

**ANÁLISIS DE PROBLEMAS CON TABLAS Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS  
PRESENTES EN LA PRUEBA DE MATEMÁTICAS DEL EXAMEN SABER**

**YISMENCY PAOLA DUQUE CAMPOS**

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN  
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
VILLAVICENCIO  
2022**

**ANÁLISIS DE PROBLEMAS CON TABLAS Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS  
PRESENTES EN LA PRUEBA DE MATEMÁTICAS DEL EXAMEN SABER**

**YISMENCY PAOLA DUQUE CAMPOS  
141002305**

**Trabajo de grado EPI como requisito para optar por el título de Licenciada en  
Matemáticas y Física**

**Director  
MARÍA TERESA CASTELLANOS SANCHEZ  
Doctora en Educación**

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN  
ESCUELA DE PEDAGOGÍA Y BELLAS ARTES  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA  
VILLAVICENCIO  
2022**

## **AUTORIDADES ACADÉMICAS**

**CHARLES ROBIN AROSA CARRERA**

Rector

**MONICA SILVA QUICENO**

Vicerrectora Académica

**DEIVER GIOVANNY QUINTERO REYES**

Secretario General

**LUZ HAYDEE GONZALEZ OCAMPO**

Decana de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación

**BEATRIZ AVELINA VILLARRAGA BAQUERO**

Directora de la Escuela de Pedagogía y Bellas Artes

**ARTURO ALEXANDER CASTRO GALVIS**

Director del Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física

## NOTA DE ACEPTACIÓN

Aprobado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad de los Llanos para optar al título de Licenciado(a) en Matemáticas y Física. En constancia de lo anterior, firman:

---

**ARTURO ALEXANDER CASTRO GALVIS**

Director del Programa

---

**LUZ MIRYAM MALAGÓN ESCOBAR**

Evaluador

---

**ARTURO ALEXANDER CASTRO GALVIS**

Evaluador

---

**MARIA TERESA CASTELLANOS SANCHEZ**

Director de la opción de grado

Villavicencio, 22 mayo de 2022

## ***AGRADECIMIENTOS***

A Dios todopoderoso por concederme la sabiduría, a mi constancia para cumplir las metas establecidas, a mi familia que fue mi motor en todo como mi madre y mi padre, que me brindaron su apoyo incondicional tanto emocional como económico y a mi novio por regalarme su tiempo y tenerme paciencia durante mi proceso para realizarme como profesional.

Un agradecimiento especial a mi directora de tesis María Teresa Castellanos Sánchez y al profesor Arturo Castro Galvis por haberme dado la oportunidad de trabajar juntos en el proyecto como estudiante participante en investigación. También agradecer su apoyo constante por mi formación académica brindándome pautas formativas de las que sin duda he aprendido tanto a nivel profesional como personal.

A los docentes del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física por sus enseñanzas y ejemplo, a los compañeros de clase por ofrecerme su amistad y ayuda para alcanzar una de nuestras anheladas metas. Y en gratitud a todas aquellas personas que contribuyeron directa e indirectamente con sus consejos, buenos momentos, su comprensión y su colaboración en todo el trayecto de la carrera.

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	10
1. MARCO DE REFERENCIA .....	12
1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA .....	12
1.2 COMPONENTES DE UNA TABLA O GRÁFICO ESTADÍSTICO .....	15
1.3 NIVELES DE LECTURA DE TABLAS Y GRÁFICOS .....	17
1.4 NIVELES DE COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS .....	18
1.5 ACTIVIDAD SEMIÓTICA EN LA LECTURA .....	19
1.6 ERRORES EN LA CONSTRUCCIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS .....	20
1.7 ANÁLISIS DE CONTENIDO Y CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS .....	22
2. MATERIALES Y MÉTODOS .....	23
2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	23
2.2 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN .....	25
2.3 CATEGORIAS Y VARIABLES DE ANÁLISIS.....	25
3. RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	27
3.1 REVISIÓN DE LA ESTADÍSTICA EN EL CURRÍCULO COLOMBIANO.....	27
3.2 REVISION DE LA ESTADISTICA EN PRUEBAS ESTANDARIZADAS.....	29
3.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS EN PRUEBAS SABER.....	34
3.3.1 Problemas con tablas y gráficos según tipo de representación.....	34
3.3.2 Problemas con gráficos y tablas según tipo de competencia solicitada .....	41
3.3.3 Problemas con gráficos y tablas analizados por nivel de lectura .....	43
4. CONCLUSIONES .....	52
BIBLIOGRAFÍA.....	55
RECOMENDACIONES .....	60
ANEXOS.....	61
RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO .....	80

## **LITADO DE TABLAS**

Tabla 1. Colección de ítems por año procedentes de pruebas SABER-9° .....	25
Tabla 2. Categorías y variables de análisis.....	26
Tabla 3. Competencias y componentes en SABER-9°.....	33
Tabla 4: Tipo de representación encontradas en los ítems analizados .....	35
Tabla 5. Competencias en los ítems analizados .....	41
Tabla 6. Procesos y conceptos implicados en el análisis por competencias matemáticas.....	42
Tabla 7. Complejidad semiótica en los ítems analizados .....	49

## LISTADO DE FIGURAS

Figura 1. Tipo representación año 2012.....	36
Figura 2. Ejemplo problema que incluye tabla sencilla en prueba del año 2012 .....	37
Figura 3. Ejemplo de representación con diagrama de barra y tabla, ítem del año 2012 .....	38
Figura 4. Ejemplo de representación numérica, ítem del año 2012 .....	39
Figura 5. Tipo representación de las pruebas del año 2012 al 2021.....	40
Figura 6. Nivel de lectura de gráficos y tablas en problemas las pruebas SABER-9° .....	44
Figura 7. Competencias utilizadas en los ítems analizados.....	45
Figura 8. Nivel de lectura en las pruebas SABER para los años 2012-2021 .....	46
Figura 9. Ejemplo de diagrama de línea y tabla de las pruebas SABER de N1 .....	46
Figura 10. Ejemplo de diagrama de barra y tabla de las pruebas SABER de N2 .....	47
Figura 11. Ejemplo de diagrama de barra y tabla de las pruebas SABER de N3.....	48
Figura 12. Nivel de complejidad semiótica en las pruebas SABER para los años 2012-2021 .....	50
Figura 13. Ejemplo de tabla simple de las pruebas SABER de N2.....	51
Figura 14. Ejemplo de tabla simple de las pruebas SABER de N3.....	51



## INTRODUCCIÓN

El presente proyecto de investigación surge de la necesidad evidenciada en los escolares del departamento del Meta entorno a la cultura estadística. Los antecedentes dan cuenta de la falta de habilidades al momento de leer e interpretar asertivamente los gráficos estadísticos, y aplicar de manera crítica dicho conocimiento en evaluaciones externas. Es así que este trabajo, centra su propósito principal en analizar los gráficos y tablas estadísticas del componente aleatorio de las pruebas SABER para el grado 9° (liberadas 2012 en adelante) para el área de matemáticas.

La estadística se refleja en diferentes ámbitos de nuestra vida, se considera que los datos registrados en un gráfico o tabla estadística, es un instrumento para sintetizar la información de una manera simplificada y precisa. Por tal motivo, se es necesario la inclusión de la cultura estadística según (Gal, 2002), la cual busca aportar en todo individuo la capacidad de interpretar y analizar de manera crítica la información representada en gráficos y tablas que se encuentran expuestas en diversos medios de comunicación, por eso la importancia del estudio, “educar para ser consumidores críticos de información”.

Para adquirir ese conocimiento estadístico y dar solución a muchos interrogantes, este proyecto se desarrolló como parte de una investigación más amplia titulada análisis de problemas con tablas y gráficos estadísticas presentes en la prueba de matemáticas del examen saber. Este proyecto se presenta en modalidad EPI, para contribuir a esta investigación. Los resultados del análisis de este trabajo se comparan y complementaran con los hallazgos de otros trabajos previos que han analizado gráficos y tablas en pruebas SABER-9° (liberadas) desde el año 2012.

El estado del arte y los referentes teóricos de este proyecto consideran investigaciones internacionales en los últimos 20 años que tratan de la lectura de tablas y gráficos estadísticos. Consideramos la comprensión de tablas y gráficos estadísticos que permiten a los escolares dar significado a la información y juzgar su contenido de manera crítica y autónoma (Gould, 2017), además de la oportunidad para presentar un contenido, leer amplia información en poco espacio y obtener conclusiones de los datos que surgen de allí; lo anterior como parte de las competencias relacionadas con el análisis de datos y la interpretación de resultados (GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016).

El estudio encuentra pertinente asumir los presupuestos de Jiménez-Castro, Arteaga y Batanero (2020), Díaz-Levico y et al. (2020) y Castellanos (2013) para analizar las variables: elementos de los gráficos estadísticos, tipos de gráficos y tablas estadísticas, actividades matemáticas solicitadas en la lectura de las representaciones y niveles semióticos. Para evaluar los niveles en la lectura de una tabla o un gráfico estadístico se usan los propuestos de Curcio (1989), Friel,

Curcio y Bright (2001) y los adaptados para tablas estadísticas por Castellanos (2013) y Díaz-Levico y et al., (2020)

En primera instancia, en este estudio, ubica el estado del arte y se completan los antecedentes a partir de las investigaciones sobre interpretación, lectura y comprensión de gráficas estadísticas, el cual configura el marco referencia y nos permitió la definición teórica de las variables de análisis.

Los resultados en el primer apartado describen las principales transformaciones que se han dado en los últimos 20 años al currículo colombiano en el componente del pensamiento aleatorio. Al cierre del apartado se describen los aportes que pueden ser objeto en el diseño de trayectorias de enseñanza y aprendizaje que promuevan el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística a través de los distintos procesos desde las primeras edades escolares. El segundo epígrafe de los resultados se dedica cubrir el tercer objetivo específico del proyecto a través del análisis histórico documental se identificaron las categorías y características generales para la evaluación del componente aleatorio en el área de matemáticas de la prueba SABER. Este producto permitió operatividad de las variables para el análisis. El último apartado de los resultados exhibe los hallazgos consolidados acorde a las variables definidas en el marco de referencia.

La interpretación se realizó acorde a las variables: el tipo de representación; las competencias solicitadas, el nivel de lectura gráfica y el nivel de complejidad semiótica de las representaciones analizadas. La fuente utilizada son las pruebas liberadas SABER-9° y aplicadas durante los años 2012-2016. Ubicados en la investigación cualitativa de tipo descriptivo y empleando como técnica el análisis de contenido (Krippendorff, 2013) se determinan los significados matemáticos y las estrategias en soluciones a cada uno de los ítems para examinar las variables objeto de análisis en la colección de ítems.

Las conclusiones muestran que la colección de ítems presente en las pruebas SABER-9° y examinada en este estudio permite identificar tres niveles de lectura de las tablas y gráficos estadísticos y considerando una evolución de los diferentes niveles de lectura acorde a los años de su aplicación ; en tal caso, los escolares pueden obtener información de utilidad para responder con certeza a la pregunta planteada en la tarea, es decir a la situación-problema, al igual que facilita la abstracción y el reconocimiento de los distintos convenios usados en las tablas y gráficos.

## **1. MARCO DE REFERENCIA**

En este apartado se presentan los sustentos teóricos que orientan y rigen el proyecto de investigación, se muestra cómo la interpretación de gráficas estadísticas y la representación de datos son un eje fundamental de la educación matemática.

### **1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA**

En este capítulo se encuentra un breve resumen de investigaciones que tratan la problemática abordada en este proyecto. Según Batanero (2001) donde menciona que la construcción de gráficas es parte esencial de los cursos de estadística en secundaria. No obstante, muchas veces el uso de las gráficas en el aula se restringe a considerarla como una forma alternativa de representación y manejo de datos, en ocasiones solo se miran como figuras carentes de significado. Es decir, en el contexto escolar no se propicia un análisis puntual y global de las gráficas, y su interpretación en el tratamiento de información para hacer inferencias y tomar decisiones. Los profesores suponen, a veces, que la elaboración de tablas y gráficos es muy sencilla y dedican poco tiempo a su tratamiento en el aula de clase. Sin embargo, elaborar una tabla de frecuencias o un gráfico supone una primera reducción estadística, pues se pierde la originalidad de cada uno de los datos individuales, al momento de pasarse a la distribución de frecuencias.

La finalidad de la educación es dotar a los estudiantes de herramientas que les permitan desenvolverse en una sociedad que exige a los ciudadanos estar bien informados. Como parte de esa escasez en la adquisición de conocimiento de información estadística, según Arteaga (2011) indica que, en la actualidad, mucha de la información presente en los medios de comunicación e Internet está en forma de gráficos estadísticos, por ello, es importante que los ciudadanos sean capaces de tratar con este tipo de información que encontraron en distintos ámbitos de su vida. En ese marco, se hace primordial la inclusión de la cultura estadística en los ciudadanos para que tengan buen nivel en la interpretación de datos. Caracterizar los desempeños de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones de análisis, descripción y comprensión de la información contenida en tablas y gráficas se convierte en un primer paso dentro del trabajo a desarrollar.

Se parte de los resultados de las diferentes pruebas internas y externas, (ej. SABER, PISA). En distintos contextos educativos, esta evaluación estandarizada ha sido referente de la calidad educativa (OCDE, 2015) dedicadas a la comparación de métricas; y en algunos casos, se han usado para emitir juicios de valor equivocados. El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2014) ha venido midiendo la calidad de la educación a través del sistema nacional de evaluación y los resultados siguen siendo preocupantes, debido a que la problemática existente viene siendo

objeto de estudio y atención por parte de las agencias estatales, instituciones educativas, centros de investigación y comunidad educativa en general.

Para el caso de las pruebas SABER-9º los resultados requieren considerar múltiples factores que inciden en el desempeño de los evaluados, desde los mismos ítems (problemas o tareas) de las pruebas hasta la diversidad socio-cultural de los evaluados. Usar las pruebas SABER como indicador de la calidad educativa desdibuja el proceso de evaluación del aprendizaje; en pocos casos, los resultados de las pruebas SABER constituyen insumo relevante, dejando de lado la reflexión pedagógica acerca del aporte de las pruebas (Castellanos y Castro, 2019). El análisis se reduce a observar el nivel de desempeño logrado (niveles de 1 a 4).

Para lograr el objetivo del estudio, se tuvo en cuenta documentos de investigaciones tanto de organismos nacionales e internacionales que proporcionan acceso a datos (Arteaga, Batanero, Cañadas & Contreras, 2011; Arteaga, 201, citados en Castellanos, 2013), sirvieron de enlace para encontrar varios artículos de revista, trabajos de investigación y trabajos de grado que ayudaron a la consolidación de la información necesaria para la investigación. Para realizar un acercamiento al término de análisis de tablas y gráficos estadísticos, es necesario considerar los siguientes apartados: las características y elementos de un gráfico; nivel de lectura del gráfico, interpretación de la información representada en el gráfico y análisis del contenido del gráfico.

En varias fuentes mencionan la importancia de comprender la información, interpretar los datos y hacer una lectura crítica de gráficos y tablas, por eso es necesario saber identificar los elementos que la componen, los cuales plantea (Arteaga, Batanero, Cañadas & Contreras, 2011). Pero además de esto, algunos artículos le dan valor a la estadística en los currículos actuales, su historia y su trayectoria a través de los años. Cabe destacar que algunos estudios analizan los errores producidos en gráficos específicos como el gráfico de barras, el histograma y otros autores tratan de clasificar errores generales entre ellos (Li y Shen, 1992) analizaron los gráficos observando que los estudiantes utilizan gráficos inadecuados, construían polígonos de frecuencias con variables cualitativas. También citan errores respecto a las escalas de los gráficos, principalmente: elegir una escala inadecuada o con insuficientes divisiones, omitir la escala o no especificar el origen de coordenadas.

Wu (2004) clasifica los distintos errores que sujetos cometen al trabajar con los diferentes tipos de gráficos, encuentra errores de cálculo, errores en las escalas, títulos, etiquetas o especificadores, confusión entre gráficos parecidos, pero de naturaleza distinta, confusión entre frecuencia y valor de la variable, errores al manejar información proveniente de los gráficos y problemas en el uso del contexto. También identifica errores específicos en gráficos de sectores y pictogramas.

Los estudios que hacen Espinel, González, Bruno & Pinto (2009) sobre errores en la construcción de gráficos por futuros profesores, señalan las dificultades de estos para representar valores en el eje x en gráficos estadísticos aun cuando son capaces de agrupar los datos en intervalos.

Por parte de Arteaga (2011) expone los errores encontrados en un estudio con futuros profesores para el desarrollo de un proyecto; principalmente muestra las dificultades en la construcción de escalas y la elección del tipo de gráfico. Sustenta, además que en ese proyecto encontró errores producidos en los gráficos por falta de la competencia matemática necesaria en la construcción de gráficos.

En esta revisión se encuentran también los estudios de otros investigadores los cuales realizan aportes como García, Arredondo, López & Baltazar (2019) ellos analizaron los niveles de comprensión que exhiben estudiantes de Educación Secundaria en edades de (11-12 años), a través de sus respuestas a una tarea de leer e interpretar gráficas estadísticas, antes y después de haber realizado actividades de aprendizaje.

Los autores García y Bruno (2019) analizaron las respuestas de dos grupos de estudiantes (futuros profesores de primaria y alumnos de 3° grado de Educación Secundaria, 14 -15 años) a un cuestionario escrito, relativo a la lectura de gráficos estadísticos con tareas matemáticas.

Por parte de Álvarez, Guerrero & Torres (2020) se encargaron en corroborar un conjunto de dificultades y errores que se preveían a partir de la práctica pedagógica para los cuales no se hallaba sustento teórico particular. Centrarón la atención en los elementos estructurales de las tablas de frecuencias y su relación con los errores reportados para gráficos estadísticos con el fin de encontrar una explicación teórica de los errores asociados a tablas.

Continuando con Arteaga, Batanero, Contreras & Cañadas (2016) quienes analizaron los gráficos producidos por 207 futuros profesores de educación primaria, al resolver una tarea abierta en la cual tuvieron que comparar tres pares de distribuciones. Los gráficos fueron clasificados teniendo en cuenta si son o no correctos y en caso de ser incorrectos, en función de los errores cometidos. Para completar esta lista tenemos a García (2020) que analizo las respuestas de estudiantes de secundaria ante información de dos conjuntos de datos abriendo una vía de investigación sobre las dificultades que estos gráficos ofrecen y la influencia de los contextos en su comprensión.

Conforme a esto atiende los constructos: nivel de lectura del gráfico (Curcio, 1989; Friel, Curcio & Bright, 2001), nivel de complejidad semiótica del gráfico (Arteaga, 2011), como también, para la elección de las variables que caracterizan las tareas (o problemas) se consideran características y demandas solicitadas en los gráficos y tablas (Castellanos, 2013; 2014). Todos ellos se enmarcan en su importancia para la sustentación de la investigación el cual centra el estudio en la comprensión y lectura de gráficos estadísticos y cultura estadística.

Entre otros elementos esta idea de cultura estadística, implica tener conocimiento y dominio de contenidos matemáticos y extramatemáticos, como también su aplicación en contextos particulares. De acuerdo como varios autores para lograr esta cultura, se requiere: conocer nociones matemáticas que están detrás del pensamiento estadístico; conocer cómo se procesan y analizan los datos estadísticos; conocer como fundamentar las evidencias del estudio estadístico (Gal, 2002), conocer nociones básicas de la probabilidad y conocer las fallas típicas que se presentan al realizar el análisis y la interpretación de datos.

Otras investigaciones sobre interpretación, lectura y comprensión de tablas y gráficos estadísticos se han dedicado al estudio de libros escolares de primaria, en los cuales se establece el nivel de lectura a partir de las actividades que son necesarias para su solución.

## **1.2 COMPONENTES DE UNA TABLA O GRÁFICO ESTADÍSTICO**

Los elementos de las tablas y los gráficos, han sido caracterizados por diferentes autores. Uno de los primeros trabajos que aportan al estudio de los gráficos estadísticos tratan de los elementos de un gráfico y fueron descritos por Kosslyn (1985) donde se distinguen cuatro elementos estructurales que componen una gráfica y que son necesarios para su comprensión.

Arteaga (2011) retoma y manifiesta que estos componentes también se aplican a las tablas:

- *Plano de fondo*; es la base sobre la que se dibuja el grafico o tabla
- *Estructura del gráfico*; generalmente formada por ejes cartesianos, sirve para comprender la relación entre los datos representados.
- *Contenido pictórico*; modo en que los datos son representados, por ejemplo, rectángulos en un histograma o líneas en el gráfico de líneas.
- *Etiquetas y título*; es la información textual para interpretar las variables y el contenido del gráfico o tabla.

De igual manera Curcio (1987) citados en Castellanos (2013) define de igual manera unos elementos:

- El *contenido matemático* del gráfico o tabla; por ejemplo, las coordenadas cartesianas, rectángulos o conjuntos numéricos usados. En las tablas sería el tipo de frecuencia (absoluta, relativa, acumulada o no).
- Las *palabras*, títulos y etiquetas que ayudan a comprender el contexto, y los datos representados, así como sus relaciones.
- Los *convenios específicos* que se usan en cada tabla o tipo de gráfico y que se deben conocer para poder realizar una lectura o construcción correcta.

Partiendo del análisis anterior, Fiel, Curcio & Bright (2001) amplían la clasificación de los elementos de Curcio, incluyendo los siguientes elementos:

- *Título y las etiquetas*, son los rótulos presentes en los ejes y título del gráfico o de las tablas
- *Marco del gráfico*, ofrece información acerca de las unidades de medida y magnitudes representadas, presente en los ejes, escalas, y marcas de referencia en cada eje. En tablas las etiquetas determinan las variables representadas, valores y tipos de frecuencias (absolutas, relativas o acumuladas).
- *Fondo del gráfico*; es decir lo que Kosslyn (1985) llama plano de fondo, se refiere a colores, cuadrículas, imágenes de fondo, etc. Estos tres primeros elementos aparecen también en la tabla.
- *Especificadores* o elementos usados para representar los datos (barras, puntos), indican las relaciones entre datos. En las tablas; se sustituyen por números.

En relación con los anteriores componentes del gráfico, su lectura y construcción, se requieren, según Friel, Curcio & Bright (2001), los siguientes tipos de competencias relacionadas con el lenguaje de los gráficos:

- Reconocer los elementos estructurales del gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos específicos) y sus relaciones.
- Apreciar el impacto de cada uno de estos componentes sobre la presentación de la información en un gráfico (por ejemplo, ser capaz de predecir como cambiaría el gráfico al variar la escala de un eje).
- Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos que se representan en el mismo y viceversa. Por ejemplo, cuando un diagrama de dispersión es creciente, comprender que la relación representada entre las dos variables es directa.
- Reconocer cuando un gráfico es más útil que otro, es decir, saber elegir el gráfico adecuado al tipo de variable y al tipo de problema.

Uno de los propósitos en la enseñanza de la estadística y también de otras ramas de la matemática que utilizan gráficos es conseguir que los estudiantes alcancen la comprensión gráfica. En ese aspecto, tal comprensión significa poder leer y dar sentido a las gráficas incluyendo a su construcción como herramientas para estructurar datos y lo que es más importante, hacer una selección óptima en una situación dada. A continuación, resumimos las contribuciones que hicieron diversos autores para este componente.

(Kosslyn, 1985) definió tres niveles en la comprensión gráfica: nivel sintáctico; nivel semántico; nivel pragmático. En cambio, (Pinker, 1990) detalla el proceso cognitivo; proceso de reconocimiento; proceso de creación de un mensaje conceptual; proceso de cuestionamiento y

proceso inferencial. Para el caso de (Friel, Curcio & Bright, 2001) definen comprensión gráfica como las habilidades que las personas que han de leer un gráfico tienen que poner en juego para entender el significado del mismo, involucran tres tipos de procesos: traslación (traducción de una forma de representación a otra); interpretación (establecer relaciones entre datos representados y seleccionar aquellos relevantes) y extrapolación/interpolación (se da cuando se pueden percibir las tendencias). Estos autores consideran que la habilidad para la comprensión de datos se desarrolla gradualmente mientras enfrenta situaciones que le obligan a dar sentido a los datos representados.

(Wu, 2004) basándose en el estudio de Friel y colaboradores define un marco conceptual con cuatro componentes: lectura; construcción; interpretación y evaluación.

### **1.3 NIVELES DE LECTURA DE TABLAS Y GRÁFICOS**

Los autores plantean las siguientes habilidades de lectura para comprender los gráficos. A continuación, (Bertín, 1967) sugiere que la lectura de un gráfico comienza con una identificación externa del tema al que se refiere el gráfico, se requiere una identificación interna de las variables y escalas del gráfico, por último, se produce una percepción de correspondencia entre los niveles particulares de cada variable y sus relaciones en la realidad representada. A partir de estos supuestos define diversos niveles de lectura de un gráfico: extracción de datos, extracción de tendencias y análisis de la estructura. Una clasificación similar es la de (Wainer, 1992) que define tres niveles de lectura e interpretación: nivel elemental; nivel intermedio y nivel superior. Más recientemente, estos niveles se extendieron para tener en cuenta la valoración crítica de la información, una vez alcanzada la lectura completa del gráfico. (Aoyama, 2007) propone un modelo jerárquico para evaluar la interpretación de los gráficos y tablas como categoría de “leer detrás de los datos”, en los que se subdividen en: nivel racional/literal; nivel crítico; nivel hipotético.

La lectura de gráficos estadísticos no es una actividad sencilla y forma parte esencial de la comprensión gráfica que todo ciudadano debería tener (Wu, 2004). Por ello algunos investigadores han centrado sus trabajos en este tema, identificando distintos niveles.

Por lo anterior, considerando la lectura de gráficos y tablas como parte de la cultura estadística, consecuentemente, implica revisar los niveles de lectura (Curcio, 1989) basado en los niveles de Bertín, define los niveles de lectura en tres, denominándolos: leer datos, leer entre datos y leer más allá de los datos. Estos niveles consisten: en quedarse únicamente con la información visible de los gráficos; realizar relaciones entre los datos y obtener información que pretende ir más allá de los datos representados. Posteriormente, Friel, Curcio & Bright (2001) amplían la clasificación anterior, definiendo los niveles:



- **Leer los datos** (es la lectura literal del gráfico sin interpretar la información contenida en el mismo).
- **Leer dentro de los datos** (implica interpretación e integración de los datos en el gráfico).
- **Leer más allá de los datos** (implica predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico).
- **Leer detrás de los datos** (solicita valorar críticamente el método de recogida de datos su validez y fiabilidad).

El nivel leer detrás de los datos, puede subdividirse, en función de la capacidad crítica observadas en la información del gráfico. Aoyama (2007) plantea la siguiente clasificación:

- *Nivel Racional/Literal*: los estudiantes leen de manera correcta el gráfico, incluyendo la interpolación, detección de tendencias y predicción, sin cuestionar la información, ni dar explicaciones.
- *Nivel Crítico*: los estudiantes leen los gráficos, comprenden el contexto y evalúan la fiabilidad de la información, cuestionándola a veces, sin buscar hipótesis que expliquen la discordancia entre un dato y una interpretación del mismo.
- *Nivel Hipotético*: los estudiantes leen los gráficos, los interpretan y evalúan la información, formando hipótesis y modelos.

Cuando se pide a un estudiante interpretar un gráfico, el estudiante debe realizar la traducción entre lo representado en el gráfico y la realidad. En la vida diaria vamos a encontrar inmerso la representación gráfica en todo, sería por tanto necesario identificar los obstáculos, dificultades y errores que son cometidos en la lectura del gráfico, esto asociado al campo del pensamiento aleatorio y de manera particular a los errores inherentes a la construcción de gráficos estadísticos.

## 1.4 NIVELES DE COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Además de las competencias anteriores, algunos autores definen niveles de comprensión en la lectura crítica de datos. Esta comprensión de gráficos estadísticos fue una idea de Friel, Curcio & Bright (2001), la comprensión gráfica requiere habilidades para dar significado a las gráficas de otro o creadas por ellos mismos, los autores proponen tres procesos: traslación, interpretación y extrapolación/interpolación.

El primer camino corresponde a la habilidad de pasar de un gráfico a otro la información, el segundo a establecer las relaciones entre datos y seleccionar los más oportunos para ser representados y el tercero a inferir tendencias o predecir algún comportamiento de los datos. Estos autores consideran que la habilidad para la comprensión de datos se desarrolla gradualmente mientras enfrenta situaciones que le obligan a dar sentido a los datos representados.

Según lo descrito por Wu (2004) se puede relacionar estas situaciones con cuatro componentes que existen en la comprensión de gráficas estadísticas: lectura, construcción, interpretación y evaluación. Esto implica la comprensión de gráficas y tablas estadísticas basada en los niveles de profundidad. Este autor por su parte, indica que existen cuatro componentes para la comprensión de los gráficos estadísticos.

- Extracción de datos que consiste en sacar la información visible en la representación.
- Extracción de tendencias donde se perciben las relaciones entre dos componentes de los datos.
- Análisis de la estructura de los datos donde observa la tendencia general y se pueden inferir valores de tendencia central.

Bertín (1967) citado en Castellanos, (2013) considera que una gráfica es un objeto semiótico complejo con numerosos elementos a representar o interpretar y requiere que el sujeto establezca correspondencia entre un antecedente (expresión) y un consecuente (contenido). Cuando hablamos de semiótica y de su relación con el pensamiento aleatorio, es posible interpretarla como la utilización y comprensión que se hace de signos, símbolos y representaciones, en este caso particular, de tablas de datos y gráficas, como herramienta mediadora en el desarrollo de habilidades interpretativas.

## **1.5 ACTIVIDAD SEMIÓTICA EN LA LECTURA**

La actividad semiótica al producir o interpretar gráficos, según los autores, requiere tener en cuenta además de los elementos del gráfico otros factores. Consideran que la utilidad del gráfico depende del tipo de conclusiones que permite extraer de la información con otro tipo de representación de datos. Para llevar a cabo este ejercicio Cleveland y McGill (1984) indican que, al construir un gráfico la información es codificada, mientras que Bertín (1967) considera que una gráfica es un objeto semiótico complejo con numerosos elementos a representar o interpretar y requiere que el sujeto establezca correspondencia entre un antecedente (expresión) y un consecuente (contenido).

Arteaga (2011), analizó el nivel de complejidad semiótico a los objetos matemáticos que intervienen en la construcción de gráficos, recogiendo estudios de otros autores y realizando un trabajo exhaustivo por separado para cada una de las variables estadísticas. El autor define los niveles de complejidad del gráfico como:

- *Representación de datos individuales*: cuando el estudiante sólo incluye en el gráfico un dato o una pequeña parte de los datos (y no el conjunto completo), en caso de tabla; se

listan algunos datos aislados, solo se pueden responder preguntas sobre el valor que toma la variable en un caso.

- *Representa los valores individuales de la variable:* el estudiante representa los datos tal y como los ha recogido, sin llegar a clasificarlos ni calcular la frecuencia de diferentes valores. Posibilita un nivel de lectura de extracción de datos, pues visualiza la variabilidad, sin mostrar la tendencia.
- *Producen gráficos o tablas separados:* representan datos y distribuciones de frecuencias por separado. Hacen extracción de tendencias, pero no llegan a la comparación de dos variables en el mismo gráfico.
- *Producción de un gráfico conjunto para dos o más distribuciones:* usan los objetos variables y distribución, coordina las escalas y rangos de las dos variables. Este tipo de gráfico y tabla permiten el nivel de análisis de estructuras, comparando tendencias y variabilidad de dos variables en una única tabla o gráfico.

## 1.6 ERRORES EN LA CONSTRUCCIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS

Según Watson (2006) para adquirir una capacidad de construir gráficos o tablas de manera correcta, se requiere desarrollar mentalidad crítica y curiosa en los estudiantes, y ayudarles a detectar informes estadísticos manipulados y erróneos que se encuentren fuera del contexto escolar. Algunos estudios analizan los errores producidos en gráficos específicos como el gráfico de barras (Pereira-Mendoza y Mellor, 1991) o el histograma (Lee y Meletiou 2003); respecto a este último, los autores observaron: (1) Percepción de los histogramas como representación de datos aislados; (2) comparar las diferencias en las alturas en vez de las áreas cuando se trata de comparar frecuencias (3) Interpretación determinista y (4) Tendencia a interpretar los histogramas como gráficos de dos variables.

Otros autores tratan de clasificar errores generales. Entre ellos, Li y Shen, (1992) analizaron los gráficos realizados en los proyectos estadísticos, observando que los estudiantes utilizan gráficos inadecuados, construían polígonos de frecuencias con variables cualitativas. También observaron errores respecto a las escalas de los gráficos contruidos por los estudiantes, principalmente: elegir una escala inadecuada o con insuficientes divisiones, omitir la escala o no especificar el origen de coordenadas.

Un estudio desarrollado por Wu (2004) clasifica los distintos errores que estos sujetos cometían al trabajar con los diferentes tipos de gráficos. Encuentra las siguientes categorías: errores de cálculo, errores en las escalas, títulos, etiquetas o especificadores, confusión entre gráficos parecidos, pero de naturaleza distinta, confusión entre frecuencia y valor de la variable, errores al

manejar información proveniente de los gráficos y problemas en el uso del contexto. También identifica errores específicos en gráficos de sectores, y el pictograma.

Otros estudios relacionados con los errores en la construcción de distintos tipos de gráficos estadísticos por futuros profesores son reportados por Espinel (2007) y Espinel, González, Bruno y Pinto (2009). Los autores señalan las dificultades de estos para representar valores en el eje X en gráficos estadísticos aun cuando son capaces de agrupar los datos en intervalos. Por ejemplo, representan rectángulos no adyacentes en los histogramas aun siendo conscientes de que están trabajando con variables continuas. Otros errores fueron no colocar etiquetas y omitir intervalos de frecuencia nula. Respecto a los polígonos de frecuencias, se producen fallos al representar las marcas de clase, omitir intervalo de frecuencia nula y confusión entre frecuencia e intervalo.

En Arteaga (2011) se exponen los errores encontrados, en un estudio con futuros profesores al desarrollo de un proyecto; principalmente se muestran dificultades en la construcción de las escalas y, en menor medida, en la elección del tipo de gráfico. El estudio mostro que más de la mitad de los futuros profesores realizan gráficos incorrectos o parcialmente correctos. Por otra parte, los errores producidos en los gráficos no dependen de la variable representada en el proyecto; son debidos a falta de la competencia matemática necesaria en la construcción de gráficos. Arteaga, Batanero, Ortiz y Contreras (2011) los clasifican en tres grandes categorías:

- *Gráficos básicamente correctos*, muestran información correcta en título, ejes, escalas y etiquetas, se pueden leer las variables representadas, entre ellos se destacan: los correctos, los gráficos no estándar y los gráficos con líneas innecesarias o bien con curvas que dificultan su lectura.
- *Gráficos parcialmente correctos*, son gráficos que tienen errores en las escalas, los ejes, el sistema de coordenadas elegido o en las etiquetas de las escalas y los ejes. Se encuentran gráficos con: escalas no proporcionales, representación errónea de números en la recta, rótulos o valores de escala confusos, barras no centradas, representación errónea de intervalos y escala inapropiada.
- *Gráfico incorrecto*, son inadecuados al tipo de variable representadas, o representan variables no relacionadas, allí se ubican diferentes tipos de gráficos incorrectos: con elementos no proporcional a la frecuencia; con intercambio de valores y frecuencias, los gráficos no adecuados, con las variables no relacionadas en el mismo gráfico, los estadísticos no comparables en el mismo gráfico, la representación de distintos promedios y estadísticos de dispersión en un mismo gráfico y los gráficos con varios errores.

El mismo estudio Arteaga (2011), asocia a cada categoría de error la existencia de conflictos semióticos, es decir, diferencia entre los significados institucionales y los personales. Clasifica estos conflictos de la forma siguiente:

- *Relacionados con las convenciones de construcción de los gráficos:* Interpretación incorrecta de procedimientos o convenios en la construcción de gráficos. Los estudiantes crean rótulo incorrectos e inadecuados al gráfico (utilizan convenios propios); no relacionan el tamaño de las escalas con el rango de variación de la variable (muy amplias o con divisiones no proporcionales); usan líneas curvas en polígonos de frecuencia; en los diagramas de sectores no son proporcionales las áreas a los valores de frecuencia representados.
- *Relacionados con la elección de un gráfico adecuado,* para el tipo de variable representada, para el número de valores que toma la variable o a para la naturaleza de las variables representada. En este caso los estudiantes no comprenden el propósito del gráfico, existe confusión entre dependencia de variables, no identifican el propósito de un diagrama de barras o histograma (representan variables discretas en histogramas).
- *Relacionados con la representación de números en la recta real,* son los relacionados con el sentido numérico. Los estudiantes omiten valores de la variable cuando la frecuencia es nula; representan intervalos por medio de puntos o solapan intervalos.
- *Relacionados con la comprensión de conceptos,* hay confusión de conceptos entre sí o los asocian propiedades inexistentes, representan frecuencias y valores de variables en una misma escala; no se identifica la dependencia de las variables; hay dificultades en la idea de distribución.
- *Relacionados con el uso de la tecnología,* confusión y desconocimiento de convenios propios de interpretación (uso acrítico del software); por ejemplo, usan las escalas por defecto del software, aunque no sean apropiadas.

## 1.7 ANÁLISIS DE CONTENIDO Y CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS

El análisis de contenido propuesto por Rico y Moreno (2017) es el procedimiento que permite explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar exhibidos en una tarea (o ítem); sirve para evaluar las actividades exigidas en la solución de las tareas o problemas de enseñanza y aprendizaje. Para realizar estas acciones.

El análisis de contenido, estudia el significado de un concepto matemático, atendiendo a tres dimensiones: la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación. Un contenido matemático escolar: exhibe su profundidad a partir del conjunto de rasgos que dan cuenta de los significados que los configuran. En consecuencia de lo anterior, se toma este referente donde expresa el análisis de contenido de un objeto matemático (o una tarea o problema) implica: ordenar y definir un contenido atendiendo la estructura matemática (hechos, definiciones y estructuras); describir contenidos acorde a tipologías cognitivas (procedimentales, actitudinales, conceptuales); dar organización cognitiva a conceptos involucrados en los contenidos (razonamientos, estrategias, relaciones); determinar los modos de expresión y

regulación de un contenido (simbólico, verbal, gráfico, icónico) y delimitar situaciones que se relacionan con un contenido.

Con el objeto de estudiar cómo se reflejan los significados matemáticos en los gráficos estadísticos, la investigación acude al análisis de contenido de las tareas. Las características de las tareas se han considerado como variables del estudio en particular, observando las funciones de las tareas, las componentes y las variables de tareas. Dicha variable describe la configuración de los ítems; las interpretaciones a las categorías que definen el objeto de investigación y justifican su implicación en el nivel de lectura determinado para cada tarea.

## **2. MATERIALES Y MÉTODOS**

El estudio describe el diseño metodológico de la investigación, analiza los ítems que contienen tablas y gráficos en la prueba SABER-9° para el área de matemáticas las que se encuentran liberadas a partir del año 2012, para posteriormente comparar con estudios previos del mismo tipo.

Cabe destacar que este proyecto hace parte de una investigación más amplia titulada *análisis de problemas con tablas y gráficas estadísticas presentes en la prueba de matemáticas del examen SABER*. De este modo se sigue los presupuestos metodológicos planteados en la investigación macro.

A continuación, se expone el enfoque de la investigación y se recoge información que aporte a la investigación, además se incluye los instrumentos de recolección de datos, el tratamiento que se le da al mismo y el análisis de la información.

### **2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN**

Es una investigación de corte exploratoria y descriptiva con un enfoque cualitativo, recoge datos que se fundamenta en la investigación, los cuales sustentan el diseño de este proyecto, según el concepto de Hernández, Fernández & Baptista (2014) la recolección de datos está orientada a proveer de un mayor entendimiento de los significados en este caso, nos centramos en los significados matemáticos (procedentes de conceptos estadísticos) que son necesarios en la solución de ítems (problemas o tareas) presentes en una prueba (SABER 9°). Seguimos principalmente los métodos cualitativos vinculados al paradigma interpretativo que nos permiten documentar el objeto del estudio, es decir, analizar las características de una colección de tareas procedentes de las pruebas SABER 9° a lo largo de los años (pruebas liberadas desde año 2012).

El estudio se utiliza una colección de ítems (tareas o problemas) procedentes de las pruebas SABER-9, los datos analizados proceden de la observación de variables definidas en estudios previos (Castellanos, Castro & Montealegre, 2020; Castellanos, 2013).

Este enfoque permite informar sobre la comprensión que se exige en la prueba a los participantes en particular a través de tres niveles de lectura de los gráficos y tablas estadísticas, según (Friel, Curcio & Bright (2001) y los resultados señalan que hacer sentido de las gráficas, es una actividad más compleja de lo que se piensa, por lo que los profesores necesitan incrementar su conocimiento sobre ellas y cómo enseñarlas.

Se busca sustentar las dificultades existentes en la comprensión de los gráficos estadísticos por lo que se propone incorporar en el currículo en los escolares desde la primaria la lectura de gráficos estadísticos. Por tal motivo, la prioridad es mostrar por medio de una selección y análisis de problemas la manera adecuada que se debe interpretar los datos en un gráfico o tabla para alcanzar dicho propósito. Las fases de la investigación para el logro de los objetivos se describen así:

*La primera fase*, de tipo cualitativo correspondiente con un estudio documental; se revisan los componentes y condiciones de la prueba de matemáticas en la evaluación SABER-9<sup>a</sup> para la Educación Básica Secundaria con el objeto de observar sus características. Así mismo, se amplían antecedentes de la investigación para decidir los aspectos relevantes en la comprensión de tablas y gráficos; con todo ello se seleccionan y definen las variables que se utilizarán en el análisis. Esta fase ofrece características, condiciones y estándares de competencia del trabajo con gráficos en la educación secundaria para el cumplimiento del objetivo específico uno y dos.

*En la segunda fase* se configura la colección de ítems (problemas o tareas) de evaluación SABER 9° a través del acceso a las pruebas de matemáticas liberadas del portal ICFES. Se recopilan y seleccionan las correspondientes al componente aleatorio, con ello se da cumplimiento del objetivo específico dos y tres.

*En la tercera fase*; se realiza el Análisis de Contenido a los reactivos (o ítems) de las pruebas liberadas, será utilizado para establecer los elementos presentes en cada nivel de lectura de los gráficos estadísticos. Para el cumplimiento de los tres primeros objetivos el análisis de los significados permite interpretar las respuestas de los problemas, así mismo comparar y describir las principales actividades matemáticas necesarias en la solución del ítem.

*La cuarta fase*, es de tipo cualitativo, corresponde con la evaluación y análisis de información, se hará a partir de la recopilación de información y será sistematizada atendiendo al tipo de

representación; las competencias solicitadas, el nivel de lectura gráfica y de complejidad semiótica de las representaciones analizadas.

*La quinta fase*, se procede en la interpretación y descripción de los resultados de la manera más completa y exhaustiva posible, caracterizando los ítems de las pruebas disponibles de acuerdo a las variables de análisis.

*La sexta fase*, es dedicada a la consolidación de los hallazgos a través del informe y los artículos que sustentan los productos de esta investigación, en esta fase se hace el análisis retrospectivo para informar del propósito general del estudio.

## 2.2 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Se encontraron los referentes para el análisis y los instrumentos a utilizar en este proyecto. Se realiza una breve explicación de cada una de ellas y de su utilidad.

Problemas (tareas o ítems) en pruebas SABER: está compuesto por una selección de problemas que provienen de las pruebas SABER 9° aplicadas desde el año 2012 y que se encuentran liberadas en el portal del ICFES (Ver Tabla 1). El análisis se realizó en base a lo planteado sobre la comprensión y la lectura de gráficos. La muestra que se va a utilizar se tiene en cuenta para crear una base de datos de esas tareas seleccionadas que pertenecen a las pruebas SABER-9.

Tabla 1. Colección de ítems por año procedentes de pruebas SABER-9°

Año	Ítems extraídos	Total, ítems matemáticos	Ítems de gráficos	Ítems de tablas	Ítems tabla y gráfico
2012	15	54	3	7	4
2013	14	54	6	6	2
2014	15	54	8	4	3
2015	9	33	2	4	3
2020	4	20	1	3	0
2021	9	20	5	2	2
TOTAL	65				

Fuente: construcción propia

## 2.3 CATEGORIAS Y VARIABLES DE ANÁLISIS



Se establecen a partir de la revisión de literatura y basados en el estudio previo (Castellanos, 2014) se han definido algunas variables y categorías, que en primera instancia serán objeto del estudio. La tabla 2 muestra las variables de análisis, la definición e indicadores o valores que toman dichas variables en nuestro estudio, por la naturaleza exploratorio-descriptiva de la investigación, el análisis de cada ítem se realiza mediante técnicas descriptivas.

Tabla 2. Categorías y variables de análisis

Categorías	Definición	Indicadores involucrados
Niveles de lectura de gráficos	Tipo de lectura que se realiza con los datos.	Leer los datos (entre ellos) Leer dentro de los datos Leer más allá de los datos
Variables de la tarea	<b>Contenido</b> Temas implícitos en los gráficos	-Distribución de datos -Media -Mediana –Moda - Probabilidad
	<b>Situación</b> Representaciones y contextos elegidos	-Personal -Educativas y laborales -Públicas -Científicas
	<b>Complejidad</b> demanda cognitiva en el desarrollo	-Conexión, -Reproducción, -Reflexión
Componentes de la tarea	Elementos estructurales de la tarea	-Meta -Formulación -Clave
Competencia	Capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas	-Comunicación -Razonamiento -Resolución
Actividad solicitada	Acciones y procedimientos para dar solución a la tarea	-Clasificar y organizar datos -Representar datos -Interpretar una representación de datos -Comparar datos en una representación -Comparar diferentes representaciones -Calcular: promedios, frecuencias.
Tipos de gráficos	Forma de	-Pictograma o conjunto de datos

	representación de los datos de la situación.	-Tabla -Sectores -Barra o columnas -Polígono de frecuencias -Histograma
Elementos del gráfico	Rasgos para comprender los datos	Título y las etiquetas Marco del gráfico El fondo y Especificadores

Fuente: Castellanos, (2013)

### 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este apartado, se presenta la información que se obtuvo al desarrollar las fases aplicadas del proyecto por cada uno de los objetivos específicos. A continuación, se describen las principales transformaciones que ha sufrido el currículo colombiano para el componente aleatorio y el sistema de datos; seguidamente se exponen la revisión de pruebas estandarizadas y se describe el análisis realizado a los ítems con el objeto de establecer el nivel de lectura solicitado en los gráficos estadísticos presentes en las tareas examinadas, al tiempo que se muestra la clasificación con relación al tipo de gráfico presente en cada uno.

#### 3.1 REVISIÓN DE LA ESTADÍSTICA EN EL CURRÍCULO COLOMBIANO

En 1998, los lineamientos curriculares (MEN, 1998) se publican como guías conceptuales por parte del Ministerio. Para matemáticas, quedó organizado en cinco bloques: Pensamiento numérico y sistemas numéricos; pensamiento espacial y sistemas geométricos; pensamiento métrico y sistemas de medidas; pensamiento variacional y sistemas algebraicos-analíticos y por último el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos el cual es objeto de esta revisión. Los contenidos de probabilidad y estadística se encuentran dentro de la descripción de pensamiento aleatorio, siendo difícil determinar el alcance esperado o el momento en que se introduce cada concepto. En este mismo año se adoptan los estándares básicos de competencia, como como guías prácticas del Ministerio para orientar la evaluación; estas guías (estándares) constituyen un punto de referencia de lo mínimo que un estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer, en determinada área y en determinado nivel.

En el año 2003, para el área de matemáticas se definen las competencias por bloque para cada nivel de formación, estos son agrupados por grados en Primaria (1 a 3; 4 y 5); en Secundaria por grupos de pares (6 y 7; 8 y 9; 10 y 11). Según el MEN (2003), los estándares de pensamiento aleatorio están ligados a procedimientos de probabilidad y estadística, reflejan la progresión pretendida en los contenidos del currículo.

En el año 2006 sobresale la Coherencia Horizontal del currículo colombiano para las matemáticas sin cambios significativos en la organización estructural de los pensamientos y sistemas; se agrupa la escolástica en la coherencia horizontal; se establece la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados (MEN, 2006). La coherencia horizontal también es clara en el ejemplo siguiente, porque en los procesos de medición (pensamiento métrico) es necesario describir la situación numéricamente (por ejemplo un área o volumen, la hora del día, la temperatura del salón, etc., en donde los resultados de las mediciones implican el pensamiento numérico); tener en cuenta las características geométricas de los patrones y gráficos usados para describir los datos (por ejemplo, si en los pictogramas o en las gráficas de barras es importante sólo la altura o también el área de la barra, como sí es importante en las gráficas circulares, lo que involucra el pensamiento espacial) y seleccionar los tipos de gráficas y las convenciones necesarias para traducir los datos numéricos de las tablas de datos en el tipo de gráfica seleccionado (pensamiento aleatorio). Se establecen estándares básicos de competencias matemáticas por grados; de 1° a 3°, 4° y 5° para primaria, del mismo modo para bachillerato de 6° a 7°, 8° a 9° y 10° a 11°.

En el año 2015, el Ministerio de Educación Nacional presenta un conjunto de saberes y habilidades fundamentales a desarrollar en los estudiantes, denominados Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Al igual que los estándares básicos, pretender ser un referente central para dar condiciones de equidad en los saberes mínimos (MEN, 2015). Para cada grado escolar enlista una serie de competencias esperadas, cada una acompañada de una actividad didáctica ilustrativa.

En la actualidad los contenidos en estadística propuestos por el Ministerio de Educación -MEN en los estándares básicos en matemáticas plantean ajuste de los estudiantes a las diferentes grados de escolaridad; de tal modo que el docente a medida que pasan los periodos escolares ahonde en los temas y conduzca al estudiante al desarrollo y profundización para el conocimiento de las técnicas descriptivas su análisis y aplicabilidad en otros métodos estadísticos, como los inferenciales, orientarlos, en el estudio de modelos estadísticos básicos propuestos desde otros componentes.

El componente aleatorio en el currículo está dado en función de los contenidos temáticos aplicados al entorno manifestándose en la competencia “del saber qué”, “del saber cómo”, “del saber por qué” o “del saber para qué”; el comprender y percibir cuando y como proceder, desarrollando habilidades y destrezas procedimentales y reflexivas en la estadística como área del conocimiento inherente de la matemática.

Los sistemas analíticos probabilísticos y los métodos estadísticos desarrollados durante los siglos XIX y XX se han refinado y potenciado en los últimos decenios con los avances de la

computación electrónica y, por ello, hoy día ya no es tan importante para los estudiantes el recuerdo de las fórmulas y la habilidad para calcular sus valores, como sí lo es el desarrollo del pensamiento aleatorio, que les permitirá interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen en periódicos y revistas, que se presenten en la televisión o que aparezcan en pantalla o en hojas impresas como productos de los distintos programas de análisis de datos.

La estadística como elemento del currículo de las matemáticas en Colombia, implica entender el conocimiento matemático desde dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Por su parte, el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente. El conocimiento procedimental ayuda a la construcción y refinamiento del conocimiento conceptual y permite el uso eficaz, flexible y en contexto de los conceptos, proposiciones, teorías y modelos matemáticos; por tanto, está asociado con el saber cómo.

### 3.2 REVISION DE LA ESTADISTICA EN PRUEBAS ESTANDARIZADAS

**El estudio PISA** busca conocer en qué medida los estudiantes de 15 años pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no sólo, ni principalmente, en conocer qué contenidos del currículo han aprendido, con la finalidad de mejorar el sistema educativo (OCDE, 2004). En el caso de las matemáticas, PISA se enfocan en la alfabetización matemática (*mathematical literacy*) y competencia matemática.

La prueba PISA, no enfatiza tanto el dominio de conceptos o procedimientos y técnicas, sino la capacidad del estudiante para enfrentarse, mediante el uso de las matemáticas, a situaciones cotidianas (Caraballo, 2010). La prueba considera las siguientes competencias matemáticas específicas: a) Pensar y razonar; Argumentar; Comunicar; Modelar; Plantear y *resolver problema*; Representar; Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico.

Para evaluar estas competencias, la prueba PISA para matemáticas se distingue en tres variables de tarea (o componentes de los problemas): contenido, contexto y niveles de complejidad (OCDE, 2004).

*El contenido matemático* de las situaciones problemas se refiere a los bloques de conceptos matemáticos tratados. *El bloque de Incertidumbre*, integra dos tópicos relacionados con: el

tratamiento de los datos y el azar que son objetos de estudio de la Estadística y la Probabilidad. Los conceptos e ideas principales que son importantes para la prueba son: *la recolección de información, el análisis de los datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.*

*Los contextos*, permiten al estudiante ubicar el problema en una situación que le resulta familiar. Se distinguen cuatro tipos de contextos: personales, educativos o laborales, públicos y científicos. Estos contextos permiten evaluar la alfabetización matemática.

*Los niveles de complejidad*, o de profundidad con que se utilizan el conjunto de competencias que se evalúan en PISA, describen los distintos niveles de demanda cognitiva necesarias para el desarrollo de una situación problema (Moreno y Rico, 2017) los niveles a saber:

- a) Reproducción. Problemas que se resuelven aplicando algoritmos o destrezas técnicas familiares. Incluye conocimiento de hechos sencillos, los procesos de acceder (recordar, reproducir) e identificar o aplicar rutinas y operaciones sencillas.
- b) Conexión. Los problemas que requieren establecer relaciones para resolver problemas no rutinarios; incluyen los procesos de aplicar, analizar y valorar.
- c) Reflexión. Son problemas que requieren comprender, reflexionar y creatividad Incluye los procesos de sintetizar, crear y juzgar.

Al respecto el tema de nuestro interés no es la incertidumbre, el documento indica que ésta se ubica en ciencia y tecnología y la vida cotidiana; la probabilidad y estadística, así como las técnicas de representación y análisis de datos están diseñados para tratarla. Se incluyen las siguientes habilidades, la primera de las cuáles está directamente relacionada con nuestro tema:

- *Recoger datos:* Representarlos e interpretarlos; conocer la naturaleza, origen y recogida de varios tipos de datos y la forma de representarlos. Examinar datos presentados en tablas y gráficos y explicar por qué un gráfico o tabla es o no adecuado para los datos.
- *Variabilidad de datos:* Reconocer la variabilidad en procesos, sentido de la cuantificación de la variación, reconocer la incertidumbre en el error de medida y reconocer el azar; obtener conclusiones en situaciones inciertas. Usar conceptos como la variabilidad, distribución y tendencia central para describir e interpretar datos.
- *Muestras y muestreo:* Conceptos de muestra y población; obtener muestras de poblaciones, examinar y describir datos de forma diversa; inferencias sencillas basadas en propiedades de las muestras.
- *Azar y probabilidad:* Noción de aleatoriedad, variación aleatoria y su representación; posibilidad y frecuencia de sucesos y propiedades básicas de la probabilidad. Explorar la probabilidad por medio de simulaciones, apreciando la verosimilitud de diferentes sucesos.

**El estudio TIMSS** (Trends in International Mathematics and Science Study) se realiza desde el año 1995, y en ciclos de cuatro años. Una característica destacable de TIMSS es que su marco teórico tiene en cuenta los currículos de los países participantes. La prueba distingue dos grandes dimensiones: *dominios de contenido* (contenidos conceptuales) y *dominios cognitivos*, o procesos o destrezas cognitivas. En los *dominios de contenido*, se incluye la representación de datos. En los *dominios cognitivos* se incluye: conocimiento, aplicación y razonamiento

- El *conocimiento*, cubre los hechos, conceptos y procedimientos que necesitan conocer los alumnos tales como recordar (hechos, vocabulario), reconocer (números, formas), calcular, recuperar (por ejemplo, leer una escala simple), medir y clasificar /ordenar.
- La *aplicación*, se centra en la capacidad para aplicar el conocimiento al resolver problemas e incluye procesos como seleccionar (un método o estrategia), representar información (en tablas, gráficos o esquemas), generar un modelo (como una ecuación), poner en práctica instrucciones o resolver problemas de rutina.
- El *razonamiento*, va más allá de la solución de problemas rutinarios, abarcando contextos complejos y problemas con múltiples etapas. Incluye procedimientos como analizar, generalizar/particularizar, integrar, justificar y resolver problemas no rutinarios.

Respecto al tema de nuestro interés, *representación de datos*, se consideran dos tipos de problemas:

- a) Presentación de datos: lectura e interpretación, donde se consideran las siguientes competencias: a) Leer datos directamente de tablas, pictogramas, gráficos de barras y gráficos de sectores; b) Comparar la información de conjuntos de datos relacionados, c) Utilizar información de representaciones de datos para contestar a preguntas que vayan más allá de leer directamente los datos representados (ejemplo; combinar datos, realizar cálculos basados en los datos, efectuar inferencias y extraer conclusiones).
- b) Presentación de datos: organización y representación, con dos competencias: a) Comparar y hacer corresponder diferentes representaciones de los mismos. C) Organizar y representar datos utilizando tablas, pictogramas y gráficos de barras.

Por su parte, Colombia participó por primera vez en TIMSS durante el año 1995, obtuvo uno de los últimos lugares en el ranking internacional. La siguiente participación ocurrió en el año 2007, donde el promedio global de los estudiantes colombianos de 4º grado fue 355 puntos. Una situación similar se observa en 8º, en donde el promedio global de Colombia fue 380 mientras que los de Taipéi, Corea y Singapur fueron, respectivamente, 598, 597 y 593. En ambos grados el promedio fue significativamente inferior al promedio TIMSS (500 frente a 587 de Singapur, el país con mejor resultado, 557 de Taipéi y 554 de Hong Kong). En 4º grado, el 69% de los niños mostró logros inferiores; el 22% se ubicó en el nivel bajo; tan solo un 7% en el medio, 2% en el alto y ninguno en el avanzado. En octavo el 61% tuvo logros inferiores, el 28% en el nivel bajo,

en tanto que el 9% en el medio, el 2% en el alto y ninguno en el avanzado. En adelante del 2011 TIMSS, Colombia no participó.

**La prueba SABER**, valora las competencias que han desarrollado los estudiantes, está construida en coherencia con los lineamientos curriculares (MEN, 1998) de allí toma como referente los conocimientos, *procesos* y *contextos*, que permite evaluar el significado de los conceptos matemáticos y su matematización. Se reglamenta por el Decreto 1290 de 2009 (MEN, 2009). Es el Sistema Nacional de Evaluación en Colombia quien se encarga entre otras de la evaluación externa de estudiantes –PRUEBAS SABER. En la prueba de matemáticas el ICFES evalúa las competencias para enfrentar problemas y resolverse con el uso de algunas herramientas matemáticas MEN (2006). La prueba de matemáticas de SABER define tres competencias que recogen los elementos centrales de los procesos que se describen en los estándares básicos de competencias: a) interpretación y representación; b) Formulación y ejecución y c) Argumentación.

Las características de la prueba no permiten evaluar la totalidad de las competencias que se espera desarrollen los estudiantes en la educación básica y media definidas en los estándares básicos de competencia, por lo cual se agruparon y redefinieron en:

- *Comunicación, Representación y Modelación*, comprende entre otros aspectos la traducción entre formas de representación, la matematización de situaciones y las acciones de comprender, interpretar y evaluar ideas presentadas en formas diversas.
- *Razonamiento y Argumentación*, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones y generalizaciones
- *Planteamiento y resolución de problemas*, a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas elige estrategias para desarrollar y aplicar diferentes métodos e instrumentos para la solución de problemas.

Los aspectos conceptuales y estructurales de la prueba, para las matemáticas se encuentran agrupados y redefinidos en tres categorías: *N Numérico-variacional*, *Geométrico-métrico* y *el Aleatorio*. *Este último* indaga por la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; por el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, de tipos de crecimiento, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y por el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

**El componente aleatorio en la prueba SABER** evalúa las competencias matemáticas involucradas con la estadística descriptiva, el análisis de datos, las representaciones gráficas, los conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente la combinatoria. Enfrenta a la exploración de juegos de azar y, a la utilización de estrategias para la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la

realización de conteos. Se incluye el uso de las tablas de datos y el análisis de información codificada, principio de la estadística descriptiva.

**La prueba para el caso del análisis de datos**, se basa en determinar los desempeños de los alumnos para interpretar, analizar y utilizar las representaciones graficas de los resultados de situaciones propias del contexto. La tabla 3 muestra las características de la evaluación para el componente de la estadística. En esta prueba y en particular para los gráficos estadísticos, se evalúan los desempeños (competencias) y componentes (conceptuales) que un estudiante requiere para: recoger, estudiar, resumir y diagramar sistemas de datos estadísticos y tratar de extraer de ellos toda la información posible.

Tabla 3. Competencias y componentes en SABER-9°

Componentes conceptuales	
Representación, lectura e interpretación de datos. Diversas formas de representación de información numérica, Análisis cualitativo de regularidades, tendencias, Formulación de inferencias y argumentos Medidas de tendencia central y de dispersión. Reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.	
Competencia	Evidencia del dominio Afirmación: El estudiante...
Comunicación	1. Clasifica y organiza la presentación de datos. 2. Interpreta cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno 3. Representa un conjunto de datos. 4. Interpreta representaciones gráficas de un conjunto de datos. 5. Hace traducciones entre diferentes representaciones. 6. Expresa el grado de probabilidad de un suceso.
Razonamiento	1. Compara datos presentados en diferentes representaciones. 2. Hace arreglos condicionados o no condicionados. 3. Hace conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
Resolución	1. Resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones. 2. Resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado al promedio de un conjunto de datos. 3. Resuelve situaciones que requieren calcular la posibilidad o



	imposibilidad de ocurrencia de eventos.
--	-----------------------------------------

Fuente: Lineamiento prueba SABER (ICFES, 2012.p.52)

### 3.3 CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS EN PRUEBAS SABER

Este apartado lo constituye el análisis de los problemas (o ítems) que incluyen gráficos y tablas en las pruebas SABER-9° encontrados en las pruebas SABER noveno que fueron aplicadas durante los años 2012 al 2015 y de los años 2020 y 2021. El total de problemas (ítem) recopilados y revisadas son 65 ítems para el área de matemáticas (para el componente aleatorio).

Se muestran los resultados del análisis atendiendo las variables: tipo de representación, competencias evaluadas, niveles de lectura gráfica, nivel de complejidad semiótica de los gráficos. Se presenta la configuración epistémica de algunos ítems de las pruebas que incluyen tablas y gráficos.

La fase cumplió con el proceso de recopilación de la muestra en este caso los problemas (o ítems) en cuadernillos liberados por la página del ICFES (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior), se usó como herramienta el análisis de contenido para analizar los problemas de tablas y gráficos estadísticos. Luego, de examinar los significados necesarios en la solución de los problemas, se realiza la caracterización de los contenidos atendiendo las variables de estudio. Se finaliza revisando en la colección de problemas (ítems) y detallan los principales hallazgos identificados y sintetiza los resultados de una manera simplificada y precisa.

#### 3.3.1 Problemas con tablas y gráficos según tipo de representación

Se encontraron en total 15 problemas de tipo estadístico (componente aleatorio) de un total de 54 preguntas de matemáticas extraídas de la prueba SABER-9, liberada y aplicada en el año 2012; se realizó el respectivo análisis de contenido para identificar los significados matemáticos implicados en la solución de las mismas. El resultado de esta etapa permitió codificar las tareas por cada variable y configurar la colección de tareas a seleccionar.

El tipo de representación que utilizaron en la descripción de cada pregunta fueron gráficos de barras, lineal, sectores, tablas y numérica. Se empezó a detallar la cantidad en porcentajes de esas representaciones para describir el contenido. Los resultados muestran que, el número total de problemas (o ítems) para el área de matemáticas es igual para los dos calendarios (A y B) de la prueba, de igual manera ocurre con el número de ítems para el componente aleatorio en cada prueba (Anexo 1). Sin embargo, se nota que el número de ítems que involucran gráficos y tablas

en la prueba es diferente entre un calendario y otro; La tabla 4 muestra los problemas clasificados según tipo de representación; no se incluyen en la colección los ítems (problemas) que cuestionan sobre promedios, probabilidad y combinatoria, en tanto que nuestro objetivo son las tablas y gráficos.

Tabla 4: Tipo de representación encontradas en los ítems analizados

Tipo de representación	2012	2013	2014	2015	2020	2021
G. Barras		3	4	2		
G. Barras Dobles	1					
Pictograma						1
G. Lineales	1					2
G. Lineal dobles	1					1
G. de Sectores	1	2	3		1	
Tablas	7	6	4	4	3	2
Numérica	2					
Barra y Tablas	3	1	2	1		1
Barra y Sectores				2		
Anillo		1				
Árbol			1			2
Sectores y Tablas			1			
G. Lineal y Tabla	1					1
Barra, Sectores, Línea y Tabla		1				

Fuente: construcción propia

Se realizó el respectivo análisis de contenido para identificar los significados matemáticos implicados en la solución de las mismas. El resultado de esta etapa permitió codificar las tareas por cada variable y configurar la colección de tareas a seleccionar.

El tipo de representación que utilizaron en la descripción de cada pregunta fue gráficos de barras, lineal, sectores, tablas (sencilla). En la Figura 1 se detalla el porcentaje de las representaciones presentes en la colección analizada para un año en particular (2012).

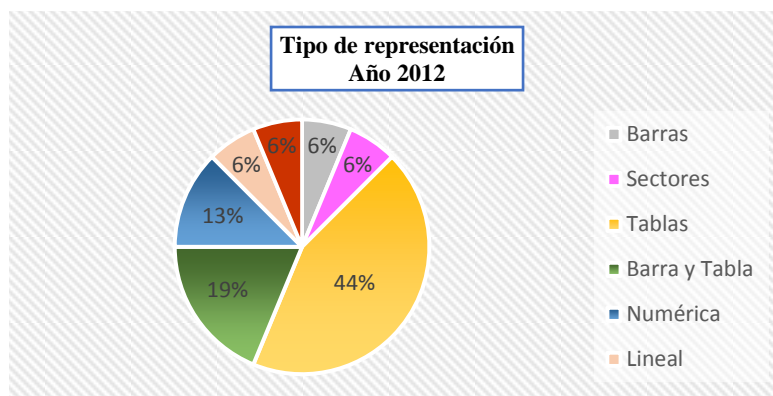


Figura 1. Tipo de representación año 2012

Se observa que la representación más usada en los ítems analizados para el año 2012 pertenece a tablas simples con un valor del 44%. Por otra parte, se evidencia que la mayoría de problemas son de tipo comparativo, donde se comprime los datos originales mediante un valor único, se agrupan y se crea nuevas variables (trasnumeración) de un diagrama a otro, de diferente manera realizan la representación de los datos para lo cual debe interpretar lo ilustrado con el argumento.

En la siguiente gráfica está consolidado el tipo de representaciones de las pruebas analizadas para los años de 2012 al 2021. Las tablas (simples) son la representación más común que aparecen a lo largo de las pruebas en los distintos años analizados, y tienen una estructura similar a la mostrada. El problema de la figura 2. muestra la distribución de frecuencia de una variable absoluta (número de lanzamientos) para una categoría (puntos). Para el año 2020 fue la de mayor porcentaje debido a la cantidad de ítems que incorporaron en la prueba.

24. Observa los resultados obtenidos luego de lanzar un dado corriente 10, 100 y 1.000 veces.

Número de lanzamientos	Frecuencia					
	1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos	5 puntos	6 puntos
10	0	2	3	3	1	1
100	18	16	13	15	20	18
1.000	155	167	172	165	163	178

De acuerdo con los resultados de la tabla, si el dado se lanza 10.000 veces, es de esperar que se obtengan 3 puntos, aproximadamente

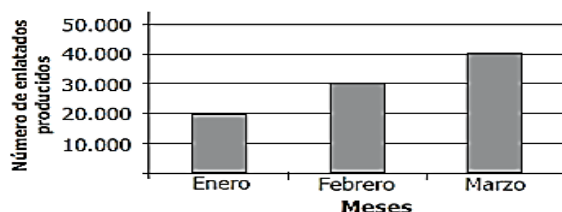
- A. 1.600 veces.
- B. 3.000 veces.
- C. 5.000 veces.
- D. 6.500 veces.

Figura 2. Ejemplo problema que incluye tabla sencilla en prueba del año 2012

La unión de dos representaciones en un mismo problema es común en los ítems seleccionados. Se busca en esencia que los escolares puedan apoyar la lectura de los gráficos con el análisis de datos procedentes de una tabla (ver Figura 3).

Gráficos de barra y tablas: El 19% de los ítems analizados son representados por gráficos de barras (verticales) y tablas. Este se puede usar para todo tipo de variables, pero se usa frecuentemente para las variables cualitativas. Este tipo de gráfico es el segundo más representativo en las pruebas analizadas de estos años; ilustran datos asociados a valores de una variable y en una tabla simple consignan la información de una manera simplificada. Una característica de los ítems en los que aparecen gráficos de barras es que se exigen más de una tarea. Un ejemplo de este tipo de representación es el siguiente

27. En la gráfica se muestra el número de enlatados de durazno producidos por una empresa durante los 3 primeros meses del año. En la tabla se muestra el porcentaje de estos enlatados que han sido vendidos.



Meses	Porcentaje de enlatados de durazno vendidos
Enero	10%
Febrero	30%
Marzo	40%

¿Cuántos enlatados de durazno vendieron en marzo?

- A. 9.000
- B. 16.000
- C. 24.000
- D. 40.000

Figura 3.  
Ejemplo de representación con diagrama de barra y tabla, ítem del año 2012

La representación numérica ocupa el 13% de los problemas analizados, este tipo de representación evidencia una distribución no agrupada de los datos y es usada para obtener una medida de tendencia central como lo es la moda y la mediana en unos datos. Teniendo en cuenta que esta es una forma de representación que contiene un conjunto de datos, se observa que la información del problema se presenta de manera ordenada. Se puede inferir la tendencia que se le pide de dos maneras para el caso; teniendo conocimiento previo de información estadística se puede llegar a la respuesta por medio de un conteo sobre un listado de datos o ya sea, utilizando la ecuación y procediendo en los cálculos para obtener el valor. La figura 3 muestra un ejemplo de este tipo de representación.

#### RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Se les preguntó a 32 estudiantes de un colegio por el número de horas que dedican a ver televisión diariamente. Los resultados aparecen en la siguiente lista.

0, 2, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 0, 2, 4, 2, 2, 4, 0, 4, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 4, 4, 0

1. ¿Cuál es la moda de esta lista?

- A. 0
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Figura 4. Ejemplo de representación numérica, ítem del año 2012

En la misma prueba del 2012, el 6% lo constituyen los diagramas de sectores, lineal y barras debido a que no fueron tan repetitivas la presencia de este tipo de representaciones en los ítems. Se encontró ausencia de representación por histograma, de árbol, de araña, de anillo y pictograma. Se puede deducir que no son tan identificables este tipo de representaciones debido a que en las pruebas usan los más comunes como gráficos de barra, circular y tablas que un estudiante de grado noveno ya puede reconocer.

Los resultados muestran que en los años de 2013 y 2015 se usan gráficos estadísticos del tipo anillos, en un porcentaje menor; lo mismo ocurre para el año 2014 para el gráfico de tipo árbol. Los estudios expuestos en los antecedentes han manifestado falencias en el currículo al no incluir la estadística a una temprana edad e incluso en grados menores; los resultados muestran que la prueba ha venido haciendo cambios que favorecen al estudiantado, el ICFES ha incorporado en los exámenes otros tipos de representaciones que no fueron usados en años anteriores.

Finalizando con los años 2020 y 2021 el cual se vivió de modo pandemia y la prueba fue aplicada de manera virtual para los estudiantes de grado noveno, la situación ocasionó un cambio en sus métodos de estudio porque la enseñanza de los temas se basó más en guías que de acompañamiento docente, esto pudo influir en los aprendizajes de nuevos conocimientos debido a que los docentes tenían que priorizar los contenidos y dictar algunos temas que se adecuaban al tiempo de ejecución. En las pruebas hubo representaciones de pictogramas, sectores, árbol, tablas y diagrama de línea para un total de 12 ítems para estos años, no fueron muchas las preguntas de tipo estadístico acontecimiento que se observó como consecuencia de un aprendizaje virtual y al aplicar las pruebas buscaron sintetizar la información a un estilo más ilustrativo que le permitiera encontrar fácil las respuestas. Debido a la situación de salud pública, los estudiantes realizaron el examen de manera virtual donde se evidencio que las preguntas fueron de tipo representación gráfica.

A manera de síntesis se puede decir que una de las representaciones más usados en los problemas (o ítems) analizados pertenece a tablas simples, cabe destacar el uso que se da en la prueba del año 2013 tal como se aprecia en la Figura 4. Por otra parte, se evidencia que la mayoría de problemas son de tipo comparativo, donde se comprime los datos originales mediante un valor único, se agrupan y se crea nuevas variables (trasnumeración) de un diagrama a otro, de diferente manera interpretan los datos para traducir en la lectura de un gráfico, para lo cual, los escolares deben interpretar lo ilustrado con el argumento.

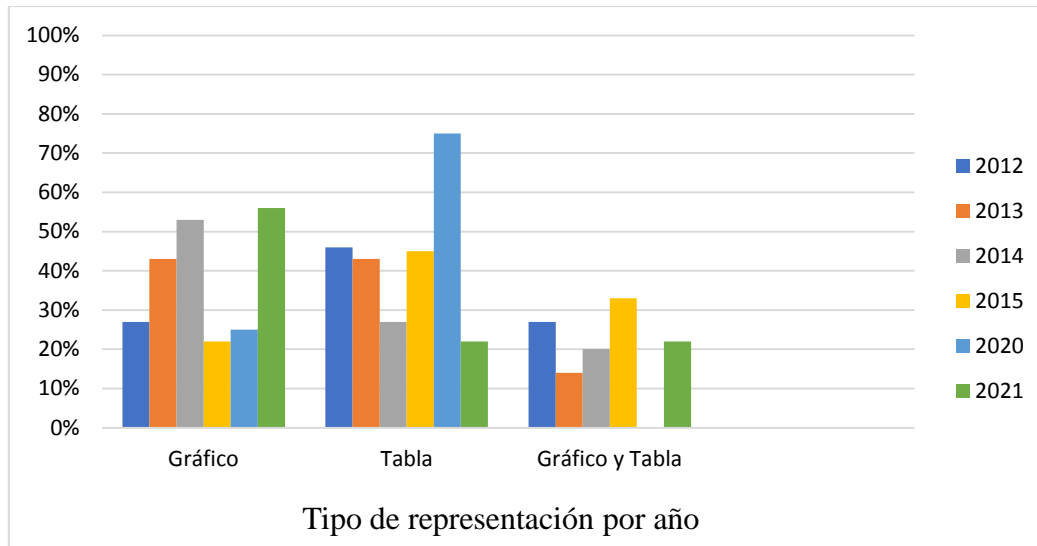


Figura 5. Tipo representación de las pruebas del año 2012 al 2021

La figura anterior muestra el consolidado de problemas analizados y clasificados por el tipo de representaciones hay que notar que la combinación de dos o más representaciones (gráfico y tabla es una de las características más relevantes de este análisis.

El análisis de los problemas de la colección para esta categoría (tipo de representación) revela que la mayoría de las representaciones de las pruebas SABER-9° usan gráficos de barras, ya sean horizontales, verticales o barras adosadas, principalmente barras verticales, presentes pero escasas las barras adosadas. Destacar también, que la mayoría de los ítems analizados involucran los gráficos de barras acompañados de tablas, (representando la distribución de las variables). En algunos problemas aparecen los diagramas de líneas, el pictograma y los gráficos de sectores, solamente un conjunto de datos numéricos.

En síntesis, se observa, de manera global, un desequilibrio por los ítems que incluyen tablas y barras frente a los demás tipos de representación, este resultado se mantiene en las tres pruebas analizadas. En los años 2020 y 2021 el porcentaje de las representaciones para tablas y diagramas de barras se encuentra equilibrado para ambos tipos, en estos años, la prueba involucra otros tipos de gráficos.

Se evidencia que los gráficos analizados garantizan coherencia entre las competencias a evaluar y las representaciones usadas; estas muestran los datos de la mejor manera posible, eligen la mejor representación para el contexto de la situación, son excelentes (Cleveland y McGill, 1984),

independientemente del año, comparten características comunes en sus distribuciones para los tipos de gráficos.

### 3.3.2 Problemas con gráficos y tablas según tipo de competencia solicitada

Aunque la lectura eficiente de gráficos depende de la competencia del estudiante; la competencia también depende de la eficacia del gráfico; es decir del tipo de gráfico, los conceptos implicados y de su complejidad matemática.

Los problemas (o ítems) de las pruebas analizadas, evalúan las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas descritas en las directrices de las propias pruebas (ICFES, 2012). La caracterización de las competencias se realizó con la descripción enmarcada en dichas directrices, se identificaron las competencias que debía poner en evidencia el estudiante para resolver el problema y se realizaron algunas observaciones generales del ítem (Ver Anexo 1), acorde a los objetos matemáticos y al significado de la situación.

A continuación, se revela el análisis de los problemas por tipo de competencia solicitada en la solución de estos. La Tabla 7 muestra que el porcentaje de mayor representación lo tiene la competencia de comunicación, es cercano al 50%. Lo anterior se explica porque las preguntas implicadas en los problemas solicitan al escolar realizar conexión de conceptos a través de la lectura de los datos, es decir, realizar un proceso comparativo, cálculo matemático incluyendo la interpretación cualitativa de datos y de diferentes representaciones; ilustrar un conjunto de datos, trasposición de información de una gráfica a otra.

Para los años 2020 y 2021 hubo ausencia de competencia del tipo resolución de problemas, se dio prioridad a los ítems que solicitaran las competencias de comunicación y razonamiento matemático, como se indicó anteriormente debido a situaciones del entorno no pudo ser una inclusión las preguntas de tipo problema, los docentes no pudieron tener las mismas condiciones con sus escolares que permitiera reforzar en esta competencia.

Tabla 5. Competencias en los ítems analizados

Competencia	2012	2013	2014	2015	2020	2021
	%	%	%	%	%	%
Comunicación	33	36	34	45	0	50
Razonamiento	27	36	33	22	75	37



Resolución de problemas	40	28	33	33	25	13
TOTAL	100	100	100	100	100	100

Fuente: construcción propia

Los resultados muestran que en un 35% se encuentra la competencia de razonamiento, para la solución de problemas de este tipo, los escolares deben describir, comparar e interpretar el comportamiento de los datos ilustrados en diferentes representaciones, sin duda es el más utilizado por las pruebas.

Los problemas analizados en general en su mayoría solicitan la competencia de comunicación; en tal caso, los escolares deben comparar e ilustrar una información, pasando datos de un tipo de representación a otra. Encontraron en la colección analizada que este tipo de problemas son pocos dada su complejidad. En general, la distribución en porcentajes es un aproximado de todas las tres competencias, la variación es considerable respecto a los indicadores por prueba.

El análisis para la categoría competencia atendió a los significados matemáticos (o estadísticos) implicados en la solicitud de cada cuestión que requería el problema (o ítem) en la tabla 8 se resumen los procedimientos y actividades matemáticas que fueron examinadas en todos los problemas de la colección atendiendo a las competencias que la resolución del ítem solicitaba al escolar.

Tabla 6. Procesos y conceptos implicados en el análisis por competencias matemáticas

Competencias	Procesos Generales Involucrados
El razonamiento y la argumentación	Justificar procedimientos en el tratamiento de situaciones problema. Formular hipótesis, hacer conjeturas, explorar ejemplos y contraejemplos. Probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones. Identificar patrones y expresarlos matemáticamente y plantear preguntas. Reconocer distintos tipos de razonamiento. Distinguir y evaluar cadenas de argumentos.
La	Describir relaciones matemáticas.

comunicación, representación y modelación	<p>Relacionar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas.</p> <p>Modelar usando lenguaje escrito, concreto, pictórico, gráfico y algebraico.</p> <p>Manipular proposiciones y expresiones con símbolos y fórmulas.</p> <p>Utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas,</p> <p>Traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones.</p> <p>Interpretar lenguaje formal y simbólico</p> <p>Traducir del lenguaje natural a la simbólica forma</p>
El planteamiento y resolución de problemas	<p>Justificar la pertinencia del cálculo en la solución de un problema.</p> <p>Justificar lo razonable o no de una respuesta obtenida.</p> <p>Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original</p> <p>Generalizar soluciones y estrategias en respuesta a situaciones problema.</p> <p>Desarrollar y aplicar diferentes estrategias para la solución de problemas</p> <p>Justificar métodos e instrumentos usados en la solución de problemas</p>

Fuente: adaptado lineamiento prueba SABER-9° (ICFES, 2012)

Luego del análisis de esta variable y basados en los estudios previos se puede decir que las competencias de la prueba para evaluar el componente aleatorio, no contribuyen completamente a la observación de la alfabetización estadística como lo señala Gal (2002), puesto que se centran en los niveles más bajos de las competencias. Se evidencio que los ítems están diseñados principalmente para observar la habilidad de los niños de grado 9° para leer o interpretar información estadística sencilla, pero no para elegir o construir estas representaciones o para proporcionar argumentos basados en datos que aparecen en los gráficos estadísticos. Por lo cual sería interesante analizar los motivos por los cuáles se da menor peso al razonamiento y resolución de problemas; es posible que esté representado en otros ítems del componente aleatorio, aunque estos son pocos, comparados con los relacionados con tablas y gráficos.

### 3.3.3 Problemas con gráficos y tablas analizados por nivel de lectura

El proyecto muestra una clasificación de las tablas y gráficos estudiados atendiendo el tipo de información que se requiere para leer e interpretar en dicha representación y la manera que se debe tener en cuenta para observar la información más relevante a partir del gráfico.

Los resultados encontrados muestran la caracterización realizada al total de problemas con tablas y gráficos seleccionadas de las pruebas liberadas y examinadas a partir del año 2012 (Ver figura

5). Se han utilizado los referentes conceptuales y las variables definidas en tres niveles de lectura planteados por Curcio, 1987. Se obtuvo unos ejemplos de los gráficos para cada nivel de lectura.

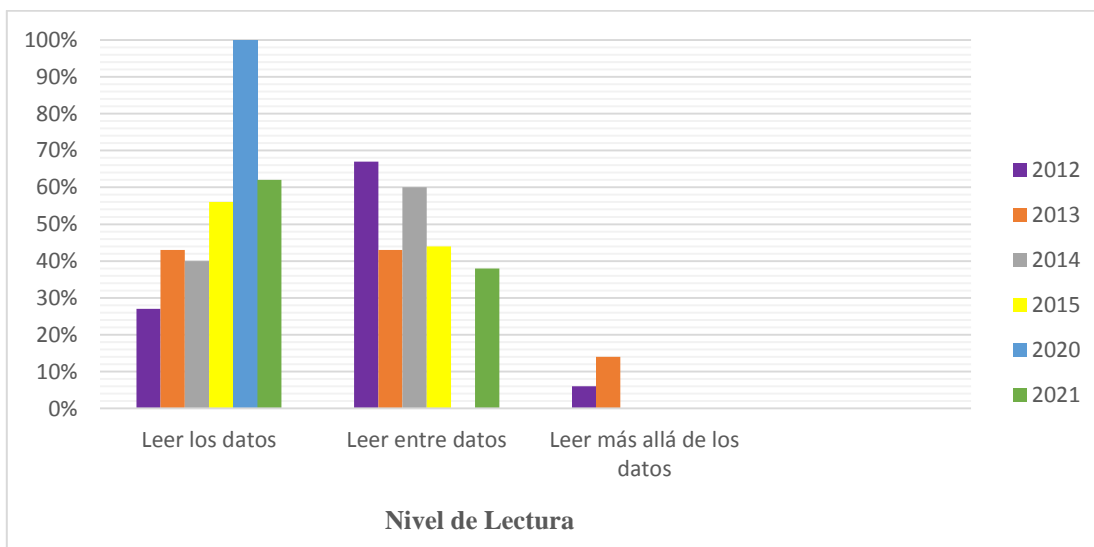


Figura 6. Nivel de lectura de gráficos y tablas en problemas las pruebas SABER-9°

Los niveles de lectura más frecuentes que se observó en las pruebas fueron de nivel 1 (leer los datos) el cual solo requiere de hacer una operación y el resultado ubicarlo en la tabla o gráfico estadístico. En el ejemplo de la Figura 6 se brinda información respecto a los niveles de lectura, los datos ilustran (la variable) el número de mantenimientos, es decir, los lectores deben hacer extracción de datos como lo denomina Bertín (1967). Piden poner en relación un elemento (valor de variable) con la frecuencia correspondiente; para responder a los interrogantes del problema (ítem), debe elegir (leer) y con ello pueden seleccionar la tabla que representa la información de manera correcta. El ejemplo que se ilustra es de nivel de lectura N1; no se ponen en juego otros conceptos estadísticos, solo se pide a los estudiantes el reconocimiento de un dato explícito, el estudiante debe: (1) identificar de qué trataban los datos del gráfico o la tabla (duración de lavadoras) (2) identificar los elementos, por ejemplo, el título, número, nombre y tipo de las variables del fenómeno representado y (3) observar los distintos valores de la variable.

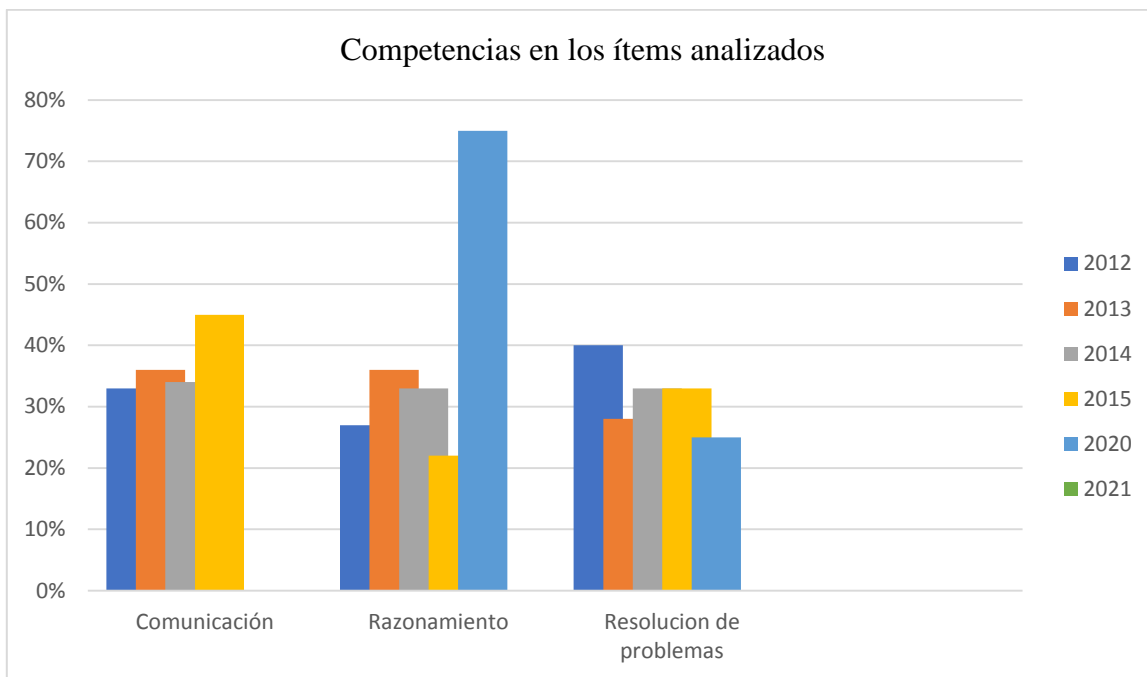


Figura 7. Competencias utilizadas en los ítems analizados

En un 35% se encuentra la competencia de razonamiento, deben los escolares describir, comparar e interpretar el comportamiento de los datos ilustrados en diferentes representaciones, sin duda es el más utilizado por las pruebas y que requieren de analizar cada pregunta de este tipo de competencia.

Las preguntas en general son más de comunicación debido a que solicitan el comparar y de ilustrar una información de un tipo de representación a otra, lo que si se evidencia que las de tipo problema son pocas por su complejidad. En general, la distribución en porcentajes es un aproximado de todas las tres competencias, la variación es considerable respecto a los indicadores por prueba.

### Niveles de lectura según ítem analizados

El proyecto muestra una clasificación de las tablas y gráficos estudiados atendiendo el tipo de información que se requiere para leer e interpretar dicha representación y la manera que se debe tener en cuenta para observar la información más relevante a partir del gráfico.

Se hace una caracterización de los resultados encontrados al total de tareas con tablas y gráficos seleccionadas de las pruebas liberadas y examinadas. Se han utilizado los referentes conceptuales y las variables definidas en tres niveles de lectura planteados por Curcio, 1987. Se obtiene unos ejemplos de los gráficos para cada nivel de lectura.

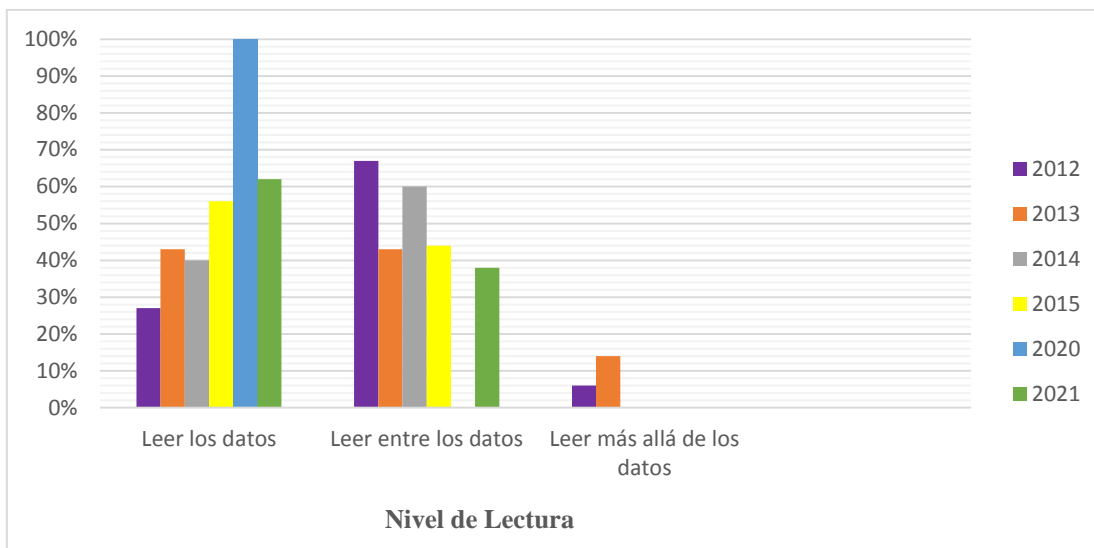


Figura 8. Nivel de lectura en las pruebas SABER para los años 2012-2021

Los niveles de lectura más frecuentes que se evidencio en las pruebas fueron de nivel 1 (leer los datos) el cual solo requiere de hacer una operación y el resultado ubicarlo en la representación que les brindan como ilustración del resultado, es decir, los lectores deben hacen extracción de datos. Piden poner en relación un elemento (valor de la variable) con la frecuencia correspondiente. Un ejemplo para este nivel seria

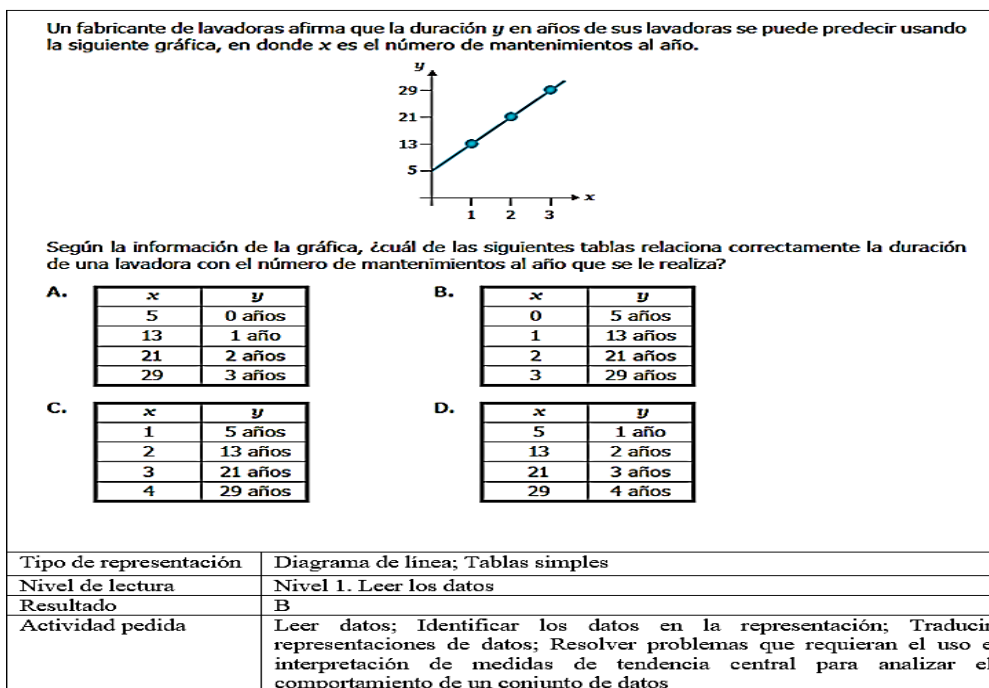


Figura 9. Ejemplo de diagrama de línea y tabla de las pruebas SABER de N1

Se analiza que en este ejemplo de nivel N1 (leer los datos) se pide al estudiante encontrar la correspondencia entre el gráfico de línea y las tablas presentadas como opciones de respuesta. La persona debe relacionar la información de un gráfico con otro tipo de representación, a esto es que llamamos tasnumeración de datos donde debe tener en cuenta las variables a usar y el conjunto de datos que indica correctamente la respuesta, esta es una manera de identificar el Nivel N1. Este tipo de casos para este nivel de lectura es el más encontrado y se estima que un 60% de la prueba la utilizan para sus preguntas, ha sido durante los años 2012 al 2021 la más usada para ilustrar la información.

Para el Nivel N2 (leer dentro de los datos), el lector debe hacer una interpretación e integrar que los datos sean producto de una operación o simplemente observando la secuencia de la información, debe hacerse lectura de escalas por medio de una comparación y el resultado de una operación deba integrarse al gráfico. Debe pasar por un análisis esa respuesta que va a colocar como resultado de la conclusión que se sacó en la acción de deducir el resultado observando el comportamiento de sus datos. Un ejemplo para este nivel sería

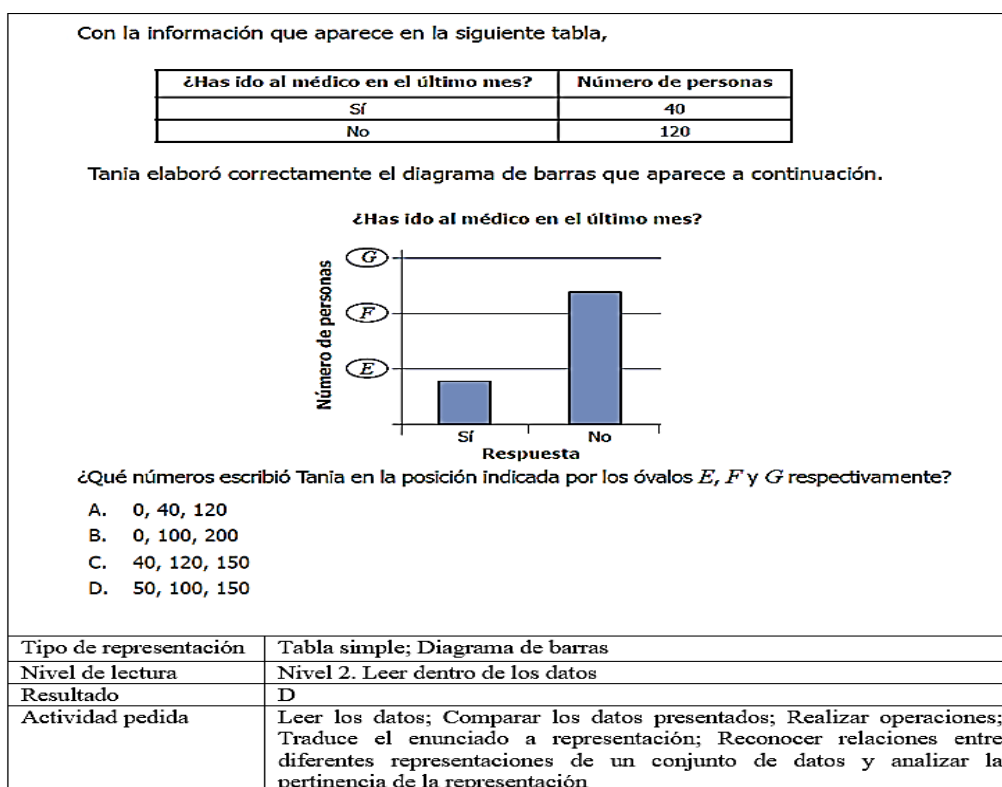


Figura 10. Ejemplo de diagrama de barra y tabla de las pruebas SABER de N2

En los años de las pruebas este tipo de nivel tiene un promedio de un 40% en encontrar con frecuencia en los exámenes, pues es de tener en cuenta que siempre se requiere de un cálculo para sacar conclusiones y la respuesta cuando se tiene una competencia de razonamiento o resolución

de problemas. Para el año 2020 se obtuvo carencia de este nivel por el manejo que se le dio al examen debía ser virtual y se piensa que contribuyo una parte esto para que no manejaran ese tipo de nivel en las preguntas de ese año.

Se analiza que en los problemas que involucran gráficos y tablas en la prueba SABER-9 para el Nivel N2 "Leer entre los datos", es obligatorio hacer comparación o una operación con los datos (por ejemplo, interpretación e integración de los datos en el gráfico o tabla), es decir, extracción de tendencias tal como lo define Bertín (1967). En los problemas analizados los estudiantes deberían establecer una relación entre dos subconjuntos de datos que pueden ser definidos a priori o visualmente. Los procesos implicados suponen que la interpretación implica ir más allá de la lectura de sus valores aislados, es trascender del nivel de lectura elemental a un nivel intermedio (Wainer, 1992).

Para el Nivel N3 (leer más allá de los datos), se considera que la persona debe indagar el efecto y hacer una proyección de lo que sucederá para encontrar la respuesta, que podría pasar sí, al hacer una operación el resultado no se encuentre en el grafico ilustrado, realizar un análisis crítico ya sea buscando un dato que no esté e imaginarlo y venirlo a ubicar en el gráfico. El estudiante debe tener una postura de analítico tanto para la situación como el contexto y una mente abierta para que pueda desarrollar este tipo de ítems de nivel 3, prueba de ello de la información obtenida se evidencia que es muy poco común este tipo de nivel en los ítems y la complejidad que resulta. El porcentaje para este nivel es de un aproximado del 7% de su presencia en las pruebas SABER de estos años, solo en el año 2012 y 2013 se encontraron ítems de este nivel. Por lo general, es ausente este tipo de nivel. Un ejemplo para este nivel seria

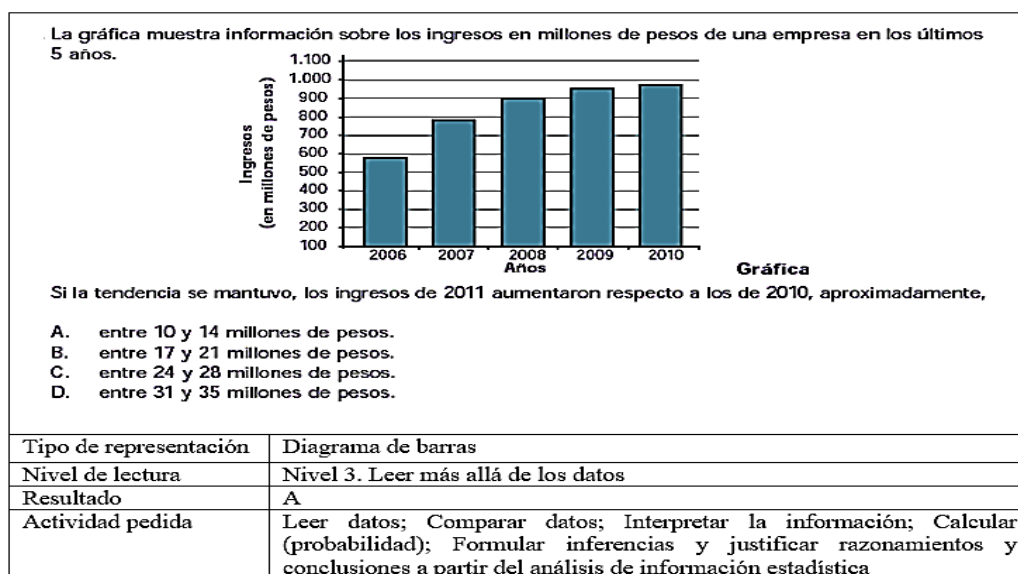


Figura 11. Ejemplo de diagrama de barra y tabla de las pruebas SABER de N3

En los años 2020 y 2021 se observó que usaron los mismos contextos y estructura del ejemplo, pero con cantidades diferentes, pero se conserva el nivel. Además, otro punto a tener en cuenta es que la página libera cierta cantidad de cuadernillos debido que se utiliza para acomodar o usar información en las pruebas de los próximos años, por eso en estos dos años las preguntas encontradas de tipo estadístico fueron 12 para un total de 20 ítems que es la cantidad de preguntas que había por materia.

Se analiza que el nivel N3 “Leer más allá de los datos”, implica que el estudiante pueda hacer una extensión de los datos a información no proporcionada en el gráfico o en la tabla. Los problemas analizados en este nivel solicitan a los estudiantes percibir la tendencia para el comportamiento de los datos a partir de unos dados, es decir, con los valores de la variable pueden calcular y proyectar el valor de la variable para experimentos o casos futuros, de tal forma que logren responder con el promedio o un dato nuevo; esto implica un análisis de la estructura de los datos ya que, solicitan describir medidas que no se presenta en el gráfico, pero que es posible inferir a partir de la información proporcionada.

En síntesis, los resultados muestran que las tablas y gráficos se pueden evaluar según los siguientes niveles de lectura según Curcio (1989): “leer los datos”, “leer entre los datos” y “leer más allá de los datos”. Se observa que la mayoría de las pruebas incluyen problemas que solicitan de un nivel N1 en lectura gráfica (leer los datos), aumentando con el año este nivel al nivel N2.

### Niveles de complejidad semiótica de los ítems analizados

El proyecto muestra una clasificación de los niveles de complejidad semiótico estudiados atendiendo el tipo de información que se requiere para leer e interpretar dicha representación y la manera que se debe tener en cuenta para observar la información más relevante a partir del gráfico.

Tabla 7. Complejidad semiótica en los ítems analizados

Nivel	Año					
	2012	2013	2014	2015	2020	2021
	%	%	%	%	%	%
N1. Representa sólo sus datos	13	7	0	0	0	0
N2. Representa resultados individuales	60	57	46	44	100	25
N3. Gráficos separados para cada muestra	27	36	46	56	0	75
N4. Gráficos conjuntos en un mismo marco	0	0	8	0	0	0
TOTAL	100	100	100	100	100	100

Fuente: construcción propia



En este análisis se consideraron los niveles de complejidad semiótica propuestos por Arteaga (2011). A continuación, se describe los niveles encontrados para las representaciones usadas en los ítems de la prueba. Se encontró el nivel N1 en los años 2012 y 2013 con porcentajes de presencia de menor valor.

El nivel N2 es el más presente en todos los años, para el año 2012 cuenta con un porcentaje del 60% y se sigue manteniendo su existencia en todos los demás años, en términos generales es el que más aparece tanto así que en el año 2020 toda la prueba fue de nivel N2, también ha aumentado el nivel N3 se evidencia su presencia en los porcentajes obtenidos en cada año y va aumentando tan considerablemente que en el año 2021 fue el de mayor valor que los anteriores años.

Los niveles con más presencia son las de N2 y N3 porque se presentan en tablas y gráficos para mencionar las variables que se van a tener en cuenta. El nivel N4 es entre todos los años analizados, por su descripción es poco usado el estilo de este nivel en la representación.

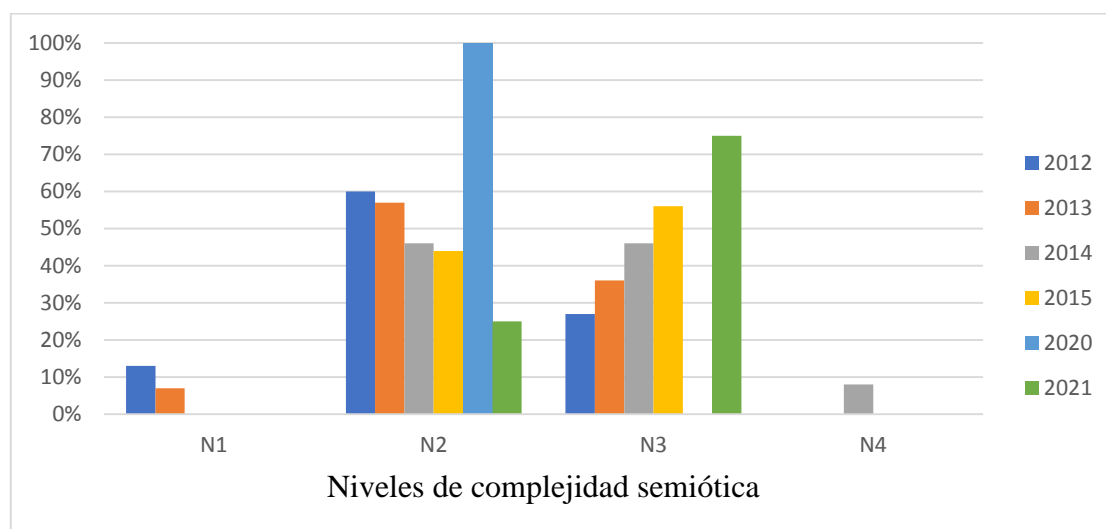


Figura 12. Nivel de complejidad semiótica en las pruebas SABER para los años 2012-2021

En este nivel de complejidad N2 se ubican la mayoría de las representaciones analizadas, cuando se representan los valores individuales de la variable o listan los datos en una tabla en el mismo orden que se dieron, sin llegar a formar las frecuencias o la distribución. Los valores son representados en un orden artificial, pues sólo indica el orden arbitrario en que se recogieron los datos. Posibilita un nivel de lectura de extracción de datos (Bertín, 1967), pues visualiza la variabilidad, sin mostrar la tendencia. La Figura 13 muestra un ejemplo.

<p>Un grupo de 6 estudiantes de un curso está organizando un paseo y después de hacer el presupuesto, determinan que requieren en promedio \$45.000 por estudiante.</p> <p>La tabla muestra la cantidad de dinero que aportó cada uno de los estudiantes.</p> <table border="1"> <tr><td>Estudiante 1</td><td>\$23.000</td></tr> <tr><td>Estudiante 2</td><td>\$42.000</td></tr> <tr><td>Estudiante 3</td><td>\$42.000</td></tr> <tr><td>Estudiante 4</td><td>\$46.000</td></tr> <tr><td>Estudiante 5</td><td>\$47.000</td></tr> <tr><td>Estudiante 6</td><td>\$88.000</td></tr> </table> <p>Tabla</p> <p>Con este presupuesto, ¿es posible realizar el paseo?</p> <p>A. Sí, porque el promedio del dinero recolectado es aproximadamente el doble del requerido.  B. Sí, porque el promedio del dinero recolectado es \$3.000 mayor que el requerido.  C. No, porque el promedio del dinero recolectado es aproximadamente la mitad del requerido.  D. No, porque el promedio del dinero recolectado es \$3.000 menor que el requerido.</p>		Estudiante 1	\$23.000	Estudiante 2	\$42.000	Estudiante 3	\$42.000	Estudiante 4	\$46.000	Estudiante 5	\$47.000	Estudiante 6	\$88.000
Estudiante 1	\$23.000												
Estudiante 2	\$42.000												
Estudiante 3	\$42.000												
Estudiante 4	\$46.000												
Estudiante 5	\$47.000												
Estudiante 6	\$88.000												
Respuesta	B												
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla												
Actividad pedida	Comparar los datos presentados; Realizar cálculos (promedio) con los mismos para responder a la pregunta; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos												

Figura 13. Ejemplo de tabla simple de las pruebas SABER de N2

Representaciones de nivel de complejidad N3. En este nivel aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla o gráfico. Para los valores repetidos de los datos se muestra la frecuencia de dichos valores.

En este nivel se ubican la mayoría de las representaciones analizadas (40%); se ve en un gráfico o tabla la representación del conjunto de valores de la variable con distribución de frecuencias implícita. En este tipo de gráficos y tablas es posible percibir una relación entre dos o más subconjuntos de datos. Un ejemplo de este nivel está en el ítem Figura 14

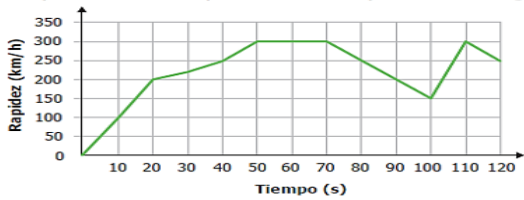
<p>La gráfica muestra la rapidez de un helicóptero durante los primeros 120 segundos de un recorrido.</p>  <p>¿Cuál fue la máxima rapidez del helicóptero durante los primeros 120 segundos del recorrido?</p> <p>A. 300 km/h.  B. 250 km/h.  C. 200 km/h.  D. 150 km/h.</p>	
Respuesta	B
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Interpretar (tendencias de los datos).

Figura 14. Ejemplo de tabla simple de las pruebas SABER de N3

#### 4. CONCLUSIONES

A continuación, se exponen las conclusiones a las que se obtenido con respecto a los objetivos que se expusieron en el proyecto y acorde con el macro proyecto en el cual se inscribe este estudio.

En este estudio se abordan y analizan tablas y gráficos estadísticos en problemas que proceden del componente aleatorio en la prueba SABER-9°. Se selecciona una colección de 65 problemas en total los cuales se examinaron y que fueron tomados de las pruebas liberadas en el portal del ICFES y aplicadas durante los años 2012 al 2015 y de los años 2020 y 2021. Los problemas o ítems de la muestra involucraron la interpretación y lectura de información representada en tablas y gráficos estadísticos procedentes de pruebas SABER 9. Se encontró que la colección de ítems (o problemas) cumplió con las condiciones para el análisis de contenido. Se concluye que las variables elegidas para el análisis fueron pertinentes. En cada problema analizado se investigó por el tipo de representación, la lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias aunque no se evalúan en el texto como tal porque son escasas si pedían en algunas preguntas promedio, la moda y la mediana; en las pruebas del año 2012 se encontraron tres ítems el cual requería buscar el promedio y moda de unos datos; para el año 2020 en dos ítems debían encontrar la mediana y moda de un registro de datos y para el año 2021 había una pregunta donde solicitaba saber la moda de unos datos tabulados en unas tablas, se examinó la de tipos de crecimiento, formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

Para dar cuenta del primer objetivo específico, se realiza el estado del arte a partir de las investigaciones sobre interpretación, lectura y comprensión de gráficas estadísticas, el cual configuró el marco referencia y permitió la definición teórica de las variables de análisis. Se concluye que la selección de tareas está acorde a las exigencias que suponen los tres niveles de lectura de las tablas y gráficos estadísticos. Lo anterior supone que los problemas allí involucrados han considerado necesario la presencia y evolución de los diferentes niveles de lectura para las representaciones presentes en los reactivos (ítems); en tal caso, los escolares pueden obtener información de utilidad para responder con certeza a la pregunta planteada en la situación-problema, al igual que facilita la abstracción y el re- conocimiento de los distintos convenios usados en los gráficos y tablas.

En relación al segundo objetivo específico, los resultados se obtienen a partir de la revisión histórica a las directrices curriculares y demás documentos que plantean la incorporación de la

estadística en la enseñanza de las matemáticas para la Educación Básica y Media en Colombia. Se encontró que el uso de gráficos es un tema que es relevante en el currículo de las matemáticas, el componente aleatorio y los sistemas de datos considera que estudiar el pensamiento estadístico, una muy poderosa herramienta para investigar y también para el manejo de los datos, en este componente curricular se involucra el estudio de las tendencias sobre el tiempo, la variación, las medidas de tendencia central y la distribución. Se considera que el currículo de las matemáticas en Colombia aborda los elementos esenciales para enfrentar los presupuestos que conllevan la idea de Cultura estadística, sin embargo, se observa también la necesidad de más investigación sobre desarrollo conceptual de los estudiantes en este componente, lo cual les permitiría asumir niveles superiores de lectura de gráficos y tablas estadísticas. Se puede concluir que las directrices curriculares plantean una clara tendencia en centrarse sobre conceptos matemáticos que conllevan al razonamiento y a la resolución de los problemas estadísticos del mundo real. En consecuencia, de ello, se consideran que los gráficos permiten evaluar el conocimiento que tienen los estudiantes al respecto de la alfabetización cuantitativa y cualitativa, es decir, la habilidad para usar las matemáticas en contextos de la vida cotidiana.

Para dar cumplimiento al tercer objetivo específico examina las cuestiones (preguntas) solicitadas en cada uno de los 65 ítems; con lo anterior, se evalúa los significados matemáticos de los gráficos estadísticos presentes en la colección de problemas. Se concluye que el análisis de contenido permite definir los rasgos que caracterizan los componentes de la tarea y los conceptos estadísticos (significados matemáticos) presentes en las resoluciones de los problemas que configuraron la colección de la muestra. El estudio concluye que el tipo de gráfico abordado en la colección de muestra procedente de las pruebas SABER-9 se reduce a las representaciones básicas (barras, tortas, tablas simples, líneas,) son ausentes gráficos de caja, araña, curvas o tablas dobles donde se acude al análisis de dos o más distribuciones de variable. Sin embargo, a medida que transcurre la prueba se observa la incorporación de otros tipos de gráficos (ejemplo; árbol, anillo, pictogramas). Se confirma lo planteado en estudios previos sobre la evolución y dificultades en la comprensión de los gráficos estadísticos por parte de los escolares del departamento del Meta, que van desapareciendo, pero no totalmente al avanzar en el desarrollo del aprendizaje de la estadística (Castellanos, Montealegre, Castro, 2020).

El tercer objetivo específico direcciona el proyecto a evaluar los niveles de lectura presentes en una colección de tareas seleccionadas siguiendo los presupuestos del marco de referencia según, Friel, Curcio y Bright (2001). Los resultados logrados a través del análisis permiten identificar la presencia de los tres niveles de lectura en una muestra de 65 ítems seleccionados en este estudio y procedentes de las pruebas SABER-9°. El nivel de lectura de gráficos N3: leer más allá de los datos, tiene poca presencia en las tareas analizadas y en correspondencia con estudios previos (Castellanos, 2013) el nivel N1: Leer los datos disminuye con los años dando espacio al nivel de lectura N2. Se concluye que predominan los gráficos de barras y en menor proporción las tablas

(simples), Aunque se encuentran gráficos de sectores y los diagramas de líneas son escasos, se confirman resultados de otros estudios (Sánchez, 2017).

Se concluye que la colección de problemas analizados (procedentes de pruebas SABER-9° exhiben coherencia entre las competencias a evaluar y los gráficos usados en las tareas; sobresalen las tareas que solicitan la competencia comunicativa (leer o interpretar información estadística sencilla), sin proporcionar argumentos basados en datos que aparecen en los gráficos estadísticos. El razonamiento y resolución de problemas tiene representatividad en menor porcentaje.

Los anteriores hallazgos y conclusiones permiten concretar el logro del objetivo principal, en consecuencia se puede decir que se estudió una colección de 65 problemas extraídos de las pruebas liberadas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, con problemas clasificados por año y tipo de gráfico se evaluaron en la resolución de cada ítem los significados matemáticos involucrados, en tal caso se logró establecer coherencia con las respuestas presentes en cada ítem (clave de respuesta). De igual manera se lograron establecer los niveles de lectura que involucran los gráficos estadísticos presentes en la colección de problemas analizados.

En términos generales se concluye que el estudio asumió de manera pertinente los presupuestos de varias investigaciones para definir y analizar la colección de problemas a través de las variables: elementos de los gráficos estadísticos, tipos de gráficos y tablas estadísticas, actividades matemáticas solicitadas en la lectura de las representaciones y niveles semióticos. Se concluye que para evaluar los niveles en la lectura de una tabla se pueden tomar los propuestos procedentes de la lectura de gráficos estadísticos con adición de los aportes en estudios previos para tablas estadísticas por Castellanos (2013) y Díaz-Levicoy et al., (2020).

## BIBLIOGRAFÍA

- Aoyama. (2007). *Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. International Electronic Journal of Mathematics Education*. 2(3). Online: <http://www.iejme.com/032007/d10.pdf>.
- Arteaga. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores (Tesis Doctoral)*. España: Universidad de Granada.
- Arteaga, Batanero, Cañadas & Contreras. (2011). Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. *NÚMEROS, Revista Didáctica de las Matemáticas*, 55-67., 58.
- Arteaga, Batanero, Contreras & Cañadas. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Latinoamericana de investigación en matemática educativa*.
- Batanero. (2001). *Didáctica de la Estadística. Grupo de Investigación en Educación* . 19.
- Bertín. (1967). *Semiologie graphique. Paris: Gauthier-Villars*. Trans. as *Semiology of Graphics* (1983). Wisconsin: University of Wisconsin Press.
- Castellanos. (2013). *Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia. Tesis de Máster. Universidad de Granada*. España.
- Castellanos y Arteaga. (2013). Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la Educación Primaria en España y Colombia. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga. Granada: Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.
- Castellanos y Castro. (2019). Alfabetización estadística en escolares del Departamento del Meta. *Corocora*, 16(1) 18-31.
- Castellanos, M., Montealegre, Cruz, & Castro, A. (2020). Lectura de gráficos estadísticos e interpretación de información estadística: un experimento con escolares del departamento del Meta. *Revista SIGMA*, 16(2).
- Cleveland y McGill. (1984). *Graphical perception: theory, experimentation* . 79(387), 531-554. .

- Curcio. (1987). *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*. *Journal for Research in Mathematics. Education*, 101 18(5), 382-393. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.18.5.0382>.
- Curcio. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M. .
- Díaz-Levicoy. (2018). Gráficos estadísticos en libros de texto de matemática de Educación Primaria en Perú. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*. . Rio Claro.
- Espinel, González, Bruno & Pinto. (2009). Las gráficas estadísticas. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estadística*.. Melilla. Facultad de Humanidades y Educación.
- Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry & Scheaffer (2007) *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE)*. report: A Pre-K-12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical. Obtenido de Online: [www.amstat.org/Education/gaise/](http://www.amstat.org/Education/gaise/).
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). *Making sense of graphs: critical factors. Influencing Comprehension and Instructional Implications*. *Journal for Research in Mathematics. Education*, 32(2), 124-158. <https://doi.org/10.2307/749671>.
- Gal. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*.
- García. (2020). *Análisis exploratorio de la lectura conjunta de dos gráficos estadísticos por estudiantes de secundaria*. España.
- García y Bruno. (2019). *Lectura de gráficos estadísticos y tareas numéricas en alumnado de secundaria y futuros profesores*. España.
- García, A. L. (2019). Avances en la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria después de actividades de aprendizaje . *Espacios*, 1-15.
- García, Arredondo, López & Baltazar. (2019). *Avances en la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria después de actividades de aprendizaje*. *Espacios*, 1-15.
- Álvarez, Guerrero & Torres. (2020). *Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia*. Zetetiké, Campinas.
- Hernández, Fernández & Baptista. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill Education. México : Sexta.
- ICFES. (2018). *Resultados Nacionales SABER 3º, 5º y 9º 2012-2021*. Bogotá D.C.: ICFES.

- Kosslyn. (1985). *Graphics and human information processing: A review of five books*. *Journal of the American Statistical Association*, 80(391), 499-512. <https://doi.org/10.1080/01621459.1985.10478147>.
- Li y Shen. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*.
- Pinker. (1990). *A theory of graph comprehension*. . Artificial intelligence and the future testing 73-123 Hillsdale, NJ: Erlbaum. .
- Rico. (2013). El método del análisis didáctico . *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11-27.
- Rico y Moreno. (2017). Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria. España: Pirámide.
- Wainer. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*.
- Watson. (2004).. *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wu. (2004). *Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs*. In the 10 *International Congress on Mathematics Education*.. Copenhagen, Dinamarca.
- Alsina, A. (2010). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 22(1), 149-166.
- Amadeu, R., & Leal, J. P. (2013). Ventajas del uso de simulaciones por ordenador en el aprendizaje de la Física. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 177-188.
- Bustos, Á. S; & Zubieta, G., (2019). Desarrollo y cambios en las maneras de justificar matemáticamente de estudiantes cuando trabajan en un ambiente sociocultural. *Enseñanza de las Ciencias*. 37(3), 129-148.
- Castellanos, M. T., Flores, P., y Moreno, A. (2017). Reflections on Future Mathematics Teachers about Professional Issues Related to the Teaching of School Algebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 408-429.
- Castellanos, M. T., Flores, P., y Moreno, A. (2018). The reflection on practicum: A teaching experiment with Colombian students. *Profesorado: Revista de Currículo y Formación del Profesorado*, 22(1), 413- 439.
- Castellanos, M.T. (2019). Prática de ensino de matemática: um experimento de ensino com professores colombianos em formação. *Educar em Revista*, 35(78), 153-166.



- Castiblanco., A. C. (1997) *Sistemas Numéricos*. Grupo de Investigación Pedagógica, MEN, Santa Fe de Bogotá.
- Clements, M. K., Bishop, A.J., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F. K. (Eds.). (2013). *Third International Handbook of Mathematics Education*. New York: Springer.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2007). El uso del vídeo para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Investigación en la Escuela*, 61, 23-35.
- Fraser, B. J., Tobin, K. G., & McRobbie, C. J. (2012). *Second International Handbook of Science Education* (pp. 1191-1239). Dordrecht: Springer.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- García., L. G. (2004) Propuesta Didáctica: *La modelación matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial*. Tesis doctoral. Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza.
- Gavilán-Izquierdo, J. M., Sánchez-Matamoros, G. y Escudero, I. (2014). Aprender a definir en matemáticas: Estudio desde una perspectiva sociocultural. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 32(3), 529-550.
- Ghiso, A. (2008). La sistematización en contextos formativos universitarios. *Revista Internacional del Magisterio*. 33, 18-26.
- Grinell, R. (1997). *Social work research & evaluation: Quantitative and qualitative approaches*. E.E. Peacock Publishers, 5.ed. Illinois.
- Gutiérrez, A. & Boero, P. (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam, Holanda: Sense publishers.
- Gutiérrez, E. & Sierra, L.S. (2008) *¿Qué es la sistematización?* Bogotá: Fundación Social, Vicepresidencia de Desarrollo, Área de Gestión de Conocimiento.
- Jara, O (2015). La sistematización de experiencias produce un conocimiento crítico, dialógico y transformador. *Docencia*, 55, 33-39.
- Jaworski, B. & Wood, T. (2008). The mathematics teacher educator as a developing professional. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education: Tools and Processes in Mathematics Teachers Education*, 4, 157-22. Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers
- Korthagen, F. (2010). La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 68 (24,2), 83-102.

Latorre, A. (2016) *La Investigación-Acción: Conocer y Cambiar la práctica educativa*. España: Editorial Graó.

Melief, K., Tigchelaar, A., Korthagen, F. y Van Rijswijk, M. (2010). Aprender de la práctica. En O. Esteve, K. Melief y A. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión: una propuesta para el desarrollo del profesorado* (pp. 39-64). Barcelona: Editorial Octaedro.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá D.C: Magisterio, 1998. ISBN: 978-958-691-062-0.

Ministerio de Educación Nacional. (1991). *Marco general y propuesta de programa curricular matemática. 9º grado, educación básica secundaria*, Editorial Nueva Gente, Santafé de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2006) *Estándares Básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá D.C: MEN.113 p. (ISBN: 958-691-290-6).

Ministerio de Educación Nacional. (2017) Resolución 18583, por la cual se ajustan las características específicas de calidad de los programas de Licenciatura para la obtención, renovación o modificación del registro calificado. Bogotá, Colombia: El Ministerio.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA: Autor.

OECD (2019). Resultados y análisis Colombia PISA 2018 (Vol. III) Paris: OCDE Publishing.

Oliva Martínez, J. M. (2019). Distintas acepciones para la idea de modelización en la enseñanza de las ciencias.

Schön, D.A. (1983). *The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action*. New York: Basic Books.

Villa-Ochoa, J. A., Rojas, C., & Cuartas, C. M. (2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: Reflexiones acerca de la “realidad” en modelación en educación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte* (29), 1-17.

Zamora, A., & Ardura, D. (2014) ¿En qué medida utilizan los estudiantes de Física de Bachillerato sus propios errores para aprender? Una experiencia de autorregulación en el aula de secundaria. *Enseñanza de las ciencias*. 32 (2), 253-268.

## **RECOMENDACIONES**

Dentro del informe final se recomienda muy respetuosamente a los docentes e instituciones educativas, que vinculen el análisis de gráficos estadísticos dentro de las actividades de clase. Además de hacer uso de los ítems de las pruebas SABER para incorporarlas como ejercicios de profundización y que parte de este material se utilice para enseñar estadística de manera práctica y que no se base solo a libros de texto, de esta forma se puede generar cultura estadística en los estudiantes y además mejorar los resultados obtenidos en los exámenes de estado.

De forma general se recomienda a las instituciones educativas que, en el plan de estudios de matemáticas, se incorpore los niveles de lectura de gráficos estadísticos y niveles semióticos para la distribución de datos en el área de estadística y en los escolares, que les permita evaluar un gráfico y esto le ayude a comprender la información representada con el propósito de no causar frustraciones en los estudiantes que aún no logran leer entre los datos y leer más allá de los datos.

De igual modo se recomienda a los estudiantes de la universidad de llanos y futuros docentes que indaguen y promuevan las nuevas tendencias, las concepciones y los alcances de la estadística en los distintos ámbitos.

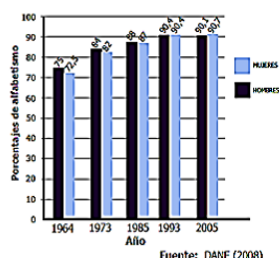
## ANEXOS

### Anexo 1: ítem de tipo estadístico recopilado de las pruebas SABER-9° de los años 2012-2021

RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN		
Se les preguntó a 32 estudiantes de un colegio por el número de horas que dedican a ver televisión diariamente. Los resultados aparecen en la siguiente lista.		
0, 2, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 0, 2, 4, 2, 2, 4, 0, 4, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 4, 4, 0		
1. ¿Cuál es la moda de esta lista?		
A. 0		
B. 2		
C. 3		
D. 4		
Competencia evaluada	Planteamiento y Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Serie	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 1. Aparece una lista de datos	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

2. ¿En cuál de los siguientes diagramas circulares se representa correctamente la información de la lista?		
Competencia evaluada	Comunicación, Representación y Modelación	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Traduce el enunciado a representación; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

13. En la siguiente gráfica se muestran los resultados de los últimos cinco censos realizados en Colombia respecto a los porcentajes de alfabetismo de mujeres y hombres mayores de 15 años.



Fuente: DANE (2008)

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones acerca de la gráfica es o son verdadera(s)?

- El porcentaje de alfabetismo en el 2005 aumentó respecto al nivel de 1964.
- En todos los censos, el porcentaje de alfabetismo en hombres fue mayor que el porcentaje de alfabetismo en mujeres.
- En los últimos 4 censos el porcentaje de alfabetismo fue superior a 80 tanto en hombres como en mujeres.

- I solamente.
- II solamente.
- I y III solamente.
- II y III solamente.

Competencia evaluada	Razonamiento y Argumentación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras adosadas (doble)	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Interpretar un gráfico; Traduce el enunciado a representación; Formular inferencias y justificar Razonamiento y argumentación y conclusiones a partir del análisis de información estadística	

16. Con la información que aparece en la siguiente tabla,

¿Has ido al médico en el último mes?	Número de personas
Si	40
No	120

Tania elaboró correctamente el diagrama de barras que aparece a continuación.



¿Qué números escribió Tania en la posición indicada por los óvalos E, F y G respectivamente?

- 0, 40, 120
- 0, 100, 200
- 40, 120, 150
- 50, 100, 150

Competencia evaluada	Comunicación, Representación y Modelación	Clave D
Tipo de representación	Tabla simple; Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias en un gráfico y tabla	
Actividad pedida	Leer los datos; Comparar los datos presentados; Realizar operaciones; Traduce el enunciado a representación; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

- En la siguiente gráfica se muestra la variación del peso de Pedro respecto a su edad. Las regiones sombreadas permiten determinar cuándo ha tenido sobrepeso, peso normal o bajo peso.



14. ¿En cuál de las siguientes tablas la información consignada corresponde a la información de la gráfica?

A.		B.	
Años	Peso en kilogramos	Años	Peso en kilogramos
4	15	4	15
6	20	6	20
8	30	8	25
10	35	10	30
12	35	12	35

C.		D.	
Años	Peso en kilogramos	Años	Peso en kilogramos
7	25	7	25
8	30	8	26
9	35	9	27
10	40	10	27
11	45	11	27

Competencia evaluada	Comunicación, Representación y Modelación	Clave A
Tipo de representación	Gráfica; Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Traduce el enunciado a representación; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

24. Observa los resultados obtenidos luego de lanzar un dado corriente 10, 100 y 1.000 veces.

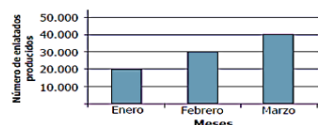
Número de lanzamientos	Frecuencia					
	1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos	5 puntos	6 puntos
10	0	2	3	3	1	1
100	18	16	13	15	20	18
1.000	155	167	172	165	163	178

De acuerdo con los resultados de la tabla, si el dado se lanza 10.000 veces, es de esperar que se obtengan 3 puntos, aproximadamente

- 1.600 veces.
- 3.000 veces.
- 5.000 veces.
- 6.500 veces.

Competencia evaluada	Razonamiento y Argumentación	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 3. Leer más allá de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Comparar datos para dos distribuciones en una tabla; Interpretar la información; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

27. En la gráfica se muestra el número de enlatados de durazno producidos por una empresa durante los 3 primeros meses del año. En la tabla se muestra el porcentaje de estos enlatados que han sido vendidos.



Meses	Porcentaje de enlatados de durazno vendidos
Enero	10%
Febrero	30%
Marzo	40%

¿Cuántos enlatados de durazno vendieron en marzo?

- A. 9.000  
B. 16.000  
C. 24.000  
D. 40.000

Competencia evaluada	Planteamiento y Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias en un gráfico y tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar, usar e interpretar la información; Calcular (aplicar una regla de tres simple para calcular el total); Traducir a otra representación; Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.	

28. Andrés y David están entrenando para un campeonato de pimplón. En la siguiente tabla aparece el ganador de cada uno de los últimos 10 partidos jugados entre ellos.

Juego	Ganador
1	Andrés
2	Andrés
3	David
4	David
5	David
6	Andrés
7	David
8	Andrés
9	David
10	David

De acuerdo con la información de la tabla, ¿cuál es la observación de mayor probabilidad con respecto al ganador en estos 10 juegos?

- A. David, porque ganó los 2 últimos juegos.  
B. Andrés, porque ganó los 2 primeros juegos.  
C. David, porque ganó 6 de 10 juegos.  
D. Andrés, porque ganó 4 de 10 juegos.

Competencia evaluada	Razonamiento y Argumentación	Clave C
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Interpretar la información; Traducir a otra representación; Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular	

En la siguiente tabla se muestra la marca, el precio por litro y la cantidad de litros de helado vendidos por un distribuidor en cuatro tiendas distintas.

MARCA	PRECIO POR LITRO	TIENDA 1	TIENDA 2	TIENDA 3	TIENDA 4
El Fresco	\$5.000	10 litros	9 litros	6 litros	7 litros
Hela 2	\$4.500	9 litros	8 litros	9 litros	9 litros
Delicioso	\$3.500	8 litros	4 litros	8 litros	9 litros
San Alberto	\$6.500	4 litros	8 litros	7 litros	6 litros

31. ¿Cuál es la marca de helado que más ha vendido el distribuidor en estas cuatro tiendas?

- A. El Fresco  
B. Hela 2  
C. Delicioso  
D. San Alberto

Competencia evaluada	Comunicación, Representación y Modelación	Clave B
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Comparar, usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	

En la siguiente tabla se muestra la marca, el precio por litro y la cantidad de litros de helado vendidos por un distribuidor en cuatro tiendas distintas.

MARCA	PRECIO POR LITRO	TIENDA 1	TIENDA 2	TIENDA 3	TIENDA 4
El Fresco	\$5.000	10 litros	9 litros	6 litros	7 litros
Hela 2	\$4.500	9 litros	8 litros	9 litros	9 litros
Delicioso	\$3.500	8 litros	4 litros	8 litros	9 litros
San Alberto	\$6.500	4 litros	8 litros	7 litros	6 litros

32. La tienda 2 pagó, en total, al distribuidor

- A. \$120.000  
B. \$147.000  
C. \$160.000  
D. \$167.000

Competencia evaluada	Planteamiento y Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular	

37. Un estudiante dejó caer una pelota 6 veces desde la azotea de un edificio de 20 m de altura. En la siguiente tabla, el estudiante registró el tiempo que tardó la pelota en llegar al suelo, en cada una de las caídas.

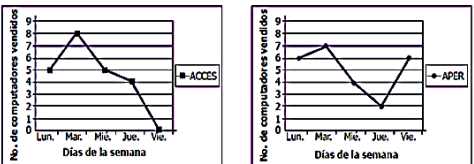
Número de caída	Tiempo de caída (segundos)
Primera	2
Segunda	2,1
Tercera	1,9
Cuarta	2
Quinta	1,8
Sexta	2,2

¿Cuál de los siguientes tiempos de caída fue menos probable, al observar los datos recolectados?

A. 1,9 segundos.  
B. 2 segundos.  
C. 2,1 segundos.  
D. 3 segundos.

---

Competencia evaluada	Planteamiento y Resolución de problemas	Clave D
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Identificar los datos en la representación; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

40. En las siguientes gráficas se muestra el registro de ventas de dos marcas de computadores, en un almacén durante una semana.		
		
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?		
A. El martes se vendieron más computadores de la marca APER. B. El viernes se vendieron más computadores de la marca ACCES. C. El jueves se vendieron igual cantidad de computadores de ambas marcas. D. El lunes se vendieron menos computadores de la marca ACCES.		
Competencia evaluada	Comunicación, Representación y Modelación	Clave D
Tipo de representación	Diagrama de línea	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Interpretar (tendencias de los datos); Identificar, usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	

48. En el colegio "Nuevo País", los 200 estudiantes de primaria y los 300 de secundaria votaron para elegir al Personero de los estudiantes.

En la tabla 1 y en la tabla 2 se presenta información sobre los resultados.

**Tabla 1**

PORCENTAJE DE VOTACIÓN EN TODO EL COLEGIO	
Votos	Porcentaje de votantes
En blanco	20%
Nulos	10%
Candidato F	30%
Candidato G	40%

**Tabla 2**

RESULTADOS EN PRIMARIA	
Votos	Nº de votantes
En blanco	10
Nulos	40
Candidato F	90
Candidato G	60

¿Cuántos votos obtuvo el candidato G en secundaria?

A. 40  
B. 60  
C. 140  
D. 200

Competencia evaluada	Planteamiento y Resolución de problemas	Clave C
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Calcular (sumar los votos mostrados para calcular el total); Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales	

52. Un grupo de amigos juega "Lanza y acierta". Cada jugador en su turno:

1. Coloca tres fichas en casillas distintas en un tablero como el siguiente:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

2. Lanza dos dados y suma el número de puntos de las caras superiores

3. Se anota un punto si el resultado anterior coincide con el número de una de las casillas donde colocó las fichas.

¿Cuáles son las casillas que un jugador debe escoger para tener mayor probabilidad de ganar un punto?

- A. 2, 3 y 4
- B. 2, 7 y 12
- C. 6, 7 y 8
- D. 10, 11 y 12

Competencia evaluada	Razonamiento y Argumentación	Clave C
Tipo de representación	Numérica	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 1. Listado de datos	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Interpretar datos; Calcular (probabilidad); Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	

53. En una encuesta, se les preguntó a los estudiantes de un grupo sobre su deporte favorito. Algunos resultados se presentan en la siguiente tabla.

Deporte	Voleibol	Fútbol	Baloncesto	Otros	Total de encuestados
Número de estudiantes	4	21	¿?	3	37

¿Cuál o cuáles de los siguientes datos se puede(n) obtener a partir de la información presentada?

I. El número de estudiantes del grupo que prefiere baloncesto.  
II. El número de estudiantes del grupo que prefiere ajedrez.  
III. El porcentaje de estudiantes del grupo que prefiere fútbol.

A. I solamente.  
B. I y II solamente.  
C. I y III solamente.  
D. III solamente.

Competencia evaluada	Planteamiento y Resolución de problemas	Clave C
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Interpretar datos; Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular	

5. La siguiente gráfica representa el número de horas diarias que un grupo de estudiantes navega en internet.	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información de la gráfica?

A. 

Número de estudiantes	Número de horas
1	1
2	0
3	1
4	1
5	2
6	1

B. 

Número de estudiantes	Número de horas
1	5
2	3
3	5
4	6
5	4
6	1

C. 

Número de estudiantes	Número de horas
5	1
3	2
5	3
6	4
4	5
1	6

D. 

Número de estudiantes	Número de horas
1	1
0	2
1	3
1	4
2	5
1	6

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla y en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

6. "La tabla muestra información referente a las edades y al deporte practicado por un grupo de estudiantes de grado 9º de un colegio.			
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Edad (años)	Deporte practicado			Total
	Fútbol	Baloncesto	Voleibol	
13	10	3	9	22
14	6	1	12	19
15 ó más	2	2	15	19
Total	18	6	36	60

Tabla

Para la inauguración de los juegos intercuols del colegio, se debe elegir, al azar, uno de estos estudiantes para llevar la antorcha.

I. La probabilidad de que el estudiante tenga 14 años es igual a la probabilidad de que tenga 15 ó más.  
 II. La probabilidad de que el estudiante practique baloncesto es menor que la probabilidad de que practique voleibol.  
 III. La probabilidad de que el estudiante tenga 13 años y practique voleibol es mayor que la probabilidad de que tenga 13 años y practique fútbol.

¿Cuál(es) de las anteriores afirmaciones es (son) verdadera(s)?

A. I y II solamente.  
 B. II y III solamente.  
 C. I solamente.  
 D. III solamente.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	

8. La tabla registra los porcentajes de erosión, humedad y nutrientes de un bosque que no ha sido intervenido por los humanos.	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Característica	Porcentaje (%)
Erosión	20
Humedad	90
Nutrientes	100

Tabla

El diagrama que representa apropiadamente la información anterior es

A.

B.

C.

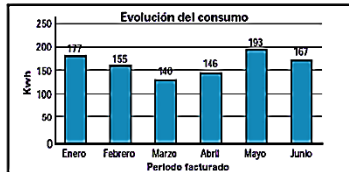
D.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras, circular, de línea; Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	



14. Para facturar el consumo de energía de una vivienda en la que no se pudo realizar la lectura del contador, la empresa de energía promedió el consumo de los últimos 6 meses.

En la gráfica aparece el consumo, en Kwh, de esta vivienda en esos meses.



Gráfica

Con este procedimiento, ¿cuántos Kwh facturó la empresa de energía en esta vivienda?

- A. 163  
B. 186  
C. 177  
D. 193

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave A
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Calcular (sumar frecuencias de los distintos valores de la variable); Comparar datos; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos presentado en diagramas de barras	

16. La tabla representa los resultados de las entrevistas realizadas por el departamento de recursos humanos de una empresa a 6 aspirantes a un cargo.

Aspirante	Aspiración salarial	Estudia actualmente	Tiene moto
M	\$600.000	Si	Si
N	\$500.000	No	No
P	\$700.000	Si	No
Q	\$550.000	No	Si
R	\$500.000	No	Si
S	\$800.000	Si	Si

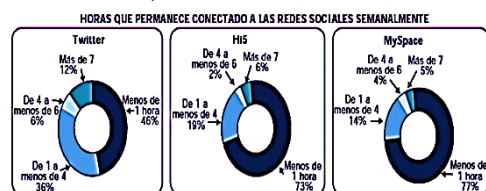
Tabla

Si a la empresa le interesa contratar un trabajador que no estudie actualmente, tenga moto y una aspiración salarial que no supere los \$600.000, es correcto afirmar que la empresa

- A. puede seleccionarlo, porque cualquiera de los seis aspirantes cumple con los requisitos exigidos.  
B. puede seleccionarlo, porque al menos un aspirante reúne los requisitos exigidos.  
C. no puede seleccionarlo, porque los aspirantes que tienen moto, estudian.  
D. no puede seleccionarlo, porque los aspirantes que tienen menor aspiración salarial no tienen moto.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Interpretar la información presentada; Reconocer la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno	

18. Un estudio realizado en el año 2010 por *Analitika Research & Marketing*, presentó las siguientes gráficas, relacionadas con el tiempo de conexión de los usuarios, de tres redes sociales.



Tomado de: *Analitika Research & Marketing* (2010).

De acuerdo con la información, al escoger una de estas redes es más frecuente que los usuarios de esta red se conecten semanalmente

- A. menos de 1 hora.  
B. de 1 hora a menos de 4 horas.  
C. de 4 horas a menos de 6 horas.  
D. más de 7 horas.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave A
Tipo de representación	Diagrama de anillo	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer frecuencia; Identificar los datos en la representación; Interpretar la información presentada; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

26. La tabla muestra información referente al nivel educativo y al género de los empleados de una empresa.

Nivel de estudios	Género	Mujeres	Hombres	TOTAL
Bachillerato		10	20	30
Técnico		30	15	45
Universitario		20	25	45
TOTAL		60	60	120

Tabla

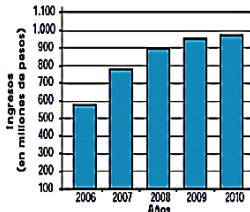
En la empresa, se va a elegir al azar un(a) empleado(a) para financiarle estudios profesionales o de posgrado.

La probabilidad de elegir una mujer que tenga estudios universitarios es igual a la probabilidad de que el(a) elegido(a) tenga estudios

- A. universitarios y sea de cualquier género.  
B. técnicos o universitarios y sea de cualquier género.  
C. de cualquier nivel y sea hombre.  
D. de bachillerato y sea hombre.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave D
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Interpretar la información; Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	

27. La gráfica muestra información sobre los ingresos en millones de pesos de una empresa en los últimos 5 años.



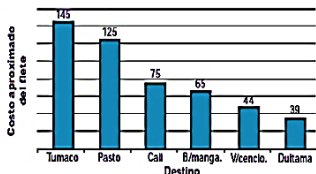
Gráfica

Si la tendencia se mantuvo, los ingresos de 2011 aumentaron respecto a los de 2010, aproximadamente,

- A. entre 10 y 14 millones de pesos.
- B. entre 17 y 21 millones de pesos.
- C. entre 24 y 28 millones de pesos.
- D. entre 31 y 35 millones de pesos.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 3. Leer más allá de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Interpretar la información; Calcular (probabilidad); Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	

28. "La gráfica muestra el costo aproximado (en miles de pesos) del flete de transporte de carga desde Bogotá hacia algunos destinos de Colombia.



Gráfica

*Tomado de Decreto 2663 de julio 21 de 2008 con base en la resolución 3175 de 2008*

De acuerdo con la información de la gráfica, el costo promedio del flete (en miles de pesos), en estas ciudades, está entre

- A. 39 y 65
- B. 44 y 65
- C. 75 y 125
- D. 125 y 135

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Interpretar la información; Calcular (probabilidad); Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicitar sus diferencias en distribuciones diferentes	

38. La siguiente gráfica representa la distribución de las acciones de una empresa entre sus socios.

**Distribución de acciones**

**Gráfica**

Ciento treinta y dos acciones de la compañía pertenecen a los socios 1 y 2. ¿Cuántas acciones tiene el socio 5?

A. 30  
B. 120  
C. 165  
D. 280

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Diagrama por sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Comparar datos; Interpretar la información; Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular	

29. La gráfica representa las preferencias deportivas de todos los estudiantes de un colegio.

**Gráfica**

Treinta estudiantes prefieren baloncesto. ¿Cuántos estudiantes hay en el colegio?

A. 100  
B. 150  
C. 200  
D. 300

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Comparar datos; Interpretar la información; Calcular (probabilidad); Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular	

48. Paula está jugando con una ruleta dividida en tres sectores, 1, 2 y 3. Hasta el momento, ella la ha hecho girar 30 veces y ha anotado los sectores en los que se ha detenido, como se muestra en la tabla.

SECTOR DONDE SE DETUVO LA RULETA																					
1	2	1	3	3	1	1	3	1	2	1	1	1	3	1	2	1	1	2	1	3	1

**Tabla**

De acuerdo con la información anterior, si Paula hace girar de nuevo la ruleta, la probabilidad de que se detenga en 1 es

A. igual a la probabilidad de que se detenga en 2.  
B. la mitad de la probabilidad de que se detenga en 2.  
C. el doble de la probabilidad de que se detenga en 3.  
D. el triple de la probabilidad de que se detenga en 3.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave D
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

32. Cada uno de los cinco estudiantes que participan en un experimento lanza 96 veces un dado de seis caras marcadas con los números 1, 2, 3, 4, 5, y 6.

La siguiente tabla de frecuencias registra el número de veces que cayó el dado en cada una de las caras.

Estudiante	Cara					
	1	2	3	4	5	6
v	17	15	14	15	17	17
w	16	15	14	17	17	17
x	16	17	15	14	18	16
y	18	14	15	17	15	17
z	17	18	16	15	16	14

**Tabla**

Si se repite este experimento con 500 estudiantes y se consideran las frecuencias de dos de las caras, es razonable esperar que al restar estas dos frecuencias, el resultado se aproxime a

A. 0  
B. 16  
C. 500  
D. 1.000

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 3. Leer más allá de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Comparar datos; Interpretar la información; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

53. Una empresa utiliza teléfonos que registran la duración y la frecuencia de las últimas 20 llamadas. En la tabla se organizó el registro de uno de estos teléfonos.

Duración llamada (minutos)	Frecuencia (número de llamadas)
[4, 8)	4
[8, 12)	5
[12, 16)	7
[16, 20)	2
[20, 24)	1
[24, 28)	1

[4, 8) se lee: "Mayor o igual que 4 y menor que 8".

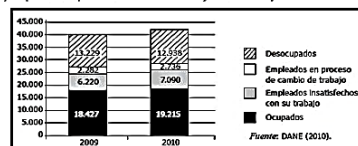
Tabla

La información de la tabla permite concluir correctamente que:

- El número de llamadas que duraron entre 16 y 20 minutos es mayor que el número de llamadas que duraron entre 4 y 8 minutos.
- La mitad de las llamadas duraron 16 minutos o más.
- El número de llamadas que duraron entre 8 y 16 minutos es mayor que el número de llamadas que duraron entre 16 y 24 minutos.
- La quinta parte de las llamadas duraron 10 minutos.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 1. Aparece una lista de datos	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	

1. La gráfica presenta el total nacional, en miles, de ocupados (personas con actividad laboral propia o externa), desocupados (personas sin actividad laboral propia o externa), empleados insatisfechos con su trabajo y empleados en proceso de cambio de trabajo de Colombia, durante los años 2009 y 2010.



Gráfica

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información anterior?

A.				
Año	Ocupados	Empleados insatisfechos con su trabajo	Empleados en proceso de cambio de trabajo	Desocupados
2009	13.229	2.282	6.229	18.427
2010	12.938	2.736	7.090	19.215

B.			
Estado de actividad	Total		
Ocupados	37.652		
Empleados insatisfechos con su trabajo	13.310		
Empleados en proceso de cambio de trabajo	5.018		
Desocupados	26.167		

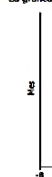
C.			
Año	Estado de actividad	Número de personas	
2009	Ocupados	18.427	
	Empleados insatisfechos con su trabajo	6.229	
	Empleados en proceso de cambio de trabajo	2.282	
	Desocupados	13.229	
2010	Ocupados	19.215	
	Empleados insatisfechos con su trabajo	7.090	
	Empleados en proceso de cambio de trabajo	2.736	
	Desocupados	12.938	

D.			
Estado de actividad	2009 (miles)	2010 (miles)	
Ocupados	18	19	
Empleados insatisfechos con su trabajo	6	7	
Empleados en proceso de cambio de trabajo	2	2	
Desocupados	13	12	

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla y en un gráfico (separados)	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones de datos; Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación	

3. La gráfica

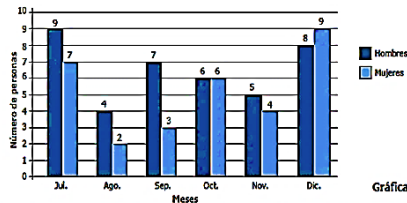


La tabla

Mes	
Marzo	
Abril	
Mayo	
Junio	
Julio	
Agosto	
Septiembre	
Octubre	
Noviembre	
Diciembre	

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras; Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en una tabla y en un gráfico (separados)	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones de datos; Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación	

12. La gráfica representa el número de hombres y de mujeres de una región del país que compraron moto en un concesionario, durante el segundo semestre del año pasado.



Se va a premiar un comprador, elegido al azar, con un bono de \$500,000 en mantenimiento de la moto. De acuerdo con la información de la gráfica es correcto afirmar:

- La probabilidad de que el ganador del bono sea una mujer es igual a la probabilidad de que sea un hombre.
- Si el ganador del bono es una mujer, es más probable que haya comprado la moto entre julio y septiembre, que entre octubre y diciembre.
- La probabilidad de que el ganador del bono sea un hombre es menor que la probabilidad de que sea una mujer.
- Si el ganador del bono es un hombre, es igualmente probable que haya comprado la moto entre julio y agosto, que entre noviembre y diciembre.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave D
Tipo de representación	Diagrama de barras adosadas (doble)	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro los datos	
Nivel semiótico	Nivel 4. Gráfico conjunto para dos distribuciones	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar datos; Calcular (probabilidad); Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

15. Un grupo de 6 estudiantes de un curso está organizando un paseo y después de hacer el presupuesto, determinan que requieren en promedio \$45,000 por estudiante.

La tabla muestra la cantidad de dinero que aportó cada uno de los estudiantes.

Estudiante 1	\$23,000
Estudiante 2	\$42,000
Estudiante 3	\$42,000
Estudiante 4	\$46,000
Estudiante 5	\$47,000
Estudiante 6	\$88,000

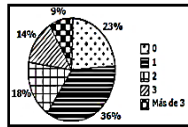
Tabla

Con este presupuesto, ¿es posible realizar el paseo?

- Sí, porque el promedio del dinero recolectado es aproximadamente el doble del requerido.
- Sí, porque el promedio del dinero recolectado es \$3,000 mayor que el requerido.
- No, porque el promedio del dinero recolectado es aproximadamente la mitad del requerido.
- No, porque el promedio del dinero recolectado es \$3,000 menor que el requerido.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Comparar los datos presentados; Realizar cálculos (promedio) con los mismos para responder a la pregunta; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

23. En un estudio estadístico se le pregunta a un grupo de personas sobre su edad, salario, número de hijos, estado civil y número de personas del grupo familiar. A continuación se muestra una de las gráficas que se elaboraron para presentar los resultados del estudio.



Gráfica

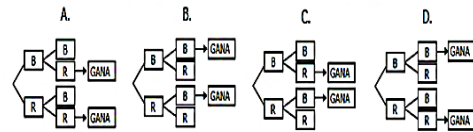
Esta gráfica puede corresponder a información sobre

- la edad de las personas.
- el salario.
- el número de hijos.
- el número de personas del grupo familiar.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer las frecuencias; Identificar las características del gráfico; Interpretación de datos; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia a la representación	

24. En un concurso hay una urna con 2 fichas rojas y 2 fichas blancas. Un jugador selecciona al azar una ficha de la urna, sin devolver esta. Luego, selecciona al azar una segunda ficha. Si tiene el mismo color de la primera gana el juego.

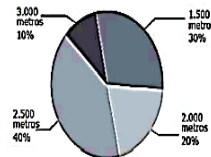
¿En cuál de los siguientes diagramas se representan las posibilidades de ganar que tiene un jugador?



Competencia evaluada	Razonamiento	Clave D
Tipo de representación	Diagrama de árbol	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un diagrama de árbol	
Actividad pedida	Interpretar datos (fichas más color); Comparar los datos; Proyectar (probabilidad); Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	

26. Para mejorar el estado físico de un atleta, el entrenador del equipo le sugirió correr en promedio 2,500 metros diarios durante un mes.

El diagrama muestra los porcentajes correspondientes a las diferentes distancias recorridas durante el mes.



Gráfica

¿Cumplió el atleta la sugerencia del entrenador?

- Sí, porque el promedio de las distancias recorridas es 2,500 metros.
- Sí, porque el promedio de las distancias recorridas es 2,750 metros.
- No, porque el promedio de las distancias recorridas es 2,000 metros.
- No, porque el promedio de las distancias recorridas es 2,150 metros.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave D
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer las frecuencias; Identificar las características del gráfico; Interpretación de datos; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

27. Los 400 estudiantes de un colegio se clasificaron en cinco grupos, de acuerdo con su edad en años, así: 0 a 10, 11 a 13, 14 a 16, 17 a 19 y 20 a 22.

Se sabe que la probabilidad de seleccionar al azar un estudiante del colegio con edades entre 11 y 16 años es del 60%.

¿Cuál de las siguientes tablas puede representar correctamente la clasificación y distribución de los estudiantes del colegio?

A.	Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
	Número de estudiantes	110	90	70	105	25
B.	Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
	Número de estudiantes	120	60	60	130	30
C.	Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
	Número de estudiantes	50	100	140	70	40
D.	Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
	Número de estudiantes	145	35	45	75	100

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave C
Tipo de representación	Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio; Interpretación de datos; Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad	

28. Angélica y Laura son jugadoras destacadas de tenis de mesa.

La tabla registra los partidos ganados y perdidos por cada una, en los últimos 20 enfrentamientos entre ellas.

Jugadora	Partido																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Angélica	P	G	G	G	P	G	G	P	G	P	G	G	G	G	P	G	G	G	G	G
Laura	G	P	P	P	G	P	P	G	P	G	P	P	P	P	P	G	P	P	P	P

P: partido perdido.

G: partido ganado.

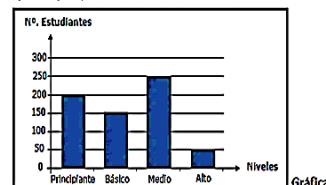
Tabla

Según los resultados presentados en los 20 partidos, la probabilidad que tuvo Laura de ganar fue

- A. la tercera parte de la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.
- B. la mitad de la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.
- C. igual a la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.
- D. tres veces la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Interpretar datos; Comparar los datos; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

31. En la gráfica se representa la distribución de los estudiantes de una escuela de natación en 4 niveles: principiante, básico, medio y alto, al iniciar el curso de vacaciones.



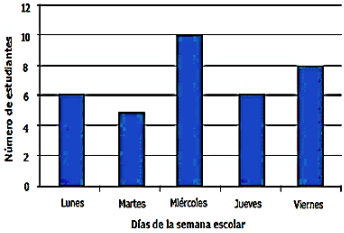
Gráfica

Transcurridas dos semanas del curso, el 30% de los estudiantes que estaban en nivel medio, es decir, 75 estudiantes, ascendió al nivel alto. ¿Cuántos estudiantes quedaron en el nivel alto?

- A. 75
- B. 80
- C. 125
- D. 175

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Interpretar datos; Comparar los datos; Resolver problemas a partir de un conjunto de datos presentado en diagramas de barras	

46. La gráfica muestra el número de estudiantes que asistió a una biblioteca escolar durante una semana.



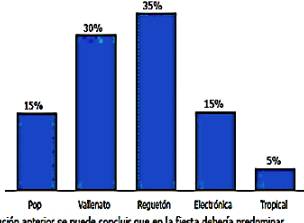
¿Cuál es el promedio diario de asistencia a la biblioteca durante esta semana?

A. 6  
B. 7  
C. 8  
D. 10

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Calcular (sumar frecuencias de los distintos valores de la variable); Leer frecuencia; Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicar sus diferencias en distribuciones diferentes	

47. Para seleccionar los géneros musicales con los cuales se va a animar una fiesta de 15 años, se realizó una encuesta sobre preferencias, a un grupo de jóvenes.

La gráfica muestra información obtenida en la encuesta.





De la información anterior se puede concluir que en la fiesta debería predominar

A. la música tropical.  
B. el reguetón.  
C. el vallenato.  
D. la música electrónica.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

34. Alberto va a participar en un torneo de tiro al blanco con lanzamiento de dardos, utilizando un tablero como el que aparece en la ilustración.

En una de sus prácticas, Alberto registró las veces que cayó el dardo en cada zona.

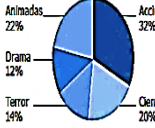



De acuerdo con las observaciones si el dardo cayó en el tablero, la probabilidad de que haya caído en la zona E fue

A. igual que la probabilidad de que haya caído en la zona F o en la H.  
B. mayor que la probabilidad de que haya caído en la zona G o en la H.  
C. igual que la probabilidad de que haya caído en la zona H.  
D. menor que la probabilidad de que haya caído en la zona G.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de sectores; Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer frecuencia; Identificar los datos en la representación; Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples	

40. La siguiente gráfica presenta información referida al género de película preferido por los estudiantes de un colegio.



Sesenta y tres estudiantes prefieren las películas de terror. ¿Cuántos prefieren las de ciencia ficción?

A. 20  
B. 90  
C. 97  
D. 105

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de sectores	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Calcular (sumar frecuencias de los distintos valores de la variable); Leer frecuencia; Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en diagramas circular	



48. Una persona está organizando una fiesta de cumpleaños y para esto cotizó en 4 empresas especializadas en realizar este tipo de eventos.

La tabla muestra las cotizaciones de estas empresas.

Artículo	Empresa 1	Empresa 2	Empresa 3	Empresa 4
Sombrero (unidad)	4.400	4.600	4.300	4.000
Comida (1 plato)	6.500	7.500	8.000	10.000
Recordatorios (unidad)	3.000	2.800	2.900	3.500
Decoración	45.000	65.000	60.000	50.000
Animación	200.000	140.000	150.000	100.000

Tabla

¿En cuál de las empresas resulta más económico comprar los recordatorios y los sombreros?

A. En la empresa 1.  
B. En la empresa 2.  
C. En la empresa 3.  
D. En la empresa 4.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave C
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas	

• Pregunta 2.

La gráfica muestra los resultados de una prueba de matemáticas.

Puntaje en la prueba	Porcentaje de estudiantes
1	30%
2	35%
3	40%
4	20%
5	10%

Gráfica

El diagrama circular que corresponde a la gráfica es

A.

Segmento	Porcentaje
1	40%
2	30%
3	20%
4	10%

B.

Segmento	Porcentaje
1	40%
2	30%
3	20%
4	10%

C.

Segmento	Porcentaje
1	40%
2	30%
3	20%
4	10%

D.

Segmento	Porcentaje
1	50%
2	30%
3	10%
4	10%

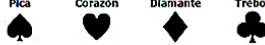
Competencia evaluada	Comunicación	Clave A
Tipo de representación	Diagrama de barras; Diagrama circular	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones de datos; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

• Pregunta 2.
Un es
coleg
ver co
¿Cuál
A.
9
8
7
6
5
4
3
2
1
C.
Competen
Tipo de re
Nivel de l
Nivel sem
Actividad



• Pregunta 8.

En una baraja de póquer hay en total 52 cartas; 13 por cada símbolo (pica, corazón, diamante y trébol).



Se sacaron de la baraja 10 cartas con los siguientes símbolos:

Símbolo	Cantidad
	3
	2
	4
	1
Total de cartas	10

Un experto del póquer comenta acertadamente que la próxima carta que se elija al azar de la baraja tendrá aproximadamente el 28% de probabilidad de tener el símbolo trébol. El experto dedujo tal probabilidad porque

- A. ha salido solo un trébol y quedaron 12 de 42 cartas con trébol:  $\frac{12}{42} \times 100\% \approx 28\%$ .  
 B. cualquier trébol tiene el 25% de probabilidad de salir de la baraja de 52 cartas, y aumenta un 3% cuando sale una de estas.  
 C. cada trébol tiene cerca de 2,16% de salir y hay 13 cartas:  $13 \times 2,16\% \approx 28\%$ .  
 D. de las 52 cartas han salido 10, un trébol y nueve de 3 símbolos distintos:  $\frac{9}{3} = 3\%$  sumado al 25% de probabilidad de salir trébol.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Interpretar los datos; Realizar cálculos con la información presentada en la tabla; Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	

• Pregunta 12.

En la tabla están los puntos obtenidos por los competidores en un campeonato. Solamente los que tengan un puntaje superior al promedio de puntos competirán en una carrera que define al campeón.

Nacionalidad del competidor	Puntos
Español	18
Francés	16
Australiano	14
Alemán	11
Estadounidense	15
Brasileño	10

Tabla. Puntos de pilotos

La nacionalidad de los pilotos que competirán en la carrera final son

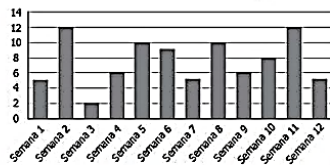
- A. español, francés y estadounidense solamente.  
 B. alemán, brasileño y australiano solamente.  
 C. español y francés solamente.  
 D. alemán y brasileño solamente.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

• Pregunta 18.

Una persona analiza el precio de las acciones de una empresa y de acuerdo con ello invierte semanalmente. La gráfica muestra un registro de las inversiones de las últimas 12 semanas.

Dinero invertido en millones de pesos



Gráfica

De acuerdo con la información presentada en la gráfica es correcto afirmar que la inversión del accionista en las primeras

- A. 4 semanas fue mayor que en las siguientes 4 semanas.  
 B. 5 semanas fue igual que en las últimas 5 semanas.  
 C. 4 semanas fue menor que en las últimas 4 semanas.  
 D. 6 semanas fue igual que en las últimas 6 semanas.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	

• Pregunta 19.

Una compañía realizó una investigación para conocer la cantidad de barriles de petróleo producidos por las ciudades de cuatro departamentos del país, en tres meses del año, y obtuvo los resultados que se muestran en la tabla.

Mes \ Departamento	Departamento 1	Departamento 2	Departamento 3	Departamento 4
Enero	6.000	5.000	2.500	3.000
Febrero	5.000	5.500	7.500	8.000
Marzo	6.000	4.500	8.000	5.000

Tabla

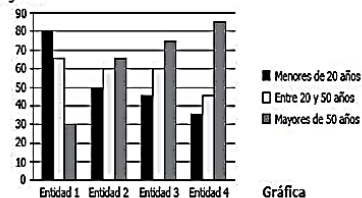
Si los departamentos 1 y 2 conforman la región P, y los departamentos 3 y 4 conforman la región Q, ¿cuál región produjo más barriles de petróleo durante los tres meses?

- A. Región P, con 21.500 barriles.  
 B. Región Q, con 34.000 barriles.  
 C. Región P, con 32.000 barriles.  
 D. Región Q, con 18.000 barriles.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Realizar cálculos con la información presentada en la tabla (suma de frecuencias); Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular	

• Pregunta 20.

Se realiza una encuesta a una población sobre su afiliación a la entidad prestadora de salud. Los resultados se muestran en la gráfica.



La entidad con más afiliados es

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de barras adosadas (triples)	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Realizar cálculos con la información presentada en el gráfico (suma de frecuencias); Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicitar sus diferencias en distribuciones diferentes	

• Pregunta 26.

La tabla muestra las probabilidades de morir al accidentarse, según el medio de transporte utilizado.

Accidente según medio de transporte	Probabilidad (aproximadamente)
En tren	3 de 460.000
De bus	5 de 520.000
De carro	10 de 2.400
En avión	5 de 25.000

Tabla

Tabla. Tomado y adaptado de: [http://www.msc.org/news\\_resources/Documents/InchijuryFacts2011\\_037.pdf](http://www.msc.org/news_resources/Documents/InchijuryFacts2011_037.pdf)

La lista con los medios de transporte ordenados de mayor a menor, de acuerdo con la probabilidad de morir al accidentarse en uno de ellos, es:

- Tren / bus / avión / carro.
- Carro / avión / bus / tren.
- Carro / avión / tren / bus.
- Tren / bus / carro / avión.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos; Interpretar datos e información presentada en especificadores; Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad	

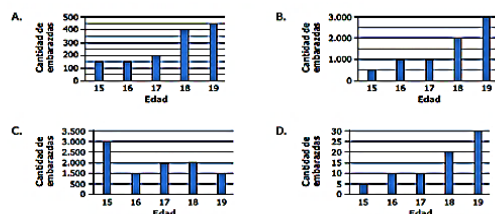
• Pregunta 32.

La tabla muestra la incidencia de embarazos en mujeres adolescentes en una ciudad.

Edad	Porcentaje de adolescentes que han estado embarazadas	Número de adolescentes que han estado embarazadas	Población total de mujeres adolescentes
15	5%	150	3.000
16	10%	150	1.500
17	10%	200	2.000
18	20%	400	2.000
19	30%	450	1.500

Tabla

La gráfica que ilustra la cantidad de embarazos por grupo de edad es



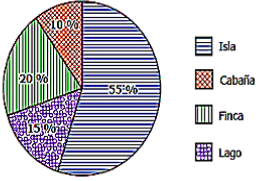
Competencia evaluada	Comunicación	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple; Diagrama de barras	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer frecuencias; Identificar, usar e interpretar datos que provienen de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos	

1. En un gimnasio 7 deportistas comparan la talla de sus zapatos y encuentran que la mediana de las tallas es 38. ¿Cuál de las siguientes tablas es una posible representación de las tallas de los zapatos de los 7 deportistas acorde con la mediana encontrada?

- |            |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Deportista | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Talla      | 37 | 38 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |
- |            |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Deportista | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Talla      | 35 | 36 | 37 | 38 | 38 | 39 | 40 |
- |            |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Deportista | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Talla      | 35 | 36 | 37 | 39 | 39 | 40 | 40 |
- |            |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Deportista | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Talla      | 38 | 38 | 39 | 39 | 40 | 40 | 41 |

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave B
Tipo de representación	Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	

6. El diagrama circular representa los resultados de una encuesta aplicada a 500 personas sobre su lugar favorito para viajar.



De acuerdo con la información del diagrama, ¿cuál es la moda de los resultados de la encuesta?

A. Lago.  
B. Isla.  
C. Cabaña.  
D. Finca.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave B
Tipo de representación	Diagrama circular	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una distribución de frecuencias porcentuales	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Interpretar los datos; Traducir representaciones de datos; Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	

15. Alejandra registró en una tabla el número de ventas, en un día, de cuatro de sus vendedores.

Vendedor	Ventas del día
José	8
Guillermo	9
Luisa	5
Sandra	6

¿Cuál de los vendedores hizo más ventas en el día?

A. José.  
B. Guillermo.  
C. Luisa.  
D. Sandra.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	

17. En un colegio, la moda de las edades de los profesores de grado noveno es 36 años. ¿Cuál de las siguientes tablas puede representar correctamente las edades de los profesores de grado noveno?

A.

Edad (años)	Cantidad de profesores
36	4
38	1
42	3

B.

Edad (años)	Cantidad de profesores
36	2
38	4
42	1

C.

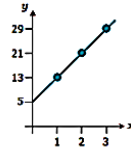
Edad (años)	Cantidad de profesores
36	3
38	2
42	4

D.

Edad (años)	Cantidad de profesores
36	1
38	3
42	2

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Diagrama de tabla simple	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Interpretar los datos; Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística	

Un fabricante de lavadoras afirma que la duración  $y$  en años de sus lavadoras se puede predecir usando la siguiente gráfica, en donde  $x$  es el número de mantenimientos al año.



Según la información de la gráfica, ¿cuál de las siguientes tablas relaciona correctamente la duración de una lavadora con el número de mantenimientos al año que se le realiza?

A.

x	y
5	0 años
13	1 año
21	2 años
29	3 años

B.

x	y
0	5 años
1	13 años
2	21 años
3	29 años

C.

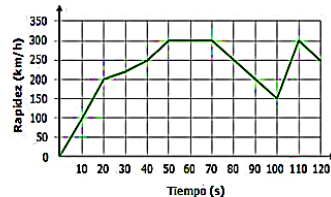
x	y
1	5 años
2	13 años
3	21 años
4	29 años

D.

x	y
5	1 año
13	2 años
21	3 años
29	4 años

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de línea y tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias en un gráfico y una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones de datos; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

2. La gráfica muestra la rapidez de un helicóptero durante los primeros 120 segundos de un recorrido.



¿Cuál fue la máxima rapidez del helicóptero durante los primeros 120 segundos del recorrido?

- A. 300 km/h.  
B. 250 km/h.  
C. 200 km/h.  
D. 150 km/h.

Competencia evaluada	Comunicación	Clave B
Tipo de representación	Diagrama de línea	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Interpretar (tendencias de los datos)	

15. En una oficina la moda de las tallas de zapatos es 36. ¿Cuál de las siguientes tablas puede representar correctamente las tallas de zapatos de esa oficina?

A.

Talla	Cantidad de personas
36	5
38	1
42	3

B.

Talla	Cantidad de personas
36	2
38	4
42	3

C.

Talla	Cantidad de personas
36	3
38	4
42	4

D.

Talla	Cantidad de personas
36	2
38	3
42	1

Competencia evaluada	Comunicación	Clave A
Tipo de representación	Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Traducir representaciones de datos; Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	

4. De 140 bombillos producidos por una fábrica, se elige la mitad para una revisión tipo I y el resto para una revisión tipo II. Si en cada tipo de revisión hay bombillos que aprueban y bombillos que no aprueban, ¿cuál representación muestra todos los posibles resultados de las revisiones?

A.

```

    Bombillos
    /      \
  Aprueba  No aprueba
   /        \
 Tipo I      Tipo II

```

B.

```

    Bombillos
    /      \
 Tipo I      Aprueba
   /        \
 Tipo II     No aprueba

```

C.

```

    Bombillos
    /      \
 Aprueba     Tipo I
   /        \
 No aprueba  Tipo II

```

D.

```

    Bombillos
    /      \
 Tipo I      Aprueba
   /        \
 Tipo II     No aprueba

```

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave D
Tipo de representación	Diagrama de árbol	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias en un diagrama de árbol	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones de datos; Proyectar (probabilidad); Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

6. Para ir de la casa a la escuela, Fernanda tiene varias opciones:

- Tomar un bus directo: bus R o bus S.
- Tomar dos buses: primero toma el bus P (puede escoger entre 3 opciones: bus P<sub>1</sub>, bus P<sub>2</sub>, bus P<sub>3</sub>) y luego el bus Q (puede escoger entre 2 opciones: bus Q<sub>1</sub>, bus Q<sub>2</sub>).

Fernanda elabora el siguiente diagrama:

```

    P1
    / \
  Q1   Q2
 /     \
P1 - Q1 P1 - Q2

P2
 / \
Q1   Q2
 /     \
P2 - Q1 P2 - Q2

P3
 / \
Q1   Q2
 /     \
P3 - Q1 P3 - Q2

```

El diagrama muestra

A. un recorrido en el que Fernanda tomó 9 buses para ir de la casa a la escuela.  
 B. las posibilidades en las que toma 2 buses para ir de la casa a la escuela.  
 C. todas las posibilidades que tiene Fernanda para ir de la casa a la escuela.  
 D. los buses directos que puede tomar para ir de la casa a la escuela.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave C
Tipo de representación	Diagrama de árbol	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias en un árbol	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos presentados; Traducir representaciones de datos; Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación	

17. Desde el 2015, el Gobierno nacional ha impulsado una campaña de reforestación en una región del país. La gráfica muestra el área reforestada cada año (medida en hectáreas, ha) durante los cuatro primeros años del programa.

¿Cuál tabla representa toda la información de la gráfica?

A.

Año	Área Reforestada
2015	2 ha
2016	6 ha
2017	6 ha
2018	10 ha

B.

Año	Área Reforestada
2015	2 ha
2017	6 ha
2018	10 ha

C.

Año	Área Reforestada
2015	2 ha
2016	6 ha
2017	10 ha

D.

Año	Área Reforestada
2015	2 ha
2016	6 ha
2017	10 ha
2018	6 ha

Competencia evaluada	Comunicación	Clave D
Tipo de representación	Diagrama de barras y Tablas simples	
Nivel de lectura	Nivel 1. Leer los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Identificar los datos en la representación; Traducir representaciones de datos; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

18. Observa en la tabla la información correspondiente a la cantidad de libros que hay en la biblioteca de un colegio.

Materia	Cantidad de libros de cada materia
Sociales	2 libros
Matemáticas	4 libros
Dibujo	1 libro
Ciencias	2 libros

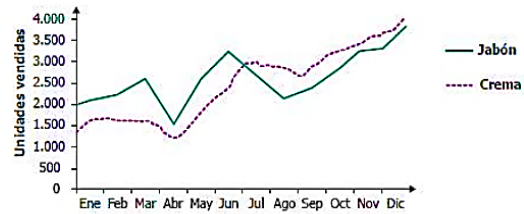
Cada representa 100 libros.

Si se elige un libro al azar de la biblioteca, ¿de qué materia es más probable que sea?

A. Matemáticas.  
 B. Sociales.  
 C. Dibujo.  
 D. Ciencias.

Competencia evaluada	Razonamiento	Clave A
Tipo de representación	Tabla simple; Pictograma	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 2. Aparece una lista de datos en una tabla	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Traducir representaciones de datos; Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio	

19. Una empresa fabrica dos productos de aseo: jabón y crema. Las cantidad de unidades vendidas en un año se muestra en la gráfica.



¿A partir de qué mes las ventas de crema superaron a las de jabón?

- A. Julio.
- B. Agosto.
- C. Noviembre.
- D. Diciembre.

Competencia evaluada	Resolución de problemas	Clave A
Tipo de representación	Diagrama de línea	
Nivel de lectura	Nivel 2. Leer dentro de los datos	
Nivel semiótico	Nivel 3. Aparece una distribución de frecuencias formada en un gráfico	
Actividad pedida	Leer datos; Comparar los datos presentados; Traducir representaciones de datos; Resolver problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos	

## RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO

<b>A. TIPO DE DOCUMENTO OPCIÓN DE GRADO</b>	Trabajo de grado EPI
<b>B. ACCESO AL DOCUMENTO</b>	Universidad de los Llanos, Biblioteca.
<b>1. TÍTULO DEL DOCUMENTO</b>	Análisis de problemas con tablas y gráficas estadísticas presentes en la prueba de matemáticas del examen SABER
<b>2. AUTORES</b>	Duque Campos, Yismency Paola.
<b>3. LUGAR Y AÑO DE PUBLICACIÓN</b>	Villavicencio, 2022.
<b>4. UNIDAD PATROCINANTE</b>	Universidad de los Llanos
<b>5. PALABRAS CLAVES</b>	Cultura Estadística, Gráficos Estadísticos, Niveles de Lectura de Gráficos, Niveles Semióticos de Gráficos, Significado Matemático, Análisis de Contenido, Tipos de Gráfico, Competencias y Componentes en SABER-9°.
<b>6. DESCRIPCIÓN</b>	<p>En primera medida se busca aportes que amplíe los antecedentes con artículos que sustenten los productos del estudio a partir de investigaciones sobre interpretación, lectura y comprensión de gráficas estadísticas.</p> <p>Para continuar con la ejecución del proyecto y sacar resultados, utilizamos la información que se encuentra liberada en la página del ICFES y lo que se hace es seleccionar cada uno de los ítems de tipo estadístico de la prueba SABER-9° para matemáticas aplicadas en los años 2012 a 2021. A cada una de estas preguntas se les evalúa los niveles de lectura planteados por Curcio en 1987. Teniendo la colección de ítems se pasa analizar los significados matemáticos (y estadísticos) y el contenido de cada uno para determinar las posibles respuestas de los escolares.</p> <p>Una vez que se ha cumplido con estas tres fases anteriores</p>



	<p>se procesa la información recolectada para caracterizar el desempeño de los escolares acorde a los tres niveles de lectura de tablas y gráficos estadísticos definidos en Curcio (1989) y en Castellanos (2013). Por último, se hace el análisis que permite describir los principales errores y dificultades de los escolares en la lectura de información presente en tablas y gráficos estadísticos.</p>
7. FUENTES	<p>Arteaga, Batanero, Cañadas &amp; Contreras. (2011). Las Tablas y Gráficos Estadísticos como Objetos Culturales. <i>NÚMEROS, Revista Didáctica de las Matemáticas</i>, 55-67., 58.</p> <p>Castellanos. (2013). Tablas y gráficos estadísticos en pruebas SABER-Colombia. Tesis de Máster. Universidad de Granada. España.</p> <p>Castellanos y Arteaga. (2013). Los gráficos estadísticos en las directrices curriculares para la Educación Primaria en España y Colombia. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga. Granada: Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.</p> <p>Arteaga, Batanero, Contreras &amp; Cañadas. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. <i>Latinoamericana de investigación en matemática educativa</i>.</p> <p>Castellanos y Castro. (2019). Alfabetización estadística en escolares del Departamento del Meta. <i>Corocora</i>, 16(1) 18-31.</p> <p>Castellanos, M., Montealegre, Cruz, &amp; Castro, A. (2020). Lectura de gráficos estadísticos e interpretación de información estadística: un experimento con escolares del departamento del Meta. <i>Revista SIGMA</i>, 16(2).</p> <p>Cleveland y McGill. (1984). <i>Graphical perception:</i></p>



	<p><i>theory, experimentation</i> . 79(387), 531-554..</p> <p>Kosslyn, S. M. (1985). <i>Graphics and Human Information Processing: A Review of Five Books</i>. <i>Journal of the American Statistical Association</i>, 80(391), 499–512. <a href="https://doi.org/10.1080/01621459.1985.10478147">https://doi.org/10.1080/01621459.1985.10478147</a>.</p> <p>Curcio (1989). <i>Developing graph comprehension</i>. Reston, VA: N.C.T.M. .</p> <p>Friel, S. N., Curcio, F. R., &amp; Bright, G. W. (2001). <i>Making sense of graphs: critical factors. Influencing Comprehension and Instructional Implications</i>. <i>Journal for Research in Mathematics. Education</i>, 32(2), 124-158. <a href="https://doi.org/10.2307/749671">https://doi.org/10.2307/749671</a>.</p> <p>Gal. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. <i>International Statistical Review</i>.</p> <p>ICFES. (2018). <i>Resultados Nacionales SABER 3°, 5° y 9° 2012-2021</i>. Bogotá D.C.: ICFES.</p> <p>García y Bruno. (2019). <i>Lectura de gráficos estadísticos y tareas numéricas en alumnado de secundaria y futuros profesores</i>. España.</p> <p>García, Arredondo, López &amp; Baltazar. (2019). <i>Avances en la comprensión gráfica de estudiantes de secundaria después de actividades de aprendizaje</i>. <i>Espacios</i>, 1-15.</p> <p>García. (2020). <i>Análisis exploratorio de la lectura conjunta de dos gráficos estadísticos por estudiantes de secundaria</i>. España.</p> <p>Álvarez, Guerrero &amp; Torres. (2020). <i>Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia</i>. Zetetiké, Campinas.</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><b>8. CONTENIDOS</b></p>	<p>Para presentar el informe se tuvo en cuenta los siguientes elementos los cuales son:</p> <p>Introducción</p> <p>Marco Referencial</p> <p>Materiales y métodos</p> <p>Resultados</p> <p>Análisis de resultados</p> <p>Conclusiones</p> <p>Bibliografía</p>
<p><b>9. METODOLOGÍA</b></p>	<p>El informe se realizó con un enfoque cualitativo, vinculado al paradigma interpretativo de tipo (exploratorio-descriptivo) según Hernández, Fernández &amp; Baptista (2014). Se va analizar las características de una colección de ítems procedentes de las pruebas SABER-9° a lo largo de los años (2012-2021). Para la realización del proyecto se tuvieron en cuenta las siguientes fases:</p> <p><b>La primera fase</b>, de tipo cualitativo correspondiente con un estudio documental; se amplían los antecedentes de la investigación que aportan aspectos relevantes para la interpretación de gráficos y tablas; con todo ello se seleccionan y definen las variables que se utilizarán en el análisis.</p> <p><b>En la segunda fase</b>, se realiza la colección de ítems de tipo estadístico de la prueba SABER-9° de matemáticas que se encuentran libres en el portal ICFES. Se recopilan y seleccionan las correspondientes al componente aleatorio.</p> <p><b>En la tercera fase</b>, se realiza el análisis de contenido a los reactivos (ítems) de las pruebas, será utilizado para establecer los significados y elementos presentes en los ítems que constituyen cada nivel de lectura de los gráficos estadísticos. Así mismo comparar y describir las principales actividades matemáticas necesarias en la solución del ítem.</p> <p><b>La cuarta fase</b>, es de tipo cualitativo, que corresponde con la evaluación y análisis de la información, la cual, se hará a partir de la recopilación de información, la cual</p>

	<p>será sistematizada atendiendo al tipo de representación, las competencias solicitadas, el nivel de lectura gráfica y el nivel de complejidad semiótica de las representaciones analizadas. Con esto dan cumplimiento a los tres primeros objetivos específicos, consolidando hallazgos y resultados de manera más completa y exhaustiva.</p>
<p><b>10. CONCLUSIONES</b></p>	<p>De los 65 ítems seleccionados de las pruebas SABER-9° aplicadas entre los años 2012 a 2021 se confirma que cumplió con las condiciones para el análisis de contenido. El nivel de lectura de gráficos N3: leer más allá de los datos, tiene poca presencia en los ítems analizados y en correspondencia con estudios previos Castellanos en el año 2013 el nivel N1: Leer los datos disminuye con los años dando espacio al nivel de lectura N2: Leer entre los datos.</p> <p>Por otra parte, se encontró representaciones básicas como (barras, tortas, tablas simples, líneas,) son escasos otros tipos de gráficos (ejemplo; árbol, anillo, pictogramas) y ausentes los de caja, araña, curvas o tablas dobles donde se acude al análisis de dos o más distribuciones de variable.</p> <p>Se encuentra coherencia entre las competencias a evaluar y los gráficos usados en los ítems; sobresalen los ítems que solicitan la competencia comunicativa (leer o interpretar información estadística sencilla), sin proporcionar argumentos basados en datos que aparecen en los gráficos estadísticos. El razonamiento y resolución de problemas tiene representatividad en menor porcentaje.</p> <p>Se concluye que para los años 2020 y 2021 el cual se vivió en una situación de pandemia, la cantidad de ítems aplicados por la prueba se redujo a un 50% comparado con años anteriores, más sin embargo la tendencia se mantuvo en el porcentaje para el componente aleatorio y el nivel de lectura en gráficos logrando un equilibrio con</p>

	los hallazgos descritos.
--	--------------------------