

**LA COLABORACIÓN COMO MEDIACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS**

AMALIA EMERALDA PÉREZ MARTÍNEZ

COD: 20121145041

RAMIRO RODRÍGUEZ MENDOZA

COD: 20121145065

DIANA PATRICIA LANDAZABAL CUERVO
Directora

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C 2017

Contenido

Resumen.....	1
Abstract.....	2
Introducción	4
Justificación	6
Problema de Investigación.....	7
Objetivos.....	9
General.....	9
Específicos	9
Marco teórico.....	10
Constructivismo y colaboración	10
Colaboración y aprendizaje.....	11
La colaboración en el aula de matemáticas.....	19
Colaboración y motivación.....	21
Evaluación en el ambiente colaborativo.....	24
Sistematización de prácticas pedagógicas	27
Categorías propuestas para el trabajo colaborativo	28
Metodología	32
Método de investigación.....	32

Población.....	33
Descripción población colegio Porfirio Barba Jacob.....	33
Descripción población colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I).....	34
Técnicas de recolección de información.....	36
Observación participativa y reflexiones.....	36
Entrevista	36
Videos	37
Fotografías	37
Protocolos	37
Resultados.....	40
Historia global de la práctica	40
Historia global en el colegio Porfirio Barba Jacob.	40
Historia global en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I).....	42
Diseño de las actividades pedagógicas de la práctica Colegio Porfirio Barba Jacob	44
Logros y reflexiones colegio Porfirio Barba Jacob, etapa de reconocimiento y diagnóstico ...	51
Evidencias y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob en la etapa de reconocimiento y diagnóstico.	54
Aprendizaje de las matemáticas en el colegio Porfirio Barba Jacob etapa reconocimiento y diagnóstico colaborativo	57

Logros y reflexiones colegio Porfirio Barba Jacob, etapa de profundización	59
Evidencias y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob en la etapa de profundización colaborativa.	65
Aprendizaje de las matemáticas en el colegio Porfirio Barba Jacob etapa de profundización colaborativa.....	69
Logros y reflexiones colegio Porfirio Barba Jacob, etapa de evaluación colaborativa	72
Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob en la etapa de evaluación colaborativa	74
Aprendizaje de las matemáticas en el colegio Porfirio Barba Jacob etapa de evaluación colaborativa.....	76
Diseño de las actividades pedagógicas de la práctica en el Colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)	78
Logros y reflexiones colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), etapa reconocimiento y diagnóstico	85
Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de reconocimiento y diagnóstico.	89
Aprendizaje de las matemáticas en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa reconocimiento y diagnóstico colaborativo	91
Logros y reflexiones colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), etapa de profundización colaborativa.....	93

Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de profundización colaborativa...	98
Aprendizaje de las matemáticas en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de profundización colaborativa.....	100
Logros y reflexiones colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), etapa reconocimiento y diagnóstico	102
Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de evaluación colaborativa.....	105
Aprendizaje de las matemáticas en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de evaluación colaborativa	107
Reflexiones de la práctica pedagógica y la colaboración.	109
Categorías de colaboración reflejadas en las fotos tomadas en el aula de clases de matemáticas del curso aceleración, colegio Porfirio Barba Jacob.....	110
Categorías de colaboración en la observación del trabajo del grado cuarto del colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I).	112
Categorías de colaboración de las reflexiones de todas las sesiones de clases en esta práctica pedagógica en ambos colegios del sur de Bogotá.....	114
Discusión.....	119
Conclusiones.....	126
Referencias.....	130
Anexos	133

Resumen

El presente trabajo da cuenta de la sistematización de dos experiencias pedagógicas llevadas a cabo en la práctica intensiva de dos profesores de matemáticas en formación. En los colegios Porfirio Barba Jacob (Sede B) y Colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I) localizados al sur de Bogotá D.C, Colombia. En estas prácticas se buscó incentivar y desarrollar en los estudiantes el trabajo colaborativo. La sistematización de esta experiencia recogió los procesos de un curso de aceleración (cuarto y quinto) y dos cursos de grado cuarto. En el primero, se contaba con población desplazada, y el segundo con estudiantes invidentes y estudiante de baja visión.

Este trabajo estuvo orientado a establecer estrategias que permitieran el aprendizaje colaborativo en matemáticas, para ello, la resolución de problemas (situaciones contextualizadas) que se propuso permitió poner en evidencia características y dinámicas en que se daba o no el trabajo colaborativo.

Se hizo uso de unas competencias básicas, de interpretación, argumentación y proposición, para establecer criterios de evaluación que permitieran saber el grado de colaboración de los estudiantes evidentes en los aportes grupales e individuales dentro de las participaciones que se incentivaban en los procesos de institucionalización.

En el proceso llevado a cabo en la práctica intensiva, se logró generar identidad profesional alrededor de los procesos para potenciar el aprendizaje colaborativo en los estudiantes a través de la reflexión de la formación docente, reivindicando su responsabilidad social. Desde esta perspectiva de permanente reflexión pedagógica, en el que el aula es el medio de intervención en el cual se puede crear condiciones que permitieron el desarrollo de algunos procesos de

matemáticas contemplados durante la secuencia de actividades aplicadas y tomadas como puente para la construcción de habilidades que posibilitan la colaboración y el trabajo en equipo.

Palabras clave: Colaboración, Matemáticas, participación.

Abstract

The present document provides information about two pedagogic experiences that were conducted within the intensive practice of two Mathematics teachers in formation. The training was carried out in Porfirio Barba Jacob school (Headquarters B) and school O. E. A. (headquarters B Antonia Santos I) both are located at the south of Bogota D.C Colombia. In these practices, we sought to encourage and develop collaborative work in students. The systematization of this experience gathered the processes of an acceleration course and two courses of fourth grade. The first course was displaced people and the second course blind and low vision students.

The pedagogic experience was oriented to establish strategies that allowed the collaborative learning in mathematics. To do so, the resolution of problems that were proposed, allowed to put in evidence processes that developed the capacities of reasoning and the communication, as well as the development of interpretive, argumentative and initiative skills in the elaboration of proposals. All this were under the institutionalization of resolution of these Contextualized situations.

The cognitive processes were the key to generated collaborative products, and assessing the degree of collaboration among student groups. Through the explanations and manifestations given in answering the questions, the students' discussions and interventions were promoted. Those who react front of the errors and proposed solutions, made use of definitions of

mathematical concepts that were extracted from the resources and materials that were provide to the group of concerns.

In the process carried out in pedagogical practice. It was possible to generate professional identity around the processes, to promote collaborative learning in students through the reflection of teacher training and claiming their social responsibility. Besides, From the permanent pedagogical reflection perspective were the classroom is the means of intervention and where conditions can be created. It would be allowed the development of some mathematical processes contemplated during the sequence of activities applied and taken as a bridge for the construction of skills Which enable collaboration and teamwork.

Introducción

Generalmente se evidencia que en el aula de matemáticas, tiende a existir un bajo rendimiento académico por diferentes razones, entre ellas la falta de motivación por las temáticas, e

l tipo de trabajos y actividades que proponen los profesores, que generalmente son planteados para que los estudiantes los cuales son planteados en su mayoría, para que los estudiantes trabajen solos y respondan a contenidos específicos en el que el dialogo, el debate, la duda, la pregunta y el indagar en un tema con el otro, no se ve resaltado en las actividades que el maestro propone.

Estas prácticas individualizadas contradicen lo que menciona Vygotsky citado por Wertsch, (2001) quien propone que el individuo se debe relacionar directamente con la sociedad y especialmente con la que lo rodea, en el que los compañeros en el aula de clases aportan conocimientos que ayudan al estudiante a desarrollarse en su dimensión cognitiva, generar mayor interacción social, conocimiento, posibilidades de opinar, pensar y actuar frente a alguna situación o hecho.

Se considera que el conocimiento se construye de manera colaborativa a través de las diferentes interacciones que se dan entre los individuos, produciendo en los estudiantes motivación, persistencia y corresponsabilidad de metas comunes, viabilizando un mejor rendimiento académico y la colaboración como un medio para el aprendizaje.

Siguiendo a Vigotsky citado por Wertsch, (1988) respecto a la zona de desarrollo próximo que propone, se considera que por medio de la interacción y la colaboración en el grupo, se establece un puente entre lo que el estudiante hace y podría llegar hacer, reconociendo en esta distancia las potencialidades y dificultades de los estudiantes que permiten o no llegar a un objetivo común.

Se considera importante contar con un soporte teórico de la colaboración para proponer estrategias pedagógicas propias centradas en la resolución de problemas a través de dinámicas de trabajo en grupo. Durante el proceso se propusieron estrategias que tenían como objetivo posibilitar la colaboración y la propia práctica fue el objeto de estudio. Para ello se plantearon estrategias tentativas dentro una secuencia de actividades matemáticas, evaluadas y analizadas desde las interacciones y logros alcanzados, siempre contemplando los resultados de las actividades precedentes. Se buscó que los estudiantes se involucraran con las actividades propuestas al ver la necesidad de trazar metas comunes y manifestar desde su individualidad las respectivas potencialidades, apuntando a la construcción social de conocimiento que atribuye al trabajo colaborativo.

La metodología utilizada para esta investigación tiene enfoque cualitativo, aunque se integran algunos elementos cuantitativos. Esta integración de enfoques permite que se muestren diferentes tipos de resultados medibles y discutibles, los cuales arrojan información que se interpreta para la mejora de la práctica docente en el ámbito educativo.

Las reflexiones realizadas permitieron evidenciar que a mayor motivación puede ocurrir mayor colaboración y que estas dos se relacionen con un mayor rendimiento académico y aprendizaje en los estudiantes. El resultado de la observación de la práctica permitió identificar los efectos sobre el aprendizaje de las matemáticas cuando se utilizan estrategias basadas en la colaboración o cuando se pueden proponer actividades para potenciarla.

Justificación

En el aula, los profesores hacen uso del trabajo individual y grupal para encaminar la acción del estudiante ante las actividades matemáticas propuestas con intención de cumplir determinado objetivo de aprendizaje, estas, al ser alejadas del contexto del estudiante o memorísticas hacen que se pierda la motivación por las temáticas del curso, se evidencia en el bajo rendimiento académico. Es por tanto que la posibilidad de colaboración en el aula se convierte también en la oportunidad de formar equipos de trabajo, en el que cada estudiante es una ficha importante dentro del grupo, dado que a cada quien se le corresponde una función o tareas específicas, las cuales, ponen en ejercicio el tomar responsabilidades, compromisos e interés en desempeñarse para llegar a determinados objetivos comunes.

Siendo lo anterior el presente trabajo tiene su pertinencia social, considerando que éste tipo de investigación puede trascender más allá de las experiencias de la vivencia presentada, donde se establece qué dinámicas colaborativas se pueden utilizar en el aula para potenciar el aprendizaje de las matemáticas.

Siguiendo a Vygotsky (1988) en la relación social es donde se construye y valida el conocimiento, lo que lleva a pensar que la colaboración potencia el aprendizaje y refuerza las relaciones sociales convirtiéndose en un mecanismo eficaz de aprendizaje, donde se puede opinar, debatir, socializar y contradecir, es por tanto que desde la perspectiva de profesores de matemáticas se busca establecer estrategias que posibiliten la colaboración en la resolución de problemas, de manera que desde las dinámicas de trabajo se llegue a construir significado de los objetos matemáticos estudiados.

Problema de Investigación.

Se propone contextualizar algunos de los problemas que se pueden evidenciar en el aprendizaje de las matemáticas para así plantear el problema global de la enseñanza de las matemáticas abordando posibles soluciones que se sintetizan en el trabajo colaborativo en el aula, reconociendo que también en este tipo de propuesta hay dificultades. En el que, a partir de la experiencia como estudiantes y profesores en formación, se han observado algunas problemáticas relacionadas con el trabajo en grupo cuando se pretende comprender y construir algunos conceptos matemáticos. Uno de los problemas que se identifican está relacionado con la delegación de compromisos y responsabilidades, en muchos casos puede observar lo siguiente:

- Ante una actividad, problema o trabajo, sólo la realizan una parte de los miembros del grupo y la otra parte no se comprometen en realizarla. Sin embargo, el profesor puede considerar que todos aprendieron.
- Cuando hay varias tareas o problemas, se conforman subgrupos que se encargan solo de algunas partes de la actividad matemática y no todos realizan todas las actividades, por lo cual no se logra comprender el conjunto de las actividades propuestas y no hay verdaderos aportes de los miembros del grupo o conexión entre estos, de forma que se dé realmente un aprendizaje colaborativo.

Esto conduce a que los procesos de aprendizaje colaborativo carezcan de significado, sentido e interés por parte de los estudiantes, donde se puede responder parcialmente algunas de las partes del trabajo, el logro está centrado en obtener una calificación, hay ausencia de objetivos comunes y no se ve la importancia de consolidar el aprendizaje sobre los objetos matemáticos estudiados, por lo cual el aprendizaje de las matemáticas puede resultar fragmentado, incorrecto, sin significado y con dificultad de interiorización.

Considerando esta problemática y reconociendo que el simple hecho de proponer actividades en grupo, no es sinónimo de aprendizaje colaborativo, lo que se propuso observar en esta investigación fue la forma en que los estudiantes de educación básica colaboran cuando se proponen actividades de resolución de problemas y determinar si esto se relaciona con el rendimiento académico de los estudiantes. Al observar la propia práctica lo que se espera es mejorar éstas, para generar un espacio de aprendizaje de las matemáticas, en la que todos los estudiantes puedan contribuir en la construcción de conocimiento y que además pueda ser el resultado de un aprendizaje integral consensuado y significativo.

En la actualidad, la colaboración entre integrantes de un mismo grupo involucra capacidades diversas para la resolución de una situación o un problema planteado. Es por tanto que dicha colaboración hay que reconocerla, definirla y potenciarla en el aula de clases de matemáticas de manera adecuada, para así poder plantear estrategias que ayuden al estudiante a mejorar su aprendizaje de una manera colaborativa. A partir de la anterior problemática la pregunta que orienta la presente monografía es:

¿Cómo el docente puede implementar el trabajo colaborativo en el aula para potenciar el aprendizaje de las matemáticas?

Para lo cual se proponen las siguientes preguntas de apoyo:

- ✓ ¿Qué características de la colaboración se evidencian en el aula de clases de matemáticas en estudiantes de educación básica?
- ✓ ¿Qué ventajas trae la colaboración en el aula de clases de matemáticas en estudiantes de educación básica?
- ✓ ¿Cuál es el efecto de la colaboración en el aprendizaje de las matemáticas?

Objetivos

General

- ✓ Analizar estrategias para promover el trabajo colaborativo en el aula de matemáticas, por medio del diseño y aplicación de una secuencia de actividades.

Específicos

- ✓ Diseñar y aplicar una serie de actividades basadas en el trabajo colaborativo para el aprendizaje de las matemáticas.
- ✓ Identificar cuál es el efecto del aprendizaje de las matemáticas basado en la colaboración.
- ✓ Evidenciar características de la colaboración en el aula de clases de matemáticas a través de las actividades y pruebas de aprendizaje implementadas.
- ✓ Establecer estrategias colaborativas para potenciar el aprendizaje en el aula de clases de matemáticas.

Marco teórico

Constructivismo y colaboración

La colaboración está marcada por lo que en un grupo todos aportan y discuten en que cada individuo logra contribuir e interiorizar lo que comparten y se llegue a construcciones fragmentadas en las que la discusión y negociación ayudan a cimentar un solo producto en el grupo; esto se evidencia en la consolidación de significados, construcción de conocimiento en general o realización de cosas físicas e incluso en el mismo hecho de debatir o discutir, ahí en ese momento se están construyendo y de-construyendo significados, ésta por ser una práctica que involucra a toda la sociedad y las relaciones entre compañeros.

Se considera una epistemología socio constructivista y se ha encontrado que: “ La teoría del aprendizaje colaborativo es la expresión más representativa del socio constructivismo educativo” (Roselli, 2016, p. 244), y es razonable dicha afirmación ya que cuando se construye en sociedad lo que se hace es llegar a consensos, proponer metas comunes para trabajar conjuntamente y que mejor manera que hacerlo colaborativamente, es muy difícil para una sociedad realizar una actividad específica si no trabajan colaborativamente.

La cultura es un factor fundamental en el desarrollo del niño, García (2006) aporta que el enfoque constructivista entiende que la influencia cultural es un factor que no solo es ambiental sino que condiciona y modela las diversas etapas del desarrollo mental del niño, siendo el constructivismo una herramienta potente en el aprendizaje y en la colaboración ya que dependiendo la cultura donde se desenvuelve el estudiante va a existir un producto diferente y significativo en su aprendizaje, aún más cuando lo que hace, propone, elabora y discute se hace en grupo y se comparte para la opinión de los demás , para lo cual se entrelazan diferentes

culturas produciendo en el estudiante un nutrido conocimiento el cual también es producto de todo el grupo de una forma colaborativa.

Hay que tener presente en el aula de clases las diferentes culturas, las normas, los valores, las costumbres de los estudiantes para así intentar entrelazar el grupo para que puedan trabajar solos y/o acompañados (el docente como un integrante más del grupo) de manera colaborativa.

Es importante mencionar en este apartado la metacognición como parte importante en el constructivismo y la colaboración ya que al momento de mirarse internamente en relación con lo que pensando, cómo está actuando y qué es lo que está diciendo el estudiante y sus repercusiones en el grupo, hace que sus habilidades comunicativas y reflexivas se mejoren construyendo un ambiente de mejor entendimiento, en el grupo proponiendo ideas claras que ayudan a que fluya la colaboración en el aula de matemáticas más aún cuando se trata de temas nuevos para el estudiante.

Colaboración y aprendizaje

Antes de abordar temáticas y beneficios de la colaboración y cómo ésta potencia el aprendizaje de las matemáticas es preciso hacer un acercamiento de qué se entiende por colaboración, para lo cual Castellaro y Roselli (2013) aportan: “La colaboración entre pares¹ debe entenderse como un proceso interaccional que tiene lugar cuando dos o más individuos se reúnen para trabajar conjuntamente, en vista a la consecución de un objetivo compartido” (p.272).

Durán (2009) propone que el aprendizaje colaborativo se da en equipos de trabajos que de una manera autónoma se reúnen para compartir y logran un objetivo didáctico. El aprendizaje

¹ Cuando se habla de “pares” hace referencia a un mismo nivel de educación, saber o investigación, por ejemplo pares del grado quinto en la educación básica.

colaborativo, resulta diferente al cooperativo y aunque parecen similares, tienen diferencias, por lo cual es importante distinguir uno del otro. El aprendizaje cooperativo lo define Durán (2009) como el que resulta de un trabajo de estudiantes que se reúnen para seguir una estructura propuesta por el docente donde deben culminar una tarea, se asignan roles para luego unificar todo el trabajo.

Es así que se propone que el aprendizaje colaborativo va más allá de lo cooperativo, aunque puede tener fases del mismo, logra superarse en la medida que en el colaborativo se discute, se propone de manera individual y grupal, todos se encargan de todo y todos son responsables de todo, hay entrelazamiento de intersubjetividades, así la construcción de conocimiento es democrática y negociada, Castellaro y Roselli (2013) aportan que “La colaboración, en su sentido más estricto y actual, se puede definir como una actividad de coordinación intersubjetiva en la que los participantes construyen procesual y conjuntamente un producto cognitivo” (p.272). Por tanto la colaboración involucra sincronización de lo que se quiere hacer y construir que para este sentido es lo cognitivo asociado al conocimiento, de la misma forma el proceso es resaltante en dicha construcción colectiva y colaborativa ya que es ahí donde se cruzan las subjetividades individuales y aportes individuales para un producto común y consensuado. Convirtiéndose “El conocimiento en el proceso de negociación o construcción conjunta de significados” (Roselli, 2016, p. 224).

El aprendizaje colaborativo es un proceso que se da en grupo es por tanto que el caso del individualismo es considerado como un anti aprendizaje colaborativo, el aprendizaje colaborativo es donde todos intervienen y no hay diferencia específica o asignada de roles aun que ésta necesidad pueda surgir en medio de las discusiones u organizaciones de los grupos de manera autónoma, en otras palabras es:

“La colaboración sería, en cambio, un proceso colectivo desde el inicio, donde todos intervienen conjuntamente en la realización de la tarea. Esto no implica que no pueda haber una natural diferenciación de roles, pero esta es una emergencia espontánea de la dinámica interactiva” (Roselli, 2016, pág. 223)

Con lo anterior, se entiende que no se debe asignar un rol específico al estudiante tampoco una jerarquía de poder o de importancia de roles, rompiendo así con un modelo lineal vertical que se ha establecido durante décadas en la educación donde el principal rol es el del docente o quizás en la asignación de los mismos se categorizaban roles con mayor y menor importancia siendo los primeros ocupados por estudiantes considerados brillantes. Al no haber una marca en el asumir roles en el aprendizaje colaborativo se eleva por encima al aprendizaje y trabajo cooperativo donde estos roles si son marcados y hay una jerarquía de mayor o menor importancia e incluso trabajos y aportes que son considerados más importantes que otros en la pertinencia o tiempo solicitado, en cambio en el aprendizaje colaborativo todos los trabajos y aportes son importantes e igual de valiosos no importa en qué tiempo estos se den siempre se estará a disposición de escucha y debate. Hay que tener cuidado en el trabajo y aprendizaje colaborativo de no caer en el trabajo individual en el que algún integrante del grupo no hace nada y se apoya cien por ciento en el resto del grupo, esta es una conducta anti colaborativa, es por tanto que el docente debe incentivar al grupo a trabajar colaborativamente y de animar al grupo a que se interese por el resto de los demás compañeros que quieren resolver un problema o llegar a la meta propuesta. Castellaro y Dominino (2011) proponen en ese mismo sentido que existen estudiantes que quieren demostrar sus habilidades por el resto de los demás , hay que utilizar dichas habilidades para que apoye al grupo y no se dé a conocer solo, logrando que se preocupe por el grupo y logre influenciar a los demás compañeros para que se obtenga un excelente resultado donde se cumplan las metas propuestas y si es posible hacer más de lo planeado

convirtiéndose en un proceso agradable colaborativo en el que no existen marcadas diferencias entre los participantes.

Se debe tener cuidado en confundir trabajo en grupo o hacer todo en grupo con aprendizaje colaborativo, este último va más allá involucrando reflexiones y acciones profundas y dedicadas “El encuadre didáctico colaborativo va más allá del simple colectivismo (hacer todo en grupo); incluye y mantiene las instancias individuales, solo que conecta el propio aprendizaje con el de los demás” (Roselli, 2016, p. 245) lo que se debe tener en cuenta y manejar con cuidado en el aula porque puede suceder que se perciba un trabajo colaborativo cuando en realidad son solo aportes individuales para una tema común sin discusión , construcción, debate , negociación y comprensión lo que involucra el aprendizaje colaborativo.

Cabe la pena resaltar que se debe tener cuidado en algunos aspectos de la colaboración ya que como es común hacer grupos de trabajo, el docente se enfoca en dar indicaciones generales a cada grupo y se puede caer en error que se convierta no en un trabajo colaborativo sino en sesiones de “asesoría” (Graden y Bauter, 2001, p.106). Es por tanto que el docente debe tener cierto cuidado en no dedicarse en su totalidad a algún grupo específico, tampoco en darles explicaciones muy seguidas a los mismos, el docente debe potenciar las habilidades de los estudiantes para que puedan trabajar colaborativamente y puedan descubrir y construir su propio conocimiento.

Ortiz, Medina , y De La Calle, (2010), afirman que se le da importancia al aprendizaje colaborativo reconociendo que las formas tradicionales de enseñanza-aprendizaje se superaron en el siglo pasado y en este siglo XXI el conocimiento evolucionó y ya no se transmite sino que se construye o se adquiere. Así la colaboración también permite que las actividades individuales que antes no eran realizables o se dificultaban en el individuo se puedan superar después de

haber trabajado en grupo colaborativamente, siendo ésta una gran ventaja del aprendizaje colaborativo junto a que el estudiante adquiere estrategias para aprender de manera autónoma sin necesidad de que esté el docente o el par para guiarlo o transmitirle el conocimiento, sino que ahora éste es capaz de saber hacer.

En la colaboración los compañeros de trabajo funcionan como apoyo para el resto de los integrantes “En vez de enseñanza, el principiante recibe ayuda” (Smith, 1994, p. 67) dándole un giro al modelo de enseñanza-aprendizaje, se debe superar el modelo del docente que imparte conocimiento y se elimina la preocupación por la nota o seguir un camino específico para la resolución de un problema o temática abordada.

Las escuelas deben dar un salto y cambiar el modelo en diferentes temáticas, formas y diseños tanto en la enseñanza, en sus medios para ella, sus espacios y disposiciones físicas, no es posible que todo evolucione a medida que pasa el tiempo y no la educación, por ejemplo aún existen escuelas que enseñan de manera tradicional, pintan las escuelas del mismo color cada año e incluso obligan a los estudiantes a sentarse de la misma forma siempre (generalmente en filas).

Las escuelas no facilitan la colaboración porque no existen lugares donde se puedan encontrar o crear fácilmente empresas² compartidas, hasta podría sostenerse que las escuelas están diseñadas para interferir todo lo posible en esa colaboración, ya que aún se prima el individualismo y reglas inquebrantables (Smith, 1994, p.71), esto se debe en parte a los currículos que exigen unas temáticas determinadas para cada nivel educativo, también a docentes e instituciones que no han entendido que en este siglo que la educación exige nuevas estrategias de aprendizaje, donde se admite que cada clase es diferente y siempre hay algo que aprender, donde el maestro no es

² Cuando el autor utiliza el término empresas se refiere a actividades o proyectos.

quien más sabe sino que el conocimiento es construido entre todos de acuerdo a las experiencias que cada uno pueda aportar involucrando todo lo que tenemos a nuestro alrededor como la naturaleza, la sociedad, las TIC, entre otras y es en la escuela donde se debe explotar estas oportunidades para compartir y construir conocimiento, la escuela está para dar a los niños oportunidades de aprender que de otro modo no encontraría (Smith , 1994, p. 76) porque en el aula se entrelazan culturas, conocimientos, disciplinas y lógicamente involucra tiempo de compartir y debatir lo que hace irrepetible cada espacio, cada clase y por supuesto estas oportunidades no se dan fácilmente en otros espacios o medio en el que se desenvuelve el estudiante.

En el modelo colaborativo se deben superar cosas como la distinción entre enseñante y aprendices (Smith , 1994, p. 76) ya que en la colaboración el docente es otro integrante del grupo que aporta lo que medianamente pueda para que las metas trazadas se cumplan, así mismo al tener un mismo nivel, todos deben tener confianza en lo que dicen los demás , ya que lo que cualquier integrante del grupo pueda aportar es valioso y aún más si lo refuerza con argumentos de vivencias, referentes teóricos o ejemplos los cuales dan un mayor grado de confiabilidad en lo que se esté comunicando, pero no solo en lo que aporte el otro sino que también confiar en lo que digo para tener mayor seguridad y convencimiento en el grupo. El desarrollo y el mantenimiento de las relaciones de confianza en la colaboración son fundamentales para una colaboración eficaz. (Graden y Bauter, 2001, p.107).

Reconociendo que el docente es un integrante más en el grupo de aprendizaje y éste al poseer más experiencia en un grupo que no está acostumbrado a trabajar colaborativamente se propone que “el docente debe enseñar a trabajar eficazmente en un entorno colaborativo, y debe hacerlo utilizando estrategias especificar intencionalmente planificadas y muy pautadas” (Roselli, 2016,

p. 231) esto nos refiere que el docente no debe decir específicamente lo que se debe hacer más aún el profesor debe crear estrategias o momentos para que los estudiantes reflexionen de cómo se debe trabajar colaborativamente, puede ser por medio de analogías, ejemplos, contraejemplos, historias, dando sugerencias, creando actividades convenientes para el grupo en un momento específico, entre otras. Teniendo en cuenta que dichas estrategias deben ser escalonadas y no relacionarlas al tiempo en una misma sesión o en un mismo tiempo, este proceso debe dar espacio y cuidadoso cuando el grupo no está acostumbrado a trabajar colaborativamente o cuando predomina el individualismo en el aula de clases.

Graden y Bauter (2001) reconocen que la colaboración debe ser voluntaria y se trata de ir más allá de los grupos de discusión donde se rompe con el modelo de receptor pasivo y emisor activo, sino que el conocimiento y las habilidades de los integrantes son potenciadas por todos y todos con una actitud activa para la colaboración que se proponen y entrelazan para la discusión y el debate.

La propuesta de la colaboración en el aula no es nueva, pero a pesar de ello “La colaboración en sí misma puede ser una cuña en la rígida estructura de la educación formal” (Smith , 1994, p.83) así se presenta como un reto en los modelos ya establecidos, donde la falta de confiabilidad en otras miradas de la educación y la costumbre en lo tradicional hacen complicado pensarse y actuar de una forma diferente frente a las instituciones y políticas educativas.

Componentes esenciales en la colaboración (Ortiz et al., (2010)

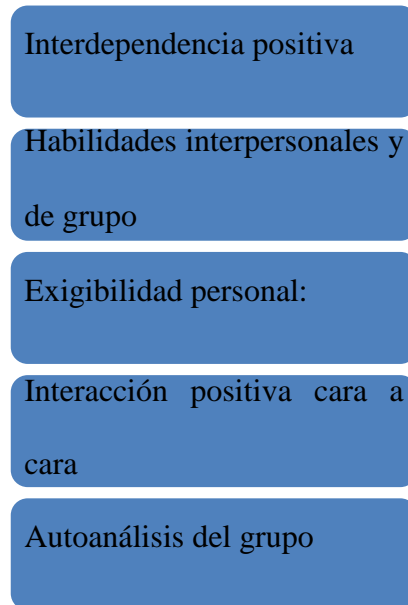


Figura 1: Cuadro de los componentes esenciales en la colaboración propuestos por Ortiz et al., (2010)

Fuente: Elaboración propia.

- Interdependencia positiva: los participantes hacen conciencia que pertenecen a un grupo y actúan como tal, supliendo donde los demás fallan y realizando áreas en grupo.
- Exigibilidad personal: Cada integrante aporta de manera individual lo que puede o sabe al grupo, así todos aportando y comportándose como un grupo donde nadie se queda sin aportar o dejar obligaciones en los otros.
- Interacción positiva cara a cara: esta se da cuando hay discusión en el grupo y ayuda a entender lo que los demás dicen, así se intenta generar una armonía de entendimiento grupal para que todos estén a un mismo nivel.

- **Habilidades interpersonales y de grupo:** se produce cuando los estudiantes usan dotes de amabilidad como liderazgo, explicación, compasión, interés en el otro, interés en las metas comunes, empatía, comunicación asertiva, entre otras.
- **Autoanálisis del grupo:** Constituye a las reflexiones de las acciones concebidas hasta el momento y si estas están encaminadas a las metas grupales definidas al inicio del trabajo.

Para el presente trabajo se tiene en cuenta la colaboración tanto en lo cognitivo como en lo social y el buen trato en el aula de matemáticas, ya que “La colaboración entre pares puede referirse tanto a situaciones cognitivas (por ejemplo, resolución de un problema aritmético) como no cognitivas (como en el caso de la organización conjunta de una actividad de esparcimiento)” (Castellaro y Dominino, 2011, p. 121). Es importante que la colaboración no solo sea en el aula de matemáticas sino en otras áreas, en el receso de clases, en la familia y en cualquier situación que envuelve al estudiante en las cuales se adquieren habilidades para la colaboración y se ven reflejadas en la clase de matemáticas, si se potencia la colaboración más allá del aula de clases el estudiante será autónomo en sus procesos y tendrá como aportar en los debates y discusiones en el proceso colaborativo en la resolución de un problema.

La colaboración en el aula de matemáticas

No es nueva esta metodología en el aula de matemáticas, “De igual forma, también se cuenta con trabajos sobre aprendizaje colaborativo infantil en problemas matemáticos” (Castellaro y Roselli, 2014, p. 39) donde se exploran las matemáticas admitiendo que estas son una construcción social más allá de transmitir o repetir conocimientos y procedimientos, es por tanto que surge la importancia de utilizar la colaboración en el aula de matemáticas como metodología para la construcción de conocimiento.

Godino (2004) afirman que teoremas, propiedades y propuestas matemáticas hechas por grandes autores también están sujetas a discusiones e incluso son falibles en diferentes contextos e incluso a evolución de algún concepto, por consiguiente el error y las dificultades en los estudiantes es normal y permitido ya que de esos mismos errores el estudiante aprende habiendo un aprendizaje colaborativo y constructivista en dichos errores porque de hecho es con el otro que el estudiante se da cuenta de su error o su falla. Por consiguiente las matemáticas son un constructo social en determinada comunidad en la cual el estudiante es quien explora, aprende y propone acerca de cada uno de los elementos de la matemática, este saber debe ser consensuado y validado para aplicarse en el medio que rodea al estudiante.

Godino (2004) también aportan que el estudiante en la colaboración debe arriesgarse, asumir riesgos intelectuales mediante el planteamiento y cuestionamiento de conjeturas las cuales deben procurar darse una solución o una demostración la cual puede ser puesta en consideración en el grupo y se decida tratar para una posible demostración.

Graden y Bauter (2001) sostienen que así como la colaboración es la relación con los individuos, la resolución de problemas describe la herramienta sistemáticas para dirigir el proceso. En donde a través de los problemas propuestos por el docente y a través del diálogo y el debate las relaciones entre los participantes se hacen más amenas, la colaboración en el aula de matemáticas es una herramienta que atraviesa las matemáticas apoyándose de la resolución de problemas para la sistematización y desarrollo de mencionada colaboración, es por tanto que la resolución de problemas y la colaboración deben ir de la mano entrelazadas.

Godino (2004) reconocen que el aula de clases está permeada de normas y obligaciones que se asumen sin necesidad de ser mencionadas como los valores, normas básicas de comportamiento, entre otras, estas normas posibilitan la comunicación y por supuesto la colaboración entre los

estudiantes y el profesor porque son espontáneas en el aula de matemáticas colaborando inconscientemente por ejemplo cuando en una determinada pregunta al grupo alguien decide ayudar a su compañero a contestarla, es por tanto que la colaboración está muy presente en el aula de matemáticas y debe ser explotada para poder potenciar el aprendizaje de las matemáticas reconociendo la diversidad de subjetividades y saberes.

Colaboración y motivación.

Algo que se evidencia en la colaboración es que dentro de los grupos, sus integrantes son quienes se motivan entre sí con la intención de que la actividad salga bien (Ortiz et al., (2010), es por tanto que la motivación cobra un gran valor en el ámbito de la colaboración ya que si se está motivado a hacer algo es factible que este surja sin inconvenientes y sea un buen producto consensuado y negociado, pero esto debe estar presupuestado por el docente, dado que su deber es ir estableciendo roles que permitan la motivación de los estudiantes.

Siguiendo a Naranjo (2009) la motivación, en el ámbito educativo debe ser considerada como la disposición positiva para cada uno de los aprendizajes que se construyen en la formación continua y desde autónoma del estudiante.

Pero bien, es importante reconocer que la motivación se expresa desde sus diferentes enfoques (conductual, humanista o cognitiva). En esto, Naranjo (2009) también contempla estos enfoques, los cuales, son muestra de la dependencia de la motivación de los estudiantes a las recompensas (conductual); a la libertad que tenga para desarrollar (humanista); y al poder de las creencias sobre sus propias capacidades (cognitivo).

Estas motivaciones que se dan no solo dependen de las influencias externas e internas del estudiante. Las motivaciones intrínsecas no fueron atendidas a profundidad, dado que el tiempo y los espacios no fueron suficientes para llegar a reconocer todo lo asociado a la motivación

característica e interna del estudiante, pero si se identifica la confianza en sus capacidades, ya que estas confluyen para que el estudiante se pueda manifestar.

En cuanto a la motivación extrínseca, como profesores se encaminan acciones con el ánimo de motivar a los estudiantes, dado que los compañeros, las situaciones y ambientes que le provea el ambiente escolar, influye en este tipo de motivación. Atender a las situaciones que rodean al estudiante implica también la forma de organizar los grupos, en estas, se suele dejar trabajar a los estudiantes con los amigos (esto se ve mucho en la resolución de problemas), esta puede ser una buena estrategia porque donde hay confianza hay más empatía y por tanto mejor comprensión y colaboración, produciendo trabajos especiales y muy significativos, pero hay que tener cuidado con el exceso de confianza porque esto se puede convertir en un distractor en el aula de clases (Castellaro y Dominino, 2011) y más aún cuando se trata de matemáticas donde se exige niveles de concentración, debate, investigación y experimentación.

La motivación incluye que los estudiantes les guste la forma en que se presenta el tema que como ya lo hemos visto, el juego es una herramienta importante para ellos, si los estudiantes están motivados, el aprendizaje matemático es más agradable, no solo la motivación debe ser la nota (cuantitativa) si no el deseo de aprender, de colaborar de jugar y de construir algo que les es significativo en su diario vivir.

Uno de los indicadores de que el estudiante está constantemente colaborando y en cierta medida está motivado es observando la conducta de persistencia del alumno ante su desarrollo de las actividades matemáticas. Para esto, el grado de persistencia, se mide teniendo en cuenta los sub-constructos, los cuales se arraigan a las reacciones del estudiante en donde manifieste miedo al fracaso, estabilidad, confianza y consistencia. Siendo la última determinada por la coherencia entre lo que se dice y se hace en las actividades.

Según Vollmeyer y Rheinberg, como se citó en Hernández, García, Rubio y Santacreu (2004) apuntan que la persistencia actúa como un mediador entre la motivación y el aprendizaje. Su modelo postula que, ante una tarea compleja las personas inicialmente más motivadas persisten más en la búsqueda de su resolución y que las personas más persistentes tienen una mejor ejecución deduciendo que los más motivados inicialmente ejecutan mejor la tarea. Así pues, se establecen relaciones entre tres variables, motivación inicial, persistencia y rendimiento, Entendiendo entonces persistencia como “ la tendencia a responder en una situación en la que la probabilidad de lograr una recompensa es baja o nula” (Hernández, García, Rubio y Santacreu 2004 p.42). El número de respuesta podrá ser considerado una medida de la persistencia mostrada. Un sujeto persistirá en su comportamiento, en la medida en que emita la respuesta previamente aprendida en una serie de ensayos en los que no obtenga un reforzador (Santacreu y García 2000), esta tendencia puede verse afectada por múltiples variables, ya que estas influyen en la motivación del individuo para continuar en una tarea específica, Atkinson, Schiefele, Bandura, como se citó en Hernandez, Garcia, Rubio y Santacreu 2004.

La dimensión intrapersonal hace referencia al temor de sufrir vergüenza, se ha asociado con la adopción de metas de rendimiento de evitación, mientras que las dimensiones de carácter interpersonal se han asociado con una mala adaptación hacia la motivación de conseguir el logro (Bartels y Ryan, 2013), también tiene un componente cognitivo, especialmente para el aspecto del auto mejoramiento, en general las personas esperan triunfar y por ende aceptan la responsabilidad por el éxito Miller y Ross como se citó en Hogg, Lemelin, Graham, Grimshaw, Martin, Moore, y O'Rourke, (2008). Por otro lado la persistencia es medida en función de consistencia, definida como el grado en que aparece la misma respuesta o patrón de respuestas ante dos situaciones cercanas temporalmente (Rodríguez y Antuña 2010) y de estabilidad

definida como el grado en que aparece la misma respuesta o patrón de respuestas ante una misma situación en dos momentos temporales (Rodríguez y Antuña 2010) en este sentido “ la conducta persistente se define como aquella que se mantiene en el tiempo en ausencia de reforzamiento” (Hernandez, Garcia, Rubio y Santacreu, 2004, p 42). Por último el interés suele caracterizarse como un fenómeno que emerge a partir de la interacción entre un individuo y su entorno Renninger y Hidi, como se citó en (Gonzales y Paoloni, 2014). En él se identifican dos componentes: el afectivo, que abarca sentimientos asociados a la interacción con el objeto de interés, como disfrute o activación; y el cognitivo, que conlleva la atribución de especial importancia personal a un objeto o tema (Gonzales y Paoloni, 2014).

Evaluación en el ambiente colaborativo.

En primera instancia, para evaluar los productos de los estudiantes en el marco del trabajo colaborativo, significa establecer unos criterios que cualifique y cuantifique los resultados de los estudiantes en la medida de las elaboraciones de sus aportes para su participación en el desarrollo de las actividades y en representación de sus grupos de trabajo a través de discusiones, debates y demás generados en torno a las institucionalizaciones parciales (interno al grupo de trabajo) y generales (confrontados con los demás grupos). Se tiene en cuenta, entonces, unas competencias básicas planteadas por Cabrera (2006), las cuales se consideran como referencia para determinar indicadores que permiten saber si hay trabajo colaborativo, estas competencias son:

- Interpretación: Los estudiantes pueden darle sentido a las situaciones que se le plantean en las actividades matemáticas y las intervenciones de sus compañeros y profesores. Tener esta competencia significa, que los estudiantes tienen un sentido de escucha y atención, en el que se le otorga importancia a las manifestaciones, escritas y verbales propias y de los demás, las cuales confluyen en la comunicación de planteamientos,

conocimientos previos, estrategias y procesos que permiten identificar y expresar matemáticamente lo que se infiere de la situación, utilizando lo que construye matemáticamente.

- **Argumentación:** Estudiantes, quienes buscan determinar y manifestar razones al por qué y para qué de los planteamientos propios y comunicados por el profesor y sus compañeros. De esta manera, el estudiante construye justificaciones que dan sentido y defienden su postura, en relación a la conexión válida dentro de las matemáticas.
- **Actitud propositiva:** El estudiante autónomamente construye y manifiesta aportes, que atribuye a los hechos que le permitan generar hipótesis, establecer conjeturas y encontrar deducciones posibles ante las situaciones propuestas. Además tiene en cuenta diferentes decisiones de sus compañeros de grupo, frente a la solución de situaciones desde el punto de vista matemático.

Ahora, si bien es importante que el profesor elabore un concepto de los estudiantes, como hace referencia Ortiz et al., (2010) la evaluación debe ser acorde a la forma en que se da el aprendizaje más que cualquier otro factor individual, es por tanto que en una segunda instancia se propone y se hace necesaria en el aprendizaje colaborativo la coevaluación donde los estudiantes se evalúan entre sí de acuerdo al desempeño en el grupo y es coherente ya que en el aprendizaje colaborativo se da en grupo por lo cual no vendría al caso una evaluación escrita individual.

La autoevaluación como lo propone Ortiz et al., (2010) es importante en el aprendizaje colaborativo ya que permite favorecer la actividad crítica y el favorecer su independencia y creatividad en cada estudiante, así valorando lo que aportó y pudo haber aportado desde su propio ser y hacer para el grupo.

Según Dillenbourg (1999) citado por Cabrera (2006) existen tres elementos claves que se tienen en cuenta en el momento de la evaluación del aprendizaje colaborativo los cuales son:



Figura 2: Ilustración de elementos claves que se tienen en cuenta en el momento de la evaluación del aprendizaje colaborativo propuestos por Dillenbourg (1999)

Fuente: Elaboración propia.

- la situación debe estar acorde con el grado de conocimiento y autonomía de los estudiantes, es por tanto que se debe evaluar de acuerdo al nivel en que se encuentren.
- Las interacciones son importante tenerlas en cuenta, entre ellas la negociación, la mediación y la mera comunicación oral, estas influyen en el los procesos cognitivos del estudiante y constituyen una parte importante de la colaboración en el aula puesto que por medio de ellas se construye el aprendizaje colaborativo.
- Los efectos del aprendizaje colaborativo: son los resultados del aprendizaje colaborativo, involucran puntos de cambio y aprendizaje, se puede manejar con test en cualquier momento del ambiente de aprendizaje colaborativo para ver, teniendo en cuenta

que se debe evaluar lo que los estudiantes han logrado y hasta donde han llegado mas no donde el docente quiere que lleguen en el aprendizaje.

Por consiguiente en el aula de matemáticas predominan otras formas de evaluar en el aprendizaje colaborativo donde se tiene en cuenta el proceso, la participación y lo que se haya logrado en el aula de clases, donde no se busca evaluar algo en una sola clase o en un par de horas, sino que sea un proceso constante en todo el aprendizaje, también que sea acorde a la propuesta de colaboración en el aula de matemáticas.

Sistematización de prácticas pedagógicas

En el ámbito educativo cuando se diseña una clase, cuando se implementa dicho diseño y más aún cuando obtenemos resultados de la práctica misma, el docente obtiene materiales y evidencias como trabajos escritos, protocolos, actas, relatorías, carteleras, fotos, videos, dibujos y muchos otros elementos que en varias ocasiones no se utilizan más allá que una herramienta o un medio para sacar una calificación. Cuando el docente se propone investigar para mejorar su labor docente, utiliza toda esta información y la organiza para luego sistematizarla y poder mirar que se puede mejorar, cambiar o implementar, para que en sus futuras practicas docentes no se repitan los mismos errores.

Mejía (1992) propone que precisamente la sistematización de práctica pedagógicas involucra organizar algo con un sistema, que en el caso específico de la practica pedagógica, es organizar todo lo que se tiene en la labor docente mediante un sistema para un algo, es decir con un fin, para la determinación de un objetivo.

Sistematizar adema de organizar todo lo que se tiene en la práctica pedagógica, es reflexionar acerca de lo que se está organizando, pensar y entrelazar la teoría con la práctica y los resultados obtenidos de la misma.

Surge por tanto la pregunta ¿Cómo sistematizar? Para lo cual Mejía (1992) propone los siguientes pasos:

- a) Tener suficiente información de lo que se va a sistematizar.
- b) Ordenar la información disponible, en este paso se pretende tener criterios para dicha organización, donde se apunte a los objetivos propuestos.
- c) Analizar la información con los criterios establecidos en el anterior paso, aquí se identifica logros, dificultades, avances y obstáculos en todo el proceso de la práctica pedagógica.
- d) Reconstrucción del proceso y reflexión, Aquí se busca ver qué fue lo que se hizo, reconstruyendo todo el proceso y finalmente reflexionado de lo que se encontró y lo que se propone hacer con lo encontrado. (Mejía 1992, p.9)

Categorías propuestas para el trabajo colaborativo

Tabla 1

Categorías de colaboración propuestas para el trabajo colaborativo expuesto en la presente investigación.

Categoría	Definición (como se entiende en la investigación)
Roles en la colaboración	Esta categoría abarca todos los comportamientos y formas de asumir compromisos como liderazgo, ayuda, secretario, escritor, socializador y demás que los mismos estudiantes asumen en el marco colaborativo de la actividad para un mismo fin. (Linares J, s.f)
Importancia del estudiante	Esta categoría resalta el quehacer de los estudiantes y deja ver la importancia de los estudiantes en la propuesta de colaboración

	en el aula, tanto así que se reconoce que sin estudiantes no hay escuela, que el aprendizaje se da cuando el estudiante tiene contacto con el saber. (Gómez, 2002)
Rol docente, acción del profesor, labor docente	En esta categoría, el docente tiene varias maneras de actuar y pensar, se destaca en esta categoría la importancia y el quehacer docente en la propuesta colaborativa, donde se tiene en cuenta la diversidad del alumnado para el desarrollo de la propuesta colaborativa. (Duran, 2009)
Construcción de conocimiento	Esta categoría abarca todas aquellas dinámicas, estrategias y parámetros que ayudan a que se den la construcción de conocimiento, que para el caso es matemático, pueden ser medios tecnológicos (virtuales) o recursos físicos. (Gómez, 2002)
Importancia de las matemáticas	Esta categoría resalta el cómo utilizar las matemáticas, en donde se encuentra el para qué de las matemáticas. (Gómez, 2002)
Característica, definición y concepto.	Esta categoría refiere a lo que se entiende y define a la colaboración en el aula de clases de matemáticas, mencionado algunas características de la misma. (Cabrera, 2006)
Condición social	Esta categoría abarca el impacto, influencia, el para qué de la colaboración en el aula de clases y posteriormente en la sociedad. Se reconoce que el aprendizaje colaborativo se basa en que la noción de construcción del conocimiento es básicamente un hecho social, (Gómez, 2002).
Liderazgo	Esta categoría abarca las características de un líder en la colaboración, tales como organizador, animador, consejero, intercesor en el grupo y ante el profesor.
Materiales	Esta categoría refiere a la importancia y diseño de los materiales en la colaboración en el aula de clases de matemáticas (abstractas o manuales). (Castellaro y Roselli, 2013).
Interacción social	Esta categoría abarca las relaciones sociales y el tipo de interacción social cuando se está trabajando en el marco de la colaboración, se refiere a las amistades, compañerismo, ayuda mutua, trabajo en equipo, solicitud de

	favor, etc. (Castellaro y Roselli, 2013).
Discusiones grupales	Esta categoría abarca todos aquellos resultados y evidencias de discusiones grupales, resaltando su importancia en el aprendizaje colaborativo. (Gómez, 2002)
Ayuda personal	Esta categoría refiere a aquella ayuda que se da entre sujetos, no es colectiva. (Duran, 2009)
Trabajo individual	Esta categoría abarca aquellos aportes individuales para las discusiones grupales, tales aportes individuales son producto de trabajos individuales autónomos (pueden ser investigaciones o consultas). (Duran, 2009; Castellaro y Roselli, 2013).
Trabajo grupal	Esta categoría refiere a aquel producto grupal que se da con los aportes y discusiones individuales. (Roselli, 2011)
Rol de conocimiento	Esta categoría hace mención a los aportes de conocimiento teórico, vivencial u ocurrencia desde lo que cada estudiante y el profesor piensa. (Duran, 2009)
Participación	Esta categoría encierra cualquier aporte que el estudiante quiera hacer de manera autónoma. (Gómez, 2002)
Corresponsabilidad	Implica inculcar en los estudiantes la responsabilidad que tiene todo el grupo, durante todo el proceso para llegar a objetivos comunes, teniendo presente que el profesor también hace parte de esta corresponsabilidad. (Duran, 2009)
comunicación	Se entiende como la expresión en la colaboración por parte de los estudiantes y el profesor, ya sea verbal o escrita. (Gómez, 2002)
Niveles de colaboración	Refiere a los niveles por donde pasa o está en el estudiante en la propuesta colaborativa, estos son Básico (habilidades esenciales como turnos, tono de voz o respeto al material), el intermedio (tomar conciencia de las interacciones propias y de los demás) y el avanzado, que conlleva el despliegue de competencias comunicativas que comportarán la metacognición. (Duran, 2009)

Cultura y carácter social	Refiere a la parte cultural de una sociedad propia que da origen a particularidades matemáticas de dicha comunidad. (Gómez, 2002)
Colaboración y aprendizaje	Refiere a las relaciones que se dan entre la colaboración y el efecto del aprendizaje (Duran, 2009; Castellaro y Roselli, 2013).
Necesidad de nuevos conceptos	Refiere a las necesidades de los estudiantes y el profesor para discutir, proponer e investigar acerca de temáticas nuevas. . (Gómez, 2002)
Importancia rol estudiante	Esta categoría refiere a las dinámicas de los estudiantes y acciones de los mismos para el desarrollo del trabajo colaborativo en el aula. (Duran, 2009)
Problemáticas en el aula	Para este trabajo colaborativo referimos a las vivencias sociales, procedimentales y actitudinales que se problematizan en el aula de clases de matemáticas.
Conocimientos matemáticos	Se refiere a todas aquellas estrategias, conocimientos y razonamientos que se usan para la solución de un problema matemático.

Metodología

Enfoque de la investigación

El enfoque es cualitativo porque como proponen Quecedo y Castaño (2002), este tipo de investigación se aborda desde datos descriptivos, lo que involucra trabajar desde las conductas observables y las palabras escritas o habladas de la población con la que se esté trabajando, por tanto la descripción es fundamental en este tipo de investigación y más precisamente en el presente trabajo donde se analizan tanto resultados de los estudiantes como aportes de las observaciones de los docentes investigadores. Se realizó el seguimiento de la experiencia, del proceso de los mismos estudiantes que estaban aprendiendo a colaborar, y se realizó un proceso reflexivo de forma permanente, para contribuir en la consolidación del saber pedagógico de los docentes en formación. Por ello, el enfoque cualitativo se enlaza muy bien con la sistematización de las prácticas pedagógicas, porque permite tomar los datos a partir de la misma realidad que se vive en el proceso pedagógico desde los estudiantes y desde los docentes en formación.

Método de investigación

Para la presente investigación se utilizó la sistematización de prácticas pedagógicas porque parte de mirar una realidad pedagógica y social de los estudiantes, a través de las huellas que dejan en sus trabajos, en la observación docente y su caracterización de la práctica pedagógica. La *sistematización de prácticas pedagógicas* según Mejía (1992) permite organizar algo con sistema. Por tanto, sistematizar una práctica pedagógica es organizar lo que se hace y se obtiene por medio de una estructura para alcanzar un objetivo, de acuerdo a criterios que el investigador proporcione y que son direccionados de acuerdo a los resultados de los estudiantes los cuales son

analizados por el investigador, se puede organizar algo con criterios iniciales del docente, que luego se pueden ir transformando a medida que se sistematiza más información.

La información a organizar o a sistematizar para el análisis fue recogida por medio de planeaciones de clases (pruebas de aprendizaje), protocolos, videos, fotografías, dibujos, guías, carteleras, artículos de reflexión, reflexiones personales del docente, apuntes de observación de los docentes y entrevistas, todas orientadas a poder reconocer el papel de la colaboración en el aprendizaje de las matemáticas.

Población

El desarrollo de la propuesta pedagógica se realizó en dos colegios; Porfirio Barba Jacob y Colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), localizados al sur de Bogotá D, C Colombia, con estudiantes de grado cuarto con particularidades en cada contexto.

Descripción población colegio Porfirio Barba Jacob

El colegio se encuentra ubicado en la localidad séptima de Bosa (Bogotá) en el barrio Islandia Primer sector, la propuesta se desarrolló en este colegio con estudiantes nivelados en grado cuarto y quinto de primaria, en un programa de nivelación escolar, donde habían estudiantes entre ocho y catorce años, en total veintisiete estudiantes, trece niñas y catorce niños. Los estudiantes son desplazados y que por diversas razones han dejado la escuela en diferentes partes del país donde gracias a este programa retoman sus estudios para poder nivelarse en grado quinto de primaria y al siguiente año cursar el grado sexto con normalidad.

Los estudiantes por ser de diferentes lugares, tienen costumbres variadas, formas de pensar y hablar, las cuales fueron aprovechadas en el aula de clases para la propuesta de colaboración en el aula de clases de matemáticas, en forma de debates y discusión colaborativa. Cabe resaltar que se identificaron necesidades en la población tales como falta de atención de los padres en el

desarrollo educativo y emocional de los estudiantes, falta de apoyo económico para el buen desempeño académico.

Descripción población colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)

El colegio se encuentra ubicado en la localidad de Kennedy en el barrio Provivienda. La propuesta se desarrolló con 71 estudiantes entre 8 y 12 años de edad (31 niñas y 40 niños) del grado cuarto de primaria. Uno de los proyectos principales que promueve este colegio, es la inclusión educativa de niños y jóvenes invidentes y de baja visión en el aula regular, por lo tanto la práctica llevada a cabo con el grado cuarto, se cuentan con 2 estudiantes invidentes y 1 estudiante de baja visión, a quienes se les adapta materiales, para trabajar con todos los estudiantes con el mismo nivel de complejidad, requerimientos y condiciones atendiendo a las necesidades educativas especiales encaminadas al trabajo colaborativo dentro de la diversidad del aula.

Procedimiento de la investigación

Dentro de la sistematización de prácticas pedagógicas Mejía (1992) propone diferentes fases tanto para la implementación de las pruebas de aprendizaje en el aula de clases como para la recolección y sistematización de la información. Para esta investigación se diseñaron cuatro fases o etapas las cuales son: Etapa de reconocimiento y diagnóstico, etapa de diseño de actividades y pruebas de aprendizaje, etapa de profundización colaborativa, etapa de evaluación colaborativa.

Etapa de reconocimiento y diagnóstico

En esta etapa se hizo una recolección de información respecto a la población con la que se trabajó y desarrolló la propuesta, reconociéndose habilidades, fortalezas y algunas cosas a

mejorar en los estudiantes, se observó la dimensión social, el desempeño matemático y el trabajo colaborativo en los estudiantes a través de una prueba de aprendizaje.

Etapa de diseño de actividades y pruebas de aprendizaje.

En esta etapa ya teniendo una idea de cómo están los estudiantes en la parte matemática y colaborativa por lo que se evidenció en la etapa de reconocimiento y diagnóstico, se hace el diseño de las actividades y pruebas de aprendizaje para el desarrollo de la propuesta colaborativa en el aula, cabe resaltar que estas actividades se fueron modificando de acuerdo a lo que los estudiantes avanzaron, es decir si faltaba algún tema, se reforzaba y se movía la actividad o se agregaba algo para la siguiente sesión.

Etapa de profundización colaborativa.

En esta etapa se fortaleció la parte colaborativa de toda la sistematización e implementación de la propuesta, se desarrolló las pruebas de aprendizaje donde se identificaron roles y características de grupos que trabajan colaborativamente en actividades que se promueve el juego y la participación. En esta fase se recogieron la mayor parte de pruebas y elementos para la sistematización y análisis de la propuesta pedagógica de la colaboración en el aula de matemáticas.

Etapa de evaluación Colaborativa.

Reconociendo que la evaluación no es un elemento que se ubique al finalizar un proceso educativo sino es una práctica constante del docente y el estudiante, existieron en esta investigación fases de evaluación para reconocer si los estudiantes estaban aprendiendo matemáticas por medio de la colaboración en el aula, al finalizar el proceso de la práctica pedagógica se hizo una evaluación colaborativa, fue un elemento de análisis cualitativo.

Técnicas de recolección de información

Dentro del desarrollo de la propuesta en el aula de clases y la recolección de información se utilizaron las técnicas de la observación participativa, y aplicación de pruebas de aprendizaje. Estas técnicas evidenciaron describir, reconstruir, analizar y sistematizar el proceso educativo basado en la colaboración.

Observación participativa y reflexiones

La observación consiste en examinar atentamente (Díaz, 2011,p. 7). Esta técnica fue de vital importancia porque dio vida a instrumentos para la recolección de información como protocolos y reflexiones personales de acuerdo a lo desarrollado en cada sesión. Se evidenció como el docente puede tomar decisiones de acuerdo a lo que se observe en el aula de clases, la participación del docente permite que este conozca más de cerca lo que el estudiante construye, piensa, propone y debate para lo cual esta técnica es crucial en la recolección de información en el trabajo colaborativo que se da en el aula de matemáticas.

Entrevista

Es un instrumento que permite la interacción entre el investigador y los agentes de la investigación, con el propósito de indagar acerca de su relación con el proceso que se está ejecutando y conocer las problemáticas de la población, así como sus gustos y fortalezas. Para el desarrollo de esta sistematización, se utilizó la entrevista semiestructurada, donde había algunas preguntas base que daban pie a cambios, mejoras o a preguntas emergentes según el rumbo que tome la misma, se hizo una entrevista a la docente del colegio Porfirio Barba Jacob y otra a los estudiantes en diferentes sesiones de clases de los dos colegios.

Instrumentos

Para realizar la observación se utilizaron los siguientes instrumentos:

Videos

La importancia en los videos radica en que se pueden observar actitudes, mímicas y diferentes expresiones corporales y de movimiento de los estudiantes, los cuales arrojan información de si realmente el estudiante está entendiendo, aprendiendo o participando en la actividad propuesta, se utilizó este instrumento en algunas sesiones de clases y se hicieron cinco videos donde se evidenció la relación y producción colaborativa de los estudiantes, así como la participación en el proceso de la construcción de conocimiento.

Fotografías

Las fotografías son importantes en la investigación por que capturan momentos específicos de algún hecho u objeto que se esté estudiando, en el caso de la colaboración en el aula de matemáticas y la construcción de conocimiento social, las fotografías permitieron evidenciar pequeñas partes de mencionado proceso. Se cuenta con alrededor de treinta fotografías en esta investigación, de por lo menos una actividad de cada etapa colaborativa en ambos colegios.

Protocolos

Comparando entre lo que se pensaba desarrollar y las dinámicas que se dieron en el aula, los protocolos ayudaron a la mejora de las sesiones colaborativas posteriores, además estos se utilizaron para reflexionar del quehacer docente en cada sesión de clase. Los protocolos fueron una buena herramienta de recolección de información para los análisis cualitativos realizados, por que describieron el proceso y lo realizado en la sesión de clases. Se cuenta con un protocolo por cada actividad.

Formato de entrevista

La entrevista tiene el fin de conocer un poco más a la comunidad en la cual se está desarrollando la propuesta, en este caso solo se logró aplicar a los docentes, en el que se recogió información acerca de gustos de la comunidad, motivaciones, espacios físicos de las instalaciones de la institución, dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, entre otras características y condiciones de la comunidad, resultados que fueron plasmados en las reflexiones y en la discusión, las preguntas de la entrevista se construyeron después de la actividad diagnóstico de acuerdo a las interrogantes que como docentes se plantearon en el desarrollo de la actividad, a continuación las preguntas bases de la entrevista:

1. ¿Qué tipo de población maneja en el aula?¿cuántos y ¿Quiénes?
2. ¿Cuánto tiempo lleva manejando este tipo de población y diversidad?
3. ¿Cuáles son los estudiantes que más tienen dificultades de aprendizaje en matemáticas? y ¿qué tipo de dificultades presentan?
4. ¿Qué cree usted que motiva a los estudiantes?
5. ¿Qué cree usted que desmotiva a los estudiantes?
6. ¿Cuáles son los estudiantes más aplicados y sobresalientes del curso?
7. ¿Cuáles son los factores, que usted cree que influyen para que algunos de sus estudiantes no logren desempeñarse de la mejor manera en el área de matemáticas?
8. ¿Los padres están pendientes de los procesos que llevan a cabo sus estudiantes? ¿De qué manera?
9. ¿El colegio cuenta con recursos y espacios para el manejo del tipo de población estudiantil con la que usted trabaja?

10. ¿Qué cree que le falta o le sobra a la educación en la actualidad para el manejo del tipo de población a la cual usted educa?

11. ¿Qué recomendaciones a nivel general tiene respecto al aula, el colegio, los estudiantes, los padres de familia, o su práctica docente para la mejora del aprendizaje de los estudiantes a los cuales usted guía su aprendizaje?

Pruebas de conocimiento

Estas pruebas fueron pensadas desde el marco de los estándares básicos de aprendizaje para los grados de tercero y cuarto de lo que debían ver en estos niveles con respecto a las matemáticas. Se diseñaron y realizaron además con el componente disciplinar y un componente humano, en el que se resaltaron las emociones y la parte social del estudiante, además el aspecto colaborativo entre ellos como se ha venido proponiendo.

Las pruebas aplicadas se enfocaban en rescatar el trabajo colaborativo de los estudiantes; en el que la discusión, los roles y cada aporte es válido para la construcción del conocimiento. Cada prueba es una consecuencia de la anterior, es decir lo que se diseña y se aplica de acuerdo a los resultados de la anterior, además son diferentes en los dos colegios ya que son poblaciones, procesos y condiciones sociales diferentes.

Resultados

Historia global de la práctica

La práctica pedagógica se desarrolló en dos colegios públicos de Bogotá, D.C Colombia; en el Porfirio Barba Jacob y OEA, ambos colegios se encuentran ubicados al sur de la ciudad, lo que implica algunas condiciones sociales particulares. La experiencia corresponde a la práctica intensiva, asignatura obligatoria de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas de la universidad Distrital Francisco José de Caldas, por lo que se aprovechó para la realización de la presente investigación.

Historia global en el colegio Porfirio Barba Jacob.

La práctica inicio en el mes de Marzo de año 2017, el curso como ya se ha mencionado en otro apartado del presente documento, es grado cuarto y quinto, donde habían en un solo curso los dos grados como un programa de nivelación escolar, el curso recibía el nombre en el colegio como “Aceleración”, dicha propuesta de nivelación incluía estudiantes desplazados y extra edad, los cuales por diversas razones han dejado sus estudios y ahora retoman su vida académica.

El curso de aceleración tenía alrededor de veintitrés estudiantes, los cuales iban y volvían, en ocasiones se retiraban algunos y se acogían otros al programa. Inicialmente el recibimiento de los estudiantes y la docente titular fue muy caluroso y amoroso, cualidades que se sostuvieron y se fortalecieron durante el proceso y el desarrollo de la propuesta. Las directivas de la institución fueron muy amables y estaban siempre con los brazos abiertos para cualquier cosa que se necesitara, al igual todo el resto de personal que conforman el colegio, el contacto con los padres de familia fue mínimo, desafortunadamente ellos no están muy pendientes del proceso y aprendizaje en el colegio de sus hijos, los padres de familia son de bajos recursos económicos y

deben laborar todo el día, existen familias que casi no ven a sus hijos debido a que llegan muy tarde a sus casas y sus hijos ya están durmiendo al llegar en la noche.

Los estudiantes inicialmente no colaboraban entre sí para la construcción de su propio conocimiento, pero a medida que se avanzaba en las sesiones de clases, se evidenciaba como ellos mismos proponían, debatían, discutían y construían en grupo, lo que fue mostrando que la colaboración en el aula de clases de matemáticas es una buena opción para la construcción de conocimiento, pero que además se evidenció que fortalece los lazos sociales y amistades que existieron en el salón de clases.

Los materiales que se propusieron para el desarrollo de las actividades y las actividades mismas fueron muy agradables para ellos y los motivaron, hay que resaltar que los estudiantes se sorprendían con las actividades porque tenían novedad, lo que los sacaba de la rutina del libro guía que les proponía el programa, en especial llama la atención la actividad “Red de conocimiento” por que según ellos los manifestaron, nunca tuvieron una evaluación como un juego y más aún cuando todos se podían ayudar en el sentido de que podían responder la pregunta cuando el otro no pudiera, les gustó porque iban construyendo además de conocimiento una red física que los unía.

Se propusieron varias actividades que no se pudieron desarrollar porque hubo un paro de maestros que duro aproximadamente un mes y lógicamente interrumpió la práctica, por lo que solo se pudieron desarrollar seis actividades en las cuales se hizo énfasis en la colaboración, mejorando el aprendizaje de los estudiantes y creando lazos sociales que los unía cada vez más al pasar el tiempo en las actividades.

Las evaluaciones de autoevaluación y coevaluación les parecieron un poco diferentes y les gustaba en el sentido que les daba importancia a lo que ellos mismos construirán, los estudiantes

inicialmente no sabían cómo evaluarse porque nunca lo habían hecho, pero al reflexionar de todas las actividades desarrolladas y los comportamientos en clase ya eran capaces de darse una valoración.

Los estudiantes por medio de la colaboración, se evidenció que participaban, proponían y desarrollaban las actividades, y consecuentemente aprendían matemáticas.

Historia global en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)

La práctica inicio con los dos cursos del grado cuarto en el mes de marzo de año 2017, en promedio la asistencia fue de 69 estudiantes, aunque en la lista estaban 72 registrados. Durante el proceso, los profesores titulares manifestaron que algunos padres preguntaban sobre el desarrollo de las actividades, pero no para apoyar el desarrollo del mismo estudiante, puesto sino porque se había identificado que los padres de familia realizaban las tareas de los estudiantes. Esta práctica tuvo un cambio porque las actividades que se promovieron requerían la participación del estudiante, lo que fue una molestia en un momento, pero se convirtió en una exigencia que dio lugar a la responsabilidad de los estudiantes con el apoyo de las retroalimentaciones grupales.

En cuanto, a la relación con los profesores directores de grado, fue muy distante, dado que los profesores titulares no les interesaban más que las clases magistrales, en donde se les dieran las instrucciones claras de qué hacer y cómo hacer las actividades. Esto influyó de manera considerable en las dinámicas del aula, puesto que los profesores parecían molestarles el trabajo grupal que se propuso en la práctica, puesto que esta genera ruidos al momento de hablar en grupos y por esto, pedían que se trabajara de manera individual, esto se convirtió en un impedimento para aplicar actividades de juego y mayor interacción entre estudiantes. Por ello algunas actividades resultaron presentándose desde las construcciones individuales para aportar luego en las construcciones grupales.

Se reconoce además que los recursos y materiales adaptados para los estudiantes invidentes y de baja visión jugaron un papel importante, ya que sirvió de herramienta para ostentar los conceptos, para que los mismos estudiantes construyeran las definiciones de cada uno de los conceptos implícitos, abordados desde las situaciones planteadas y con objetivos comunes.

Diseño de las actividades pedagógicas de la práctica Colegio Porfirio Barba Jacob

A continuación, se presenta en la tabla 1 con el diseño de las actividades pedagógicas para el curso de aceleración en el colegio Porfirio Barba Jacob, donde se presentan para cada etapa, diagnóstico, profundización y evaluación, posteriormente se explicará su aplicación y cómo fue el proceso de recolección de información y reflexión. Consta de seis actividades con varias sesiones de clases, todas se desarrollaron en el aula de clases, el patio del colegio y un parque cercano.

Tabla 2

Actividades desarrolladas en la práctica en el colegio Porfirio Barba Jacob.

Actividad	Nombre de la actividad	Descripción de la actividad
1	“Definiendo matemáticas colaborativamente”	<p>Tema: Importancia de las matemáticas en el medio que nos rodea. Objetivos: Generar un espacio de encuentro donde los estudiantes logren identificar la necesidad de nuevos conceptos y estrategias en el trabajo de la aritmética en la educación básica. Etapa: Reconocimiento y diagnóstico.</p> <p>La presente actividad consistió en acercarse a los estudiantes, conocer sus gustos, debilidades, fortalezas y falencias tanto en el ámbito académico como social, teniendo en cuenta que son estudiantes extra edad y desplazados. Se utilizó la colaboración en el aula de clases de matemáticas donde se potenció el aprendizaje, el estudiante fue quien construyó y expresó su propio conocimiento por medio en este caso específico de mapas conceptuales o redes de conocimiento.</p> <p>Esta actividad estuvo dividida en dos sesiones; en una primera parte los estudiantes hicieron tres grupos (más o menos quedaron de cinco personas por grupo), la actividad se desarrolló en el patio del colegio, antes de armar los grupos se hizo un círculo donde todos pudieron verse las caras y debían presentarse y decir lo que más les gusta, además de que opinan de las matemáticas, luego se armaron los grupos de manera voluntaria, donde respondieron a las preguntas ¿Qué son las matemáticas? ¿Para qué sirven las matemáticas? ¿Dónde puedo encontrar matemáticas y donde no? Dichas preguntas fueron guía en las discusiones que se dieron en la actividad, donde se debatieron y se presentaron en carteleras mediante mapas conceptuales o redes (los materiales fueron llevados por el docente), luego se socializó lo aprendido y discutido ante los demás grupos.</p> <p>En una segunda sesión se desarrolló una guía (prueba de aprendizaje) donde los estudiantes tuvieron que resolver problemas cortos y hubo algunas preguntas del conjunto numéricos, propiedades de los números y algunas operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, el docente socializó lo trabajado en las dos sesiones (ver anexo 1)</p>

2	“Calculando en grupos”	<p>Tema: Sistema de numeración decimal y secuencias</p> <p>Objetivos: Desarrollar en el estudiante el pensamiento numérico además de la lógica en lo que respecta a resolver y formula problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones, así como secuencias.</p> <p>Etapas: Reconocimiento y diagnóstico.</p> <p>Siguiendo la línea y los abordajes que se dieron en la actividad 1, en el curso se propuso trabajar con los estudiantes cálculos mentales y reforzar la descomposición posicional de los números naturales, así como el uso de secuencias numéricas o en figuras geométricas, tal trabajo se propuso en grupos para trabajar la dimensión colaborativa en el aula de matemáticas.</p> <p>La actividad estuvo dividida en dos sesiones, en la primera parte se hizo grupos de cuatro personas, cada grupo tendrá en total 10 fichas de diferentes denominaciones numéricas, es decir en cada ficha hubo un número distinto, los estudiantes debían formar 15 números diferentes; a cada número formado debían escribir el valor de las unidades, decenas centenas, unidades de mil, decenas de mil, centenas de mil, unidades de millón, etc. Además, debían escribir en palabra dicho número formado luego realizar la división por dos con el ánimo de reforzar el algoritmo de la división en los estudiantes. El equipo ganador obtuvo como nota 5.0 y se redujo en 0.5 por cada posición siguiente que quedaron los demás equipos, en una segunda parte de esta sesión los estudiantes debían resolver dos problemas aritméticos y de lógica se finalizó finalizar la sesión con la socialización por parte del docente.</p> <p>En la segunda sesión se trabajó secuencias y lógica, las cuales constaran de una guía (ver anexo 2) donde los estudiantes deberán resolver de manera grupal como en la sesión anterior.</p>
---	------------------------	--

3	“Estadística con mi familia”	<p>Tema: Tipos de representación estadística. Objetivo: Generar en el estudiante la necesidad de sistematizar y representar datos para una mejor comprensión y análisis. Etapa: profundización colaborativa</p> <p>Siguiendo lo trabajado en el curso de aceleración acerca de lógica y secuencias, además de lo que proponen los módulos de nivelación, se abordaron algunas cuestiones de la estadística como el tipo de representación estadística y sistematización de datos.</p> <p>La actividad estuvo dividida en dos sesiones, hay que aclarar que, en la última sesión de clases, los estudiantes hicieron un dibujo de una familia de manera individual (surgió de repente pensando en el desarrollo de esta actividad).</p> <p>Sesión 1: En esta sesión los estudiantes tomaron uno de los dibujos que hicieron en la sesión anterior, el docente estuvo frente a ellos dirigiendo la actividad, la cual consistió en hacer una tabla de frecuencias en el tablero escribiendo la cantidad de personas (en parentesco) que hay entre todos los dibujos, surgieron figuras de mamá, papá, hermanos, hermanas, tíos etc.</p> <p>Se les dejó una tarea la cual consistió en hacer una pequeña encuesta a cuatro personas para la actividad de la sesión 2 (podían ser familiares amigos o compañeros).</p> <p>Sesión 2: En esta sesión de clase, los estudiantes armaron grupos de trabajo compartieron la tarea dejada en la sesión anterior y realizaron con todos los datos obtenidos una tabla de frecuencias, un gráfico de barras y un gráfico de línea, se explicó el gráfico circular.</p>
---	------------------------------	--

4	“Red de conocimiento”	<p>Tema: Sistema de numeración decimal y secuencias, representaciones estadísticas. Objetivo: Evaluar las temáticas abordadas en el momento. Etapa: evaluación colaborativa</p> <p>Para el curso de aceleración se siguen los temas que propone el distrito en los módulos, ya con la anterior actividad tres, los estudiantes terminan el módulo de primer periodo. Por las condiciones que se requieren se evalúa lo aprendido, pero sin aplicarlo a otras situaciones y reflexionar acerca de las características esenciales de lo abordado para finalmente ampliar los conocimientos y habilidades adquiridas. Para contrarrestar esta situación, se propuso esta actividad orientada a que el estudiante profundice lo aprendido y se logre evaluar su proceso.</p> <p>La actividad constó de dos sesiones, en la primera sesión de clases los estudiantes realizaron tres actividades, en la primera los estudiantes en un círculo tuvieron que lanzarse una bola de lana creando una red o una telaraña, se formó a medida que a cada estudiante se le arrojaba la lana. El docente llevó preparadas algunas preguntas numeradas (ver anexo 4), los estudiantes debían escoger un número y responder la pregunta asociada, si contestaba tendrá una nota considerable de acuerdo a la certeza de lo que conteste, si no contesta la pregunta no tiene nota, cada estudiante tuvo varias oportunidades a medida que se le lanzaban la lana, si el estudiante no contestaba se la podía lanzar a otro que pudiera responder la pregunta o resolver el problema dado el caso y tendría igualmente una nota. Las preguntas relacionadas para esta actividad se encuentran en el anexo 3.</p> <p>En la segunda sesión se les propuso una actividad de secuencias donde jugaron y aprendieron en grupo, debían a través de números recortados armar secuencias numéricas, también se construyó secuencias con golpes en las mesas, es decir generando algún tipo de ritmo musical.</p> <p>En la sesión dos, los estudiantes desarrollaron una actividad, la cual consistió que por grupos resolvieron un problema mientras que se realizó la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación de lo hecho en este primer periodo en el área de matemáticas, (recordando que esta sesión fue de una hora).</p>
---	-----------------------	---

5	“Compartiendo colaborativamente”	<p>Tema: Ubicación espacial Objetivo: Desarrollar en el estudiante estrategias para ubicarse en el medio que lo rodea. Etapa: profundización colaborativa</p> <p>Siguiendo las indicaciones del módulo propuesto, se busca que los estudiantes logren ubicarse en el mundo que los rodea bajo sistemas de representación, logren ubicarse en direcciones y en diferentes lugares donde se encuentre, tal que le sirva en la vida cotidiana utilizando esta noción matemática.</p> <p>La actividad consistió en cuatro sesiones de clases donde se trabajó de acuerdo con lo que propone el módulo en representación espacial y ubicación en el mundo real, se llevó a los estudiantes al parque y se hicieron tres actividades, una donde por equipos salió un representante y se le vendaron los ojos, los compañeros debían darle indicaciones para llegar a un punto el cual el docente estableció, (un árbol en el parque). En la segunda actividad de la sesión 1, los mismos estudiantes por grupos debían competir haciendo representaciones de puntos en un plano cartesiano imaginario que se estableció en el parque, para finalmente cuando se dirían al colegio los estudiantes debían contar los pasos que hay del parque al colegio y la cantidad de cuadras.</p> <p>En la sesión número dos los estudiantes socializaron lo trabajado en la sesión anterior, el docente hizo precisiones de las actividades de la sesión anterior y explicó acerca de representación y ubicación espacial, mencionando la importancia de la misma e ilustrando con ejemplos. Los estudiantes hicieron el mapa del lugar del colegio al parque donde se desarrolló la sesión 1.</p> <p>En la sesión número tres se abordó una guía (ver anexo 5) la cual mostró un mapa y se trabajó acerca de la ubicación en el mapa propuesto, esta actividad se hizo por mesas de trabajo aclarando que cada estudiante tenía su material, se dejó una tarea de investigación sobre plano cartesiano, de ubicación de coordenadas.</p> <p>En la sesión número cuatro se socializó la tarea y la guía de la sesión anterior, además se trabajó sobre el plano cartesiano, los estudiantes debían representar unos puntos y algunas figuras en mencionado plano, dando sus coordenadas.</p> <p>Se implementó una actividad colaborativa que consistió en dividir el grupo en dos equipos, uno de niñas y otro de niños, donde debían realizar una cartelera en forma de mapa, este se hizo en formas de participación, habían fichas que representaban un tipo de participación; idea, argumento, aclaración, pregunta, comentario. Esta actividad se asemeja al software Dígalo donde se crean mapas semejantes con las mismas formas de participación.</p> <p>Se dejó una tarea, la cual era un trabajo para realizar en semana santa que resumía todo lo trabajado hasta el momento en el curso.</p>
---	----------------------------------	---

6	“Construyendo conjuntos conjuntamente”	<p>Tema: Teoría de conjuntos y números naturales. Objetivos: Proponer actividades que involucren al estudiante reconocer conjuntos y colecciones que lo rodean en su cotidianidad. Reforzar operaciones y concepciones en el conjunto de números naturales (suma y resta). Etapa: profundización colaborativa, evaluación colaborativa.</p> <p>Los estudiantes del curso de aceleración son jóvenes que deben “nivelarse” en las temáticas que proponen los estándares básicos de matemáticas hasta grado quinto, se ha evidenciado que los estudiantes tienen dificultades en las operaciones básicas con números naturales y números enteros, del mismo modo a pesar que están en una fase avanzada del proceso de nivelación no han visto explícitamente teoría de conjuntos, lo cual es básico para entender comportamientos numéricos, colecciones, relaciones de pertenencia y contención en mencionadas colecciones, es por tanto que se propone la presente actividad donde se relacione la teoría de conjuntos, finalizando la actividad con el refuerzo en operación con el conjunto de números naturales así como operaciones de suma y resta.</p> <p>La actividad estuvo dividida en seis sesiones (de las cuales solo se presentarán en esta investigación cuatro ya que, las últimas dos no se pudieron realizar por falta de tiempo debido a un paro de maestros que hubo en esta época) de clases, las cuales se resumen a continuación:</p> <p>Sesión 1: En esta sesión se revisó la tarea dejada en la actividad anterior, para realizar en el tiempo de semana santa, para lo cual se recogió un trabajo escrito que se dejó, luego se hicieron dos grupos, uno de mujeres y otro de hombres los cuales construyeron construir un mapa o una red con unas fichas que el docente llevó, cada ficha tuvo una forma de participación o de aporte, podía ser idea, argumento, pregunta, comentario, información, aclaración y explicación.</p> <p>Después se socializó lo realizado en el trabajo propuesto, posteriormente por grupos de 4 personas se les repartió unas fichas de diferentes tamaños y formas, se les pedirá que las clasifiquen de acuerdo a alguna o algunas características que ellos proponían y debían sistematizarse en el cuaderno, escribiendo las características y dibujándolas, luego se socializaron las características y colecciones realizadas. Se les dejó una tarea de conjuntos a los estudiantes.</p>
---	--	--

		<p>Sesión 2: En esta sesión de clases los estudiantes socializaron la tarea propuesta por el docente. Luego se teorizó lo construido en la sesión anterior proponiendo la relación con la tarea, posteriormente se definió en colectivo lo que es un conjunto, intersección de conjuntos, unión de conjuntos, conjunto vacío, apoyándose en el material de la sesión anterior, es decir por grupos continuaron trabajando con el material en las manos tratando de proponer definiciones colectivas. Se dejó una tarea de investigación, la cual consistía en investigar acerca de los conjuntos en la vida cotidiana, donde o como los podemos ver, también en las matemáticas para que sirven los conjuntos.</p> <p>Sesión 3: En esta sesión se dejó una guía (ver anexo 6) para reforzar lo trabajado acerca de conjuntos, se revisaron las tareas dejadas y socializadas sacando notas para la ponderación final de la materia.</p> <p>Sesión 4: En esta sesión de clases el docente apoyó al proceso de construcción de conocimiento proponiéndoles las formas de escribir conjuntos, por comprensión y por extensión, también se propuso que existen diferentes conjuntos, tanto en la cotidianidad y en el aspecto matemático como los son los conjuntos numéricos, este trabajo fue en grupo donde estudiantes y profesor colaboraban conjuntamente, aclarando que en esta ocasión quien moderaba era el docente.</p>
--	--	---

Fuente: Elaboración propia

Logros y reflexiones colegio Porfirio Barba Jacob, etapa de reconocimiento y diagnóstico

A continuación, se presentan las reflexiones pedagógicas que los docentes en formación realizaron durante su práctica. Se presenta lo que se halló en la etapa de reconocimiento y diagnóstico en el curso de aceleración del colegio Porfirio Barba Jacob, las cuales sirvieron para el ajuste de las demás pruebas de aprendizaje en el transcurso de la implementación de la propuesta.

Tabla 3*Narración y reflexión etapa reconocimiento y diagnóstico*

Actividad	Nombre de la actividad	Reflexión Docente
1	“Definiendo matemáticas colaborativamente”	<p>El curso de aceleración es muy diverso en culturas y por tanto rico en diferentes vivencias y conocimientos, para lo cual es un factor que hay que aprovechar y potenciar en el aula de clases de matemáticas tanto en las futuras sesiones de clases como par el quehacer docente. Los estudiantes trabajan colaborativamente en un nivel básico, se esperaba llevarlos a un nivel superior de discusión, debate, hipótesis, comprobación y argumentación, para lo que se deben pensar y aplicar actividades que potencien dichas características de la colaboración en el aula de matemáticas.</p> <p>Los juegos y actividades al aire libre motivan a los estudiantes, aunque hay que reconocer que en ocasiones los estudiantes se intentaron dispersar por la misma libertad y autonomía que se les dio en la actividad, hay que trabajar más y dar a entender la importancia de la autonomía y la libertad en el trabajo colaborativo, esto es normal por ser la primera actividad ya que se evidencia que no están acostumbrados a trabajar colaborativamente y menos fuera del aula de clases.</p> <p>Los materiales tangibles que permiten la manipulación de los estudiantes permiten que éste proponga, juegue, explore e incluso rompa genera una apropiación más acertada del conocimiento, esto se evidenció en las carteleras donde tenían libertad de expresarse y hacer con ellas lo que quisieran, mientras que en la guía propuesta en la sesión número dos se evidencio un poco de apatía</p> <p>En la segunda sesión se evidenció problemas en la parte algorítmica de operaciones básicas, pero también se vio que los conceptos de dichas operaciones los tiene claros.</p> <p>Los estudiantes reconocieron la matemática como algo fundamental en el diario vivir para resolver problemas cotidianos y complejos ya sea dentro o fuera del aula.</p>

2	“Calculando en grupos”	<p>Se evidencio que como era un material que tenía diferentes partes (fichas) en la sesión uno, los estudiantes discutieron por monopolizar el material, algunos estudiantes cedían sumisos ante otros, es decir en algunos grupos se veía liderazgo de algunos estudiantes, mientras que en otros grupos cada estudiante proponía un número con las fichas dadas, se evidenció que mediante la colaboración en esta actividad los estudiantes tuvieron que llegar a consensos para proponer los números a trabajar, se vieron reflejadas estrategias para la culminación del trabajo tales como proponer números cortos y fáciles de dividir por dos. Por consiguiente, la colaboración empieza a cobrar un valor importante en el grupo donde el debate, la discusión y el consenso ayudan a que se genere conocimiento y un ambiente de trabajo autónomo en el aula de clases.</p> <p>En la sesión número dos los estudiantes trabajaron sobre una guía se evidenció que aunque en ocasiones estaban sentados y concentrados se cansaron muy rápido de dicha actividad y se dispersaron, esta guía era igual a las demás propuestas por la docente por lo que no se evidencio motivación o interés al resolverla, por lo que se propone que la lúdica, el juego y la colaboración entre compañeros crea un ambiente de aprendizaje agradable y motivador en el aula de clases donde el estudiante proponga y se divierta piense acerca de los problemas propuestos en la matemática y no se convierta en una repetición de algoritmos o procesos únicos que debe seguir el estudiante.</p>
---	------------------------	---

Fuente: Elaboración propia

Evidencias y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob en la etapa de reconocimiento y diagnóstico.



Figura 3. Estudiantes colaborando en etapa inicial de reconocimiento y diagnóstico.

Fuente: Elaboración propia.

Se puede evidenciar que los estudiantes están atentos a la actividad, no se encuentran dispersos y esto se da por que la actividad los permite en cierta medida a trabajar en grupo de forma colaborativa porque para generar ideas y resultados se necesitan de todos, donde las diferentes opiniones de lo que son las matemáticas y las demás preguntas propuestas se vean abordadas. Por tanto, se puede evidenciar que los estudiantes tienen una autonomía colaborativa donde todos trabajan para cumplir un objetivo didáctico, como lo refieren Castellaro y Roselli, (2013) y Duran, 2009).

Algunas de las respuestas de los estudiantes que se resaltaron a la pregunta ¿Para qué sirven las matemáticas? Fueron: “las matemáticas sirven para hacer las cuentas en la tienda para que no nos confundamos al pagar”, “las matemáticas nos sirven para saber qué tan grande es una cancha de

fútbol y cuanto hay que recorrer de un lado a otro”, estas respuestas se colocaban a discusión en el grupo, relacionando las opiniones de los estudiantes acerca de para qué sirven las matemáticas.



Figura 4. Estudiantes colaborando en etapa inicial de reconocimiento y diagnóstico, roles colaborativos

Fuente: Elaboración propia.

Frente a la colaboración en la figura número 4 se puede observar que aunque todos están presentes en la actividad se asumen diferentes roles, algunos están escribiendo, otros dibujando, otros aportando ideas y discusiones sobre lo que se está planteando, esto es favorable en la colaboración ya que no necesariamente todos los integrantes

de un grupo deben optar por los mismos roles, así como un cuerpo que tiene diferentes miembros con diferentes funciones, la colaboración en el aula también asume diferentes roles con varias capacidades para la realización de un mismo fin, una misma meta, un mismo objetivo didáctico. Se debe resaltar que los roles, cuando son asumidos de manera autónoma y que se relacionan creando diálogos entre sí o socializaciones de lo que cada uno hace, complementan la colaboración yendo más allá del trabajo cooperativo.

Los estudiantes por grupos al finalizar la actividad lograron realizar una cartelera, la cual expusieron a los demás grupos; se logró evidenciar que ponían en juego nociones de colaboración (como el trabajo en grupo, el discutir, el asumir roles, etc.) pero era necesario una orientación acerca de potenciar habilidades colaborativas, la discusión y reflexión de lo que se trabajó colaborativamente ya que, como se ha expuesto, la colaboración va de la mano con la

construcción conjunta del conocimiento en las matemáticas y dichas habilidades propias de esta metodología requieren una orientación del docente para que se genere un mejor ambiente de aprendizaje matemático cuando los estudiantes no están acostumbrados a ella y para que el docente asuma un rol de guía en el aprendizaje de las matemáticas.

En los abordajes matemáticos se logró establecer a grandes rasgos que los estudiantes reconocían la matemática como algo importante en la vida cotidiana y que tenía diferentes usos en la misma como ir al mercado y comprar víveres e incluso en juegos como el futbol o el baloncesto.

Cabe resaltar en esta parte que los abordajes, tanto en lo colaborativo como en lo matemático, fueron muy nutridos porque se evidenció en el aula el aporte de diferentes culturas regionales, resaltando: Choco, Santander, Huila, Manizales, Boyacá, Cundinamarca y Tolima. Durante todo el proceso del aprendizaje colaborativo en las matemáticas desarrollado en esta propuesta se intentó aprovechar esta característica.

Aprendizaje de las matemáticas en el colegio Porfirio Barba Jacob etapa reconocimiento y diagnóstico colaborativo

En este segundo momento, se evaluaron conocimientos generales de matemáticas; algoritmos y procedimientos para lo cual se obtuvo el siguiente resultado en los estudiantes.

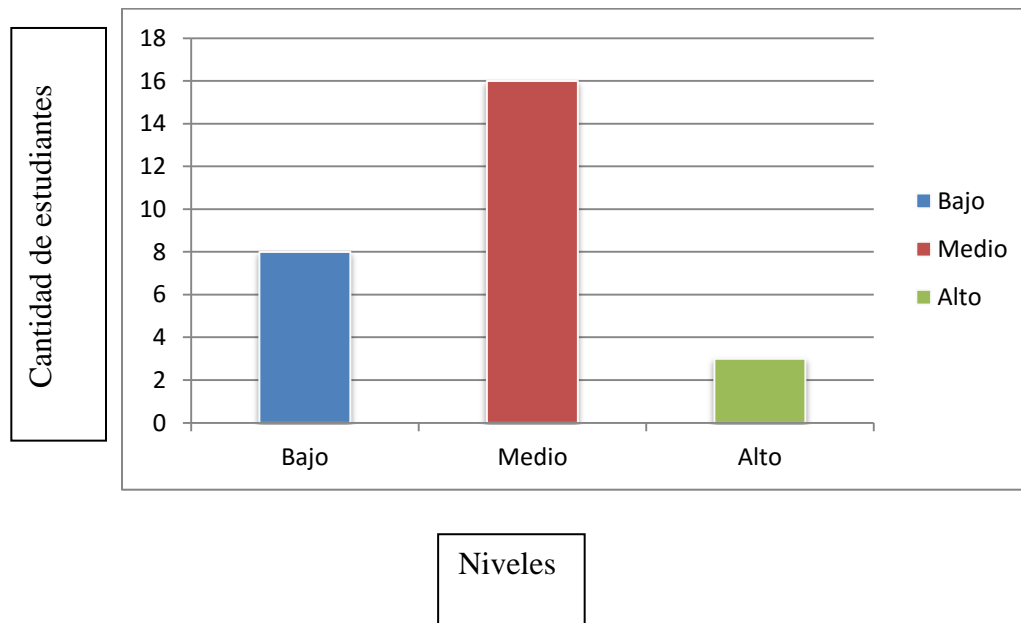


Figura 5. Gráfico de evidencia matemáticas en etapa diagnóstico colaborativo

Fuente: Elaboración Propia.

Para este diagnóstico se tomó como base la prueba de aprendizaje que se evidencia en el anexo 1, donde se indagó acerca de resolución de problemas aditivos, desarrollo de algoritmos, resolución de problemas de multiplicación y escritura de números naturales.

En total la prueba consistió en cuatro puntos que equivalen a 1.25 de la nota sobre 5.0, esta calificación es solo para mirar el progreso de los estudiantes ya que se consideró por la propuesta que esta nota no influya en la nota final del estudiante, pero si en su aprendizaje, logrando pasar de un nivel a otro superior.

En la figura número 5 se puede evidenciar que los estudiantes en gran mayoría, estaban en un nivel medio, donde las calificaciones eran menores a 4.0 y mayores que 3.0, había errores en algoritmos, falta de conocimientos básicos para el desarrollo del resto de actividades planeadas, tales como entender problemas aditivos, dificultades para representar cantidades, algoritmos, problemas en conteo. Además, se evidenció que los estudiantes no sabían colaborar entre ellos por lo cual en principio no se ayudaron para la actividad propuesta, algunos se copiaban, pero no había discusión, no había debate, tampoco interiorización de conocimientos. En la actividad al aire libre donde se discutió acerca de qué son y para qué sirven las matemáticas se vio algunos rasgos colaborativos de trabajo en grupo, quizás por la misma dinámica que los obligaba a trabajar juntos, pero también en esta actividad se vio algunas dificultades con conocimientos matemáticos.

Se aprecia en la gráfica que algunos estudiantes se encuentran en un nivel bajo, el cual es una nota por debajo de 3.0 y que representa que no tiene claro muchas definiciones, y objetos matemáticos, pero se reconoce que se puede llegar de este nivel a un nivel alto que es lo ideal por medio de la colaboración en el aula de matemáticas.

Logros y reflexiones colegio Porfirio Barba Jacob, etapa de profundización

A continuación, en la tabla 3 se presenta la narración y evidencias de la etapa colaborativa del colegio Porfirio Barba Jacob, en esta etapa se desarrolla la mayor parte de las actividades colaborativas del curso de aceleración, los estudiantes en esta etapa lograron desplegar capacidades y habilidades colaborativas las cuales se evidenciaron más adelante en las actividades de evaluación y en el convivir con el otro en el abordaje de todas las actividades.

Tabla 4: *Narración y reflexión etapa de profundización colaborativa colegio Porfirio Barba Jacob*

Actividad	Nombre de la	Reflexión
3	“Estadística con mi familia”	<p>La colaboración en el aula involucra que el docente juegue un rol de acompañante o un integrante más de grupo de trabajo o grupo de discusión, en esta actividad en una primera parte se evidenció este hecho. Los estudiantes propusieron acerca de la cantidad de personas y el parentesco con el dibujo hecho en la clase anterior, el docente apuntaba los datos en el tablero y era quien hacía las preguntas en la actividad, pero la discusión se dio entre todas las personas que estaban en el salón, por lo que se vio una dimensión colaborativa entre estudiante- docente, estudiante-estudiante, este caso de colaboración que se dio en el aula de clases hace parte de la construcción del conocimiento en sociedad, en colectivo proponiendo y haciendo aportes individuales.</p> <p>En la sesión número uno se dejó una tarea donde debían realizar unas preguntas para una encuesta y realizar las representaciones estadísticas, esta parte hay que resaltarla porque los estudiantes decidieron realizar las preguntas en el aula de clases y adelantar la tarea por lo que hay un grado de autonomía en los estudiantes lo que contribuye a que exista una mejor colaboración y un mejor espacio de conocimiento ya que para escoger las preguntas hubo debate y discusión en cada grupo de trabajo. Por otro lado, la tarea individual es un insumo para las siguientes sesiones convirtiéndose en un factor clave para los aportes individuales de los futuros temas los cuales se volverán consensuadamente grupales.</p> <p>Al darles la oportunidad a los estudiantes de que propongan acerca de los problemas a trabajar, como es el caso de la encuesta, hace que cultivan responsabilidad, autonomía y creatividad donde el construir conocimiento se hace más significativo porque involucra vivencias que crean lazos y redes en los estudiantes tanto internamente como socialmente.</p> <p>Entre los recursos manipulativos que se trabajaron se encuentra el test de la familia que aunque tiene la función principal de identificar las características sociales, económicas, sentimentales y psicológica también cumplió como recurso al momento de trabajar las representaciones estadísticas y el utilizar algo que los mismos estudiantes hicieron crea un sentimiento de confianza y gran valor porque se está teniendo en cuenta directamente al estudiante dándole importancia y significado a lo que hace y puede proponer temáticas o aportes que nutrirán la discusión y el conocimiento.</p> <p>En términos matemáticos, se logró en parte que los estudiantes representaran datos estadísticos en diferentes representaciones estadísticas, dando sentido e interpretación a dichos datos y representaciones.</p> <p>Hay que resaltar que la primera sesión de clases es en las dos primeras horas de clases los días miércoles, y la segunda sesión son los días jueves a la última hora por lo que los estados anímicos son diferentes en la primera sesión los estudiantes están con mucha disposición y energía para las actividades, mientras que en la sesión del jueves los estudiantes ya están cansados con ganas de irse para las cosas por lo que se debe aprovechar la primera sesión al máximo y ver la sesión del día jueves como un reto para motivar a querer aprender y construir cosas conjuntamente entre los estudiantes y el docente</p>

5	“Compartiendo colaborativamente”	<p>Sesión 1</p> <p>En el aprendizaje colaborativo es importante las relaciones interpersonales donde el confiar en el otro es vital para el desarrollo de una tarea, en la actividad de la salida al parque se evidenció que los estudiantes debían confiar en su equipo donde para lograr llegar a la meta se necesitaban poner en práctica diferentes roles; el que tenía vendado los ojos, el o los que daban las instrucciones, el que guiaba al que tenía vendados los ojos. Dichas funciones se entrelazan creando un ambiente de colaboración ideal para lograr las metas comunes en el equipo una de ellas es ganar la competencia. Se deben proponer más actividades donde se trabaje con los estudiantes al aire libre y utilicen su cuerpo para expresarse. En esta actividad era fundamental confiar en el otro como también saber escuchar las indicaciones del equipo o comunicarlás para la ubicación espacial de la persona que tenía los ojos vendados, se logró en el transcurso de la actividad trabajar colaborativamente y desarrollar estrategias de ubicación espacial tales como caminar en línea recta, caminar pasos determinados, utilizar puntos cardinales, entre otros.</p> <p>El docente en esta actividad no se involucró mucho, fueron los mismos estudiantes los que desarrollaron en su totalidad la actividad. Por motivos de lluvia no se desarrolló la actividad del plano cartesiano en el parque, pero si se realizó la actividad de contar los pasos del parque al colegio reforzando el conteo y la ubicación espacial. En materia colaborativa fue satisfactorio ya que entre los mismos estudiantes se llamaban la atención con frases como “cuente en su mente”, “camine rápido” y hubo discusiones acerca de cuál era la medida real de pasos del parque al colegio, logrando identificar por medio de discusiones que eran diferentes porque la medida de los pies no es la mismo en todos los estudiantes.</p> <p>Sesión 2</p> <p>En esta sesión de clases los estudiantes hicieron el mapa del colegio al parque tratando de señalar la cantidad de pasos en cada cuadra y los sitios reconocidos, esta actividad les gustó porque los involucró como parte importante ya que podían proponer acerca de cómo ellos concebían el espacio (el mapa del parque al colegio), e incluso como el trabajo es por grupos en mesas de trabajos se ayudan con aportes de lugares característicos, lo que indica que el otro es un factor importante en el aprendizaje reforzando la memoria y la creatividad, así como la imaginación.</p> <p>El docente posteriormente asumió el rol del líder socializando los mapas, a continuación, el docente hizo un barrido de lo que es la ubicación espacial y la explicación del plano cartesiano. En esta parte el docente aportó al conocimiento de los estudiantes y se valió de los trabajos de los estudiantes para las explicaciones lo que involucra que el docente tuvo en cuenta las propuestas de los estudiantes creando indirectamente un ambiente colaborativo en el aula de clases.</p> <p>A medida que los estudiantes pasaban al tablero a colocar las coordenadas indicadas, menores eran los errores que cometían y les motivaba aún más en pasar y participar por lo que los aportes grupales consolidaron los aportes grupales siendo el conocimiento más claro y democrático en el grupo.</p>
---	----------------------------------	---

		<p>Sesión 3</p> <p>Los estudiantes reconocieron el mapa propuesto de su barrio en la guía dada por el docente esto los motivó porque intentaron buscar lugares conocidos del entorno, pero al transcurrir la actividad la guía los puso indispuestos y con ganas de hacer otras cosas, por lo que se propone que las guías no son una buena estrategia en el aprendizaje colaborativo.</p> <p>En esta sesión se implementó una actividad la cual fue hacer una red o mapa con algunas fichas específicas de participación, esta actividad fue espontánea de un día para otro para (la planeación de dicha actividad), se dividió en dos grupos el salón uno de niñas y otro de niños, cada grupo propuso un mapa con las formas de participación del software dígalo. Se observó que en el grupo de las niñas se trabajó sin muchos percances, pero llama la atención el grupo de niños los cuales discutían y debatían acerca de las formas de participar, la diferencia entre argumento y explicación, explicación y aclaración e incluso de cuando utilizar información. Se evidenció que en el grupo de los niños hubo más tensión, más debate, más aclaraciones en la actividad, hubo liderazgo de un estudiante el cual proponía y controlaba en parte la actividad. El grupo de las niñas propuso también un buen mapa, pero las discusiones fueron pocas y más tranquilas que los de los niños, también había en el grupo de niñas una líder que proponía las formas de participar en la cartelera, la pregunta central en los dos grupos fue ¿Qué nos aporta la ubicación?</p> <p>Dentro de la reflexión de lo trabajado en el grupo de las niñas, se evidenció que las niñas discuten menos y consensuan más, es decir son más sumisas entre ellas mismas, mientras que en el grupo de los niños se evidenciaron varios líderes y discusiones más intensas en el sentido que no se ponían de acuerdo fácilmente.</p> <p>Sesión 4:</p> <p>En la socialización de la guía de la sesión 3 los estudiantes estuvieron atentos para comprobar los errores y aciertos de sus trabajos, esta socialización fue colaborativa ya que el que quisiera hablar o socializar lo podía hacer. Luego se propuso ubicar en el plano cartesiano algunos puntos, esto se hizo en el tablero, los estudiantes pasaban voluntariamente y los demás los corregía, aquí cabe denotar que la participación es un rol fundamental en la colaboración y la retroalimentación juega un papel de nutrir el conocimiento como era el caso de que los estudiantes corregían algún error que hubiese cometido el compañero que pasó al tablero a solucionar la actividad.</p> <p>A medida que los estudiantes pasaban al tablero a colocar las coordenadas indicadas, menores eran los errores que cometían y les motivaba aún más en pasar y participar por lo que los aportes grupales consolidaron los aportes grupales siendo el conocimiento más claro y democrático en el grupo.</p>
--	--	--

6	<p style="text-align: center;">“Construyendo conjuntos conjuntamente” (Sesiones 1, 2 y 4)</p>	<p>Sesión 1</p> <p>Los estudiantes en esta sesión de clases llegaron después de semana de recesos de semana santa por lo que llegaron motivados para el desarrollo de las actividades. Se repitió la actividad de realizar una red de conocimiento o mapa, pero esta vez era acerca de un trabajo dejado para el receso de clases, donde se reforzaban el tema de ubicación espacial y algunos puntos investigativos de conjuntos y números naturales. El mapa tuvo una particularidad especial al cual era que no hubo una pregunta central, se dejó que los estudiantes hicieran un mapa autónomamente, nuevamente los se dividió el grupo en tres, dos de niños y uno de niñas el grupo de niñas realizó la actividad pasivamente pero esta vez hubo un poco más de debate y consensos de las formas de participar en lo que cada uno consideraba prudente con respecto a la tarea dejada. En el grupo de niños también hubo debate acerca de lo que debían hacer teniendo claro que debían involucrar la tarea dejada y la participación era con las mismas fichas de formas de participación los estudiantes debatieron y se vieron nuevamente el mismo niño como líder con la variante de que esta vez hubo otro estudiante líder y la mayoría de los estudiantes participaban más y opinaban acerca del trabajo dejado en semana santa. Cabe aclarar que la mayoría de los estudiantes entregó el trabajo por lo que todos tenían insumos para la discusión. Se decidió colocar de nuevo los niños y las niñas en grupos diferentes para corroborar si las evidencias de lo visto en la anterior actividad de mapa, son variables constantes en el grupo, y como se ha expuesto de nuevo el grupo de niños tomo la iniciativa de discutir más para llegar a los consensos de la actividad.</p> <p>La colaboración en este momento del proceso ha tomado fuerza ya que los mapas fueron más nutridos y las discusiones fueron más fuertes y claras, los estudiantes reconocen la importancia del otro en la creación del mapa donde todos deben aportar para que los mapas sean más completos y nutridos, lo que da a entender que el colaborar para el aprendizaje es un proceso, no es algo que se pueda enseñar en una cátedra o en una clase, sino que es un constructo y relaciones de prácticas, debates, compartir, discutir, consensuar, todo ello en repetidas ocasiones y en diferentes escenarios, desde pequeños grupos o el grupo del salón de clases completo , en el patio del colegio o en el parque más cercano, en donde el compartir hace que se reconozcan virtudes, fortalezas y debilidades en los compañeros creándose lazos colaborativos que se utilizaran en el aula de clases de matemáticas para potenciar el aprendizaje.</p> <p>Las otras actividades de las fichas lograron que por grupos los estudiantes las clasificaron sacando colecciones con unas mismas características, para la definición de las mismas los estudiantes propusieron y discutieron logrando crear diferentes colecciones entre las características propuestas para la clasificación fueron, ser redondo, tener puntas, tener forma de cuadrado, tener cierta cantidad de puntas o quizás pertenecer a un número. Esta actividad motivó a los estudiantes ya que había diferentes figuras para manipular y eran muchas características que debían sistematizar lo que obliga a consensuar y plantear estrategias para mencionada clasificación. El compartir el material por mesas de trabajo produjo que fluyera el diálogo que es importante en la colaboración para la comunicación y un buen ambiente de trabajo y por consiguiente de construcción de conocimiento.</p>
---	---	---

	<p>Sesión 3 y 4</p> <p>En este momento se cerró el tema el docente lideró la discusión acerca de conjuntos, se debatió en donde se veían conjuntos en la naturaleza, también se mostraron ejemplos de unión e intersección de conjuntos, de la misma manera se propusieron ejemplos de conjuntos unitarios, se socializó de la importancia de los conjuntos en la vida real y en la matemática, los estudiantes preguntaban acerca de qué conjuntos eran más importantes en las matemáticas, para lo cual se dijo que todos los conjuntos eran importantes pero la base de todos en principio era el conjunto de los números naturales, y los estudiantes dieron ejemplos justificando la afirmación, entre los cuales porque sin ese conjunto no se puede contar, no se puede sumar, no se puede medir.</p> <p>Los estudiantes colaboraron de manera autónoma en la discusión y en esta ocasión no fue muy organizada, es decir casi no respetaban la palabra entre ellos, pero se observó que todos querían participar en los debates que se dieron en la sesión, algo que demuestra motivación en el aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>Finalmente, el docente hizo un esbozo de lo que se había hecho en términos de colaboración en el aula de clases y se resaltaron cosas importantes de la colaboración, es decir se sintetizó la importancia de la colaboración y lo que se había logrado con ella, entre las cosas que se llegaron y se trabajaron fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprensión que el aprendizaje en grupo es más significativo. • La colaboración fortalece las relaciones sociales. • La colaboración permite que todos los estudiantes aprendan y se ayuden en alguna manera. • La colaboración hace que el estudiante sea más autónomo en su aprendizaje. • Es más divertido cuando se aprende el grupo porque se puede hablar de varios temas y pasarla bien, diferente a aprender solo cuando no hay con quien hablar o debatir. • Todos tienen la oportunidad de expresarse cuando se está trabajando colaborativamente. • La construcción de conocimiento colectivo es más certera, agradable y verídica, ya que se puede verificar en el medio en que se construye y verificable en otros medios. Todos son partícipes de ese conocimiento. • Con la colaboración se fortalecen la participación, la comunicación, la expresión, el debate, la discusión, el razonamiento lógico, entre otras cosas. • En la colaboración todos al participar y opinar se rompe con la rutina en el aula, se pierde la idea de que el profesor es el único que sabe.
--	---

Fuente: Elaboración propia

Evidencias y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob en la etapa de profundización colaborativa.



Figura 6. Estudiantes colaborando en etapa desarrollo colaborativo

Fuente: Elaboración propia



Figura 6. Estudiantes colaborando en etapa desarrollo colaborativo

Fuente: Elaboración propia

En la figura 6 se puede apreciar que los dos estudiantes están participando autónomamente en el tablero de clases, en esta ocasión los estudiantes debían hacer un tipo de representación estadística, se observa que aunque los estudiantes no pertenecían al mismo grupo de trabajo (por que se buscaba mirar los avances de cada grupo y una estrategia era pasar a socializar a un integrante de cada grupo) se ayudaban mutuamente, concordando con lo visto en los referentes teóricos donde se muestra que las matemáticas son una construcción social en términos de que para cada definición , cada elemento de la matemática es puesto en consideración por todos en el aula, por la sociedad.

En la actividad que muestra la figura 7 los dos estudiantes reciben ayuda, este tipo de ayuda era dada por cada grupo de donde pertenecía cada estudiante, surgió espontáneamente sin que el docente interviniera, lo que indica un buen grado de autonomía colaborativa, también al ayudarse

en el mismo grupo, los estudiantes se motivan para que la actividad salga bien (Ortiz, Medina, Durán, 2010).

Como se evidencia en la figura 7 los estudiantes están al aire libre, esta fue una muy buena estrategia de motivación en el trabajo colaborativo, los estudiantes se emocionaron utilizando el juego como medio en el aprendizaje colaborativo, se evidenció que los estudiantes crearon estrategias para hacer que su equipo ganara, lo que indica un buen trabajo colaborativo de consenso, debate y confianza.

Se puede evidenciar que los estudiantes construyeron y se ayudaron mutuamente, no se trató de una competencia entre grupos sino de una ganancia colectiva donde lo grupal prima sobre lo individual, donde la colaboración además de ser puente entre los conceptos matemáticos, sirve para hacer más fuertes las relaciones sociales haciendo más ameno y agradable el proceso de construcción de conocimiento. Todo esto concordó con lo propuesto por Cabrera (2006) sostiene que dicho aprendizaje colaborativo es de carácter social y que trasciende más allá del aula.



Figura 8. Grupo de estudiantes colaborando para la actividad del aire libre en etapa de desarrollo colaborativo.

Fuente: Elaboración propia

Se logra ver en la figura 8 que los estudiantes colaboran entre sí para poder realizar la actividad, se asumen diferentes roles y se apoyan en el grupo, lo que demuestra que ya en esta etapa los

estudiantes tienen más desarrollado el trabajo colaborativo como estrategia para cumplir un mismo objetivo.

Se logró ver que la actividad dependía de todos y cada uno de los miembros, se eligió a un representante por equipo el cual tenía los ojos vendados y debía dejarse guiar con las indicaciones de sus compañeros, (como se ilustra en la figura 8) esto se hizo como pretexto para trabajar ubicación espacial, pero en el que se buscaba en profundidad reforzar la colaboración y resaltar aspectos de confianza, motivación, estrategias colaborativas, trabajo en equipo, discusión, consensos y demás aspectos propios del trabajo colaborativo. En este apartado se escuchaban indicaciones de cada grupo tales como “coja [vaya] hacia la derecha”, “camine cinco pasos a la derecha y luego coja [vaya] derecho por la izquierda”, “camine rápido con las manos adelante hasta que encuentre el árbol”, tales frases son parte de las indicaciones de cada grupo, se evidencia colaboración en términos de información, confianza, autonomía y motivación en cada grupo.



Figura 9. Grupo de estudiantes colaborando para la actividad de clasificación de figuras en etapa de desarrollo colaborativo.

Fuente: Elaboración propia

Dentro de las actividades propuestas se destacan problemas matemáticos que debían resolver y debatir en clase, uno de ellos fueron una serie de objetos de diferentes formas y tamaños los cuales debían clasificar y armar colecciones (como se evidencia en la figura 9), esto impulsó a que por grupos hubieran consensos, debate, participación y argumentación de las características de cada colección.

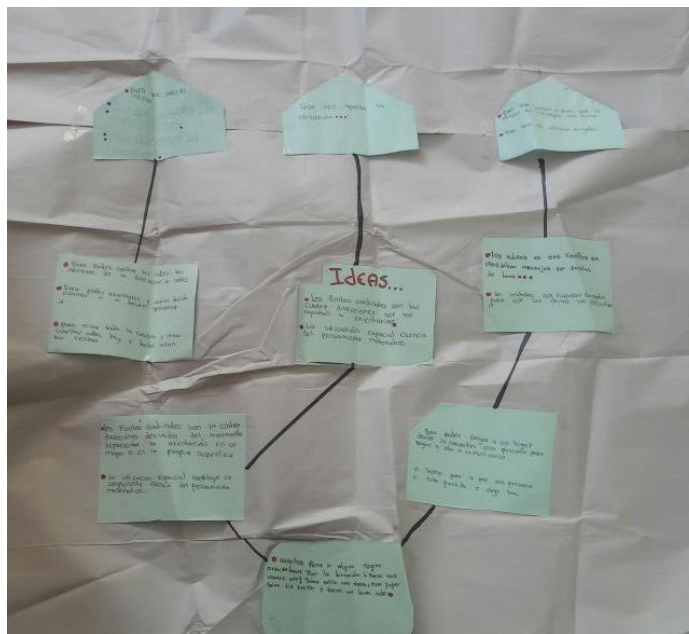


Figura 10. Grupo de estudiantes colaborando para la actividad de clasificación de figuras en etapa de desarrollo colaborativo.

Fuente: Elaboración propia

En la figura 10 se puede observar un ejemplo de los mapas realizados por los estudiantes en las carteleras, utilizaron diferentes formas de participación y lograron conectar aportes que apoyaban a una misma idea, se puede evidenciar que el mapa está en forma de red, donde todos los aportes se conectan entre sí, lo que demuestra de que todo depende de todo.

Aprendizaje de las matemáticas en el colegio Porfirio Barba Jacob etapa de profundización colaborativa

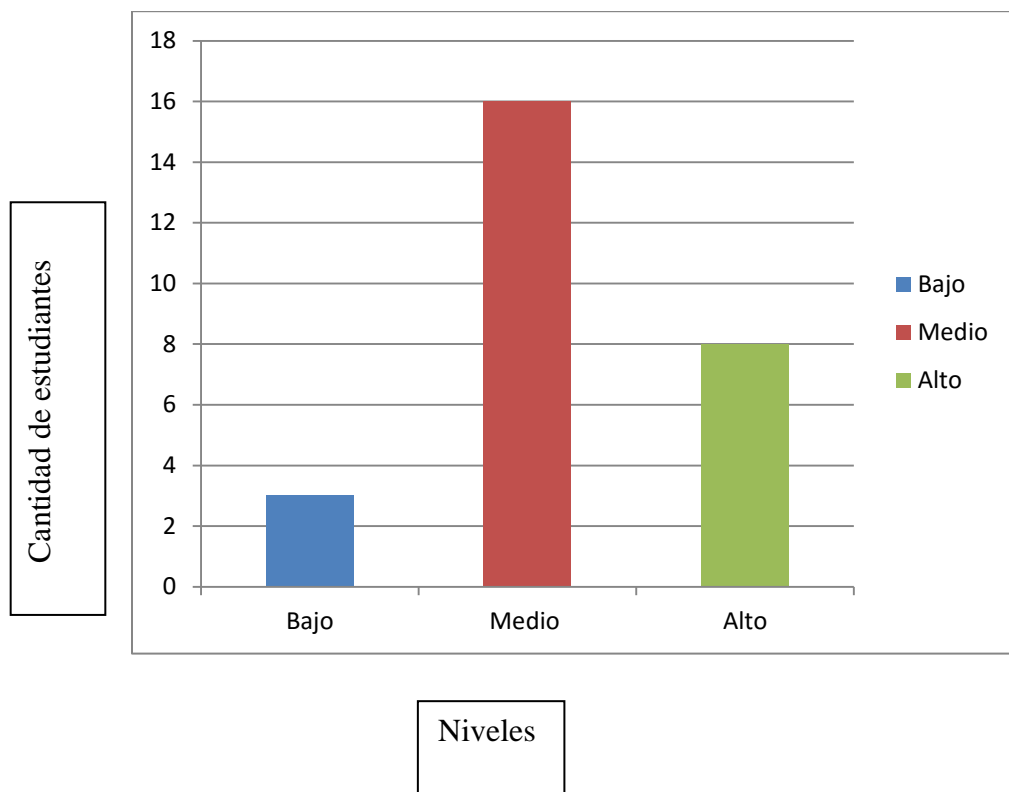


Figura 11: Gráfico de evidencia matemáticas en etapa profundización colaborativa
Fuente: Elaboración Propia.

Para el desarrollo de la gráfica de la figura 11, se tuvo como base la prueba de aprendizaje que se referencia en el anexo 6, ésta consistió en evaluar el proceso conceptual matemático abordado en el curso, fueron siete ítem que giraban al rededor del tema de conjuntos, se plasmaron problemas de conjuntos donde se abordaron: Creación y propiedades de conjuntos, se colocó un punto de operaciones para ver el progreso en el desarrollo algorítmico. Nuevamente se asignó una nota la cual ya en esta etapa se decidió que se ponderaría con la nota de la prueba de diagnóstico y la prueba de evaluación.

En la figura 11 se puede evidenciar que hay más estudiantes en el nivel medio que en otros niveles lo que involucra que aún hay varios estudiantes con algunas dificultades matemáticas (en resolución de problemas y desarrollo algorítmico de operaciones) pero se ve que ya en el nivel bajo hay menos estudiantes que en la prueba de diagnóstico y que por el contrario en el nivel alto hay más estudiantes, es decir ellos de una manera general aprendieron matemáticas logrando pasar de un nivel inferior a niveles superiores, se evidencia que los estudiantes están construyendo y proponiendo acerca de las matemáticas y que sí están interiorizando los conocimientos aprendidos, ya que en esta etapa los estudiantes aprendían a trabajar colaborativamente con cada una de las actividades que involucraban debate, discusión, argumentación y participación, es en esta etapa en la que se dio la mayor parte de la propuesta colaborativa y en que se desarrolló el mayor proceso de aprendizaje matemático a través de la colaboración.

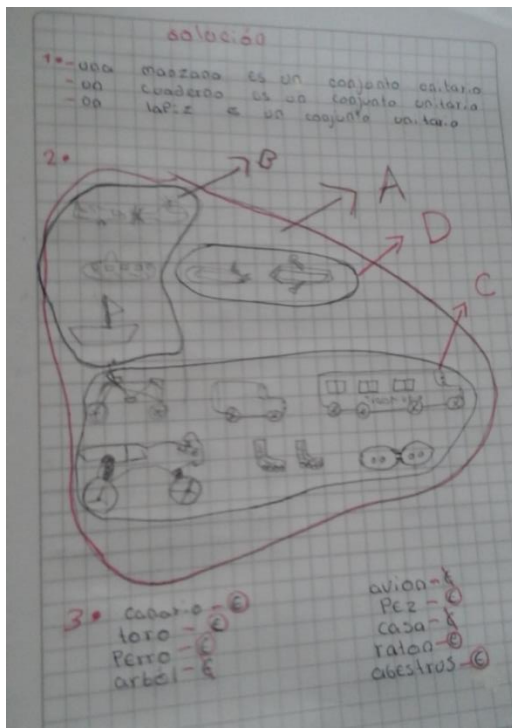


Figura 12: evidencia aplicación prueba de aprendizaje etapa profundización

Fuente: Elaboración Propia.

Retomando la parte matemática la prueba de aprendizaje evaluó razonamiento lógico, desarrollo algorítmico y resolución de problemas, se evidencia en la figura 12 que los estudiantes proponen ejemplos de lo que es un conjunto unitario, logran reconocer subconjuntos y nombrarlos, de la misma manera identifican elementos de cada conjunto. Todo esto confirmo que de una manera autónoma los estudiantes tuvieron aprendizaje matemático significativo.

Logros y reflexiones colegio Porfirio Barba Jacob, etapa de evaluación colaborativa

Tabla 5: *Narración y reflexión etapa de evaluación colaborativa colegio Porfirio Barba Jacob*

Actividad	Nombre de la actividad	Reflexión
4	"Red de conocimiento"	Se reconoce el proceso evaluativo importante, tanto para el docente como para los estudiantes, aunque se han sacado notas de los trabajos realizados, se hizo una evaluación donde todos los estudiantes pudieran participar, la actividad de la lana que se lanzaba en el círculo formado permitió evidenciar quienes habían consolidado su conocimiento , además por medio de la colaboración en la evaluación se podían ayudar, lo que hace la evaluación una actividad formativa y concorde al trabajo realizado en materia de colaboración , no tendría sentido colocar una guía a resolver de manera individual cuando el proceso de aprendizaje fue grupal con conocimientos grupales y consensuados. Evidentemente los estudiantes participaron creando una red con la lana, la cual se llamó red de conocimiento porque todos aportaron con las preguntas propuestas las cuales ayudaron a afianzar el conocimiento entre los estudiantes, hay que reconocer que varios estudiantes no respondieron preguntas de la actividad.

		<p>Como las actividades en su mayoría propuestas obedecen a procesos de los estudiantes donde se ha evidenciado el constructivismo, por tanto se reconoce que nadie mejor que el mismo estudiante conoce su propio proceso, lo que ha desarrollado y aprendido en el transcurso de su aprendizaje, es por ello que se propuso y se hizo realizar una autoevaluación, lo cual en esta propuesta de aprendizaje colaborativo es muy coherente porque se tiene en cuenta el pensar, el hacer y el sentir del estudiante desde el mismo estudiante, esta actividad en principio les gustó con alguna extrañeza ya que no es normal que les pregunten acerca de cuánto han aprendido y que lo reflejen en una sola nota numérica, se considera que ahí hay procesos de reflexión y metacognición donde se hace un examen interno que nadie más que el mismo sujeto conoce y sabe de lo que hizo y debe mejorar.</p> <p>Reconociendo que el docente es parte importante en el proceso del estudiante y que en muchas ocasiones ha funcionado como un par con el estudiante o como un miembro más del equipo de discusión se propuso la coevaluación, para este tipo de evaluación el docente valora y resalta lo que el estudiante hizo en las anteriores actividades, en el momento de hacer este tipo de evaluación se le mencionaba al estudiante lo que hizo bien y en lo que le faltó, el porqué de mencionada nota, los estudiantes no protestaron frente a la calificación y fueron conscientes de la misma ya que existían razones que justificaban la mencionada nota.</p> <p>Personalmente en esta actividad me sentí como docente muy bien ya que logré que los estudiantes reflexionaran acerca de su proceso y con la actividad de la red de conocimiento los estudiantes vieron la evaluación divertida y no solo como una prueba de medición, eso en cierta forma es crearles un choque entre la educación tradicional y la metodología de colaboración en el aula de clases.</p> <p>Los recursos manipulativos tangibles que en este caso se resalta la lana cobran un valor importante ya que les llama la atención a los estudiantes motivándolos a participar a través del juego, la comunicación y la participación las cuales están inmersas en la colaboración en el aula de clases de matemáticas.</p>
6	“Construyendo conjuntos conjuntamente”	<p>Sesión 3</p> <p>En esta sesión de clases se propuso una guía de manera individual donde podían resolverla de manera grupal como era habitual, se pudo observar que por mesas de trabajo los estudiantes se ayudaban y llamaban de forma organizada al docente para realizarle preguntas acerca de cómo resolver la guía y las estrategias para la resolución de los problemas.</p> <p>Este día el docente saco notas de cuaderno, participación en clase y autoevaluación, donde los criterios eran el trabajo en grupo, la colaboración, la participación, la asistencia y puntualidad en cada una de las sesiones de clases.</p> <p>Al terminar de realizar el proceso evaluativo con cada estudiante se procedió a socializar lo trabajado en clase, pero solo alcanzaron a pasar un par de grupos ya que el tiempo de la sesión se agotó.</p>

Fuente: Elaboración propia

Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob en la etapa de evaluación colaborativa



Figura 13. Grupo de Estudiante colaborando en etapa de evaluación

Fuente: Elaboración propia.

Se puede evidenciar en la figura 13, que los estudiantes lograron construir una “red de conocimiento colaborativo” que es simbolizada en esta red en de hilo, muestra que se logró proponer una actividad evaluativa de colaboración que motivaba a los estudiantes en el juego y la relación de conceptos construidos en clase por todo el grupo, en la mencionada sesión los estudiantes se divirtieron proponiendo respuestas a las preguntas que surgían en la actividad, se evidenció que los estudiantes estaban discutiendo, un ejemplo es el establecer cuando un número es par o impar, también el mirar que tipos y características habían en las representaciones estadísticas aquí los estudiantes estaban debatiendo y proponiendo de una manera consensuada y respetuosa no existió un líder como tal ya que la mayoría de los estudiantes en diferentes momentos de la actividad asumieron mencionado rol.

En un momento posterior se dio un tipo de evaluación que se ha propuesto en este artículo como importante en el aprendizaje colaborativo en el aula de matemáticas, el cual es la evaluación del proceso colaborativo en el grupo que consta de coevaluación y autoevaluación, bajo criterios de trabajo en grupo, colaboración en grupo, aportes individuales, asistencia, puntualidad (los cuales en la colaboración son importantes ya que involucra autonomía, compromiso, dedicación, participación, donde estos son elementos complementarios a la colaboración) entre otros. Los estudiantes se sintieron sorprendidos y gustosos de que pudieran evaluar su propio proceso. Este ítem es importante ya que el estudiante hace procesos de metacognición, reflexión, crítica de su creatividad y de su quehacer en el grupo de trabajo (Ortiz, Medina, Durán, 2010) lo cual es coherente en esta propuesta de aprendizaje porque nadie conoce el proceso de los estudiantes mejor que ellos mismos, aún más cuando construyeron su propio conocimiento; contrario y absurdo sería hacer una evaluación escrita de conceptos, contraria a la teoría del constructivismo en el aprendizaje colaborativo que se evidencian en este artículo, la cual es evaluar desde lo que se hizo o se llegó en clase, a través de exposiciones, juegos, debates o situaciones las cuales deben abordar de manera grupal.

Aprendizaje de las matemáticas en el colegio Porfirio Barba Jacob etapa de evaluación colaborativa

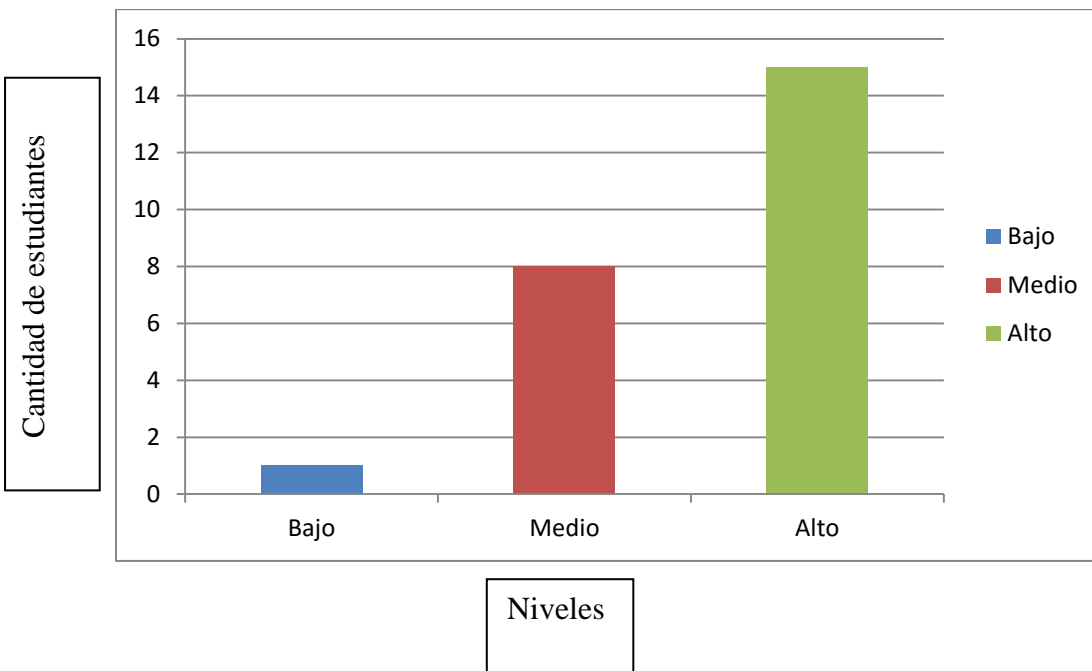


Figura 14: Gráfico de evidencia matemáticas en etapa evaluación colaborativa

Fuente: Elaboración Propia.

En la gráfica (figura 14) se puede evidenciar que en el nivel alto hay 14 estudiantes, en esta etapa de evaluación matemática colaborativa se encierran varias evaluaciones hechas en el proceso, no tendría sentido hablar solo de una evaluación que pretenda evaluar todo lo trabajado ya que como se ha evidenciado es un proceso y la evaluación debe cumplir la función de reflexionar, mostrar resultados, construir y de-construir conocimiento en la medida que se hace retroalimentación de lo presentado. Se evidencia que en el nivel bajo se redujo tan solo a un estudiante, eso quiere decir que en las evaluaciones nivel general a los estudiantes les iba bien, teniendo en cuenta que las evaluaciones eran algunas individuales pero en su gran mayoría

grupales en el que esta era acorde a lo trabajado mediante la propuesta de colaboración en el aula de matemáticas.

Como se ha mencionado en otras partes de esta investigación, se proponen además otros tipos de evaluación que son más coherentes con la propuesta de colaboración en el aula de matemáticas, las cuales son coevaluación y autoevaluación que tuvieron un mayor peso que los resultados en las evaluaciones, esto en la nota final, arrojando como resultado que los estudiantes aprendan y desarrollen un gusto por la matemática a través del trabajo colaborativo, también se puede afirmar que los estudiante aprendieron y construyeron matemáticas, que para este caso en el nivel superior donde está el mayor porcentaje, los estudiantes razonan matemáticamente, proponen diferentes soluciones a problemas matemáticos, utilizan la teoría de conjuntos para comprender el mundo y desarrollar problemas del mismo, también los estudiantes hacen diferentes representaciones estadísticas de un conjunto de datos.

Una de las pruebas que se realizaron en esta etapa fue la que respecta a la red de conocimiento, las preguntas se refieren en el anexo 4, en el cual se resaltan preguntas de tipos de representaciones estadísticas, razonamiento lógico, paridad de los números naturales, identificación de matemáticas en el medio que nos rodea, se evidenció que los estudiantes estaban motivados a participar y construir la “red de conocimiento” y se pudo observar que los estudiantes en efecto, sí aprendieron matemáticas. Los estudiantes respondieron todas las preguntas propuestas y se ayudaron mutuamente cuando alguien no podía responder alguna.

Diseño de las actividades pedagógicas de la práctica en el Colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)

A continuación, se presenta en la tabla 5 las pruebas de aprendizaje para los grados cuarto en el colegio Porfirio Barba Jacob, donde se presentan las actividades colaborativas de cada etapa; diagnóstico, profundización y evaluación, las cuales posteriormente se aplicaron para la recolección de información y reflexión. Las actividades de propuestas se desarrollaron en su totalidad en el aula de clases, estas actividades también están pensadas para personas en situación de discapacidad, ya que en uno de los grados había varios estudiantes de baja visión.

Tabla 6*Actividades desarrolladas en la práctica en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)*

Fase	Actividad y temática	Objetivos	Descripción de la actividad
Introducción	1 Reconocimiento: Sin temática.	Identificar aspectos personales como: Actitudes, comportamientos en el que se desenvuelven y desempeñan social y académicamente los estudiantes.	Sesión 1 Se hace un acercamiento a los estudiantes de dos cursos de grado cuarto (403 y 404) sin ninguna actividad rompe hielo planeada ni tiempo fijado, puesto que fueron pequeños espacios de diferentes tiempos que prestaron de forma imprevista los profesores del colegio para hacer un breve reconocimiento a cada curso, la intención marcada como profesora fue: identificar aspectos generales del grupo como la cantidad de estudiantes por curso, cantidad de estudiantes invidentes y de baja visión para saber la cantidad de materiales a adaptar, así como las edades, y algunos aspectos personales que se pueden evidenciar en la observación de las características del grupo.

	<p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">Diagnóstico:</p> <p style="text-align: center;">*Resolución de problemas de tipo aditivo y</p>	<p>Reconocer el grado de interpretación de los estudiantes ante situaciones problemáticas.</p> <p>Identificar las dificultades que tienen los estudiantes para movilizar sus conocimientos a situaciones nuevas y en ejecutar procedimientos operativos (suma, resta y multiplicación).</p>	<p>Sesión 2 y 3</p> <p>Esta actividad se lleva a cabo en dos sesiones, La primera sesión los estudiantes desarrollan una prueba diagnóstica por medio de una guía dictada (anexo 7) en la que abordaron problemas con una transversalidad entre los pensamientos (numérico, geométrico y métrico).</p> <p>La solución de estos problemas se realizaron de forma individual, en donde los estudiantes pusieron en evidencia en su solución, la capacidad de razonamiento, interpretación y aplicación de los conocimientos básicos que ya deberían haber adquirido, como los son: Suma, resta con números de cuatro cifras, en este interviene además lectura y escritura de números, multiplicación asociada como área de una figura y división con números de dos cifras.</p> <p>En la segunda sesión, a partir de la participación voluntaria de los estudiantes se formalizó y discutió sobre cuál y por qué de las soluciones dadas a cada situación, contemplando las vías efectivas y no, en donde se toma los errores como incentivos para negociar la validez de las soluciones propuestas.</p>
--	--	---	--

Desarrollo	<p>3</p> <p>Introducción: *Ángulos. *Aplicación de operaciones elementales. *Puntos cardinales.</p>	<p>Contextualizar y adaptar el contenido matemático en correspondencia con los planteados por el proyecto educativo institucional del colegio OEA.</p> <p>Analizar las dinámicas de trabajo grupal en el aula.</p> <p>Dar inicio a una situación didáctica que involucre a los estudiantes con la construcción de ángulos y reconocimiento de puntos cardinales haciendo uso de algunos elementos geométricos (punto, segmento) y procedimientos operativos (suma, resta y multiplicación).</p>	<p>Sesión 4, 5 y 6.</p> <p>Esta actividad se realiza en 3 guías (anexo 8). Para lo cual, se organizan a los estudiantes en parejas y grupos de 3 personas en 3 sesiones de clase. Puesto que en consecuencia de lo reflexionado y concluido con los resultados de la actividad diagnóstico se planeó en estas guías, una situación fundamental que permitiera marcar un objetivo de aprendizaje común y de interés en los estudiantes. Por lo que se aborda de manera informal el concepto de ángulos contextualizado con ángulos de giro de una persona para llegar al objetivo final de encontrar un tesoro, en esto los estudiantes se familiarizan con el transportador como herramienta e instrumento y los grados como unidad medida para medir ángulos, contemplando dentro del proceso condiciones que hacen de la situación un problema, puesto que los estudiantes debieron comprender la situación y seguir unas instrucciones que involucraban también el desarrollo de la capacidad de interpretar, así como razonar, puesto que debían llegar a una conclusión (respuesta de dónde está el tesoro) por medio de las respuestas parciales (de cada una de las instrucciones) en donde se requería aplicar los conocimientos necesarios para determinar la medida de ángulos en relación a la transversalidad entre los pensamientos numérico y espacial y geométrico.</p> <p>En cuanto lo numérico los estudiantes debían realizar unas operaciones fundamentales (suma, multiplicación y resta de números hasta 3 cifras) deducidas como forma de solución por ellos mismos en contexto de la situación y los conocimientos puestos a disposición para determinar el grado girado.</p> <p>La primera de estas sesiones, los grupos y parejas de estudiantes delegan a una persona quien es la encargada de leer la situación y las instrucciones, al mismo tiempo uno o dos de los demás integrantes van siguiendo las instrucciones en supervisión de todo el grupo. En esta sesión desarrollan aproximadamente la mitad de estas instrucciones.</p> <p>En la segunda sesión, los estudiantes terminan de seguir las instrucciones, determinando los diferentes ángulos de giro del proceso para llegar a saber finalmente cuál es el grado de giro en donde está el tesoro, llegando al objetivo trazado en el planteamiento del problema.</p> <p>Finalmente, en la tercera sesión, se institucionaliza lo trabajado, discutiendo sobre cómo y de qué forma se puede percibir, reconocer, determinar y construir los diferentes ángulos al analizar las diferentes aberturas de los ángulos de giro. En esto se incluye los razonamientos de los estudiantes al utilizar ciertas operaciones y procedimientos necesarios que intervenían para llegar al objetivo.</p>
------------	---	---	--

<p style="text-align: center;">Profundización</p>	<p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">Construcción y exploración individual para la clasificación de ángulos:</p> <p style="text-align: center;">*Clases de ángulos.</p>	<p>Clasificar los tipos de ángulos (recto, llano, obtuso y agudo).</p> <p>Definir elementos geométricos (plano, reta, semirrecta, segmento, centro o vértice) que permiten la construcción de ángulos y figuras planas.</p>	<p>Sesión 7</p> <p>Esta actividad se realiza en una sola sesión dividida en dos momentos generales.</p> <p>En el primer momento, se realiza una retroalimentación del proceso llevado a cabo para determinar estos grados visto ya en las actividades anteriores, pero esta vez, ya identificando ángulos en triángulos, analizándolo grupalmente, desde la perspectivas que se expusieron con una cartelera elaborada como recurso para ostentar en alto relieve los segmentos que se unen por un vértice y mueven por la forma circular dibujado para relacionarlo con los grados que se miden con el trasportador, además del plano, pues cada 90 grados se puso unos palos de balso que sobrepasan las carteleras y dividía la circunferencia en cuatro cuadrantes. Ante esta simulación, los estudiantes participaron, haciendo una discusión sobre qué es cada uno de los elementos geométricos inmersos en la definición de ángulo, definiendo también: segmento, recta, semirrecta y vértice.</p> <p>En el segundo momento se formaliza a partir del conceso también de los estudiantes sobre la clasificación de los ángulos (recto, obtuso, agudo y llano), tomando como referencia el ángulo recto para identificar los ángulos, notando de manera general los ángulos que son menores, mayores y el doble de este ángulo recto. Luego se proponen unos ángulos y entrega un trasportador de papel, como unas adaptaciones para que los estudiantes de forma individual construyan y clasifiquen estos ángulos, se deja como compromiso pegar este recurso en cada uno de los cuadernos con una investigación libre del qué es y para qué sirve dicho instrumento.</p>
---	--	---	---

Desarrollo	5 Clasificación de triángulos a partir de figuras dadas en la unión de puntos en el plano cartesiano:	<p>Ubicar en el plano cartesiano coordenadas, identificando las coordenadas como parejas ordenadas respecto al eje de las abscisas y ordenadas.</p> <p>Clasificar los triángulos según criterio de ángulos (rectángulos, obtusángulos y acutángulos).</p> <p>Clasificar los tipos de triángulos según criterio de medida de lados (isósceles, equilátero y escaleno).</p>	<p>Sesión 8 y 9</p> <p>Esta actividad se llevó a cabo en dos sesiones de clase: En la primera sesión. El profesor tiene el rol de hacer retroalimentación de lo trabajado en corto tiempo, ampliando además el concepto de ángulo, pasándolo de lenguaje natural a lenguaje formal, el cuál aparece en las guías dispuestas para esta clase (anexo 9) requiriendo saber ubicar además las medidas de ángulos y lados de figuras desde la simbología. Además, se habló de forma más explícita sobre qué es el plano cartesiano, de qué está compuesto: eje x e y, punto como par ordenado en correspondencia con las rectas numéricas x e y.</p> <p>Habiendo explicado qué es un punto en el plano Cartesiano, se dan dos ejemplos de cómo ubicar los puntos dada la pareja ordenada y cómo al marcar con el lápiz un punto en cualquier parte del plano se puede saber la pareja ordenada al tener en cuenta la correspondencia entre los ejes.</p> <p>Para lo cual los estudiantes se encaminaron a trabajar en grupos de 3 personas, sobre una guía de 3 páginas, en cada una los estudiantes debían tener en cuenta lo ya discutido como: Ubicar puntos como pares ordenados en el plano cartesiano. Unir estos puntos, teniendo en cuenta la escritura de ángulos para ubicarlos en los diferentes triángulos que obtiene al unir los puntos, ubicar la medida de los lados teniendo en cuenta elementos geométricos definidos en clase (segmento, ángulos además de recta, semirrecta y punto).</p> <p>Llegando en cada hoja a encontrar, notar y caracterizar de manera informal diferentes tipos de ángulos; en la primera triángulos rectángulos y escalenos; en la segunda triángulos isósceles; en la tercera hoja triángulos equiláteros en diferentes posiciones y con cuadros en donde los estudiantes llegaban a concluir dentro del grupo qué tipo de triángulos había en cada hoja respeto a los criterios de lados y ángulos.</p> <p>Segunda sesión los estudiantes tienen 30 minutos para terminar las guías y luego se procede hacer institucionalización de lo realizado, poniendo como insumo los errores presentes al ubicar los puntos, las medidas de los lados y ángulos para que con la participación de los mismos estudiantes se establezcan concretamente las características comunes y diferentes entre los triángulos para finalmente llegar a clasificarlos</p> <p>Por criterios de medida de los ángulos (obtusángulos y acutángulos) y la clasificación según criterios de medida de los lados (rectángulo, isósceles, escaleno, equilátero, rectángulo isósceles y rectángulo escaleno).</p>
------------	--	---	--

	6 Experimentación: *Rectas paralelas y perpendiculares.	Reconocer y construir rectas paralelas y perpendiculares a partir de una recta dada y un punto en el plano por que debe pasar estas rectas (paralelas y perpendiculares).	<p>Sesión 10</p> <p>La profesora da varios ejemplos con palos de balsa de lo que son rectas paralelas y perpendiculares, recordando la definición de qué es recta, y luego se pide a los estudiantes definir entonces qué es concretamente una recta paralela y luego qué es una recta perpendicular.</p> <p>Una vez realizada una discusión en torno a las definiciones, se entregó a los estudiantes una guía (anexo 10), en la que trabajaron de individualmente, de manera que cada estudiante llega a identificar y construir rectas paralelas y perpendiculares dadas algunas rectas, bajo la condición que pasen por determinados puntos en el plano cartesiano.</p>
Aplicación y profundización	7 Aplicación de lo aprendido y explorando otro polígono (Clasificación de cuadriláteros): *Clasificación de cuadriláteros.	Definir y diferenciar algunos cuadriláteros (cuadrado, rectángulo, paralelogramo, trapecio y rombo) considerando criterios de ángulos y lados paralelos y perpendiculares.	<p>Sesión 11 y 12</p> <p>Se llegó a las representaciones de cada uno de algunos cuadriláteros, también llegado a reconocerlos y caracterizarlos por medio de la ubicación de puntos en el plano cartesiano, unión de grupos de cuatro puntos, llegando a las imágenes de los cuadriláteros (cuadrados, rectángulos, rombos, romboides y trapecios) en estos los estudiantes en las guías grupales (anexo 11), ubicaron ángulos y lados desde la notación formal y finalmente en grupo se llega a definir cada uno de estos cuadriláteros teniendo en cuenta los lados paralelos y perpendiculares, el segundo por el cual se reconocen los ángulos rectos sin estar estos expresados explícitamente.</p>

Fuente: Elaboración propia

Logros y reflexiones colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), etapa reconocimiento y diagnóstico

Tabla 7: *Narración y reflexión etapa reconocimiento y diagnóstico colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)*

Actividad	Nombre de la actividad	Reflexión
1	Reconocimiento	<p>Al ser esta actividad imprevista y contar con poco tiempo, dado que los profesores tenían actividades planeadas para estas dos horas para cada curso, por lo que dentro de este tiempo, los profesores cedieron máximo media hora, es por esto que no se logra un mayor acercamiento con los estudiantes, específicamente lo que se realiza con uno de los cursos (grado 403) es una pequeña presentación, un contrato didáctico en el que la profesora sugiere unas condiciones de respeto, disposición y responsabilidad en clase como estudiantes y profesora, llegando ellos a responder en general estar de acuerdo.</p> <p>Con el otro curso (404) además de la presentación y contrato didáctico los estudiantes alcanzan a presentarse y dar información voluntaria sobre sí mismos y siguiendo la cadena de lo que dicen sus demás compañeros.</p> <p>En esta etapa se alcanzó a tener una información general del grupo respecto en donde el promedio de la edad es de 10 años, algunos nombres. Además, con la actividad de repetir lo que dicen los demás, se llegó a evidenciar que los grupos no se conocían todos entre sí, dado que no sabían con precisión ni el nombre de alguno de sus compañeros.</p>

		<p>Estos acercamientos, estuvo acompañada de pequeñas entrevistas no estructuradas a los profesores. En el que los profesores comentaban libremente dificultades de los estudiantes en particular con los niños invidentes y de baja visión, en el que se les daba las clases con explicaciones en el tablero y ellos algunas veces se pierden en seguir la información de las voces; pero los profesores centran su discurso en reiterar las temáticas trabajadas y a trabajar en los próximos dos primeros periodos. El enfrentarse a 66 estudiantes de 71, que asistieron este día, en sólo una hora (aproximadamente), sin una actividad concreta que fuera eficaz para la caracterización de los estudiantes y escuchando reiteradamente la exigencia de los profesores en alinearse con las temáticas del curso en el que el profesor está obligado a lograr avanzar en estas, desde lo contemplado en el proyecto educativo institucional, hizo desviar la intención de ir incentivando desde un inicio el trabajo colaborativo.</p> <p>Pero si bien, lo que se buscaba es demostrar que el trabajo colaborativo potencia el aprendizaje, entonces el cuestionamiento interno de cada una de las sesiones que se hace como profesor es ¿qué se debería hacer para que se establezca un trabajo colaborativo en el aula? Lo que implica pensar en cómo promover un trabajo colaborativo desde un primer encuentro. Al desarrollar la actividad el docente observó que se reiteró en prácticas tradicionales en las cuales se preguntan por aspectos muy generales...de cada uno de los estudiantes que al fin de cuentas al no contar con una memoria privilegiada, gran parte de esta información no es guardada en la memoria.</p> <p>Entonces, es importante hacerse un replanteamiento de qué hacer en este tipo de actividades, por lo que en el trascurso de las actividades, se llegó a la conclusión que éste es un buen momento para realizar una caracterización de los estudiantes con una pequeña encuesta, realizar dibujo que a ellos les gusta realizar, estructurar algún tema que incentive al debate para así obtener información más profunda de la procedencia, contextos, relaciones y emociones que arraigan sus creencias para así caracterizar a los estudiantes, en relación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Del razonamiento ante situaciones. • La argumentación y forma de comunicar sus ideas. • Respeto, atención e interpretación de lo que aportan los demás. • Reconocer diferentes capacidades y cualidades de cada estudiante para atribuir funciones indispensables dentro de un grupo, de esta manera tener la posibilidad de constituir equipos de trabajo dentro de los diferentes grupos.
--	--	---

	<p>Este último, se considera vital para que el profesor pueda en el futuro organizar grupos de estudiantes que funcionen como equipo, logrando empatar dentro de su heterogeneidad, roles y funciones dentro de un grupo para llegar a objetivos de aprendizaje comunes.</p> <p>Por otra parte, se realizó el test de la familia y encuesta sobre su vida y actividades que pongan en evidencia las habilidades de los estudiantes, puesto que esto se tenía planeado, pero las siguientes clases estuvieran intervenidas por las exigencias de los profesores en avanzar en temas y no hay apoyo hacia actividades grupales que aparentemente desatan el caos de muchos niños hablando, aunque la intención fuese que esta comunicación se diera, pues lo que se busca es que los estudiantes construyan conocimiento de forma colaborativa.</p> <p>Los grupos colaborativos cumplen su función cuando los estudiantes logran tener interés, muestran atención y participan de forma ordenada y respetuosa atendiendo a las condiciones particulares del aula en el que el profesor es un mediador entre el proceso y los aprendizajes, y no se convierte en el único que tiene el conocimiento, puesto que se evidenció en el aula y en las anteriores prácticas que los estudiantes solo creen y toman lo que el profesor dice e ignora y menos precian lo que se construye como estudiante.</p>
--	---

2	Diagnostico	<p>Los estudiantes de forma individual desarrollaron una prueba diagnóstica, la cual contenía varios problemas y situaciones que permitieron ver a nivel individual y grupal entre los dos cursos de cuarto de interpretación, razonamiento y aplicación de los conocimientos, considerados deberían ser previos, según lo reportado por los profesores directores de curso.</p> <p>Dentro de la gestión que se llevó al aula; el darles la prueba sin el título de “evaluación” y haber planteado cada uno de los problemas a los estudiantes, de forma contada como primera medida, permitió a parte de los estudiantes, despertar su interés y hallar sentido a las situaciones que hacían parte de lo que ellos podían dimensionar y notar en su entorno y de esta manera, ellos fueron trazando posibles estrategias de resolución, para luego en el dictado de estas situaciones, los estudiantes reafirmar las condiciones y datos dados por medio de sus respectivos registros.</p> <p>Hacer uso del método de plantear los problemas verbalmente, fue muy útil a la vez para los estudiantes invidentes y la niña de baja visión, dado que también con la ayuda de los recursos que se les proveyó como el ábaco Chino (para las operaciones) y caja de Petri cuadrada con numeración resaltada (para determinar áreas de cuadrados y rectángulos) le permitieron ver sentido y además de resolver, plantear otras posibles situaciones derivadas de estas.</p> <p>Como dificultades que se pueden reconocer dentro de la gestión, se considera la forma de dirigirse a los estudiantes, ya que como profesores de formación, se tiene la costumbre de obviar ciertos detalles, tales como la acentuación y pautas que requieren los estudiantes en su proceso de asimilar lo que se le plantea, en este caso fue dictando números iguales o mayores a cuatro cifras, en donde para los estudiantes es importante hacer énfasis con la acentuación en las unidades de mil en otros casos millón y en general del sistema de unidades decimales, para de esta manera no tener repetir tanto en los dictados; como también es importante en el manejo del grupo no permitir que los estudiantes se paren a preguntar, puesto que esto se presta para que algunos de ellos se dispersen, dado que están en la edad que les gusta sentir la aprobación de lo que hacen y si se atiende en particular algunos, ellos se sienten de cierta forma ignorados y tienden a perder el impulso generado desde la motivación que despierta en su interés de llegar a una respuesta correcta independientemente del camino. Este tipo de preguntas que se generen, son clave para ponerlos en discusión del curso y no quedarse con la parcialidad que se prestó para perder la visión general grupo.</p>
---	-------------	--

Fuente: Elaboración propia

Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de reconocimiento y diagnóstico.



Figura 15. Estudiantes colaborando en etapa inicial de reconocimiento y diagnóstico.

Fuente: Elaboración propia.

En la actividad de reconocimiento no hubo colaboración, dado que no se contó con suficiente tiempo, no se hizo caracterizaciones de los estudiantes ni un acercamiento que permitiera tener mayor información específica de los estudiantes, respecto a sus habilidades colaborativas.

En la actividad diagnóstico, en su inició tampoco hubo colaboración, ya que su desarrollo, fue de manera individual, puesto que se buscaba evaluar los conocimientos previos, así como capacidades que se tienen, dentro de los procesos generales de matemáticas, en el que se evaluó el razonamiento.

Pero en el momento de socializar lo realizado individualmente, los estudiantes que participaron estuvieron acompañados de preguntas que hacían caer en cuenta de errores presentes en la

solución y las intervenciones de compañeros quienes ayudaban a responder las preguntas, corregir los errores y hasta explicar procedimientos algorítmicos y el porqué de ciertas heurísticas utilizadas, pudiéndose observar que los estudiantes estaban vinculando la comunicación, como medio para aprender, retroalimentando, poniendo en discusión y consensuando las respuestas correctas. Evaluando de esta manera además del razonamiento, el nivel de interpretación, argumentación y propuestas ante las situaciones y lo que se manifiesta entre compañeros.

No se tuvo evidencias de ninguna de las institucionalizaciones realizadas con los estudiantes, puesto que tener una cámara grabándolos y tomándoles foto, tendía a distraerlos. Pero en la figura 15, se evidencia la construcción individual del estudiante, de donde se tuvo insumo para la discusión y negociación de las soluciones generales del grupo, a partir del análisis de las diferentes formas de solucionar.

**Aprendizaje de las matemáticas en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa
reconocimiento y diagnóstico colaborativo**

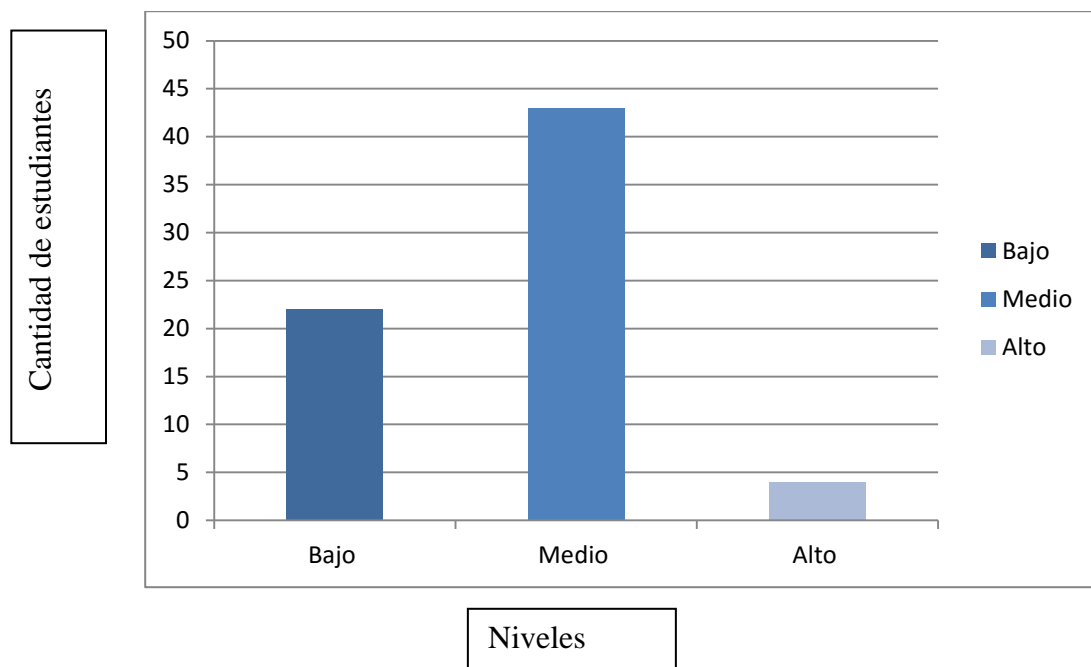


Figura 16: Gráfico de evidencia matemáticas en etapa diagnóstico colaborativo
Fuente: Elaboración Propia.

Esta actividad, constaba de una evaluación de tipo diagnóstico. Esta prueba, se puede encontrar en el anexo 7, consta de 8 incisos, dentro de los cuales 6 son problemas de tipo aditivo, multiplicativo y de división. Por lo tanto los estudiantes debían llegar a interpretar las situaciones, para luego reconocer los conceptos claves para la solución y aplicar estos, así como las operaciones y procedimientos algorítmicos. Es por tanto que además de la interpretación, como una de las competencias, la cual es importante que el estudiante tenga desarrollado o desarrolle para una mejor comunicación, se considera también una de las capacidades que favorecen o no a la comprensión matemática, y esta es el razonamiento.

El desarrollo de esta actividad, como ya se ha dicho antes, en su principio no promovió la colaboración, puesto que se buscaba ver en los resultados individuales, qué conocimientos

previos y dificultades tenían los estudiantes. Es decir tener un conocimiento del estado inicial de los estudiantes.

Consecuentemente en la figura 16, se puede evidenciar que fueron muy poco los estudiantes quienes pudieron resolver las situaciones sin dificultades. Esta cantidad de estudiantes hacen referencia a los estudiantes de que quedaron categorizados en un nivel alto, porque resolvieron en su mayoría las situaciones sin errores aritméticos y procedimentales, logrando también justificar sus respuestas finales. Mientras gran parte de los estudiantes estuvieron en el nivel medio, esta cantidad de estudiantes no resolvieron correctamente más de la mitad de las situaciones, pero algunos procedimientos estaban bien, como fue el caso de los estudiantes que tienen dificultad para la escritura y lectura de números iguales o mayores a 4 cifras números y en el dictado, escribieron mal los números o sumaron mal alguno de los dígitos entre otros detalles, como tampoco dan una justificación clara del porqué de las respuestas o resultados obtenidos. Por último los estudiantes que se encontraron en el nivel bajo, se llegó a reconocer que se estancan porque están esperando que el profesor les diga qué y cómo hacerlo, puesto que no tenían la confianza y había cierta predisposición hacia las situaciones problemas. Es por tanto que tuvieron dificultades para solucionar correctamente más de la mitad de las situaciones aplicando procedimientos algorítmicos, de conteo o estimaciones incorrectas y ninguna de las pocas respuestas fueron justificadas.

Las calificaciones del nivel bajo estuvo entre 1-2.5, nivel medio 2.5-3.5 y nivel alto 3.3-4. Nadie supero esta nota, y no se calificó por debajo de 1, excepto a los estudiantes que no asistieron y en el transcurso de la práctica no presentaron tampoco la prueba.

Logros y reflexiones colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), etapa de profundización colaborativa

Tabla 8

Narración y reflexión etapa de profundización colaborativa colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)

Actividad	Nombre de la actividad	Reflexión
2	Diagnostico (Sesión 3)	<p>Durante esta sesión pasaron aproximadamente el 53% de los estudiantes a resolver los problemas al tablero. Esta participación, puso en evidencia diferentes formas de llegar a los resultados, analizando también los errores presentes en el proceso de resolución. Llegando con esto, a corregir y exponer los razonamientos y heurísticas, las cuales posibilitaron empalmar construcciones individuales con lo que el grupo en general realizó.</p> <p>Identificando con lo anterior, que los mismos estudiantes sin persuasión alguna por parte del profesor, llegaron a las soluciones más eficaces (respecto al tiempo y exactitud en el resultado), atendiendo a las explicaciones entre estudiantes del qué y porqué dadas en un lenguaje natural, permitieron evidenciar expresiones que dan cuenta del desarrollo en la competencia argumentativa y propositiva.</p>

3	Introducción (Sesión 2)	<p>Con lo planeado y diseñado se llega a la conclusión que, para la edad de los estudiantes de cuarto, es más favorable proponer menos cantidad de situaciones, en este caso de instrucciones. Dado que, cuando los estudiantes siguen muchas instrucciones, no logran hacer seguimiento ni resolver los problemas, esto genera frustración, porque al no entender, tienden a revisar lo que han hecho y terminan no resolviendo el problema.</p> <p>Consecuentemente, el estudiante ya no tiene una actitud de persistencia y en tanto su motivación e interés en llegar a encontrar el tesoro se va perdiendo (la cual era la respuesta correcta derivada de un proceso algorítmico bien efectuado y una interpretación y razonamiento adecuado).</p> <p>Como acción de profesor, se optó por hacer aclaraciones sobre la actividad y hacer las primeras dos instrucciones. Esto ayudó a despegar a los estudiantes pero no fue coherente con el rol del profesor el cual busca acompañar los procesos en donde los estudiantes descubren y realizan con sus compañeros; en cambio los estudiantes terminaron siguiendo un esquema preestablecido por el profesor.</p> <p>Respecto a la gestión de las actividades planteadas, se evidencia que es de vital importancia ser más específicos sobre las acciones de los estudiantes, puesto que a pesar que se busque que ellos lleguen a descubrir y pongan en juego la interpretación, comunicación y también la razón. Los estudiantes están completamente acostumbrados a que se les diga el qué, cómo y cuándo de lo que deben hacer. Por lo que, pude que al plantear una situación con las mejores intenciones y expectativas, también se siente cierta frustración al notar que ellos no actúan por sí mismos, por lo tanto es importante entender que desarrollar ciertas capacidades entorno a lo intra e inter personal requiere de un proceso y tiempo, pero los tiempos que se den en cada momento de la sesión es indispensable controlarlos e ir planeando acciones de profesor que generen acciones del estudiante que permitan dichos desarrollos por medio de situaciones, requerimientos, condiciones y objetivos resaltados más constantemente.</p>
4	Definiendo	<p>Al iniciar la clase, la actividad, estuvo tornó en construcción colectiva de definiciones de elementos geométricos inmersos en la discusión de ¿qué es un ángulo? Y las caracterizaciones de las clases ángulos, tomando como referencia el ángulo recto de 90 grados. Pero a la hora de darle formalidad, dando nombres propios, la clase se convirtió magistral y los estudiantes terminaron acoplándose a la dinámica de replicar sin ninguna asociación de esta clasificación. Sin embargo, se atribuye que los estudiantes por sí mismos y de manera individual, dado que por el tiempo quedo extra clase, construyeron diferentes ejemplos de los ángulos y después de ser utilizado el recurso (transportador adaptado en papel) que se les dio para el desarrollo de esta actividad, cada uno investigó sobre este recurso como instrumento de medida, entendiendo a los grados como unidad de medida al igual que los radianes mencionados si ninguna profundización dentro de la institucionalización.</p>

5 ,6 y 7	<p>Construcción y exploración individual y grupal para la clasificación de polígonos (triángulos y cuadriláteros) (sesión 9 10 y 12)</p>	<p>Las actividades 5 y 7 tenían la intención que el estudiante desarrolle la capacidad de clasificar figuras geométricas desde la percepción y los procesos generales de matemáticas de razonamiento y comunicación. Para esto, los estudiantes ubicaron puntos en un plano cartesiano; comprendiendo los puntos como pares ordenados. Consecuentemente encontraron diferentes tipos de triángulos y cuadriláteros a partir de la unión estos puntos, los cuales daban dichas formas geométricas; luego las siguientes situaciones requería que los estudiantes tuvieran en cuenta la nominación de puntos y segmentos para que pudieran ubicar correctamente la medidas de lados y ángulos, para finalmente con esta información se pudiera llegar hacer caracterizaciones y diferencias entre los tipos de triángulos y cuadriláteros.</p> <p>Respecto a la sesión 9 actividad 5, clasificación de los triángulos, se hizo en grupos de 3 estudiantes, en donde establecieron criterios desde un lenguaje natural de posibles agrupaciones de triángulos de acuerdo a las similitudes y diferencias en las propiedades geométricas que indicaban la medida de sus lados y ángulos cualesquiera que fueran sus medidas en particular, llegando a comparar (mencionando las medidas de lados y ángulos son iguales, menores o mayores a), para finalmente empalmar con la practicante y el grupo de cuarto en general los criterios, teniendo en cuenta la medida de lados como: Isósceles, equiláteros y escalenos y criterios de medida de los ángulos, como: Acutángulos, rectángulos, obtusángulos y llanos.</p> <p>En la sesión 10, actividad 6, los estudiante lograron definir en primera medida en parejas rectas paralelas y perpendiculares por medio de palos de balso, luego con cada uno de los grupos de cuarto, se institucionalizó las definiciones, acordando con todos dicha definición, Entonces con las preguntas de la practicante se busca la participación voluntaria y autónoma, por lo que algunos grupos manifestaron que para saber si era paralela o perpendicular, sólo con ver o sentir (caso de estudiantes invidentes) la inclinación de dichas rectas representadas con los palos de balso ,notaron indispensable que la recta no tiene fin y que a pesar que se muestre cortas, al prolongar dichas rectas(ellos pusieron palos de balso encima) al cruzarse estas rectas ya se sabe que no son paralelas, pues se reconoció que para ser paralelas nunca se deben encontrar o cortar estas rectas, luego para identificar si dos rectas perpendiculares reconocieron que se deben formar ángulos rectos independiente en como estén ubicadas las rectas.</p> <p>Luego en la sesión 12, actividad 7 los estudiantes tuvieron en cuenta el concepto que estructuraron de lados paralelos y perpendiculares, para establecer caracterizaciones y diferencias entre los cuadriláteros que obtenían (con el proceso ya explicado de ubicar los puntos en el plano cartesiano, unirlos y nominar los vértices y segmentos). La practicante da los nombres formales a cada una de las figuras obtenidas y las dibujó en el tablero</p>
----------	--	--

	<p>poniendo a las medidas letras y no números.</p> <p>Como lo que se pretendía era un aprendizaje colaborativo a través del trabajo colaborativo, la construcción de conocimientos, a propósito de la intención que se tiene para que los estudiantes lleguen clasificar y diferenciar finalmente algunos de los cuadriláteros, se tomó como insumo la elaboraciones individuales entre los grupos de personas que se organizarán con el propósito que cada uno de estos realice una exposición de uno de los cuadriláteros. Por lo que la cantidad de personas por grupo y los cuadriláteros específicos a conocer, se especifican a continuación:</p> <p>Grupo 1: Cuadrados y decir falso o verdadero a la siguiente información: “un cuadrado puede ser un rombo pero no todo rombo puede ser un cuadrado”, (Se dejan las 4 personas conformadas con las dos parejas que están entre puestos)</p> <p>Grupo 2: Trapecios (8 estudiantes), se aclaró que la exposición será llevado a cabo por 4 de los estudiantes escogidos al azar, aunque la nota fue para los 8 estudiantes y se escogen parejas para dibujar en diferentes perspectivas y definir en las carteleras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trapecios rectángulos (una pareja) • Trapecios Isósceles: (una pareja) • Trapecios Escalenos: (una pareja) • Trapezoides: (una pareja) <p>A estos grupos se les provee una hoja adicional que permite hacer más clara las propiedades particulares de cada tipo de trapecio y que los diferencia incluido en trapezoide.</p> <p>Grupo 3: (6 estudiantes), al igual que los demás, representan, definen: Rombos (3 estudiantes) Romboide (3 estudiantes)</p> <p>A estos grupos se les provee una hoja adicional que permite hacer más clara las propiedades particulares</p> <p>Grupo 4: Rectángulos y paralelogramos(6 estudiantes)</p> <p>La exposición finalmente no se alcanzó a llevar a cabo pero sin embargo los estudiantes trabajaron con las siguientes condiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definir el cuadrilátero correspondiente a su grupo de exposición. • Cada estudiante debe representar este cuadrilátero en diferentes posiciones y tamaños al de los integrantes de su grupo. • Registrar o manifestar preguntas si es necesario.
--	---

		<p>A los estudiantes se les dio papel craft, papel periódico, lana y colbón además de los materiales que a ellos se les ha pedido para todas las clases (regla, lápiz y borrador), con la intención de darles los utensilios necesarios para elaborar carteleras a la vista de los videntes y al pegar la lana esta quedo en alto relieve para los estudiantes invidentes, quienes tuvieron el acceso a estas para reconocer y diferenciar y clasificar los cuadriláteros con ayuda de las definiciones que realicen en conjunto en su grupo y las definiciones que hicieron los demás compañeros, a ellos además se les dio recortes de estos polígonos después de que ellos encontraran los polígonos ubicando los puntos en el plano cartesiano de pared.</p> <p>Es en tanto que el trabajo colaborativo, estuvo de cierta forma forjado al delegar corresponsabilidad, que implica estar pendiente de todo pero desde la autonomía del estudiante para construir sus aportes, en la exploración individual y confrontación grupal. Se consideró necesario, puesto que los estudiantes los mueve tener implicaciones, sea en este caso de nota, aunque se considera, no debería ser así, pues se busca llegar desde su motivación por aprender, pero de esta manera se logró que unos estudiantes movieran a otros a responder por un objetivo común, ya que se verían afectados si parte de su grupo no tuviera idea de lo que se hizo. Dentro de las mismas carteleras había espacio para que los estudiantes pongan en juego definiciones, ideas y preguntas aportadas en su debido consenso y no entre los integrantes. Además los estudiantes no debían solo atender a su respectivo cuadrilátero, pues se pedía ir consignando en su cuaderno lo de todos los cuadriláteros expuestos. Siendo la practicante quien dirige y condiciona el espacio de exposiciones para llegar a definir formalmente, diferenciar todos los cuadriláteros y mostrar propiedades que no fueron percibas por los estudiantes, como lo fueron la particularidad de las diagonales perpendiculares de los rombos y oblicuas de los romboides.</p>
--	--	---

Fuente: Elaboración propia

Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de profundización colaborativa.

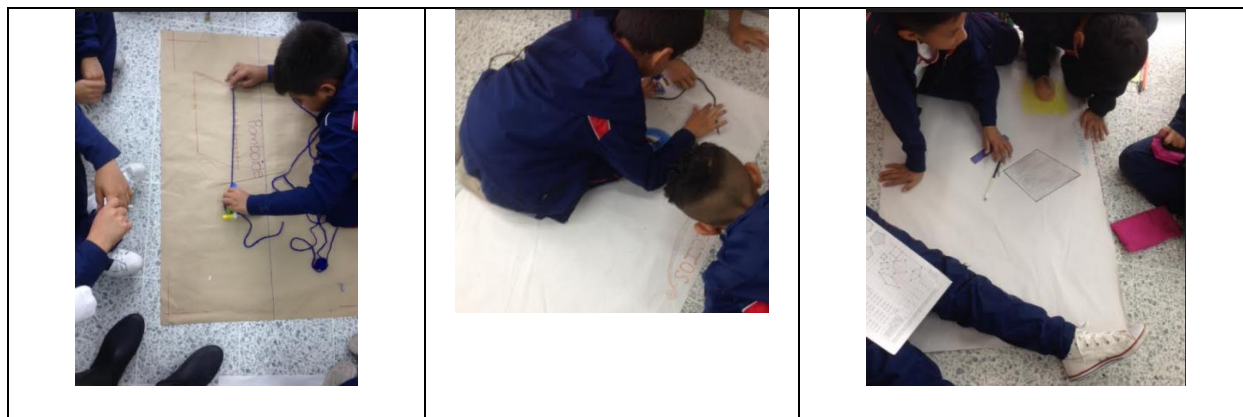


Figura 17. Estudiantes coordinando acciones a realizar.

Fuente: Elaboración propia

Figura 18. Grupo de estudiantes cumpliendo diferentes funciones con responsabilidad individual.

Fuente: Elaboración propia

Figura 19. Grupo de estudiantes, retroalimentando el trabajo de todos.

Fuente: Elaboración propia

En esta etapa, se le da más libertad a los estudiantes de explorar, pero se les exige expresar definiciones más claras, concretas y que involucren el objeto matemático de manera general, dejando dentro del proceso, los casos particulares y construir en equipo definiciones, atendiendo también a los nuevos conocimientos que les exponga los demás grupos, ya que se evalúa de manera individual y grupal, si el estudiante está en disposición de escucha, considerando en esta medida, la importancia que le da a sus pares.

La figura 16, es evidencia de un estudiante, quien coordina cómo sería la organización del trabajo de cada uno de sus compañeros del grupo, mostrando un bosquejo de cómo quedaría el trabajo si lo hacen de esta manera, que propone. Sus compañeros mientras tanto evidencian hacer una evaluación de esto que propone y lo ponen en consideración, consensuando algunos cambios. En la figura 17, a pesar que son diferentes estudiantes, se puede evidenciar, que ellos, ya se han delegado trabajos autónomamente y se encaminan a un objetivo común, estando los de afinidad interpersonal ayudándose más entre sí y otro estudiante poniendo su propio estilo al trabajo, sin afectar la armonía de lo que hacen sus compañeros de grupo. Mostrando de esta manera, la responsabilidad que adquiere de manera individual cada estudiante ante sus funciones y el trabajo en su totalidad.

Finalmente en la figura 19, en particular, es la evidencia de otro grupo de estudiantes, en donde un estudiante está concentrado en lo que debe hacer, pero el resto de estudiantes están retroalimentando lo que se ha hecho, llegando a manifestar que según lo que identificaron de la hoja que tiene una de sus compañeras (en donde están todos los cuadriláteros impresos y con información de medidas de lados y ángulos), no habían notado que si trazaban las diagonales de los rombos obtenían rectas perpendiculares, formando ángulos de rectos. Además, que la persona que había dibujado este rombo, no tuvo en cuenta que los lados opuestos eran de la misma medida, aunque resaltaron que en el dibujo de estos lados opuestos, su compañero, tuvo en cuenta que eran paralelos. Es en tanto que entre los mismos estudiantes tienen una complementariedad, ayudándose entre sí, para que desde la perspectiva de estudiantes que son más observadores, los estudiantes que no lo son, lleguen a percibir y reconocer más allá, de lo

que por si mismos podrían tener en cuenta para sus conceptualizaciones que se derivan del hecho de definir en grupos, a partir de su exploración individual.

Aprendizaje de las matemáticas en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de profundización colaborativa

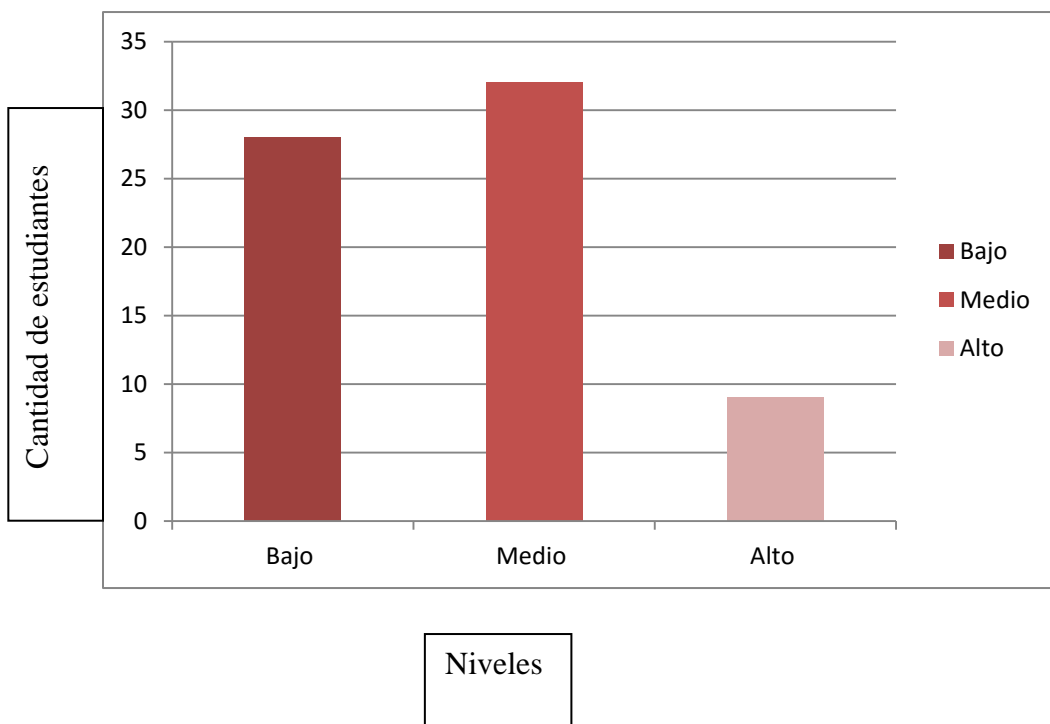


Figura 20: Gráfico de evidencia matemáticas en etapa profundización colaborativa

Fuente: Elaboración Propia.

La actividad constaba de una situación contextualizada, en donde los estudiantes debían seguir unas instrucciones para llegar a un tesoro (evidenciable en el anexo 8). Encontrar el tesoro implicaba llegar al objetivo común y didáctico. Pero como ya se ha mencionado en las reflexiones, poner muchas instrucciones, a pesar que permitió que el estudiante enfatizara por una parte en la interpretación de lo que leía alguno de sus compañeros de grupo y reforzara el uso de las operaciones elementales, llegó a frustrar algunos estudiantes, quienes llegaban hasta olvidar este objetivo común.

Se evidencia entonces que a pesar que se mantiene la mayor concentración en el nivel medio, la concentración de personas que quedaron en el nivel bajo y alto incrementaron, pero en mayor cantidad en el nivel bajo. Esto se debe a que los estudiantes evidencian en esta etapa, retraerse a las acciones autónomas en una parte, puesto que esperan que se les diga qué, cómo y de qué manera hacerlo, por lo que en el nivel bajo, se pueden identificar a los estudiantes que no estuvieron disposición a esforzarse lo suficiente para comprender por ellos mismos las situaciones, en cambio hubo una parte de estudiantes (nivel alto), quienes estuvieron muy concentrados y pudieron resolver las situaciones sin errores y en la menor cantidad de tiempo y preguntas que ellos mismos podían darle solución . Los estudiantes de nivel medio, tuvieron un buen desempeño, pero tuvieron descuidos que afecto los resultados finales al resolver las situaciones.

Las calificaciones del nivel bajo estuvo entre 1-2.5, nivel medio 2.5-3.5 y nivel alto 3.3-4. Nadie superó esta nota, y no se calificó por debajo de 1.

Logros y reflexiones colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), etapa reconocimiento y diagnóstico

Tabla 9: *Narración y reflexión etapa reconocimiento y diagnóstico colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)*

Actividad	Nombre de la actividad	Reflexión
1	Reconocimiento	<p>Al ser esta actividad imprevista y contar con poco tiempo, dado que los profesores tenían actividades planeadas para estas dos horas para cada curso, por lo que dentro de este tiempo, los profesores cedieron máximo media hora, es por esto que no se logra un mayor acercamiento con los estudiantes, específicamente lo que se realiza con uno de los cursos (grado 403) es una pequeña presentación, un contrato didáctico en el que la profesora sugiere unas condiciones de respeto, disposición y responsabilidad en clase como estudiantes y profesora, llegando ellos a responder en general estar de acuerdo.</p> <p>Con el otro curso (404) además de la presentación y contrato didáctico los estudiantes alcanzan a presentarse y dar información voluntaria sobre sí mismos y siguiendo la cadena de lo que dicen sus demás compañeros.</p> <p>En esta etapa se alcanzó a tener una información general del grupo respecto en donde el promedio de la edad es de 10 años, algunos nombres. Además, con la actividad de repetir lo que dicen los demás, se llegó a evidenciar que los grupos no se conocían todos entre sí, dado que no sabían con precisión ni el nombre de alguno de sus compañeros.</p> <p>Estos acercamientos, estuvo acompañada de pequeñas entrevistas no estructuradas a los profesores. En el que los profesores comentaban libremente dificultades de los estudiantes en particular con los niños invidentes y de baja visión, en el que se les daba las clases con explicaciones en el tablero y ellos algunas veces se pierden en seguir la información de las voces; pero los profesores centran su discurso en reiterar las temáticas trabajadas y a trabajar en los próximos dos primeros periodos. El enfrentarse a 66 estudiantes de 71, que asistieron este día, en sólo una hora (aproximadamente), sin una actividad concreta que fuera eficaz para la caracterización de los estudiantes y escuchando reiteradamente la exigencia de los profesores en alinearse con las temáticas del curso en el que el profesor está obligado a lograr avanzar en estas, desde lo contemplado en el proyecto educativo institucional, hizo desviar la intención de ir incentivando desde un inicio el trabajo colaborativo.</p>

	<p>Pero si bien, lo que se buscaba es demostrar que el trabajo colaborativo potencia el aprendizaje, entonces el cuestionamiento interno de cada una de las sesiones que se hace como profesor es ¿qué se debería hacer para que se establezca un trabajo colaborativo en el aula?, lo que implica pensar en cómo promover un trabajo colaborativo desde un primer encuentro. Al desarrollar la actividad el docente observó que se reiteró en prácticas tradicionales en los cuales se preguntan por aspectos muy generales...de cada uno de los estudiantes que al fin de cuentas al no contar con una memoria privilegiada, gran parte de esta información no es guardada en la memoria.</p> <p>Entonces, es importante hacerse un replanteamiento de qué hacer en este tipo de actividades, por lo que en el transcurso de las actividades, se llegó a la conclusión que este es un buen momento para realizar una caracterización de los estudiantes con una pequeña encuesta, realizar dibujo que a ellos les gusta realizar, estructurar algún tema que incentive al debate para así obtener información más profunda de la procedencia, contextos, relaciones y emociones que arraigan sus creencias para así caracterizar a los estudiantes, en relación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Del razonamiento ante situaciones. • La argumentación y forma de comunicar sus ideas. • Respeto, atención e interpretación de lo que aportan los demás. • Reconocer diferentes capacidades y cualidades de cada estudiante para atribuir funciones indispensables dentro de un grupo, de esta manera tener la posibilidad de constituir equipos de trabajo dentro de los diferentes grupos. <p>Este último, se considera vital para que el profesor pueda en el futuro organizar grupos de estudiantes que funcionen como equipo, logrando empatar dentro de su heterogeneidad, roles y funciones dentro de un grupo para legar a objetivos de aprendizaje comunes.</p> <p>Por otra parte, se realizó el test de la familia y encuesta sobre su vida y actividades que pongan en evidencia las habilidades de los estudiantes, puesto que esto se tenía planeado, pero las siguientes clases estuvieran intervenidas por las exigencias de los profesores en avanzar en temas y no hay apoyo hacia actividades grupales que aparentemente desatan el caos de muchos niños hablando, aunque la intención fuese que esta comunicación se diera, pues lo que se busca es que los estudiantes construyan conocimiento de forma colaborativa.</p> <p>Los grupos colaborativos cumplen su función cuando los estudiantes logran tener interés, muestran atención y participan de forma ordenada y respetuosa atendiendo a las condiciones particulares del aula en el que el profesor es un mediador entre el proceso y los aprendizajes, y no se convierte en el único que tiene el conocimiento, puesto que se evidenció en el aula y en las anteriores prácticas que los estudiantes solo creen y toman lo que el profesor dice e ignora y menos precian lo que se construye como estudiante.</p>
--	--

2	Diagnostico	<p>Los estudiantes de forma individual desarrollaron una prueba diagnóstica, la cual contenía varios problemas y situaciones que permitieron ver a nivel individual y grupal entre los dos cursos de cuarto de interpretación, razonamiento y aplicación de los conocimientos, considerados deberían ser previos, según lo reportado por los profesores directores de curso.</p> <p>Dentro de la gestión que se llevó al aula; el darles la prueba sin el título de “evaluación” y haber planteado cada uno de los problemas a los estudiantes, de forma contada como primera medida, permitió a parte de los estudiantes, despertar su interés y hallar sentido a las situaciones que hacían parte de lo que ellos podían dimensionar y notar en su entorno y de esta manera, ellos fueron trazando posibles estrategias de resolución, para luego en el dictado de estas situaciones, los estudiantes reafirmar las condiciones y datos dados por medio de sus respectivos registros.</p> <p>Hacer uso del método de plantear los problemas verbalmente, fue muy útil a la vez para los estudiantes invidentes y la niña de baja visión, dado que también con la ayuda de los recursos que se les proveyó como el ábaco Chino (para las operaciones) y caja de Petri cuadrada con numeración resaltada (para determinar áreas de cuadrados y rectángulos) le permitieron ver sentido y además de resolver, plantear otras posibles situaciones derivadas de estas.</p> <p>Como dificultades que se pueden reconocer dentro de la gestión, se considera la forma de dirigirse a los estudiantes, ya que como profesores de formación, se tiene la costumbre de obviar ciertos detalles, tales como la acentuación y pautas que requieren los estudiantes en su proceso de asimilar lo que se le plantea, en este caso fue dictando números iguales o mayores a cuatro cifras, en donde para los estudiantes es importante hacer énfasis con la acentuación en las unidades de mil en otros casos millón y en general del sistema de unidades decimales, para de esta manera no tener repetir tanto en los dictados; como también es importante en el manejo del grupo no permitir que los estudiantes se paren a preguntar, puesto que esto se presta para que algunos de ellos se dispersen, dado que están en la edad que les gusta sentir la aprobación de lo que hacen y si se atiende en particular algunos, ellos se sienten de cierta forma ignorados y tienden a perder el impulso generado desde la motivación que despierta en su interés de llegar a una respuesta correcta independientemente del camino. Este tipo de preguntas que se generen, son clave para ponerlos en discusión del curso y no quedarse con la parcialidad que se prestó para perder la visión general grupo.</p>
---	-------------	--

Fuente: Elaboración propia

Evidencia y reflexión de la colaboración de los niños en el aula de matemáticas, experiencia en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de evaluación colaborativa.



Figura 21. Estudiantes colaborando en etapa desarrollo colaborativo

Fuente: Elaboración propia

Figura 22. Estudiantes colaborando en etapa desarrollo colaborativo

Fuente: Elaboración propia

Las figuras 21 y 22 tienen en común, que los estudiantes tienden a tener disposición de escucha y de complementariedad con sus compañeros. Dado que buscan sacar del error a sus compañeros, explicándoles el cómo y por qué. De esta manera, la estudiante, muestra mejorar notablemente su forma de comunicarse, siendo respetuosa, comprensiva sobre lo que hacen los demás, enriqueciendo así su forma de argumentación por medio de justificaciones razonables, y su interpretación. En el caso de la figura 21, es una foto tomada en el desarrollo de la actividad 7 del anexo 11 y retroalimentando lo realizado en el anexo 9, en donde uno de los estudiantes ha ubicado mal los puntos en el plano cartesiano y

una de las figuras a las que llegó no correspondía a ninguno de los polígonos que se estaba estudiando, es por tanto que la estudiante además de mostrar cómo ubicar los puntos en el plano cartesiano, hizo caer en cuenta al estudiante que no estaba tomando bien los puntos como pares ordenados y que este mismo número, en el eje x e y , le permitía también saber las medidas no explícitas de los cuadriláteros y triángulos analizados. En la figura 22 referente al desarrollo de la actividad 5 anexo 10, se evidencia el estudiante invidente enseñándole a su compañero un ejemplo de recta paralelas, dada una que puso la profesora, para ello se les pido que definieran qué era las rectas paralelas y perpendiculares y otros estudiantes intervinieron para hacer referencia a la misma inclinación y que estas nunca se cruzan, los estudiantes invidentes por su parte en un principio tuvieron dificultad para comprender este concepto dado que se corrían los palos de balsa, para ello sus compañeros le ayudaron a representar estos tipo de rectas pero en un leve movimiento, su compañera también invidente, les hace caer en cuenta que a pesar que parecían ser paralelos no lo eran, dado que una leve inclinación y prolongar estos palos con otros palos de balsa, estas dos rectas se iba a encontrar en algún momento, entonces, por lo institucionalizado en clase, sobre la definición de rectas paralelas y perpendiculares, esto no podía pasar.

Aprendizaje de las matemáticas en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I). Etapa de evaluación colaborativa

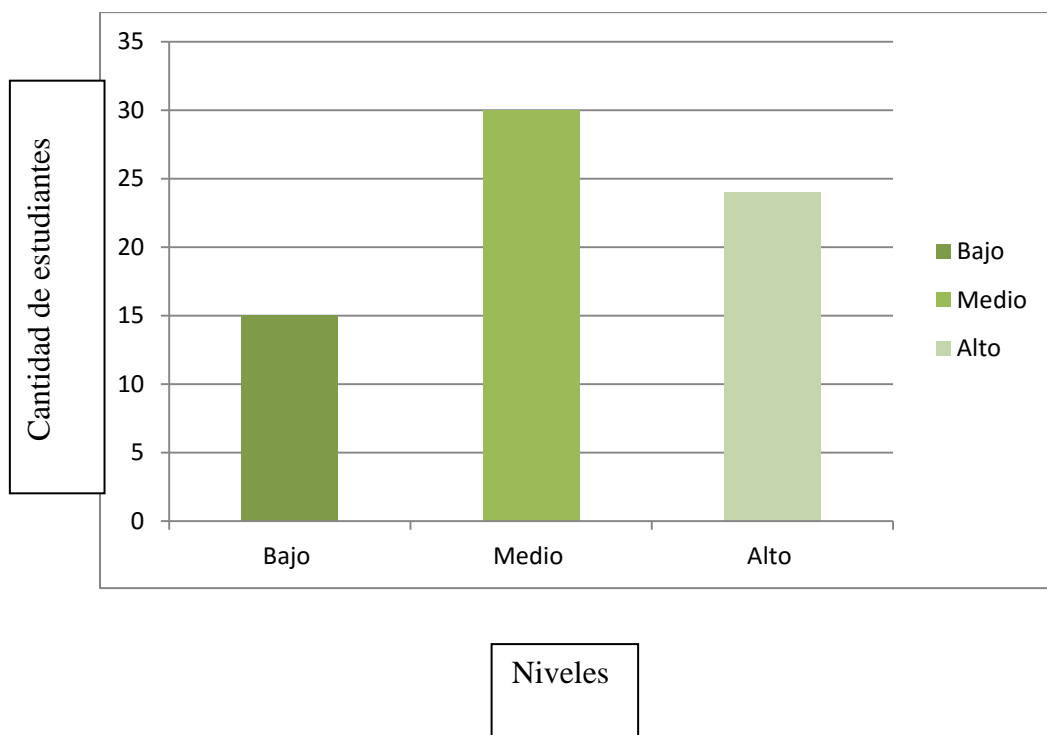


Figura 23: Gráfico de evidencia matemáticas en etapa evaluación colaborativa

Fuente: Elaboración Propia.

La evaluación colaborativa estuvo presente en la observación de todas las actividades, pero en particular en las actividades 2,4 y 7, en donde se desarrolló una situación contextualizada (anexo 8) en la actividad 2 y las otras dos con dos situaciones no contextualizadas pero si con una articulación de la transversalidad entre los pensamientos matemáticos (geométrico, numérico y métrico), en donde se demandaba el desarrollo de la capacidad de razonamiento y comunicación, así como las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva para justificar cada una de las acciones y explicar su procedimiento en las institucionalizaciones, en donde se debatía la veracidad de lo que se

decía o hacía y se llegaba a negociaciones de los procedimientos, estrategias y conocimientos necesarios para llegar a las respuestas.

Se puede evidenciar en la figura 23, que se mantuvo la mayor concentración en el nivel medio también, pero un incremento considerable de nuevo en el nivel alto y disminución en el nivel bajo. Esto se debe a que los estudiantes demandaban más tiempo para la resolución de situaciones, en donde se logró en algunos estudiantes romper el paradigma de que se le dijera qué y cómo hacer, a no ser que fuera estrictamente necesario (instrucciones de la actividad). Este incremento en el nivel alto, aunque no creció considerablemente como se esperaba, fue muy significativo, respecto al efecto que tuvo en los estudiantes, puesto que incrementó con esta cantidad, la cantidad de estudiantes quienes perdieron un poco el miedo hablar y proponer con sus compañeros, puesto que los errores no fueron medio de represión, sino insumo para aprender.

Los estudiantes del nivel bajo, parece importarles solo llegara los resultados, sin interés en defender lo que pueden proponer y lo que ellos pueden llegar hacer, en cambio los estudiantes del nivel medio, son estudiantes quienes se les atribuye el esfuerzo por hacerse notar, aportando en la medida de sus capacidades, pero tienden a no justificar y reforzar la validez de lo que plantean, por lo que además de perder confianza en sus compañeros, pierde confianza en sí mismo y de esta manera pierde interés y persistencia en algunas actividades.

Las calificaciones del nivel bajo estuvo entre 1-2.5, nivel medio 2.5-3.5 y nivel alto 3.3-4. Nadie supero esta nota, y no se calificó por debajo de 1. Pero algunos de los estudiantes del nivel bajo estuvieron afectados por algunas inasistencias, entre las tres actividades, dentro de las cuales dependían de las construcciones que se hacían con las demás clases.

Reflexiones de la práctica pedagógica y la colaboración.

En el proceso y la experiencia en los dos cursos de esta investigación se realizaron reflexiones a través de la observación, se encontraron categorías de análisis colaborativos los cuales se plasmaron en las redes.

A continuación, se presenta las categorías halladas de colaboración en el aula de clases en el colegio Porfirio Barba Jacob.

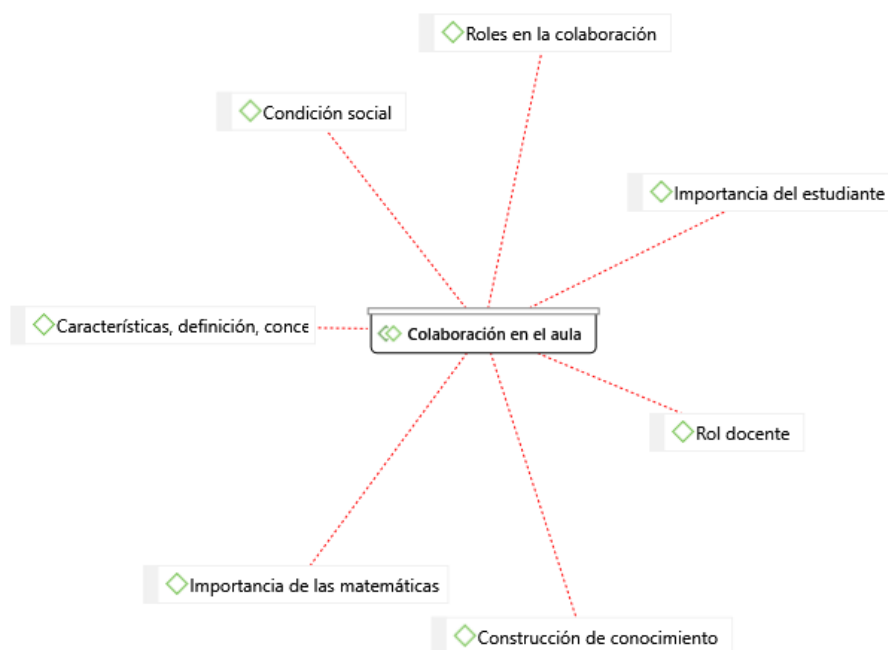


Figura 24: Mapa de categorías de colaboración en el artículo de reflexión referente a la práctica pedagógica en el colegio Porfirio Barba Jacob.

Fuente: Elaboración propia.

Durante el ejercicio de colaboración se encontró que el docente era quien inicialmente guiaba al grupo, para mostrar la forma en que se podía colaborar durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Posteriormente el docente cumplió un papel de compañero, como un integrante más en la construcción de conocimiento. En la colaboración es importante tener claro en el análisis su definición, concepto y las características de la misma, para así poder identificar en que momento los estudiantes están trabajando

colaborativamente, más allá de la cooperación. El estudiante es la figura más importante en el proceso de aprendizaje porque es quien realmente se está aprovechando de todo la situación pedagógica que se genera en el aula, por tanto es una categoría que se resaltó en el aula de clases por vital en el constructivismo y la propuesta de colaboración en el aula. Por ser una propuesta que involucra las matemáticas, estas también juegan un rol importante, pero es secundario en la medida que se prima la parte social, ya que es a través de la interacción social donde se construye conocimiento, es en sociedad como se sobre vive en el día a día.

Categorías de colaboración reflejadas en las fotos tomadas en el aula de clases de matemáticas del curso aceleración, colegio Porfirio Barba Jacob.

A continuación se reflejan las categorías de colaboración encontradas en las discusiones y reuniones plasmadas en fotografías, estas durante todo el proceso de aprendizaje colaborativo:



Figura 25. Mapa circular de categorías colaborativas halladas en las fotos tomadas de la experiencia en el colegio Porfirio Barba Jacob

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 25 se puede evidenciar que en el aula de clases de matemáticas existen diferentes temáticas y categorías colaborativas, tales como el trabajo grupal y el individual visto como aportes que ayudan a la construcción grupal o argumentos dialogísticos y vivenciales que ayudan al consenso del conocimiento matemático grupal.

De nuevo en las fotos se evidenció la parte social y las interacciones que influyen en el constructivismo propuesto, esta manera de producir conocimiento matemático tiene la ventaja de fortalecer las relaciones sociales, en la experiencia se evidenció que los estudiantes se hicieron más amigos y tolerables entre sí, también las relaciones entre estudiante y docente se fortalece en el sentido de la confianza, la autonomía y el compromiso con su propio conocimiento.

Inicialmente los estudiantes por timidez tenían poca participación, se evidencio en las fotos que a medida que avanzaban las actividades, los estudiantes participaban cada vez más de manera autónoma e incluso hubo ocasiones en que la mayoría querían participar y se debían asignar turnos para la socialización que querían hacer. La participación es igualmente importante en la construcción social de conocimiento porque es a través de ella que se pueden escuchar, las opiniones o apuntes que el estudiante quiera dar a conocer los estudiantes con la ayuda de su grupo lleguen interpretar, razonar y aplicar sus conocimientos y habilidades.

Categorías de colaboración en la observación del trabajo del grado cuarto del colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I).

A continuación se presenta las categorías encontradas de colaboración en el aula de clases referente a la experiencia con el grado curato en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I), las cuales se sacaron de un artículo de reflexión realizado con todo lo propuesto y encontrado bajo la metodología de colaboración en el aula de matemáticas en este curso.

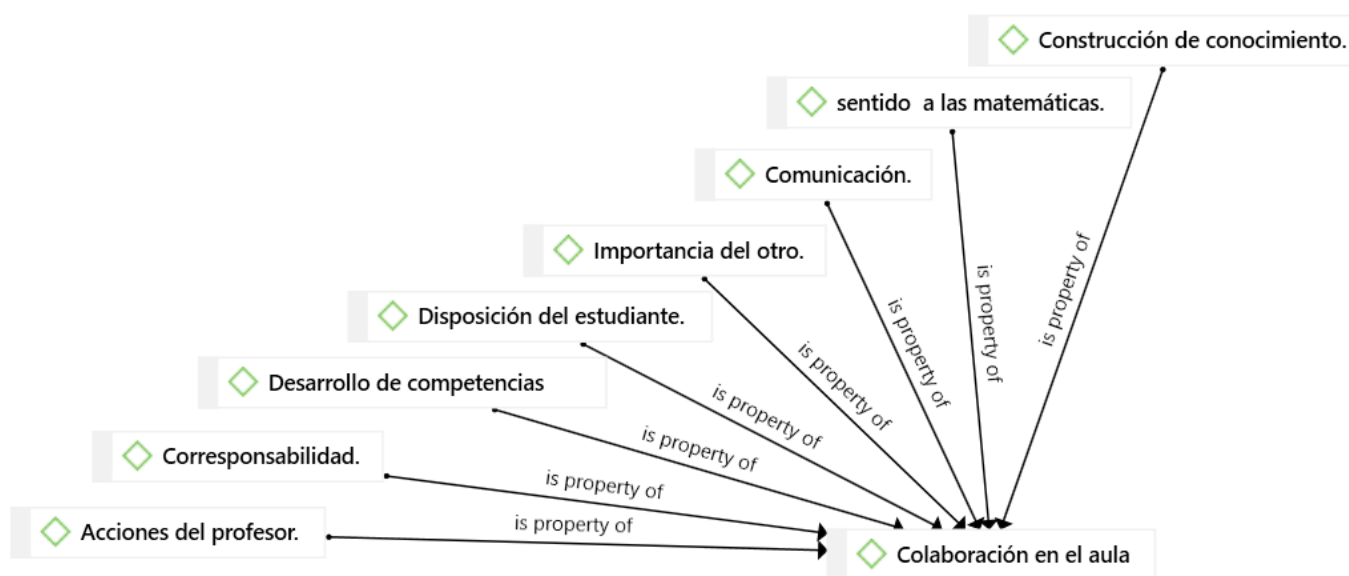


Figura 26: Mapa de categorías de colaboración en las reflexiones realizadas sobre las observaciones realizadas y mencionadas anteriormente en las reflexiones, referente a la práctica pedagógica en el colegio O. E. A. (sede B Antonia Santos I)

.Fuente: Elaboración propia.

Desde el análisis cualitativo de la información que se realizó con ayuda del programa Atlas ti, se reconocieron ocho categorías, las cuales se identifican como propiedades que se otorgan a la categoría de colaboración en el aula. A pesar que no se muestra, existe una estrecha relación entre estas ocho categorías, contempladas para atribuir indicadores que denoten la habilidad de colaboración entre estudiantes.

Como primera medida, está la *acción del profesor*, referida a los roles, funciones y decisiones consumadas por el profesor antes, durante y después de la gestión en el aula.

Para ello, el rol del profesor es ser mediador entre el conocimiento y aprendizaje colaborativo. El trabajo estuvo en establecer una *corresponsabilidad*, que implicaba inculcar en los estudiantes la responsabilidad que tiene todo el grupo, durante todo el proceso para llegar a objetivos comunes, siendo entonces responsables no solamente de lo que individualmente se delegaban o delegaba la profesora (al establecer roles dentro de cada grupo), sino que también de lo que todo su grupo hacía, puesto que se veía afectado o beneficiado de sus resultados compartidos.

Para que realmente fueran objetivos “comunes”, se plantearon situaciones contextualizadas que involucraran a los estudiantes e hicieran de la actividad matemática un camino, en donde el grupo debía reconocer la finalidad, marcando el objetivo común y general de la actividad, considerando implícitamente también, los objetivos específicos que acompañaban su proceso y daban respuesta al cómo llegar a dicho objetivo general. Estas situaciones demandaban el desarrollo de algunos procesos en matemáticas; en específico el razonamiento y comunicación. Siendo la *comunicación* fundamental para la colaboración, puesto que como ya se ha dicho, todos debían dar respuesta del todo el trabajo y no sólo de una parte, por lo que los aportes debían ser explicados y comprendidos entre ellos. Considerando entonces la *importancia de los aportes del otro* y entre pares, para lo cual, se requiere además, que el estudiante *desarrolle competencias* básicas de interpretación, argumentación y como persona propositiva, desde las habilidades comunicativas de las construcciones de conocimientos y desarrollos individuales en matemáticas. De esta manera los estudiantes autónomamente van elaborando aportes consientes sobre las actividades, tomando entonces el *sentido a las matemáticas*.

Es entonces, que una de las condiciones, que permiten el desempeño de los estudiantes, es su *disposición*, siendo responsable, compartiendo y dando sus aportes para la generación de discusiones, debates que posibiliten la negociaciones, las cuales, se llevaron a cabo en las institucionalizaciones de cada una de las actividades planteadas, en donde se formalizaba a través de las competencias comunicativas puestas en juego.

Categorías de colaboración de las reflexiones de todas las sesiones de clases en esta práctica pedagógica en ambos colegios del sur de Bogotá

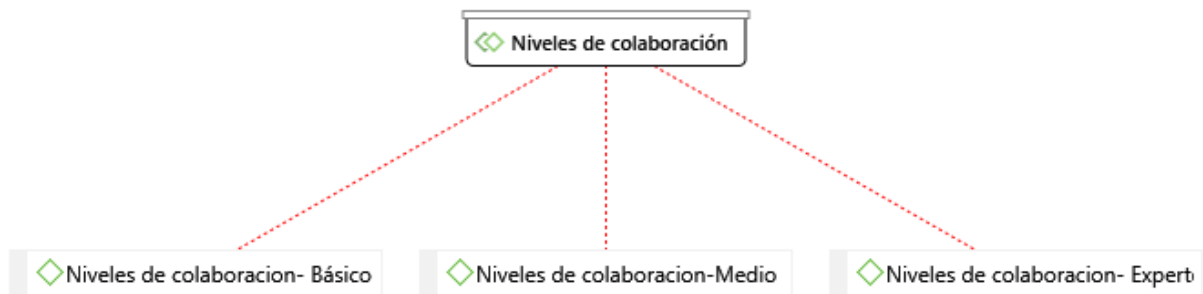


Figura 27: Mapa categoría de niveles de colaboración en las reflexiones de las sesiones de clases, referente a la práctica pedagógica.

Fuente: Elaboración propia.

El anterior mapa corresponde a la categoría de colaboración llamada niveles de colaboración, como se evidencia hubo tres niveles, lo que se da a entender que los estudiantes pasaron por los tres niveles en diferentes etapas de la construcción de conocimiento matemático colaborativo, en el nivel básico los estudiantes tenían algunas nociones intuitivas de lo que es colaborar y trabajar en grupo, lo que se propuso y se logro era que los estudiantes llegaran a un nivel experto. En el nivel medio, los estudiantes

trabajan autónomamente proponiendo estrategias colaborativas, el docente empieza a ser un integrante más del grupo, en esta etapa los estudiantes proponían conocimiento por medio de debates y discusiones, pero aun en ocasiones necesitaban que dicho conocimiento fuese validado por el docente, el grupo generalmente se mantuvo en esta etapa de los niveles colaborativos, ya a finales del curso los estudiantes mostraban indicios de un nivel colaborativo experto donde por autonomía no necesitaban que el docente validara el conocimiento que ellos mismos construían por medio de las actividades propuestos por el docente, en este nivel se toman roles autónomamente y salen liderazgos sin necesidad de ningún tipo de presión.

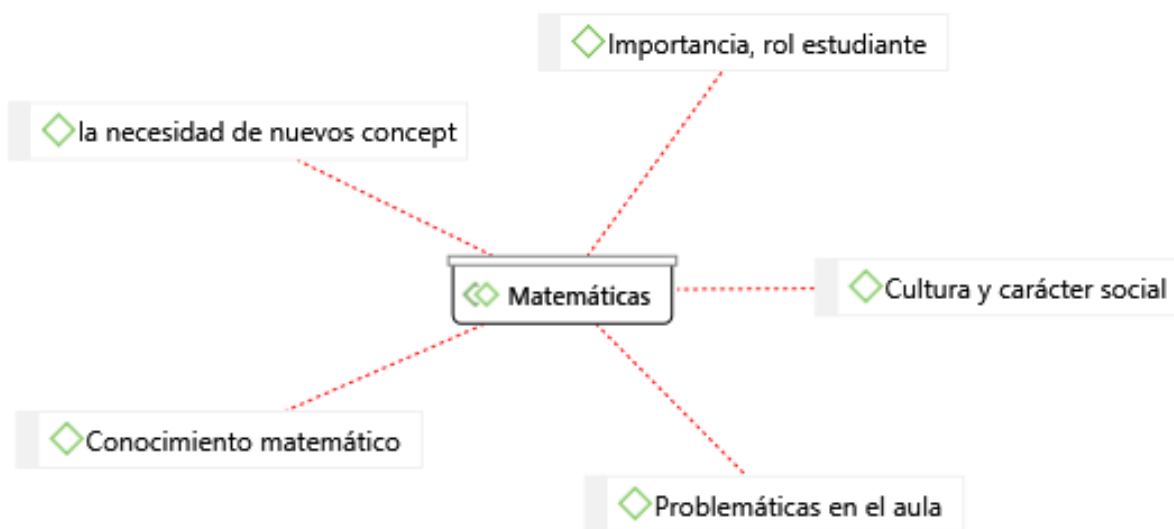


Figura 28: Mapa de categoría de matemáticas y colaboración en las reflexiones de las sesiones de clases.

Fuente: Elaboración propia.

La construcción de matemáticas en el aula de clases según la propuesta de colaboración en el aula, se hace en sociedad, donde el conocimiento matemático es consensuado, y puesto a consideración por medio de debates, discusiones y propuestas que son defendidas por

medio de argumentos dialogísticos o vivenciales verificables en el diario vivir, en esta práctica se pudo evidenciar como los estudiantes proponían desde sus propias experiencias y desde lo que conocían tanto dentro como fuera del aula de matemáticas. Lógicamente en medio de dicha construcción en el aula se pueden dar problemáticas debido a intolerancia en el aula por diferentes razones, por ser culturas diferentes y por falta de experiencia trabajando constructivamente, pero en esta práctica pedagógica se logró evidenciar que tales cosas se superaron, y se aprovechó las diversidades en el aula para producir un conocimiento matemático más nutrido, es así la cultura y el carácter social de nuevo se rescató en toda la historia y el proceso de la práctica.

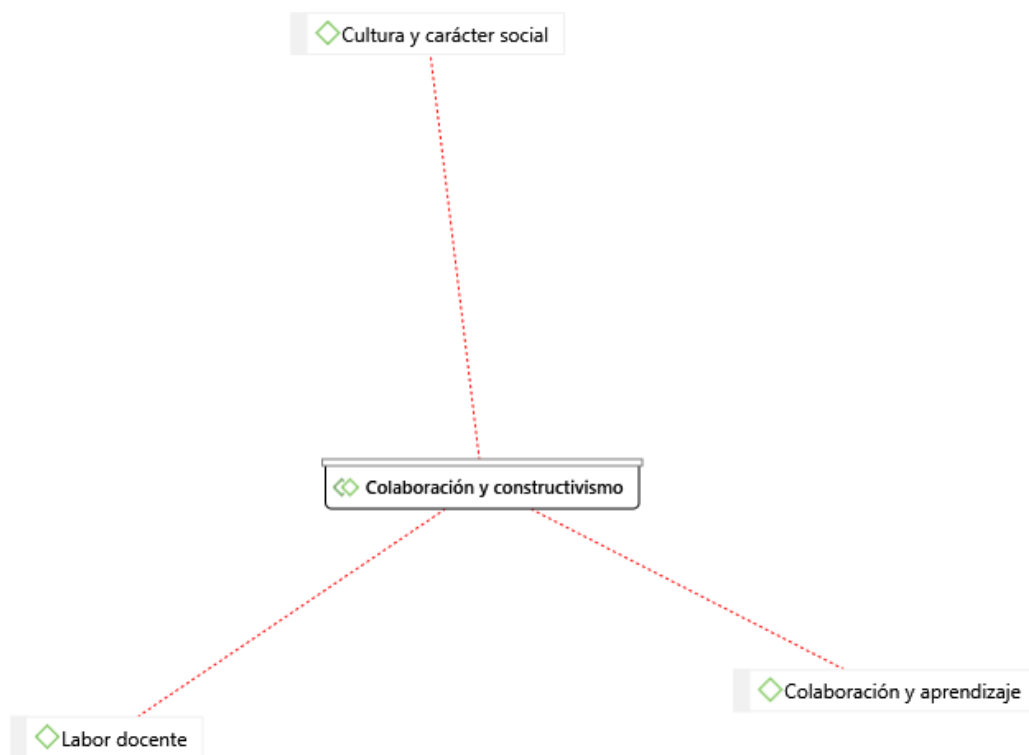


Figura 29: Mapa categoría de colaboración y constructivismo en las reflexiones de las sesiones de clases de ambos cursos, referente a la práctica pedagógica.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura número 29, se evidencia que la colaboración y el constructivismo social para esta reflexión involucran tres aspectos claves, la labor docente en el sentido de motivar a los estudiantes y su responsabilidad en ayudar a que los estudiantes trabajen colaborativamente lo que involucra una construcción voluntaria de conocimiento. La cultura y la sociedad indispensablemente debe estar presente en la propuesta de colaboración y constructivismo, pues sin las concepciones sociales y las raíces culturales que se envuelven en el aula de clases no es posible una construcción social del conocimiento. En la práctica pedagógica con los estudiantes de aceleración se pudo ver que había estudiantes del Huila, del Chocó, Manizales, Cúcuta, de Boyacá y Bogotá. Posteriormente al haber colaboración en el aula de matemáticas en términos de conocimiento y relaciones sociales, se evidenció que hubo aprendizaje en la práctica ya que en las evaluaciones que se hicieron, los estudiantes proponían acerca de lo aprendido y no solo en términos de memorización sino en la resolución de problemas.

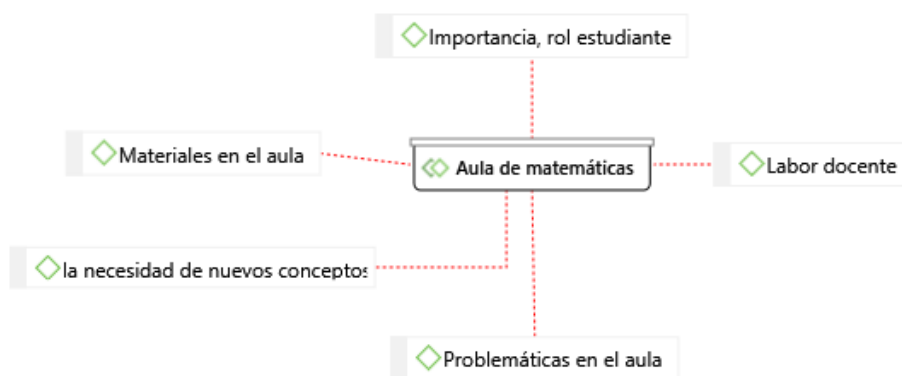


Figura 30: Mapa de categorías aula de matemáticas en las reflexiones de las sesiones de clases.

Fuente: Elaboración propia.

Hay que resaltar como se muestra en la figura 30, el aula de matemáticas involucra siempre estar innovando y creando cada vez cosas nuevas, donde la necesidad de nuevos conceptos

a raíz de dificultades en la resolución de problemas enriquecen el aula de matemáticas, esto se evidenció en la práctica donde los estudiantes debían investigar y llevar al aula por medio de tareas conceptos y definiciones para poder desarrollar actividades, como lo era la de conjuntos, debían definir el conjunto unitario y dar ejemplos por solo resaltar una situación. También los materiales entraron en juego ya que por medio de ellos los estudiantes podían proponer estrategias para la resolución de algún problema en particular, nuevamente en el aula de clases de matemáticas, tanto el rol del estudiante como el rol docente, son cruciales en el aprendizaje colaborativo, en el sentido de que se sostiene que es una construcción social en el aula, en el rol docente hay que resaltar que se abolió en el aula de clases la noción de que el docente es quien “trasmite” el conocimiento o quien da el conocimiento, para lo cual fue raro en los estudiantes porque aun así los están educando.

Discusión

En la planeación y diseño de actividades, de las dos experiencias pedagógicas, se tuvieron en cuenta momentos de algunas de las sesiones, en las que se podía establecer negociaciones y validaciones de los conocimientos que se iban construyendo en la medida que se concretaba lo estudiando de los diferentes objetos matemáticos, llamados estos momentos como “institucionalización”. Siendo estos momentos, en el que estudiante puede convencer y consensuar por medio de la argumentación Castañeda, Rosas & Molina (2012), interviniendo estos momentos, en la organización de conocimientos e ideas, las cuales según Moreira (1997) son jerarquizadas por medio de la abstracción, generalidad e inclusividad de sus contenidos por lo que emerge significados para los materiales de aprendizaje en relación de subordinación a la estructura cognitiva, considerando entonces que estas permiten establecer conceptualizaciones que se configuran con las debidas interiorizaciones que hace el estudiante al convencerse a sí mismo y a los demás para defender sus ideas expuestas.

En consecuencia, fueron estos momentos, las dos prácticas evidenciaron en su mayor potencia la colaboración en el aula, contemplando entre las estrategias, que la gestión debía estar con la intención persistente darle a conocer al estudiante sus errores y que vea que les sirven de insumo para aprender, puesto que implícitamente se hacía una heteroevaluación formativa, se le daba importancia a los aportes, sin importar que no se tuviera una claridad o se fueran a equivocar. Dado que no todos los estudiantes se simpatizan entre sí, en la mayoría de los casos se organizaron los grupos, de manera que se agruparan por empatía, exigiéndoles una corresponsabilidad entre pares, en el que dentro del grupo se viera la necesidad de establecer una complementariedad, es decir ayudarse entre sí a comprender, importándole de esta manera que su compañero aprenda, puesto que la intervención

individual era el reflejo del trabajo grupal por lo tanto al evaluar algunos miembros del grupo, afectaba o beneficiaba al grupo en general.

Como también, en el momento de identificar obstáculos, el curso entre grupos debían superarlos, con la mediación de los profesores, quienes formulaban preguntas y daban el orden de intervenciones, condicionando las explicaciones de manera que fueran progresivamente justificadas y claras; de esta manera podían defender sus posturas para finalmente ser validadas por el curso y no determinada por lo que el profesor manifestará estar correcto. Permitiendo de esta manera, que la superación de estos obstáculos fueran de manera impersonal y sirvieran de insumo para el desarrollo de las discusiones en lo cual se retroalimentaba.

Identificando en común de las observaciones de las dos prácticas. Los estudiantes manifestaban en sus expresiones que es indispensable para su motivación la aprobación y atención que le preste el profesor, por lo que en un principio de estas experiencias, se evidencia que para el estudiante era determinante lo que el profesor asumiera como correcto o no, es por esto que tienen a preguntar reiteradamente, individualmente y con inseguridad si lo que hicieron está bien. Es por esto que esta estrategia no solo permitió afianzar de cierta manera en algunos estudiantes, seguridad para intervenir en las comunicaciones, sino que además le atribuyó importancia hacia lo que se puede aprender y validar en grupo.

Las diferencias de resultados, en cuanto al nivel de colaboración que hubo en las dos prácticas estuvo influenciada por los factores de: Tiempo; cantidad de estudiantes; libertad que dieran los profesores titulares para la intervención en el aula; e interdependencia positiva. Es en tanto que se puede evidenciar mayor colaboración en el colegio Porfirio Barba Jacob que en el colegio O. E. A.

Dado que a pesar que en el colegio O. E. A, se contaba con 71 estudiantes, el tiempo destinado para intervención en el aula, era de dos horas para cada curso de grado cuarto (de dos cursos) a la semana, dentro de los cuales el profesor de uno de los cursos, en varias ocasiones, cedía solo una hora y en general, entre los dos profesores había mucha predisposición hacia las actividades grupales, puesto que manifestaban que no querían que esto se convirtiera en un fomento de desorden e incomodidad para ellos, es por tanto que varias de las gestiones fueron modificadas a última hora, no se permitió el trabajo grupal por parte de los profesores y en algunos casos la practicante se vio obligada a realizar actividades magistrales y dejar actividades individuales al finalizar y extra clase, es por esto que en estas sesiones, sólo se podía rescatar la colaboración en la institucionalización de las actividades. A diferencia en el colegio Porfirio Barba Jacob, este era un curso con menos de la mitad de la cantidad de estudiantes, en el cual se buscaba nivelar a los estudiantes con la autonomía del profesor para gestionar sus clases y realizar trabajos grupales el tiempo que requiera necesario y en el que la comunicación de los estudiantes para construir en grupo no era símbolo de “caos”.

Se reconoce que el profesor además de mediador, debe ser un intermediario que permita el desarrollo de la creatividad de estudiantes, conscientes conectados en pleno desarrollo autónomo en un aparente caos al relacionarse socialmente en el que lo que importa es la interacción de lo innato y lo adquirido. La escuela, por su lado, debe ser un lugar que permita el crecimiento personal y no el adiestramiento y vigilancia de estudiantes que sólo bajo instrucciones y moldeamiento de la conducta hagan lo que se quiere ver de ellos.

García (2006) propone que el enfoque constructivista entiende que la influencia cultural es un factor que no solo es ambiental si no que condiciona y modela las diversas etapas del desarrollo mental del niño, se pudo ver que tanto la cultura como las diferentes dinámicas

tradicionales, el estudiante pierde el interés en trabajar en equipo, ya que se evidenció expresiones como “mi papá dice que es mejor trabajar solo”. Claramente hay profesores que comparten este mismo pensamiento, es por tanto que en el caso de uno de los colegios, se dificultó cambiar este paradigma individualista, en algunos estudiantes era difícil romperlo, dado que no les importaba más que lo que pueden validar con el profesor, es por esto que tal desarrollo se debe, en alguna medida, a la cultura y a la parte social que se envuelven en la clase de matemáticas, obteniendo como resultados, aprendizajes marginados del enriquecimiento que le puede dar la construcción colaborativa y limitados por lo que el estudiante percibe y sus capacidades le pueden llegar hacer comprender.

En cuanto a la interdependencia positiva, definida en el análisis cualitativo de la información, como el factor que más influencia para que haya colaboración, puesto que esta, ha sido asociada a la mayoría de las categorías. Por lo tanto, la *responsabilidad individual* que tenían los estudiantes dentro de sus grupos prescribía el grado de participación y su función para la configuración de equipos de trabajo. Siendo esta responsabilidad relacionada con la corresponsabilidad, en donde si no había buenos resultados, la responsabilidad era de todo el grupo y no sólo de una parte, de esta manera se llegó a evidenciar que algunos estudiantes comprometidos y persistentes en llegar a los objetivos comunes inculcaban y estaban pendientes de los estudiantes menos activos.

Lo anterior permitió despertar mayor *disposición* en el aula, siendo el nivel progresivo de complejidad de las actividades, las que iban demandando el desarrollo de competencias y capacidades, que daban protagonismo al estudiante en la asignación de sus funciones, dado que como no todos desarrollan al mismo nivel estas capacidades y competencias, entre los grupos se llegaban a complementar a través de la distribución de diferentes roles que daban lugar a una ficha importante del grupo. En tanto, se mantenga la armonía de trabajo, en

donde la persona que toma el papel de líder, quienes resultaron siendo los que tienen más confianza y buscan desarrollar a mayor nivel su capacidad de comunicación y competencias (interpretativa, argumentativa y propositiva), su papel fundamental es coordinar y lleva el control de las diferentes acciones. Según Castellaro y Dominino (2011), se da porque siempre en el aula existen estudiantes que quieren demostrar sus habilidades por el resto de los demás, siendo estas útiles para apoyar al grupo y no se dé a conocer solo, logrando influenciar al grupo y apoyándolo para que todos cumplan la misma meta, el objetivo propuesto y lógicamente creándose conocimiento matemático colaborativo.

Es importante en lo anterior, que los estudiantes también establezcan una afinidad interpersonal y respeto por los diferentes estilos de aprendizaje, de esta manera se logra la interacción social que posibilita una mejor comunicación, en el que se manifiestan las elaboraciones individuales y como ya se ha dicho, el papel del profesor es resaltar la necesidad de justificar y dar sentido a las matemáticas.

Considerando entonces, de manera sustancial, la autonomía como una característica que debe acompañar a los estudiantes, quienes tienden a tener mayor grado de colaboración. Según Duran (2009) la colaboración, de una manera autónoma permite cumplir un objetivo común, el cual al ser cumplido también se evidencia que los estudiantes entrelazan relaciones interpersonales que ayudan a futuras prácticas colaborativas de los estudiantes.

Respecto a los enfoques de la motivación, mencionado, se llegó a evidenciar que el enfoque conductual, aunque no era hacia donde se dirigía intencionalmente las actividades, puesto que se considera que el estudiante debe aprender por interés propio de interiorizar y adquirir cada vez más conocimientos, es evidente de los resultados sobre lo evidenciado en respuesta a las actividades planteadas, muchos estudiantes están acostumbrados y se sientan más motivados a realizar acciones conjuntas y encaminadas a llegar determinados

objetivos didácticos, solo con la finalidad de obtener una buena nota y sabiendo que si sus compañeros no hacen las cosas bien, se convertirán en un obstáculo para tal fin. Curiosamente esto sucede con los estudiantes que son más disciplinados. Para los grupos que no funciona este tipo de motivación, se debió a que habían integrantes que no les importaba la nota ni la actividad o aprender, mostraban cierta rebeldía y se debía a la falta de motivación intrínseca influenciada de su entorno familiar o malas relaciones entre los estudiantes así estuvieran en diferentes grupos se expresaba esta indisposición en pocas ocasiones.

En cuanto al enfoque humanista, el cual fue, al que se le apostó, planteando situaciones, en donde el estudiante pidiera construir conocimientos a través del desarrollo que se iban teniendo de las capacidades propias para interpretar, argumentar y proponer a través de la comunicación de los razonamientos que se iban haciendo dentro de los grupos, desarrollando en esto, también estas capacidades de razonamiento y comunicación. Para los grupos, que no funcionó este enfoque, se debe a que hay estudiantes que se quedan en la costumbre de las clases magistrales, en donde el profesor solo es transmisor de conocimiento y los estudiantes evidencian no atreverse a describir por ellos mismos, mostrándose molestos, frustrados e indispuestos si no está el profesor diciendo qué, cómo y cuándo de las acciones que se deben hacer.

Este último enfoque, se encuentra una relación con el enfoque cognitivo, puesto que para que los estudiantes pudieran desarrollar estas capacidades y competencias, es indispensable la confianza en sí mismo, para ello se evidenció y se ha evidenciado en otras prácticas que para los estudiantes, en especial los niños de primaria, quienes buscan sentirse aprobados, es entonces que resaltar las cualidades y logros que se tienen, por pequeños que sean van creando en los estudiantes un pensamiento de “yo puedo” y este hecho, por simple que sea,

influye sustancialmente en el rendimiento e interés en construir y dar a conocer sus aportes al grupo para llegar a mejores desempeños y resultados dentro del proceso de cumplir objetivos comunes.

Graden & Bauter (2001) Sostienen que el desarrollo y el mantenimiento de las relaciones de confianza en la colaboración es fundamental para una colaboración eficaz, porque cuando se trabaja con otro es agradable, más consensuado y negociado lo que se quiera hacer o proponer, se elimina la presión con el otro y se convierte en algo intrapersonal de satisfacción por lo que se hace.

Es en todo lo anterior que se reconoce, que los roles y las características asociadas a las habilidades comunicativas que se promueven en la colaboración entre grupos de trabajo en actividades que incentivan la participación autónoma entre otras atribuciones dieron indicio que el aprendizaje efectivamente se logra cuando los estudiantes son capaces de explicar lo que hacen, saben y construyen en grupo ya que en el análisis algunos grupos de estudiantes sin evidencias contundentes más que la observación, se identificó que la forma en que logra explicar, interpretar los aportes de los demás y consensuar incide en la forma que ha interiorizado un conocimiento. Dado que en las pruebas que se realizaron, se identificó que este contraste tiene una fuerte relación, ya que los estudiantes que tuvo mejores resultados y desarrollos significativos en las pruebas son en su mayoría los estudiantes que se destacaron en sus intervenciones.

Conclusiones

A lo largo del presente trabajo, se logró reconocer y analizar algunas estrategias que permitieron promover el trabajo colaborativo en el aula a través de procesos establecidos en el desarrollo de las actividades. Estas estrategias giran en torno al papel del profesor y de cómo implementar un trabajo colaborativo para potenciar el aprendizaje de las matemáticas; en respuesta a la pregunta orientadora y en relación a los análisis de las características y efecto del trabajo colaborativo.

Consecuentemente, se contempla el papel del profesor como mediador entre el conocimiento y el aprendizaje colaborativo. Dado que al fin de un análisis general, se identifica como función fundamental del profesor, gestionar una comunicación efectiva entre los estudiantes. Para esto, se puede reconocer tres desafíos a los que se afronta el profesor:

1. Incentivar la búsqueda de sentido a las matemáticas: Fue para este trabajo y debe ser siempre una constante en la planeación y diseño de las actividades matemáticas, indispensable enfrentar a los estudiantes a situaciones que los haga ser conscientes de unas metas e intereses comunes. Por lo que se busca que los estudiantes manifiesten desde su interpretación lo que entienden de las situaciones de manera individual y grupal. Para esta interpretación fue útil el uso de recursos y materiales adaptados que sirvieron para ostentar y familiarizar al estudiante con el objeto matemático.
2. Motivar al estudiante a elaborar aportes: En los resultados obtenidos de las experiencias, es evidente que la motivación, a pesar que este trabajo no está enfocado a este estudio, por lo que pareciera un tema tocado superficialmente. Fue

realmente un abordaje complejo, puesto que este depende de variables fuertemente relacionadas con lo cognitivo, en lo que se involucra lo afectivo, relacionando de esta manera las creencias y auto concepto del estudiante frente al desarrollo matemático Gómez- Chacón(2002). Es por esto que la estrategia contemplada es reconocer y mantener dos preliminares que favorecen a la motivación. Uno de ellos es hacer respetar y el otro es dar importancia a lo que cada estudiante manifiesta respecto a las posturas reflejadas en sus aportes.

A lo anteriormente mencionado, fue clave, dar de cierta manera una libertad de pensamiento, pero aterrizando a los estudiantes que se desviaban de las actividades. Así mismo y como función principal, es indispensable dar permiso a equivocarse, ya que como ya se ha mencionado en partes de este trabajo. Los errores se deben presentar de forma impersonal y sin ánimos de señalar a nadie, ya que esto sirvió y sirve para que el estudiante construya aportes autónomos sin miedo hablar porque los demás lo señalen por equivocarse, esto posibilita entonces el establecimiento de debates y discusiones que permiten corregir e ir formalizando los conceptos en las institucionalizaciones de cada actividad a través de argumentos que se requieren en su dinámica.

3. Crear equipos: Se reconoce en definitiva, que no es un trabajo fácil y en varios grupos no se logró, puesto que esto implica que los estudiantes mismos busquen coordinar sus acciones en torno a las funciones que se le atribuye a cada estudiante dentro de un grupo, y por el cual es indispensable crear una interdependencia positiva. Ahora, para que esto sea posible, como ya se ha dicho, se debe dar importancia al otro, es decir a su compañero quien por ser integrante de su grupo es una pieza indispensable para el producto final.

Es necesario, entonces que para que el estudiante tenga unas funciones dentro del grupo, el profesor establezca roles favorablemente rotatorios dentro del grupo, ya que esto permite que los estudiantes no se encasillen solo con una parte del trabajo, sino que este familiarizado con todo el conjunto de aportes que integran un trabajo total, de manera que el estudiante este en la capacidad de dar cuenta de todo el trabajo y pueda tener conocimiento y convicción entera de las interpretaciones, argumentaciones y propuestas realizadas al interior del grupo en favor de los objetivos comunes.

Las dinámicas que se sugieren estratégicamente, es establecer como regla la corresponsabilidad entre grupos de trabajo, por lo cual los estudiantes deben ser advertidos que sin excepción alguna todos los integrantes de cada grupo son responsables de los resultados de su grupo. Por lo que al finalizar el trabajo grupal por actividad se llamará a una parte del grupo (puede ser un estudiante) al lazar para responder por lo realizado. En este sentido, esta parte del grupo debe tener conocimiento total de lo trabajado, lo que forjará dinámicas en el que el estudiante más experto vea la responsabilidad de ayudar y hacer entender al menos experto; de esta manera se establecen dinámicas de complementariedad.

Finalmente, es esta colaboración identificada en algunos grupos y en el desarrollo de actividades la que permitió más aprendizaje, ya que además de un familiarizarse con los conocimientos en proceso de construcción al intentar explicar o justificar lo que se estaba desarrollando en las situaciones propuestas por el profesor, luego de validarlas en grupo. Las pruebas aplicadas fueron evidencia que los estudiantes también llegan a interiorizar y consolidar en la medida que se establece una corresponsabilidad, puesto que el estudiante

desde su individualidad crea la necesidad de tener entero conocimiento de lo que se trabaja en grupo, ya que en cualquier momento debe estar listo para compartir parcial o completamente de alguna manera lo estudiado (escrito o verbal).

Recomendaciones

Es importante que el lector conozca algunas limitaciones en esta investigación. Por lo que se considera que el manejo del tiempo y del grupo, algunas veces se sale de las manos del profesor. Se puede evidenciar en uno de los grupos de estudio hubo menos colaboración que en el otro, puesto que las experiencias que se tuvo con los estudiantes fueron por espacios cedidos por profesores de planta del colegio. En el colegio que hubo menos colaboración, estuvo fuertemente intervenida por profesores directores de grado, quienes no les gustaba el trabajo grupal, porque no admiten el ruido producido de los intercambios dados en la comunicación entre grupos mayores a 30 estudiantes. Por lo cual, al contrario de libertad y autonomía que tuvo el practicante de otro colegio, muchas actividades previamente planeadas fueron modificadas al trabajo individual y lo que lleva a reconocer que un trabajo colaborativo, debe gestionarse desde la aceptación de que el trabajo en grupo no debe ser sinónimo de desastre en el aula. Es natural que en sus intercambios generen sonidos al establecer un proceso de comunicación.

Por falta de este tipo de dinámicas grupales, se halló en los dos grupos (uno más que en el otro), falta de experiencia en el trabajo colaborativo, es por lo que se considera la necesidad de crear un ambiente que posibilite la disposición del estudiante, debido a que esta, se relaciona con la motivación intrínseca y extrínseca que se tenga y que viene relacionado con la inevitable relación entre las variables afectivas (sentimientos y actitudes) y las

variables cognitivas (creencias, pensamiento). Siendo estas relaciones las que influyen en la generación o no del interés y atención sobre lo que hace en el aula y a la larga determina la conciencia e interiorización de las matemáticas.

Finalmente, se reconoce que esta investigación muestra un marco de referencia respecto a análisis afines al trabajo colaborativo en contraste a lo que varios autores consideran y lo que se puede llegar a encontrar en las experiencias en el aula con programas como los de aceleración (en donde hay estudiantes de dos cursos diferentes) y trabajo con estudiantes invidentes, quienes son evidencia que el trabajo colaborativo depende principalmente de las dinámicas que se lleven a cabo en el aula para hacer que ellos se interesen y sientan la responsabilidad y necesidad de construir con el otro respetando sus diferencias y valorando la posibilidad que el otro puede llegar a potencializarlo.

Referencias

- Bartels, J. M., & Ryan, J. J. (2013). Fear of failure and achievement goals: A canonical analysis. *Journal of Instructional Psychology*, 40(2), 42.
- Cabrera Murcia, E. P. (2006). Aprendizaje colaborativo soportado por computador (cscl): su estado actual. *Revista Iberoamericana de Educación* (ISSN: 1681-5653).
- Carrera, B., & Mazzarella, C. (Abril-Junio de 2001). Vygotsky: enfoque socio cultural. *Educere*, 5(13), 41-44.
- Castañeda A, Rosas M & Molina J. G. (2012). La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas: Un estudio sobre el discurso del aula. *Perfiles educativos*, 34(135), 26-40.

- Castellaro, M. A., & Roselli, N. D. (2013). Características diferenciales de la interacción colaborativa entre niños según el nivel socioeconómico, en dos tipos de tarea. *Apuntes de Psicología*, Vol. 31(número 3), 271-282.
- Castellaro, M. A., & Roselli, N. D. (Julio-diciembre de 2014). Estudio exploratorio de la interacción colaborativa infantil en la realización de dibujos libres. *Pensamiento Psicológico*, 12 núm. 2, 47-56.
- Castellaro, M., & Dominino, M. (Julio-Diciembre de 2011). El proceso Colaborativo en niños de escolaridad inicial y primaria. Una revisión de trabajos empíricos. *Psicología y educación*, 13(2), 119-145.
- Díaz, S. (2011). La observación. México: Facultad de Psicología UNAM.
- Durán, D. (2009). Reseña de "la colaboración en el aula: más que uno más uno" de Cabrera, E.P. *Revista latinoamericana de Psicología*, 610-612.
- García González E (2006). La psicología de Vigotski en la enseñanza preescolar. México: Trillas.
- Godino, J. (2004). Didáctica de las matemáticas para docentes. Proyecto Edumat–Docentes. Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿Qué son y cómo se consiguen? Uno: *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8(29), 9-19.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.
- Gómez, M. (2002). Estudio teórico, desarrollo, implementación y evaluación de un entorno de enseñanza colaborativa con soporte informático (cscl) para matemáticas. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.

Gómez-Chacón, I. M. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas, 197-227.

González, A., & Verónica-Paoloni, P. (2014). Engagement and Performance in Physics: The Role of Class Instructional Strategies, and Student's Personal and Situational Interest//Implicación y rendimiento en Física: el papel de las estrategias docentes en el aula, y el interés personal y situación. Revista de Psicodidáctica, 20(1).

González-Antuña, A., Rodríguez-González, P., Centineo, G., & Alonso, J. I. G. (2010). Evaluation of minimal ^{13}C -labelling for stable isotope dilution in organic analysis. Analyst, 135(5), 953-964.

Graden, J., & Bauter, A. (2001). Enfoque Colaborativo para apoyar al alumnado y profesorado de aulas inclusivas. En S. Stainback, & W. Stainback, Aulas inclusivas un nuevo modo de enfocar y vivir el currículo (págs. 102-117). Madrid: Narcea S.A ediciones.

Hernández, García, Rubio y Santacreu, (2004). La persistencia en el estudio conductual de la personalidad. Psicothema, Vol. 16, nº 1, 39-44.

Hogg, W., Lemelin, J., Graham, ID, Grimshaw, J., Martin, C., Moore, L. y O'Rourke, K. (2008). Mejorar la prevención en la atención primaria: evaluar la eficacia de la facilitación de alcance. Práctica familiar , 25 (1), 40-48.

Linares, J. (s.f). El aprendizaje cooperativo. Recuperado de <http://www.um.es/eespecial/inclusion/docs/AprenCoop.pdf>

Mejía (1992). Sistematizar nuestras prácticas educativas. Descripción de un método para sistematiza. Educación popular, segunda edición. Serie N° 10.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Matemáticas: Los cinco procesos generales de la actividad matemática. (págs. 82 - 83)

Naranjo Pereira, M. L. (2009). Motivación: perspectivas teóricas y algunas consideraciones de su importancia en el ámbito educativo. *Educación*, 33(2).

Olivares Díaz, D., & Hamuy Pinto, E. (2012). Estudio sobre trabajo colaborativo de estudiantes de pedagogía en entornos virtuales. *Memorias del XVII Congreso Internacional de Informática Educativa, TISE*, 17-24. (J. Sánchez, Ed., & N. I. Educativa, Recopilador) Santiago de Chile, Chile.

Ortiz de Urbina Criado, Medina Salgado, S & De La Calle Durán, C. (2010). Herramientas para el aprendizaje colaborativo: Una aplicación práctica del juego de rol. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, vol. 11(3), 277-301.

Ortiz, Medina S & De La Calle D. (2010). Herramientas para el aprendizaje colaborativo: Una aplicación práctica del juego de rol. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, vol. 11(3), 277-301.

Quecedo Lecanda, R., & Castaño Garrido, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de psicodidáctica*, (14)

Roselli N (2016).El aprendizaje colaborativo. Bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria .*Propósitos y representaciones*, 219-280.



Roselli, N. (2016). El aprendizaje colaborativo: Bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria. *Propósitos y Representaciones*, 219-280.

Smith, F. (1994). De cómo la educación apostó al caballo equivocado. Buenos Aires, Argentina: AIQUE.

Wertsch, J. (1988). Vygotsky y la formación social de la mente . Barcelona : Paidós.

Anexos

Anexo 1, prueba de aprendizaje para el curso aceleración, colegio Porfirio Barba Jacob



 <p>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</p> 	<p>TEMA :Concepciones de la matemática, conjuntos numéricos, operaciones básicas</p>	<p>FECHA:23/02/2017</p>
--	---	--------------------------------

	Guia	GRADO:Aceleracion
AREA: Matemáticas	DOCENTE: Ramiro Rodriguez	

Nombres: _____

- 1) Resuelva las siguientes situaciones:
 - a) Raquel y Martina tenían 32 muñecas, su prima Saritha les regala 8 muñecas porque ella ya tenía muchas, Raquel se queda con una cuarta parte del total de las muñecas y Martina con el resto, con tan mala suerte que Martina perdió dos muñecas, ¿Cuántas muñecas tiene Raquel en este momento?
¿Cuántas muñecas tiene Martina en este momento?
 - b) Cuanto es la mitad del triple de 120.
- 2) Resuelva las siguientes operaciones:
 - a) $333 \cdot 21$
 - b) $900/100$
 - c) $765/9$
 - d) $3,3 + 1,2$
 - e) $3,3 \cdot 1,2$
- 3) ¿Cuál es la cantidad de baldosas que caben en un piso que tiene 5 baldosas de largo por 4 baldosas de ancho?
- 4) En palabras escriba el siguiente número: 317.432,21

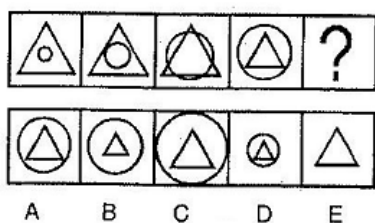
Anexo 2, guía actividad 2 del curso aceleración, colegio Porfirio Barba Jacob

 <p>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</p> 	TEMA :Concepciones de la matematica, conjuntos numericos, operaciones básicas	FECHA:02/03/2017
	Guia	GRADO:Aceleracion

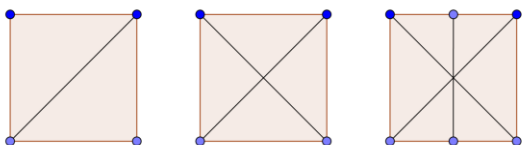
Nombres: _____

Resuelve las siguientes secuencias

1. Qué número sigue
 - a) 3,9,27,81...
 - b) 4,40,400,4000...
2. Qué figura continúa:



3. Dibuja la figura que continúa



4. Resuelve el siguiente problema:

¿Cuántos años suman Pedro María y Juan actualmente, sabiendo que Juan tiene el doble de años que María, Pedro la mitad de la de María, y María nació en el año 2001?

Anexo 3, preguntas actividad 4 del curso aceleración, colegio Porfirio Barba Jacob

Preguntas para la primera sesión de clases:



1. ¿Para qué sirven las matemáticas?
2. De los siguientes números, ¿Cuáles son pares?
3. De los siguientes números, ¿Cuáles son impares?
- 4.Cuál de los siguientes gráficos es una tabla de frecuencia

5. ¿Cuál de los siguientes gráficos es un gráfico circular?
6. ¿Cuál de los siguientes gráficos es un gráfico de barras?
7. ¿Cuántas unidades tiene una decena?
8. ¿Cuántas unidades tiene una docena?
9. ¿Cuántas unidades tiene media centena?
10. ¿Qué número sigue en la siguiente secuencia de números? 4,8,12,16.
11. Diga un ejemplo de un número que tenga en sus centenas un número par.
12. Diga un ejemplo de un número que tenga en sus decenas un número impar.
13. ¿Qué se puede decir de la siguiente gráfica? (el docente la representará en el tablero).
14. ¿Qué se puede decir de la siguiente gráfica? (el docente la representará en el tablero).
15. ¿Qué se puede decir de la siguiente gráfica? (el docente la representará en el tablero).
16. ¿En el aula de clases dónde podemos ver secuencias?

Anexo 4, preguntas sesión 4 de la etapa de evaluación colaborativa.

1. ¿Para qué sirven las matemáticas?
2. De los siguientes números, ¿Cuáles son pares?
3. De los siguientes números, ¿Cuáles son impares?
- 4.Cuál de los siguientes gráficos es una tabla de frecuencia
5. ¿Cuál de los siguientes gráficos es un gráfico circular?
6. ¿Cuál de los siguientes gráficos es un gráfico de barras?
7. ¿Cuántas unidades tiene una decena?
8. ¿Cuántas unidades tiene una docena?
9. ¿Cuántas unidades tiene media centena?
10. ¿Qué número sigue en al siguiente secuencia de números? 4,8,12,16.
11. Diga un ejemplo un número que tenga en sus centenas un número par.
12. Diga un ejemplo de un número que tenga en sus decenas un número impar.
13. ¿Qué se puede decir de la siguiente gráfica? (el docente la representara en el tablero).
14. ¿Qué se puede decir de la siguiente gráfica? (el docente la representara en el tablero).
15. ¿Qué se puede decir de la siguiente gráfica? (el docente la representara en el tablero).
16. ¿En el aula de clases donde podemos ver secuencias?
17. ¿En la naturaleza donde podemos encontrar matemáticas?
18. ¿Qué es lo bueno de trabajar en grupo en las matemáticas?
19. ¿Cuál es el tipo de representación tabular en estadística?

Anexo 5, guía actividad 5.

 <p>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</p> 	<p>TEMA :Ubicación espacial.</p>	<p>FECHA:23/02/2017</p>
	<p>Guia</p>	<p>GRADO:Aceleracion</p>
<p>AREA: Matemáticas</p>	<p>DOCENTE: Ramiro Rodriguez</p>	

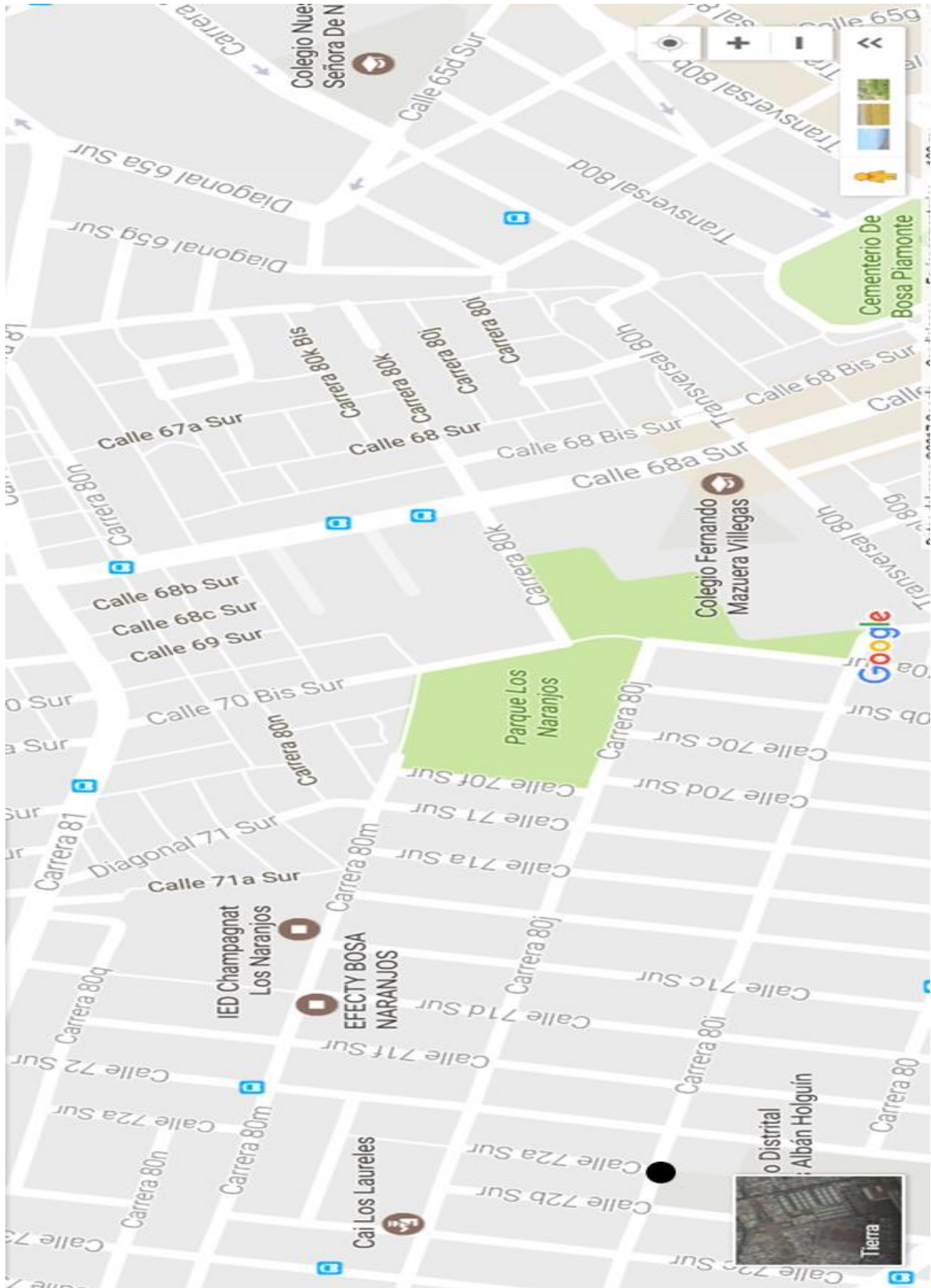
Nombres: _____

Dado el siguiente mapa resuelva:


1. Una persona se encuentra en el punto A (punto negro grande en el mapa).
 - a) Mencione la dirección en que se encuentra dicha persona.
 - b) Escriba indicaciones para la persona llegue al parque los naranjos
 - c) Escriba indicaciones para que la persona llegue al efecty más cercano.
 - d) Que recorrido podría hacer la persona para llegar a la carreta 80k bis con calle 68 sur.
 - e) De indicaciones para llegar al colegio Fernando mazuera desde el punto A.

En las anteriores ubicaciones describir la ruta más cercana para llegar al lugar que se indica.

2. Haz un dibujo o un mapa donde se encuentra tu casa en tu barrio y ubica algunos sitios estratégicos o populares, como supermercados, iglesia, hospital etc. Menciona las direcciones y la ubicación de cada uno respecto tu casa.



Anexo 6, prueba de aprendizaje actividad 6, sesión 3 del curso aceleración, colegio Porfirio Barba Jacob


 <p>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</p>	TEMA :Ubicación espacial.	FECHA:26/04/2017
	Guia	GRADO:Aceleracion
AREA: Matemáticas	DOCENTE: Ramiro Rodriguez	

Nombres: _____

Resuelve:

1. Crea con tres conjuntos donde todos los elementos entre los tres conjuntos sean totalmente diferentes.
2. Menciona en la vida cotidiana o en la naturaleza tres conjuntos, dibújalos.
3. Clasifica los siguientes elementos y define las características de sus conjuntos: Mesa, silla, vaso, plato, cuchara, número uno, número dos, número tres, número cinco, cama, manzana, pera, guayaba, pitaya, patilla, arroz, frijol, pollo , vaca, bombillo , pasto, cuy, lenteja, televisor, plancha, estufa, equipo de sonido, Nacional, Millonarios, Santa fe, América , Junior, Juan, Pedro, María, Ramón, Sara.
4. Escribe conjuntos de números, ¿Cuáles conoces?
5. Crea dos conjuntos, luego únelos y menciona que elementos que dan en el nuevo conjunto.
6. Crea dos conjuntos y menciona si hay subconjuntos.
7. Desarrolla las siguientes operaciones:
 - a) $382+321$
 - b) $321-234$
 - c) $1356/3$
 - d) $432*34$

Anexo 7 Guía actividad 2, etapa de diagnóstico en el grado cuarto del colegio O.E.A (Sede B, Antonia Santos I)

 <p>COLEGIO O.E.A</p>	<p>TEMAS :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construcción de ángulos. • Reconocimiento de ángulos de giro. • Clasificación de ángulos. • Ubicación espacial <ul style="list-style-type: none"> ➤ Puntos cardinales. ➤ Ubicación de puntos en el plano cartesiano. • Clasificación de triángulos. • Rectas paralelas y perpendiculares. • Clasificación de cuadriláteros. • Perímetro de polígonos. 	<p>FECHA: 28 de marzo- 9 de mayo del 2017</p>
	<p>Horas a la semana: 2</p>	<p>GRADO: 4°</p>
<p>AREA: Matemáticas</p>	<p>DOCENTE: Amalia Pérez</p>	

Resuelve

- 1) La mamá de la profesora Amalia nació en el año 1964, al 2017 actualmente. ¿cuántos años tiene?
- 2) Si la profesora Amalia nació en 1983, cuántos años de diferencia tiene con la su mamá?
- 3) ¿Cuál es la cantidad de baldosas que caben en un piso que tiene 5 baldosas de largo por 4 baldosas de ancho?
- 4) Si en la clase de hoy, den el curso 404 hay 31 estudiantes, ingresan al momento 13 estudiantes más ¿Cuántos estudiantes hay en total en la clase?

5) Dibuja objetos que puedan representar los siguientes ángulos:
De 90°

De 180°

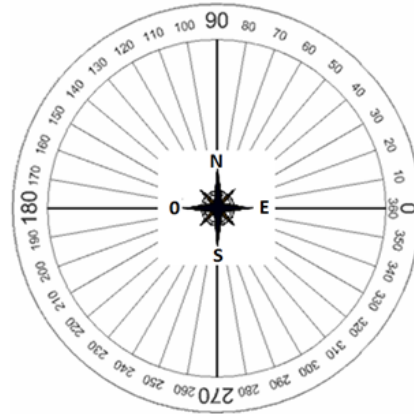
6) Representa los puntos cardinales, es decir Norte, sur, oeste y este.

7) Juan Sebastián se ganó una gran ancheta de cajas de dulces, si en total eran 300 dulces distribuidos en 12 cajas, ¿cada caja cuántos dulces tiene?

8) Propon una situación a uno de tus compañeros en el requiera hacer una suma entre dos números de 9 cifras cada una (los números deben ser diferentes entre compañeros).

Anexo 8 .Actividad 3, Introducción, colegio O.E.A (Sede B, Antonia Santos I)

Jack Sparrow viaja en la Perla negra (su barco) hacia una isla en la que se encuentra un tesoro, él lleva consigo unas hojas con unas indicaciones específicas que debe seguir si quiere encontrar dicho tesoro, el cual está ubicado en el borde de un pequeño poso no muy profundo y de forma circular. Jack nota que este poso tiene una piedra en el centro y unas cuerdas con la misma distancia entre si y del centro al borde, cuyo borde tiene también unos números que marcan esta unión del centro al borde. Jack mira las instrucciones y ve que para encontrar el tesoro, es necesario pararse en este centro y que más le vale saber ubicarse con los puntos cardinales (norte, oriente, occidente y sur), él no se preocupa por esto, puesto que hace uso de su querida brújula y se encamina rápidamente a pararse en este centro. A continuación la vista de la ubicación de Jack dada por la Brújula:



Jack Sparrow empieza a leer las indicaciones de nuevo y se da cuenta además que estos números que están en el borde y que coinciden con la punta de cada cuerda, es la representación de los grados que debe girar cada vez que lo diga las instrucciones. Para esto él mira esta brújula y se da cuenta que está parado viendo hacia el oriente, a partir de esta ubicación, ayuda a Sparrow a encontrar el tesoro, siguiendo las siguientes indicaciones:

Estamos ubicados en el centro. Como el tesoro se encuentra en el borde, tomamos como punto de referencia inicial, en donde marca los 0° grados iniciales o 360° si contamos todos los grados que tiene el poso de forma circular al darle la vuelta completa.

De este punto inicial y teniendo en cuenta que los grados se miden según el ángulo que se forme desde esta cuerda inicial con las demás cuerdas. Que exista los números en el borde (expuestos en la representación) nos ayudará mucho con las siguientes instrucciones:

1. Girar 10 grados hacia el nororiente.
 2. Girar 7 veces más este grado hacia el norte.
 3. Del punto en donde se encuentra ubicado debe girar de tal forma que quede viendo directamente hacia el norte, entonces:
 - a. ¿Cuántos grados debería girar Jack para estar viendo directamente hacia el norte? Y cuántos grados habría girado ya?
 4. Luego dice que debe girar de donde está 90° más, tomando grados hacia el noroccidente
 - a. ¿En qué punto cardinal se encuentra? Y cuántos grados ha girado en total?
 5. Del punto en donde se encuentra debe girar 5 veces el primer grado inicial por el sur occidente.
- Antes de la siguiente instrucción, dice que ha habido un error y que es necesario, empezar desde el segundo grado contemplado. Es decir el grado que giro después de los 10° iniciales y dice:
6. Desde este punto debe girar 3 veces el grado que en el que se encuentra, pasando

por el noroccidente de nuevo.

a. Entonces en realidad ¿Cuántos grados a girado en total?

7. Dice ahora que debe llegar al punto de partida, pues este ha sido una broma de un amigo de Barbosa (su enemigo) y promete ahora si decir bien sus coordenadas, pero a partir de las ya dadas:

a. entonces ¿Cuántos grados debe girar desde donde esta parado para llegar al punto inicial?

b. ¿En qué punto cardinal estamos parados?

8. De donde esta ubicado, debe girar hacia el sur

a. ¿Cuántos grados debe girar?

Finalmente dice que el tesoro se encuentra entre punto cardinal que se encuentra y el segundo giro que hizo al empezar a seguir las instrucciones y el actual

9. Por lo que el grado que debe girar es dos veces el grado que marco el segundo giro de la instrucción menos 15 veces el primer ángulo que marco el primer giro realizado al empezar la instrucción.

¿En que grado quedo ubicado el tesoro?

Marca en la representación con algo más llamativo el punto en donde se encuentra el tesoro.

Anexo 9. Actividad 4, Desarrollo. Colegio O.E.A (Sede B, Antonia Santos I)

1. Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos con sus respectivos nombres (A,B,C...) y unir cada uno de los grupos de TRES puntos en orden alfabético y de forma que se construya una figura cerrada.

A=(0,0) D=(2,2) G=(8,2)
 B=(1,1) E=(5,2) H=(8,5)
 C=(0,1) F=(2,5) I=(6,5)

A. Ubica en cada una de las figuras cerradas halladas anteriormente, la medida de cada uno de los **ÁNGULOS** (en grados °) y **LADOS** (en unidades u), sabiendo que son:

ÁNGULOS:

$$\angle CAB = 45^\circ \quad \angle EDF = 45^\circ$$

$$\angle CBA = 45^\circ \quad \angle DFE = 45^\circ$$

$$\angle ACB = \underline{\hspace{1cm}} \quad \angle DEF = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\angle GHI = 56^\circ$$

$$\angle IGH = 34^\circ$$

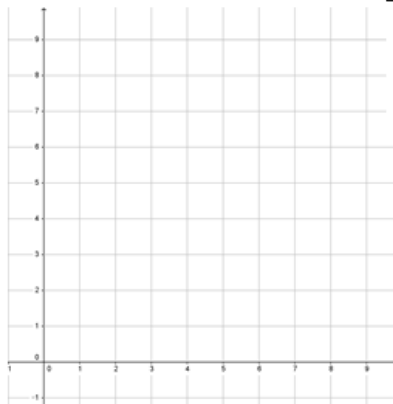
$$\angle GHI = \underline{\hspace{1cm}}$$

LADOS:

$$AB=2 \quad DF=5 \quad IG=4$$

$$BC=1 \quad DE=3 \quad IH=2$$

$$AC=1 \quad EF=3 \quad GH=3$$



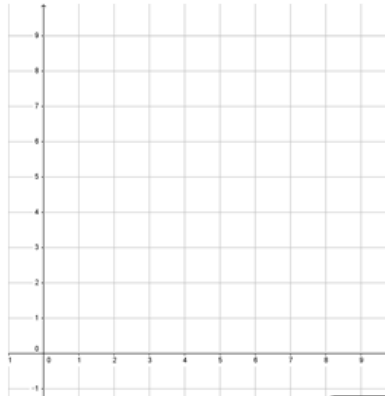
a. ¿Qué figura cerrada fue la que se encontró al unir los puntos?

¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los

2. Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos con sus respectivos nombres(A,B,C...) y unir cada uno de los grupos de TRES puntos en orden alfabético y de forma que se construya una figura cerrada.

A=(1,7) D=(7,1) G=(9,4)
 B=(3,5) E=(5,3) H=(8,3)
 C=(6,5) F=(1,2) I=(8,1)

A. Ubica en cada una de las figuras cerradas halladas anteriormente la medida de cada uno de los **ÁNGULOS** (en grados °) y **LADOS** (en unidades u), sabiendo que son:



ÁNGULOS:

$\angle ACB = 22^\circ$ $\angle EDF = 36^\circ$
 $\angle CBA = 135^\circ$ $\angle DFE = 23^\circ$
 $\angle BAC = 23^\circ$ $\angle FED = 121^\circ$
 $\angle IHG = 135^\circ$
 $\angle HGI = 27^\circ$
 $\angle GIH = 18^\circ$

LADOS:

AB=2u DF=6u IG=4u
 BC=3u DE=3u IH=2u
 AC=6u EF=4u GH=1u

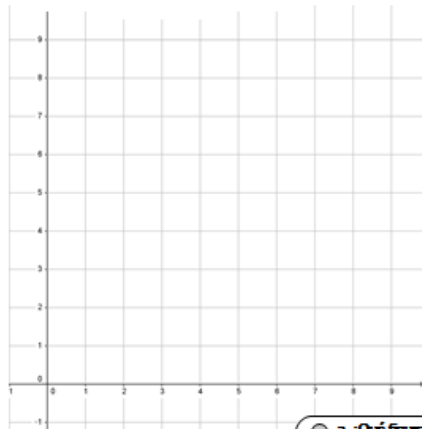
a. ¿Qué figura cerrada fue la que se encontró al unir los puntos?

¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los triángulos?

3. Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos con sus respectivos nombres(A,B,C...) y unir cada uno de los grupos de TRES puntos en orden alfabético y de forma que se construya una figura cerrada.

A=(0,0) D=(0,6) G=(4,3)
 B=(1,3) E=(4,4) H=(4,1)
 C=(2,0) F=(4,8) I=(6,2)

A. Ubica en cada una de las figuras cerradas halladas anteriormente la medida de cada uno de los **ÁNGULOS** (en grados °) y **LADOS** (en unidades u), sabiendo que son:



ÁNGULOS:

$\angle CAB = 72^\circ$ $\angle EDF = 54^\circ$
 $\angle CBA = 36^\circ$ $\angle DFE = 63^\circ$
 $\angle ACB = 72^\circ$ $\angle DEF = 63^\circ$
 $\angle GIH = 54^\circ$
 $\angle IGH = 63^\circ$
 $\angle GHI = 63^\circ$

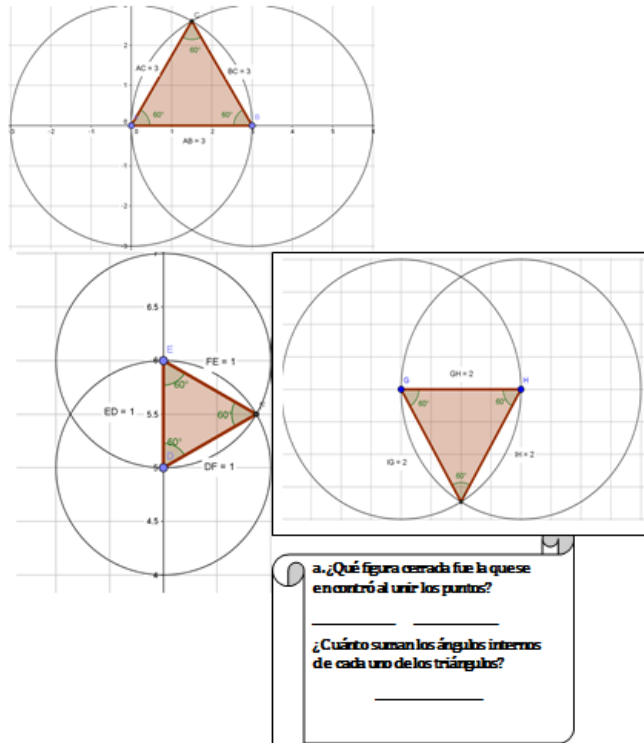
LADOS:

AB=4u DF=5u IG=3u
 BC=4u DE=5u IH=3u
 AC=___ EF=___ GH=___

a. ¿Qué figura cerrada fue la que se encontró al unir los puntos?

¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los triángulos?

4 A. continuación se muestra la construcción de triángulos en el plano cartesiano y unión de estos (como lo anteriormente hecho), ¿cómo fue esta construcción y qué características comunes tienen estos triángulos?





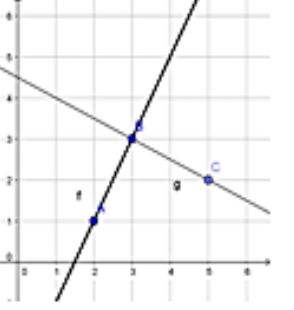
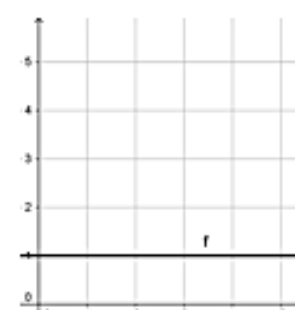


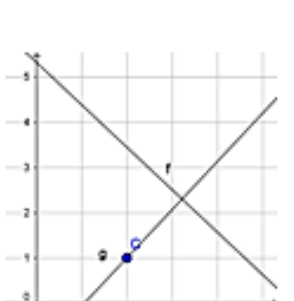
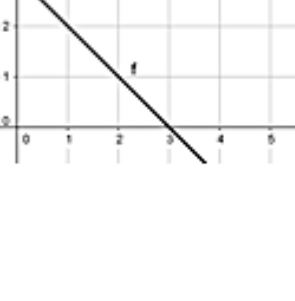
Realiza un dibujo en tu cuaderno de un triángulo que represente clasificación de los triángulos con los siguientes criterios de ángulos:

Triángulos con ángulos menores a 90°	Triángulos con ángulos mayores a 90°

Realiza un dibujo en tu cuaderno de un triángulo que represente la clasificación de los triángulos con los siguientes criterios de medida de los lados.

Triángulos con un ángulo recto y lados de diferente medida.	
Triángulos con un ángulo recto y dos lados de igual medida.	
Triángulos con dos ángulos y dos lados de igual medida.	
Triángulos con los tres ángulos y tres lados de igual medida.	
Triángulos con los tres ángulos y tres lados de diferente medida.	

Anexo 10. Actividad 5, Desarrollo. Colegio O.E.A (Sede B, Antonia Santos I)

Primer punto	Segundo punto
 <p data-bbox="609 514 755 745">La recta g, la cual pasa por el punto $C(6,1)$ es <u> </u> a la recta f.</p>	<p data-bbox="787 514 933 745">Construir Recta g paralela a la recta f que pase por el punto $(4,2)$</p> 
 <p data-bbox="609 812 755 1077">La recta g, la cual pasa por el punto $C(4,3)$ es <u> </u> a la recta f que pasa por los puntos $A=(2,1)$ y $B=(3,3)$.</p>	<p data-bbox="787 812 933 1077">Construir Recta g paralela a la recta f que pase por el punto $(4,3)$</p> 
 <p data-bbox="609 1148 755 1308">La recta g, la cual pasa por el punto $C=(4,2)$ es <u> </u> a la recta f.</p>	<p data-bbox="787 1106 966 1308">Construir una recta g perpendicular a la recta f que pase por el punto $C(3,4)$.</p> <p data-bbox="787 1266 966 1434">Construir dentro del mismo plano una recta h perpendicular a la recta f que pase por el punto $D(5,2)$.</p> 
 <p data-bbox="609 1379 755 1644">La recta g, la cual pasa por el punto $C=(3,4)$ es <u> </u> a la recta f.</p>	<p data-bbox="787 1455 966 1623">Y construir dentro del mismo plano, una recta paralela a la recta f que pase por los puntos $C(3,4)$ y $D=(5,2)$.</p> 

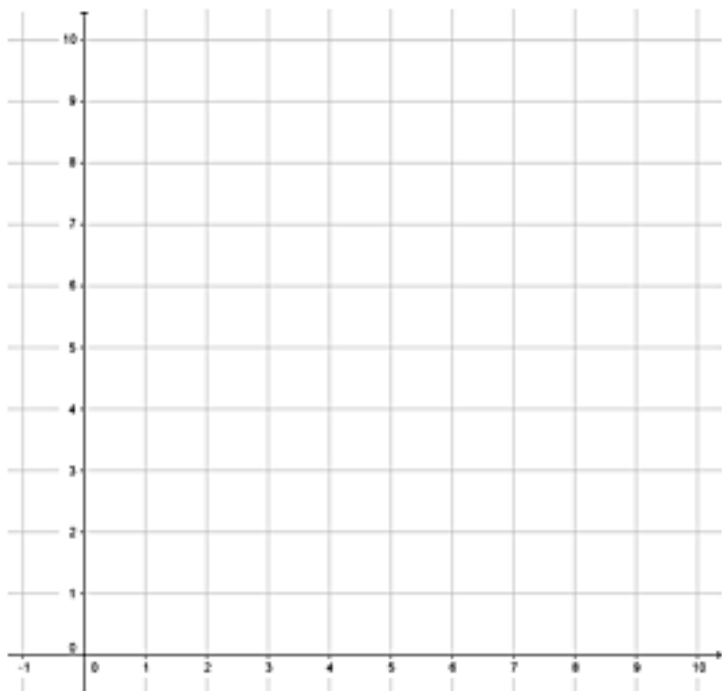
Anexo 11. Actividad 6, Profundización y aplicación. Colegio O.E.A (Sede B, Antonia Santos

D)

1. Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos con sus respectivos nombres(A,B,C,...) y unir cada uno de los grupos de CUATRO puntos en orden alfabético y de forma que se construya una figura cerrada.

$A_{(0,0)}$ $E_{(7,2)}$ $I_{(1,5)}$ $M_{(0,9)}$ $Q_{(3,7)}$ $U_{(4,2)}$
 $B_{(3,0)}$ $F_{(7,6)}$ $J_{(3,5)}$ $N_{(1,9)}$ $R_{(5,7)}$ $V_{(3,2)}$
 $C_{(2,2)}$ $G_{(5,5)}$ $K_{(4,3)}$ $O_{(1,7)}$ $S_{(4,6)}$ $W_{(9,0)}$
 $D_{(1,2)}$ $H_{(5,3)}$ $L_{(2,3)}$ $P_{(0,7)}$ $T_{(2,6)}$ $Z_{(4,0)}$

A. Ubica en cada una de las figuras cerradas halladas anteriormente, la medida de cada uno de los **ÁNGULOS** (en grados °) y **LADOS**(en unidades u), sabiendo que son:



ÁNGULOS:
 $\angle BAD = 64^\circ$ $\angle EFG = 64^\circ$ $\angle KJI = 116^\circ$
 $\angle ABC = 64^\circ$ $\angle FGH = 116^\circ$ $\angle JIL = 64^\circ$
 $\angle BCD = 116^\circ$ $\angle GHE = 116^\circ$ $\angle ILK = 116^\circ$
 $\angle ADC = 116^\circ$ $\angle HEF = 63^\circ$ $\angle LKJ = 64^\circ$
 $\angle NMP = 90^\circ$ $\angle TQR = 135^\circ$ $\angle ZUV = 90^\circ$
 $\angle MNO = 90^\circ$ $\angle KRS = 45^\circ$ $\angle UVW = 90^\circ$
 $\angle NOP = 90^\circ$ $\angle RST = 35^\circ$ $\angle VWZ = 90^\circ$
 $\angle OPN = 90^\circ$ $\angle STQ = 45^\circ$ $\angle WZU = 90^\circ$

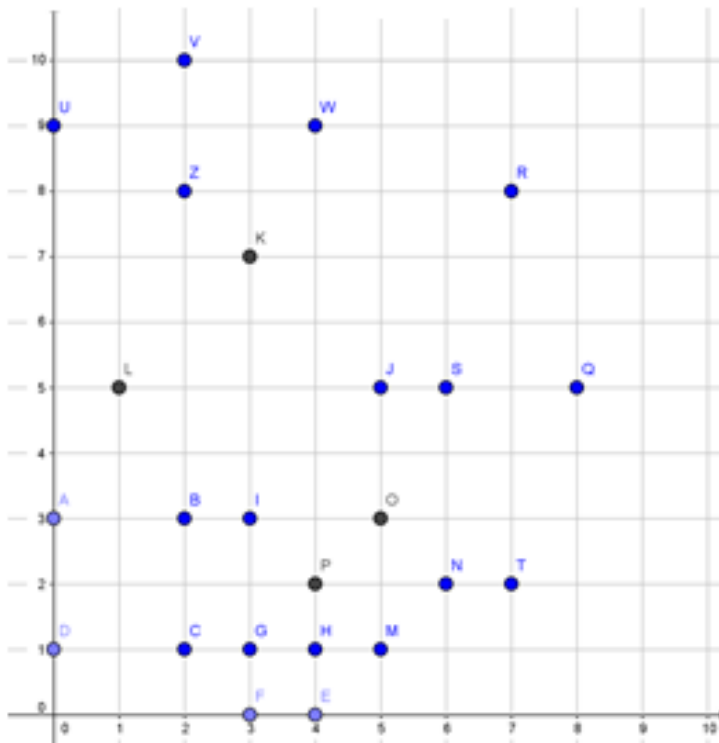
LADOS:
 $AB=3$ $CF=2$ $IL=3$ $OP=3$ $PM=2$ $UV=5$
 $BC=2$ $EF=4$ $JK=3$ $QR=3$ $ON=2$ $WZ=5$
 $CD=1$ $EH=2$ $IJ=2$ $ST=4$ $MN=1$ $ZU=2$
 $AD=2$ $GH=2$ $LK=2$ $UV=2$ $PO=1$ $WV=2$

a. ¿Qué figura cerrada fue la que se encontró al unir los puntos?

 ¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los cuadriláteros?

2. Escribir los pares ordenados que corresponden a los puntos ya ubicados en el plano cartesiano y unir cada uno de los grupos de CUATRO puntos en orden alfabético y de forma que se construya una figura cerrada.

- A(0,3) E(2,8) I(3,3) M(5,1) O(5,3) U(0,9)
 B(2,3) F(3,1) J(5,5) N(6,2) R(7,8) V(2,10)
 C(2,1) G(3,1) K(3,7) Q(8,5) S(4,1) W(4,9)
 D(0,1) H(4,1) L(1,5) P(4,2) T(6,2) Z(2,8)



B. Ubica en cada una de las figuras cerradas halladas anteriormente, la medida de cada uno de los **ÁNGULOS** (en grados °) y **LADOS** (en unidades u), sabiendo que son:

ÁNGULOS:

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $\triangle BAC = 90^\circ$ | $\triangle HEF = 90^\circ$ | $\triangle LKJ = 90^\circ$ |
| $\triangle ABC = 90^\circ$ | $\triangle EFG = 90^\circ$ | $\triangle KJU = 90^\circ$ |
| $\triangle BCD = 90^\circ$ | $\triangle FGH = 90^\circ$ | $\triangle JUL = 90^\circ$ |
| $\triangle ADC = 90^\circ$ | $\triangle CHE = 90^\circ$ | $\triangle ILK = 90^\circ$ |
| $\triangle MNO = 90^\circ$ | $\triangle QTS = 36^\circ$ | $\triangle ZUV = 54^\circ$ |
| $\triangle NOP = 90^\circ$ | $\triangle TQR = 143^\circ$ | $\triangle UVW = 126^\circ$ |
| $\triangle OPM = 90^\circ$ | $\triangle QRS = 36^\circ$ | $\triangle VWZ = 54^\circ$ |
| $\triangle PMN = 90^\circ$ | $\triangle RST = 143^\circ$ | $\triangle WZU = 126^\circ$ |

LADOS:

- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| AB=2 | CF=1 | IL=3 | OP=3 | PM=1 | UV=2 |
| BC=2 | EF=1 | JK=3 | QR=3 | ON=1 | WZ=2 |
| CD=2 | EH=1 | IJ=3 | ST=3 | MN=1 | ZU=2 |
| AD=2 | GH=1 | LK=3 | UV=3 | PQ=1 | WV=2 |

a. ¿Qué figura cerrada fue la que se encontró al unir los puntos?

¿Cuánto miden los ángulos internos de cada uno de los cuadriláteros?