

# **RESOLVER PROBLEMAS ES IMPORTANTE, PERO... ¿QUIÉN LOS FORMULA?**

**Enrique Carmona Medeiro**

*Universidad de Cádiz*

**Juan Antonio Antequera Barroso**

*Universidad de Extremadura*

**Osmar Dario Vera**

*Universidad de Cádiz*

## **1. INTRODUCCIÓN**

Vivimos en una sociedad dinámica e imprevisible, y todos los ciudadanos, a lo largo de sus vidas deberán enfrentar numerosas situaciones nuevas, frecuentemente impredecibles, por ello, entendemos que el propósito de la Educación Matemática, al menos durante la educación obligatoria, nos es formar matemáticos, sino contribuir al desarrollo integral del alumnado, favoreciendo el despliegue de conocimientos y habilidades matemáticas con el propósito de que puedan comprender mejor el mundo y tomar las mejores decisiones posibles.

Ser consciente de los problemas que uno encuentra en la vida cotidiana parece ser condición sine qua non para poder enfrentarlos en las mejores condiciones posibles, tal como señala Kilpatrick (1987) "En la vida real fuera de la escuela, muchos problemas, si no la mayoría, deben ser creados o descubiertos por el resolutor, quien le da al problema una formulación inicial" (p. 124). Los problemas no pueden ser dados, son personales, un problema existe en la medida que se acepta y se interpreta como propio, en este sentido Schön (1979) concluye, "Los problemas son construidos por seres humanos en sus intentos de dar sentido a situaciones complejas y preocupantes" (p. 261). Este hecho contrasta considerablemente respecto a lo que acontece en la mayoría de los casos en la enseñanza de las matemáticas, ya que, en el aula, la mayoría de los problemas que enfrenta el alumnado han sido propuestos y formulados por otra persona, el maestro y/o el libro de texto (Kilpatrick, 1987). La idea de que el propio alumnado pueda formular buenos problemas matemáticos y que además el proceso por se pueda ser fecundo para su capacitación matemática y personal debe ser considerada por el profesorado.

Asumir que el origen del conocimiento está en la pregunta, o en el mismo acto de preguntar (Freire y Faundez, 2013), implica asumir la responsabilidad de promover

una Educación Matemática que cultive la pedagogía de la pregunta. Tanto Freire y Faundez (2013) como Brousseau (2007) nos alertan de que, en general, tenemos una educación centrada en las respuestas que burocratizan el acto de preguntar. Dicha burocratización consiste en emplear las preguntas tan sólo para introducir y justificar las respuestas que el propio docente trae de antemano, y donde por tanto el alumnado recibe sistemáticamente respuestas a preguntas que no ha formulado y que carecen de significación personal para ellos. La formulación de problemas como actividad matemática, implica darle voz al alumnado y favorece que el acto de preguntar no sea patrimonio exclusivo del profesorado.

Hoy sabemos, que ser un usuario inteligente de las matemáticas, implica en esencia, estar capacitado para la resolución y formulación de problemas matemáticos, por ello, es indispensable que la Educación Matemática se articule en torno a los dos procesos esenciales del quehacer matemático y científico, la resolución y formulación de problemas.

A pesar de que la formulación de problemas matemáticos ha sido contemplada como una actividad importante para la Educación Matemática (Kilpatrick, 1987), no ha gozado de la misma atención que la resolución de problemas. Mientras que la resolución de problemas lleva décadas ocupando una posición destacada en el currículum de matemáticas (Carrillo y Cruz, 2016) y recibiendo una atención significativa por parte de todo el sistema educativo, la formulación de problemas ha sido señalada como un área descuidada e ignorada.

En el presente trabajo efectuaremos una reflexión teórica con el objetivo de definir y caracterizar la formulación de problemas y su importancia en la Educación Matemática. Para ello, nos centraremos en las situaciones donde la formulación de problemas se orienta como un fin en sí mismo y no como un medio para la resolución (English, 1997).

## 2. LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Para caracterizar los procesos inherentes a la formulación de problemas, es necesario aclarar las nociones de tarea y actividad que se van adoptar, y además, partir de una definición que evidencie las características y estructura de los problemas matemáticos.

## 2.1. Las nociones de tarea, actividad y problema matemático

Basándonos en el trabajo de Doyle (1986), utilizaremos las nociones de tarea y actividad para referirnos a las unidades de significado que se pueden determinar en la observación del trabajo matemático en una clase. Entendemos que una tarea matemática es cualquier tipo de artefacto que se ofrece a los estudiantes y que se les incita a realizar, con el objetivo de centrar su atención en una idea matemática específica (Mason y Johnston-Wilder, 2006). Mientras que la actividad, es lo que sucede cuando los estudiantes intentan llevar a cabo su interpretación de la tarea (Mason y Johnston-Wilder, 2006). En adelante consideraremos que la tarea es dominio de la labor docente, y su propósito es detonar la actividad del alumnado; mientras que la actividad es dominio del alumnado, e implica todas las acciones que el alumnado pone en marcha con el propósito de afrontar la resolución de la tarea.

Definir la noción de problema matemático implica cierta dificultad. Según Mason (2016) la dificultad radica en que el término problema es relativo, e incide en que un problema no es inherente a una tarea matemática, sino que más bien es una relación particular entre un sujeto y la tarea. Charnay (2002) caracteriza la noción de problema como una terna situación-alumno-entorno y añade tres características esenciales de los problemas: (a) sólo hay problema si el sujeto percibe una dificultad, (b) existe una motivación que impulsa a franquear la dificultad, percibiendo el problema como un desafío intelectual propio, (c) una situación puede constituir un problema para un sujeto y no ser percibida como un problema por otro sujeto que o bien puede resolver la situación inmediatamente o no sentirlo como un desafío intelectual propio.

Aunque la noción de problema se sigue empleando para designar una variedad de significados (Schoenfeld, 1992), los estudios recientes cuando aluden a problemas matemáticos, en el contexto de resolución, lo hacen para designar problemas no rutinarios, es decir, tareas que implican una confrontación cognitiva, que es percibida por el sujeto como un reto intelectual, y para la que no dispone de esquemas fáciles de solución (Charnay, 2002). Por el contrario, en el contexto de formulación de problemas, cuando empleemos la noción de problema, aludiremos a todo tipo de tareas con distintos grados de rutina (Baumanns y Rott, 2020).

Por otro lado, Malaspina (2021) señala que todo problema matemático posee cuatro elementos estructurales: información, requerimiento, contexto y entorno matemático. La información está conformada por los datos provistos cuantitativos o

cualitativos que se dan explícita o implícitamente en el problema. El requerimiento, generalmente expresado a través de una pregunta, determina lo que se pide que se encuentre, examine o concluya. El contexto puede estar vinculado a una situación matemática, realista o real. El entorno matemático, entendido como el marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema.

## **2.2. Caracterización de los procesos de formulación de problemas matemáticos**

Atendiendo a cómo se origina su construcción, resulta interesante distinguir dos procesos (Tabla 1), la formulación de problemas a partir de una situación dada, que en adelante denominaremos generación de problemas, y la formulación de problemas matemáticos a partir de un problema conocido, que en adelante denominaremos reformulación de problemas (Silver, 1994). Tomando como referencia el momento temporal en el que se produce la formulación y su relación con la resolución del problema, resulta interesante distinguir tres situaciones significativas: cuando la formulación de problemas acontece antes de la resolución del problema, cuando tiene lugar durante la resolución del problema y cuando ocurre después de resolver el problema (Silver, 1994). En cualquiera de los casos la formulación de problemas siempre requiere desarrollar un problema que exige una solución.

En adelante, nos centraremos en las tareas de generación de problemas. En tal caso, los problemas emergen de la exploración de la situación, a la que se le da una formulación matemática (Kilpatrick, 1987). El detonante es una situación determinada de naturaleza matemática, realista o real, como, por ejemplo, la presentación de un hecho real o figurado, una situación cotidiana, como, por ejemplo, una situación de compra-venta, o la modelización matemática de una situación proporcionada por el profesor. Por tanto, el contexto viene determinado por dicha situación (Malaspina, 2021). La información empleada se obtiene mediante la selección o modificación de la información percibida (algoritmo, texto, figura, tabla, imagen, tema matemático, etc.) en la situación dada. El requerimiento es una consecuencia de relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la información especificada, que están implícitas en el enunciado, dentro de un cierto entorno matemático. (Malaspina, 2021).

**Tabla 1.**

Los procesos de formulación de problemas según Silver (1994)

Tipos de tareas	Detonante	Momento temporal	Propósito	Pregunta operativa
Generación de problemas	Situación dada	Antes	Formular un problema	¿Qué problemas interesantes se pueden generar empleando la información proporcionada?
Reformulación de problemas	Problema conocido	Durante	Resolver un problema	¿Cómo se puede reformular este problema para que pueda ser resuelto?
		Después	Formular un problema	¿Qué nuevos problemas interesantes se pueden formular modificando las condiciones de este problema?

### 2.3. Ejemplos de tareas de generación de problemas en Educación Infantil

A continuación (Figura 1 y 2), se muestran algunas tareas para movilizar los procesos de formulación de problemas en Educación Infantil:

**Figura 1.**

Situaciones empleadas para activar la formulación de problemas (Codes et al., 2020)



(a)



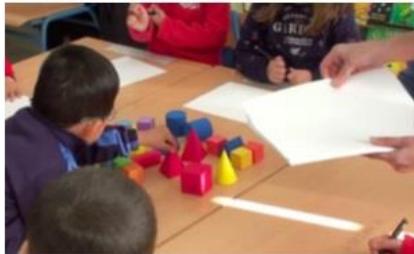
(b)

**Figura 2.**

Situaciones empleadas para activar la formulación de problemas (Codes et al., 2020)



(a)



(b)

Debido a que el alumnado (4-5 años) aún no es plenamente competente en la lecto-escritura, la consigan establecida por Codes *et al.* (2020) en la tarea para movilizar la actividad de formulación de problemas fue “*Formula un problema matemático a través de un dibujo y resuélvelo*”. A continuación (Tabla 2), se describen las situaciones y el entorno matemático previsto:

**Tabla 2.**

Tareas empleadas para movilizar la formulación de problemas en Educación Infantil (Codes et al., 2020)

Situación	Entorno matemático
Dos muñecos y 6 caramelos (Figura 1a)	Se espera que el alumnado dibuje problemas que impliquen el ámbito lógico (correspondencias cualitativas, seriación) y/o el ámbito numérico-aritmético (reparto, conteo, sumas o restas)
Cinco pelotas de diferentes tamaños, colores y texturas (Figura 1b)	Se espera que el alumnado dibuje problemas que impliquen la ordenación empleando como criterio el tamaño
Medios de transporte de juguete (coche, avión y camión) de distintos colores (Figura 2a)	Se espera que el alumnado dibuje problemas que impliquen el ámbito lógico (correspondencias cualitativas, clasificación, seriación) y/o el ámbito numérico-aritmético (conteo, sumas o restas)
Colección de cuerpos geométricos (esferas, cubos, prismas, pirámides y conos) de distintos colores (Figura 2b)	Se espera que el alumnado dibuje problemas que impliquen el ámbito lógico (clasificación, correspondencias cualitativas, seriación) y/o el ámbito magnitudinal-medida (altura)

### 3. CONCLUSIONES

La formulación de problemas matemáticos es una actividad genuinamente matemática que implica una alta demanda cognitiva (Silver, 1994), por lo que se puede emplear en cualquier nivel escolar para promover el desarrollo del pensamiento y las habilidades matemáticas (Lee et al., 2018). El hecho de que las tareas de formulación de problemas puedan implicar múltiples soluciones, junto con la posibilidad que ofrece a los estudiantes de integrar sus propias experiencias y conocimientos de la vida, contribuye al desarrollo de la creatividad, la flexibilidad mental y el razonamiento lógico (Leikin y Elgrably, 2019).

Aunque la investigación sobre formulación de problemas en el ámbito de la Educación Matemática es relativamente reciente, disponemos de estudios empíricos que evidencian que la formulación de problemas es un medio idóneo para: (1) acceder a la comprensión matemática del alumnado, (2) favorecer el desempeño matemático del alumnado (comprensión relacional y significativa de los conceptos), (3) mejorar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas, (4) evaluar la actividad creativa o la alta capacidad matemática y, (5) mejorar la actitud/disposición del alumnado hacia las matemáticas.

Sabemos que saber matemáticas, en esencia, implica saber resolver y formular problemas y, además, el desempeño en ambos procesos es una competencia clave desde la que contribuir al desarrollo de individuos que puedan hacer frente a los retos y desafíos del futuro, por ello invitamos a la comunidad educativa a favorecer una Educación Matemática edificada en torno a los problemas, y no exclusivamente en torno a su resolución.

*Creo que los problemas son el corazón de las matemáticas, y espero que, como maestros, en el aula [...] capacitemos a nuestros estudiantes para ser mejores formuladores y resolutores de problemas que nosotros (Halmos, 1980. p. 524).*

### 4. REFERENCIAS

- Baumanns, L. y Rott B. (2020). Rethinking problem-posing situations: A review. *Investigations in Mathematics Learning*, 13(2), 59-76. <https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1841501>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.

- Carrillo, J. y Cruz, J. (2016). Problem-Posing and Questioning: Two Tools to Help Solve Problems. En P., Felmer, E., Pehkonen, J., Kilpatrick (Eds), *Posing and Solving Mathematical Problems*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_2)
- Charnay, R. (2002). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C., Parra, y I., Saiz, (Eds.), *Didáctica de matemáticas: Aportes y reflexiones* (pp. 51-63). Paidós.
- Codes, M., Martín, J. P., y Pérez, R. (2020). Formulación de problemas en un aula de educación infantil. *APEduC*, 1(1), 87-99.
- Doyle, W. (1986). *Classroom management techniques and student discipline*. Office of Educational Research and Improvement.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217. <https://doi.org/10.1023/A:1002963618035>
- Freire, P. y Faundez, A. (2013). *Por una pedagogía de la pregunta: crítica a una educación basada en respuestas a preguntas inexistentes*. Siglo XXI.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519–524. <https://doi.org/10.2307/2321415>
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from?. En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–147). Lawrence Erlbaum Associates.
- Lee, Y., Capraro, R. y Capraro, M. (2018). Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge in Problem Posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2). <https://doi.org/10.12973/iejme/2698>
- Leikin, R. y Elgrably, H. (2019). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102(4), 101424. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.002>
- Malaspina, U. (2021). Creación de problemas y de juegos para el aprendizaje de las matemáticas. *Edma 0-6*, 10(1), 1-17. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2021.1-17>
- Mason J. (2016). When Is a Problem...? “When” Is Actually the Problem! En P., Felmer, E., Pehkonen, J., Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_16)
- Mason, J., y Johnston-Wilder, S. (2006). *Designing and using mathematical tasks*. Tarquin Publications.

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense – making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). MacMillan.
- Schön, D. (1979). Generative metaphor: A perspective on problem solving in social policy. En A. Ortony (Ed.), *Metaphor and thought* (pp. 284-324). Cambridge University.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.