El laboratorio de la ley de Hooke como escenario de construcción de la función lineal

Marlon Gama Quintero

Michael Andrés Ocampo Fonseca

Universidad la Gran Colombia
Facultad de ciencias de la educación
Programa de licenciatura en Matemáticas y tecnologías de la información
Bogotá 2016

Dedicatoria

A mi madre Nidia Quintero, mi padre Ernesto Gama y hermana Leidy Gama por su amor, trabajo y sacrificios en todos estos años, gracias a ustedes cumplo este objetivo.

Marlon Gama Quintero

A mi hija Valery Ocampo, madre Yazmin Ocampo y esposa Angie Ramírez por su motivación, esfuerzo y apoyo incondicional en mi vida.

Michael Andrés Ocampo

Agradecimientos

A mi asesor de trabajo de grado el Dr. Carlos Eduardo León Salinas.
Por su disposición, sugerencias, motivación y trabajo para llevar a buen fin el presente trabajo.

A los niños del semillero Mathema Kids.
Por brindarnos la oportunidad de conocerlos y trabajar con ellos.

Al semillero Mathema.
Por guiar, fomentar y articular el proceso de este trabajo.

CONTENIDO

Índice de ilustraciones

Índice de tablas

Resumen

Este trabajo de investigación muestra el diseño y la ejecución de un laboratorio establecido a partir de la ley de Hooke, con el fin de evidenciar las interpretaciones físicas de un comportamiento matemático: Lo lineal. En búsqueda de marcos de referencia, ausentes en algunos conceptos matemáticos, convirtiendo este trabajo en un recurso metodológico y didáctico para generar en los estudiantes procesos de argumentación, predicción y representación, sobre fenómenos de su naturaleza y contexto.

Este laboratorio se fundamenta desde la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, ya que, esta teoría formaliza el uso de conceptos matemáticos en contextos que habitan los sujetos, a través del uso reiterado de los conceptos matemáticos, que evidencian el significado de los conceptos a través de las actividades propuestas, obviando la enseñanza formal del concepto matemático.

Palabras clave

Ley de Hooke, socioepistemología, función lineal, proporcionalidad, predicción, población vulnerable

Abstract

This investigation shows the design and realization of a laboratory made according to Hooke's Law, with the purpose of demonstrate the physics interpretations of a mathematical behavior: the linear. Talking about frames of reference there aren't enough mathematical concepts about phenomena of this nature. For this reason this work becomes in a methodological and didactic resource for the students to develop processes of argumentation, prediction and representation. This laboratory is based on the socio-epistemic theory of the educational mathematics. Because this theory formalizes the use of mathematical concepts on inhabit environments by the reiterated use of mathematical concepts. This use in the proposed activities shows the concept's real meaning, omitting the formal teaching of the mathematical concept.

Key words

Hooke's Law, socio-epistemic , linear function, proportionality, prediction, vulnerable population

El laboratorio de la ley de Hooke como escenario de construcción de la función lineal

1. ANTECEDENTES

Cuando se inicia el estudio del cálculo, el concepto de función es indispensable para comprender las distintas nociones que caracterizan a esta rama de la matemática. Por ejemplo, este concepto permite la comprensión de la noción de límite, debido a que la representación gráfica y algebraica de una función, proporciona el marco adecuado para que los elementos que lo constituyen (vecindad o bola, punto de acumulación, acotamiento, entre otros.), adquieran significado intuitivo. Cuando se obtienen derivadas, se hace a través de una función, al igual que para calcular el área bajo la curva es necesario establecer que función la limita. De esta forma se puede inferir que el concepto de función es uno de los más importantes y recurrentes del análisis matemático.

A continuación se mencionan las ideas que se aproximan a este concepto (el de función) en algunos periodos de nuestra historia. Estas ideas fueron tomadas de (Garcia, 2007) que es la primera investigación que se consulta para la elaboración del presente marco, debido a que proporciona un claro ejemplo de la aplicación de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, a un saber específico: el concepto de función lineal.

1.1 El concepto de función desde lo histórico, epistemológico y cognitivo.

1.1.1 Origen del concepto de función.

Referente a la antigüedad, las estructuras que se asemejan más a la idea de relación entre magnitudes, (Característica propia de una función) se encontran en *"las tablas babilónicas, utilizadas para realizar cálculos y para la astronomía, la trigonometría de las cuerdas de la época alejandrina y el estudio de las cónicas realizado por los griegos"* (Garcia , 2007, pág. 4). En cuanto a la Edad Media, debido a la situación que vivió Europa en general, los avances significativos en la mayoría de los campos del saber quedaron relegados al pensamiento árabe. En relación a esta cultura (Garcia , 2007), aclara:

> *"En el comienzo de esta etapa es necesario mencionar el trabajo realizado por los árabes ya que hubo un incremento en el número de funciones consideradas, una mejora en los métodos de estudio de las mismas y un perfeccionamiento en los métodos para su tabulación."*(pág. 5).

A su vez, si bien el porvenir social y científico de Europa durante este periodo es comúnmente señalado y criticado de forma negativa, algunas instituciones de carácter ya universitario de la alta edad media como Oxford y París, realizaron estudios relacionados con la noción de función, al respecto (Garcia , 2007) señala *"El mayor aporte de estas escuelas es el estudio cuantitativo del movimiento local no uniforme, abordado en Inglaterra en dirección aritmética – cinemática, y en Francia, además, en dirección geométrica*." (pág. 5). Por último, resumiremos en el siguiente cuadro los avances más significativos de la Edad Moderna con respecto a la noción de función. Se presenta de esta forma, debido a que este periodo contribuyó de forma amplia y decisiva a su desarrollo.

Tabla 1. El concepto de función, información tomada de (Gracia, 2007)

Momento	Aportes
Siglo XVII	-Comenzó a surgir una nueva concepción de las leyes cuantitativas de la naturaleza y esto incidió notablemente en la evolución de la noción de función. El poderoso instrumento algebraico permitió a Fermat y a Descartes el descubrimiento de las representaciones analíticas. -Para alguno investigadores Descartes fue, quien por primera vez, y de una forma totalmente clara, sostuvo la idea de que una ecuación en x e y es un medio para introducir una dependencia entre dos cantidades variables, de manera que permite el cálculo de los valores de una de ellas correspondientes a los valores dados de la otra. -Las funciones se concibieron durante este periodo, en otro sentido distinto al algebraico, mediante el descubrimiento del desarrollo de funciones en series de potencias infinitas, debido entre otros a Newton, hizo posible representar analíticamente cualquier relación funcional de las que se estudiaban en esa época.
Año de1673	La palabra “función” aparece por primera vez en un manuscrito de Leibniz, en el contexto de un problema de cálculo de ordenadas a partir

	de cierta propiedad de la tangente.
Año de 1718	Aparece la primera definición explícita de función como una expresión analítica, en un artículo de Johann Bernoulli.
Siglo XVIII	Euler, discípulo de Johann Bernoulli, desarrolla en el siglo XVIII, en *Introductio in analysis infinitorum*, un estudio detallado del concepto de función. Comienza por definir nociones iniciales, en la definición de función sigue a su maestro Bernoulli y posteriormente aborda el problema de establecer qué se entiende por expresión analítica.

La anterior descripción histórica del concepto de función constituye el primer elemento que contribuyó en la elaboración de la investigación de (Garcia , 2007).

1.1.2 Aspectos epistemológicos relacionados con el concepto de función.

Como segundo elemento se consideraron los aspectos epistemológicos relacionados con el concepto de función, que se circunscribieron a las investigaciones realizadas por Sierpinska en su trabajo Years Old Students Conceptions of Functions, Iteration of Functions and Attractive Points de 1989. Este investigador realizó estudios referentes al aprendizaje del concepto de función en estudiantes, identificando los siguientes obstáculos epistemológicos asociados a esta noción:

1. Los objetos variables son aceptados en ciencias naturales o en aplicaciones, pero no en la matemática pura.

2. Las magnitudes son entidades cualitativamente diferentes de los números; la Proporcionalidad es diferente de la igualdad.

3. Fuerte creencia en el poder de las operaciones formales con las expresiones algebraicas.

4. Lo más importante de la matemática es proveerse de un cálculo poderoso que permita a los científicos resolver sus problemas.

5. Los objetos geométricos son tomados implícitamente como un todo que contiene en él mismo sus longitudes, su área o su volumen.

Esta investigación a su vez menciona las concepciones que los estudiantes pueden establecer de una función, dadas las características del presente trabajo citamos las más acordes al mismo

1. *Concepción primitiva*. Cuando una función es un desplazamiento de puntos sobre el plano o sobre una línea.

2. *Concepción de razón o proporción*. Cuando en el desplazamiento de puntos sobre el plano, la nueva posición se puede describir en relación con la posición inicial por una razón de distancias desde un punto fijo.

3. *Tabla numérica*. Cuando una función viene dada por su tabla de valores.

A su vez Sierpinska en un estudio posterior: Understanding the notion of function de 1992, propone la existencia de cuatro categorías relacionadas con los actos de entendimiento de un concepto matemático (nivel general), y diecinueve categorías que se pueden identificar en la compresión del concepto de función (nivel particular). Al respecto mencionaremos las que se aproximan más a los objetivos del presente trabajo.

Categorías de los actos de entendimiento de un concepto matemático:

1. Discriminación (entre dos objetos, detectando diferencias y propiedades relevantes).

2. Generalización (extender el orden de las aplicaciones, abrir posibilidades de interpretación y descubrimiento)

Categorías que se pueden determinar en la comprensión del concepto de función:

1. La identificación de regularidades en las relaciones entre cambios es un medio de tratar los cambios

2. Discriminación entre variables dependiente e independiente.

3. Síntesis entre el concepto de ley y el concepto de función.

4. Discriminación entre coordenadas de un punto de una curva y de los segmentos "rellenos" de la curva de ciertas funciones.

5. Discriminación entre las nociones de relación causal y funcional.

Otros factores a tener en cuenta al momento de enseñar a los estudiantes el concepto de función, según Sierpinska, son los siguientes:

-Motivación. Los estudiantes deben estar interesados en explicar los cambios, para así encontrar regularidades entre ellos.

- Comprensión de la noción de función. Los estudiantes deben ser capaces de identificar no solo aquello que cambia sino también cómo cambia.

-Representaciones. Los estudiantes deben tener la oportunidad de adquirir cierta flexibilidad en el uso de diferentes modos de expresión y de representación.

1.1.3 Aspectos cognitivos relacionados con el concepto de función.

Como tercer elemento Garcia, (2007) analiza las concepciones que los alumnos tienen de las definiciones matemáticas desde una perspectiva cognitiva. Para este propósito mencionan los trabajos de Vinner y Tall: Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity de 1981. Para estos investigadores las definiciones que se enseñan de los conceptos matemáticos, no siempre son utilizadas por los estudiantes para aplicarlas en los ejemplos o contraejemplos del concepto. Consideran que esta acción se manifiesta por medio de "una imagen del concepto, que incluye representaciones visuales y propiedades, resultado de su experiencia, asociadas al mismo". Se infiere, que se presenta una especie de reconstrucción personal del concepto por cada uno de los estudiantes de una definición ya establecida, donde las representaciones mentales del mismo se materializan, no en el conjunto de palabras que constituyen la definición del concepto, sino por medio de una imagen del mismo. En síntesis, para estos autores, en el caso particular del concepto de función: "Apropiarse del significado de la noción de función implica formar una imagen de la misma más que la definición formal". En segundo lugar, para comprender las concepciones que los alumnos pueden imaginar o recrear del concepto de función, conjunta a la anterior, (Garcia , 2007) aborda la investigación realizada por Dubinsky y

Harel: The nature of the process conception of function, de 1992, quienes consideran que los estudiantes conciben una función en virtud de las acciones, procesos, objetos y esquemas que pueden representarse en estas. A continuación se presenta la descripción de estos términos.

- La concepción de función como acción implica que el alumno requiere de instrucciones precisas, como por ejemplo el empleo de fórmulas algebraicas de la función para estar en condiciones de realizar transformaciones sobre ella.

- Una concepción como proceso significa el tener una idea más dinámica, poder pensar a la función como algo que recibe una o más entradas y que regresa salidas. Esta etapa requiere la coordinación de varias acciones.

- La concepción de objeto se logra cuando se manipulan las funciones mediante otras acciones y procesos, por ejemplo, cuando se derivan.

- Lograr la concepción de esquema involucra acciones, procesos y objetos del concepto de función, y distingue cuáles pertenecen a cada esquema.

1.1.4 Aspectos didácticos relacionados con el concepto de función.

El último elemento que aborda esta investigación, está relacionado con el estudio sistémico del concepto de función desde una perspectiva didáctica. Para este propósito, cita la investigación realizada por Ruiz: La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico de 1998, en la que el autor después de mencionar los respectivos obstáculos epistemológicos y la evolución histórica del concepto de función, realiza un análisis didáctico de este concepto en el aula de clase al asumirlo como:

Tabla 2. Análisis didáctico del concepto de función

Objeto a enseñar	Lleva a analizar cómo se presenta en los programas oficiales del nivel secundario del sistema educativo español. En este sentido, concluye que éstos inducen a la concepción de función como una aplicación entre conjuntos numéricos, promoviendo las expresiones algebraicas y la representación gráfica cartesiana
Objeto de enseñanza	Permite afirmar que los textos promueven la concepción del concepto de función como una fórmula algebraica, como una curva representada en unos ejes cartesianos y como una aplicación entre dos conjuntos numéricos.
Objeto Enseñado	Conduce a analizar los apuntes tomados en clase por los alumnos. Los fenómenos efecto de los contratos didáctico, escolar, pedagógico y de enseñanza encontrados, que viven, explícita o implícitamente, en el salón de clase le permiten determinar que las concepciones inducidas por los profesores en su enseñanza son: una función de variable real es una fórmula algebraica, una función es una gráfica representada en unos ejes cartesianos y una función es una aplicación entre dos subconjuntos de números reales

Para evidenciar cómo la evolución de la didáctica de la matemática afecta a los hechos didácticos Garcia (2007) menciona, en el marco teórico de su investigación, lo que Cantoral y Farfán (2003) han denominado en Matemática Educativa: una visión de su evolución , como momentos. Estos momentos pueden entenderse como, aquellas técnicas elaboradas, que se originan de situaciones propias del contexto escolar en un espacio-tiempo específico, en las que se identifican variables que caracterizan el proceso de enseñanza-aprendizaje, como: saber escolar, conocimiento, estudiante, maestro entre otras, para abordar fenómenos didácticos con el objetivo de configurar, a partir de una metodología adecuada, secuencias didácticas que permitan abordar los fenómenos didácticos evidenciados en un determinado saber. Para su respectiva investigación Garcia (2007) selecciona el siguiente momento: una didáctica en escenarios socioculturales, que es entendida como:

> *"una aproximación sistémica que recibe el nombre de aproximación socioepistemológica y que incorpora los cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza".* (Garcia , 2007, pág. 29).

La aproximación sistémica se realiza por medio del análisis histórico, epistemológico, cognitivo y didáctico del concepto de función, descritos en párrafos anteriores.

La aproximación socioepistemológica se sustenta en los supuestos de la matemática educativa, debido a que esta, al estudiar los fenómenos de la enseñanza de la matemática, las condiciones por medio de las cuales se realiza la transmisión del saber matemático en el aula de clase, y las formas de adquisición de este saber por quiénes aprenden, sitúa el origen de los fenómenos didácticos en la transición que se presenta del saber matemático, de los espacios donde se constituyó, a los espacios donde se realiza su enseñanza. Es decir, los problemas relacionados con la comprensión de un concepto matemático pueden presentarse cuando se incorporan estos conceptos en el ámbito escolar, mediante discursos que no enfatizan en la forma como fue constituido originalmente, ni en su funcionalidad. El carácter social de esta aproximación se evidencia al ubicar la construcción del conocimiento en un determinado contexto, es decir se sitúa, y al situarlo lo relaciona directamente con individuos, organizaciones o instituciones, de ahí el carácter social del mismo. Las investigaciones que se desarrollan a partir de esta aproximación utilizan como unidad de análisis conceptos propios de la socioepistemología como el de resignificación y práctica social, debido a que estas, relacionan los cuatro componentes fundamentales que permiten la construcción del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza.

La metodología de la investigación de (Garcia , 2007), fundamentada en la ingeniería didáctica que se sustenta teóricamente por medio de la transposición didáctica y las situaciones didácticas, plantea las siguientes fases:

1) Análisis preliminar

2) Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería

3) Experimentación

4) Análisis a posteriori y evaluación

Posteriormente, al identificar las variables de control que se establecen al trabajar con un grupo de docentes a través de un escenario en línea, (Garcia , 2007) muestra las cinco secuencias didácticas diseñadas para su implementación en el grupo seleccionado.

La primera de ellas consiste en la construcción del numero irracional $\sqrt{2}$, la intencionalidad de esta primera secuencia era: "*poner de manifiesto tres aspectos fundamentales: el reconocimiento de la proporcionalidad directa en diferentes contextos, las estrategias de cálculo utilizadas y la identificación del factor de proporción y el análisis de su significado*." (Garcia , 2007, pág. 68). La segunda secuencia consistía en construir los modelos de $y = ax$ e $y = ax + b$, con el objetivo de "utilizarlos como una herramienta de predicción." (Garcia , 2007, pág. 69) .La tercera secuencia tenía como intención implementar el programa SIRES (sistema de resortes), para simular el laboratorio de la ley de Hooke. Las secuencias cuarta y quinta consistían en realizar

operaciones básicas de suma y multiplicación, por medio de una herramienta tecnológica, en funciones algebraicas. La anteriores secuencias fueron implementadas y solucionadas por medio de un foro en línea.

Después del análisis de los resultados de las secuencias planteadas se concluyó por parte de (Garcia , 2007):

- Notamos que no se hace explicita la identificación del factor de proporción o el análisis de su significado en el contexto de la situación planteada a pesar de ser utilizado en tareas que implican, por ejemplo, el completar una tabla o representar gráficamente una serie de datos.
- La idea intuitiva "a más, más: a menos, menos", puede conducir a errores si no va acompañada de una identificación del factor de proporción, de un análisis de cómo es encontrado dicho factor y de una interpretación del mismo en el contexto de la situación planteada.

- Este tipo de software proporciona ambientes de simulación e interactividad para la actividad controlada de un alumno que aprende en la modalidad en línea.
- El escenario en línea y la modalidad asincrónica les dio a los alumnos y docentes la oportunidad de usar diferentes herramientas didácticas que les permitieron ilustrar sus explicaciones escritas, usando diferentes registros de representación.

1.2 El concepto de proporcionalidad

La segunda investigación que se consultó para la realización del presente marco fue:

Cuando una crece, la otra decrece... ¿proporcionalidad inversa o directa?, (Montiel, Cantoral , & Reyes, 2014). Esta investigación presenta una selección de actividades con el propósito de problematizar un saber matemático: el de proporcionalidad. Este saber, de vital importancia en la matemática, se utiliza en distintos niveles educativos, desde problemas asociados a porcentajes, linealidad y modelación de ecuaciones diferenciales (ley de calentamiento y enfriamiento de Newton).

Estas actividades se diseñan a partir de una unidad de análisis propia de este saber, para contrarrestar la forma como es abordado el concepto de proporcionalidad, que normalmente se realiza mediante la utilización de reglas mnemotécnicas que identifican el tipo de proporcionalidad que se presenta entre las magnitudes que conforman un problema asociado a este saber. Como se indicó anteriormente esta problematización se realiza a través de una unidad de análisis, que enmarca las cuatro dimensiones propias del análisis sistémico: las dimensiones didáctica, epistemológica, cognitiva y social del saber matemático en cuestión. Es mediante esta unidad de análisis que se diseñan las actividades que permitirán problematizar el saber de proporcionalidad. De esta forma

(Montiel, Cantoral , & Reyes, 2014), intentan poner en conflicto las reglas mnemotécnicas utilizadas en clase para abordar problemas asociados a este saber. El marco teórico de esta investigación está conformado por investigaciones teóricodidácticas, clasificadas de la siguiente forma:

- Investigaciones fundacionales relativas a las estructuras generativas.
- Investigaciones de clasificación de estrategias y argumentaciones.
- Propuestas didácticas.

(Montiel, Cantoral , & Reyes, 2014), abordan su investigación desde la teoría socioepistemológica. Esta teoría plantea, como ya se mencionó, un análisis sistémico conformado por: una dimensión social, que: “permite estudiar a los saberes atemáticos identificando la dimensión funcional, situacional e histórica, basada en la praxis, que está al nivel de la actividad y es soslayada y desdibujada en la práctica por el discurso Matemático Escolar” (Montiel, Cantoral , & Reyes, 2014, pág. 5). Esta unidad de análisis asociada a la dimensión epistemológica (que estudia la naturaleza del saber), destaca la importancia de la actividad humana en la construcción de los saberes matemáticos. Las dimensiones didáctica y cognitiva permitirán realizar un análisis del uso que se realiza del saber matemático, en una perspectiva distinta a la habitual donde intervienen procesos abstractos y procedimientos algorítmicos, debido a que la dimensión didáctica tiene como objetivo estudiar las distintas fuentes de información donde se presenta el conocimiento matemático estudiando, y la dimensión cognitiva la forma como los alumnos asimilan estos conocimientos.

A continuación se presenta un cuadro donde se muestran las actividades diseñadas en esta investigación.

Tabla 3. Actividades realizadas sobre el saber de proporcionalidad. Tomado de (Montiel, Cantoral , & Reyes, 2014)

Actividad	Objetivo
Representación gráfica y Representación tabular	-Detectar cuáles son las argumentaciones de los participantes cuando se enfrentan a una gráfica de naturaleza proporcional. -Generar en los participantes el cuestionamiento sobre sus argumentaciones, confrontándolas en la puesta en común y que en el diálogo confeccionen una nueva argumentación sólida. - Pretende que los participantes expongan estrategias para argumentar por qué es una función de proporcionalidad directa
Análisis de una situación presentada en un libro de texto: Matemáticas 2 de Mac Graw Hill	- Confrontar una situación de proporcionalidad directa, una inversa y una situación no proporcional, como así también, erradicar las reglas mnemotécnicas sin argumentaciones contundentes.
Comparación de la proporcionalidad directa e inversa.	- Concentra la información discutida y validada a lo largo de las otras actividades, pues es donde se vuelven a poner en contradicción las reglas mnemotécnicas.

(Montiel, Cantoral , & Reyes, 2014), concluyen

- Este tipo de actividades deben estar acompañadas de un proceso de problematización de saber matemático escolar junto a los actores del sistema didáctico.

- En este escrito cuestionamos al saber matemático escolar, concibiendo que desde la Teoría Socioepistemológica no solo reflexionamos sobre el cómo se enseña, sino sobre el qué se enseña.
- Las investigaciones realizadas nos permiten conjeturar que la problematización del saber matemático y la posterior problematización del saber matemático escolar con los agentes del sistema educativo permitirán contribuir a una nueva e innovadora relación al saber matemático.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Pregunta de investigación

¿De qué forma se puede construir la función lineal a partir de la experimentación física con estudiantes de población vulnerable?

En la actualidad existe una gran preocupación por el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en el contexto Colombiano, esto evidenciado en las pruebas Pisa, 2014, donde en matemáticas los estudiantes colombianos tuvieron el menor desempeño de todas las áreas valoradas, teniendo que menos de la quinta parte de los evaluados alcanzó el nivel mínimo y solo 10 de cada 100 mostraron competencias en nivel tres y cuatro. Estos resultados han generado que las comunidades académicas centren sus investigaciones en proyectos de educación matemática.

Esta problemática que evidencian las pruebas Pisa y que son centro de algunas investigaciones y discusiones como (Semana, 2014), reflejan las dificultades con las que se enfrentan los estudiantes en la clase. El lenguaje matemático, es decir, los símbolos y estructuras utilizadas usualmente en matemáticas para la comprensión de los objetos, resultan bastante precisos y tediosos para el estudiante, concibiendo por ejemplo, gran complicación al momento de leer e interpretar un enunciado. La resolución de problemas es otro de los focos de atención acerca de las dificultades cotidianas de la clase, el estudiante necesita relacionar las matemáticas con su entorno para comprenderlas como un conocimiento que puede utilizar para interpretar fenómenos reales. De lo contrario genera un desinterés hacia la clase que radica en la desmotivación, rechazo por el área y sus actividades.

Al abordar un concepto en la clase de matemáticas es evidente encontrar actividades carentes de significado para el estudiante. Esta ausencia de significados, es reportada por

Cordero y Martínez (2001) a raíz de privilegiar argumentos de corte analítico que toman a los conceptos matemáticos como objetos elaborados, alejados totalmente de argumentos situacionales. Por esta razón concebimos que las matemáticas carecen de marcos de referencia donde el conocimiento adquiera un significado propio, genere una variedad de interpretaciones y que en síntesis constituyan el uso del conocimiento.

Entonces el objetivo principal es proponer actividades para la construcción de marcos de referencia donde se involucre el uso del conocimiento matemático. Además como menciona el MEN en sus estándares del área de matemáticas (grado noveno), resolver y formular problemas seleccionando información relevante en conjunto de datos provenientes del contexto. Tambien se puede evidenciar esta desconexión entre el mundo real y las matemáticas que hacen que el conocimiento no sea útil para explicar los fenómenos naturales, desconociendo la relación histórica entre la física y las matemáticas. Pero según Arrieta (2003), el peso de los fenómenos físicos en la clase de matemáticas es escaso, a pesar de que nociones y procedimientos matemáticos han surgido del proceso de comprender fenómenos físicos reales.

Por lo anterior, cuando iniciamos temas previos al cálculo, por ejemplo, el concepto de función lineal, se explica cómo una función de primer grado cuya expresión analítica es; $\boldsymbol{y}$= f(x)= m$\boldsymbol{x}$+b, donde m, b representan constantes, $\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{x}$ representa la variable dependiente e independiente respectivamente, cuya representación gráfica es una línea recta. Se establece, que entre estas dos variables, existe una proporcionalidad directa, establecida por la constante m, lo que indica que a medida que la variable independiente crece (decrece), la variable independiente también lo debe hacer en la misma proporción.

Este tipo de definiciones son incomprensibles para quienes carecen de formación en matemáticas, ya que estas definiciones son de corte estrictamente analítico. Por ello uno de los recursos que se pueden utilizar para un uso del concepto de función lineal, es la Ley de Hooke ($F=-\kappa x$). Esta noción física, permite a través de prácticas experimentales, comprender la naturaleza proporcional de la función y construir, mediante comparaciones y observaciones el modelamiento matemático, dándole un nuevo significado a la función lineal desde su uso experimental.

En consecuencia, ante el problema de ausencia de marcos de referencia para la caracterización y construcción de la función lineal, este trabajo pretende aportar a partir de la Ley de Hooke elementos para la edificación de marcos de referencia.

1.2 Objetivo General

Construir el laboratorio de la Ley de Hooke como escenario para la construcción de la función lineal en estudiantes de población vulnerable.

1.3 Objetivos Específicos

Caracterizar el comportamiento lineal en un escenario de experimentación física.

Diseñar el laboratorio de la ley de Hooke como escenario de construcción de conocimiento matemático.

Desarrollar una secuencia de experimentación física que promueva el uso de conocimiento matemático con estudiantes de población vulnerable.

Analizar las interpretaciones físicas que tienen los estudiantes acerca de la ley de Hooke y su relación con el concepto de función lineal.

1.4 Justificación

Cuando se realiza el proceso de enseñanza y aprendizaje de las distintas nociones, ecuaciones, relaciones y fórmulas que deben ser abordadas en el área de las matemáticas, es posible y en estos tiempos habitual, que este proceso pueda ser encaminado y orientado por distintos recursos didácticos, con un propósito específico: que su comprensión y asimilación, por parte de los estudiantes, se realice en las mejores condiciones posibles. El físico alemán del siglo XIX Heinrich Hertz afirmaba con respecto a una de estas estructuras matemáticas: "Uno no puede escapar del sentimiento de que tales fórmulas matemáticas tienen una existencia independiente y una inteligencia propia, de que son más sabias que nosotros, más que sus descubridores, y de que obtenemos de ellas más de lo que en ellas hemos puesto".

El alcance práctico de una formula o ecuación matemática, descubierta en el ámbito científico, no es percibido ni captado en su totalidad cuando se realiza su hallazgo, son el tiempo y la solución de determinados problemas, los que proporcionan las distintas aplicaciones que se establecen a partir de ellas. El teorema de Pitágoras es un claro ejemplo de lo anterior. Sin indagar en el origen del mismo (si fue Pitágoras o alguno de sus discípulos o la cultura babilónica quien lo descubrió), las distintas aplicaciones que ofrecen las triadas pitagóricas incluyen: su habitual relación con los lados de un triángulo rectángulo que contribuyó, en cierta forma, al fomento de la agrimensura en la antigüedad. En segundo lugar, se mejoraron las técnicas de ubicación tanto a nivel astronómico como marítimo, que reemplazaron las antiguas formas de ubicación, que se fundamentaban en la observación directa de los astros conocidos, o la observación de la línea continental para navegar, (navegación al cabotaje, practicada por los fenicios), es decir la ecuación de Pitágoras proporcionó las técnicas geométricas apropiadas para estructurar la cartografía, navegación y topografía. Esta última (la topografía) se desarrolló a partir de 1533 con los estudios realizados por el cartógrafo holandés Gemma Frisius quien empleó la trigonometría para la elaboración de mapas con mayor precisión. Pero fue el matemático holandés Willebrord Snelliu quien transformó el método de su compatriota, para desarrollar un moderno trazado de mapas denominado: triangulación. Snelliu trabajó en él durante el siglo XVII, y lo difundió en gran parte de Europa. Por otra parte, como cualquier figura plana circunscrita por segmentos rectilíneos, es divisible en triángulos y estos a su vez pueden ser divididos en triángulos rectángulos, es posible plantear una relación entre las figuras (polígonos regulares o irregulares) y las medidas de sus lados. Al estudiar la naturaleza métrica de las figuras rectilíneas planas, de la manera anteriormente descrita, se originó una rama de la matemática llamada trigonometría que significa mediación de triángulos. Si tenemos en cuenta la importancia de la fórmula para la distancia entre dos puntos en la obtención de las ecuaciones de la mayoría de curvas planas, como las cónicas, vemos que el teorema de Pitágoras es fundamental, debido a que esta fórmula (la de la distancia) se obtiene a partir de este teorema. Podemos, entonces, mencionar la contribución que tuvo este teorema en el desarrollo de otra rama de las matemáticas: la geometría analítica. Por último el teorema de Pitágoras ha permeado en campos relacionados con la teoría de la relatividad. Como consecuencia de las nuevas geometrías no euclidianas y la posibilidad de definir un plano desde estas nuevas geometría, se planteó el interrogante acerca de la forma que puede tener el espacio. Gauss, el príncipe de las matemáticas, abordó el problema planteando la necesidad de idear una fórmula que permitiera medir la curvatura de las superficies, la cual puede ofrecer una descripción de la forma de estas. Gauss no logró descubrir una fórmula al planteamiento de su problema en dimensiones superiores al plano, pero logró concluir que la curvatura es una propiedad intrínseca de la superficie, mas no del espacio en el cual está contenida. Su fórmula denominada teorema egregium (notable), permite calificar la curvatura de una superficie sin salir de ella, estableciendo la curvatura por medio de algunas mediciones de la superficie. Lo interesante del teorema de Gauss es la manera como puede medirse la curvatura de una superficie, debido a que no es necesario saltar la dimensión para observar su curvatura o curvaturas. Es posible trasladarnos de la segunda dimensión a la tercera para observar y calificar la curvatura de la segunda dimensión, pero ¿si quisiéramos observar la curvatura de nuestro espacio, es decir de la tercera dimensión, ¿sería posible trasladarnos a la siguiente dimensión (la cuarta) para observar la curvatura de la tercera?, físicamente es inconcebible la existencia de una cuarta dimensión sobre la cual apoyarse para observar la tercera, pero, por medio de la contribución de Gauss es posible, con la toma de medidas adecuadas de nuestra dimensión, calificar su curvatura.

La fórmula que permite calificar la curvatura de superficies desarrolladas en dimensiones superiores a la segunda, fue descubierta por uno de los estudiantes más brillantes de Gauss: Georg Friedrich Bernhard Riemann. En ese entonces Riemman experimentaba con fuerzas eléctricas y magnéticas con Wilhelm Weber, un colaborador de Gauss. Es posible que Riemann haya percibido que la curvatura podría ser consecuencia de estas fuerzas, (Las fuerzas como generadoras de geometrías). La fórmula de Riemann generalizaba el teorema egregium de Gauss, y se fundamentaba en un concepto denominado: variedad. Esta variedad está definida “por un sistem1ºa de muchas coordenadas, aunque con una fórmula para la distancia entre los puntos cercanos, ahora llamada métrica de Riemann” (Stewart, 2013). ¿Qué influencia tiene el teorema de Pitágoras en la métrica de Riemann? La influencia radica en el hecho de que esta métrica está constituida por estructuras similares a las del teorema de Pitágoras.

Tabla 4. Estructura métrica de Riemann.

Métrica	Estructura
Si el espacio es euclidiano, con curvatura cero, la distancia *ds* entre estos dos puntos satisface la ecuación	$ds^2 = dx^2 + dy^2$
Si el espacio es curvado, con la curvatura variable de un punto a otro, la fórmula análoga, la métrica, tiene este aspecto	$ds^2 = Xdx^2 + Ydy^2 + Zdz + 2Udxdy + 2Vdxdz + 2Wdydz$

Por otro lado si se satisface el teorema de Pitágoras para variedades específicas, se concluye que la curvatura de esta variedad es inexistente, es decir es nula. Pero ¿qué relación tienen estos hallazgos con la teoría de la relatividad de Albert Einstein? Einstein, en cierta forma invirtió el proceso de Riemann, es decir utilizo la geometría para definir la fuerza de la gravedad en su teoría de la relatividad general. Puede entonces inferirse que si el teorema de Pitágoras estaba presente en la métrica de Riemann, estaría presente en la teoría de la relatividad que se sustenta, en cierta forma, en estas nuevas geometrías no euclidianas.

La anterior descripción de las distintas aplicaciones del teorema de Pitágoras, se realizó con el objetivo de sustentar la afirmación de Heinrich Hertz, mencionada al inicio de presente apartado. Parafraseándolo, las fórmulas son entidades que parecen poseer vida propia, inteligencia propia y situaciones no previsibles en el momento de su descubrimiento, que solo el paso de las generaciones puede develar. Si bien, esta descripción tiene marcados rasgos que tienden más hacia aspectos claramente científicos, nuestra intención es ampliar un poco esta afirmación y ubicarla en nuestro campo de acción: la educación. ¿Qué alcance tienen las fórmulas o ecuaciones que describen ya sea un fenómeno físico o una idea abstracta matemática en el ámbito educativo, para que los estudiantes que las estudian puedan comprenderlas desde un nivel distinto al habitual, es decir mediante mecanismos convencionales de transmisión del conocimiento que privilegian el aprendizaje de estructuras de corte analítico?

La Ley de Hooke, al igual que el teorema de Pitágoras, se estudia en el nivel de educación básica y media. Su estudio en cierta forma se simplifica, debido a que los estudiantes que cursan este nivel, cuentan con las nociones matemáticas suficientes para comprenderla. El laboratorio diseñado a partir de la ley de Hooke brinda el espacio para experimentar y evidenciar las aplicaciones que posee esta ecuación en una práctica específica. Mediante la implementación de este laboratorio en el aula de clase, notaremos que esta ley, descrita mediante una ecuación matemática, tiene existencia propia para los estudiantes, debido a que pueden relacionarla con un objeto específico: un cuerpo elástico (el resorte). En la práctica del laboratorio constituido a partir de la relación que sustenta la ley de Hooke, obtenemos de ella más de lo que en ella se ha puesto como lo afirma Heinrich Hertz, debido a que obtenemos de esta actividad o práctica, momentos en los que se recrea la experimentación con cuerpos elásticos, que proporcionaran a los estudiantes, espacios para la generación de debates sobre lo observado durante la práctica. Es en estos momentos donde se desarrollarán dimensiones propias del aprendizaje matemático, como el análisis, la predicción, modelación y representación gráfica o por medio de tablas, de la situación evidenciada. El desarrollo de los anteriores momentos por medio de un laboratorio fundamentado en la ley de Hooke se justifica como respuesta a "*la falta de interés, no solo del estudiante sino también del docente por entender las matemáticas como un conocimiento que se puede usar para la interpretación de fenómenos reales"*(Incluir cita de la revista pagina 41). Ubicar a la matemática en un campo exclusivamente abstracto es válido en una línea purista, pero no del todo a nivel educativo y más a nivel de básica-media, porque no todos tienen la facultada de comprender la matemática estructurada. La matemática tiene bastantes aplicaciones en otras disciplinas como la física, la química, la biología, la astronomía, entre otras, que se encargan de estudiar procesos físicos tangibles, observables y medibles con instrumentos elaborados sofisticadamente para tal fin, proporcionando un acercamiento, validado por el método científico, a la realidad física de los individuos y al medio en el cual habitan. Esta realidad física se convierte en una nueva variable del proceso de transmisión del conocimiento en el cual se destacan habitualmente los *individuos* que aprenden, el *concepto* que debe aprenderse y el *contexto* en el cual se ubican ambos.

Por otro lado existe una preocupación en la comunidad educativa colombiana por los resultados que se han obtenido de las pruebas internacionales Pisa, debido a que: *"Colombia ocupo el puesto 61 entre los 65 evaluados en matemáticas, lo cual representó el mayor retroceso de un país entre los participantes". "*(Incluir cita de la revista página 41). Lo anterior no debe ser soslayado, debido a que el sistema mundial que abarca no solo lo educativo, sino también lo económico, político, social y científico, utiliza estas pruebas como medio para medir el nivel cognitivo y de comprensión de los estudiantes que participan en estas pruebas. Para afrontar esta problemática se sugiere entre otros factores, modificar la forma como convencionalmente se ha transmitido el conocimiento matemático debido a que este *"se sigue enseñando como un conocimiento de verdades absolutas, sin imaginación y alejados totalmente de la realidad"* (pág 41).

Uno de los aspectos que influye en el aislamiento de la realidad física en la trasmisión del conocimiento matemático en el aula de clase, es la falta de divulgación referente a la relación constituyente que ha tenido la matemática con ciencias experimentales como la física. Esta última a lo largo de la historia ha contribuido de forma significativa en los avances de la matemática, empezando con los trabajos de Arquímedes de Siracusa relacionados con la mecánica, hasta los modernos estudios del botánico escoses Robert Brown en lo referente al movimiento browniano. Esta relación constituyente ha sugerido que:

"una manera de establecer un significado para las matemáticas es plantear escenarios desde la física para responder a problemas cotidianos. El movimiento de proyectiles, la deformación de un resorte, la periodicidad de las fases lunares y un sinnúmero de situaciones que en la historia generaron el conocimiento". (pág 43).

2. MARCO CONTEXTUAL

En comparación con la época colonial, la ciudad de Bogotá de finales del XIX no se interesó en modificar su extensión territorial de forma significativa: "*En el aspecto urbanístico la ciudad solo vio la aparición de dos barrios nuevos respecto a la Colonia, las Aguas y las Cruces y el esbozo de otros tres, Egipto, La Perseverancia y Chapinero*. (Fundación Misión Bogotá, 1989, pág. 15)

Su área, desde la Colonia hasta finales del siglo XIX, se mantuvo casi invariable. Contraria fue la situación de la población, que en el transcurso del siglo XIX se incrementó de 21.464 habitantes en 1800, a 100.000 en 1905. Si bien, se conservó casi el mismo territorio, se hicieron ciertas modificaciones a las residencias ya existentes, para dar espacio a los nuevos habitantes que en su mayoría eran inmigrantes que llegaban a la ciudad forzados por las guerras civiles. La ubicación de los nuevos residentes fue posible al dividir las grandes casas que poseían los habitantes de Santafé de Bogotá, las cuales causaron impresión a los cronistas de la época:

> *"El célebre cronista Caballero cuenta a propósito que en la casa de su madre, situado en el barrio de Santa Bárbara, había un solar con 21 surcos de cebolla, 40 de papa y maíz, dos de arracacha y otros más. Precisamente fue sobre estos huertos y solares y gracias a la división de viejas casonas como se pudieron construir la mayoría de las nuevas viviendas que durante el siglo XIX dieron albergue a una población que se multiplicó por cinco, mientras el radio de la ciudad apenas crecía"*. (Fundación Misión Bogotá, 1989, pág. 21)

Pero en la periferia de esta pequeña ciudad, se conformaron territorios constituidos por el *incipiente sector proletario* que a mediados del siglo XIX iba en aumento debido al surgimiento de algunas industrias que se configuraban en la ciudad. Estos territorios eran ejemplos evidentes de la primigenia distinción de clases que se iba constituyendo entre el sector proletario y el burgués, con el agravante de que, si bien se trataba de una población con limitaciones económicas, su proximidad con la ciudad hubiese sido suficiente para ofrecer mejores condiciones de vida a sus habitantes, de ahí que se afirme que en estas poblaciones se vivía "*en la completa indiferencia aun en la proximidad de la ciudad*" , de esta forma la zona fue señalada y categorizada desde ese entonces como:

> *"un indicador de miseria respecto a las condiciones de vida de los trabajadores, otorgándole un sentido negativo en tanto se le pensaba en términos de segregación y exclusión urbana, como un rasgo distintivo e indicador de la situación de explotación y desigualdad característica del modo de producción moderno-capitalista"*. (Guerra, 2010, pág. 111)

Imagen característica de los procesos industriales del capitalismo occidental, donde las comunidades, menos favorecidas sufrieron procesos de segregación y exclusión de una forma de vida más sofisticada, que se ubicaba no muy lejos de allí, en lo que otrora había sido Bogotá.

Uno de estos territorios es el conocido y popular sector que está asentado en las proximidades de los cerros orientales de Bogotá, lugar, que para los indígenas muiscas que inicialmente poblaron estas tierras, eran sagrados, debido a la gran diversidad de especies animales que circunscribían la zona, así como también de las diferentes especies vegetales nativas y fuentes hídricas que embellecían estas colinas. Nos referimos al barrio *Los Laches*.

Existen referencias de esta zona en la época en que fue conformándose Santafé de Bogotá. Se cuenta que uno de los pintores granadinos nacido y establecido en Santafé, don Gregorio Vázquez de Arce y Ceballos (1638-1711), acudía a este lugar a tomar la emblemática bebida muisca que en estos lugares se producía: la chicha.

El vínculo de Santafé de Bogotá con los lugares donde se producía y bebía (o se bebe) esta bebida, estuvo siempre rodeado de polémicas y controversias respecto a los posibles daños psíquicos y físicos que podía causar en sus consumidores, aunado a los problemas sociales que se presentaban. Al respecto se menciona: "*En efecto dichos antros fueron acaso la más repugnante lacra, no solo de la Santafé colonial, sino de gran parte de la Bogotá republicana, incluidas varias décadas iniciales del presente siglo".* (Fundación Mision Bogotá, 1989, pág. 49). Pero esta connotación hacia la chicha que desde los tiempos de la Colonia se tenía, y que incomodaron a las autoridades civiles y eclesiásticas santafereñas, no siempre fue enmarcada en estos términos. Para los muiscas fue en cierta medida, una bebida representativa en sus ritos, y su constante consumo desde los tiempos de la colonia por parte de los indígenas que aun habitaban la zona (aunque el consumo se extendió tanto a blancos como a mestizos, y de igual forma en todas las clases sociales) se debía quizás, a una forma de manifestación contra el sistema implementado por la corona española que suprimió en gran medidas las tradiciones indígenas:

> "… *en los tiempos de la Colonia, la chicha estaba íntimamente asociada a las celebraciones clandestinas que practicaban los indios de la ciudad en un esfuerzo desesperado por no dejar extinguir sus ritos y creencias ancestrales frente a la pujante invasión cultural española".* (Fundación Mision Bogotá, 1989, pág. 50).

Fueron reiterados los esfuerzos por parte de las autoridades civiles y eclesiásticas para erradicar, o al menos controlar, la producción y consumo de esta bebida en la ciudad, pero iguales fueron los esfuerzos por parte de los productores y consumidores para evitar su erradicación. Las medidas que intentaron implementar para un posible control fueron, entre otros, fijar horarios para su consumo, monopolizar su producción, aumento en el precio de la bebida, multas, azotes y el aislamiento de las chicherías en la periferia de la ciudad. Con respecto a esta última medida encontramos:

> *"Por desgracia los dignatarios elaboraron el decreto sin parar mientes en los medios para hacerlo efectivo. El citado decreto prohibió el funcionamiento de chicherías dentro del área comprendida entre las calles 5a y 22, y las carreras 4a y 10a. Esta disposición como queda dicho, se quedó en el papel*. (Fundación Misión Bogotá, 1989, pág. 9).

De lo anterior puede inferirse que los dignatarios se dignaron en proteger exclusivamente el sector más representativo de la ciudad desde los tiempos de su fundación. Y ¿Qué sucedía con el territorio restante? ¿Eran importantes o no para las clases dirigentes las zonas aledañas al centro de la ciudad? Utilizamos la palabra proteger, porque ya para comienzos del siglo XX, las chicherías no eran los lugares donde los antiguos indígenas recreaban sus ritos, sino lugares donde lamentablemente se realizaban todo tipo de vejámenes; *"Algunas tenían trastiendas, las cuales estaban separadas de la zona pública por un tabique precario. Allí dormía la propietaria o administradora y por lo general eran alquiladas a los parroquianos para el ejercicio de toda laya de concupiscencias*". (Fundación Mision Bogotá, 1989, pág. 53).

Como en la mayoría de los casos, las referencias que de los sectores populares de Bogotá se mencionan enfatizan más en los eventos negativos, y olvidan que allí, en estos lugares, existen personas que independientemente de sus condiciones sociales y económicas han logrado crear identidad y hermandad en medio de la adversidad. Para este propósito (Guerra, 2010) aborda en su investigación, los sucesos más importantes acaecidos en el barrio Los Laches y las vivencias más significativas en las vidas de las personas encuestadas por la investigadora, que de una u otra manera conforman la imagen colectiva del barrio. (Guerra, 2010) revive, por medio de estos relatos , la *memoria* individual de los habitantes para identificar el origen y desarrollo del barrio Los Laches, que como la mayoría de los barrios populares de Bogotá han sido conformados por comunidades rurales que han llegado a la ciudad, emigrando de su región natal, por cuestiones económicas, sociales, políticas, etc. (Guerra, 2010) menciona lo siguiente con respecto a la importancia de la memoria para recrear y rescatar la historia de la comunidad barrial:

> *"La historia barrial en Bogotá se ha recuperado sobre todo por la memoria de sus habitantes, hecho que tiene mucho qué ver con la manera como se han formado los barrio, como asentamientos no planificados, en muchas ocasiones ilegales, que han experimentado procesos de lucha para su inclusión dentro del sistema urbano"*. (Guerra, 2010, pág. 112)

La Universidad La Gran Colombia, está ubicada en el centro de la ciudad de Bogotá, una zona turística y con algunos rasgos coloniales que escapan al cambio normal de los tiempos modernos. A cinco minutos se encuentra Los Laches, un barrio de población vulnerable y con muchos problemas de tipo social reflejados en altos índices de inseguridad y de riñas, factores que también están presentes en sus instituciones educativas. Este barrio inicialmente fue una invasión que fue legalizada hace más de cincuenta años, pero aun hoy en día presenta un asentamiento de desplazados de la violencia o personas de bajos recursos que construyen sus viviendas en sitios aledaños a los cerros que acompañan el imponente paisaje del sector. Aun lado la inmensidad de una ciudad gobernada por sus altos edificios y sus infinitas calles; al otro lado, el verde vivo de la prominente naturaleza presente en las montañas capitalinas.

El barrio cuenta con tres instituciones educativas, las cuales son de carácter oficial y atienden a una población de más de 2500 estudiantes entre los cinco y los veinte años de edad. Este proyecto se desarrollará en una de estas instituciones, el colegio Los pinos el cual cuenta con unos 450 estudiantes y al igual que los problemas que se presentaron anteriormente, la violencia y las precarias condiciones son factores a tener en cuenta en cualquier caracterización que se haga de esta comunidad.

La violencia entre los estudiantes es un aspecto muy presente en la institución, los grados de tolerancia son mínimos y han sido numerosos los esfuerzos por mejorar el clima institucional alrededor de la solución pacífica de conflictos. Esta es una tarea que exige una participación colectiva que debe recibir aportes desde cada uno de los espacios disciplinares. Es por esto que uno de los principales objetivos de esta propuesta es consolidar un escenario que fomente el trabajo en grupo para lograr una construcción social del conocimiento, en este caso, de las matemáticas.

3. MARCO CONCEPTUAL

3.1 Proporcionalidad directa

(Thompson, 1949)

Si dos variables cualesquiera están relacionadas de tal modo que su razón permanece constante (invariable), se dice que *varían proporcionalmente* o que son *directamente proporcionales*. Suponga que x e y son las variables e $\frac{y}{x}$ su razón. Entonces como $\frac{y}{x}$ es también una fracción, se pueden multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número sin que se altere el valor de la fracción (Thompson, 1949)

, o sea, que si

$$\frac{y}{x} = c \qquad (1)$$

también

$$\frac{ny}{nx} = c$$

en que c es el valor constante de la razón.

De (1) se deduce que

$$y = cx \qquad (2a)$$

Si no se conoce el valor de c, la relación se escribe

$$y \propto x \qquad (2b)$$

El símbolo $\propto$ expresa proporcionalidad, y cualquiera de las expresiones (2a) o (2b) nos dicen que *"y es directamente proporcional a x"*. La forma (2b) indica simplemente una relación de *proporcionalidad* y (2a) es la ecuación de proporcionalidad de (2b). En cualquiera de las formas (2), la variable x, recibe el nombre de *variable independiente* y la y de *variable dependiente* o *función*.

Es fácil ver que si entre y y x existe una proporcionalidad *directa* dada por una de las expresiones (2), cualquier cambio de x va acompañado de una variación análoga de y. Así, por ejemplo, si multiplicamos x por un número, y queda multiplicado por el mismo número, y si dividimos x el valor de y queda dividido. Esto se traduce vulgarmente, aunque sea incorrecto, diciendo que si x aumenta, y aumenta, y que si x disminuye, y también disminuye.

3.2 Función lineal

Sea m un número cualquiera, consideremos la función

$$f\colon\ \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

Definida por

$$y = f(x) = mx \qquad (3)$$

En primer lugar

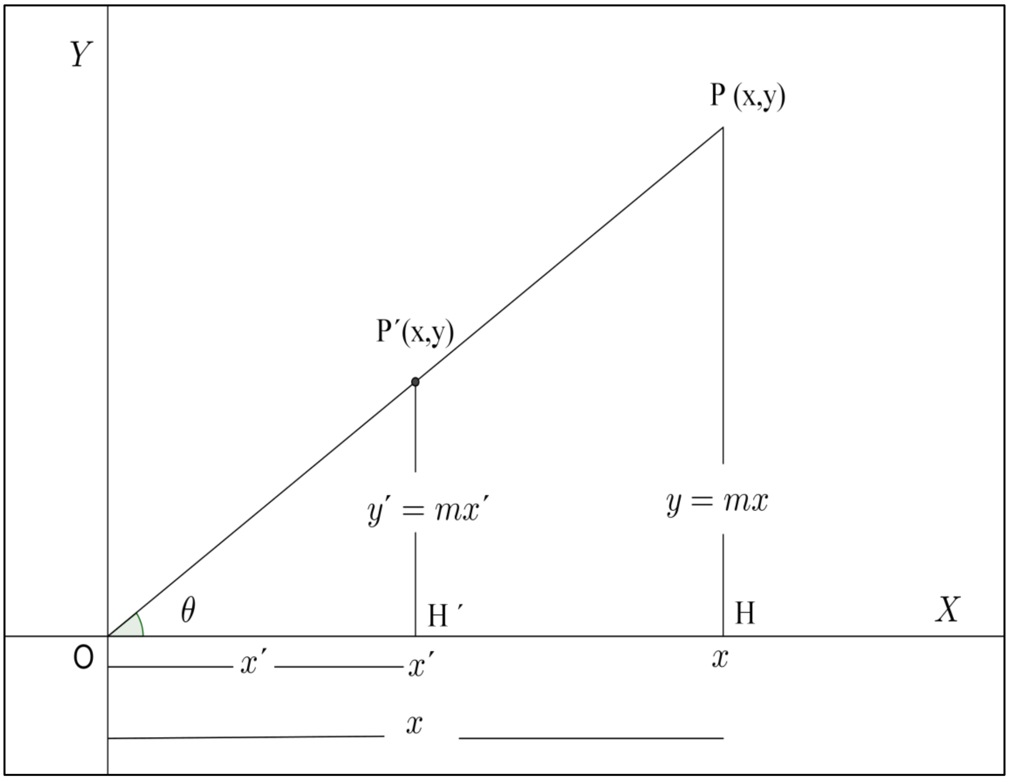
$$f(0) = 0 \qquad (4)$$

O sea que el punto $(0,0)$ pertenece a la gráfica de f . Sean

$$P(x, y) \qquad \text{y} \qquad P(x^{\prime}, y^{\prime})$$

dos puntos de la gráfica de f (ver Ilustración. 1).

Ilustración 1. Triángulos OHP y OH´P´



o sea

$$y = mx \qquad (5)$$

$$y' = mx' \qquad (6)$$

(observar que $f(x) = y$ y $f(x') = y'$)

Se tiene que

$$\frac{y}{y'} = \frac{x}{x'} \qquad (7)$$

Y como los tríangulos OHP y OH´P´ son rectangulos, se concluye que estos son semejantes, o sea que OP es paralela a OP´, lo cual quiere decir que los puntos P y P´ estan sobre la misma recta. Como x puede ser cualquiera, de ello se concluye que la gráfica de f es una linea recta y es por esto que la funcion f definida al principio se llama **funcion lineal.** Consideremos el tríangulo OHP se tiene que

$$\tan\theta = \frac{HP}{OH} = \frac{mx}{x} = m \qquad (8)$$

Este numero m se denomina la pendiente de la recta y es igual a la tangente del ángulo θ que forma la recta con el eje X. (θ se toma entre 0° y 180°). El ángulo θ recibe el nombre de **ángulo de inclinación de la recta.** (Takeuchi, Medina , Tovar, & Malpica, 1968)

Se pueden distinguir tres casos a saber

Si $\theta = 0°$ la recta coincide con el eje X, en este caso

$$m = \tan 0° = 0 \qquad (9)$$

Si $0° < \theta < 90°$ entonces $\tan 0° > 0$, o sea $m > 0$

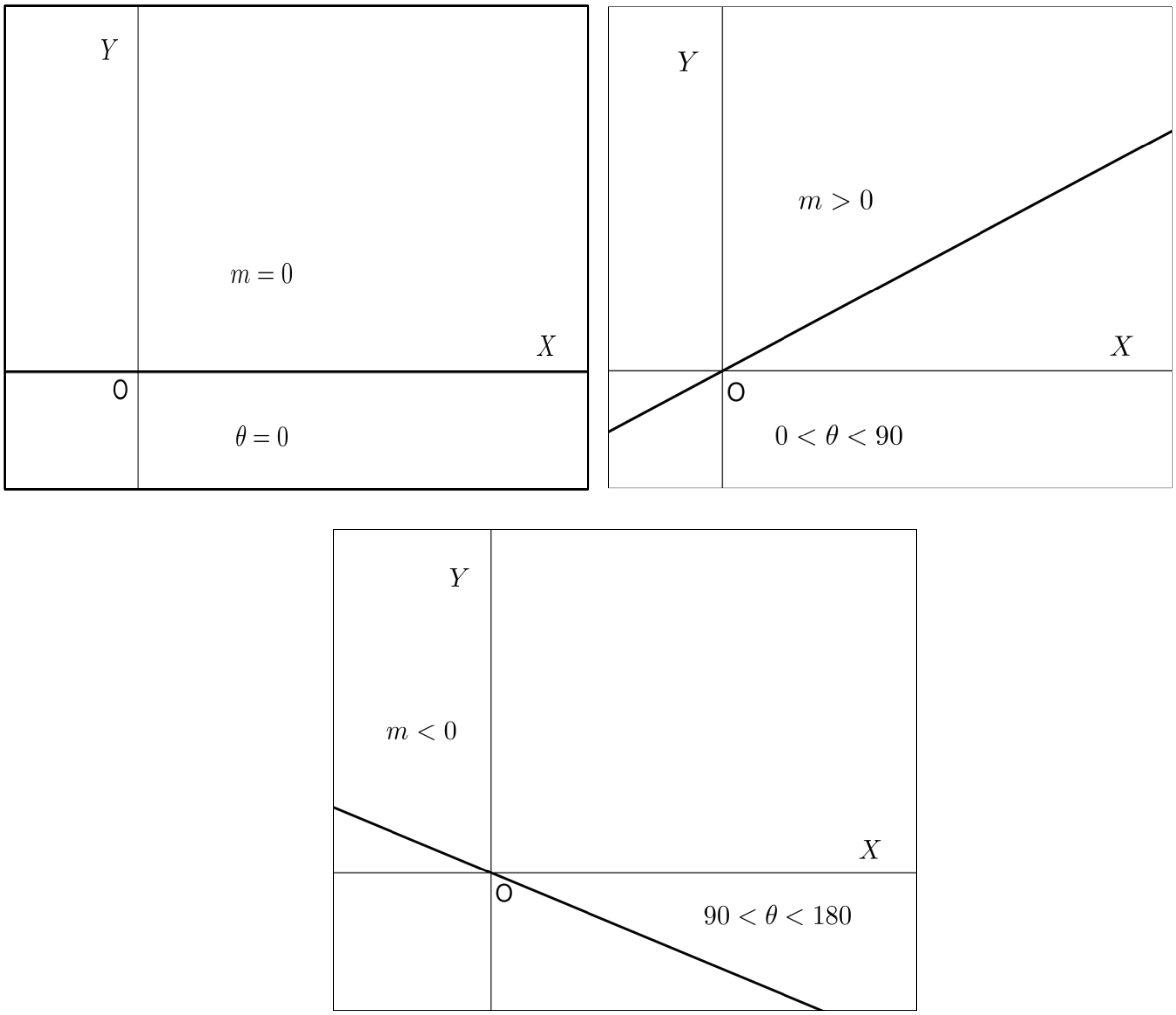
(La recta viendola de izquierda a derecha va subiendo)

Si $90° < \theta < 180°$ entonces $\tan\theta < 0$, o sea $m < 0$

(La recta viendola de izquierda a derecha va bajando) (Ilustracion 2)

Nota: En el caso de $\theta = 90°$, se tiene una recta vertical, pero este caso no está contemplado en la definición pues $\tan 90°$ **no está definida.**

Ilustración 2. inclinacion para θ=0; 0°<θ<90°; 90°<θ<180°



4.2.1 Función de primer grado

Consideremos ahora una función mas general. Sea

$$f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

definida por

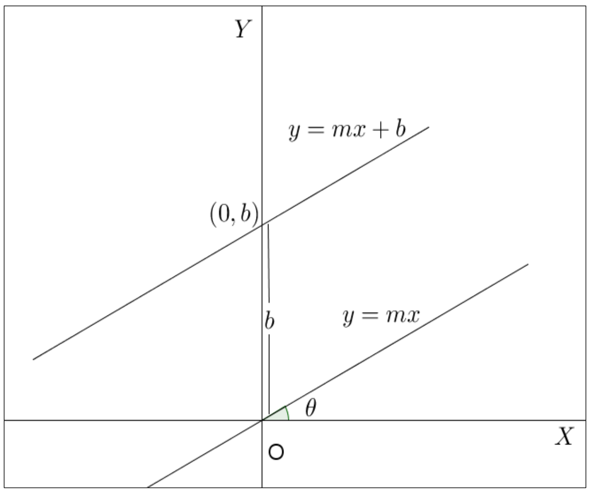
$$y = f(x) = mx + b \qquad (10)$$

en donde m y b son números reales dados. (Nota: Es claro que si $b = 0$ se obtine la función lineal.) Esta función recibe el nombre de primer grado). De esta manera análoga al caso anterior se puede deducir que la gráfica de esta función es **una recta.** La diferencia radica en que en este caso se tiene

$$f(0) = b \qquad (11)$$

o sea que la recta corta al eje Y en el punto $(0, b)$ del plano cartesiano. Al número b se le llama **la ordenada en el origen de la recta.**

Ilustración 3. Función lineal vs función de primer grado

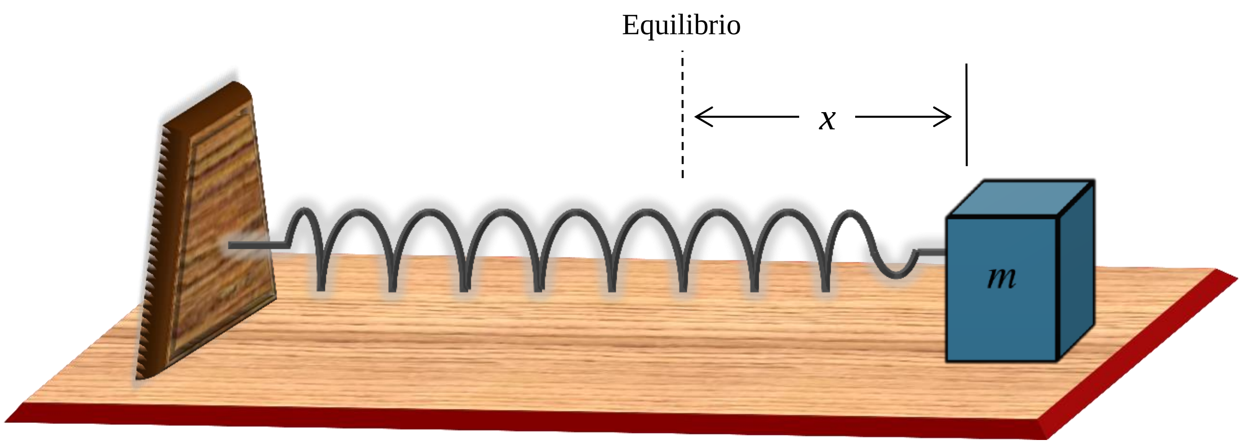


4.3 Movimiento armónico simple

La siguiente información fue tomada de (Tipler, 1999)

Un tipo corriente y muy importante de movimiento oscilatorio es el **movimiento armónico simple** tal como el de un cuerpo unido a un muelle, como puede verse en la ilustración 4

Ilustración 4. Cuerpo unido a un muelle que descansa sobre una mesa sin rozamiento. Se mide el desplazamiento x desde la posición de equilibrio. El desplazamiento puede ser positivo si el mulle se estira y negativo si el cuerpo se comprime.



En el equilibrio, el muelle no ejerce ninguna fuerza sobre el cuerpo. Cuando se ve desplazado en una cantidad x su posición de equilibrio, el muelle ejerce una fuerza $-kx$, que viene dada por la ley de Hooke:

$$F_x = -kx \qquad (12)$$

En donde k es la constante del muelle, característica de su rigidez. El signo menos indica que se trata de una fuerza restauradora; es decir, se opone a la dirección del desplazamiento. Combinando la ecuación 1 con la segunda ley de Newton se tiene

$$F_x = ma_x \qquad (13)$$

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (14)$$

es decir

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}\,x \qquad (15)$$

La aceleración es proporcional al desplazamiento y tiene sentido contrario. Esto constituye una característica general del movimiento armónico simple y, de hecho, puede utilizarse para identificar sistemas que presentan esta clase de movimiento.

Siempre que la aceleración de un objeto es proporcional a su desplazamiento pero con sentido opuesto, el objeto se mueve con movimiento armónico simple.

Como la aceleración es proporcional a la fuerza neta, siempre que la fuerza neta sobre un objeto es proporcional a su desplazamiento y con sentido opuesto, el objeto se moverá con movimiento armónico simple.

El tiempo que emplea el objeto desplazado para realizar una oscilación completa alrededor de su posición de equilibrio se denomina periodo T. El reciproco es la frecuencia f, que es el número de oscilaciones por segundo:

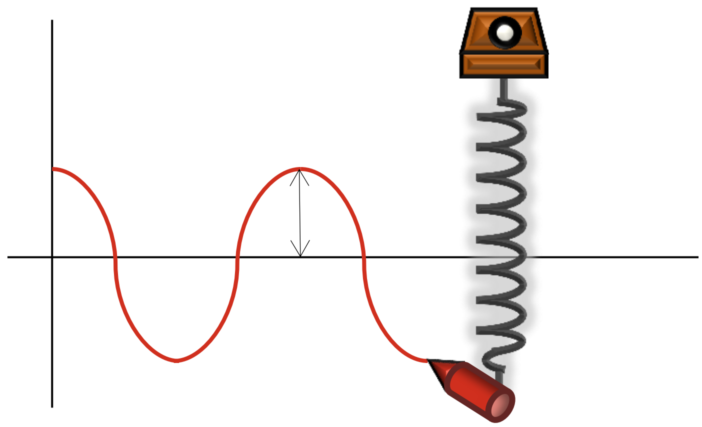
$$f = \frac{1}{T} \qquad (16)$$

La unidad de frecuencia es el recíproco del segundo (s^{-1}), que recibe el nombre de Hertz

(Hz). Por ejemplo, si el tiempo necesario para una oscilación completa es 0,24 s, la frecuencia es de 4 Hz.

La ilustración 5 muestra cómo se puede obtener experimentalmente x en función de t para una masa sobre un muelle.

Ilustración 5. Diagrama para ilustrar la obtención de x en función de t



La ecuación correspondiente a esta curva es

$$x = Acos(\omega t + \delta) \qquad (17)$$

en donde A, ω y δ son constantes. El desplazamiento máximo respecto a la posición de equilibrio se denomina amplitud A. El argumento de la función coseno, $\omega t + \delta$, se denomina fase de movimiento y la constante δ se denomina constante de fase. Esta constante depende de la elección de $t = 0$. Si tenemos solo sistema oscilante, podemos elegir $t = 0$, de modo que $\delta = 0$. Si tenemos dos sistemas oscilantes con igual amplitud y frecuencia, pero diferente fase, podemos elegir $\delta = 0$ para uno de ellos. Las ecuaciones de los dos sistemas son entonces

$$x_1 = Acos(\omega t) \qquad (18)$$

y

$$x_2 = Acos(\omega t + \delta) \qquad (19)$$

Si la diferencia de δ es 0 o un número entero de veces 2π, entonces $x_1 = x_2$ y se dice que los sistemas están en fase. Si la diferencia de fase δ es π o un nuemro impar entero de veces π, entonces $x_1 = -x_2$ y los sistemas están fuera de fase.

Podemos demostrar que la ecuación 17 es una solución de la ecuación 15 derivando *x* dos veces respecto al tiempo. La primera derivada de *x* es la velocidad *v*.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega sen(\omega t + \delta) \qquad (20)$$

Derivando la velocidad respecto al tiempo se obtiene la aceleración

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 Acos(\omega t + \delta) \qquad (21)$$

es decir

$$a = -\omega^2 x \qquad (22)$$

Comparando $a = -\omega^2 x$ con $a = -\frac{k}{m}x$ (ecuación 15) vemos que $x = Acos(\omega t + \delta)$ es una solución de

$$\frac{d^2x}{dt^2} = at = -\frac{k}{m}x$$

si

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (23)$$

La amplitud A y la constante de fase δ pueden deerminarse a partir de la posición inicial x_0 y la velociadad inicial v_0. Haciendo $t = 0$ en $x = Acos(\omega t + \delta)$ se obtiene

$$x_0 = Acos\delta \qquad (23)$$

De igual modo, haciendo $t = 0$ en $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega sen(\omega t + \delta)$ resulta

$$v_0 = -A\omega sen\delta \qquad (24)$$

Estas ecuaciones pueden resolverse para A y δ en función de x_0 y V_0.

El periodo T es le tiempo transcurrido cuando x se repite. Por tanto,

$$x(t) = x(t + T)$$

$$Acos(\omega t + \delta = Acos[\omega(t + T) + \delta] = Acos(\omega t + \delta + \omega T)$$

Las funciones coseno y seno repiten su valor cuando la fase se incrementa en 2π, de modo que

$$\omega T = 2\pi$$

o sea

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

La constante ω se denomina frecuencia angular. La unidad es el radian por segundo y sus dimensiones la inversa del tiempo, las mismas que la velocidad angular, que también se designa ω

La frecuencia es la reciproca del periodo

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Como $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, es la frecuencia del periodo de un objeto sobre un muelle están relacionados con la constante de fuerza k y la masa m por

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

La frecuencia crece cuando aumenta k(rigidez del muelle) y disminuye cuando aumenta la masa.

4. MARCO TEÓRICO

Es usual que el investigador iberoamericano al buscar soluciones a problemas de su contexto, pretenda reproducir resultados que datan de otras investigaciones que han sido desarrolladas en contextos distintos, lo cual resulta en un error, en tanto que toda teoría posee un alcance temporal y local y sus resultados están supeditados a su contexto de origen. A este fenómeno se le denomina transculturación (Cantoral, 2014).

Dicho traslado, da paso a una serie de circunstancias que resultan ser el indicio del fracaso de los modelos pedagógicos dominantes y el inicio del surgimiento del modelo emergente de la Socioepistemología.

Por lo cual, resulta ineludible reconocer la coyuntura histórica que acompaña la construcción de las teorías para que ellas sean comprendidas. Es así como, en la presente investigación, se ha resuelto usar los experimentos que provienen de la física como una plataforma para que los estudiantes puedan comprender conceptos de la matemática.

La Socioepistemología es una teoría que busca la explicación de la construcción social del conocimiento matemático; de sus antecedentes, se constituye como una teoría "contextualizada, relativista, pragmática y funcional", en tanto que no abstrae su lógica de un cuerpo de conocimiento filosófico, sino de la realidad "tacita", por tanto, se ocupa de problemas circunstánciales e históricos (Cantoral, Reyes – Casperini y Montiel, 2014).

De acuerdo con el autor, la socioepistemología no es una teoría contemplativa de la realidad, sino crítica de las realidades sociales, en consecuencia y a modo de ejemplo, el estudiante en el aula pasa de *interpretar* gráficas a *juzgar y comprender* las mismas en relación a su contexto

En conclusión, la socioepistemología es una teoría relativista que estudia el conocimiento puesto en contexto, en otras palabras, estudia las prácticas que acompañan a la construcción social del objeto matemático.

En el desarrollo de las investigaciones socioepistemológicas se germinó un modelo metodológico para el análisis secuencial de las prácticas sociales o la anidación de prácticas, el cual siempre inicia con la problematización del saber; Dicho modelo está constituido por dos elementos, el primero es "historizar", y hace referencia al estudio del contexto y momentos históricos donde se construyó el conocimiento matemático, y segundo dialectizar, que se puede comprender como "el poner a conversar" distintas teorías que se han aproximado al mismo objeto matemático.

De tal manera, la Socioepistemología se posiciona como una disciplina científica emergente de carácter sistémico, que se ocupa de tres apuestas puntuales; la primera de ellas es el estudio a profundidad de la noción de saber, la segunda es la compresión de las prácticas sociales que están alrededor del objeto matemático y por último, la comprensión de la difusión institucional, en otras palabras, la compresión de las prácticas sociales que institucionalizan el conocimiento (Cantoral, 2013)

El carácter sistémico de la Socioepistemología, hace alusión a que ni el individuo ni sus relaciones se estudian como objetos aislados, sino que se estudian en situación o contexto. De tal manera que el desarrollo de una propuesta teórica en dicha perspectiva necesite de un modelo que comprendiera cuatro dimensiones: epistemológica, sociocultural, didáctica y cognitiva. Con lo anterior, se abre una brecha en la discusión, por los estudios en los contextos didácticos que apuntan a la compresión específica de producción y reproducción de conocimiento. La socioepistemología es una teoría de carácter relativo, lo cual indica, que su producción de conocimiento no busca la explicación de universales sino la comprensión de la cultura y su forma de saber.

Para dar marcha al modelo, fue necesario un cambio en la compresión del Saber, por un lado, se trasladó el concepto psicológico de adquisición a una metáfora tomada de la Economía llamada *uso*, en otras palabras, se pasó de un conocimiento estéril a un conocimiento activo "el saber"; a su vez, la introducción de la metáfora uso, trajo consigo una comprensión compleja del modelo de significación; dado que no existe un saber en uso, sin un usuario y su contexto, bajo esta lógica, se entrelaza la compresión de las prácticas de referencia. La práctica de referencia es un punto nodal del primer principio de Socioepistemología que se explicará más adelante, hace referencia la regulación de las acciones bajo el conglomerado de otras acciones llamadas ideologías o paradigmas.

En otras palabras, la Socioepistemología descansa en dos teorías, la matemática por un lado, como discurso científico y lo sociocultural como un dispositivo metodológico que tiene como objeto las relaciones sociales y en última instancia sus prácticas.

Por lo retos que estaba asumiendo la teoría respecto a introducir una postura en contraposición de los métodos de enseñanza tradicionales, era imprescindible para su desarrollo la introducción de constructos como contextos de significación y práctica de referencia. El primer concepto propone que el conocimiento se significa de distintas maneras y el segundo concepto abre una brecha muy importante, y es el exponer una epistemología de las prácticas más no del conocimiento, de tal manera, que la Socioepistemología no pretende tipificar, si un conocimiento es correcto en relación a un curriculum, sino busca tipos de pensamiento que sean socialmente compartidos que permitan conocer la forma en que las personas *conocen*. (Cantoral y Espinoza, 2011)

La matemática educativa de orientación Socioepistemológica inicia el tratamiento del saber ubicándolo en un contexto y examinando desde quién lo aprende, inventa y finalmente quién lo usa. En otra palabras, el conocimiento “se construye, reconstruye, significa y resignifica”; la socioepistemología se interesa por estudiar entonces, los significados que son compartidos en un contexto específico, el objeto pasa de ser el foco central, a estar situado en la periferia, quedando como protagonistas las prácticas sociales que se desarrollan a su alrededor; bajo una metáfora neo piagetiana, aquí se trata el objeto matemático, como un objeto, en donde puede ser manipulado.

De tal manera es importante caracterizar las prácticas sociales, ya que son una suerte de unidad de análisis para la investigación de orientación socioepistemológica. Así pues son: por su parte, (i) insustanciales pero inferibles, (i) permanentes aunque no estáticas, (iii) normativas pero no mandatarias (iv) Se expresan en múltiples planos (individuales y colectivo) y (v) son producto de análisis mas no de observación. (Cantoral, Reyes – Casperini y Montiel, 2014).

El autor hace hincapié en la distinción entre la comprensión de prácticas sociales en las escuelas socioculturales actuales y la Socioepistemología, indicando que este es uno de los aportes más importantes de la teoría. De tal manera, se considera que la práctica social no es la acción del individuo o el grupo, sino aquello que los lleva a hacer las acciones, en otras palabras, orientación a la práctica.

Los principios sobre los cuales se fundamenta la socioepistemología comprenden cuatro dimensiones esenciales para analizar y comprender los resultados de investigaciones que aborden la construcción social del conocimiento. Sin obedecer a una secuencia lineal estos principios se enuncian como: El principio de la racionalidad contextualizada, el principio del relativismo epistemológico, el principio de la resignificación progresiva o de la apropiación situada y el principio normativo de la práctica social.

4.1 El principio normativo de la práctica social

Debido a que la práctica social es considera dentro de esta teoría como el elemento fundamental, por medio del cual es posible generar conocimiento, el principio normativo de la práctica social es considerado el eslabón fundamental para el funcionamiento de la socioepistemología. Para perfilar una práctica es necesario establecer, en primer lugar, un sujeto que emprende una acción desde lo individual, colectivo o histórico, y se pueda mediante esta acción, intervenir en el medio para organizar la práctica como una actividad humana situada socialmente.

4.2 El principio de racionalidad contextualizada

Para este principio es de vital importancia la triada sujeto, saber y contexto, donde la relación existente entre sujeto y saber depende directamente del contexto. Contraria a la visón que adquirimos de racionalidad donde se privilegia reglas abstractas aceptadas unánimemente por la comunidad académica, la socioepistemología brinda una alternativa al proceso de racionalización, esta " insiste en que debemos entender los principios normativos del razonamiento dentro de los contextos específicos bajo los cuales se realiza una inferencia." (Cantoral, 2013, pág. 159). En síntesis El principio de racionalidad contextualizada indica que los razonamientos que se realizan de determinadas situaciones dependen directamente del contexto en el que los individuos las llevan a cabo.

4.3 El principio del relativismo epistemológico

Mediante una aclaración conveniente por parte de Cantoral (2013) donde se expone que no debe mal interpretarse este principio, en cuanto a que no se sugiere que en todo momento exista diversidad de opiniones ante determinados hecho ,este principio asociado directamente a la noción de relativismo sugiere que "*El relativismo es el concepto que sostiene que los puntos de vista no tienen verdad ni validez universal, sino que, en todo caso, solo poseen una validez subjetiva y relativa a los diferentes marcos de referencia."* (Cantoral, 2013, pág. 159).

4.4 El principio de resignificación progresiva.

El proceso de significación está determinado por la estructura abstracta de símbolo, debido a que es a partir de este, que es posible significar al objeto. La interacción entre sujeto y objeto, según la epistemología genética, permite generar significados construidos que caracterizan a los objetos con un primer significado. Para lograr el proceso de resignificación, es necesario someter de nuevo al objeto, ya con un primer significado, a una nueva situación que le permita resignificarse para lograr la producción de nuevos conocimientos.

A modo de conclusión, resulta imprescindible preguntarse, al asumir la Socioepistemología como paradigma, si en realidad los estudiantes no están comprendiendo los conceptos en el aula o si no se está leyendo una parte de la realidad de los mismos que les permite incorporarlos; de tal manera, asumir dicho paradigma conlleva un cambio de pensamiento y se debe considerar si lo que se ha expuesto en los círculos científicos dice algo relevante acerca de la realidad que vivimos.

Junto a lo anterior, se identifica que la Socioepistemología implica en el contexto educativo de la matemática: (i) El traslado de la comprensión de un estudiante cosificado (en tanto que la matemática se presenta como un instrumento de selección) a un estudiante constructor de significados adueñado de su comprensión matemática (ii) La transformación de un profesor sumiso que ha asumido un currículo institucional a un constructor de conocimiento en un aula que trae los problemas coyunturales a la situación a conversar. (iii) El traslado de un modelo de transferencias donde el estudiante adquiere ciertas dosis de conocimiento a un modelo transversal donde el estudiante significa a partir de su cultura. (iv) La emergencia de discursos construidos y constructivos en el aula, que se apartan del discurso matemático escolar (DESM). (v) Los constructos contexto de significación y práctica de referencia han sido utilizados para explicar el carácter contextual del conocimiento. (VI) Que la mayoría de los estudiantes puedan entender y apreciar la matemática en el aula, lo que se denominó, democratización del saber. La Socioepistemología se interesa por estas implicaciones porque reconoce que la mejor forma de educación demanda un cambio del DESM como discurso dominante. Este discurso, reduce el saber al conocimiento porque lo saca de contexto; mutilando y sobre especializando la información.

Las investigaciones en matemática educativa que se encaminan a través de un corte de tipo socioepistemológico, rediseñan el discurso matemático escolar a partir de la siguiente triada: Uso-usuario-contexto, con una visión particular del *saber*: "*Se lo construye, reconstruye, significa y resignifica, se lo ubica en el tiempo y el espacio, se lo explora desde la óptica de quien aprende, de quien inventa, de quien lo usa"*, (Cantoral, 2013, pág. 97). Desde el momento en que se configuró el laboratorio de la ley de Hooke, se concibieron los siguientes parámetros respecto a la forma como debía estructurarse: Se construye el montaje experimental por medio del cual se recrearan los elementos propios de este laboratorio. La construcción no solo se limita al montaje. Mediante el desarrollo de las distintas actividades, será posible descubrir la relación existente entre las magnitudes involucradas. Pero este descubrimiento no se realiza a través de enunciados convencionales encontrados en los libros de textos, donde se privilegia la solución de problemas asociados a los conceptos de razón y proporción, se realiza a través de la experimentación, toma de datos concretos y elaboración de conjeturas asociadas al comportamiento de las variables involucradas. El saber se reconstruye debido a que en el desarrollo de las actividades los estudiantes no son instruidos de forma técnica en los saberes a ser evidenciados, es a través del desarrollo del laboratorio donde ellos construyen una idea ya establecida, descrita con un lenguaje propio, adquirido en el medio donde viven y se relacionan.

Para que un saber pueda se resignificado, es necesario que los individuos involucrados en el laboratorio hayan interactuado constantemente con el mismo, es decir en este momento interviene uno de los términos que conforma la triada mencionada anteriormente: el uso. El uso reiterado de un concepto permite su resignificación. Durante el proceso experimental se manipularán distintos resortes, con distintas características físicas para evidenciar una verdad científica estándar a ellos: la fuerza aplicada sobre un cuerpo elástico es directamente proporcional al desplazamiento producido en este. La implementación de este tipo de actividades busca develar la relación existente entre el saber y la vida cotidiana, objetivo principal de las investigaciones que se orientan a partir de la Socioepistemología, debido a que "*la Socioepistemología, como perspectiva del saber responde a las preguntas: ¿Qué es conocer?, ¿Qué hacemos cuando construimos y usamos al conocimiento, ¿Cómo construimos nuestros sistemas conceptuales?* (Cantoral, 2013, pág. 139). Uno de los ideales de nuestro trabajo es vincular actividades u objetos que son manipulables en nuestro diario vivir, para rescatar la *construcción social del conocimiento* que es el objeto de estudio de esta rama de la Epistemología denominado Socioepistemología. Como se encontrará más adelante, el proceso de predicción se realizará a través de resortes hipotéticos, que se encuentran vinculados al funcionamiento de objetos que manipulamos a diario. Al primer interrogante de la cita anterior (¿qué es conocer?), el laboratorio constituido por medio de cuerpos elásticos, ofrece el escenario adecuado para que este proceso se realice de forma dinámica, objetiva y experimental, características propias de los métodos desarrollados por la ciencia, donde es posibles concretar los sistemas conceptuales que rigen el conocimiento de la sociedad actual.

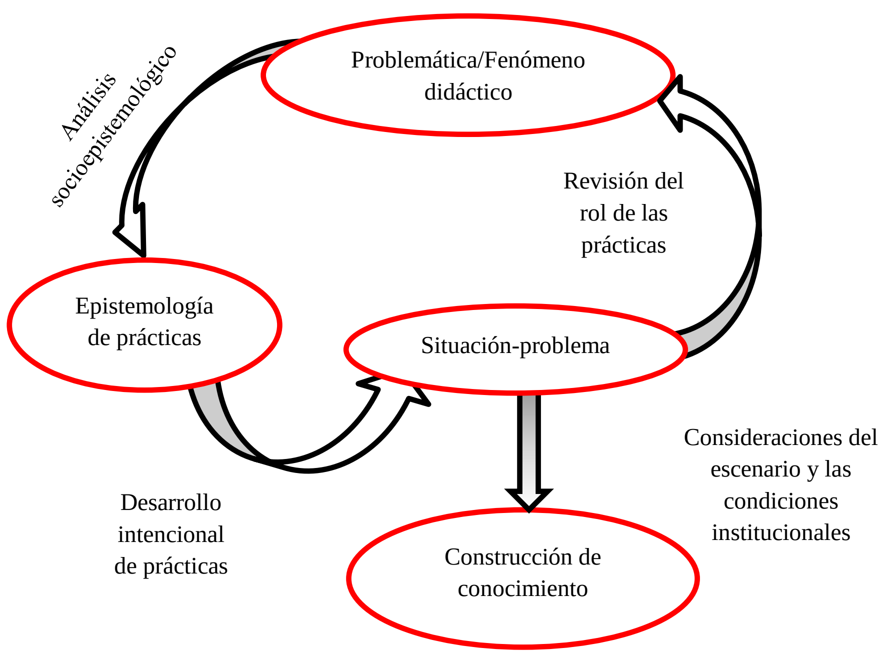
5. METODOLOGIA

5.1 Enfoque metodológico.

Este trabajo de investigación es producto de un semillero de investigación denominado MATHEMA. Los trabajos realizados en este grupo de investigación, son abordados y orientados a partir de los lineamientos establecidos en la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, que como toda teoría establecida y consolidada, proporciona un esquema metodológico, por medio del cual, es posible identificar algunas categorías de análisis para las investigaciones que intentan abordar problemáticas relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la matemática. A partir de prácticas elaboradas, se intenta: construir o reconstruir el conocimiento matemático, identificar su importancia histórica, su significado e intencionalidad manifiesta en los grupos humanos donde se realiza la práctica.

A continuación se ilustra el esquema metodológico diseñado por (Montiel & Buendia, 2011).

Ilustración 6. Esquema metodológico. (Montiel & Buendia, 2011)

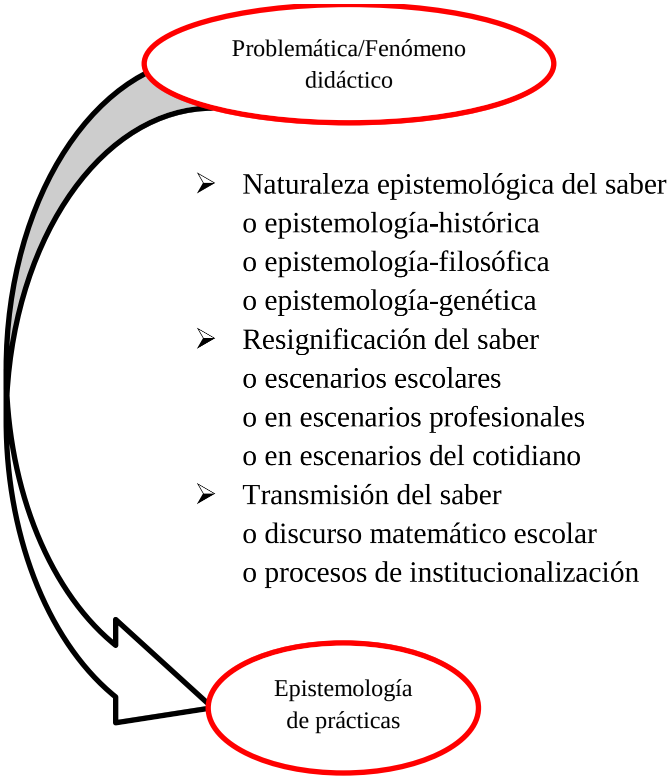


El anterior esquema está constituido por nodos, que son definidos de la siguiente manera "*momentos o fases de un proceso de la investigación global que incluyen un conjunto de tareas propias y se singularizan por las circunstancias que dan forma al fenómeno de estudio".* (Montiel & Buendia, 2011, pág. 443). Los nodos que conforman el esquema están unificados por acciones relacionantes que "*bien pudieran considerarse como relaciones en ambos sentidos*" (Montiel & Buendia, 2011, pág. 443). En la acción relacionante es posible identificar las dimensiones de análisis propias de cada acción, que permitirán comprender el uso que se hace del saber matemático y su correspondiente significado derivado, no del objeto matemático como tal, sino del significado que es posible establecer en la actividad. Las dimensiones de análisis generales, a partir de las cuales es posible problematizar el saber son: *la naturaleza epistemológica del saber, su resignificación y sus procesos de transmisión*.

Estos nodos no necesariamente deben utilizarse en el orden estrictamente establecido en el esquema, ni tampoco ser abordados en su totalidad, seleccionando las fases o momentos más indicados para orientar la investigación, y que a su vez, permitan articular cada una de las secciones que conforman la misma.

A continuación se ilustran las dimensiones de análisis particulares, de los nodos y de la acción relacionante que orientará esta investigación.

Ilustración 7. Momentos o fases apropiados para esta investigación (Montiel & Buendia, 2011)



Este trabajo de investigación busca obtener respuestas con respecto a la ausencia de marcos de referencias que impiden comprender, desde un punto de vista distinto del abstracto, los parámetros de la función lineal (pendiente e intercepto en el eje y). De esta forma buscamos a partir de esta problemática, *resignificar el saber de la función lineal* por medio de *escenarios escolares*, y la *transmisión de este mismo saber* por medio *de un discurso escolar* configurado por medio del laboratorio de la ley de Hooke.

Se definirán a continuación algunos conceptos relevantes de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa. En primer lugar mencionamos el concepto de resignificación, el cual es entendido como el "*proceso continuo de darle significado al saber matemático a través de sus usos, esto es los significados que subyacen a la actividad y no exclusivamente al objeto* *matemático"*. (Montiel & Buendia, 2011, pág. 444). De esta forma la *actividad* cumple con *la función de producir objetos de conocimiento* (Montiel & Buendia, 2011, pág. 444).

Mencionamos, igualmente, uno de los supuestos establecidos en la investigación socioepistemológica: *estudiar la construcción de conocimiento situado*. Con este supuesto se propone (en la teoría), idear actividades que permitan identificar aquello que *norma* la acción humana, y que la teoría socioepistemológica ha dado en llamar: *práctica social*, que es definida como "*La práctica social no es lo que hace en si el individuo o grupo (no es la práctica ejecutada), sino el motivo de hacer lo que se hace, digamos que norma su accionar (es la orientación de la práctica, es la práctica social)"* (Cantoral, 2013, pág. 150).

Dentro de este enfoque metodológico, propio de la Socioepistemología, *la problematización del saber* es considerada el *principio fundamental* de la teoría, a partir del cual es posible identificar los *fenómenos específicos*, que a su vez, son identificados como el objeto de estudio del enfoque teórico.

5.2 Método

El presente trabajo se orientará, por medio de los lineamientos propios de la investigación cualitativa, debido a que sus características permiten articularla con el enfoque metodológico anteriormente descrito. Para comprender este tipo de investigación, es adecuado mencionar que el término cualitativo deriva de la palabra cualidad que "*tiene su origen, en la palabra latina qualitas, y esta, a su vez, deriva de qualis (cual, qué)"* (Martinez, 2004, pág. 65).

Puede entenderse, a partir de lo anterior, que la indagación de ciertas propiedades de un objeto, un ser o un colectivo, permiten realizar una descripción adecuada del conjunto de cualidades que los definen y caracterizan. En otro sentido "*la investigación cualitativa trata de* *identificar, básicamente, la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones”* (Martinez, 2004, pág. 66).

A continuación se muestra un cuadro en el que se sintetizan las orientaciones metodológicas de la investigación cualitativa

Ilustración 8. Orientaciones metodológicas de la investigación cualitativa. (Martinez, 2004, pág. 69)

→	→	→	→	→
1	2. Objetivos	3. Métodos	4. Técnicas	5. Teorización
1 ¿Cuál es la pregunta básica de la investigación?	Definir el significado conjunto de toda expresión de la vida humana (actos, gestos, habla, textos, comportamientos, etc.) cuando son muy complejos.	Hermenéutico	• Círculo hermenéutico • Cánones lingüísticos y psicológicos • Entrevista semiestructurada • Observación participativa	Categorización Estructuraciones individuales Estructuración general Contrastación Teorización
	Describir cómo un grupo humano crea y mantiene un orden y vida social aceptables por medio del habla y la interacción.	Etnometodología	• Observación participativa	

	Comprender el proceso de asignación de símbolos con significado a las palabras y hechos en la interacción social.	Interaccionismo simbólico	• Observación participativa • Estudio de caso					
	Describir la importancia que el texto hablado o escrito tiene en la comprensión de la vida social.	Análisis del discurso	• Principios y técnicas de la gramática, la sintaxis, la semántica y la pragmática					
	Comprender realidades cuya naturaleza y estructura dependen de las personas que la viven y la experimentan.	Fenomenología	• Entrevista semiestructurada • Auto reportaje					
	Comprender el mundo vivencial femenino como es vivido y sentido por la mujer.	Feminismo	• Autobiografía • Auto etnografía • Entrevista semiestructurada					
	Conocer una realidad social (generalmente inhumana) por medio del testimonio de algunos de sus protagonistas o testigos directos.	Narrativa testimonial	• Narración histórico-vivencial					

	Conocer un tema específico de estudio e investigación que es vivido por un grupo humano.	Grupos focales	• Interacción discursiva y contrastación de opiniones de los miembros					
	Describir el estilo de vida de un grupo de personas habituadas a vivir juntas.	Etnográfico	• Observación participativa • Entrevista semiestructurada					
	Comprender a un grupo y su cultura (o un aspecto de ella) a través de uno de sus miembros.	Historias de vida	• Narración amplia y detallada de uno o varios de sus miembros e interpretación del investigador.					
	Conocer una realidad humana excepcional (como la de la violencia extrema) a través de la investigación realizada por algunos de sus miembros.	Endógeno	• Realización de toda la investigación, con entrevistas, hechas por algunos de sus miembros, asistidos por un experto externo.					

	Descubrir la naturaleza de un problema comunitario o personal y plantear o lograr su solución en un proceso cíclico.	Investigación – acción	• Formación y guía de un grupo de coinvestigadores de la comunidad, asistidos por un investigador externo.					

En el cuadro anterior se sombrean aquellas orientaciones que permitirán guiar nuestra investigación por medio de los lineamientos de una investigación cualitativa. Teniendo en cuenta el carácter social de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, planteamos para nuestra investigación, estas orientaciones debido a que, la actividad a realizar involucra *grupos humanos* en los que, se tiene como propósito, comprender una *realidad*: la presencia de problemáticas relacionados con el aprendizaje y enseñanza de la función lineal.

5.3 Hooke y la experimentación

Considerado el más importante experimentador del siglo XVII, Robert Hooke realizó numerosos aportes significativos en distintas ramas de la ciencia de su época: Elasticidad, astronomía, combustión y fisiología, geología y fósiles, óptica y teoría de la luz e instrumentación. Obstinado en su creencia de no hacer públicos sus descubrimientos hasta no estar completamente convencido de haber logrado algún efecto práctico a partir de ellos, hizo manifiesto, casi dieciocho años después de ser descubierto, uno de sus principales aportes científicos y que le dio renombre en la posteridad. Nos referimos a su hallazgo realizado en el campo de la elasticidad, y que involucra necesariamente la dinámica del presente trabajo. Este hallazgo corresponde a la ley de Hooke, que hizo pública en una conferencia, donde, después de enseñar cómo se fabricaba un resorte, realizó la correspondiente explicación de la ley relacionada con este objeto y la fuerza aplicada sobre el mismo, que se puede enunciar de la siguiente forma:

> *"La fuerza aplicada es proporcional al desplazamiento o cambio en la longitud del resorte, y establece una relación lineal entre fuerza y extensión. La explicación algebraica de la ley es por tanto $F = kx$, donde F y x son, respectivamente, la fuerza aplicada y el estiramiento o desplazamiento provocado en el resorte". (Valera, 2004, pág. 169)*

Como consecuencia de su descubrimiento, Hooke establece una teoría original relacionada con la filosofía mecánica. Para él, los cuerpos y el movimiento, están estrechamente relacionados hasta el nivel de poderlos unificar en un único concepto, en cuanto a que

> "*En su modelo de elasticidad, la extensión de una partícula corresponde al espacio ocupado por la amplitud de sus vibraciones. Como tal amplitud puede cambiar, la extensión no es una propiedad innata de la materia sino una consecuencia mecánica de su movimiento".* (Valera, 2004, pág. 170)

La anterior observación de Robert Hooke no se aleja demasiado de las ideas unificadoras que ha caracterizado a la ciencia física, se puede decir que este carácter de síntesis ha sido uno de sus principales objetivos. En un principio, cuando recién la humanidad había iniciado su periplo por los caminos de la ciencia, la comunidad científica de ese entonces, había logrado identificar fenómenos relacionados con el calor, el movimiento, el sonido y la gravedad. Más adelante, debido a los trabajos realizados por Sir Isaac Newton, con relación a las leyes del movimiento, fue posible explicar los fenómenos relacionados con el calor y el sonido, no como fenómenos independientes, sino como consecuencia del movimiento de las partículas que constituyen el medio en el cual se manifiesta el fenómeno. De igual forma fue posible, gracias a los trabajos realizados por James Clerk Maxwell, quien propuso que la luz era una onda electromagnética, unificar los fenómenos ópticos y luminosos en una sola teoría denominada electromagnetismo.

Tabla 5. Aportes por Robert Hooke en los distintos campos científicos (Valera, 2004).

	Contribución.
Astronomía	Instrumentación y procedimientos astronómicos: ➢ Diagrama de iris. ➢ Visor reticular. ➢ Pulidora para lentes hiperbólicas y elípticas. ➢ Máquina para dividir limbos y círculos. ➢ Ajuste mediante tornillo micrométrico. ➢ El cuadrante mural. ➢ El cuadrante de montura ecuatorial. ➢ Helioscopio Observaciones astronómicas ➢ Superficie de Júpiter. ➢ Manchas sobre Marte ➢ Mancha sobre el disco solar ➢ El 22 de enero de 1673, observo un nuevo planea, que posteriormente sería nombrado como Urano.
Combustión y respiración.	Aire-Combustión. ➢ Alteración física de la combustión en presencia o no

	presencia del aire. ➢ Observo que la pólvora ardía sin necesidad de aire ➢ Para el, el aire estaba constituido por dos partes, una nitrosa y otra inerte o fija. Aire-Respiración. ➢ Conjeturó que la función de la respiración era introducir en la sangre algo esencial para la vida.
Geología y fósiles	Fósiles ➢ Llego a la conclusión, después de analizar la estructura microscópica de un trozo de madera fosilizada, que se trataba de antiguos organismos vivos petrificados. Geología. ➢ Conjeturó que los accidentes terrestres fueron producidos por terremotos y erupciones volcánicas.
óptica y teoría de la luz	➢ Descubrió el fenómeno de la difracción , al que llamo inflexión ➢ Experimentó con los colores observables en cristales de Moscovia y otros cuerpos delgados
Instrumentación	➢ Construyó un barómetro de cuadrantes (meteorología) ➢ Construyó un hidrómetro (para medir la humedad del aire ➢ Construyó el denominado *reloj meteorológico* (Instrumento multifuncional, media: la presión, la temperatura, y la

	humedad del aire, etc.)

Robert Hooke es claramente producto de la revolución científica llevada a cabo durante los siglos XV y XVI en Europa. En Inglaterra, específicamente, esta revolución contó con grandes personajes que incursionaron e investigaron en diferentes aspectos relacionados con la ciencia práctica y experimental. De este grupo de científicos ingleses se pueden mencionar: John Wilkins (Director del Wadham College), John Wallis y Seth Ward (profesores de geometría y astronomía), Jonathan Goddard (Médico personal de Cromwell) y al que es considerado, hoy en día, como el primer químico moderno, Robert Boyle.

Hooke incursionó de esta manera, a la edad de dieciocho años, en el ámbito científico inglés. Se instruyó de todos ellos. Contribuyó, posteriormente con sus ideas, al desarrollo y mejoramiento de la instrumentación científica. De igual manera lo hizo en el terreno teórico. Lo anterior como producto de la dinámica establecida en el denominado círculo o *club filosófico* constituido por los personajes anteriormente mencionados. A modo de ejemplo, citamos el siguiente fragmento, donde se evidencia la forma como los científicos de ese entonces abordaban el saber científico de la forma más ampliamente posible:

> *Wilkins además de su entusiasmo por la botánica, estaba interesado en temas tan variados como los relojes de sol, las fortificaciones, los barcos de vela y la navegación .Con su brillante joven protegido Christopher Wren trabajó sobre termómetros, imanes, máquinas de movimiento perpetuo, balanzas, carruajes, artefactos submarinos y máquinas de volar. (Valera, 2004, pág. 16)*

Como es sabido, los científicos de la edad moderna abordaron el conocimiento a partir del método científico experimental, desde el momento en que Rene Descartes afirmara, influenciado por el movimiento renacentista, en su *Discurso del método*, que era precisamente el método mas no las características particulares que rodean a los individuos, lo que diferenciaba la diversidad de opiniones. Que el contar con una gran capacidad de ingenio no era suficiente, era claro para él, que lo importante era la manera como se aplicaba, que evidentemente podía ser por las sendas de lo benéfico o lo perjudicial. Esta nueva forma de abordar el conocimiento permitió aislar, en cierta manera, los rasgos mágicos que acompañaron los descubrimientos medievales. (aunque no hay que olvidar las ideas de Roger Bacon, quien vivió en el siglo XIII d. C, con respecto al método científico). Las ideas ocultistas de la Edad Media influenciaron en cierta manera los posteriores descubrimientos de científicos de renombre como Isaac Newton y Galileo Galilei, quienes al no contar con los avances de la revolución tecnológica, debían confiar en su intuición y creencias, como lo habían hecho los primeros ocultistas, quienes en sus ideales intentaron lo que intentan en la actualidad, los fiscos modernos, sintetizar el saber. Lo anterior queda manifiesto, a partir de sentencias que en su debido momento conformaban los pilares de su conocimiento: *"lo de abajo es como lo de arriba"*, con lo que intentaban explicar la relación existente entre los fenómenos que sucedían a niveles del microcosmos, como a nivel del universo. Independientemente de lo anterior, el futuro de la ciencia estaría designado por las técnicas desarrolladas por los científicos de la edad moderna y Robert Hooke estaba convencido de ello "*En el conjunto de la obra de Hooke, sus aportaciones instrumentales están íntimamente ligadas a su visión de la ciencia. Hooke estaba convencido de que sin exactitud en las medidas cuantitativas la ciencia no se podría desarrollar plenamente.* (Valera, 2004, pág. 206)

6.4 Fases del laboratorio

6.4.1 Diseño del laboratorio

Para estructurar esta fase del laboratorio se identificaron, en primer lugar, las magnitudes principales a ser medidas en las prácticas derivadas de los sistemas masa resorte. De esta forma si se tiene en cuenta la relación establecida por Robert Hooke con respecto a los resortes: $F = kx$, se infiere que las magnitudes principales son x (elongación) y F (fuerza, $F = ma$, de la segunda ley de Newton). Se aclara, que si bien el material empleado en este laboratorio es acorde a los sistemas masa resorte, se decidió, debido a la población que intervino en el laboratorio, que las magnitudes a ser evidenciadas fueran la elongación producida en el resorte, y las *masas* de las monedas, mas no el *peso* de las mismas. De esta forma no se utiliza la magnitud vectorial *fuerza* debido a que los estudiantes que participaron de la actividad, aún no han abordado esta magnitud de manera formal.

Si bien, a partir del laboratorio de la ley de Hooke es posible establecer diferentes prácticas como la predicción, observación o comparación, se decide optar por la medición, debido a la importancia que ha tenido este proceso en el desarrollo de ciencias aplicadas como la física y la química. Es bien sabido que las conclusiones obtenidas por Sir Isaac Newton, y que se sintetizaron en las tres leyes del movimiento, publicadas en su magna obra *Los principios matemáticos de la filosofía natural*, fueron en cierta manera inspirados por los resultados obtenidos por Galileo Galilei, quien logró un avance importante en el plano científico: aplicar nociones matemáticas y mediciones cuantitativas a la física, "*El científico italiano Galileo Galilei (1564-1642), que en los años 1590-99 estudió el comportamiento de los cuerpos durante su caída, protagonizó espectacularmente la aplicación de las matemáticas y las mediciones cuidadosas a la física".* (Asimov, 1999, pág. 157). En cuanto a la química, como se infiere de lo sucedido en la Edad Media, fue influenciada por el pensamiento ocultista y mágico que caracterizó a este periodo de la humanidad. Su origen se remonta a los procesos realizados en los talleres de los alquimistas, quienes estaban interesados en lograr resultados que la ciencia moderna encajaría dentro de lo fantasioso y acientífico: la búsqueda de la piedra filosofal para convertir los metales burdos en oro, la creación de vida artificial, la búsqueda de un elixir para logar la eterna juventud (la inmortalidad), entre otros, hicieron que los avances (que sí se lograron en la física debido a la intervención de científicos como Galileo Galilei e Isaac Newton), se retrasarán en el ámbito de la ciencia química. Una vez superado el obstáculo de la superstición y la magia heredadas de la alquimia, que se originó en el antiguo arte de la química egipcia fusionada con la teoría griega durante el periodo alejandrino y ptolomeico, fue posible lograr avances significativos en el desarrollo de esta ciencia. Esto fue posible, entre otros factores, a las mediciones realizadas por el médico flamenco Jean Baptiste Van Helmont (1577-1644) con respecto al aumento de peso en una planta a medida que crecía, y sus observaciones realizadas en el comportamiento de los vapores (gases), producidos al quemar madera. De esta forma se inicia la aplicación de la medición y la observación en el plano químico y biológico. Posteriormente los trabajos realizados por Evangelista Torricelli (1608-47) con respecto a la presión atmosférica, fueron posibles debido a la utilización del proceso de medición de las distintas alturas que se presentaban en la columna de mercurio a medida que aumentaba la altura de referencia.

Dada la importancia en el desarrollo de las ciencias aplicadas, mencionadas anteriormente, vinculamos el proceso de medición a nuestro laboratorio. Por otra parte no hay que olvidar que este proceso es uno de los elementos que conforma la definición de una de las ramas más importantes de la matemática, la geometría: "*La geometría es el arte y la ciencia de* *la descripción y la medida en el espacio"* (Thompson, 1951, pág. 22). Mencionamos a continuación una definición apropiada de medición:

> Medición: *"Es el proceso por el cual se asigna un número a una propiedad física de algún objeto o fenómeno con propósito de comparación, siendo ese proceso una operación física en la que intervienen necesariamente cuatro sistemas: el sistema objeto que se desea medir, el sistema de medición o instrumento, el sistema de comparación que se define como unidad y que suele venir unido o estar incluido en el instrumento, y el operador que realiza medición".* (Hurtado, 2006, pág. 123).

Con la adecuada toma de datos que realizarán los estudiantes, se obtendrá una relación lineal entre las magnitudes mencionadas anteriormente: masa de las monedas- elongación del resorte.

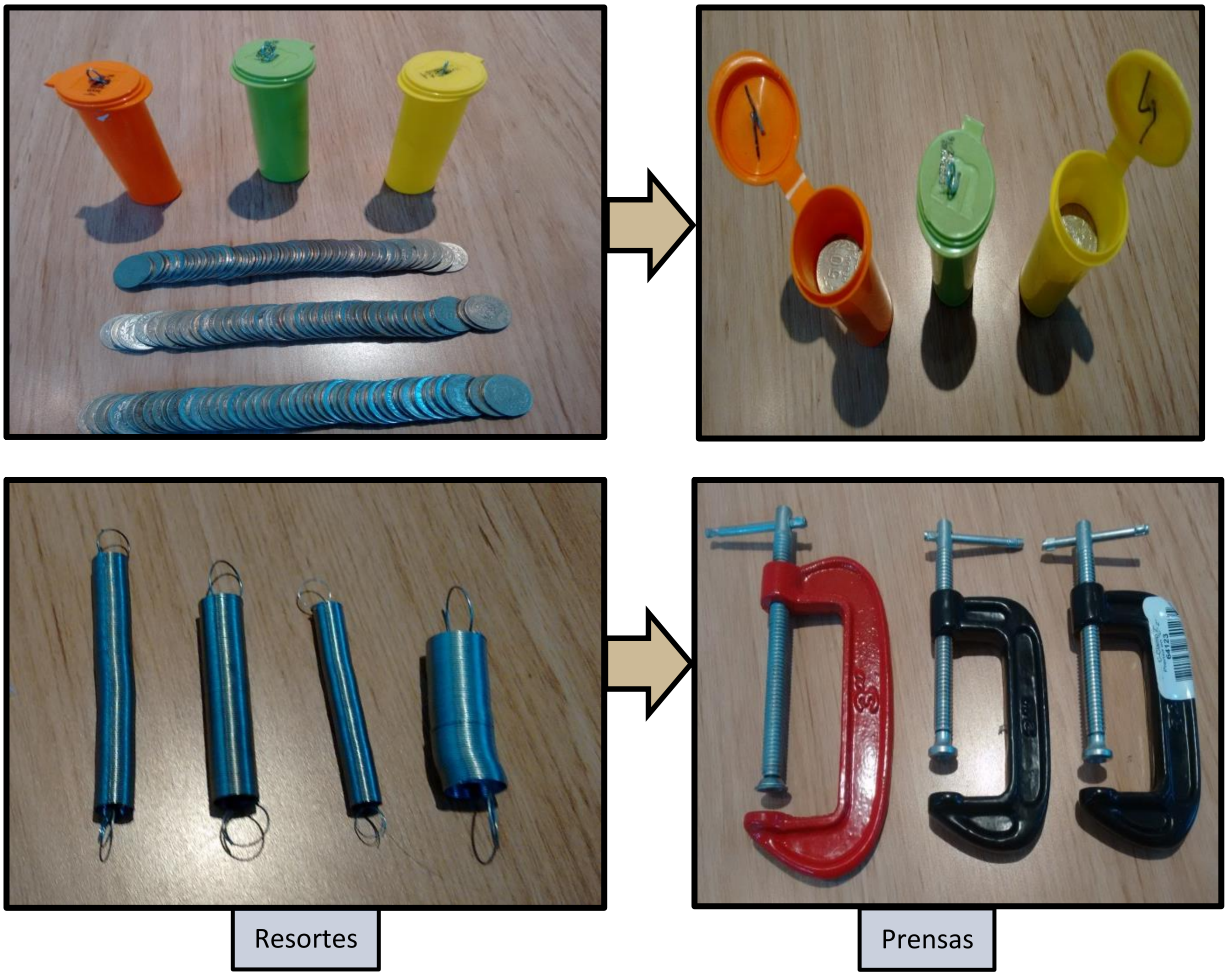
6.4.2 Descripción de los materiales montaje, y construcción.

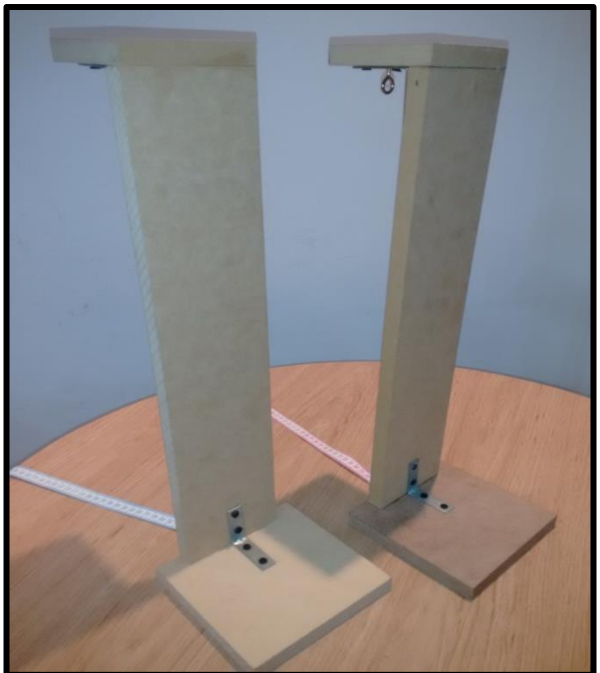
MATERIALES: para el montaje experimental se utilizarán los siguientes materiales:

Ilustración 9. Materiales Laboratorio.

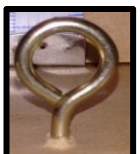
Monedas de $50 antiguas

Portamasas


Resortes
Prensas



Soportes



Armella

Cinta métrica

6.4.3 Experimentación

Para la implementación del laboratorio, fue necesaria la intervención del siguiente grupo de estudiantes que hace parte del semillero de investigación MATHEMA KIDS.

Fabián Isaza	Jean Pool Bernal	Lina Marcela	Hasbleidy Sanchez
Jhon Ruiz	Brayan Higuera	Ángela Isaza	Nataly Olaya
Julián Avila	Juan Carlos Cruz	Brayan Sepulveda	

Estos estudiantes, en el momento de la implementación del laboratorio, se encontraban realizando estudios de formación básica en la institución educativa Los Pinos. Mediante la dirección del docente y coordinador del programa de matemáticas de la facultad: doctor Carlos Eduardo León Salinas, quien a mediados del año 2012, inició un grupo de investigación en las instalaciones de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad La Gran Colombia, conformado desde entonces, por dos docentes, uno en el área de Matemáticas y otro en el área de Física, y por estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas y Tecnologías de la Información. Se decidió por unanimidad asignarle el nombre MATHEMA, palabra de origen griego que significa conocimiento, cognición, comprensión, percepción. Este semillero, desde sus inicios hasta la fecha, ha participado en diferentes eventos locales, nacionales e internacionales en los cuales ha obtenido resultados sobresalientes. Como iniciativa del mismo líder, se decidió vincular al semillero los niños de la institución anteriormente mencionada, para implementar en este nivel educativo, la metodología del semillero. Esto con el propósito de observar la forma como los niños asimilan algunos procesos experimentales que se pueden vincular a conceptos matemáticos. Los procesos experimentales se han desarrollado en diferentes prácticas diseñadas por los líderes, y los estudiantes del programa de Matemáticas que han conformado el semillero MATHEMA.

Esta fase está constituida por los siguientes momentos

6.4.3.1 Experimental

La experimentación por medio del laboratorio de la ley de Hooke, tiene como propósito recrear las ideas asociadas al experimento, las cuales pueden inferirse de la siguiente definición:

"*Un experimento consiste en tratar de reproducir un evento bajo condiciones conocidas, de las cuales se han eliminado, en lo posible, todas las influencias extrañas, permitiendo efectuar observaciones precisas que pongan de manifiesto la relación existente entre los fenómenos resultantes".*(Beveridge, 1973)(pag. 20). Por lo tanto, si se tiene en cuenta la dinámica del laboratorio de la ley de Hooke, es posible identificar en este, los procesos de *reproducir un evento*: debido a que se diseña una práctica aceptada en el ámbito científico que ha sido recreada en distintos espacios experimentales, donde se evidencia una ley universal. Se realizan *observaciones precisas*: debido a que se han estipulado dos magnitudes observables y medibles en este laboratorio: elongación del resorte y masa de las monedas, las cuales proporcionan una serie de datos que permitirán, *evidenciar la relación entre fenómenos resultantes*: por medio de una relación lineal que vincula las dos magnitudes mencionadas.

De igual forma con esta dinámica experimental se pretende lograr uno de los dos propósitos que según Rene J. Dubos, se deben obtener por medio de un experimento: *Determinar si una hipótesis de trabajo se ajusta al mundo de hechos observables*. Son dos las hipótesis. Primera: que los datos observados y registrados se ajustan a una función lineal. Segunda: Que la implementación de escenarios vinculados con fenómenos físicos para comprender desde otra perspectiva nociones y procesos matemáticos, orientados por medio de la teoría socioepistemológica de matemática educativa, proporciona las prácticas sociales adecuadas donde el conocimiento matemático se construye o reconstruye en el ámbito de los grupos humanos.

6.4.3.2 Análisis.

Para este momento de la fase de experimentación, se proponen actividades donde es posible indagar acerca de las características de los procesos constituyentes que conforman el concepto general a ser estudiado. Estos procesos constituyentes son: proporcionalidad, identificación de variables, y posible dependencia entre las variables. De esta manera se comprenderá, desde *las partes que constituyen el todo,* el fenómeno general a ser estudiado: el comportamiento lineal entre magnitudes, masa de las monedas-elongación del resorte. Lo anterior se logrará por medio de un acercamiento a las nociones constituyentes citadas, con el propósito de que se presente una reconstrucción del comportamiento lineal, presente en las prácticas derivadas de sistemas masa resorte, a través de la identificación, en la actividad, de las nociones que conforman este comportamiento.

¿Porque analizar? El análisis corresponde a un proceso mental superior para comprender, de la forma más particular y puntual posible, las características de fenómenos, poblaciones, sujetos, objetos, etc. Este proceso puede ser descrito de la siguiente manera: "*Analizar significa descomponer un todo en sus partes constitutivas para su más concienzudo examen"*. (Sabino, 1997, pág. 150). Es sin duda una cualidad inherente a la razón humana, que se puede manifestar de diferentes maneras: escrita, verbal o pictórica. A esta última, se le atribuye especial atención en el pensamiento científico como lo reseña William Ian B. Beveridge en su libro, *El arte de la investigación científica*, al describir la forma como August Kekulé obtuvo sus descubrimientos en el campo de la química orgánica. Citamos también, el hecho ocurrido a este químico alemán de siglo XIX:

> "…*Una tarde regresaba yo algo fatigado. Estaba escribiendo con afán mi libro de texto, pero no lograba avanzar. Mi pensamiento se hallaba en otra parte. Acerqué la silla al fuego y dormité. De nuevo volvieron a presentarse los átomos delante de mis ojos. Los*

> *grupos pequeños se mantenían modestamente en el fondo del cuadro. Los ojos de mi mente, educados por la observación de formas similares, distinguieron ahora estructuras más complejas de varias clases. Largas cadenas más firmemente unidas aquí y allá; todas serpenteaban, todas ondulaban con el movimiento de la serpiente. De repente una de ellas se cogió la cola y el anillo que así formaba giró vertiginosamente ante mis ojos. Desperté como por efecto de un relámpago y pasé el resto de la noche calculando todas las consecuencias lógicas de la hipótesis…".* (Mora Penagos, Parga Lozano, & Espitia Avilez, 2003, pág. 191)

La anterior narración corresponde, como ya mencionamos, a un suceso ocurrido en la vida de uno de los principales químicos de la Europa continental. Si bien es oportuno para representar la forma como se puede realizar un análisis pictórico, también es adecuado para plantear los siguientes interrogantes: ¿qué tan alejados han estado los descubrimientos científicos de la intuición humana?, y ¿se ha subestimado de sobremanera la intervención de la razón, propia de los seres humanos, en el desarrollo de estos descubrimientos? Hablar de intuición es quizá irrumpir en espacios propios del pensamiento irracional, debido a que la intuición puede catalogarse dentro de los sentidos no físicos propios de la conciencia. Para aclara mejor este término citamos la siguiente definición: La intuición puede ser *"una súbita comprensión o esclarecimiento de una situación, una idea luminosa que brota a menudo en el consciente y que puede ocurrir cuando no estemos pensando conscientemente sobre un sujeto determinado"* (Beveridge, 1973, pág. 78). De igual forma *"Son también intuiciones aquellas que se nos ocurren de repente, cuando conscientemente consideramos un problema.* (Beveridge, 1973, pág. 78). En cuanto a la razón, que es asociada directamente con el uso de las técnicas de la lógica simbólica dirigidas por pensamiento humano, es para algunos sectores científicos una manera poco conveniente de asumir los procesos investigativos relacionados con las ciencias experimentales. Al respecto, y después de hacer el adecuado análisis de diferentes opiniones de personalidades científicas como Poincaré, Einstein y Planck, William Ian B. Beveridge, concluye los siguiente: "*El punto importante es que se llega a las inducciones mediante la intuición y no mediante la aplicación mecánica de la lógica, y que el curso de nuestros pensamientos es guiado constantemente por nuestro juicio personal".* (Beveridge, 1973, pág. 98)

El laboratorio planteado en este trabajo, está organizado de forma tal que puedan implemearse las técnicas propias del método inductivo, en el que confluyen procesos de recolección de datos y, observación de los mismos para obtener la respectiva generalización que permita explicar y relacionar los fenómenos estudiados.

6.4.3.2 Argumentación

Se considera la argumentación como momento de la fase experimental, al igual que el proceso de análisis descrito en el apartado anterior, debido a que es un proceso importante para justificar las ideas que se tienen sobre determinada situación. Se define de la siguiente forma*:* *"La argumentación viene del latín argumentare, y significa sacar en claro, descubrir, probar. En sentido amplio consiste en aducir razones para sustentar una opinión"*. (Beltran Martinez, 1979, pág. 155). En la actividad planteada, a partir del laboratorio de la ley de Hooke, se realizará este proceso con el objetivo de que los estudiantes que participan de la actividad, presenten sus ideas y puedan confirmarlas o refutarlas por medio de las observaciones que realizarán del experimento. La dinámica seguida en las diferentes sesiones (la recolección y análisis de los datos se realizará en grupos) permite igualmente, practicar una de las facetas que caracteriza al proceso de argumentación: la disertación, debido a que "*Para muchos autores argumentar es sinónimo de disertar. En realidad el fin que se propone es el mismo*". (Beltran Martinez, 1979, pág. 155) . En cada una de las sesiones los estudiantes compartirán sus ideas, las compararán, las confirmarán o refutaran al tener presentes los resultados u observaciones de los demás participantes.

6.4.3.3 Análisis de resultados a partir del instrumento de recolección de datos.

A continuación se presentan los parámetros a partir de los cuales se realizará el análisis de los resultados, una vez que los estudiantes hayan solucionado los talleres que conforman el instrumento de recolección de datos. Este análisis está conformado por dos secciones: Desarrollo del laboratorio y Desarrollo del laboratorio tecnológico

➢ Desarrollo del laboratorio: En el desarrollo del laboratorio se analizará:

- Descripción verbal de las características físicas del experimento.
- Identificación de variables.
- Toma de datos.
- Representación de los datos.
- Descripción verbal de lo obtenido.
- Momentos del laboratorio: Para analizar los distintos momentos que conforman el laboratorio se utilizará el siguiente esquema:

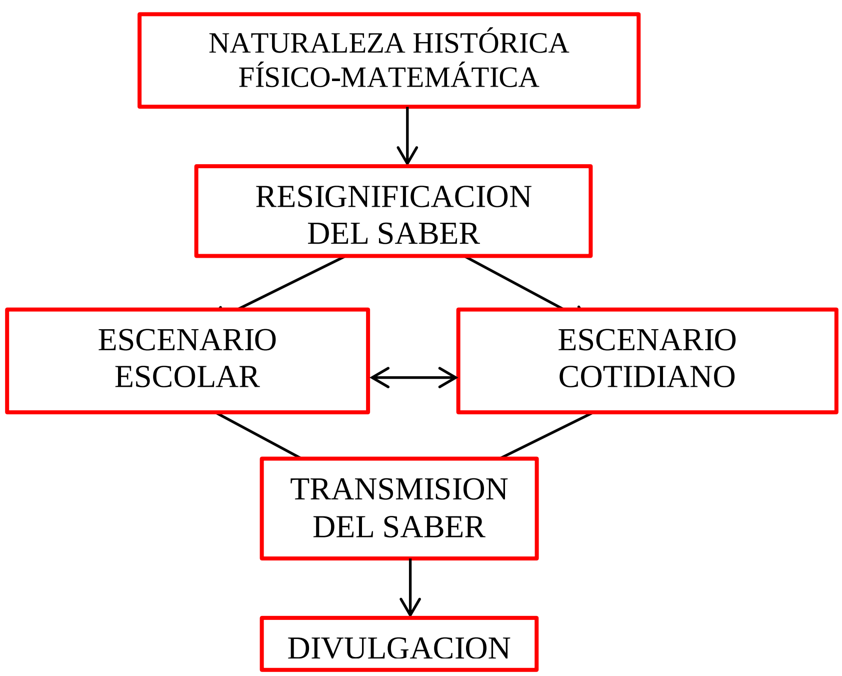
Descripción 10

Momentos	Descripción	Acción
Reconocimiento		
Identificación		
Experimento		
Representación		
Argumentación		

- Desarrollo del laboratorio tecnológico: El análisis del laboratorio tecnológico se realizará a través de los resultados obtenidos en el programa de geometría dinámica: Geogebra.
- Análisis grafico-verbal.
- Características físicas.
- Gráfico (características físicas).

A continuación se presenta un esquema que muestra los procesos que se vinculan del laboratorio con algunos conceptos propios de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa:

Desripción 11



6.5 Descripción de las preguntas

A continuación se realiza una descripción de cada una de las preguntas que conforman los dos talleres que en conjunto orientan el laboratorio de la ley de Hooke. En esta descripción se enfatiza en la intención y lo que se espera de cada actividad que deben realizar los estudiantes.

6.5.1 Preguntas primer taller

Ilustración 12. Pregunta primer taller

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

____
____
____

Previo a la solución de esta actividad, se adicionará al portamasas cierta cantidad de monedas para observar el desplazamiento vertical que se produce en este, e identificar a través de la cinta métrica su nueva posición. Como se puede observar esta primera actividad está constituida por dos partes, la primera de ellas consiste en registrar las distintas posiciones que se observan en el portamasas al adicionar las monedas. Es decir se pedirá a los estudiantes, sin indicarles o enseñarles las distintas formas de organizar datos, que realicen un registro de las siguientes magnitudes: monedas vs posición. Este registro se realizará en grupos de tres o cuatro estudiantes. La segunda parte consiste en una pregunta que tiene como objetivo *nombrar,* según sus características físicas, a los resortes, y describir la manera como se produce la deformación de los mismos, teniendo en cuenta las características identificadas previamente mediante su manipulación.

Ilustración 13. Pregunta primer taller

2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?

Al igual que el anterior numeral, este, está constituido por dos partes. La primera de ellas es un interrogante-actividad en el que se solicitará a los estudiantes que transcriban los datos que ya han registrado en el apartado anterior, pero a diferencia de este, la intención es observar de qué manera realizarán este proceso, es decir el esquema a utilizar. La segunda parte consistirá en identificar las variables involucradas en el experimento. Se espera que comprendan que la variación de la posición del portamasas depende de la cantidad de monedas que se adicionan a este. No involucraremos la variable *peso*, tal cual se entiende formalmente en física, es decir a partir de la formula $P = ma$, debido a que los estudiantes aún no han abordado este concepto. Pero es casi previsible que utilicen este término para indicar con él, lo que en el contexto se identificaría con la variable escalar masa.

Ilustración 14. Pregunta primer taller

3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varia a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos que la independiente lo haga)? ____ ____ ____

Uno de los objetivos del taller es lograr que los estudiantes construyan un modelo matemático asociado a las características físicas del resorte, o como mínimo lograr una representación gráfica en Geogebra. Si bien, no se emplearán formalmente la ecuación que se ajusta al comportamiento de los cuerpos elásticos, es decir $F = -kx$, se emplearan dos magnitudes que están presentes en el laboratorio de la ley de Hooke y que se ajustan adecuadamente a los estudiantes que participan de la actividad, es decir son magnitudes *familiares* a ellos. Las magnitudes involucradas serían: cantidad de monedas (masas) y desplazamiento. Independientemente de que no se emplee la relación de Hooke, los resultados obtenidos previamente por nosotros en experimentaciones anteriores, casualmente coinciden con un *comportamiento* lineal. Resaltamos la palabra comportamiento, debido a que este término se emplea para describir los resultados, ya sea por medio de un modelo algebraico o una representación gráfica, en la teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Como en la actividad se solicitará una representación gráfica del comportamiento de las variables, es necesario que los estudiantes establezcan cuál de estas variables corresponde a la variable independiente y cuál corresponde a la dependiente. Con este ejercicio se pretende que los estudiantes se relacionen con nociones de cursos posteriores a su nivel educativo, en este caso conceptos asociados a la noción de función que es una de las más importantes en la disciplina matemática.

Ilustración 15. Pregunta primer taller

4. ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?

Este interrogante está estrechamente relacionado con el anterior, y puede decirse que es un complemento al mismo. Se espera de esta actividad que los estudiantes representen los datos en un plano cartesiano, donde ubiquen de forma adecuada y correcta, la variable independiente en el eje horizontal y la variable dependiente en el eje vertical. Se justifica esta actividad en dos sentidos. El primero de ellos radica en que, por medio la ubicación de los puntos se obtendrá una *imagen* de los datos, a la cual se le asociará un comportamiento específico, que en este caso debe ser lineal. En segundo lugar la disposición gráfica de los datos les permitirá observar que existen distintas formas de representar datos asociados a un fenómeno, que puede ser a través de: tablas, gráficas y, si es posible más adelante con la ayuda de Geogebra, por medio de una ecuación.

Ilustración 16. Pregunta primer taller

5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.

Con este interrogante se espera que los estudiantes evidencien una de las nociones principales asociadas a la ley de Hooke: la proporcionalidad, más específicamente el comportamiento directamente proporcional.

Ilustración 17. Pregunta primer taller

6. Ahora, cambia el resorte y repite el proceso de medición planteado anteriormente (hazlo con cada uno de los resortes que tienes en tu montaje).

En el laboratorio se utilizarán cuatro tipos de resortes con diferente constante de rigidez. Los estudiantes manipularán estos tres resortes, los nombrarán, experimentarán con ellos en los soportes y realizarán la correspondiente toma de datos para cada uno de ellos. Esta actividad se realizará con el propósito de establecer la diferencia física que presentan los resortes. Es claro, que físicamente los resortes se podrán diferenciar al manipularlos de forma empírica, pero para evidenciar esta diferencia desde otro nivel de apreciación, recurriremos al programa de geometría dinámica llamado Geogebra, en el cual será posible observar las gráficas particulares de cada uno de los resortes. Esta actividad fundamentará la solución de posteriores actividades, en donde se verán involucrados cuerpos elásticos de distinta funcionalidad en objetos empleados por la mayoría de las personas.

6.5.2 Preguntas segundo taller

Ilustración 18. Pregunta segundo taller

1. Con los datos de cada resorte, realice su respectiva gráfica. (copia cada gráfica en una hoja de Word)

2. Describe cada una de las gráficas.

Gráfica 1, Resorte_____________

Gráfica 2, Resorte_____________

Gráfica 3, Resorte_____________

Gráfica 4, Resorte_____________

Este esquema es el que utilizarán los estudiantes para nombrar y describir el comportamiento que presentan las gráficas de los cuatro resortes. Se espera que el nombramiento de estos no se realice de manera técnica, y utilicen término propios de su vocabulario. Con respecto a las gráficas, esperamos que enfaticen en una característica principal de estas: la *inclinación* de las rectas, debido a que es a partir de esta característica como es posible identificar cada uno de los resortes desde su representación gráfica. De igual forma, es posible que los estudiantes realicen apreciaciones de cómo están dispuestos los puntos sobre el plano, es decir si se encuentra muy dispersos con respecto a la recta donde sería posible ajustarlos.

Ilustración 19. Pregunta segundo taller

3. ¿Qué comportamiento tienen los puntos en cada gráfica? y ¿A qué forma se asemeja este comportamiento?

La intención principal de esta actividad es, indiscutiblemente, el trazo que se obtiene al unir los puntos dispuestos en el plano cartesiano después de ser graficados. La ecuación que describe la ley de Hooke, se adapta en estructura a expresiones de la forma $y \propto x$; donde las magnitudes involucradas se relacionan de forma directamente proporcional. La representación gráfica de este tipo comportamiento se ajusta a una línea recta. De lo anterior se concluye, que el resultado que deben obtener los estudiantes debe ser de este tipo.

Ilustración 20. Pregunta segundo taller

4. Relacione las características físicas del resorte con la gráfica obtenida. (Responde en la hoja de Word)

Para cada uno de los resortes se obtendrá una gráfica diferente. La intención de esta actividad es identificar en qué se diferencian. Como se indicó anteriormente esperamos que aprecien la inclinación presentada por las distintas rectas. Para un resorte que ejerza una mayor fuerza de resistencia la gráfica será distinta a la de un resorte que presente una menor.

Ilustración 21. Pregunta segundo taller

5. Qué gráfica y tabla de datos tendría cada uno de los siguientes resortes, dibújala.
-resorte de un esfero
-resorte de un automóvil(amortiguador)
-resorte de un colchón

La intensión de esta actividad es involucrar las generalizaciones hasta este momento adquiridas. El hecho de haber manipulado distintos resortes, permitirá que los estudiantes asocien las características físicas de los cuerpos elásticos presentes en un esfero, un automóvil y un colchón con una gráfica hipotética que debería ajustarse de la mejor manera a estos resortes. En esta actividad se involucran ideas asociadas a la predicción, debido a que debe asignarse una gráfica a un resorte, que en la práctica es inexistente.

6. ANALISIS DE RESULTADOS

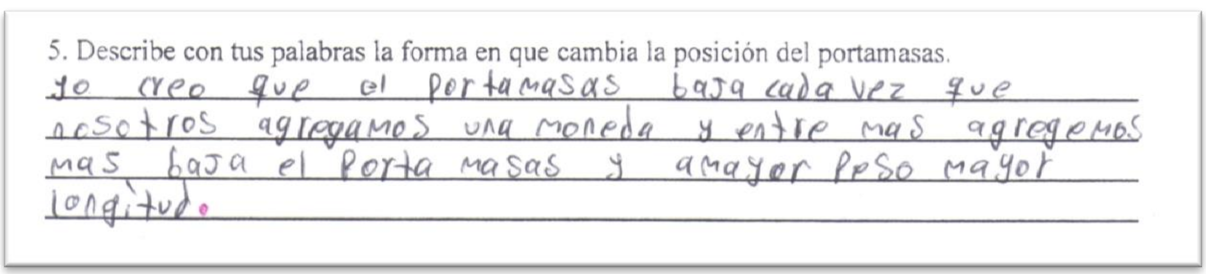
El siguiente análisis se realiza a partir de los cuatro principios de la socioepistemología: El principio de la racionalidad contextualizada, el principio del relativismo epistemológico, el principio de la resignificación progresiva y el principio normativo de la práctica social.

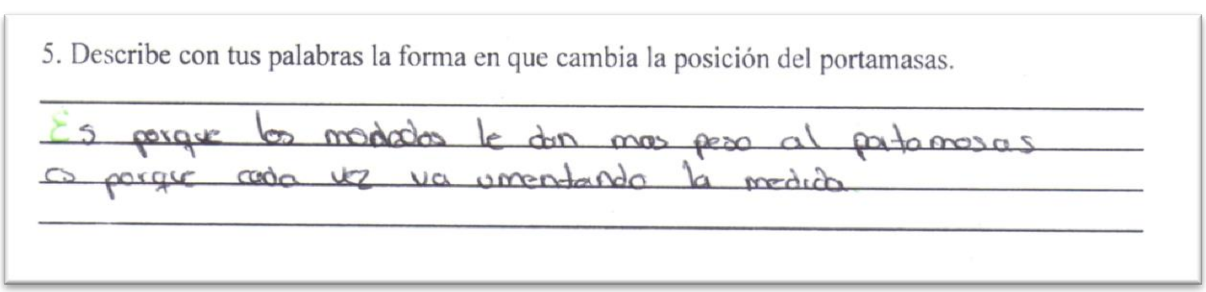
6.1 Principio de la racionalizada contextualizada.

1) Descripción verbal de las características físicas del experimento.

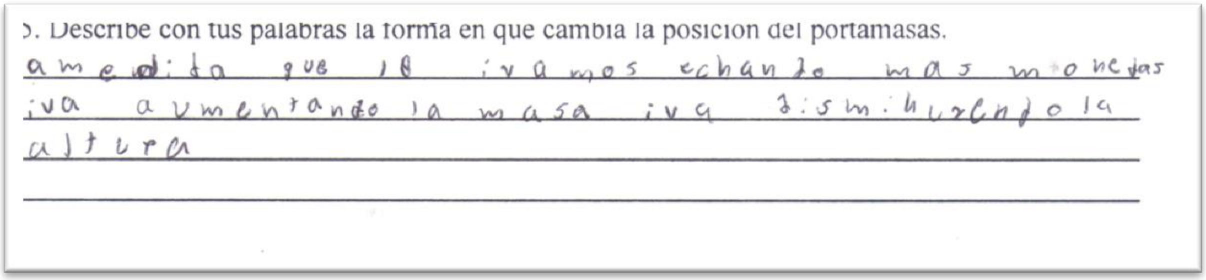
Describe con tus palabras la forma en que varía la posición del portamasas. Al respecto los estudiantes contestaron

Grupo 1

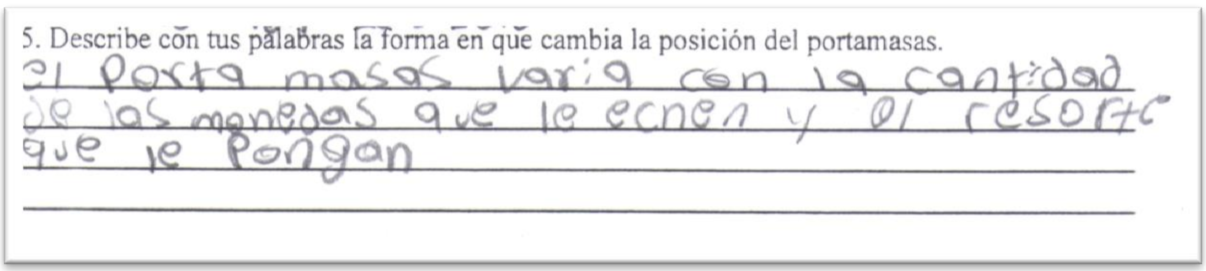

5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.
yo creo que el portamasas baja cada vez que nosotros agregamos una moneda y entre mas agregemos mas baja el porta masas y a mayor peso mayor longitud.


5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.
Es porque los monedas le dan mas peso al portamasas o porque cada vez va umentando la medida.

Grupo 2


5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.
a medida que la ivamos echando mas monedas iva aumentando la masa iva disminuyendo la altura

Grupo 3


5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.
el porta masas varia con la cantidad de las monedas que le echen y el resorte que le pongan

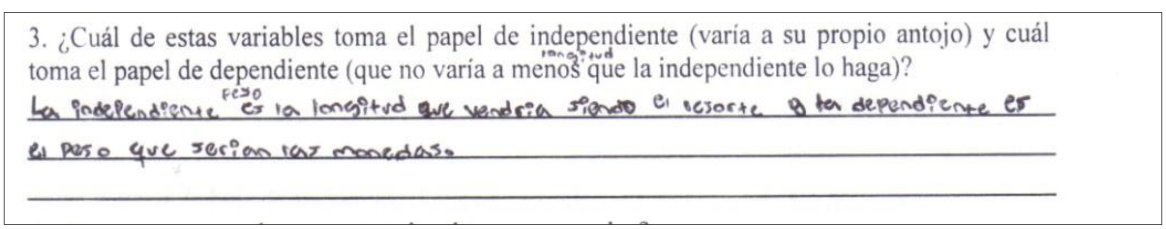
Para identificar que los estudiantes reconocieron el comportamiento que se presenta entre las magnitudes que varían de forma directamente proporcional, mencionaremos las palabras o frases que utilizaron y que se aproximan al lenguaje que se emplea para describir este comportamiento, aunque aclaramos, que no necesariamente los estudiantes hayan identificado el concepto de proporcionalidad directa en los términos formales que permiten su definición. Por tanto subrayamos: "*entre más agregamos más baja el portamasas y a mayor peso mayor longitud*". En esta respuesta adquiere importancia las palabras *más y mayor* debido a que indican que es necesario realizar algún tipo de incremento para que las magnitudes varíen. Por otro lado (en este mismo grupo), se menciona: "*cada vez va aumentando la medida*". Es claro que en esta respuesta la palabra *aumentando* se ajusta mas a la definición de proporcionalidad directa. Aumento que el estudiante entiende es posible al darse el aumento en otra magnitud: "*las monedas le dan más peso al portamasas"*

En el segundo grupo subrayamos: "*A medida que le íbamos echando más monedas iba aumentando la masa, iba disminuyendo la altura".* En esta respuesta se puede evidenciar una mejor descripción del concepto de proporcional. El estudiante considera el aumento de dos magnitudes: las monedas, la masa; y la disminución de una: la altura, aunque se aclara que la disminución de la altura tenida en cuenta por el estudiante, no pertenece a las magnitudes a considerar en la ley de Hooke, debido a que esta disminución de altura corresponde a la cinta métrica que es un objeto intrínseco del montaje mas no de estas magnitudes del experimento.

2) Identificación de variables.

Para esta fase de la actividad se realizó el siguiente interrogante: ¿Cuál de estas variables toma el papel de dependiente, y cual toma el papel de independiente? A la anterior pregunta se obtuvieron los siguientes resultados.

Grupo 1


3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varía a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos longitud que la independiente lo haga)?

La independiente peso es la longitud que vendria siendo el resorte y la dependiente es el peso que serian las monedas.

3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varía a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos que la independiente lo haga)?
yo creo que el peso es bariable por el resorte que uno es mas pequeño otro mas ancho u otro mas largo por eso se baria en cada longitud.

Grupo 2

3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varía a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos que la independiente lo haga)?
La que no varia son las moneda osea que con la dependiente el resorte es el independiente porque se extica con ma peso

3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varía a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos que la independiente lo haga)?
la que no varia son las monejas y la que baria es el resorte

Grupo 3

la bariable dependiente el desplazamiento y la independiente es el peso

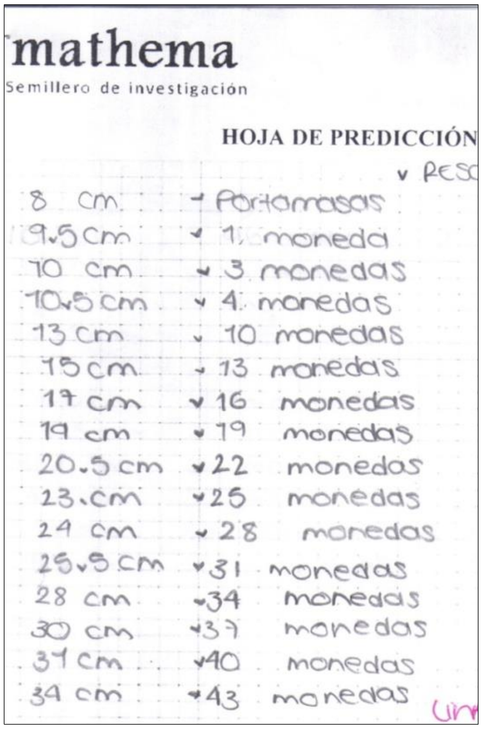
3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varía a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos que la independiente lo haga)?
la variable dependiente es el deslazamiento y la variable independiente es el peso

Este interrogante ¿Cuál de estas variables toma de dependiente, y cual toma el papel de independiente?, el objetivo era involucrar a los estudiantes con el concepto de variable propio de los temas asociados a la función, debido a que la ley de Hooke se representa por medio de una función de primer grado. De los resultados es posible inferir que la mayoría de los estudiantes manifiesta que el peso es el dependiente (para ellos el peso está representado en las masa de las monedas) y la independiente es la longitud, acorde a lo dispuesto en la relación de Hooke $F = kx$ si asumimos el peso como la fuerza.

6.2 Principio de resignificación progresiva o de la apropiación situada

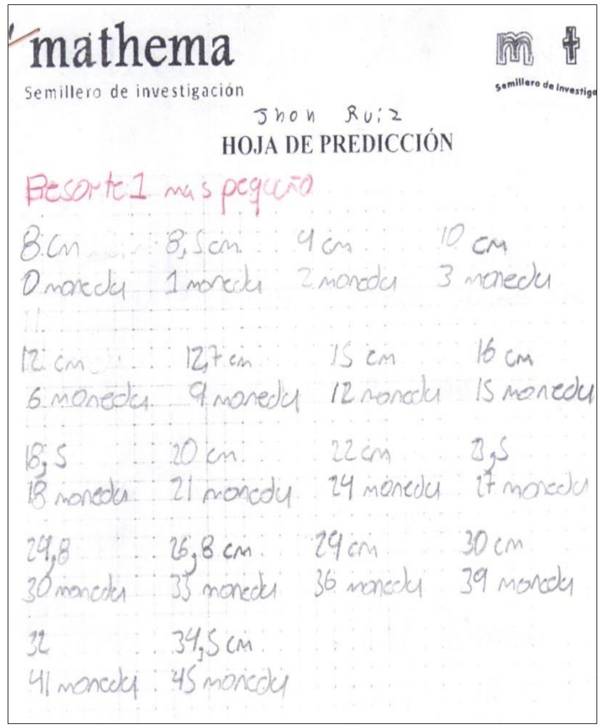
1) Toma de datos

La primera fase del laboratorio de la ley de Hooke consistía en la recolección de datos asociados a la elongación ocasionada en el resorte (cm) como consecuencia de las masas depositadas en el portamasas (monedas antiguas de $50). Los resultados obtenidos fueron organizados por los estudiantes de la siguiente forma:



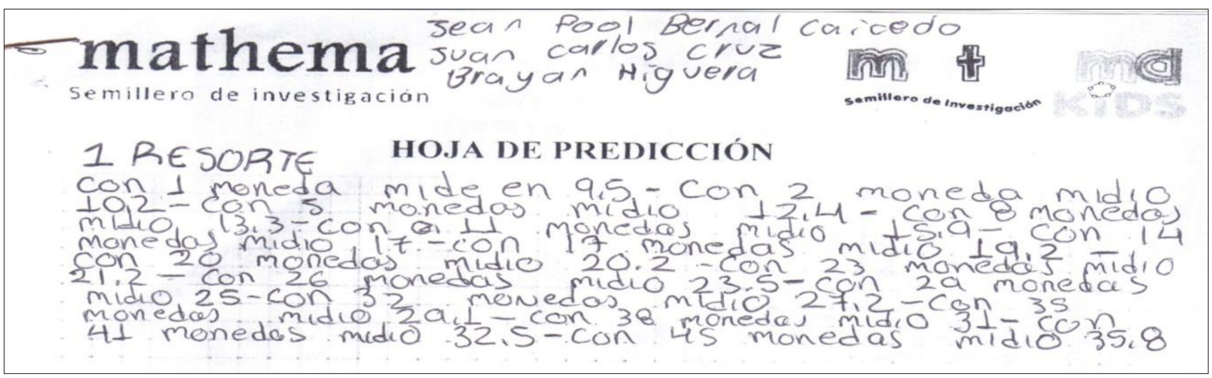
mathema
Semillero de investigación
HOJA DE PREDICCIÓN

8 cm	Portamasas
9.5 cm	1 moneda
10 cm	3 monedas
10.5 cm	4 monedas
13 cm	10 monedas
15 cm	13 monedas
17 cm	16 monedas
19 cm	19 monedas
20.5 cm	22 monedas
23 cm	25 monedas
24 cm	28 monedas
25.5 cm	31 monedas
28 cm	34 monedas
30 cm	37 monedas
31 cm	40 monedas
34 cm	43 monedas



mathema
Semillero de investigación
Jhon Ruiz
HOJA DE PREDICCIÓN
Resorte 1 mas pequeño

8 cm	8,5 cm	9 cm	10 cm
0 moneda	1 moneda	2 moneda	3 moneda
12 cm	12,7 cm	15 cm	16 cm
6 moneda	9 moneda	12 moneda	15 moneda
18,5	20 cm	22 cm	23,5
18 moneda	21 moneda	24 moneda	17 moneda
24,8	26,8 cm	29 cm	30 cm
30 moneda	33 moneda	36 moneda	39 moneda
32	34,5 cm		
41 moneda	45 moneda		

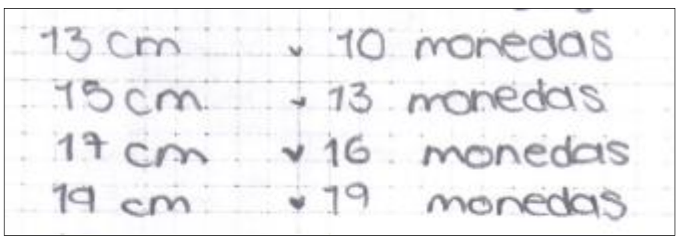


mathema
Sean Pool Bernal Caicedo
Juan Carlos Cruz
Brayan Higuera
Semillero de investigación
HOJA DE PREDICCIÓN
1 RESORTE
con 1 moneda mide en 9,5 - con 2 moneda midio 10,2 - con 5 monedas midio 12,4 - con 8 monedas midio 13,3 - con 11 monedas midio 15,9 - con 14 monedas midio 17 - con 17 monedas midio 19,2 - con 20 monedas midio 20,2 - con 23 monedas midio 21,2 - con 26 monedas midio 23,5 - con 29 monedas midio 25 - con 32 monedas midio 27,2 - con 35 monedas midio 29,1 - con 38 monedas midio 31 - con 41 monedas midio 32,5 - con 45 monedas midio 35,8

Ilustración 22 Imágenes grupos 1,2,3

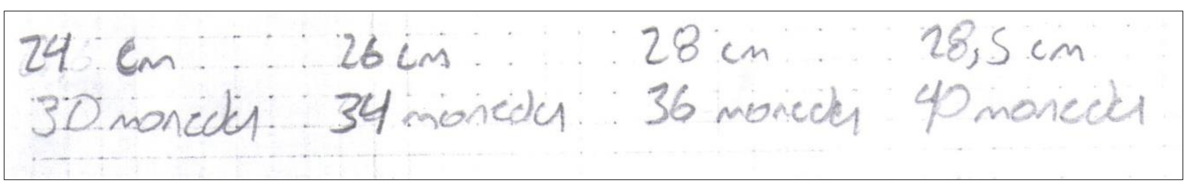
Independientemente que los estudiantes participes de la actividad pertenecieran a niveles de escolaridad en los cuales aún no se estudie el concepto de función, ni los elementos asociados a la misma, se infiere de esta primera parte, en los grupos 1 y 2, una adecuada organización de los datos, similar a como se disponen estos, cuando se organizan por medio de la tabulación. El tercer grupo organizó los datos de forma más descriptiva, pero valida en el sentido cuantitativo. Es claro que implícitamente el concepto de proporcionalidad directa, se evidencia en los incrementos que tiene las magnitudes asociadas al experimento (elongación- cantidad de monedas). Como ejemplo se muestran algunos resultados donde es posible identificar la proporcionalidad directa, con respecto a los resortes: resorte ancho (grupo 1), resorte 2 pequeño (grupo 2), 3 resorte (grupo 3):

Grupo 1



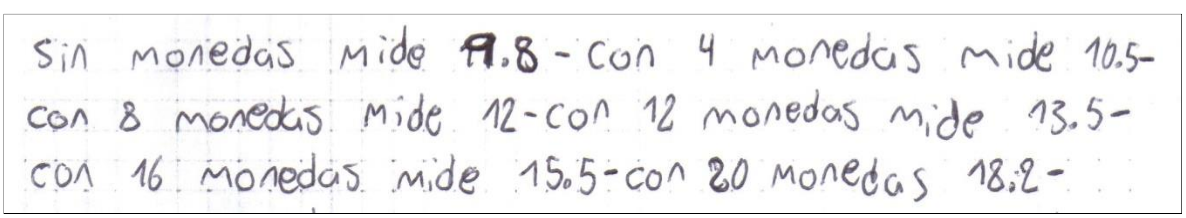
13 cm • 10 monedas
15 cm • 13 monedas
17 cm • 16 monedas
19 cm • 19 monedas

Grupo 2



24 cm 26 cm 28 cm 28,5 cm
30 monedas 34 monedas 36 monedas 40 monedas

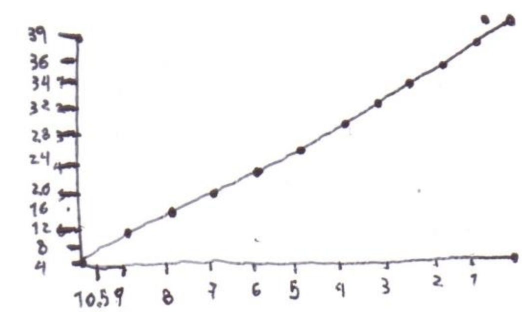
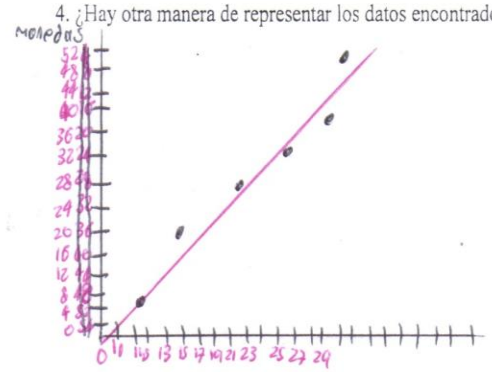
Grupo 3



Sin monedas mide 9.8 - con 4 monedas mide 10.5-
con 8 monedas mide 12- con 12 monedas mide 13.5-
con 16 monedas mide 15.5- con 20 monedas 18.2-

2) Representación de los datos

Para esta fase del laboratorio se consideraron las siguientes actividades:

<table>
<tr><td>Actividad</td><td>¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuales son las variables que están involucradas en el experimento?</td><td>¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Grupo 1</td><td>2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?
• Pues si lo comparamos con lo que normalmente hacemos a diario, sería como alsar pesas, si alzo una en cada lado podre hacer el ejercisio pero si agrego 2 mas en cada lado mi resistensia va a disminuir en ese momento. Mas o menos pasa lo mismo con el resorte entre mas peso mas se estira entre menos solo seguira su curso. Si, es decir que si agrego 1 moneda y luego otra seguira su curso pero si agrego 2 o mas el resorte se estaria forzando mas.
• peso y longitud.</td><td>4. ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?

</td></tr>
<tr><td>2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?
yo creo que si la disminución del resorte es depende de la cantidad de monedas y la longitud del resorte, y tambien anotando los datos en una tabla, depende de las monedas que agregemos.</td><td>4. ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?

</td></tr>
</table>

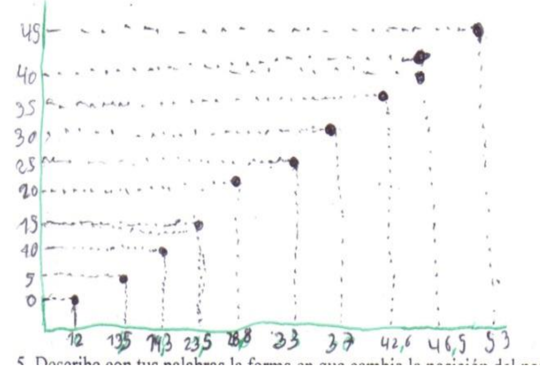
Grupo 2

2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?

Monedas	Longitud
0	12
5	13,5
10	14,3
15	23,5
20	28,8
25	33
30	37
35	42,6
40	46,5
45	53

3. ¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varía a su propio antojo) y cuál

4. ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?

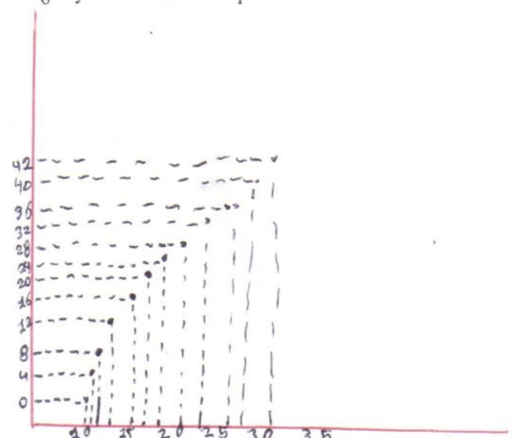


5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del por

2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?

moneda	longitud
0	
4	10
8	10.2
12	10.5
16	13.2
20	15.5
24	17.5
28	19.5
32	21
36	24
40	26
42	28.5
	31

4. ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?



5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posici

Grupo 3

2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?

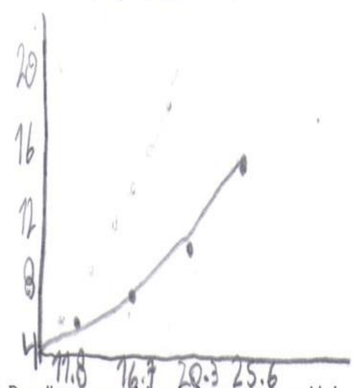
(con 4 monedas mide) 1 bariable es el peso

4 monedas 11.8 2 el desplasamiento

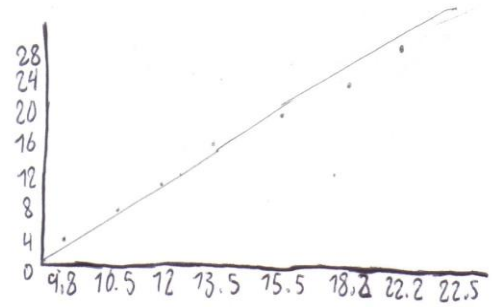
8 monedas 16.7

12 monedas 20.3

16 monedas 25.6



5. Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.

	2. ¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento? 0 monedas 9.8 4 monedas 10.5 8 monedas 12 12 monedas 13.5 16 monedas 15.5 20 monedas 18.2 24 monedas 22.2 28 monedas 22.5 primera variable el peso segunda variable el desplazamiento	4. ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados? 

Los estudiantes comprendieron por *representar los datos encontrados* dos situaciones. La primera de ellas fue hacer una comparación del procedimiento experimental (agregar monedas y observar el comportamiento del resorte) con una experiencia previa, que en cierta manera estaba relacionada con el comportamiento observado in situ, y también por medio de una descripción de lo observado directamente durante la actividad, es decir no son los resultados que convencionalmente se esperarían durante una clase de matemáticas en donde se pida *representar los datos encontrados*. Lo anterior se evidencia por medio de la descripción realizada por el primer estudiante al realizar una comparación del comportamiento del resorte y la actividad del levantamiento de pesas. ¿Es viable la *representación de los datos encontrados* por parte del estudiante? la relación de elementos comunes en las dos actividades comparadas puede representarse de la siguiente manera:

Sistema masa-resorte	Levantamiento de pesas
Para este sistema en particular es necesario la existencia del elemento indispensable del experimento: el resorte, que tiene ciertas	En esta situación probablemente el estudiante identifica, la propiedad de resistencia presente en el resorte, con la

propiedades dentro de las que puede nombrarse su capacidad de resistir la deformación a una fuerza externa.	resistencia física del cuerpo humano durante el levantamiento de pesas
Para lograr una mayor deformación del resorte se adicionan más masas que suministren un mayor peso que ocasione esta deformación. Al realizar esta acción, la capacidad de resistencia del resorte *disminuye* con relación a las masas anteriormente dispuestas en el portamasas y que correspondían a una cantidad menor de las mismas.	El estudiante compara la adición de monedas en el portamasas con la adición de pesos en la barra de levantamiento de pesas, infiriendo que al igual que en el resorte el cuerpo físico resiste menos a este incremento de pesos.

El segundo estudiante del primer grupo al igual que los restantes estudiantes, manifestaron la necesidad de agrupar los datos obtenidos en una tabla, procedimiento que sugiere una línea de pensamiento asociada al pensamiento variacional correlacionado con los conocimientos básicos sugeridos por los lineamientos curriculares en matemáticas, pensamiento manifestado a través del proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Al tener en cuenta el grado de escolaridad en el cual se encuentran los estudiantes, los cuales varían entre cuarto primaria a sexto de bachillerato, representa un progreso en cuanto a manera como podrán abordar los conceptos de función y su representación por medio de tablas.

En este sentido la palabra *representar* adquiere diferentes matices. No necesariamente los estudiantes que se encuentren en una clase de matemáticas deben asimilar por medio de esta palabra, una representación cuantitativa o numérica de los datos, que para ellos más que información numérica, puede simbolizar una idea, o una asociación, la cual es posible manifestar a través de una cualidad, una descripción o una comparación de las ideas estudiadas.

Para la mayoría de los estudiantes es evidente que las variables involucradas en el experimento son el peso y el desplazamiento.

En cuanto al segundo interrogante: ¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?, los estudiantes realizaron esta representación alternativa, por medio de un plano cartesiano, se observa igualmente un histograma, propio de los procesos estadísticos. El que los estudiantes manipulen e interactúen con el plano cartesiano, y represente para ellos una herramienta para representar datos, denota un adelanto en sus recursos para el análisis y comprensión de la información recolectada.

6.3. Principio normativo de la práctica social.

1) Descripción verbal de lo obtenido.

Esta fase del laboratorio de la ley de Hooke se desarrolló a partir del siguiente interrogante ¿Cómo se deforma el resorte? A lo anterior se obtuvieron las siguientes respuestas por parte de los estudiantes.

Grupo 1

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte? Lo que creo es que el resorte se deforma a partir de la cantidad de moneas que uno agrege en el porta masas.

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

Con el peso de las monedas el resorte ba bajando poco a poco el portamasas y ba bajando con el peso de las moneas

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?
segun como yo creo, con el resorte mas suave las monedas estaran asiendo bajar el portamasa unos 5 milimetros, claro si son de las monedas nuevas porque si son de las viejas estaran estirando el resorte unos 7 u 8 milimetros, si usamos un resorte mas duro las medidas disminuyen, si antes una moneda ~~bajaba~~ 5 milimetros, ahora ~~bajaba~~ bajara unos 4 o 3 milimetros, diminuye, segun creo yo.

Grupo 2

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

Al primer resorte le afecto un poco el peso porque al estivarse se deformo.

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

se estira el resorte, le hiso daño al resorte

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

El resorte se deforma, se deformó porque tanto peso lo estira y lo deforma.

Grupo 3

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

cuando echabamos las monedas el resorte bajaba cambiaba de posicion el resolte cambiaban y bajaban Diferente por su forma

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

el resorte bajaba mas cuando le echabamos las monedas, se estiraba mas con los 4 resortes no daba igual cambiaba la medida

1. Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

cada vez que le echabamos monedas se iba bajando cada ves mas al tener 4 resortes y cada una con 20 monedas no da la misma medida por que uno era mas flaco o mas gordo o mas grande

Las observaciones realizadas por los estudiantes permiten obtener una primera generalización evidente a nuestros sentidos y a la experiencia: El portamasas con el resorte *bajan*. Una verdad que aunque evidente, permitió en su debido momento a Sir Isaac Newton, enunciar su ley de la gravitación universal, cuando, según algunas fuentes cercanas al mismo Newton como William Stukeley, se encontraba contemplando la caída de una manzana.

Se identifican igualmente conceptos asociados a la ley de Hooke como *peso y posición.* Si bien estas dos variables no fueron utilizadas formalmente por la ecuación que las relaciona, si fueron identificadas, evidenciadas y manipuladas físicamente por cada uno de los estudiantes mediante el montaje experimental utilizado en la actividad. La primera de ellas a partir de la manipulación de las monedas de $50 que fueron utilizadas como masas, y la segunda de ellas por medio de las distintas posiciones que adoptaba el portamasas como consecuencia de colocar las monedas en este recipiente, posición que se observaba a partir de la cinta métrica adosada al soporte de madera.

Por otra parte los estudiantes identificaron de forma cualitativa las características de cada uno de los resortes utilizados en el experimento, que fueron nombrados por ellos mismos, de la siguiente forma: resorte suave-resorte flaco, resorte duro-resorte gordo. Utilizaron una descripción afín con su lenguaje, derivado este, de experiencias previas con objetos que poseen esta misma caracterización, pero que describe en forma adecuada las propiedades fiscas de los mismos. Puede interpretarse esta descripción como una forma de identificar los distintos niveles de rigidez de los resortes. A su vez, uno de los estudiantes considera la posibilidad de utilizar *monedas de $50 nuevas o monedas de $50 viejas.* Es evidente para él, que la utilización de una u otra moneda afecta la deformación del resorte, de lo que es posible inferir que debe considerarse una unidad de medida patrón para la realización del experimento, de la misma forma que lo estipula el sistema internacional de medidas.

Momentos	Descripción	Acción
Reconocimiento	Por medio del montaje y cada uno de los elementos que lo constituyen, se logra un	Que los estudiantes lograran describir con

	reconocimiento de cada elemento: Soporte, cinta métrica, monedas de $50, laser y en especial cada uno de los resortes. De igual forma se presenta el correspondiente documento de recolección de datos.	su propio lenguaje los elementos constituyentes del laboratorio.
Identificación	Una vez reconocidos los elementos por medio de los cuales se realizaría el laboratorio, se propone identificar el elemento principal: los resortes.	Que los estudiantes lograran categorizar los resortes a partir de sus características físicas.
Experimento	Una vez asignadas e identificas las características de cada uno de los resortes se dispusieron en los soportes para realizar el respectivo experimento: disponer las masas en el portamasas para observar la elongación en el resorte	Que los estudiantes observaran los distintos desplazamientos del resorte a partir del cambio de posición del portamasas con respecto a la cinta métrica
Representación	Una vez realizado el experimento se debían registrar los datos tanto de las masas dispuestas en el portamasa como de las distintas del posición de resorte	Que los estudiantes representaran los datos de la forma como ellos creían era más conveniente.
Argumentación	Este momento tenía como objetivo que los estudiantes lograran identificar el	Que los estudiantes describieran las

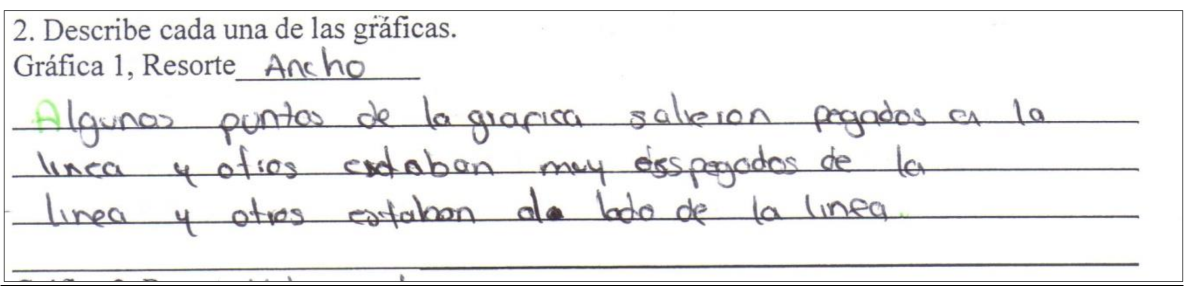
	comportamiento de un resorte hipotético	características de un resortes a través de una gráfica que representaba su comportamiento

6.4 Principio del relativismo epistemológico

1) Análisis grafico-verbal

Para esta primera fase de la segunda parte del laboratorio de la ley de Hooke, se plantea la siguiente actividad: Con los datos de cada resorte, realice su respectiva gráfica. Estos resultados fueron obtenidos por medio de la descripción realizada por los estudiantes a partir de la representación de los datos en Geogebra.

Grafica 1: Resorte ancho (tomada del grupo 1)


2. Describe cada una de las gráficas.
Gráfica 1, Resorte Ancho
Algunos puntos de la grafica salieron pegados en la linea y otros estaban muy despegados de la linea y otros estaban al lado de la linea.

Grafica 1: Resorte el más gordo (tomada del grupo 3)

2. Describe cada una de las gráficas.
Gráfica 1, Resorte el mas gordo
con esta grafica podemos ver el desplazamiento y el tiempo de cada grupo de monedas

Grafica 2: Resorte medio ancho (tomada grupo 1)

Gráfica 2, Resorte medio ancho
mi observación fue que dos de los puntos estan bienpegados ala linea y lamayoria esta despegados de la linea cosa que no sucede con el resorte ancho.

Grafica 2: Resorte pequeño (tomada grupo 2)

Gráfica 2, Resorte Pequeño
el segundo resorte se comporto muy raro porque casi todos se fueron en un angulo de 120° grados

Grafica 3: Resorte medio pequeño (tomada grupo 1)

Gráfica 3, Resorte medio ~~ancho~~ pequeño
los puntos todos estan unidos en la linea pero hay dos que estan al otro lado de la linea y los demas esta al otro lado.

Grafica 3: Resorte el largo (tomada grupo 3)

Gráfica 3, Resorte el mas largo
en el terser resorte tiene los
puntos mas largos y tienen
los puntos mas separados

Para la descripción de las gráficas la mayoría de estudiantes se interesó más en que tan ajustados estaban los puntos a la línea, muy similar a la primera respuesta seleccionada del primer grupo. Por otro lado la segunda respuesta de la gráfica 1 brinda un análisis del comportamiento de las magnitudes consideradas. Se logra por lo tanto, que los estudiantes empiecen a asimilar este tipo de procedimientos (análisis de graficas) recurrente en algunas ramas de la matemática. Para esta actividad en particular identifican uno de los propósitos del laboratorio: *observar el comportamiento lineal de los pares ordenados* y lo más importante que *las componentes de estos pares ordenados representan magnitudes evidenciadas por ellos en el momento de realizar el experimento:* “Con esta grafica podemos ver el desplazamiento y el tiempo de cada grupo de monedas”. La actividad a su vez permitió que los estudiantes realizaran comparaciones de las gráficas de los distintos resortes. En la gráfica 2 tomada del grupo 3, se observa como el estudiante quiere explicar *el comportamiento* del resorte en función de cierta inclinación considerada por él.

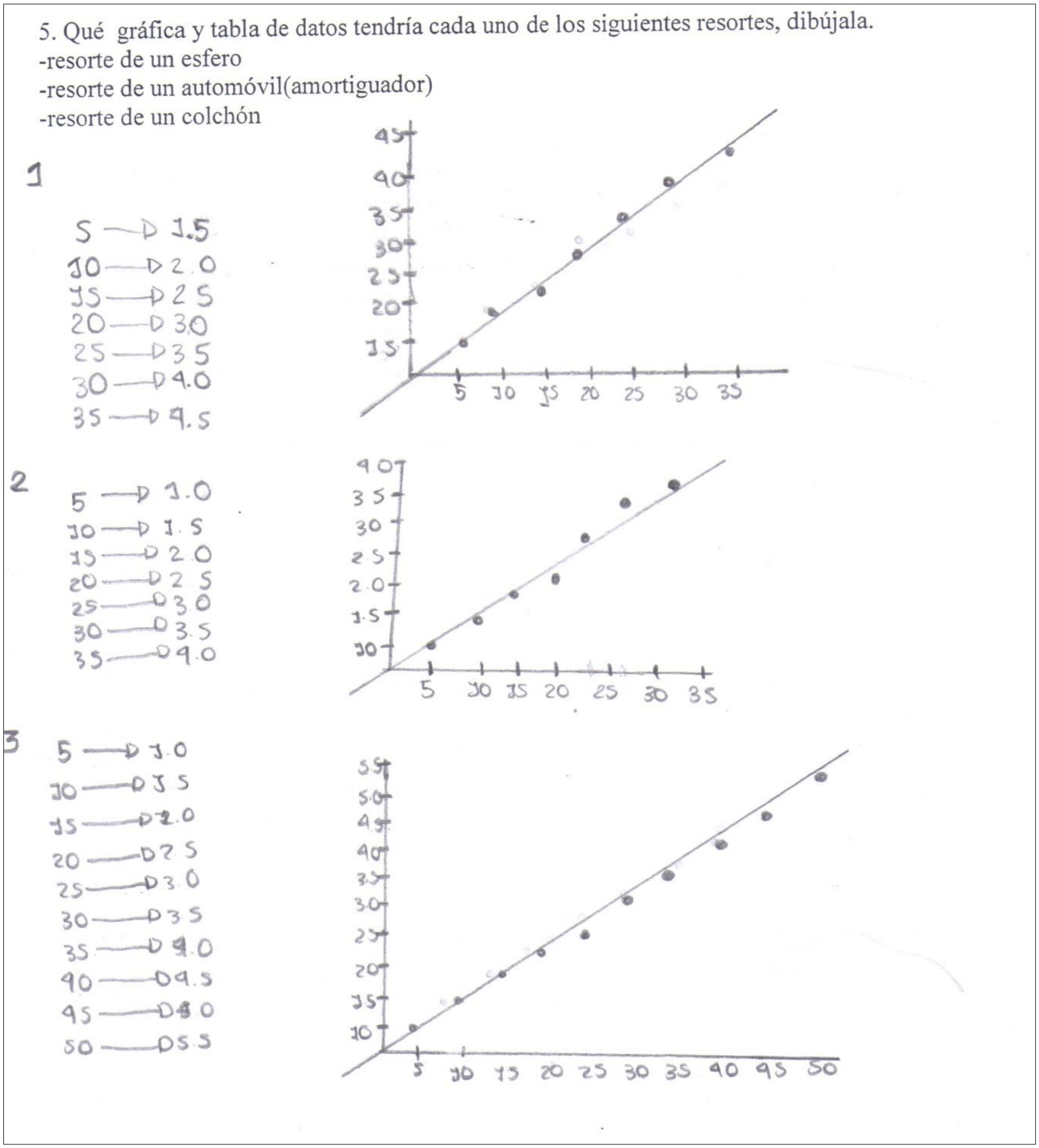
2) Características físicas

Para considerar esta fase del laboratorio se realizó la siguiente actividad hipotética: Que gráfica y que tabla de datos tendría cada uno de los siguientes resortes, dibújala.

- ✓ Resorte de un esfero
- ✓ Resorte de un automóvil (amortiguador)
- ✓ Resorte de un colchón

A continuación se muestran algunos resultados

Grupo 1


5. Qué gráfica y tabla de datos tendría cada uno de los siguientes resortes, dibújala.
-resorte de un esfero
-resorte de un automóvil(amortiguador)
-resorte de un colchón

1

5 → 1.5
10 → 2.0
15 → 2.5
20 → 3.0
25 → 3.5
30 → 4.0
35 → 4.5

2

5 → 1.0
10 → 1.5
15 → 2.0
20 → 2.5
25 → 3.0
30 → 3.5
35 → 4.0

3

5 → 1.0
10 → 1.5
15 → 2.0
20 → 2.5
25 → 3.0
30 → 3.5
35 → 4.0
40 → 4.5
45 → 5.0
50 → 5.5

Grupo 3

5. Qué gráfica y tabla de datos tendría cada uno de los siguientes resortes, dibújala.
-resorte de un esfero
-resorte de un automóvil(amortiguador)
-resorte de un colchón

Esfero

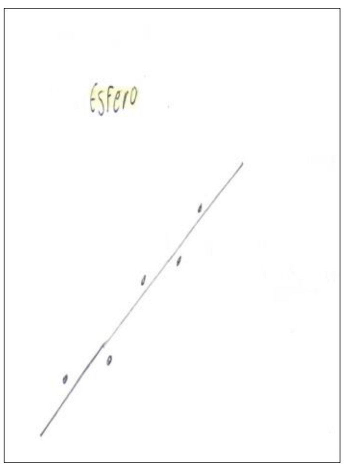
Monedas	Masa
4	30.0
8	56.5
12	70.3
16	85.8
20	93.2

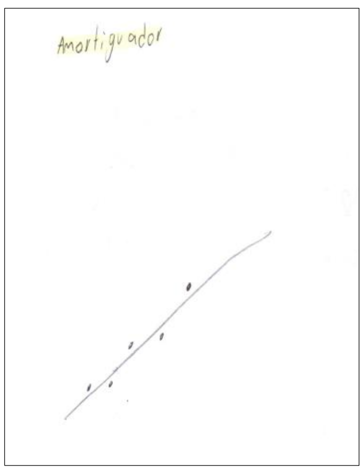
Amortiguador

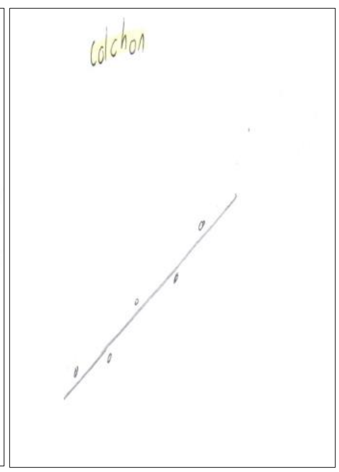
monedas	masa
4	7.5
8	7.7
12	7.9
16	8.1
20	8.3

colchon

monedas	masa
4	7.9
8	8.4
12	9
16	9.8
20	10.5





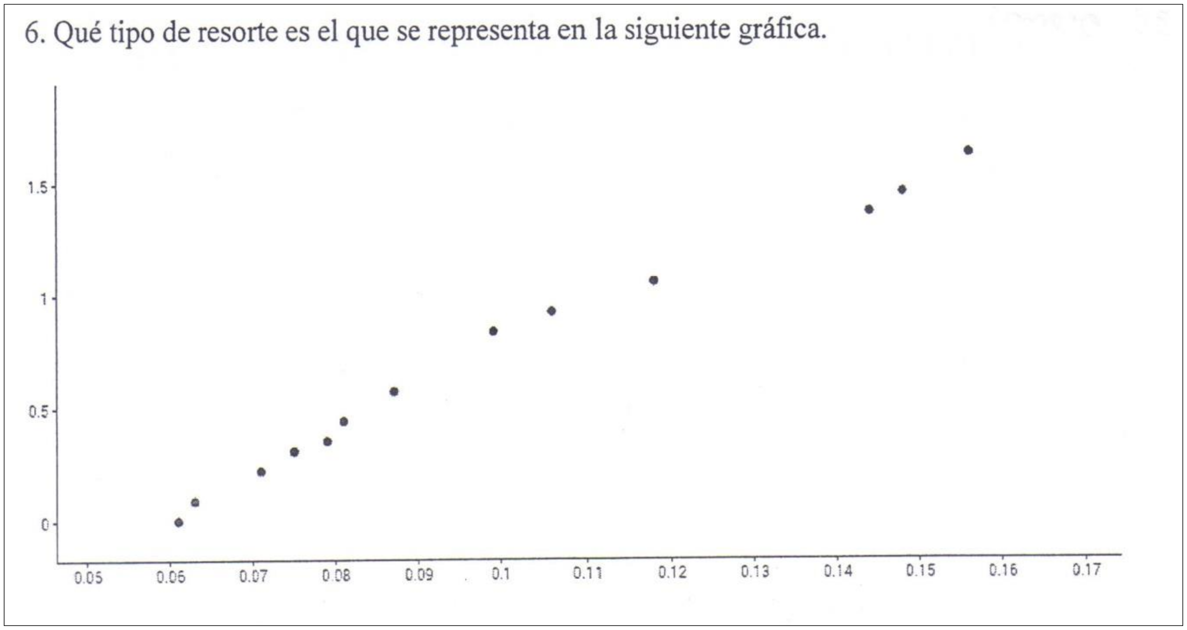


La anterior representación de los resortes considerados, fue posible debido a que en la experimentación realizada previamente con lo cuatro resortes de la actividad del laboratorio, los estudiantes lograron observar, en las gráficas obtenidas en geogebra, y que correspondían a la relación establecida entre las magnitudes masa-desplazamiento, que la inclinación de la recta dependía de que tan rígido era el resorte. De esta forma se logró establecer que entre más rígido sea el resorte, la inclinación de la recta respecto a la horizontal era mayor que la presentada por un resorte menos rígido. A partir de lo anterior los tres resortes considerados (amortiguador, esfero, y colchón) pueden organizarse, teniendo en cuenta su rigidez de menor a mayor, de la siguiente forma: esfero, colchón y amortiguador. Con esta actividad se logra un objetivo planteado en la teoría socioepistemológica de la matemática educativa y que se logra a través de la práctica social considerada (que para este trabajo en particular es la predicción): lograr que los individuos que participan de la actividad, logren extrapolar las situaciones y conceptos aprendidos en el aula de clases con situaciones y objetos concretos. De esta forma una línea recta que se obtiene a partir de determinados pares ordenados en el plano cartesiano, no será únicamente la representación gráfica de una relación matemática, si no la posible representación del comportamiento de un resorte, con lo que se logra un nuevo significado para un objeto concreto por medio de un concepto matemático.

3) Gráfico

La actividad planteada para identificar las características físicas de un resorte a partir de una gráfica tenía como objetivo evidenciar uno de los principios que fundamenta la teoría socioepistemológica de la matemática educativa: la resignificación. De esta forma se planteó la siguiente situación:

Qué tipo de resorte es el que se presenta en la siguiente grafica



Con esta última situación se busca evidenciar el nivel de comprensión de los estudiantes respecto a la forma como pueden interpretar la representación gráfica asociada al comportamiento de un resorte. Se resignifica debido a que el *uso* reiterado del concepto, en este caso la representación gráfica masa-desplazamiento de un resorte, se establece en las distintas actividades realizadas en el laboratorio: manipulación directa con los cuatro resortes, representación gráfica y numérica de los tres hipotéticos resortes y por último la situación considerada en este apartado. A continuación se presentan algunos resultados:

Primer grupo

se parece mucha al resorte ancho
como si fueran las mismas
medidas como las que isimos en el
computador

segun lo que yo observe es que la grafica
pertenece al resorte ancho nose pero
tiene mucho en comun con la grafica que isimos
en el computador...

Segundo grupo

esta grafica se parese al resorte
mas pequeño por que tiene mas
paresido a esta grafica que
los otros 2 resortes

Tercer grupo

yo digo que es el mas gordito aunque
parece que cada vez le echaran muchas
mas monedas o cambiaran de resorte

7 CONCLUSIONES-RECOMENDACIONES

Proporcionalidad

Mediante la implementación del laboratorio de la ley de Hooke se logró que los estudiantes identificaran una de las relaciones entre magnitudes medibles: la proporcionalidad. Este concepto, que es quizá uno de los más difundidos entre la población, debido a que en cierta manera se presenta de forma intuitiva y es utilizado comúnmente, permite caracterizar el comportamiento de las variaciones lineales, que al igual que la proporcionalidad, es uno de los conceptos que se debían evidenciar en el laboratorio de la ley de Hooke. Por medio de la observación reiterada de esta relación en los distintos datos que se obtuvieron de las mediciones masa-longitud, se puede afirmar que esta práctica, derivada de sistemas masas-resortes, es adecuada para evidenciar experimentalmente la proporcionalidad directa entre las dos magnitudes en cuestión. A su vez, si se tiene en cuenta la población que constituyó los grupos de trabajo del laboratorio, que eran estudiantes que pertenecían a grados quinto, sexto y séptimo, se puede afirmar, a partir de la forma como organizaron los datos (en la mayoría de los resultados la recolección se realizó por medio de tablas) que se manifiesta un desarrollo anticipado en la manera como se deben organizar estos. El hecho de que los estudiantes se familiaricen con esta manera de representar magnitudes o datos de una determinada situación, permitirá que cuando empiecen el estudio de conceptos como el de función, asimilen y comprendan de forma más adecuada este concepto. Por otra parte se evidenció que los estudiantes emplean un vocabulario acorde con el concepto a ser comprendido, en este caso el de proporcionalidad; palabras claves como aumento o disminución son utilizadas por los estudiantes para realizar la descripción de lo observado. Un hecho que no debe ser sobrevalorado, más sí se tiene en cuenta que un manejo adecuado del vocabulario matemático, permitirá una mejor asociación de ideas en futuros aprendizajes de conceptos y procesos relacionados con esta ciencia.

Observación

Una de las fases para la obtención de nuevo conocimiento, en el método científico, es la observación. Cuando es posible evidenciar algunas semejanzas o patrones en determinadas situaciones que se suceden en el entorno habitable y no habitable por el hombre (en este último caso el hombre puede tener acceso a lo microscópico como a situaciones vinculadas con el espacio exterior, a partir de las distintas tecnologías desarrolladas por la ciencia para cada caso), pueden sistematizarse, analizarse y lograr producir, nuevo conocimiento. Para nuestro laboratorio la fase de observación del experimento logró evidenciar que, al menos para los estudiantes, es posible establecer un patrón evidente a nuestros sentidos y experiencias: que el aumento de la cantidad de monedas en el portamasas permitía una mayor elongación en el resorte. Vincularse directamente con los objetos y fenómenos a ser analizados y comprendidos es fundamental para concluir aceradamente sobre los mismos. De esta misma manera procedió en su debido momento uno de los más grandes científicos: Pasteur, quien para comprender la persistencia endémica del ántrax en ciertas poblaciones, observó directamente los terrenos donde habían sido enterrados algunos organismos afectados por esta enfermedad. Después de observar en el lugar y haber llevado la situación a su laboratorio, llegó a la conclusión que el problema de la persistencia del ántrax a través del tiempo se debía a la presencia de lombrices de tierra en la zona que llevaban esporas de ántrax a la superficie de la tierra, ocasionando así que persistiera la enfermedad, independientemente del tiempo que hubiese transcurrido después de la epidemia. Esta fase de observación se presenta de manera persistente en el laboratorio diseñado por medio de la ley de Hooke, debido a que cada adición de monedas en el portamasas obligaba, en cierta forma, a registrar los nuevos datos relacionados con la elongación del resorte. A partir de lo anterior concluimos que el diseño de este laboratorio se presenta como una herramienta para poder observar la interacción de las magnitudes asociadas a la ley de Hooke, observación que permite obtener determinadas conjeturas vinculadas con la experimentación. Por otra parte se logra a partir de las observaciones del experimento, que los estudiantes describan con sus propias palabras las características físicas de los distintos resortes utilizados en el laboratorio. Con lo anterior se tienen en cuenta las distintas formas descriptivas por medio de las cuales se manifiestan los estudiantes.

Representación.

Por medio de esta fase se logró que los estudiantes organizaran los datos obtenidos por medio de la estructura que ellos consideraran más adecuada. Una vez observados y analizados los datos nos encontramos con una situación no estipulada previamente. Normalmente se espera que cuando se solicita representar los datos de una determinada situación, los estudiantes la realicen por medio de un plano cartesiano, una ecuación o una tabla. Pero contrario a lo anterior un estudiante realizó la representación de los datos por medio de una analogía con una actividad que presentaba ciertas similitudes con la actividad llevada a cobo en el sistema masa-resorte. De esta forma evidenciamos que la actividad de representar los datos, adquiere para algunos estudiantes diferentes connotaciones completamente distintas a las esperadas. No necesariamente las demás interpretaciones que no se adecúan a las esperadas se deban catalogar como inconexas o no relacionantes al saber matemático, por lo menos no desde lo que corresponde a la actividad humana debido a que “el conocimiento es una tendencia hacia…, una disposición para hacer (función pragmática) y para decir (función discursiva) ante situaciones específicas del mundo real, tendencias guiadas por normas e identidades (funciones normativa e identitaria)” (Cantoral, 2013, pág. 145). Si bien la anterior definición se ajusta a los cánones establecidos con respecto a la noción de conocimiento, este último adquiere mayor significado y recupera su sentido de funcionalidad cuando se regresa a la acción de partida, es decir a la acción de conocer. Esto último lo evidenciamos en nuestra práctica de laboratorio: mediante la manipulación de los distintos elementos del laboratorio no se utiliza el conocimiento terminado y estipulado para realizar conclusiones ni aprenderlo tal cual se aprende en la escuela, sino que, por medio de un proceso definido y estructurado se reconstruye este conocimiento por medio de las afirmaciones y conclusiones obtenidas por los estudiantes, sin que ellos necesariamente conozcan el concepto de proporcionalidad ni de función lineal.

Predicción.

Las ideas que permiten dar solución a determinados problemas pueden obtenerse de pensamientos precedentes. Para esta práctica (la predicción) fue conveniente estimular el pensamiento de los estudiantes, por medio de varias representaciones graficas obtenidas en Geogebra previamente, y que correspondían al comportamiento grafico de los datos obtenidos para cada uno de los resortes. Una vez comprendieron que el comportamiento de los datos graficados se representaba por medio de una línea recta, los estudiantes lograron realizar una representación hipotética con los resortes de un colchón, un esfero y un automóvil. De lo anterior se evidencia que los estudiantes lograron asignarle un uso a la línea recta, en este caso que es el lugar geométrico adecuado para representar los datos asociados a la elongación de un resorte y situaciones afines. Fue mediante el uso reiterado de la gráfica correspondiente a la línea recta, que los estudiantes construyeron las soluciones al problema planteado. De esta manera se evidencia que el laboratorio de la ley de Hooke es un escenario por medio del cual es posible identificar la predicción como práctica social, debido a que es la predicción lo que motiva a los estudiantes a dar una solución.

8 BIBLIOGRAFIA

Arrieta J, L, (2003), Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula, Tesis de Doctorado. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

Asimov, I. (1999). *Breve historia de la quimica.* Madrid: Alianza Editorial.

Beltran Martinez, H. (1979). *Elementos formales de la investigación.* Bogotá: Universidad Santo Tomas de Aquino.

Beveridge, W. I. B. (1964). *El arte de la investigación científica.* Londres: Mercury Books.

Buendía G, (2004), Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones, Tesis de Doctorado. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

Cantoral, R., Espinoza, R. (2010) Una Caracterización De Los Contextos De Significación Desde La Socioepistemología Acta Latinoamericana De Matemática Educativa Vol. 27 Pp 889-896.

Cantoral, R. [Grupo Didáctica y Nuevas Tecnologías]. (2014, 12 04). Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa - Ricardo Cantoral [Archivo de video]. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=aslDmn_JOJ0

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Mexico: Gedisa.

Cordero, F. y Martínez, J. (2001). La comprensión de la periodicidad en los contextos discreto y continuo. En G. Beitía (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (Volumen 14, pp. 422–431). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Fundación Misión Bogotá. (1989). *Historia de Bogotá. Tomo I-Siglo XIX*. Bogotá: Salvat-Villegas.

Fundación Mision Bogotá. (1989). *Historia de Bogotá. Tomo IV-Conquista y Colonia*. Bogotá: Salvat-Villegas.

Fundación Misión Bogotá. (1989). *Historia de Bogotá.Tomo III. Siglo XX*. Bogotá: Salvat-Villegas.

Garcia , M. (08 de 10 de 2007). garcia_2007. RESIGNIFICANDO EN CONCEPTO DE FUNCIÓN EN UNA EXPERIENCIA DE EDUCACIÓN A. Recuperado el 17 de 11 de 2015, de Instituto politecnico Nacional. Centro de investigacion aplicada y tecnologia avanzada.: http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(GarciaZatti-Montiel2007)-ENEM-.pdf

Guerra, A. (14 de 07 de 2010). 14974-45179-1-PB. Luchas, laches y lachunos. Epifanías en la memoria del barrio y sus habitantes. Recuperado el 06 de 12 de 2015, de Bdigital. Repositorio institucional UN.: http://www.bdigital.unal.edu.co/19026/1/14974-45179-1-PB.pdf

Hurtado, A. (2006). *Experimentación y simulación.* Bogotá: Fonde de publicaciones Universidad Fracisco Jose de Caldas.

Martinez, M. (2004). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa.* México D.F: Editorial trillas, S.A.

Montiel, G., & Buendia, G. (Diciembre de 2011). *Memoria EIME XIV propuesta metodológica* *para la investigación socioepistemológica* . Recuperado el 26 de Mayo de 2015, de Red de centros de investigación en Matemática Educativa A.C: http://www.red-cimates.org.mx/images/pdf/EIMES/Memorias/memoria_eime_xiv.pdf

Montiel, G. Cantoral , R., & Reyes, D. (26 de 12 de 2014). Publication/270051427 Cuando una crece la otra decrece'...Proporcionalidad inversa o directa. Recuperado el 16 de 11 de 2015, de researchgate: http://www.researchgate.net/publication/270051427 Cuando una crece la otra decrece'... Proporcionalidad inversa o directa.

Mora Penagos, W. M., Parga Lozano, D. L., & Espitia Avilez, M. (2003). Molecula II. Bogotá: Voluntad.

Sabino, C. A. (1997). *El proceso de investigación.* Santa fe de Bogotá: Panamericana editorial.

Semana.(2014,1 de abril).*Colombia, en el último lugar de las pruebas de educación.*. Semana. Recuperado de: http://www.semana.com/nacion/articulo/colombia-en-el-ultimo-lugar-de-las-pruebas-pisa/382250-3/

Stewart, I. (2013). *17 ecuaciones que cambiaron el mundo.* Madrid: Critica. Colección Drakontos.

Takeuchi, Y., Medina , A., Tovar, R., & Malpica, J. (1968). *Cálculo elemental.* Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Thompson, J. E. (1949). *Algebra.* Mexico D.F: UTEHA.

Thompson, J. (1951). *Geometría al alcance de todos.* México D.F: Unión tipografica editorial hipano americana.

Tipler, P. A. (1999). *Fisica para la ciencia y la tecnologia.* Madrid: Reverté S.A.

Valera, M. (2004). *La ambicion de una ciencia sin limites.* España: NIVOLA libros y ediciones.

/

9 ANEXOS

9.1 Anexo 1: Instrumento dado a estudiantes para el desarrollo del laboratorio (primera parte).

¿CÓMO SE ESTIRA Y POR QUÉ SE ESTIRA? MATEMÁTICAS PARA CLASES EN MOVIMIENTO

Ocampo Fonseca, Michael Andes – Gama Quintero, Marlon
michaelmao12@hotmail.com – marlon.gama@hotmail.com
Universidad La Gran Colombia (Colombia)

INTRODUCCIÓN

El presente taller tiene como objetivo crear un escenario experimental en el que se haga un uso del pensamiento covariacional a partir de la normativa que ejerce una práctica como la predicción, en este caso se analizará el comportamiento de un resorte colgado en una soporte sujetando un portamasas y como se puede relacionar este comportamiento con otros similares en la cotidianidad. La hipótesis inicial que se tiene con este tipo de actividades es alimentar el discurso escolar de las matemáticas con situaciones que estudien el movimiento y las representaciones físicas de algunos comportamientos como lo lineal, lo cuadrático o lo exponencial, de esta manera se pretende potenciar el pensamiento crítico de los estudiantes a partir de los interrogantes ¿Cómo se estira y por qué se estira?. Este taller fue diseñado en conjunto con estudiantes del club de ciencia Mathema de la Institución educativa distrital Los pinos y el semillero de investigación Mathema de la Licenciatura en matemáticas de la Universidad La Gran Colombia.

DESARROLLO DEL LABORATORIO
PRIMERA PARTE

Fase experimental:

1. Materiales:

Soporte de madera, Prensa, cinta métrica fijada al soporte, armella, laser, resortes, portamasas, monedas.

2. Procedimiento

Se coloca el resorte en la armella por uno de sus extremos y en el otro se engancha el portamasas.

Agregar dentro del portamasas una moneda, de manera que se pueda medir el cambio de posición del portamasas a partir de la elongación del resorte. Registra los datos encontrados.

Registra nuevos datos a partir de la variación del número de monedas. ¿Cómo se deforma el resorte?

____
____
____

¿De qué forma puedes representar los datos encontrados? ¿Cuáles son las variables que están involucradas en el experimento?

____
____
____
____
____

¿Cuál de estas variables toma el papel de independiente (varia a su propio antojo) y cuál toma el papel de dependiente (que no varía a menos que la independiente lo haga)?

____
____

¿Hay otra manera de representar los datos encontrados?

____
____
____
____

Describe con tus palabras la forma en que cambia la posición del portamasas.

Ahora, cambia el resorte y repite el proceso de medición planteado anteriormente (hazlo con cada uno de los resortes que tienes en tu montaje).

Registra en la hoja de trabajo los datos encontrados con cada uno de los resortes.

HOJA DE TRABAJO

10.1.1 Anexo 2: Instrumento dado a estudiantes para el desarrollo del laboratorio (segunda parte).

mathema
Semillero de investigación

mathema
Semillero de investigación KIDS

¿CÓMO SE ESTIRA Y POR QUÉ SE ESTIRA? MATEMÁTICAS PARA CLASES EN MOVIMIENTO

Ocampo Fonseca, Michael Andres – Gama Quintero, Marlon
michaelmao12@hotmail.com – marlon.gama@hotmail.com
Universidad La Gran Colombia (Colombia)

SEGUNDA PARTE
DESARROLLO DEL LABORATORIO TECNOLÓGICO

Cada grupo de estudiantes debe ingresar los datos obtenidos de la primera práctica del laboratorio en la hoja de cálculo de Geogebra.

1. Con los datos de cada resorte, realice su respectiva gráfica. (copia cada gráfica en una hoja de Word)

2. Describe cada una de las gráficas.
Gráfica 1, Resorte_____________

Gráfica 2, Resorte_____________

Gráfica 3, Resorte_____________

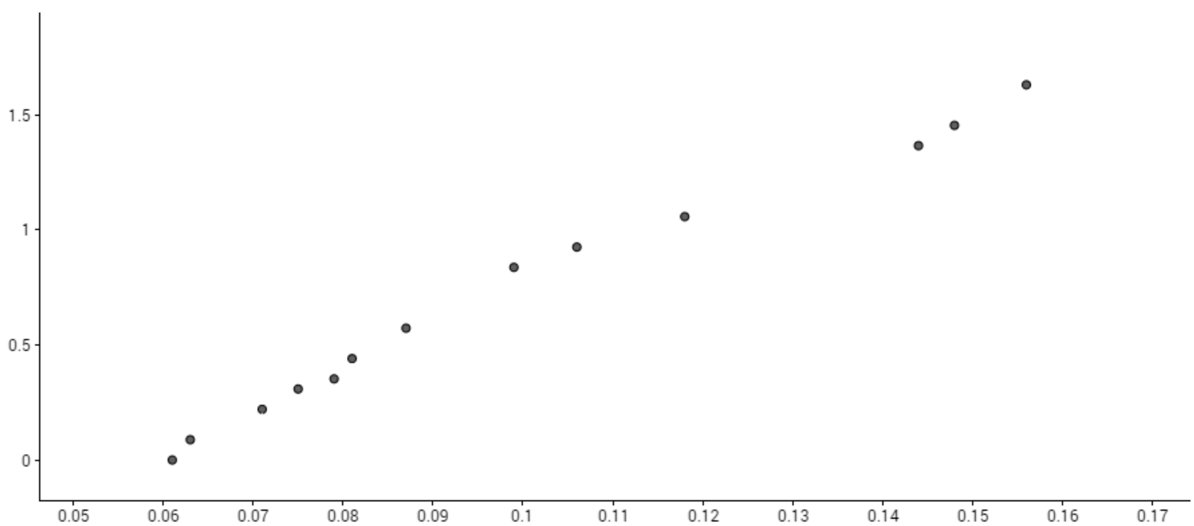
Gráfica 4, Resorte_____________

3. ¿Qué comportamiento tienen los puntos en cada gráfica? y ¿A qué forma se asemeja este comportamiento?

4. Relacione las características físicas del resorte con la gráfica obtenida. (Responde en la hoja de Word)

5. Qué gráfica y tabla de datos tendría cada uno de los siguientes resortes, dibújala.
-resorte de un esfero
-resorte de un automóvil (amortiguador)
-resorte de un colchón

6. Qué tipo de resorte es el que se representa en la siguiente gráfica.



10.2 Evidencias implementación del laboratorio

10.2.1 Con estudiantes de sexto y séptimo grado del IED Los Pinos