matemáticos. <p>2. La abstracción y la generalización de las matemáticas es una posible causa de las dificultades de aprendizaje.</p> <p>3. Una fuente de dificultades de aprendizaje de los alumnos de primaria hay que buscarlas en el hecho de que algunos alumnos aún no han superado la etapa preoperatoria y realizan operaciones concretas, o bien que aquellos que todavía están en la etapa de las operaciones concretas realicen operaciones formales.</p> <p>4. Puede ocurrir que el alumno no tenga los conocimientos</p>	<p>1. Brousseau (citado en (Barrantes, Los Obstáculos Epistemológicos , 2006)) conceptualiza obstáculo epistemológico acercándose a las causas que conducen a errores: “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado.</p> <p>2. Es indebido eliminar un obstáculo; el obstáculo no se elimina, porque usualmente es un conocimiento que sirve en otro dominio. (Barrantes, Los Obstáculos Epistemológicos , 2006)</p> <p>3. Poner un problema consiste en encontrar una situación con la que el estudiante emprende una serie de cambios relativos a</p>	<p>5. A veces el error no se produce por falta de conocimiento, sino porque el alumno usa un conocimiento que es válido en algunas circunstancias, pero no en otras en las cuales se aplica indebidamente.</p> <p>6. Socas (1997) señala que el error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente una consecuencia de una falta específica de conocimiento o desiste</p> <p>7. Algunos errores que se presentan son los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Datos mal utilizados: Errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno, esto puede estar dado porque añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se contesta a algo que no es necesario o se hace una lectura incorrecta

<p>precisos necesarios para poder aprender el nuevo contenido y por lo tanto, la distancia, entre el nuevo contenido y lo que sabe el alumno no es la adecuada. (Villalobos, 2011)</p>	<p>una misma cuestión que es un obstáculo para él, sobre la que se va a apoyar para apropiarse o construir un conocimiento nuevo.</p> <p>4. Cuando las dificultades no se pueden superar, se convierten en obstáculos porque impiden avanzar en la construcción del nuevo conocimiento. Estos obstáculos pueden ser de tres tipos, según de dónde provengan: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos (Brousseau, 1989)</p>	<p>del enunciado</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretación incorrecta del lenguaje: Son errores se deben a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico distinto • Inferencias no validas lógicamente: Estos errores se deben a fallas en el razonamiento y no se debe al contenido específico. • Falta de verificación en la solución. Se presenta cuando se realiza todo el procedimiento completo, excepto el resultado final del problema planteado. • Errores técnicos: En esta categoría se incluye los errores de cálculo, al tomar de una tabla en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos. (Villalobos, 2011)
--	--	--

4.2 DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Para socas (1997) “las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de las Matemáticas” (p.35). Socas (citado en (Herrera Ruiz, 2010)) clasifica las dificultades que obedecen a la naturaleza de su origen, estas son:

- **Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas:** se relaciona con el lenguaje en la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos y el lenguaje cotidiano como mediador en la interpretación de los signos. (Herrera Ruiz, 2010)

La comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos. Nos encontramos, de esta manera, con diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos. El lenguaje habitual usado en la comunicación puede expresar su significado aunque se cometan abusos morfosintácticos, tales como roturas de reglas gramaticales o faltas de ortografía. El significado puede ser comunicado por alusión o asociación. Sin embargo, el lenguaje de la Matemática es más preciso, está sometido a reglas exactas, y no comunica su significado, salvo por la interpretación exacta de sus signos. Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario, dentro del contexto matemático, es un conflicto de precisión. (Socas Robayna, 1997)

- **Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático:** se relacionan con las rupturas implícitas en los modos de pensamiento matemático; los ejemplos, los dibujos en el pizarrón, las imágenes estandarizadas, pueden generar errores.

Las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático se ponen de manifiesto en la naturaleza lógica de la Matemática y en las rupturas que se dan necesariamente en relación con los modos de pensamiento matemático. Siempre se ha considerado como una de las principales dificultades en el aprendizaje de la Matemática, el aspecto deductivo formal. El abandono de las demostraciones formales en algunos programas de Matemática del Nivel Medio se ha estimado como adecuado, pero esto no incluye el abandono sobre el pensamiento lógico; es decir, la capacidad para seguir un argumento lógico, siendo esta incapacidad una de las causas que genera mayor dificultad en el aprendizaje de esta ciencia. El abandonar ciertas demostraciones formales en beneficio de una aplicación más instrumental de las reglas matemáticas, no debe implicar de ninguna manera el abandono del pensamiento lógico, por ser éste una destreza de alto nivel que resulta necesaria para alcanzar determinados niveles de competencia matemática. El fomentar esta capacidad para seguir un argumento lógico no se debe contraponer a los métodos intuitivos, a las conjeturas, a los ejemplos y contraejemplos, que también permiten obtener resultados y métodos correctos, sino que, más bien, esta capacidad se desarrolla con la práctica de estos métodos informales. Sin embargo, sí se estaría en contra de la intención ingenua de los métodos rutinarios, de las conjeturas aleatorias, etc. (Socas Robayna, 1997)

- **Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas:** los métodos de enseñanza deben ser acordes con la organización institucional escolar y la secuencia curricular.

Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de Matemática y con los métodos de enseñanza. La institución escolar debe propiciar una organización escolar que tienda a reducir las dificultades del aprendizaje de la Matemática dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza. Esta organización afecta tanto a los elementos espacio-temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en Matemática. La organización curricular en Matemática puede originar diferentes dificultades en el aprendizaje de la misma. Cuatro serían los

elementos básicos a considerar como dificultades en el currículo de Matemática: las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en esta ciencia, la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido y la naturaleza lógica de la Matemática escolar. Por último, los métodos de enseñanza deben estar ligados tanto a los elementos organizativos de la institución escolar, como a la organización curricular. Varios son los aspectos a considerar, por ejemplo, el lenguaje, que debe adaptarse a las capacidades y comprensión de los alumnos; la secuenciación de las unidades de aprendizaje que debe estar adaptada a la lógica interna de la Matemática; el respeto a las individualidades que tiene que ver con los ritmos de trabajo en clase; los recursos y la representación adecuada. (Socas Robayna, 1997)

- **Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos:** al momento de diseñar los recursos y estrategias en la enseñanza se deben considerar las etapas del desarrollo cognitivo de los estudiantes, sus características y capacidades.

La posibilidad de tener información sobre la naturaleza de los procesos de aprendizaje y conocimiento del desarrollo intelectual, permite conocer el nivel de dificultades, realizaciones y respuestas a cuestiones esperadas de los alumnos. Conocer los estadios generales del desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de Matemática que los alumnos son capaces de hacer, constituye una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza. Nos encontramos, sin embargo, con diferentes teorías generales sobre el desarrollo cognitivo que por distintas razones no han tenido un efecto claro y directo en las aulas de Matemática; también es verdad que muy pocas de estas teorías se han ocupado de manera específica de la Matemática. (Socas Robayna, 1997)

Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas: en esta investigación el dominio afectivo comprende las: creencias, actitudes y emociones, que actúan como fuerza impulsadora o de resistencia al cambio de la actividad matemática. (Matínez Padrón, 2008)

Sabemos que a muchos estudiantes, incluyendo a algunos de los más capacitados, no les gusta la Matemática. Muchos alumnos tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ella. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta aversión. Por ejemplo, la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores, estilos de enseñanza, y las actitudes y creencias hacia la Matemática que les son transmitidas. Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia la Matemática están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, etc., suelen generar bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos. (Socas Robayna, 1997)

4.2.1 DIFICULTADES EN LOS NÚMEROS ENTEROS

Desde los inicios históricos de la Matemática podemos encontrar reflexiones acerca de las dificultades que pueden generar la enseñanza y aprendizaje de los números enteros esencialmente en lo que atañe a los números negativos para su comprensión y total aceptación. El reconocimiento y la legitimación de este campo numérico sufrió marchas y contramarchas durante un larguísimo proceso, requiriendo de mucho tiempo para que los matemáticos reconocieran, aceptaran y legitimaran los números negativos, por lo que no debería resultar tan extraño que los alumnos presenten dificultades a la hora de construir conocimientos en torno a ellos. (Abrate, Pochulu, & Vargas , 2006)

Los números negativos fueron aceptados, en un principio, en calidad de artificios de cálculo, considerados como números ficticios, valores negados o, en el caso de ser soluciones de ecuaciones, como raíces falsas. (Abrate, Pochulu, & Vargas , 2006)

Esta resistencia se debió a que los números negativos no surgieron de las experiencias de conteo y de medición, sino de la resolución de ecuaciones; en otras palabras, hicieron su aparición en la manipulación formal y carecieron de referente material. Con la Geometría Analítica y la Mecánica se les pudo encontrar una interpretación concreta: para la primera, como coordenadas de puntos, y para la segunda, como herramienta para expresar cantidades orientadas en sentido opuesto

a una determinada. En consecuencia, pensamos que es natural que los estudiantes presenten resquemores hacia los números negativos y no siempre acepten ampliamente su existencia. Sin embargo, creemos que es a la hora de introducir la operatoria entre ellos donde comienzan a aparecer los obstáculos y dificultades.

La suma es la operación que, en un principio y mientras no se introduzca la multiplicación, presenta menos dificultades. Los primeros conflictos comienzan a surgir – de acuerdo con lo manifestado por los profesores entrevistados – cuando se introduce la resta, más aún si se realiza bajo el enfoque que tradicionalmente se le ha dado a este tema: establecer que “restar es sumar el opuesto”, lo que matemáticamente puede resultar correcto, pero didácticamente crea un inconveniente, puesto que no tiene ninguna significación para el alumno. (Abrate, Pochulu, & Vargas , 2006)

Que no tiene ninguna significación para el alumno. Por otro lado, con la presentación de la resta se exacerba otra dificultad: la multiplicidad de significado del símbolo “–”, en tanto puede ser considerado como operación, como signo de un número o bien como indicador del opuesto de un número, lo que genera equivocaciones que favorecen la aparición de inferencias o asociaciones incorrectas, tal como aconteció en las evaluaciones administradas.

Es interesante observar que matemáticos famosos y prestigiosos, como es el caso de Euler, hicieron esfuerzos por demostrar “las reglas de los signos” y en tales esfuerzos daban argumentos muy confusos y que hoy en día sorprenderían por inconsistentes. Asimismo, Euler no sólo recurrió a interpretaciones concretas para sus explicaciones sino también a supuestos no justificados para demostrar que los resultados de las operaciones con negativos estaban predeterminados de antemano. Posiblemente este camino haya sido el que transitaron muchos de nuestros alumnos cuando se les presentó por primera vez el tema, lo que genera al día de hoy, obstáculos sobre la validez de las construcciones realizadas y se convierten en una fuente potencial de errores. (Abrate, Pochulu, & Vargas , 2006)

Finalmente, queremos destacar que gran parte de los errores que cometen nuestros alumnos con números enteros se remontan a obstáculos epistemológicos que los propios matemáticos se enfrentaron y superaron a través de siglos de historia, lo

que nos invita a reflexionar sobre las dificultades que este tema conlleva para el alumno. (Abrate, Pochulu, & Vargas , 2006).

4.3 OBSTÁCULOS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Entre los obstáculos que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas encontramos el obstáculo epistemológico, didáctico y ontogenético los cuales se abordaran enseguida.

I. OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICOS

La noción de obstáculo epistemológico, que aparece por primera vez en el ámbito de la epistemología de las ciencias experimentales (Bachelard, 1938), fue retomada por Brousseau en 1976 y redefinida en términos de la teoría de situaciones didácticas. En dicha teoría se postula que un alumno adquiere un conocimiento cuando, enfrentada a una situación-problema cuya solución exige ese conocimiento, es capaz de generarla en forma de estrategia de resolución de la situación. El conocimiento es, por tanto, el resultado de la adaptación de un sujeto a un conjunto de situaciones en las que es útil como estrategia de resolución. La consecuencia inmediata de este postulado es que los conocimientos de un alumno sobre una noción matemática dependerán de la experiencia adquirida afrontando situaciones en las que dicha noción está implicada.

Brousseau citado en (Cid, S.f) exponer sus primeras ideas sobre las nociones de concepción y obstáculo en diferentes artículos. Entre ellas figura una clasificación de los obstáculos atendiendo a que su origen se situé en uno u otro de los polos del sistema didáctico -alumno, profesor y saber- o en la sociedad en general, lo que le permite distinguir entre obstáculo ontogenético, didáctico, epistemológico o cultural. En particular, califica un obstáculo de epistemológico si se puede rastrear en la historia de las matemáticas y la comunidad de matemáticos de una determinada época ha tenido que tomar conciencia de él y de la necesidad de superarlo. En este caso, el rechazo explícito del obstáculo forma parte del saber matemático actual.

Otro autor que hizo un aporte significativo a los obstáculos epistemológicos del número entero es Glaeser, publicado en 1981. En él, el autor manifiesta su intención de buscar los obstáculos que se oponen a la comprensión y aprendizaje de los números negativos. Para ello, y haciéndose eco de la “sorprendente lentitud” del proceso histórico de construcción del concepto de número negativo¹, busca los vestigios de esos obstáculos en el pasado, analizando, mediante una técnica de comentario de textos, lo que los matemáticos de distintas épocas² dijeron sobre dichos números. (Cid, S.f)

Ahora bien, aun cuando Glaeser (1981) empieza su artículo refiriéndose a la noción de obstáculo toma como referencia algunas obras (Bachelard y Rousseau), enseguida aclara que considera prematuro precisar demasiado el término ‘obstáculo’ y que lo utiliza con un sentido amplio, equiparándolo a ‘dificultad’, ‘umbral’, ‘síntoma’, etc. En estas condiciones, el autor considera que en la evolución histórica de la noción de número negativo desde sus primeras emergencias hasta el concepto actual, se pueden constatar los siguientes obstáculos:

- **Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.**

Indica con esto el hecho, observable en la obra de Diofante, de que la necesidad de efectuar cálculos algebraicos con diferencias y, en particular, la necesidad de multiplicar dos diferencias, le lleva a enunciar la regla de los signos y, sin embargo, no acepta la existencia de números negativos aislados.

- **Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. En la obra de algunos**

matemáticos (Stevin, D'Alembert, Carnot y, posiblemente, Descartes) se constata que conciben la existencia de soluciones negativas de las ecuaciones, las “ven” y las tienen en cuenta, pero no pueden aceptarlas como cantidades reales y las justifican diciendo, por ejemplo, que son cantidades ficticias que expresan un defecto en el enunciado del problema.

- **Dificultad para unificar la recta real:**

En el intento de superar el obstáculo anterior interpretando las cantidades negativas como cantidades reales, se observa que algunos matemáticos (McLaurin,

D'Alembert, Carnot y Cauchy) concebían los negativos y los positivos en términos antinómicos: “lo negativo” neutralizaba, se oponía a “lo positivo”, pero era de naturaleza distinta. Es decir, la cantidad negativa era tan real como la positiva, pero estaba tomada en un sentido opuesto. Esta heterogeneidad que se establecía entre negativos y positivos no facilitaba su unificación en una ‘única recta numérica y, en cambio, favorecía el modelo de dos semirrectas opuestas funcionando separadamente.

La ambigüedad de los dos ceros.

Glaeser se refiere con esto a las dificultades que hubo entre los matemáticos (Stevin, McLaurin, D'Alembert, Carnot, Cauchy y, quizás, Euler y Laplace) para pasar de un cero absoluto, un cero que significaba la ausencia de cantidad de magnitud, a un cero origen elegido arbitrariamente. Uno de los razonamientos más extendidos entre los matemáticos que se oponían a la consideración de las cantidades negativas como cantidades reales y no como meros artificios del cálculo, era que no se podía admitir la existencia de cantidades que fueran “menos que nada”

El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas.

La superación de los obstáculos anteriores permite aceptar los números negativos como cantidades reales y justificar su estructura aditiva, pero no así la estructura multiplicativa. El problema de justificar la regla de los signos lo resolvió definitivamente Hankel en 1867, cuando propuso prolongar la multiplicación de R^+ a R respetando un principio de permanencia que conservará determinadas “buenas propiedades” de la estructura algebraica de los reales positivos.

-Deseo de un modelo unificador:

Es el deseo, largamente sentido por la comunidad matemática, de encontrar un buen modelo concreto que justifique tanto la estructura aditiva como la multiplicativa de los números enteros y que pueda ser comprendido con relativa facilidad por las personas que están en vías de aprenderlos. Su existencia hubiera evitado la necesidad de superar el obstáculo anterior, pero hasta hoy no ha sido encontrado y los que se utilizan habitualmente en la enseñanza, como, por ejemplo, el modelo de ganancias y pérdidas, solo explican satisfactoriamente la

estructura aditiva, pero a costa de convertirse en un obstáculo para la comprensión de la estructura multiplicativa.

Ahora, Brousseau conceptualiza obstáculo epistemológico acercándose a las causas que conducen a errores: “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado”.

Sin embargo, Durox (S.f) y Brousseau (1998) precisaron las condiciones que debería satisfacer un conocimiento para poder ser declarado un “obstáculo” en el sentido de Bachelard (S.f) y explican el interés de este concepto, que conviene distinguirlo del de “dificultad”:

- Un obstáculo es un conocimiento.
- Un obstáculo tiene un dominio de “validez”.
- Un obstáculo resiste y reaparece.
- Un obstáculo es constitutivo del saber.

Un obstáculo se manifiesta por los errores que no son debidos al azar. Son errores que aparecen una y otra vez, son reconocibles, se sabe que van a aparecer y que persisten. Además, estos errores en un mismo sujeto están ligados entre sí por una fuente común, básicamente una manera de aprender o una concepción característica, un conocimiento anterior que tiene que ver con todo un dominio de acción. Los obstáculos epistemológicos no son necesariamente explícitos ni difíciles de franquear. Lo correcto sería tratar de franquear el conocimiento que obstaculiza, es decir, ver el dominio en el cual es válido. Así mismo en el que no lo es, por lo que no se trata de eliminar el obstáculo. La concepción del aprendizaje que se apoya en el estudio del desarrollo de los conocimientos en términos de obstáculos difiere sensiblemente de la concepción clásica, sobre todo en lo que concierne al rol y a la organización de situaciones problema. Aquí el problema va a jugar un papel fundamental.

Poner un problema consiste en encontrar una situación con la que el estudiante emprende una serie de cambios relativos a una misma cuestión que es un obstáculo para él, sobre la que se va a apoyar para apropiarse o construir un conocimiento nuevo. Las condiciones iniciales las da el profesor pero rápidamente el proceso

debe pasar en parte a control del sujeto. La motivación será fundamental y es constitutiva del sujeto y de su conocimiento.

II. OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS

Los obstáculos didácticos provienen de la enseñanza, y se deben evitar porque impiden superar los obstáculos epistemológicos, es decir, impiden ver las cosas de una nueva manera. Por esta razón, no se puede seguir aplazando la reflexión sobre estos obstáculos, porque si se conocen se pueden evitar. Los obstáculos didácticos se estudian a través del análisis de los errores más frecuentes de los estudiantes. Se concluye que estos errores provienen de dificultades que se originan en la enseñanza por alguno de estos errores didácticos: metodológicos, curriculares o conceptuales. Se considera un error metodológico el uso, por parte del docente, de palabras inadecuadas o “trucos”; un error curricular se presenta cuando el diseño del currículo impide dar un salto conceptual o superar el obstáculo epistemológico, que se debe dar porque es fundamental para adquirir el nuevo conocimiento; y un error conceptual es una noción falsa que se enseña, precisamente, para evitar el salto conceptual, y que distorsiona el concepto. En cualquiera de los casos, los errores que provienen de la didáctica son muy difíciles de modificar e impiden avanzar en el conocimiento: las palabras inadecuadas no permiten dar un nuevo significado a las palabras técnicas que se usan en grados posteriores y una noción falsa impide construir el significado matemático del concepto y dar el salto conceptual. (Andrade Escobar, 2011)

III. OBSTÁCULOS ONTOGENÉTICOS

Los obstáculos ontogenéticos provienen de condiciones genéticas específicas de los estudiantes y por lo tanto, no se pueden evitar mediante la formación de docentes.

El estudio de tales obstáculos ha llevado en la década del 80 a distinguir diversas tipologías según la referencia causal. Se llaman “obstáculos ontogenéticos” aquellos cuya causa reside en el alumno (por ejemplo: inmadurez para aprender un determinado concepto, deficiencia, condiciones personales,...) (D’Amore &

Fandiño Pinilla, 2002)

4.3.1 OBSTÁCULOS EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO

Al momento de poner en funcionamiento la estructura algebraica y de orden de los números enteros, se pueden manifestar unas ideas que obstaculizan el aprendizaje de los números enteros. Estas ideas obstaculizadoras se dividen en dos apartados, los cuales se subdividen en diferentes aspectos a considerar, estos son:

- a) Lo real como obstáculo**
- b) La imposición de lo formal como obstáculo**

a) LO REAL COMO OBSTÁCULO

El alumno está acostumbrado primeramente a ver netamente los números y más tarde las letras con que opera, las operaciones correspondientes a cada una, y las diferentes representaciones entre cosas reales y concretas.

El gran obstáculo para la aceptación y reconocimiento de los números enteros va ligado a las creencias y a las experiencias que ha tenido cada individuo. El conocimiento del número entero exige la ruptura con algunas ideas que se encuentran demasiado ligadas al conocimiento que posee de la aritmética práctica.
(Iriarte Bustos, Jimeno, & Vargas-Machuca de Alva, 1991)

A1) el número como expresión de cantidad

Mientras no se abandone el plano de lo real es difícil concebir los números negativos, porque simplemente no son necesarios. Nadie dice: “-300 pesos” sino “me faltan 300 pesos” y el prescindir del número negativo no provoca ningún problema. La identificación de número con cantidad también va a obstaculizar la generalización de las operaciones aritméticas y de orden (Iriarte Bustos, Jimeno, & Vargas-Machuca de Alva, 1991)

A2) la suma como aumento

La concepción ingenua de suma como acción de añadir una cantidad a otra, es la que hace que algunos estudiantes ante la pregunta: “¿puedes encontrar un número

que sumado a 6 de 2?" responden que no, sin acordarse en algún momento de los números negativos, ni de los conocimientos que podrían tener sobre ellos.

A3) la multiplicación como multiplicación natural

A la pregunta: ¿es posible encontrar un múltiplo de 5 menor que 3 y distinto de cero? Se ha considerado que para eludir el problema que les provoca esta idea, llegan a confundir conceptos como múltiplo y divisor, para lograr obtener como respuesta 1. En este aspecto involucran nuevamente la suma como aumento, con el fin de justificar la regla de los signos.

A4) el orden entre los negativos es el mismo que el orden natural.

En los números naturales, estos van aumentando a medida que van estando más alejados del origen. Al trasladar esta idea a los números negativos, siguen manteniendo que entre más alejados estén del cero, los números serán mayores, siendo una idea errónea.

A5) ignorar el signo

Este error consiste en ignorar sistemáticamente el signo que procede a las temperaturas negativas, identificando así los números negativos con los naturales. Por ejemplo, (-7) en Moscú o Winnipeg (-2), si comparamos ambas temperaturas, se evidencia un alza o baja de temperatura entre las ciudades. Para darse cuenta de este cambio de temperatura los estudiantes tendrían que operar, pero en este procedimiento olvidan el “signo” por completo y operan como si fueran números naturales.

B) LA IMPOSICIÓN DE LO FORMAL COMO OBSTÁCULO

La historia de los números enteros afirma que “siempre se conoce en contra de un conocimiento anterior” siendo este un principio epistemológico. Se considera que cada avance desde su conocimiento ha previsto la ruptura con concepciones previas. En la enseñanza del número entero pueden quedar vacíos que se constituyen en obstáculos y originan errores, pues se pueden ver inmersos en terrenos que no pueden orientarse o que se encuentran tan lejos de la teoría que no tienen las bases suficientes.

4.4 ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Según Socas (1997), “el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”. El error se puede considerar como parte inseparable del aprendizaje; siendo así, las investigaciones en torno a los errores en el aprendizaje de las matemáticas sugieren diagnosticar y tratar estos errores que cometan los alumnos, discutir con ellos la presencia y concepción de estos errores, y así lograr un reajuste de sus ideas.

Los errores cometidos por los alumnos en Matemáticas son una manifestación de las dificultades y obstáculos propios del aprendizaje, provocando una nueva estructura de conocimiento.

Mulhern (1989) señala las siguientes características de los errores:

- Surgen, por lo general, de manera espontánea y sorprenden al profesor.
- Son persistentes y difíciles de superar, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno.
- Pueden ser sistemáticos o por azar: los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar son ocasionales.
- Muchas veces los alumnos no toman conciencia del error ya que no comprenden acabadamente el significado de los símbolos y conceptos con que trabajan.

Los errores generan dos patrones que son consistentes en el momento de abordar un tema, estos niveles son a nivel individual, ya que las personas muestran gran regularidad en su modo de resolver ejercicios y problemas similares y a nivel colectivo, ya que distintas personas cometan errores semejantes en determinadas etapas de su aprendizaje. (del puerto & Minnaard, 2004)

4.4.1 CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTALES DE LOS ERRORES

Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995) señalan cuatro vías mediante las cuales el error puede presentarse, las que enuncian del siguiente modo:

- Los errores son a menudo el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas.
- Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que se puede identificar con facilidad por el profesor.
- También los errores pueden presentarse cuando el alumno utiliza procedimientos imperfectos y posee concepciones inadecuadas que no son reconocidas por el profesor.
- Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas.

No obstante, según lo expuesto por Rico (1995), la mayor parte de los investigadores y especialistas coinciden en considerar como características generales de los errores cometidos por los alumnos, los siguientes:

- Los errores surgen en la clase por lo general de una manera espontánea. Sorprenden al profesor, aunque pueden gestarse desde mucho antes.
- Son persistentes y particulares de cada individuo. Son difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos en el alumno.
- Hay un predominio de los errores sistemáticos con respecto a los errores por azar u ocasionales. Los errores sistemáticos revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada.
- Los alumnos en el momento no toman conciencia del error, pues no cuestionan lo que les parece obvio y no consideran el significado de los conceptos, reglas o símbolos con que trabajan.
- Los errores sistemáticos son en general el resultado de concepciones inadecuadas de los fundamentos de la Matemática, reconocibles o no reconocibles por el profesor.

- Algunos errores se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el alumno de la información que da el profesor. Los alumnos, por ejemplo, recrean o inventan su propio método en base al método descrito por el profesor.

4.4.2 CATEGORÍAS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Es importante recordar que los errores, al igual que el fenómeno educativo, son la manifestación exterior de un proceso complejo en el que interactúan muchas variables; por ejemplo, profesor, alumno, currículo, contexto sociocultural. De allí la dificultad comprensible de aislar y delimitar las causas de un error con miras a su tratamiento. No obstante, la investigación en torno a los errores en el proceso de aprendizaje ha sido una de las preocupaciones de la Educación Matemática de todos los tiempos, y los trabajos producidos se han centrado básicamente en cuatro líneas de investigación, las que son resumidas por Rico (1995) de la siguiente forma:

- Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores. Cada uno de estos estudios responde a una determinada teoría psicopedagógica y a un planteamiento epistemológico particular del conocimiento y de la Matemática.
- Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores. Ejemplos de esta línea son las propuestas didácticas que parten del error para la construcción de los conocimientos matemáticos correctos.
- Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- Investigaciones psicométricas que incluyen técnicas estadísticas como contrastaciones de hipótesis, para el análisis de los errores.

Rico (1995) destaca que, si bien existe una cantidad considerable de categorizaciones de errores y se realizaron serios intentos por desarrollar un sistema de categorización de errores con base en una tipificación de obstáculos y del análisis derivado correspondiente, hasta el momento, no se han superado los

niveles generales, meramente descriptivos, y no existe un desarrollo teórico sistemático que permita clasificar, interpretar, y predecir los errores en términos de obstáculos, es decir, en función de argumentos fundamentalmente epistemológicos y con exclusión de categorías cognitivas. No obstante, creemos importante hacer notar que los métodos descriptivos desempeñan un papel fundamental en la investigación educativa dado que pueden proporcionar hechos, datos, etc., y preparan el camino para la configuración de nuevas teorías o nuevas investigaciones.

Radatz (1979) también plantea su análisis el cual puede ayudar a clarificar cuestiones elementales del aprendizaje de las matemáticas y los categoriza en cinco clases:

Dificultades del lenguaje: los errores se derivan del uso inadecuado o erróneo de los símbolos y términos matemáticos, por lo que su aprendizaje se realizó inadecuadamente.

Dificultad para obtener información espacial: este tipo de error se genera de las representaciones icónicas inadecuadas de situaciones matemáticas.

Aprendizaje deficiente de los prerequisitos: son causados por deficiencias en el manejo de conceptos y procedimientos para las tareas matemáticas adquiridos previamente.

Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento: se relacionan con la inflexibilidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas, y se subdividen en cuatro tipos: por perseverancia, de asociación, de inferencia, y de asimilación.

Aplicaciones de reglas o estrategias irrelevantes: los errores son producidos cuando se emplean reglas o estrategias análogas en contenidos diferentes, ya el razonamiento por analogía no siempre funciona en Matemática.

De las categorías que plantea Radatz, se tendrán en cuenta las 5, ya que permiten analizar diferentes cuestiones elementales del aprendizaje de las matemáticas del número entero.

Enseguida se abordarán específicamente las dificultades que se presentan en el aprendizaje del número entero. Las dificultades del número entero que se toman, se hicieron a partir de las clasificaciones, tipos y categorías que se mencionaron anteriormente.

5. OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE

Un objeto de aprendizaje es un conjunto de recursos digitales, auto contenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización.

Otra definición lo orienta como “una pieza digital de material educativo, cuyo tema y contenido pueden ser claramente identificables y direccionables, y cuyo principal potencial es la reutilización dentro de distintos contextos aplicables a la educación virtual” (Ruiz, 2006) (citado por (Pascuas Rengifo, Jaramillo Morales , & Verástegui Gonzalez)). Su diseño debe cumplir con los aspectos propios de la disciplina o ciencia que se estudia y con las metodologías para la creación de materiales educativos y usos de la tecnología que miden el aprendizaje (Boshell Villamarín, 2008).

Los objetos virtuales de aprendizaje, utilizan un sistema de gestión de aprendizaje (*Learning Management System*), la cual es una herramienta informática, que permite la gestión y presentación de materiales educativos. El objetivo de estas herramientas es permitir el aprendizaje en cualquier parte y en cualquier momento y la mayoría de estas son herramientas Web. Las principales características de estas plataformas es que se deben orientar a *accesibilidad, adaptabilidad, rentabilidad, durabilidad, interoperabilidad y reutilidad de recursos digitales*.

METADATOS

Para ((Agudelo, 2008) “los metadatos son un conjunto de atributos o elementos necesarios para describir un recurso determinado, que funciona como identificador de los materiales digitales diseñados. Para ello, existen estándares que deben seguirse en la descripción de los Objetos de Aprendizaje y de Información.” En el caso del OVA presentado los metadatos brindarán a todos los docentes los

datos correspondientes a los nombres de los autores , el título del OVA , los derechos de este mismo ,bajo que licencia se encuentra publicado, y describirán cuáles son las implicaciones de crear este mismo hacia los docentes.

E-LEARNING

Las plataformas e-learning, plataformas educativas o entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje constituyen, actualmente, esta realidad tecnológica creada en Internet y que da soporte a la enseñanza y el aprendizaje. Que puede representar todo o una parte del modelo educativo en el que se aplica, que explota los medios y dispositivos electrónicos para facilitar el acceso, la evolución y la mejora de la calidad de la educación y la formación. (Pascuas Rengifo, Jaramillo Morales , & Verástegui Gonzalez).

EXELEARNING

EXeLearning es un programa libre y abierto bajo licencia GPL-2 para ayudar a los docentes en la creación y publicación de contenidos, y que permite a profesores y académicos la publicación de contenidos didácticos en soportes informáticos (CD, memorias USB, en la web, en la nube), sin necesidad de ser ni convertirse en expertos en HTML, XML o HTML5. EXeLearning está disponible en GNU/Linux, Microsoft Windows y Mac OS X.

Los recursos creados en eXeLearning son accesibles en formato XHTML o HTML5. Es posible generar sitios web completos (páginas web navegables). También permite insertar contenidos interactivos en cada página, tales como preguntas y actividades. Ofrece la exportación de los contenidos creados en otros formatos como ePub3 (estándar abierto para libros electrónicos), IMS o SCORM. Estos últimos corresponden a estándares educativos que permiten incorporar los contenidos en herramientas como Moodle o XLIFF.

COMPONENTES TECNOLÓGICOS

Los Objetos Virtuales de Aprendizaje fueron desarrollados a través de los lenguajes de programación ActionScript, JavaScript, HTML y PHP; para el diseño gráfico y animación se utilizó SWiSHmax y su propio lenguaje de programación (Swishscript).

al momento de desarrollar los OVA, logrando proponer formas y escenarios más amigables, sencillas e intuitivas para la interacción con los recursos, buscando despertar el interés de los usuarios en usar los objetos virtuales de aprendizaje obteniendo experiencias educativas enriquecedoras, y exponer las dificultades, obstáculos y errores del aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas.

MICROSITIO DEL PROYECTO

En la página procomún (red de recursos educativos en abierto): <https://procomun.educalab.es/> podrán encontrar el OVA realizado en este trabajo ya que esta página es un repositorio abierto de objetos virtuales de aprendizaje. En esta página podrán utilizar la opción “buscar” en el cual digitarán el nombre del OVA “dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del número entero”, darán click sobre la primera opción, desde la cual se descarga un archivo ZIP, el cual al descargar se debe descomprimir, y dar click en el archivo llamado índice (que tiene el logo de google Chrome), al finalizar este proceso lograremos observar el OVA que se elaboró.

ESCENARIOS

Los escenarios virtuales fueron diseñados y desarrollados de acuerdo con la planeación pedagógica y didáctica necesaria. Los escenarios son interactivos y proporcionan las herramientas acordes a las necesidades educativas de formación. Fueron creados con el propósito de brindar interacción y animación a cada uno de los eventos que se presentan en el OVA, dando cumplimiento con los propósitos de formación sin desvirtuar o distraer el objetivo para el cual fue creado. El objeto virtual de aprendizaje cuenta con un menú de opciones que permite recorrer el escenario e interactuar con las actividades propuestas

Para navegar y desplazarse por todo el escenario, Se recomienda abordar completamente el Núcleo temático para desarrollar con éxito las Actividades de Aprendizaje.

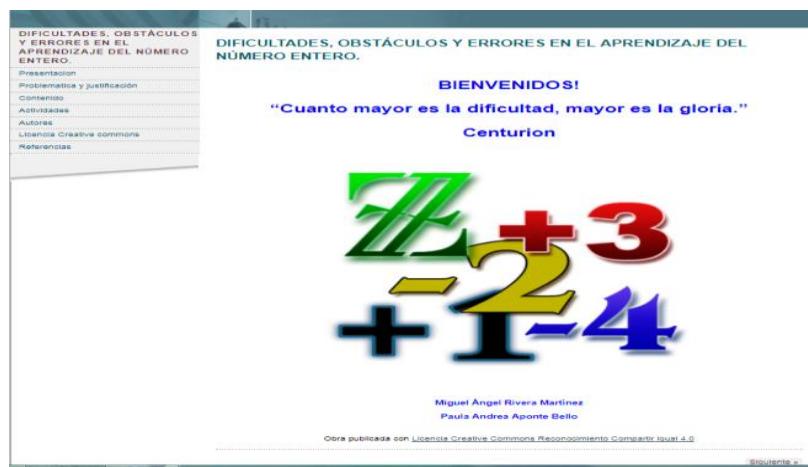


Ilustración 1: Página de bienvenida y núcleo temático.

PRESENTACIÓN DEL OVA

En la sección de Presentación, se da la bienvenida y se ubica a los estudiantes en el contexto del OVA y en todos los aspectos que son importantes para desarrollar el proceso de autoaprendizaje. El Núcleo temático permite abordar los temas de interés para su apropiación y puesta en práctica a través de Actividades de Autoaprendizaje que ayudan a desarrollar las competencias necesarias con relación al objeto de estudio

[Menú](#) « Anterior Siguiente »

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- [Presentacion](#)
- [Objetivos](#)
- [Problematica y justificación](#)
- [Contenido](#)
- [Actividades](#)
- [Autores](#)
- [Licencia Creative commons](#)
- [Referencias](#)

Presentacion

En este objeto de aprendizaje virtual (OVA) se quiere dar un enfoque informativo donde se dará a conocer las dificultades, los errores y obstáculos que se presentan en el aprendizaje del conjunto de los números enteros en el aula. Para el desarrollo de este OVA se toma una problemática que compete a todo docente de matemáticas viendo la importancia de cuales son las problemáticas que enfrentará al enseñar a sus estudiantes los números negativos y la importancia de ellos en la educación matemática.

Obra publicada con [Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir igual 4.0](#)

[« Anterior](#) [Siguiente »](#)

Ilustración 2: página de presentación del OVA

OBJETIVOS DEL OVA

En la zona de objetivos, se encontrarán los objetivos a lograr al finalizar este proceso de autoaprendizaje. Entre estos, se pretende enseñar mediante el ova las dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del número entero, comprender dicha información y evaluar la pertinencia del mismo

The screenshot shows a web page with a dark blue header containing navigation links: 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. The main content area has a light blue background. On the left, there is a vertical sidebar with a dark blue header labeled 'DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.' followed by a list of links: 'Presentacion', 'Objetivos' (which is highlighted in blue), 'Problematica y justificación', 'Contenido', 'Actividades', 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area starts with a section titled 'Objetivos' in bold blue text. Below it is a bulleted list of three items:

- Enseñar mediante un objeto virtual de aprendizaje (OVA), los errores, obstáculos y dificultades en el aprendizaje del número entero.
- Comprender la información sobre los errores, obstáculos y dificultades en la enseñanza del número entero.
- Evaluar la pertinencia del OVA sobre los obstáculos, errores y dificultades en el aprendizaje del número entero. para los docentes de matemáticas.

At the bottom of the content area, there is a small note: 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir igual 4.0'. At the very bottom right, there are links for '« Anterior' and 'Siguiente »'.

Ilustración 3: Pagina objetivos del OVA.

PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN

En este apartado se menciona la problemática desde la cual se realizó esta investigación, y como complemento su respectiva justificación del porqué esta investigación y este enfoque.

The screenshot shows a webpage with a dark blue header containing navigation links: 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. The main content area has a light blue background. On the left, there is a sidebar with a list of links: 'DIFÍCULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.', 'Presentación', 'Problemática y justificación' (which is highlighted in blue), 'Contenido', 'Actividades', 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area is titled 'Problemática y justificación' and contains the following text:

Las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, suelen ser en muchos casos desconocidas por los docentes, y por ende una actividad importante que deberían tener como docentes de matemáticas es la identificación de las mismas. Con base en lo anterior, existen investigaciones que permiten abordar estas dificultades, obstáculos y errores de una manera más global, y así, lograr identificar los tipos de errores que se están cometiendo y al mismo tiempo realizar acciones que corrijan este proceso. Analizar las dificultades del aprendizaje de la Matemática en términos de la prevención y corrección, supone combinar estrategias generales y específicas a largo plazo con estrategias particulares e inmediatas, las cuales permitan propiciar una enseñanza adecuada y facilitar un mejor aprendizaje de las Matemáticas.

Below the text, there is a small note: 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0'. At the bottom right of the content area, there are links: '< Anterior' and 'Siguiente >'.

Ilustración 4: Pagina sobre problemática y justificación del OVA.

CONTENIDO

En el contenido se despliega la información pertinente para el desarrollo de toda la temática a abordar la cual generará el autoaprendizaje que se requiere, como se ve en la siguiente imagen:

The screenshot shows a digital document with a header bar at the top containing 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. The main content area has a sidebar on the left listing various topics under the title 'DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.'. The main content area displays a section titled 'Contenido' with a list of bullet points:

- ▶ [Definición de dificultad, obstáculo y error](#)
- ▶ [Diferencias entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)
- ▶ [Número entero](#)
- ▶ [Importancia de la enseñanza del número entero](#)
- ▶ [Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)
- ▶ [Errores en la enseñanza del número entero](#)
- ▶ [Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)
- ▶ [Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)
- ▶ [Dificultades en el número entero](#)
- ▶ [Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)

At the bottom of the content area, there is a note: 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0'.

Ilustración 5: Página donde se encuentra desglosado todo el contenido temático del OVA

Enseguida se evidencia la información que aborda cada ítem del contenido.

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.[Presentación](#)[Problematización y justificación](#)[Contenido](#)[Definición de dificultad,obstáculo y error](#)[Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)[Números enteros](#)[Importancia de la enseñanza del número entero](#)[Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)[Errores que se presentan en la enseñanza del número entero](#)[Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)[Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)[Dificultades en el número entero](#)[Evidencias de los errores dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)[Actividades](#)[Autores](#)[Licencia Creative commons](#)[Referencias](#)**Definición de dificultad,obstáculo y error**

ERROR: Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995) señalan cuatro vías mediante las cuales el error puede presentarse, las que enuncian del siguiente modo:

- » Los errores son a menudo el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas.
- » Frecuentemente los errores se presentan como resultado de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado, que se puede identificar con facilidad por el profesor.
- » También los errores pueden presentarse cuando el alumno utiliza procedimientos imperfectos y posee concepciones inadecuadas que no son reconocidas por el profesor.
- » Los alumnos con frecuencia inventan sus propios métodos, no formales pero altamente originales, para la realización de las tareas que se les proponen y la resolución de problemas.

OBSTÁCULOS:

- » Un obstáculo es un conocimiento.
- » Un obstáculo tiene un dominio de "validez".
- » Un obstáculo resiste y reaparece.
- » Un obstáculo es constitutivo del saber.

Un obstáculo se manifiesta por los errores que no son debidos al azar. Son errores que aparecen una y otra vez, son reconocibles, se sabe que van a aparecer y que persisten. Además, estos errores en un mismo sujeto están ligados entre sí por una fuente común, básicamente una manera de aprender o una concepción característica, un conocimiento anterior que tiene que ver con todo un dominio de acción.

DIFICULTADES: las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de las Matemáticas.

Ilustración 6: Definición sobre dificultad, obstáculo y error

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.[Presentación](#)[Problematización y justificación](#)[Contenido](#)[Definición de dificultad, obstáculo y error](#)[Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)[Números enteros](#)[Importancia de la enseñanza del número entero](#)[Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)[Errores que se presentan en la enseñanza del número entero](#)[Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)[Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)[Dificultades en el número entero](#)[Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)[Actividades](#)[Autores](#)[Licencia Creative commons](#)[Referencias](#)**Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad****DIFERENCIA ENTRE DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES.**

Las dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores. El error va a tener procedencias diferentes, pero, en todo caso, va a ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste.

Para los errores se pueden tener en cuenta algunas consideraciones relativas con respecto a los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, estas consideraciones son:

En primer lugar, señalar que los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje; en segundo término, indicar que los errores no aparecen por azar sin que surgen en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente; en tercer lugar, argumentar la necesidad de que cualquier teoría de instrucción modifique la tendencia a condenar los errores culpabilizando los estudiantes de los mismos, reemplazándola por la previsión de errores y su consideración en el proceso de aprendizaje, y por último señalar que todo proceso de instrucciones potencialmente generador de errores, debido a diferentes causas, algunas que se presentan inevitablemente. (Rico, 1995)

Broussseau conceptualiza obstáculo epistemológico acercándose a las causas que conducen a errores: "El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado". De este modo, al mencionar obstáculo epistemológico, este autor no se refiere necesariamente a conocimientos erróneos; sino a tipos de conocimiento que están obstaculizando la adquisición (construcción) de uno nuevo.

Un ejemplo muy claro es cuando se estudian los números naturales, donde el producto de dos de ellos siempre es un número mayor. El profesor no necesariamente lo plantea de esta forma: pero el estudiante cae en cuenta de ello y construye ese

Ilustración 7: diferencia entre dificultad, obstáculo y error.

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- Presentación
- Problematización y Justificación
- Contenido
 - Definición de dificultad, obstáculo y error
 - Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad
 - Números enteros
 - Importancia de la enseñanza del número entero
 - Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas
 - Errores que se presentan en la enseñanza del número entero
 - Obstáculos en la enseñanza del número entero
 - Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas
 - Dificultades en el número entero
 - Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes
 - Actividades
 - Autores
 - Licencia Creative commons
 - Referencias

Menú « Anterior Siguiente »

Números enteros

según cuenta (Torres,2007) en su artículo NÚMEROS ENTEROS: Origen e Historia

Los números negativos antiguamente conocidos como "números deudos" o "números absurdos", datan de una época donde el interés central era la de convivir con los problemas cotidianos a la naturaleza. Las primeras manifestaciones de su uso se remontan al siglo V, en oriente, y no llega hasta occidente hasta el siglo XVI. En oriente se manipulaban números positivos y negativos, estrictamente se utilizaba los ábacos, usando tablillas o bolas de diferentes colores. Sin embargo, los chinos no aceptaron la idea de que un número negativo pudiera ser solución de una ecuación. Corresponde a los Indios la diferenciación entre números positivos y negativos, que interpretaban como créditos y débitos, respectivamente, distinguiéndolos simbólicamente.⁸ Además el cero también es atribuida a esta cultura, hacia el año 650 d. C. Tener en cuenta que los griegos utilizaban magnitudes negativas en sus teoremas del álgebra geométrica, pero este siempre referido a las propiedades de la operación de restar, tales como, por ejemplo, $(a - b).(c - d) = ac + bd - ad - bc$; dejándolos como restas indicadas. Sin embargo fueron los indios los encargados en mostrar reglas numéricas para ello, esto en positivos y negativos. Es así que Brahmagupta, matemático indio, contribuye al álgebra con presentación de soluciones negativas para ecuaciones cuadráticas. La primera vez que aparece sistematizada de los números negativos y del cero es en la obra de Brahmagupta. La notación muy difundida para los números positivos y negativos fue gracias a Stifel. La difusión de los símbolos germánicos (+) y (-), se popularizó con el matemático alemán Stifel (1487 – 1567) en el siglo XV, antes de ello se utilizaba la abreviatura de p para los positivos y m para los negativos. Hasta fines del siglo XVIII los números negativos no eran aceptados universalmente. Gerolamo Cardano, en el siglo XVI, llamaba a los números negativos "falsos", pero en su Ars Magna (1545) los estudió exhaustivamente. Jhon Wallis (1616 - 1703), en su Aritmética Infinitoum (1655), "demuestra" la imposibilidad de su existencia diciendo que "esos entes tendrían que ser a la vez mayores que el infinito y menores que cero". Leonardo Euler es el primero en darles estatus legal, en su Arithmetica Zur Algebra (1770) trata de "domesticar" sus

Ilustración 8: ¿qué es el número entero?

Menú « Anterior Siguiente »

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- [Presentación](#)
- [Problematización y Justificación](#)
- [Contenido](#)
 - [Definición de dificultad, obstáculo y error](#)
 - [Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)
 - [Números enteros](#)
 - [Importancia de la enseñanza del número entero](#)
 - [Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Errores que se presentan en la enseñanza del número entero](#)
 - [Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)
 - [Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Dificultades en el número entero](#)
 - [Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)
- [Actividades](#)
- [Autores](#)
- [Licencia Creative commons](#)
- [Referencias](#)

importancia de la enseñanza del número entero

ÉI (MEN, 2006) dice lo siguiente:

Con el paso del concepto de número natural al de número entero más general, que puede ser positivo, cero o negativo, y del concepto de número racional positivo (también llamado "número fraccionario") al de número racional más general, que también puede ser positivo, cero, o negativo. Aunque los chinos e hindúes empezaron a explorar números negativos hace más de mil años, en los países europeos éstos no se aceptaron como números hasta bien entrado el Siglo XVII. El concepto de número negativo es el resultado de la cuantificación de ciertos cambios en las medidas de una magnitud, o de la medida relativa de una magnitud con respecto a un punto de referencia, identificado con el cero.

Además de ello (Maca y Patiño. S.F.) afirman en su artículo "La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas" que :

"la importancia que este conjunto numérico tiene en la práctica laboral y profesional de un estudiante"

[« Anterior](#) [Siguiente »](#)

Obra publicada con [Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0](#)

Ilustración 10: Página donde se aborda la importancia de la enseñanza del número entero

Menú « Anterior Siguiente »

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- [Presentación](#)
- [Problematización y Justificación](#)
- [Contenido](#)
 - [Definición de dificultad, obstáculo y error](#)
 - [Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)
 - [Números enteros](#)
 - [Importancia de la enseñanza del número entero](#)
 - [Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Errores que se presentan en la enseñanza del número entero](#)
 - [Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)
 - [Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Dificultades en el número entero](#)
 - [Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)
- [Actividades](#)
- [Autores](#)
- [Licencia Creative commons](#)
- [Referencias](#)

Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas

Es importante recordar que los errores, al igual que el fenómeno educativo, son la manifestación exterior de un proceso complejo en el que interactúan muchas variables; por ejemplo, profesor, alumno, currículo, contexto sociocultural. De allí la dificultad comprensible de aislar y delimitar las causas de un error con miras a su tratamiento. No obstante, la investigación en torno a los errores en el proceso de aprendizaje ha sido una de las preocupaciones de la Educación Matemática de todos los tiempos, y los trabajos producidos se han centrado básicamente en cuatro líneas de investigación, las que son resumidas por Rico (1995) de la siguiente forma:

- » Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores. Cada uno de estos estudios responde a una determinada teoría psicopedagógica y a un planteamiento epistemológico particular del conocimiento y de la Matemática.
- » Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores. Ejemplos de esta línea son las propuestas didácticas que parten del error para la construcción de los conocimientos matemáticos correctos.
- » Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- » Investigaciones psicométricas que incluyen técnicas estadísticas como contrastaciones de hipótesis, para el análisis de los errores.

[« Anterior](#) [Siguiente »](#)

Obra publicada con [Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0](#)

Ilustración 9: Página donde se aborda las categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas.

Menú < Anterior Siguiente >

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- [Presentación](#)
- [Problematización y justificación](#)
- [Contenido](#)
 - [Definición de dificultad, obstáculo y error](#)
 - [Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)
 - [Números enteros](#)
 - [Importancia de la enseñanza del número entero](#)
 - [Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Errores que se presentan en la enseñanza del número entero](#)
 - [Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)
 - [Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Dificultades en el número entero](#)
 - [Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)
- [Actividades](#)
- [Autores](#)
- [Licencia Creative commons](#)
- [Referencias](#)

Errores que se presentan en la enseñanza del número entero

Para (Iriarte Bustos , Jimeno Pérez, & Vargas Machuca de Alba, 1991) la enseñanza del número entero puede causar confusiones por su inexistencia en el mundo de lo real, y por ende se evidencian errores en el aprendizaje de este objeto matemático los cuales se verán a continuación:

ERROR NÚMERO UNO: "EL NÚMERO COMO EXPRESIÓN DE CANTIDAD"

Para (Iriarte,1991) el alumno está acostumbrado a ver el número primero y más tarde con las letras que se opera, representaciones reales y concretas, al no verse el número entero como una cantidad existente en nuestra naturaleza se han implicado varios ejemplos como temperaturas bajo cero, deudas y principios negativos donde el estudiante puede familiarizar este concepto en su vida cotidiana.

1 2 3 4 5 6 7 8

←
→

Obra publicada con [Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0](#)

« Anterior Siguiente »

Ilustración 11: página donde se abordan los errores que se representan en la enseñanza del número entero. Son 8 categorías que se desglosan en el acordeón

Menú < Anterior Siguiente >

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- [Presentación](#)
- [Problematización y justificación](#)
- [Contenido](#)
 - [Definición de dificultad, obstáculo y error](#)
 - [Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad](#)
 - [Números enteros](#)
 - [Importancia de la enseñanza del número entero](#)
 - [Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Errores que se presentan en la enseñanza del número entero](#)
 - [Obstáculos en la enseñanza del número entero](#)
 - [Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas](#)
 - [Dificultades en el número entero](#)
 - [Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes](#)
- [Actividades](#)
- [Autores](#)
- [Licencia Creative commons](#)
- [Referencias](#)

Obstáculos en la enseñanza del número entero

Para (Cid,1998) citando a (Brousseau,1976) nos aportan la siguiente información sobre los obstáculos que se presentan a continuación

"En estos casos, en los que la ampliación del campo de problemas exige la sustitución de la concepción antigua, válida hasta ese momento, por una nueva y, además, el sujeto que la posee se resiste a rechazarla y trata, a pesar de la constatación de su fracaso, de mantenerla, de adaptarla localmente, de hacerla evolucionar lo menos posible, se dice que la concepción es un obstáculo. Y esa concepción obstáculo se pondrá de manifiesto a través de los errores que produce, errores que no serán fugaces ni erráticos, sino reproducibles y persistentes."

En este caso la ampliación del conocimiento que se genera es la enseñanza del número entero y por ende este mismo trae consigo problemas al ser un nuevo tema en el mundo del estudiante por ello se presentan los siguientes obstáculos:

Obstáculo número 1: Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas

Para (cid,1998) enumra que la necesidad de efectuar cálculos algebraicos con diferencias y, en particular, la necesidad de multiplicar dos diferencias, le lleva a enunciar la regla de los signos y, sin embargo, no acepta la existencia de números negativos aislados.

1 2 3 4 5 6 7

←
→

Obra publicada con [Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0](#)

Ilustración 12: Página donde se abordan los obstáculos en la

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- Presentación
- Problematización y justificación
- Contenido
 - Definición de dificultad, obstáculo y error
 - Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad
- Números enteros
- Importancia de la enseñanza del número entero
- Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas
- Errores que se presentan en la enseñanza del número entero
- Obstáculos en la enseñanza del número entero
- Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas
- Dificultades en el número entero
- Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes
- Actividades
- Autores
- Licencia Creative commons
- Referencias

Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Para Socas (1997) "las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de las Matemáticas" (p.35). La clasificación que hace este autor de las dificultades obedece a la naturaleza de su origen:

Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas

se relaciona con el lenguaje en la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos y el lenguaje cotidiano como mediador en la interpretación de los signos. La comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos. Nos encontramos, de esta manera, con diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos. El lenguaje habitual usado en la comunicación puede expresar su significado aunque se cometan abusos morfosintácticos, tales como roturas de reglas gramaticales o faltas de ortografía. El significado puede ser comunicado por alusión o asociación. Sin embargo, el lenguaje de la Matemática es más preciso, está sometido a reglas exactas, y no comunica su significado, salvo por la interpretación exacta de sus signos. Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario, dentro del contexto matemático, es un conflicto de precisión.

Ilustración 13: página donde se aborda las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.

- Presentación
 - Problematización y Justificación
 - Contenido
 - Definición de dificultad, obstáculo y error
 - Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad
 - Números enteros
 - Importancia de la enseñanza del número entero
 - Categorías de errores en el aprendizaje de las matemáticas
 - Errores que se presentan en la enseñanza del número entero
 - Obstáculos en la enseñanza del número entero
 - Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas
 - Dificultades en el número entero
 - Evidencias de los errores, dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes
- Actividades
- Autores
- Licencia Creative commons
- Referencias

Dificultades en el número entero

Desde los inicios históricos de la Matemática podemos encontrar reflexiones acerca de las dificultades que pueden generar la enseñanza y aprendizaje de los números enteros esencialmente en lo que atañe a los números negativos para su comprensión y total aceptación. El reconocimiento y la legitimación de este campo numérico sufrió marchas y contramarchas durante un larguísimo proceso, requiriendo de mucho tiempo para que los matemáticos reconocieran, aceptaran y legitimaran los números negativos, por lo que no debería resultar tan extraño que los alumnos presenten dificultades a la hora de construir conocimientos en torno a ellos.

Los números negativos fueron aceptados, en un principio, en calidad de artificios de cálculo, considerados como números ficticios, valores negados o, en el caso de ser soluciones de ecuaciones, como raíces falsas.

Esta resistencia se debió a que los números negativos no surgieron de las experiencias de conteo y de medición, sino de la resolución de ecuaciones; en otras palabras, hicieron su aparición en la manipulación formal y carecieron de referente material. Con la Geometría Analítica y la Mecánica se les pudo encontrar una interpretación concreta: para la primera, como coordenadas de puntos, y para la segunda, como herramienta para expresar cantidades orientadas en sentido opuesto a una determinada. En consecuencia, pensamos que es natural que los estudiantes presenten resquemores hacia los números negativos y no siempre acepten ampliamente su existencia. Sin embargo, creemos que es a la hora de introducir la operatoria entre ellos donde comienzan a aparecer los obstáculos y dificultades.

La suma es la operación que, en un principio y mientras no se introduzca la multiplicación, presenta menos dificultades. Los primeros conflictos comienzan a surgir – de acuerdo a lo manifestado por los profesores entrevistados – cuando se introduce la resta, más aún si se realiza bajo el enfoque que tradicionalmente se le ha dado a este tema: establecer que “restar es sumar el opuesto”, lo que matemáticamente puede resultar correcto pero didácticamente crea un inconveniente, puesto que no tiene ninguna significación para el alumno.

Que no tiene ninguna significación para el alumno. Por otro lado, con la presentación de la resta se exacerba otra dificultad: la multiplicidad de significado del símbolo “–”, en tanto puede ser considerado como operación, como signo de un número o bien como indicador del opuesto de un número, lo que genera equivocaciones que favorecen la aparición de inferencias o asociaciones incorrectas, tal como aconteció en las evaluaciones administradas.

Es interesante observar que matemáticos famosos y prestigiosos, como es el caso de Euler, hicieron esfuerzos por demostrar “las reglas de los signos” y en tales esfuerzos daban argumentos muy confusos y que hoy en día sorprenderían por inconsistentes. Asimismo, Euler no sólo recurrió a

Ilustración 14: página donde se abordan las dificultades en el número entero

EVIDENCIA DE LAS DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES

En este apartado, se encuentran las evidencias que se presentaron al realizar una serie de ejercicios en el colegio José Joaquín Vargas a estudiantes de grado octavo (8º). Se identificaron 5 evidencias, que al hacer click sobre alguna de ellas, encontraran la descripción y los errores que estuvieron involucrados.

The screenshot shows a digital document interface. At the top right are navigation buttons: 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. On the left, a vertical sidebar lists topics under 'DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO', including 'Presentación', 'Problematización y justificación', 'Contenido' (with sub-points like 'Definición de dificultad, obstáculo y error', 'Diferencia entre un error, un obstáculo y una dificultad', 'Números enteros', etc.), 'Actividades', 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area has a title 'Evidencias de los errores dificultades y obstáculos que cometen los estudiantes' and a subtitle 'Errores,dificultades y obstáculos'. Below these are four small thumbnail images showing examples of student work. At the bottom right is a green curved arrow icon with the word 'siguiente' written on it. A footer note at the bottom of the page reads 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir igual 4.0'.

Ilustración 15: En esta página se encuentran las evidencias relevantes en este proceso

ACTIVIDADES

En este apartado se encontraran las actividades que se realizan después del proceso de aprendizaje, donde se evaluará lo aprendido.

ACTIVIDAD 1:

En esta actividad tendrá que marcar falso o verdadero dependiendo de la situación que se le suministre.

The screenshot shows a web-based educational activity. At the top right, there are navigation links: 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. On the left, a sidebar lists categories: 'DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.', 'Presentación', 'Problematización y Justificación', 'Contenido', 'Actividades' (which is expanded to show 'Actividad 1', 'Actividad 2', 'Actividad 3', 'Actividad 4', and 'Actividad 5'), 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area is titled 'Actividad 1' and contains a question: 'Pregunta Verdadero-Falso'. It asks the user to respond 'verdadero' or 'falso' to three statements. The first statement is: 'El estudiante es el único que comete errores, dificultades o obstáculos en la enseñanza del número entero?'. The second statement is: 'Uno de los errores tiene que ver con ignorar el signo?'. The third statement is: 'Es lo mismo un error a un obstáculo?'. Each statement has two radio button options: 'Verdadero' and 'Falso'. At the bottom of the content area, it says 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0'. At the very bottom right, there are links: '< Anterior' and 'Siguiente >'.

Ilustración 16: primera actividad de aprendizaje. Indique falso o verdadero

Actividad 2:

Se elabora una sopa de letras con términos vistos en todo el proceso de autoaprendizaje.

The screenshot shows a web-based e-learning activity titled "Actividad 2". At the top right, there are navigation links: "Menú", "< Anterior", and "Siguiente >". On the left, a sidebar lists "DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO." followed by a list of activities: Presentación, Problemática y justificación, Contenido, Actividades (with sub-options: Actividad 1, Actividad 2, Actividad 3, Actividad 4, Actividad 5), Autores, Licencia Creative commons, and Referencias. The main content area has a green background. It features the title "Actividad 2" and "sopa de OVA". Below this, it says: "En esta sopa de letras encontrarás palabras clave que se presentaron a lo largo del OVA para retroalimentar los conceptos vistos en este." A large graphic of the words "So P A M B" in various orientations is displayed. To the right, a timer shows "10:00 TIEMPO MÁXIMO". A yellow button labeled "Comenzar" is prominent. At the bottom, there is a footer for "adrformacion" with the text "SOLUCIONES INTEGRALES DE E-LEARNING" and "Formación Programada Certificados de Profesionalidad Proyectos e-learning LCMS Personalizado". A small note at the bottom states: "Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0".

Ilustración 17: página con actividad de sopa de letras. Palabras claves en todo el proceso

Actividad 3:

En esta actividad se encuentra un audio, con una entrevista que se les realizó a estudiantes de ingeniería de la universidad distrital. En esta se encuentra el audio como la transcripción de la misma. En esta actividad se tendrá que identificar los errores que cometen las estudiantes al momento de abordar el tema de los números enteros

The screenshot shows a web-based educational activity. On the left, there's a sidebar with navigation links: 'APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.', 'Presentación', 'Problematización y Justificación', 'Contenido', 'Actividades' (which is expanded to show 'Actividad 1', 'Actividad 2', 'Actividad 3', 'Actividad 4', 'Actividad 5'), 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area has a title 'Actividad 3' and a sub-section 'Pregunta de Elección Múltiple' with a yellow question mark icon. The question asks students to identify errors made by students during an interview about integers. It includes a list of three options (A, B, C) with descriptions of errors related to integer expressions and operations. Below the question is an audio player with a progress bar showing 00:00 to 04:06. The transcript of the interview follows, with questions from the interviewer and responses from two students, Est1 and Est2.

Esta entrevista se compone de tres personas: una es el entrevistador y las otras dos son dos estudiantes referidas como Est1 y Est2:

Entrevistador: ¿Para ustedes existe el número entero en la vida real?

Est1: si existen los números enteros nacen de la necesidad de representar los números negativos

Est2: si existen ya que los positivos representan lo que uno tiene y los negativos las deudas.

Entrevistador: ¿Cuántos ceros creen que existen para ustedes?

Est1: solo existe en mi concepto un cero que es el que parte del origen los números positivos o los números negativos.

Est2: si, lo mismo (refiriéndose a la respuesta del est1)

Entrevistador: Tenemos $a-b$ con a y b siendo cualquier número el resultado de esa operación ¿Cuál creen que sería?

Est1: en mi concepto depende si b es un numero positivo o un numero negativo o que tan grande es a y que tan grande es b ya que eso simboliza bastante en cuanto el resultado.

Est2: no responde

Entrevistador: Tenemos una expresión algebraica donde $x+3=0$ ¿creen que la solución existe en la vida real?

Ilustración 18: actividad 3. Identificación de errores

Actividad 4:

En esta actividad, se realizara un crucigrama con conceptos más concretos de los temas trabajados

The screenshot shows a web-based e-learning platform. At the top right, there are navigation links: 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. On the left, a sidebar lists topics under 'DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.' including 'Presentación', 'ProblematICA y justificación', 'Contenido', 'Actividades', 'Actividad 1' through 'Actividad 5', 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area is titled 'Actividad 4' and contains the text: 'crucigrama Ova' and 'en esta actividad se verá todo lo aprendido explicitamente en palabras concretas, tu tarea buscarlas.' Below this is a large orange button labeled 'Comenzar'. To the left of the button is a graphic of four interlocking 3D cubes forming an 'X' shape, with the letters 'I', 'C', 'R', and 'U' visible on them. At the bottom of the page, there is a footer for 'adrformacion' with services like 'Formación Programada', 'Certificados de Profesionalidad', 'Proyectos e-Learning', and 'LCMS Personalizado'. A small note at the bottom says 'Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento Compartir Igual 4.0'. Navigation links at the very bottom are '< Anterior' and 'Siguiente >'.

Ilustración 19: Crucigrama donde se abordan aspectos fundamentales de los temas abordados

Actividad 5:

En esta actividad, se presentan diferentes situaciones en las que se ven involucrados tanto los docentes como los estudiantes en el aprendizaje del número entero. Se tendrá que relacionar cada situación con un tipo de error.

The screenshot shows a web-based educational activity. At the top right, there are navigation links: 'Menú', '< Anterior', and 'Siguiente >'. On the left, a sidebar lists categories: 'DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO ENTERO.', 'Presentación', 'Problematización y justificación', 'Contenido', 'Actividades', 'Actividad 1', 'Actividad 2', 'Actividad 3', 'Actividad 4', 'Actividad 5', 'Autores', 'Licencia Creative commons', and 'Referencias'. The main content area is titled 'Actividad 5' and contains the following text: 'En el siguiente video se describirán 3 situaciones que se puedan presentar entre un docente y un estudiante en la enseñanza del número entero. Identifica los errores que cometen el estudiante A,B y C'. Below this is a video player window titled 'situaciones act 5' showing 'SITUACIÓN 2'. The video frame displays three dialogues between a teacher and students A and B. The first dialogue is: 'Estudiante B: profeso si yo le sumo a -1 el resultado es -2 ¿El resultado me da positivo? (esta situación 1)'. The second dialogue is: 'Profesor: ¿Por qué lo dices?'. The third dialogue is: 'Estudiante B: por que estoy sumando dos negativos da un resultado positivo'. At the bottom of the video player, there is a question: 'Pregunta de Selección Múltiple' with the sub-question '¿Qué errores cometieron los estudiantes?'. A list of eight errors is provided with checkboxes: 'error 1', 'error 2', 'error 3', 'error 4', 'error 5', 'error 6', 'error 7', and 'error 8'. A button at the bottom right of the list says 'Mostrar retroalimentación'.

Ilustración 20: página con actividad en la que se relaciona situación con error.

6. EVALUACIÓN DEL OVA

Al terminar la elaboración del OVA se solicitó a 4 docentes de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas que interactuaran y evaluarán el recurso por medio de la siguiente rubrica:

ASPECTO A EVALUAR	EVALUACIÓN DEL DOCENTE
TEMA -CONCEPTO Es claro, conciso y concreto	
APRENDIZAJE DEL CONCEPTO El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y, por tanto, pueden ser medidos. (Papalia, D. E. Psicología, 1990, pág. 164.) Con lo anterior ¿Cree usted qué el OVA presentado cumple lo requerido?	
OBJETIVO DEL OVA Es claro y todos los objetivos son desarrollados en el recurso.	
PERTINENCIA DEL OVA ¿El recurso tiene pertinencia en el objeto matemático a enseñar y logra un aprendizaje óptimo de este mismo?	
AUTORÍA DEL TEMA – CONCEPTO ¿El OVA logra apropiarse del tema a enseñar?	

JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA	
Es clara, presenta el concepto, se desarrolla en un lenguaje adecuado según el público en el cual se aplicará.	
ACTIVIDADES	Dentro del OVA se desarrollan actividades las cuales brindan un aprendizaje. ¿Estas incluyen un contexto y una ampliación del objeto matemático y evalúan su aprendizaje a lo largo de su trabajo con el OVA?
PRESENTACIÓN GENERAL DEL OVA	Hay coherencia, ilación, buena redacción de acuerdo con el aprendizaje de nuevos temas, la competencia y la población (profesores de matemáticas o en formación de esta misma área).
TABLA DE CONTENIDO	Dentro del OVA se presenta una tabla de contenido a través de la cual el docente, podrá navegar dentro del recurso.
ESTRUCTURA DEL OVA	Dentro del OVA se refleja una estructura clara y relacionada con el tema de estudio.

OVA MULTIMEDIAL	
<p>La característica general del OVA es que es multimedial, es decir incluye recursos como videos, imágenes, juegos, animaciones, podcast, etc.</p> <p>Con lo anterior ¿Los recursos multimediales presentados en este OVA son pertinentes en el aprendizaje del objeto matemático a tratar propuesto?</p>	
DESCARGA DEL RECURSO	

Las evaluaciones se presentaran a continuación:

Nombre de la docente: Sindy Lorena Gil Muñoz

ASPECTO A EVALUAR	EVALUACIÓN DEL DOCENTE
TEMA -CONCEPTO Es claro, conciso y concreto	El tema es claro, el concepto tiene un desarrollo completo.
APRENDIZAJE DEL CONCEPTO El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y, por tanto, pueden ser medidos. (Papalia, D. E. Psicología, 1990, pág. 164.) Con lo anterior ¿Cree usted qué el OVA presentado cumple lo requerido?	Si cumple la función de generar aprendizaje, pues en las actividades se puede evidenciar la adquisición de conocimientos.
OBJETIVO DEL OVA Es claro y todos los objetivos son desarrollados en el recurso.	El ova aborda claramente los objetivos planteados, aunque hay espacios con demasiado contenido.
PERTINENCIA DEL OVA ¿El recurso tiene pertinencia en el objeto matemático a	Es pertinente pues la finalidad del ova cumple los objetivos planteados, y además logra un aprendizaje ade-

enseñar y logra un aprendizaje óptimo de este mismo?	cuado.
AUTORÍA DEL TEMA – CONCEPTO ¿El OVA logra apropiarse del tema a enseñar?	El ova nunca pierde el hilo conductor de lo que pretende enseñar.
JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA Es clara, presenta el concepto, se desarrolla en un lenguaje adecuado según el público en el cual se aplicará.	El lenguaje es adecuado, aunque hay renglones que no son claros o confunden al leerlos.
ACTIVIDADES Dentro del OVA se desarrollan actividades las cuales brindan un aprendizaje. ¿Estas incluyen un contexto y una ampliación del objeto matemático y evalúan su aprendizaje a lo largo de su trabajo con el OVA?	Las actividades incluidas en el ova amplían el objeto matemático y a su vez evalúan el aprendizaje, ya que se coordinan bajo los objetivos planteados.
PRESENTACIÓN GENERAL DEL OVA Hay coherencia, ilación, buena redacción de acuerdo con el aprendizaje de nuevos temas, la competencia y la población (profesores de matemáticas o en formación de esta misma área).	De manera general hay una buena presentación del contenido expuesto para la población establecida y cabe señalar que hay algunos errores de mayúsculas.
TABLA DE CONTENIDO Dentro del OVA se presenta una tabla de contenido a través de la cual el docente, podrá navegar dentro del recurso.	Si se presenta una tabla de contenido.
ESTRUCTURA DEL OVA Dentro del OVA se refleja una estructura clara y relacionada con el tema de estudio.	Si hay estructura, hay un orden y un porqué de la secuencia seleccionada.
OVA MULTIMEDIAL La característica general del OVA es que es multimedial, es decir incluye recursos como videos, imágenes, juegos, animaciones, podcast, etc. Con lo anterior ¿Los recursos multimediales presentados en este OVA son pertinentes en el aprendizaje del objeto matemático a tratar propuesto?	Los recursos multimedia usados son pertinentes pues hacen el aprendizaje más didáctico.

DESCARGA DEL RECURSO	Si es fácil de descargar, si se siguen las indicaciones dadas.
¿El recurso es fácil de descargar y fácil de interactuar?	

Nombre de la docente: Sol Daniela Rojas Quintana

ASPECTO A EVALUAR	EVALUACIÓN DEL DOCENTE
TEMA -CONCEPTO Es claro, conciso y concreto	Si es bastante concreto.
APRENDIZAJE DEL CONCEPTO El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y, por tanto, pueden ser medidos. (Papalia, D. E. Psicología, 1990, pág. 164.) Con lo anterior ¿Cree usted qué el OVA presentado cumple lo requerido?	Si, está muy específico, muestra bastantes detalles, por lo tanto cumple con lo requerido.
OBJETIVO DEL OVA Es claro y todos los objetivos son desarrollados en el recurso.	Cumple a cabalidad con los objetivos presentados en el OVA.
PERTINENCIA DEL OVA ¿El recurso tiene pertinencia en el objeto matemático a enseñar y logra un aprendizaje óptimo de este mismo?	Sí, lo presenta, ya que es de gran ayuda, logrando un aprendizaje óptimo,
AUTORÍA DEL TEMA – CONCEPTO ¿El OVA logra apropiarse del tema a enseñar?	Sí, logra apropiarse del tema, muestra muy detalladamente, su contenido permite

JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA	Sí, se presenta justificación y la problemática de una manera clara y concisa.
ACTIVIDADES	Se presenta diversidad de actividades, en donde podemos interactuar, estas incluyen un contexto y aplicación del objeto matemático, rectifican lo aprendido con el OVA.
PRESENTACIÓN GENERAL DEL OVA	Sí, presenta coherencia, ilación, tiene buena redacción, ortografía, Ova está completo para el aprendizaje de nuevos temas, población y la competencia.
TABLA DE CONTENIDO	Sí presenta la tabla de contenido, la cual permite interactuar con ella, para llegar con facilidad a cada tema.
ESTRUCTURA DEL OVA	Sí, tiene una estructura clara.

OVA MULTIMEDIAL La característica general del OVA es que es multimedial, es decir incluye recursos como videos, imágenes, juegos, animaciones, podcast, etc. Con lo anterior ¿Los recursos multimediales presentados en este OVA son pertinentes en el aprendizaje del objeto matemático a tratar propuesto?	Sí son pertinentes para el aprendizaje del objeto matemático. Presenta todo tipo de recursos multimediales. Me agrada este recurso.
DESCARGA DEL RECURSO ¿El recurso es fácil de descargar y fácil de interactuar?	Fácil, claro de entender, no pesa, y se puede interactuar de la mejor manera.

Nombre del docente: Yancel Orlando Soto

ASPECTO A EVALUAR	EVALUACIÓN DEL DOCENTE
TEMA -CONCEPTO Es claro, conciso y concreto	Sí
APRENDIZAJE DEL CONCEPTO El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y, por tanto, pueden ser medidos. (Papalia, D. E. Psicología, 1990, pág. 164.)	Sí, especialmente en la observación
OBJETIVO DEL OVA Es claro y todos los objetivos son desarrollados en el recurso.	Sí
PERTINENCIA DEL OVA ¿El recurso tiene pertinencia en el objeto matemático a enseñar y logra un aprendizaje óptimo de este mismo?	Sí

AUTORÍA DEL TEMA – CONCEPTO ¿El OVA logra apropiarse del tema a enseñar?	Sí
JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA Es clara, presenta el concepto, se desarrolla en un lenguaje adecuado según el público en el cual se aplicará.	Sí, ajustar algunas cosillas de redacción
ACTIVIDADES Dentro del OVA se desarrollan actividades las cuales brindan un aprendizaje. ¿Estas incluyen un contexto y una ampliación del objeto matemático y evalúan su aprendizaje a lo largo de su trabajo con el OVA?	Sí, pero las actividades están demasiado enfocadas en preguntas que refieren más al objeto didáctico que al matemático.
PRESENTACIÓN GENERAL DEL OVA Hay coherencia, ilación, buena redacción de acuerdo con el aprendizaje de nuevos temas, la competencia y la población (profesores de matemáticas o en formación de esta misma área).	Sí
TABLA DE CONTENIDO Dentro del OVA se presenta una tabla de contenido a través de la cual el docente, podrá navegar dentro del recurso.	Sí
ESTRUCTURA DEL OVA	Sí

Dentro del OVA se refleja una estructura clara y relacionada con el tema de estudio.	
<p>OVA MULTIMEDIAL</p> <p>La característica general del OVA es que es multimedial, es decir incluye recursos como videos, imágenes, juegos, animaciones, podcast, etc.</p> <p>Con lo anterior ¿Los recursos multimediales presentados en este OVA son pertinentes en el aprendizaje del objeto matemático a tratar propuesto?</p>	Sí, se podría mejorar con alguna actividad más dinámica (algún recurso como Geogebra o Cabri).
<p>DESCARGA DEL RECURSO</p> <p>¿El recurso es fácil de descargar y fácil de interactuar?</p>	Sí

Nombre de la docente: Claudia Paola Cárdenas Hoyos

ASPECTO A EVALUAR	EVALUACIÓN DEL DOCENTE
<p>TEMA -CONCEPTO</p> <p>Es claro, conciso y concreto</p>	El tema es claro, es abordado de una manera simple y sencilla que permite comprender lo que se quiere trabajar.
<p>APRENDIZAJE DEL CONCEPTO</p> <p>El aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y, por tanto, pueden ser medidos. (Papalia, D. E.</p>	El OVA presentado permite a los docentes adquirir aprendizajes, ya que como docentes debemos ser personas reflexivas de nuestra práctica, estando en continua formación ya que somos educadores de nuevas generaciones, por lo cual es importante mantenerse informado acerca de los procesos de enseñanza/aprendizaje, y una buena manera de hacerlo es tomar las experiencias personales o cercanas como base para indagar acerca de las

<p>Psicología, 1990, pág. 164.)</p> <p>Con lo anterior ¿Cree usted qué el OVA presentado cumple lo requerido?</p>	<p>dificultades, los errores y obstáculos en dicho proceso. El OVA presentado nos permite a los docentes tener una visión acerca de la enseñanza de los números enteros, lo que permitiría tener en cuenta varios aspectos presentes allí para llevarlos a la práctica en las aulas de clase.</p>
<p>OBJETIVO DEL OVA</p> <p>Es claro y todos los objetivos son desarrollados en el recurso.</p>	<p>Los objetivos están planteados claramente bajo una temática específica, la aprendizaje de los números enteros, a partir de esto se desarrollan todos y cada uno de ellos fundamentados en la idea de errores, dificultades y obstáculos presentados en el aprendizaje de números enteros.</p>
<p>PERTINENCIA DEL OVA</p> <p>¿El recurso tiene pertinencia en el objeto matemático a enseñar y logra un aprendizaje óptimo de este mismo?</p>	<p>El recurso es pertinente ya que es una herramienta útil, fácil y práctica que permite a los docentes reconocer los errores, dificultades y obstáculos presentados en el aprendizaje de números enteros, a partir de la interacción con el OVA que presenta de manera clara, ordenada y concisa la información necesaria para que el docente logre el objetivo propuesto, además de permitir la interacción y evaluación de dicho objetivo con las diferentes actividades que ponen en juego los conocimientos previos y nuevos de quienes interactúan con el OVA.</p>
<p>AUTORÍA DEL TEMA – CONCEPTO</p> <p>¿El OVA logra apropiarse del tema a enseñar?</p>	<p>Si. Ya que plantea una problemática debidamente justificada y a partir de ésta se proponen unos objetivos que son desarrollados a través de cada uno de los ítems del OVA.</p>
<p>JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA</p> <p>Es clara, presenta el concepto, se desarrolla en un lenguaje adecuado según el público en el cual se aplicará.</p>	<p>En este apartado se presenta la problemática a trabajar, sin embargo, ésta podría tener mayor claridad, haciendo uso correcto de los signos de puntuación y desarrollando la idea de manera más específica y con mayor justificación.</p>

<p>ACTIVIDADES</p> <p>Dentro del OVA se desarrollan actividades las cuales brindan un aprendizaje. ¿Estas incluyen un contexto y una ampliación del objeto matemático y evalúan su aprendizaje a lo largo de su trabajo con el OVA?</p>	<p>Las diferentes actividades propuestas permiten evaluar los conocimientos adquiridos a través del OVA, presentando diferentes recursos, unos accesibles, otros no, pero que en general permiten a los docentes evaluar su aprendizaje.</p>
<p>PRESENTACIÓN GENERAL DEL OVA</p> <p>Hay coherencia, ilación, buena redacción de acuerdo con el aprendizaje de nuevos temas, la competencia y la población (profesores de matemáticas o en formación de esta misma área).</p>	<p>La organización general del OVA es buena, presenta de manera ordenada el planteamiento y justificación de una problemática, a partir de ésta se proponen unos objetivos que son desarrollados y abordados a través de diferentes ítems, para evaluar el aprendizaje al final con algunas actividades.</p>
<p>TABLA DE CONTENIDO</p> <p>Dentro del OVA se presenta una tabla de contenido a través de la cual el docente, podrá navegar dentro del recurso.</p>	<p>Si. Hay una tabla de navegación que permite desplazarse a través de los diferentes ítems del OVA.</p>
<p>ESTRUCTURA DEL OVA</p> <p>Dentro del OVA se refleja una estructura clara y relacionada con el tema de estudio.</p>	<p>Si. El OVA sigue una estructura específica que permite desarrollar los objetivos planteados.</p>
<p>ובה MULTIMEDIAL</p> <p>La característica general del OVA es que es multimedial, es decir incluye recursos como videos, imágenes, juegos, animaciones, podcast, etc.</p>	<p>El OVA presentado desarrolla los objetivos propuestos a través de diferentes recursos, el uso de actividades interactivas para evaluar los conocimiento hace ameno el aprendizaje, el uso de audios de experiencias con los estudiantes es una</p>

<p>Con lo anterior ¿Los recursos multimediales presentados en este OVA son pertinentes en el aprendizaje del objeto matemático a tratar propuesto?</p>	<p>herramienta útil para enfocar la mirada en el reconocimiento de errores en el aprendizaje del número entero; sin embargo, en el contenido hay bastante texto, que a pesar de ser claro, podría tener ayudas audiovisuales que permitan tener una interacción diferente con el mismo, además se podrían usar herramientas de narración o imágenes alusivas a lo que está planteando en cada uno de los apartados.</p>
<p>DESCARGA DEL RECURSO</p> <p>¿El recurso es fácil de descargar y fácil de interactuar?</p>	<p>El OVA se puede descargar sin inconveniente alguno, adicionalmente se puede interactuar con éste siguiendo los pasos para abrir el archivo.</p>

7. CONCLUSIONES

En la construcción de nuestro trabajo se mostraron diferentes incógnitas y errores que se tenían antes de abordar las consultas para realizar este documento, la primera que teníamos era la relevancia del número entero pensando en que siempre fue algo necesario para el diario vivir sin tener en cuenta su historia y su origen como tal, la segunda fue las distintas definiciones de las palabras error, dificultad y obstáculo las cuales siempre se piensan como sinónimos , la tercera fue denotar en que se diferencia un OVA(objeto virtual de aprendizaje) a un texto informativo sabiendo que la creación del OVA requiere otros aspectos como interacción, actividades, audios, videos y que eso es lo que marca la diferencia a que sea una simple presentación de programas que manejamos actualmente (power point, prezzi ,etc) y para terminar siempre denotábamos que los errores, obstáculos y dificultades se presentan en los estudiantes sin pensar en que los docentes también tienen algunos de los anteriormente mencionados y llegan así al aula.

En primera instancia el número entero fue ignorado por no poderse representar en la realidad y siempre representándolo con deudas o temperaturas bajo cero siendo este el quiebre de su aceptación hasta la época de Descartes, en si el número entero nace de la necesidad de solucionar ecuaciones como $x+2=0$ sin tener en cuenta si la solución se podría ver en nuestro diario vivir, por eso mismo eran llamados números deudos y al pasar el tiempo fue que se llegó a dar su aceptación, siendo este un objeto matemático que se rige en la actualidad en los distintos cálculos y aplicaciones de la matemática para nuestra vida diaria (cuentas, ecuaciones, cálculos en construcciones, clima, etc.).

Como segundo debemos ver que un error como nos dice Brousseau, David y Werner (citados en Rico 1995)” Son el resultado de grandes concepciones inadecuadas acerca de aspectos fundamentales de las matemáticas” que un obstáculo se manifiesta por los errores que no son debidos al azar. Son errores que aparecen una y otra vez, son reconocibles, se sabe que van a aparecer y que persisten. Además, estos errores en un mismo sujeto están ligados entre sí por una fuente común, básicamente una manera de aprender o una concepción característica, un conoci-

miento anterior que tiene que ver con todo un dominio de acción y las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de las matemáticas.

En tercera instancia debemos denotar que un objeto de aprendizaje OVA es muy diferente a un texto informativo , a una presentación, el objetivo de este es que la persona que lo utilice aprenda de forma interactiva atreves de brindarle información y que esta misma se presente en diferentes formas para un aprendizaje más cómodo y distinto a un texto como se evidencia en las distintas evaluaciones que realizaron los docentes. En un OVA se pueden manejar distintos actividades para el aprendizaje que se quiera brindar y estas mismas puedan evaluar lo aprendido, a diferencia de los textos, el OVA busca darle una ejemplificación más real y detallada del contenido que las lecturas presenten por medio de simulaciones, videos o audios que ejemplifican sus situaciones o informan de manera más detallada lo que quiere comunicar el autor, para destacar el OVA es un recurso que puede utilizar cualquier persona ya que al quedar en un repositorio cualquier docente o estudiante puede acceder a este recurso sin la necesidad de tener que desplazarse a otro lugar, la comodidad de tenerlo al alcance en cualquier momento, la variedad de contenido y el objetivo principal de hacer que la persona aprenda hacen de este una herramienta agradable y eficaz para el aprendizaje en este caso el aprendizaje de los que puede suceder en el aula de clase al enseñar el número entero.

Con respecto a la evaluación se puede concluir que el OVA logra cumplir todos los ítems evaluados permitiéndose mejorar en lo que los docentes han descrito para así construir un mejor recurso para la comunidad académica que lo compete.

Para terminar los docentes siempre tenemos en nuestras mentes el temor de equivocarnos en los contenidos que enseñamos, sin embargo al tener en cuenta los errores que se pueden presentar, las dificultades que se evidencian y los obstáculos que se deben superar nuestra metodología puede mejorar ya que al estar precavido de las falencias que se puedan mostrar en el salón de clase su

planeación será más eficiente y así el aprendizaje de sus estudiantes va a ser mejor, es por eso que debemos siempre estar un paso adelante en nuestro diario vivir como docentes ya que al saber lo que se puede lucir en lo que enseñamos podremos evaluar de nuevo la didáctica y las metodologías que tengamos, para que nuestros estudiantes tengan un aprendizaje óptimo del objeto matemático a enseñar en este caso el número entero.

En conclusión se logra elaborar un OVA el cual referencia los anteriores aspectos mencionados y con ello la pertinencia de este para el aprendizaje de los docentes de matemáticas o en formación de esta misma área sobre el objeto matemático en acción el cual es el número entero.

Bibliografía

- Abrate, S. R., Pochulu, D. M., & Vargas , M. J. (2006). *ERRORES Y DIFICULTADES EN MATEMÁTICA. Análisis de causas y sugerencias de trabajo.* buenos aires : Universidad Nacional de Villa Maria.
- Agudelo, M. (2008). *Los metadatos.* Medellin,Colombia.
- Andrade Escobar, C. (2011). OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y LA FORMACIÓN DE DOCENTES. *Clame. comité latinoamericano de matemática educativa,* 1000-1001.
- Barrantes, H. (2006). *LOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS.* Obtenido de LOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS:
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6886/6572>
- Barrantes, H. (2006). *Los Obstáculos Epistemológicos .* Obtenido de Los Obstáculos Epistemológicos:
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6886/6572>
- Castañeda López, D. M. (2014). *OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATERIA Y SUS PROPIEDADES EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 10°.* Obtenido de OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATERIA Y SUS PROPIEDADES EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO 10°:
<http://www.bdigital.unal.edu.co/47544/1/8412518.pdf>
- Cid, E. (S.f). *OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS NEGATIVOS.* Obtenido de OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS NEGATIVOS:
<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2002). *triángulo de la didáctica - Dipartimento di Matematica .* Obtenido de triángulo de la didáctica - Dipartimento di Matematica :
<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/443%20triangolo%20de%20la%20didactica.pdf>
- del puerto, s. m., & Minnaard, C. L. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación,* 1,3-4. Recuperado el 2017 de 11 de 2, de Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas:
rieoei.org/deloslectores/1285Puerto.pdf
- Herrera Ruiz, M. L. (2010). *OBSTÁCULOS, DIFÍCULTADES Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES .* Obtenido de OBSTÁCULOS, DIFÍCULTADES Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES:
<http://funes.uniandes.edu.co/4547/1/HerreraObst%C3%A1culosALME2010.pdf>

- Iriarte Bustos, M. D., Jimeno, P. M., & Vargas-Machuca de Alva, I. (7 de 1991). *obstáculos en el aprendizaje del número entero*. Obtenido de obstáculos en el aprendizaje del número entero : <https://revistasuma.es/IMG/pdf/7/013-018.pdf>
- Matínez Padrón, O. (2008). Discusión pedagógica. Actitudes hacia la matemática. *Sapiens. Revista universitaria de Investigacion*, 247.
- MEN. (mayo de 2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Obtenido de Estándares Básicos de Competencias: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Pascuas Rengifo, Y., Jaramillo Morales , C. O., & Verástegui Gonzalez, F. A. (s.f.). *Desarrollo de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia para fomentar la permanencia estudiantil en la educación superior*. Recuperado el 2017 de 11 de 2, de Desarrollo de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia para fomentar la permanencia estudiantil en la educación superior: <http://www.scielo.org.co/pdf/ean/n79/n79a08.pdf>
- Peréz Porto, J., & Merino, M. (2008). *Definición de dificultad*. Obtenido de Definición de dificultad: <https://definicion.de/dificultad/>
- Socas Robayna, M. (1997). *Capítulo V. Dificultades, Obstaculos y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas en la Educacion Secundaria*. Obtenido de Capítulo V. Dificultades, Obstaculos y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas en la Educacion Secundaria.: [http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema%20obstaculos%20en%20la%20ense%C3%A1anza%20\(1%20a%20la%2018\).pdf](http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema%20obstaculos%20en%20la%20ense%C3%A1anza%20(1%20a%20la%2018).pdf)
- Villalobos, F. (29 de diciembre de 2011). *slideshare. Presentación de errores*. Obtenido de slideshare. Presentación de errores: <https://es.slideshare.net/franklinv834/presentacion-de-errores>