

**LAS RAZONES, PROPORCIONES Y PORCENTAJES EN ACCIÓN PARA
ENTENDER EL IMPACTO DE LA REFORMA TRIBUTARIA DE 2016 EN LA
CANASTA FAMILIAR.**

NATALY ANDREA REY AYALA

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
PROYECTO CURRICULAR
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ. D. C.
NOVIEMBRE 2017

**LAS RAZONES, PROPORCIONES Y PORCENTAJES EN ACCIÓN PARA
ENTENDER EL IMPACTO DE LA REFORMA TRIBUTARIA DE 2016 EN LA
CANASTA FAMILIAR.**

NATALY ANDREA REY AYALA

Trabajo de grado bajo la modalidad de monografía para optar por el título de Licenciada en
Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

Director

JOSÉ TORRES DUARTE

Magister en docencia

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

PROYECTO CURRICULAR

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ. D. C.

NOVIEMBRE 2017

Nota de aceptación

Presidente del jurado

Jurado

DEDICATORIA

Cuando se lucha con tanto esfuerzo por lograr una meta como lo es obtener un título universitario, es importante para mí agradecer a las personas que pusieron un granito de arena en cada paso dado, para hacer realidad uno de mis grandes sueños.

A mi mamá María Eufenia Ayala y mi papá Cesar Rey porque fueron mi motivación día a día para culminar con éxito esta etapa en mi vida; a pesar de los inconvenientes que hemos vivido, quiero que sepan que todo este esfuerzo valió y siempre valdrá la pena por solo verles una sonrisa dibujada en sus rostros, quiero que siempre se sientan orgullosos de mí, así como yo lo estoy de ustedes. ¡Los quiero y amo demasiado!

A mis hermanos Cristian y Cindy, ustedes que me ayudaron en momentos que verdaderamente lo necesitaba, gracias por sus palabras y por motivarme en los últimos peldaños que con el paso de los días se convertían más difícil de escalar. ¡Los quiero! y espero que con este sueño hecho realidad para mí, ustedes logren cada cosa que se propongan, la vida está llena de cosas buenas.

A mi novio Yeison Guerrero Osorio, quien desde el momento en que lo conocí ha sido mi apoyo moral y espiritual; porque más que mi novio se convirtió en mi amigo, en el que podía confiar y en el que encontraba palabras de aliento frente a cada situación que se me presentaba a diario, a él; quien muchas veces me ayudo con mis trabajos, con mis cambios de humor, le agradezco por acompañarme constantemente en este proceso. ¡Te amo! Gracias por enseñarme a no rendirme, eres un excelente ser humano.

A mi amiga Paola Cordoba, por acompañarme, orientarme, darme palabras de ánimo y hacer que confiara en cada uno de mis potenciales, en especial a no rendirme en momentos difíciles; te convertiste en esa amiga incondicional y agradezco a Dios por ponerte en mi camino. Tus palabras de aliento hicieron de mí lo que soy hoy, la verdad hubiera preferido conocerte mucho antes. ¡Te quiero mucho mi Pao, eres la mejor del mundo!

A mi director de trabajo de grado, el profe José Torres; a él le agradezco por brindarme su apoyo, por brindarme su mano cuando más lo necesité y por convertirse en mi guía, gracias por depositar en mi confianza y ser uno de mis formadores, bajo la mirada de las bases necesarias para enfrentarme a nuevas metas.

De igual manera no basta decir, que existieron muchas más personas que de una u otra forma hicieron parte de este importante paso para mí. ¡A ellos un abrazo fuerte!

Nataly Andrea Rey Ayala

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi director el profesor José Torres, quien me guió en este arduo camino y me apoyó en el proceso brindándome aportes que fueron significativos no solo académicamente sino personal; al colegio, el docente Emerson Santana quien me brindó el espacio de su clase para poder llevar a cabo con éxito la aplicación de este trabajo.

Por último, a los estudiantes de grado décimo que participaron, activamente en cada una de las actividades propuestas y que pusieron su disposición en cada una de ellas.

La autora.

RESUMEN

El presente trabajo de grado se ubica en la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, se enfoca en una propuesta de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas utilizando la construcción de ambientes de aprendizajes que giran en torno al contexto de los estudiantes como escenarios de investigación que se orientan a las prácticas sociopolíticas. Es por esto, que se asume el problema del impacto de la reforma tributaria en la búsqueda de equidad, visibilizada en el aumento de precio de los productos de la canasta familiar, usando las razones, las proporciones y el porcentaje como herramienta para hacer crítica. La metodología se basa en la investigación acción que tiene como enfoque involucrar personas en grupos que difunden un proceso de cambio, que apunta a problemas concretos, ya que surgen desde los contextos de su diario vivir, finalmente se concluye que se encontraron alzas significativas en algunos de los productos de la canasta familiar, a partir de la observación, reflexión y posturas reflexivas de los estudiantes a lo largo de las actividades propuestas.

ABSTRACT

The present work of degree is located in the perspective of the Critical Mathematical Education, focuses on a proposal of learning and teaching of mathematics using the construction of learning environments that revolve around the context of students as research scenarios that are they orient sociopolitical practices. This is why the problem of the impact of the tax reform in the search for equity is assumed, made visible in the price increase of the products of the family basket, using the reasons, proportions and percentage as a tool to make criticism. The methodology is based on action research that focuses on involving people in groups that disseminate a process of change, which points to specific problems, since they arise from the contexts of their daily life, finally it is concluded that significant increases were found in some of the products of the family basket, from the observation, reflection and reflective postures of the students throughout the proposed activities

TABLA DE CONTENIDO

<i>CAPÍTULO I: Delimitación del problema de investigación</i> -----	13
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA -----	14
2. JUSTIFICACIÓN -----	19
3. OBJETIVOS -----	22
3.1. General:-----	22
3.2. Específicos:-----	22
<i>CAPÍTULO II: Referente conceptual</i> -----	23
1. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA -----	24
1.1. Pensamiento crítico -----	25
1.2. Ambientes de aprendizaje de skovsmose-----	26
2. REFLEXIÓN -----	28
3. TRABAJO COLABORATIVO -----	30
4. LA REFORMA TRIBUTARIA -----	32
5. LA RAZÓN -----	33
5.1. La fracción como razón -----	33
6. LA PROPORCIÓN -----	34
7. PORCENTAJES -----	37
<i>CAPÍTULO III: Aplicación del estudio</i> -----	38
1. ENFOQUE CUALITATIVO -----	39
2. INVESTIGACIÓN ACCIÓN -----	39
2.1. Fases de investigación:-----	40
<i>CAPÍTULO IV: Conclusiones</i> -----	75
<i>BIBLIOGRAFÍA</i> -----	81

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1 Formas de organización de la actividad con los estudiantes</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 2 Individual de la tira de mercado</i>	<i>42</i>
<i>Tabla 3 general de cada grupo</i>	<i>43</i>
<i>Tabla 4 Información todos los grupos del salón</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 5 Final promedios todos los grupos.....</i>	<i>45</i>

LISTA DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1 Relación todo-todo</i>	<i>33</i>
<i>Ilustración 2 Dimensiones y momentos de la investigación acción según Kemmis (1989, citado en Rodríguez, Herráiz, Prieto, Martínez, Picazo, Castro & Bernal, 2011)</i>	<i>40</i>
<i>Ilustración 3 Ejemplo factura de compra</i>	<i>41</i>
<i>Ilustración 4 Lista alimentos de la canasta familiar</i>	<i>42</i>
<i>Ilustración 5 Análisis individual Vs Análisis grupal</i>	<i>43</i>
<i>Ilustración 6 Análisis de todos los grupos</i>	<i>44</i>
<i>Ilustración 7 Promedio análisis grupales</i>	<i>45</i>
<i>Ilustración 8 Lista precios oficiales de Corabastos</i>	<i>47</i>
<i>Ilustración 9 Precios canasta familiar último trimestre 2016</i>	<i>48</i>
<i>Ilustración 10 Precios canasta familiar primer trimestre 2017</i>	<i>48</i>
<i>Ilustración 11 Fragmento artículo 424 Reforma Tributaria</i>	<i>51</i>
<i>Ilustración 12 Fragmento artículo 468-1 Reforma Tributaria</i>	<i>51</i>
<i>Ilustración 13 Fragmento artículo 477 Reforma Tributaria</i>	<i>52</i>
<i>Ilustración 14 Consolidado del desarrollo de la actividad crítico-matemática de los estudiantes</i>	<i>54</i>
<i>Ilustración 15 Información recolectada de todos los grupos</i>	<i>56</i>
<i>Ilustración 16 Tabla promedios</i>	<i>57</i>
<i>Ilustración 17 Clasificación de la información</i>	<i>59</i>
<i>Ilustración 18 organización de información</i>	<i>60</i>
<i>Ilustración 19 Apoyo grupal</i>	<i>60</i>
<i>Ilustración 20 Construcción de tabla</i>	<i>62</i>

<i>Ilustración 21 Tabla construida (antes)</i>	62
<i>Ilustración 22 Tabla construida (después)</i>	63
<i>Ilustración 23 Relación (todo-todo)</i>	64
<i>Ilustración 24 Cambios de unidades y equivalencias</i>	65
<i>Ilustración 25 Porcentajes de diferencias</i>	66
<i>Ilustración 26 Tablas con promedios</i>	67
<i>Ilustración 27 Compartiendo información grupal</i>	69
<i>Ilustración 28 Observando y analizando datos grupales</i>	69
<i>Ilustración 29 Construcción tabla final</i>	70
<i>Ilustración 30 Análisis último trimestre de 2016 vs primer trimestre de 2017</i>	71
<i>Ilustración 31 Precios que aumentaron, disminuyeron y permanecieron estables</i>	72
<i>Ilustración 32 Representación diagrama de barras de los análisis</i>	73
<i>Ilustración 33 Información reforma tributaria</i>	74

INTRODUCCIÓN

Desde la Educación Matemática Crítica se plantea que a partir de la estructuración de ambientes de aprendizaje los estudiantes pueden tomar una postura crítica y reflexiva de su situación económica, política y social, pues la actividad matemática no debe estar ajena a los contextos de desarrollo de los estudiantes porque estos permean las clases y las interacciones que en ella se dan. Precisamente, Skovsmose (2014) enfoca la reflexión en potenciar ambientes de análisis en los que se trabaja sobre las matemáticas y con las matemáticas, para generar juicios de valor que permitan entender los fenómenos que van más allá de las paredes de la escuela.

En este sentido, se establece que realizar dichos análisis desde el trabajo colaborativo, permite que los estudiantes trabajen de forma conjunta, debatiendo, reflexionando y socializando en torno a ideas que evocan experiencias del trabajo realizado por sí mismo y por los demás.

El presente estudio, desarrollado como una investigación cualitativa dentro del enfoque de investigación acción, da cuenta de la estructuración de ambientes de aprendizaje ligados a la situación de la Reforma Tributaria y su impacto en los precios de la canasta familiar, se generaron cuatro actividades con las que se buscó que los estudiantes de grado décimo adquirieran una postura crítica frente al impacto de dicha reforma en la economía de sus hogares y así mismo en las premisas de equidad, haciendo uso de la razón, proporción y porcentaje.

Para lo anterior, se presenta en el primer capítulo el planteamiento del problema de investigación, la justificación de la selección del objeto investigado, la pregunta que se abordó y los objetivos propuestos.

El segundo capítulo muestra el referente conceptual el cual describe el fundamento de este informe final, basado en la perspectiva teórica en la cual se encuentra ubicado, la Educación Matemática Crítica (EMC), los ambientes de aprendizaje y los escenarios de investigación que permiten estructurarlos, involucrando la reflexión desde sus efectos sobre la sociedad y como ayuda para entender las matemáticas en acción. En este sentido, se presentan los referentes matemáticos que desde las interpretaciones de la reforma, podían surgir en la

actividad matemática de los estudiantes, estos son con respecto al uso de razones, proporciones y porcentajes.

En el tercer capítulo se encuentra la aplicación del estudio, constituido por la descripción de la investigación, la metodología que se implementó y el análisis de la información recolectada, teniendo como base las fases metodológicas propuestas por Kemmis (1989, citado en Rodríguez, Herráiz, Prieto, Martínez, Picazo, Castro & Bernal, 2011).

Finalmente, el cuarto capítulo da cuenta de las conclusiones, desde la reflexión con y sobre las matemáticas, las diferentes posturas que desde las actividades pudieron construir los estudiantes en relación a los objetivos planteados para este trabajo de grado y finalmente acerca del trabajo colaborativo como dinámica que propició las diferentes ideas y posturas de los estudiantes.

CAPÍTULO I: Delimitación del problema de investigación

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para el desarrollo del planteamiento del problema, inicialmente se realiza una mirada desde los diversos discursos, retomando ideas de entrevistas realizadas a las personas involucradas en el proceso de construcción y divulgación de la reforma, así como del propio documento final de la reforma expedido como la Ley 1819 de 29 de diciembre de 2016; para esto, se tiene en cuenta las posturas del ministro de hacienda Mauricio Cárdenas, el documento de la Ley 1819 y finalmente la crítica del economista Aurelio Suárez, quien analiza los pros y contras de esta ley. Teniendo como base estas tres, se establecieron preguntas que permitieron orientar este trabajo hacia las diferentes posturas que desde la educación matemática crítica pueden surgir cuando se busca modelar una situación ligada a la reforma, para entenderla desde un contexto social, económico y cultural, estableciendo la veracidad de los discursos en términos de equidad.

Así, pues, los componentes principales de la reforma tributaria que generaron discusión en los colombianos son, los impuestos de renta (personas naturales y empresas), el IVA e impuesto grabado, y el impuesto verde, desde el discurso que entrego el ministro de hacienda Mauricio Cárdenas a los colombianos, en el programa dos puntos del canal RCN (2012), la reforma tributaria busca no aumentar el recaudo dando una mayor equidad, que ayude a cerrar las brechas sociales y que disminuya el desempleo, esto quiere decir que la reforma tributaria ofrece una cantidad enorme de beneficios.

Los principales cambios que se tuvieron en cuenta a la nueva reforma se pueden dividir en tres secciones, uno dedicado a los consumidores, otro a las empresas y otro para las pequeñas empresas informales. En la actualidad fue aprobada la nueva reforma tributaria estructural (Ley 1819 del 2016), la cual ha generado bastantes polémicas en los colombianos quienes son incrédulos frente a la posición del gobierno: que ésta no los afectará dramáticamente y si por el contrario beneficiará al país.

¿Qué tan cierto es lo que se dice en el discurso sobre los componentes de la reforma tributaria? Para intentar dar respuesta a esta pregunta se generaron diversos debates y presentaciones que intentaron dar claridad sobre el contenido, los pros y los contras de los componentes que se presentaron en la reforma para informar a los colombianos.

En el programa Dos Puntos presentado por el canal RCN, el ministro Mauricio Cárdenas afirma que el 1% de los colombianos que son los más ricos de Colombia, debían pagar más impuestos de renta para personas naturales y el resto que son el 99% de colombianos tendrían alivio en el impuesto de renta, siendo éste un aporte a la ayuda de cerrar las brechas sociales. Desde lo planteado en la reforma, se pasa de ser el tercer país más desigual en América Latina a estar en la media latinoamericana quedando entre Chile y México.

Teniendo claro los porcentajes nombrados, existen unas tarifas construidas. Estas tarifas se aplican a colombianos que ganan más de los \$ 3 500 000 al mes, los que están debajo de este valor no tendrían que pagar un solo peso de impuesto sobre la renta; las tarifas de quienes están pagando el impuesto de renta no son altas, son tarifas de apenas el 1% y dependiendo la cantidad de sueldo que devengue mensualmente.

Ahora bien, hablando desde el impuesto de renta a las empresas se tienen dos objetivos principales, el primero la reducción del impuesto y el segundo la eliminación de parafiscales; es decir, desde el empleo si los jefes, pagan a sus empleados un sueldo de \$ 100, deben pagar por dicho sueldo un impuesto de 29,5 %, aporte que sería dirigido al SENA, cajas de compensación familiar, salud, ICBF y pensiones. La reducción que propone la reforma a las empresas es de un 13,5 %, siendo un alivio y al mismo tiempo un incentivo a las empresas que generan más empleo en Colombia, es decir los que vienen ganando son las empresas donde existe mayor contratación de mano de obra.

En cuanto al Impuesto del Valor Agregado (IVA), se considera como un impuesto indirecto que busca imponerse en el consumo de bienes y servicios, el cual no tendrá alzas ni afectará la canasta familiar de los colombianos. Este posee una tasa única que se designa a la cadena de actividades comerciales que se realizan hasta llegar al consumidor final; es decir, ofrece ventajas en términos de eficacia, de ser neutros a la hora de hacer efectivos los impuestos, sembrando igualdad en los distintos sectores y facilidad de control y cumplimiento.

El Incremento del IVA es primordialmente para el mantenimiento de programas que requiere el país para lograr un mejor desarrollo. Se define qué alimentos de la canasta familiar estarán sin IVA y se establece de manera general una tarifa de 19% en el impuesto, es importante resaltar que en los servicios de internet, los computadores de hasta \$ 1 500 000, tabletas y celulares de hasta \$ 650 000, para los estratos 1, 2 y 3, estarán exentos de IVA, y otros

artículos como lo son bicicletas, toallas higiénicas y carros eléctricos, tendrán un IVA de solo el 5%.

En el impuesto a combustibles o bien llamado impuesto verde, se busca proteger el medio ambiente; este tiene que ver con las muestras de carbono que poseen los combustibles. Aquellos impuestos que se recaudan bajo este propósito estarán destinados al fondo de Colombia Sostenible; es decir, para la protección de ecosistemas, la conservación de fuentes hídricas, en fin, las actividades que correspondan a la protección y conservación del medio ambiente. Así mismo, se establece un impuesto a bolsas plásticas, incentivando la utilización de bolsas biodegradables que no afecten el medio ambiente, este impuesto aumentará progresivamente con el pasar de los años, siendo en el 2017 de \$ 20, en el 2018 de \$ 30 y así sucesivamente.

Visto desde otra perspectiva, en la reforma el impuesto de renta a personas naturales no es otra cosa que sobre cargar a las personas de clase media, pues para el economista Aurelio Suárez en la entrevista realizada en el programa dos puntos (2012), en Colombia existen más o menos 40 millones de colombianos y de estos, se puede hablar de que solo 21 millones están ocupados trabajando; pues el restante está constituido por personas mayores y niños. Ahora bien, de esos 21 millones solo 4 millones de colombianos poseen ingresos por encima de dos salarios mínimos legales mensuales; es decir, lo que en últimas termina haciendo la reforma es elevar este número de contribuyentes más o menos a 500 000. En conclusión, las personas naturales que empezarían a contribuir de esta manera serían los profesionales libres y, los pequeños y medianos empresarios. Sabiendo esto, ¿Cómo se puede pensar que recaudar más en la clase media pueda resolver el problema de desigualdad en el país?

Aunado a lo anterior, es importante saber que el recaudo fundamental que se debería hacer en el impuesto de renta es a las empresas, es decir las empresas entrarían a jugar un papel importante en el recaudo, pero es mucho más desigual, porque se disminuye el impuesto del 33% que estaban aportando antes de la reforma, al 25%; en otras palabras, la base que se formula en la reforma tributaria de generar equidad no sería tan verdadera, porque lo único que busca es recargarse en la clase media en la que profesores universitarios y otras profesiones estarían incluidas.

Partiendo de los anteriores análisis se procede a problematizarlos, considerando el discurso de Aurelio, quien pone en tela de juicio la veracidad de lo expresado por el ministro de hacienda y por la reforma como tal, centrando este trabajo en el IVA como eje problemático en los niveles de equidad social, reflejado en la afectación que ha producido la reforma en los hogares colombianos, visibilizada en el aumento de los precios de los productos de la canasta familiar.

Se puede pensar que el diseño del impuesto IVA posee desafíos significativos en relación a la palabra equidad y a costos de acatamiento de la ley, que la diferencia de las tasas, los privilegios y los sistemas especiales son, en general, desacertados y se podría dudar hasta de su misma eficacia. Al mismo tiempo y como postura de cero equidad, se incluyen algunos alimentos y productos de la canasta familiar que sí tendrán el nuevo IVA de 19%, productos que tienen que ver con la salud de los colombianos y otros por simplicidad tributaria, por ejemplo, bebidas azucaradas, aceites, leche en polvo, jabones, papel higiénico, productos de aseo, galletas, maíz tierno, cereal, paquete de arepas, entre otros (la lista es larga). ¿Acaso no se había dicho en el discurso que la canasta familiar no tendría IVA?

Pensando en la pregunta anterior, se puede cuestionar, ¿Qué tan coherentes son los diferentes discursos sobre la reforma tributaria?, ¿qué tanto afecta al ciudadano común la reforma tributaria? Esta pregunta hace alusión a que en medio de tantos discursos de diferentes versiones el ciudadano común y corriente, finalmente no sabe la afectación de tal reforma.

Ahora bien, ubicados desde la palabra equidad y considerando que en “supuestamente” con la reforma se estaba buscando igualdad y cerrar brechas de carácter social, económico y cultural, la idea de este trabajo se centró en poder hacer crítica junto con los estudiantes de grado décimo del Colegio Claretiano El Libertador, sobre las preguntas planteadas en los párrafos anteriores desde la educación matemática crítica, en ambientes de aprendizaje como estrategia para trabajar en el aula e involucrando el conocimiento matemático relacionado con las razones, proporciones y porcentajes, que permitiera por una parte ver la matemática en acción y por otra, interpretar la situación de la reforma tributaria para que los estudiantes tomaran posiciones informadas.

Finalmente, se establece a partir de lo anterior la siguiente pregunta orientadora:

¿Cuál es el impacto de la reforma tributaria en la búsqueda de equidad, visibilizada en el aumento de precio de los productos de la canasta familiar, usando las razones, las proporciones y el porcentaje como herramienta para hacer crítica?

2. JUSTIFICACIÓN

Como docente fue importante diseñar éste trabajo de investigación para que, a partir de la construcción de ambientes de aprendizaje, los estudiantes transformaran o modificaran la perspectiva que tenían sobre su realidad, en este caso sobre la realidad de la nueva reforma tributaria y sobre el entorno en el que viven, adoptando una postura crítica, reflexiva y sensible a su contexto.

El paradigma del ejercicio (matemática tradicional) puede contrastarse con un enfoque de investigación cualitativa. Éste enfoque puede tomar muchas formas, una de las cuales es el trabajo por propósitos para la escuela primaria y secundaria, como se describe en Nielsen, Patronis y Skovsmose (1999). En general, el trabajo por propósitos se ubica dentro de un “escenario” que ofrece posibilidades para realizar investigaciones y representa un ambiente de aprendizaje en esencia diferente al del paradigma del ejercicio (Nielsen, Patronis y Skovsmose, 1999).

Esto significa que las autoridades que ejercen poder en el paradigma del ejercicio han sido eliminadas en este ambiente. El supuesto de “una y sólo una respuesta correcta” no tiene sentido, los libros de texto pueden quedarse cómodamente en las repisas de las bibliotecas del salón donde el proyecto está teniendo lugar, el profesor adquiere el papel de un supervisor y pueden surgir discusiones enfocadas en la indagación: ¿Qué tan coherentes son los diferentes discursos sobre la reforma tributaria? ¿Qué tanto afecta al ciudadano común la reforma tributaria? El problema ahora se convierte en establecer modelos para el cálculo de la relación sobre equidad visibilizada en el aumento de los productos de la canasta familiar previsto en la reforma y también se vuelve importante reflexionar sobre ello. Estos cálculos referentes a las nociones de razón, proporción y porcentaje, se han reflexionado desde un aspecto social, económico y cultural, a través de preguntas guiadas a responder: ¿Son los cálculos confiables? ¿Consideramos los factores importantes?, ¿se pueden comparar con las estadísticas oficiales?; pero ¿son estos resultados correctos? La reflexión crítica sobre las matemáticas y sobre el modelaje matemático adquiere un nuevo significado.

Gran parte de la educación matemática se mueve entre los ambientes de aprendizaje que buscan calificar cuantitativamente los desarrollos de los estudiantes, en este sentido, el paradigma del ejercicio ofrece los fundamentos de la “tradicición” en la educación matemática.

Muchos estudios sobre las prácticas de la educación matemática ofrecen una visión desoladora de lo que sucede en el aula tradicional, entonces es importante entender que

El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven... La tarea del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales. (MEN, 1998, p 14).

Las nociones matemáticas tendrán sentido para el estudiante si aparecen como herramientas para resolver las diferentes situaciones enfrenta en su diario vivir; por esto se recurre a la situación de la reforma tributaria que es presentada como problema bajo la mirada de equidad, que es lo que “supuestamente” busca el gobierno en total plenitud en cada uno de los apartados de ella, porque es la que permitirá producir acciones comunicativas en las cuales los estudiantes expresen lo que piensan, articulen sus conocimientos, los signifiquen y los contextualicen.

Ahora para abordar el trabajo fue importante incluir lo colaborativo que según Boavida & da Ponte (2011) “la colaboración, se está afirmando como una importante estrategia de trabajo en el mundo de la educación”, partiendo de lo anterior se considera que los ambientes de aprendizaje están orientados a la reflexión crítica sobre la veracidad que tienen los diferentes discursos de la reforma tributaria a partir de su propio contexto.

Así, se destaca que la colaboración, de acuerdo a Boavida & da Ponte (2011) es: (...) la adecuada en los casos en que los diversos participantes trabajan de manera conjunta, no en una relación jerárquica, sino sobre una base de igualdad, de modo que haya una ayuda mutua para alcanzar los objetivos que benefician a todos. (p.127)

Desde lo anterior, se asume el trabajo colaborativo como una acción conjunta que se desarrolla en actividades para pensar, preparar, reflexionar, formar y comprometerse (Boavida & da Ponte, 2011) en torno a los análisis construidos a lo largo de las actividades propuestas que ayudan a tener una postura del trabajo realizado.

Luego es importante saber que el trabajo colaborativo ayuda a desarrollar ambientes de participación y motivación para la interacción, permitiendo que los estudiantes logren integrar su trabajo con el de los demás, reciban retroalimentación, superen temores a la

interacción y reconozcan la importancia de construir con el otro. Por tanto, este tipo de trabajo permite “reconocer que existen otros, articular análisis de la información construida, hacer juicios valorativos del trabajo de otros, construir con otros y promover discusiones que dejan entrever una postura crítica mediante intervenciones voluntarias que cuestionan avances y desarrollos en la acción de investigar” (Beltrán & Suárez, 2015).

3. OBJETIVOS

3.1. General:

- Promover una postura crítica en estudiantes de grado décimo, frente al impacto de la reforma tributaria en la economía de sus hogares y así mismo en las premisas de equidad, a través de la generación de ambientes de aprendizaje haciendo uso de la razón, proporción y porcentaje.

3.2. Específicos:

- Construir junto con los estudiantes una mirada sobre la matemática que permite interpretar una situación cotidiana como lo es el de la reforma tributaria.
- Proveer a los estudiantes de experiencias que les permitan hacer juicios de valor en torno a la influencia de la reforma tributaria en la económica de sus hogares.
- Promover la discusión, el debate y el análisis en el aula de clase de matemáticas.
- Promover la colaboración, la participación como valores democráticos en el aula de matemáticas.

CAPÍTULO II: Referente conceptual

A continuación se presentan los referentes teóricos que se han asumido para la realización del presente trabajo de grado, iniciando por la perspectiva teórica en la cual se encuentra ubicado, la Educación Matemática Crítica (EMC), incluyendo el pensamiento crítico como parte fundamental de la perspectiva y del trabajo con los estudiantes. En seguida, los escenarios de investigación, para lograr a partir de las referencias un ambiente de aprendizaje que implique reflexionar sobre los aspectos de toda forma de acción, incluso sus efectos sobre la sociedad; luego se considera la reflexión que ayuda a entender las matemáticas en acción.

Partiendo de lo anterior, se da paso a los referentes matemáticos; razones, proporciones y porcentajes que se usaron a lo largo de las actividades apoyados desde los análisis realizados por los estudiantes.

1. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

La educación matemática crítica (EMC) Según Cárdenas y Muñoz (2014), se concibe como una corriente de la investigación en didáctica de las matemáticas, aportando al estudio y educación matemática; destacándose en contextos sociales que permiten trabajar desde la relación social con la justicia, la democracia y la equidad.

De acuerdo a Ernest (2010 citado en Cárdenas y Muñoz, 2014), Skovsmose fue la primera persona en conectar de manera explícita la Teoría Crítica (desarrollada a partir del trabajo de la Escuela de Frankfurt hacia mediados del siglo veinte) con la educación matemática. Este elemento crítico se manifiesta en la manera en que la EMC aborda el estudio de la matemática y la educación matemática.

La EMC según Skovmose (2012), posee una perspectiva que se enfoca en la conceptualización del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, utilizando como media la investigación que se orientan a las prácticas sociopolíticas. Como un primer acercamiento es considerada la alfabetización matemática no solo como una destreza, sino también, como la competencia para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas.

En segundo lugar, la (EMC) la preocupación se centra en dar sustento a la democracia, es decir; la construcción de la sociedad formada dentro del aula de clase de matemáticas debe representar algunos aspectos democráticos. En otras palabras según Cárdenas y Muñoz (2014), “la educación matemática crítica se preocupa o insiste en el hecho de que las

matemáticas no son simplemente una materia que debe enseñarse y aprenderse”, en el que no deben importar los procesos de aprendizaje ya que estos se pueden organizar de acuerdo con los principios de los enfoques constructivistas o socioculturales del aprendizaje.

1.1. Pensamiento crítico

Es importante considerar la intervención de los estudiantes como lo que concibe el pensamiento crítico, es decir visto como un proceso de construcción social mediado por la interacción de los sujetos en donde el entorno y los estímulos o acciones de enseñanza-aprendizaje contribuyen al desarrollo de competencias y saberes matemáticos.

En Colombia una de las funciones elementales de la educación es el desarrollo de la capacidad crítica y analítica para el fortalecimiento científico y tecnológico, partiendo de ello los estudiantes logran conseguir resultados de aprendizajes reconocidos; especialmente en lectura, escritura, aritmética y competencias prácticas.

El pensamiento crítico, es el proceso cognitivo que permite la construcción de un nuevo conocimiento y la utilización estratégica del mismo en la solución de problemas presentes en la vida cotidiana. Para la enseñanza de la matemática, favorece la construcción y comprensión de conceptos, en el que se debe apoyar en el desarrollo de habilidades cognitivas para que el estudiante logre transformar su contexto en busca de mejorar la calidad de vida.

En un estudio pionero en el pensamiento crítico y la educación en 1941, Edward Glaser, citado en Cárdenas y Muñoz (2014), define el pensamiento crítico como:

"La capacidad de pensar de manera crítica, tal como se concibe en este volumen, implica tres cosas: (1) una actitud de estar dispuesto a considerar de una manera reflexiva los problemas y asuntos que entran dentro del rango de las experiencias de uno, (2) conocimiento de los métodos de investigación lógica y el razonamiento, y (3) una cierta habilidad en la aplicación de esos métodos”.

Ahora bien, tomando como referencia el pensamiento crítico como el que comprende las capacidades y actitudes, considerándolas como las que desempeñan un papel principal en la intención de analizar y dominar las informaciones que caracterizan el contexto social actual como lo es el de la reforma tributaria.

De igual forma, proporciona a los estudiantes las herramientas necesarias para saber el tipo de conocimiento que deben utilizar en determinada situación, además analiza la estructura y firmeza que se tienen en relación a los razonamientos, de las opiniones o afirmaciones que giran en torno a lo analizado, en los que se acepta como verdaderos en el contexto de la vida cotidiana.

Desde el pensamiento crítico, se pueden involucrar valores intelectuales que tratan de ir más allá de las emociones y opiniones particulares, por lo que requiere claridad, exactitud, precisión, evidencia y equidad. Para el trabajo propuesto, se considera al pensamiento crítico como el conjunto de habilidades cognitivas y destrezas, en las que se enfoca en la interpretación, el análisis, la inferencia, la explicación y la auto regulación.

Boisvert (2004), considera tres categorías: *básicas* que son las que tienen que ver con comparar, clasificar y ordena; *complejas* que son las que se utilizan en situaciones o procesos de resolución de problemas en los que hay que usar varias habilidades básicas de manera coordinada, lógica y eficazmente; y *habilidades de carácter tanto intersubjetivas o Meta cognitivas* que son las que tiene que ver con revisar y valorar una variedad de información para poder distinguir y elegir lo relevante para poder discutir, argumentar y contra argumentar crítica y autocríticamente con otros integrantes de un grupo sobre resultados, respuestas y toma de decisión, entre otras.

1.2. Ambientes de aprendizaje de skovsmose

Los ambientes de aprendizaje desde Skovsmose (2002), tienen que ver con las prácticas educativas que se realizan en el aula, en las que a partir de un escenario de investigación o desde el paradigma del ejercicio (matemática tradicional), pueden estar combinadas con una distinción diferente que tiene que ver con las referencias, es decir, con las matemáticas puras, la vida real y lo que tiene que ver con lo poco real. Estas sirven como base en el significado en el que los estudiantes logren construir a partir de los conceptos matemáticos y de las actividades desarrolladas en clase, una posible combinación, para poder generar ambientes de aprendizaje.

El escenario de investigación debe incentivar en los estudiantes involucrarse en el proceso de investigación y explicación, resaltando el papel dinámico del estudiante en su propio aprendizaje, mientras beneficia el recurso que se implementa para la reflexión de las

matemáticas, ya que deben hacer parte de su vida cotidiana y ser útiles para llegar a la solución de problemas de tipo social.

En los tres tipos de referencias propuestas por Skovsmose (2002) dicen que:

- Las matemáticas puras: Describen al estudio de las matemáticas sin referencia a las aplicaciones prácticas que pudieran derivarse, se trabajan de una forma abstracta, se utilizan axiomas, fórmulas, algoritmos con criterios matemáticos rigurosos.
- Lo semi-real o poco real: Hace referencia a lo que no es una realidad, que de hecho podamos observar, es decir es una realidad construida, es una realidad virtual construida por el docente.
- En la vida real: Se muestran las situaciones que son propias de la realidad y del contexto cercano a los estudiantes.

De la combinación de las anteriores referencias y los paradigmas según Pulido y Amaya (2011), surgen los ambientes de aprendizaje como se observa más claramente en la siguiente matriz:

Formas de organización de la actividad con los estudiantes		
Tipo de referencia	Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Matemática pura	1	2
Semi-Real (poco real)	3	4
Vida Real	5	6

Tabla 1 Formas de organización de la actividad con los estudiantes

Para el trabajo, es conveniente tratar de profundizar en los ambientes de aprendizaje tipo **4** y **6** que ayudan en el problema y en la construcción del objetivo, es decir se toma el ambiente **4**, ya que existen referencias a lo poco real o semi-real, en donde en vez de formular ejercicios se hace una invitación para que los estudiantes exploren y expliquen sus posturas con relación a los datos o información construida por ellos mismos. El ambiente **6**, se toma porque en él se desarrollan escenarios de investigación que poseen un alto índice de realidad; realidad

propuesta como la reforma tributaria, este ayuda a dar significado a las actividades propuestas a los estudiantes, basándose de cálculos reales para exponer sus respuestas y el profesor se transforma en un mediador del proceso de aprendizaje, que en pocas palabras debe proponer cuestionamientos que indiquen el camino en la resolución de los problemas al estudiante; es aquí cuando se forma un nuevo significado desde las matemáticas y el modelo planteado a los estudiantes a partir de la reflexión crítica.

2. REFLEXIÓN

Según Skovsmose (2014). “Necesitamos reflexionar sobre los aspectos de toda forma de acción, incluso sus efectos sobre la sociedad.” (p.91); es decir, se puede tener una postura amplia de reflexión que ayuda a entender las matemáticas en acción.

La matemática en acción está inmersa en los procesos que orientan a discrepancias intencionales y no intencionales, los hábitos sociales pueden llevar a reflejar la necesidad de la reflexión de ciertos tipos de procesos sociales, visualizando a aquellos que forman parte importante en las matemáticas en acción, es decir la reflexión desde esta mirada tiene que ver con el juicio de las acciones que se ejercen dentro de la sociedad. (Skovsmose, 2014)

La reflexión es entonces importante en la educación, porque según Skovsmose (2014) “todo lo que puede ser enseñado y aprendido puede ser sometido a la reflexión.” (p. 92); es decir, los estudiantes pueden reflexionar sobre lo que realizan en el aula de clases llegando a cuestionamientos como: ¿Tiene sentido lo que el profesor habla? ¿Qué pasa si no hacemos la tarea? Si el profesor pide formar equipos, ¿voy a querer estar en el mismo grupo de Pedro? Partiendo de las preguntas, el docente puede comenzar a preocuparse por el progreso de las actividades realizándose del mismo modo cuestionamientos como: ¿Los alumnos están comprometidos? ¿A los alumnos les interesa mi clase? Ahora bien, desde los mismos cuestionamientos que se realizan los docentes y estudiantes se puede observar una reflexión que comprende diferentes aspectos en el aula de clases.

Desde las dimensiones sociales y políticas de la reflexión, puede que aquellas preocupaciones sociales estén inmersas en las actividades cotidianas que realizan los colombianos, en este caso hablando desde la reforma tributaria. Para el desarrollo, se considera la reflexión para

lograr entender la preocupación expresada desde la educación matemática crítica, considerando aquellas reflexiones sobre las matemáticas y con las matemáticas.

Sobre la matemática:

Un proceso fundamental del trabajo se basa en permitir a los estudiantes experimentar una situación; como lo es la reforma tributaria en la que las matemáticas se accionan y luego se puede reflexionar sobre la experiencia, buscando construir una situación a través de la cual los estudiantes se enfrentan a diferentes cuestionamientos como ¿Se puede confiar en los datos obtenidos, para tener posturas propias sobre los análisis realizados en el aula? ¿Qué significó observar tablas, organizar información, construir gráficas y utilizar procedimientos numéricos en las actividades?

De esta forma, la idea de conseguir los acercamientos sobre la realidad de la reforma ayudó a los estudiantes a utilizar diferentes estrategias matemáticas que los orientaron durante la realización de las actividades, buscando tener más certeza en los datos para poder dar una postura sobre los mismos análisis, básicamente lo que se busca con la reflexión sobre las matemáticas es proporcionar a los estudiantes bases fundamentadas en la producción de cálculos, tener confiabilidad de los datos, realizar técnicas estadísticas entre otras actividades matemáticas que sustentan de una u otra manera sus propias posturas frente al tema. Lo dicho anteriormente se basa en el proyecto Amenaza en los números (Terrible sma Numbers).

Partiendo de lo anterior se identifica, que los estudiantes se basan en las producciones matemáticas para argumentar y poner una postura frente a las diferentes situaciones, algunas producciones de cálculos tienen que ver con el uso de diferentes representaciones tanto simbólicas como gráficas, haciendo uso específicamente de la razón como índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud y como relación entre cantidades de diferente magnitud; al mismo tiempo se considera la proporción vista como la igual entre dos razones y por último el porcentaje como razón.

El fin último de la utilización de los cálculos matemáticos, es que los estudiantes tomen decisiones con base a los números encontrados en cada proceso realizado durante las actividades, que los lleven a tomar decisiones y así vivir las matemáticas en acción.

Con la matemática:

Las reflexiones con la matemática, se fundamenta en el accionar crítico; que permite a los estudiantes comunicar sus ideas verbalmente, en el que se ven las matemáticas como una herramienta de reflexión siendo importante en la formulación, profundización y el detalle sobre posturas que tienen que ver con los aspectos económicos, políticos y sociales.

Al mismo tiempo se considera que las matemáticas no solo están orientadas a garantizar la veracidad de las conclusiones, el punto importante bajo esta mirada es que los estudiantes por medio de comparaciones, obligándolos a reflexionar sobre cada una de los cuestionamientos presentes en sus procesos de construcción, incentivan el accionar crítico.

3. TRABAJO COLABORATIVO

Para Coll, Mauri y Onrubia (2006) El trabajo colaborativo se entiende como el conjunto de personas capaces de trabajar en equipo para reflexionar, comunicar y colaborar para cumplir unos objetivos determinados, este trabajo colaborativo facilita a los estudiantes la movilización de los procesos interpsicológicos de la construcción de conocimiento donde la interacción entre los estudiantes es parte fundamental y constitutiva del aprendizaje es decir que permite significar el aprendizaje y darle sentido al mismo.

Según Cabezas y Cordoba (2015) para evidenciar el trabajo colaborativo en los estudiantes es necesario tener en cuenta la interacción en la que se establecen las siguientes características:

Trabajo en equipo

- Escucha a sus compañeros y debate ideas. Se expresa en acciones como: - mirar atentamente a quien está hablando, - hace uso de la palabra cuando el “otro” termina su idea, -hace consideraciones frente al discurso del “otro”.
- Propone estrategias mediante las cuales se pueda establecer roles para cada uno de los integrantes del grupo.
- Acuerda tareas para cada uno de los integrantes del grupo.

- Acoge los aportes de otros frente a su postura encontrada en el desarrollo de las actividades de investigación.
- Realiza pronunciamientos estimulantes sobre el trabajo de los otros.
- Hace consideraciones orientadas a mejorar o reforzar las dinámicas del trabajo en grupo.
- Hace propuestas para tomar decisiones cuando sea necesario.
- Ante situaciones de diferencia al interior del equipo, media en busca de puntos de solución.
- Expresa libremente sus sentimientos al interior del grupo. Su lenguaje es cordial y respetuoso.

Incentivar la investigación

- Realiza pronunciamientos estimulantes sobre el trabajo de los otros.
- Promueve el involucramiento de las personas en los procesos desarrollados.
- Menciona anécdotas, experiencias, situaciones referentes a su vida real o al proceso que ha desarrollado en las actividades, para promover discusión al respecto.
- Plantea preguntas sugerentes al debate y la reflexión.
- Persuade a sus compañeros sobre los beneficios que trae la investigación en la comunidad educativa y la sociedad.
- Motiva la iniciación o terminación de tareas en el proceso de investigación.

Construir colaborativamente

- Mantiene acuerdos sobre conceptualizaciones y formas de trabajo.
- Sus acciones evitan la jerarquización de roles, para mantener el trabajo entre pares.

Conclusiones globales

- Participa voluntariamente en discusiones, debates, socializaciones, lluvias de ideas y en la consecución de los logros (sin entender logro como producto terminal, sino como avance en el proceso).
- Asume en su momento el liderazgo, pero no se arraiga a éste, dando oportunidad a los demás de tener este rol.

- Pone en consideración del grupo tareas o información que promovería el proceso de construcción conjunto.
- Las respuestas ante cuestionamientos emergentes al interior del grupo tienen en cuenta razones de estos cuestionamientos, y al mismo tiempo son aceptadas por el grupo.

Socializar

- Utiliza diversas modalidades para mostrar lo que hace o Comunica constantemente sus consultas, sus intereses, sus propuestas y desarrollos.
- En sus intervenciones, intenta hacer comprensible sus ideas.
- Invoca en sus intervenciones, experiencias significativas de otros.
- Participa como asistente en otros grupos de trabajo.

4. LA REFORMA TRIBUTARIA

El Gobierno Nacional es el encargado de construir la reforma tributaria en Colombia, para renovar el sistema tributario. La actual reforma Ley 1819 del 2016 es considerada estructural por la revisión completa a los impuestos que cada uno de los colombianos paga, al mismo tiempo hace una mirada a largo plazo de la competitividad y de los controles por evasión a los impuestos. En ella se muestra simplicidad, progresividad y equidad, es decir se simplifica la forma de entender el sistema tributario especialmente por qué se deben pagar impuestos, debido a que se han eliminado tributos, se han simplificado los tramites y declaraciones y, por último, se acercó la contabilidad a los impuestos.

Al mismo tiempo, le apuesta a la progresividad, asegurando que los colombianos que ganen más, serán los que pagarán más; pensando en mejorar la equidad aliviando la capacidad de pago de aquellos colombianos que son los más necesitados, en cierta medida ayuda el hecho de que se promueve una igualdad de reglas de juego para todos los contribuyentes (DIAN, 2016).

La nueva reforma era muy necesaria por la caída de los precios del petróleo a nivel internacional, gracias a este inesperado evento económico el país redujo sus ingresos en \$ 24 billones, esto ayudo a identificar que los colombianos necesitan una economía más

diversificada, en la que se fuera menos dependiente del sector minero-energético. Ahora bien, se puede considerar que la reforma es proveedora de una de las herramientas principales que ayudan a fortalecer la economía colombiana, en que se debe generar más empleo formal y al mismo tiempo pueda resistir caídas volátiles como la del dólar y los precios del petróleo (DIAN, 2016).

5. LA RAZÓN

5.1. La fracción como razón

Según Llinares y Sánchez (2012), “algunas veces las fracciones son usadas como un <<índice comparativo>> entre dos cantidades de magnitud (comparación de situaciones)” (p.67) partiendo de lo anterior se encuentra el uso de las fracciones como razón.

En el caso de las fracciones vistas como razón no existe de forma natural una unidad, es decir un todo como ocurre en otros casos, aquí es donde se puede entender que la comparación puede ser bidireccional. Ahora bien, las comparaciones describen la relación entre conjunto a conjunto (todo-todo) de igual forma aparecen las comparaciones (parte-parte).

Ejemplo que describe comparación parte-parte:

En un grupo de niños y de niñas hay diez niñas y cinco niños. En un momento determinado alguien dice: <Hay la mitad de niños que de niñas> (hay doble niñas que niños). La expresión mitad esta empleada en esta situación para describir una relación entre dos partes de un conjunto. Se ha realizado una comparación parte-parte y como resultado de esta comparación se utiliza una fracción para cuantificar la relación. (Llinares y Sánchez, 1988)

Ejemplo que describe la relación todo-todo:

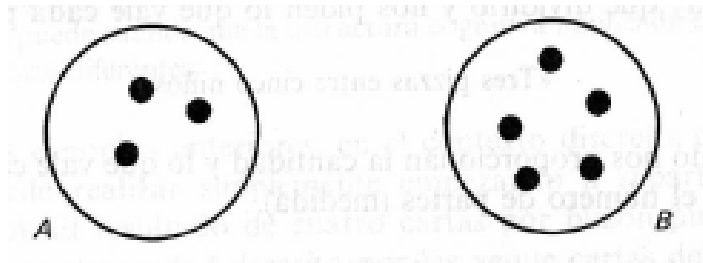


Ilustración 1 Relación todo-todo

La relación entre los puntos de A y de B es de $\frac{3}{5} \rightarrow (3 : 5)$

La relación entre los puntos de B y de A es de $\frac{3}{5} \rightarrow (5 : 3)$ (Llinares y Sánchez, 1988)

6. LA PROPORCIÓN

Teniendo en cuenta la clasificación que propone Vergnaud (1994) en las estructuras multiplicativas de los problemas simples de multiplicación: isomorfismo de medidas y producto de medidas, se desarrolla en el trabajo la primera clasificación, de tal manera que las actividades planteadas permitan que los estudiantes resuelvan problemas que involucran la proporcionalidad, puesto que desde planteamientos del grupo Mescud (2002), “el isomorfismo de medidas es una estructura que se refiere a los problemas en los que subyace una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas”, por esta razón, se profundiza en esta estructura de la multiplicación.

Adicionalmente, cuando se hace referencia al isomorfismo, se está planteando una proporción, pues el isomorfismo es una propiedad de la linealidad y para que esta se cumpla debe satisfacer a su vez la propiedad de proporcionalidad. Es decir que lo lineal es todo lo que cumple la propiedad de isomorfismo y proporcionalidad (Mescud, 2002). En el isomorfismo de medidas se identifican cuatro subclases de problemas, uno de multiplicación, dos de división y uno de regla de tres.

Las representaciones a usar en las actividades propuestas a los estudiantes están basadas en representaciones icónicas y simbólicas, además de utilizarse materiales didácticos que permitan desarrollar en el estudiante las diferentes estrategias para la resolución de este tipo de problemas multiplicativos. Permitiéndole crear conceptos abstractos a partir de las manipulaciones que haga con el material para la construcción de la noción de proporcionalidad.

El diseño de las actividades se basa en la comprensión y el análisis de información utilizando la comprensión de lectura, representación de tablas y manipulaciones con el material concreto propuesto para cada una de las actividades.

Teniendo en cuenta las nociones que intervienen en el isomorfismo de medidas establece Vergnaud (1994) que la proporcionalidad “se desarrolla a través de un largo periodo, en el curso de los dos últimos años de la enseñanza elemental, y hasta el segundo y tercer años de

secundaria”. Por lo tanto con el presente trabajo por medio de las actividades se puede dar a conocer la noción de proporción a partir de la “regla de tres directa” y la constante de proporcionalidad.

Según Godino y Batanero (2002) con la expresión “regla de tres” se designa un procedimiento que se aplica a la resolución de problemas de proporcionalidad en los cuales se conocen tres de los cuatro datos que componen las proporciones y se requiere calcular el cuarto.

Aunque aplicado correctamente el razonamiento supone una cierta ventaja algorítmica en el proceso de solución, ya que se reduce a la secuencia de una multiplicación de dos de los números, seguida de una división por el tercero, con frecuencia muchos alumnos manipulan los números de una manera aleatoria y sin sentido de lo están haciendo.

En cierto modo el algoritmo les impide comprender la naturaleza del problema, sin preocuparse de si la correspondencia entre las cantidades es de proporcionalidad directa, inversa, o de otro tipo. La regla de tres se llega a aplicar de manera indiscriminada en situaciones en las que es innecesaria o impertinente.

El concepto de proporción toma importancia para la educación secundaria al ser la base de la comprensión de la función lineal y la función racional, en el caso de la proporción inversa.

La proporcionalidad aparece en las definiciones del libro V de los Elementos de Euclides como:

1. Una magnitud es parte de una magnitud, la menor de la mayor, cuando mide a la mayor → Submúltiplos de la magnitud

A

B

La magnitud B es tres veces la magnitud A.

2. La mayor es múltiplo de la menor cuando es medida por la menor.

3. Una razón es determinada relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas.

4. Se dice que guardan razón entre sí las magnitudes que, al multiplicarse, pueden exceder una u otra.

5. Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda que una tercera con una cuarta, cuando cualesquiera equimúltiplos de la primera y la tercera excedan a la par, sean iguales a la par o resulten inferiores a la par, que cualesquiera equimúltiplos de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en el orden correspondiente.

La definición 5 se constituye como el pilar de la proporcionalidad, pues suministra el criterio principal para hablar de esta característica de magnitudes, como lo mencionan García & Serrano (1997 citado por Martínez y González, 2005):

La noción de semejanza de razones es crucial en esta teoría tanto para el desarrollo de las razones como para la misma razón, pues una interpretación a la luz de la matemática actual, permite extraer una formulación equivalente como: un par de magnitudes relacionadas que tengan la misma razón entre las cantidades de la primera magnitud y sus correspondientes de la segunda magnitud, se dicen proporcionales. (p. 15)

Desde una visión matemática, la definición 5 es equivalente a afirmar que (García & Serrano, 1997, citado por Martínez y González, 2005):

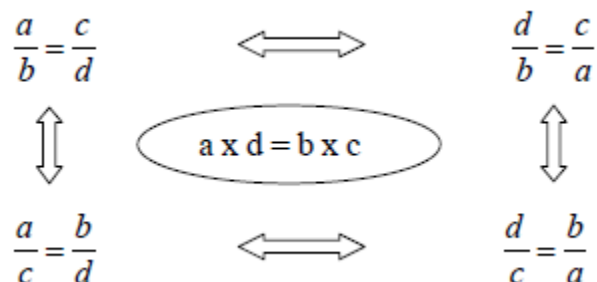
La proporción es siempre una relación entre magnitudes o números, que viene dada por una función lineal, cuya constante de proporcionalidad establece la relación entre las cantidades de ambas magnitudes, o números correspondientes. Se infiere que todas las situaciones las cuales pueden ser modeladas por una función lineal, son situaciones de proporcionalidad. (p. 16)

Una definición más reciente permite establecer que una proporción es una igualdad entre dos razones $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, que se lee como “a es a b, como c es a d”

Se debe tener en cuenta que existen diferentes métodos para dar con el valor desconocido de una proporción o la cuarta proporcional. Estos métodos son llamados rata unidad y factor de cambio (Martínez y González, 2005).

El primer método consiste en hallar el valor de la unidad para posteriormente hallar el valor total de las unidades que sean preguntadas, lo cual permite a los estudiantes poner en juego sus ideas intuitivas relacionadas principalmente con la división. El segundo método consiste en realizar agrupaciones de múltiplos.

Desde la escuela se privilegia siempre el método de multiplicación en cruz, que se expresa de la siguiente manera, y que puede ser visible en los otros dos métodos:



Ejemplo:

La razón de chicos a chicas en una clase es de 2 a 3. Hay 12 chicos ¿cuántas chicas hay?

Solución:

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{x}; x = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 12 = 18; \text{ hay 18 chicas.}$$

7. PORCENTAJES

La notación de porcentajes y el razonamiento de proporcionalidad que se pone en juego cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor 100 se utiliza en una amplia variedad de situaciones de la vida diaria. La expresión “x%” es una manera alternativa de expresar la fracción $x/100$, pero el concepto de porcentaje proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, no sólo de manera absoluta (cuál de los dos es mayor), sino de una manera relativa, es decir, se desea saber qué fracción o proporción de uno representa respecto del otro. En estas situaciones se suele utilizar el número 100, que es bien familiar, como referencia. Al situarlo como denominador de una fracción, su numerador nos indica qué porción de 100 representa.

CAPÍTULO III: Aplicación del estudio

1. ENFOQUE CUALITATIVO

Para dar respuesta a la pregunta de investigación se ha utilizado el método cualitativo, ya que tiene como objetivo la descripción de las cualidades de un fenómeno.

La credibilidad de un estudio cualitativo se relaciona con el uso que se haya hecho de un conjunto de recursos técnicos (duración e intensidad de la observación-participación en el contexto estudiado; triangulación de datos, métodos e investigadores; acopio de documentación escrita, visual propia del contexto; discusiones con colegas; revisiones de información e interpretación con las personas estudiadas; registro de cuadernos de campo y diarios de investigación).

2. INVESTIGACIÓN ACCIÓN

La investigación acción tiene como enfoque involucrar personas en grupos que difunden un proceso de cambio, que apunta a problemas concretos, ya que surgen desde los contextos de su diario vivir en que ellos mismos están inmersos, por tanto aquellos que participan en el grupo del aula, se convierte en coinvestigador reflexivo y participe de todas las fases del proceso investigativo (Colmenares & Piñero, 2008).

Desde lo anterior la investigación acción en la educación Elliott, citado en O'Hanlon (2009), define la investigación acción como:

“mejora la practica por medio del desarrollo de la capacidad de quien la ejerce para discriminar y juzgar en situaciones humanas particulares y complejas. Unifica la investigación, el mejoramiento en el desempeño y el desarrollo de las personas en sus roles profesionales”

De esta manera, se realizó el trabajo con estudiantes de grado décimo, que fueron seleccionados para cambiar algunas posturas propias de las realidades sociales, como lo es la reforma tributaria; involucrándolos en un proceso reflexivo investigativo, a través de dinámicas de trabajo colaborativo.

Estas actividades tienen en común la identificación de estrategias de acción que son implementadas y más tarde sometidas a observación, reflexión y cambio. Se consideró como un instrumento que genera cambio social y conocimiento educativo sobre la realidad social, bajo la mirada de la reforma tributaria.

Para el desarrollo del problema, fue conveniente centrarse en tres ejes principales:

- Las matemáticas en acción
- El trabajo colaborativo
- La reflexión

2.1. Fases de investigación:

Para este trabajo de grado se tuvo en cuenta las fases de investigación de Kemmis (1989, citado en Rodríguez, Herráiz, Prieto, Martínez, Picazo, Castro & Bernal, 2011):

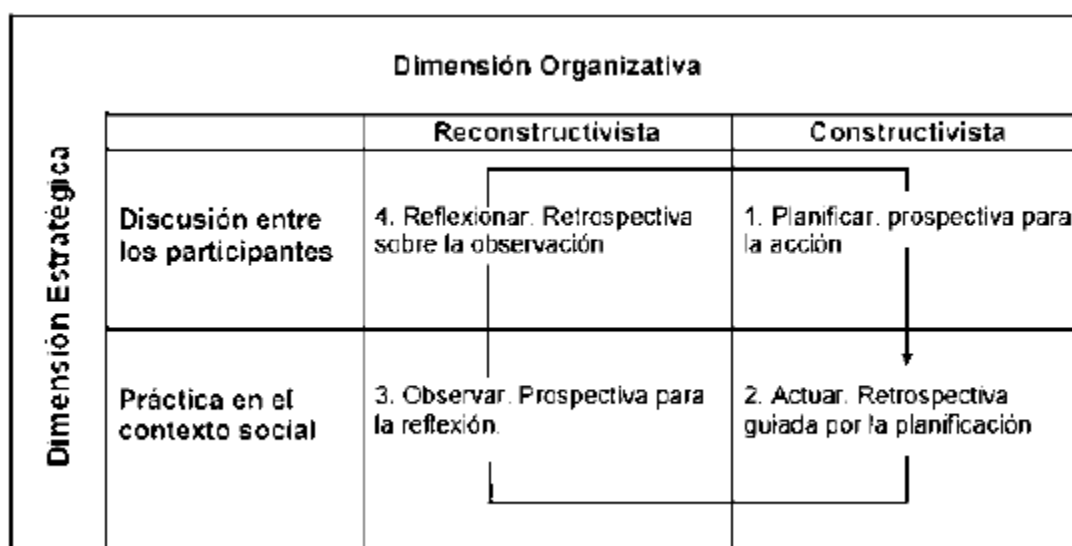


Ilustración 2 Dimensiones y momentos de la investigación acción según Kemmis (1989, citado en Rodríguez, Herráiz, Prieto, Martínez, Picazo, Castro & Bernal, 2011)

Estos momentos se implementaron de la siguiente manera:

1. Planificar

El siguiente diseño de actividades se realizó con la intención de que los estudiantes construyeran por ellos mismo tablas en las que su realidad está reflejada con los productos de la canasta familiar que utilizan necesariamente en cada uno de sus hogares, partiendo de ello los estudiantes a través de las diferentes actividades utilizan la matemática como lo es la razón, la proporción y los porcentajes para reflexionar y poner una postura crítica en cada uno de los análisis realizados.

Se consideran 6 actividades que involucran los diferentes enfoques que necesitábamos observar, las siguientes son las actividades propuestas a los estudiantes:

Actividad 0: “Sigue las instrucciones”

Momento 1:

En este primer momento se pide a los estudiantes reúnan o junten facturas de compras de mercado que en sus hogares hayan realizado en los últimos días.



Ilustración 3 Ejemplo factura de compra

Momento 2:

- Se conformaron 8 grupos de trabajo, formados por 4 y 5 estudiantes.

Luego de tener claro el papel que cada uno de los miembros del grupo realizará, se procede a explicar la actividad que deben realizar.

- Cada estudiante deberá construir una tabla en la que se identifique el producto comprado, la unidad de medida y el precio según lo muestre cada factura. Los productos de la canasta familiar que se tendrán en cuenta durante todos los análisis fueron organizados en una tabla que fue construida previamente por la docente, quien escogió 50 productos de la canasta familiar que son importantes en los hogares de los colombianos.

	ALIMENTOS
1	Arroz
2	Harina de maiz
3	Pastas
4	Cereal
5	pan
6	papa
7	platano
8	cebolla
9	tomate
10	zanahoria
11	frijol
12	arveja
13	Banano
14	frutas frescas
15	res
16	cerdo
17	pollo
18	huevos
19	leche
20	queso
21	aceite
22	panela
23	azucar
24	café
25	chocolate
26	sal
27	condimentos
28	sopas y cremas
29	dulces
30	bebidas artificiales
31	mantequilla
32	embutidos
33	lentejas
34	enlatados
35	grabanzo
36	galletas
37	leche en polvo
38	promasa
39	maiz
40	jabon de baño
41	jabon en polvo
42	jabon de lavar losa
43	espongillas
44	jabon en barra
45	crema de dientes
46	toallas higienicas
47	shampo
48	papel higienico
49	decol
50	bolsas para la basura

Tabla 50 alimentos de la canasta familiar que se analizan durante cada actividad:

Como se muestra en el siguiente ejemplo, los estudiantes deberán construir la siguiente tabla:

Producto	Precio	unidad
Arroz	\$ 1 200	1 Libra

Tabla 2 Individual de la tira de mercado

Ilustración 4 Lista alimentos de la canasta familiar

Actividad 1: Construyendo tablas de análisis

Propósito: comparación de los precios de cada integrante del grupo observando si se encuentran en la misma unidad de medida. Y si no es así; a partir de la utilización de equivalencias, junto con los cambios de unidad de medida, reflejar en los productos las mismas unidades para sacar el promedio de los mismos y construir una tabla general grupal. Durante los cambios de los datos y los resultados finales reflejar una postura frente al análisis de los mismos.

Momento 1:

1. Se unificará la información recolectada por cada integrante del grupo, obteniendo a partir de clasificaciones y promedios una tabla grupal.

Como se evidencia a continuación:

Tabla 3 general de cada grupo

Grupo 1		
Producto	precio	unidad
Arroz	\$ 1 200	1 libra

Alimentos	Unidad de medida	Cantidad	Precio	Unidad de medida	Cantidad	Precio
1 Arroz						
2 Harina de maiz						
3 Pastas						
4 Cereal						
5 pan						
6 papa						
7 platano						
8 cebolla						
9 tomate						
10 zanahoria						
11 frijol						
12 arveja						
13 Banano						
14 frutas frescas						
15 res						
16 cerdo						
17 pollo						
18 huevos						
19 leche						
20 queso						
21 aceite						
22 panela						
23 azucar						
24 café						
25 chocolate						
26 sal						
27 condimentos						
28 sopas y cremas						
29 dulces						
30 bebidas artificiales						
31 mantequilla						
32 embutidos						
33 lentejas						
34 enlatados						
35 grabanzo						
36 galletas						
37 leche en polvo						
38 promasa						
39 maiz						
40 jabon de baño						
41 jabon en polvo						
42 jabon de lavar losa						
43 esponjillas						
44 jabon en barra						
45 crema de dientes						
46 toallas higienicas						
47 shampo						
48 papel higienico						
49 decol						
50 bolsas para la basura						

análisis grupal

Ilustración 5 Análisis individual Vs Análisis grupal

Momento 2:

1. Se unificarán las tablas resultantes de cada grupo formando una sola en el tablero, esta lista será unificada por los estudiantes con ayuda del docente.

Ejemplo

Grupo 1			Grupo 2			Grupo 3			...		
Producto	precio	unidad									
Arroz	\$1 200			\$1 350		\$ 590			\$ 789		

Tabla 4 Información todos los grupos del salón

	Alimentos	Grupo 1 precio	unidad	grupo 2 precio	Unidad	Grupo 3 precio	Unidad	Grupo 4 precio	Unidad	Grupo 5 precio	Unidad	Grupo 6 precio	Unidad	Grupo 7 precio	Unidad	Grupo 8 precio	Unidad
1	Arroz																
2	Harina de maiz																
3	Pastas																
4	Cereal																
5	pan																
6	papa																
7	platan																
8	cebolla																
9	tomate																
10	zanahoria																
11	frijol																
12	arveja																
13	Banano																
14	frutas frescas																
15	res																
16	cerdo																
17	pollo																
18	huevos																
19	leche																
20	queso																
21	aceite																
22	panela																
23	azucar																
24	café																
25	chocolate																
26	sal																
27	condimentos																
28	sopas y cremas																
29	dulces																
30	bebidas artificiales																
31	mantequilla																
32	embutidos																
33	lentejas																
34	enlatados																
35	grabanzo																
36	galletas																
37	leche en polvo																
38	promasa																
39	maiz																
40	jabon de baño																
41	jabon en polvo																
42	jabon de lavar losa																
43	esponjillas																
44	jabon en barra																
45	crema de dientes																
46	toallas higienicas																
47	shampo																
48	papel higienico																
49	decol																
50	bolsas para la basura																

Ilustración 6 Análisis de todos los grupos

Obteniendo la tabla final, se pide a los estudiantes que se realice una comparación de precios con las listas de los demás grupos.

Posibles preguntas que los estudiantes deben resolver dependiendo la recolección de la información en las tablas:

	Alimentos	Promedio precio	Unidad
1	Arroz		
2	Harina de maiz		
3	Pastas		
4	Cereal		
5	pan		
6	papa		
7	platano		
8	cebolla		
9	tomate		
10	zanahoria		
11	frijol		
12	arveja		
13	Banano		
14	frutas frescas		
15	res		
16	cerdo		
17	pollo		
18	huevos		
19	leche		
20	queso		
21	aceite		
22	panela		
23	azucar		
24	café		
25	chocolate		
26	sal		
27	condimentos		
28	sopas y cremas		
29	dulces		
30	bebidas artificiales		
31	mantequilla		
32	embutidos		
33	lentejas		
34	enlatados		
35	grabanzo		
36	galletas		
37	leche en polvo		
38	promasa		
39	maiz		
40	jabon de baño		
41	jabon en polvo		
42	jabon de lavar losa		
43	esponjillas		
44	jabon en barra		
45	crema de dientes		
46	toallas higienicas		
47	shampo		
48	papel higienico		
49	decol		
50	bolsas para la basura		

• ¿Por qué en un establecimiento es más barato que en otro?

• Tomando como referencia el menor precio de cada producto, ¿Qué porcentaje más cobra aquel que tiene el mayor precio en cada producto?

Tienda A			Tienda B		
Producto	Precio	Unidad	Producto	Precio	Unidad
Arroz	\$2 400	1 Libra	Arroz	\$ 1 900	1 libra

Tabla 5 Final promedios todos los grupos

Ejemplo:

¿Cuánto se gana de más la tienda A de la tienda B?

¿Cuánto es el porcentaje de ganancia de más de la tienda A con respecto a la tienda B?

2. Sacar valor promedio de cada uno de los productos según los datos obtenidos en la tabla.

Rol del docente:

Acompañar a los estudiantes en sus preguntas, ser mediadora en cada grupo para que los estudiantes realicen con éxito la actividad.

Sacando los promedios de todos los grupos según el Alimento constituye una tabla final, en la que todos los grupos de trabajo empezarán a trabajar las siguientes actividades propuestas.

Actividad 2: “Tablas oficiales vs. Tabla 4 FINAL”

Propósito: Comparación de los precios de las tablas oficiales (último trimestre de 2016) con la tabla final de los promedios de precios grupales; observando si se encuentran en la misma unidad de medida. Y si no es así; a partir de la utilización de equivalencias, junto con los cambios de unidad de medida, convertir en los productos las mismas unidades de medida, para analizar qué productos tienen cambios o diferencias según la información construida. Durante los cambios de los datos y los resultados finales reflejar una postura frente al análisis de los mismos a partir de los cuestionamientos que orientan la actividad.

Presentar tabla de Corabastos, en la que se evidencia el valor de los precios de cada producto seleccionados por ellos mismos, los valores entregados son tomados del histórico de precios que genera el mercado de Corabastos de los productos vendidos en los últimos tres meses del año 2016.

Descripción datos de tablas realizadas por Corabastos

Nombre: Nombre del producto

Presentación: Unidad de medida (Kilo, libra, atado, etc.)

Cantidad: Cantidades por producto

Unidad: Unidad de medida en (Kilo, libra, atado, etc.)

Pesos calidad extra: De calidad superior.

Pesos calidad primera: De calidad media o de primera.

Pesos calidad corriente: De calidad baja o corriente.

Grandes Superficies: Se realiza un estudio semanal en relación a los precios con los hipermercados como: Éxito, Metro, etc. (Es la comparación de precios que manejan los hipermercados en relación con los de Corabastos).

Los estudiantes deben identificar los productos que más se consumen gracias a las tablas que ellos ya realizaron, al mismo tiempo con las tablas entregadas del mercado de Corabastos, deben comparar los precios que se muestran con los que ellos ya han clasificado.

Preguntas orientadoras:

- ¿En qué porcentaje aumentó o disminuyó el precio de cada producto mes a mes? ¿Qué opinas de la afirmación de José: Aquel producto que tuvo el mayor incremento es el más costoso?
- En la totalidad de productos analizados, ¿todos presentan los mismos incrementos?
- Realice una gráfica de barras que evidencie las diferencias encontradas en los precios en los últimos tres meses del año 2016 a los de hoy en día.
- ¿Qué se puede inferir del resultado de los análisis?

Ilustración 8 Lista precios oficiales de Corabastos

Nombre	Presentación	Cantidad	Unidad	Pesos Calidad Extra	Precio Calidad Primera	Precio Calidad Corriente	Grandes Superficies
ALAS DE POLLO	KILO	1.00	KILO	\$4,200	\$4,200	\$4,200	\$5,000
BAGRE DORADO	KILO	1.00	KILO	\$16,000	\$15,000	\$14,000	\$21,000
BAGRE PINTADO	KILO	1.00	KILO	\$16,000	\$15,000	\$14,000	\$20,000
BLANQUILLO GALLEGO	KILO	1.00	KILO	\$12,000	\$12,000	\$12,000	\$14,000
BOCA CHICO	KILO	1.00	KILO	\$9,500	\$9,500	\$9,500	\$12,000
CACHAMA	KILO	1.00	KILO	\$9,000	\$9,000	\$9,000	\$9,000
CADERA	KILO	1.00	KILO	\$18,000	\$18,000	\$18,000	\$22,000
CAJARO	KILO	1.00	KILO	\$13,000	\$13,000	\$13,000	\$16,000
CAMARON TIGRE	KILO	1.00	KILO	\$28,000	\$28,000	\$28,000	\$28,000
CAMARON TITI	KILO	1.00	KILO	\$14,000	\$14,000	\$14,000	\$15,000
CAPACETA	KILO	1.00	KILO	\$12,000	\$11,000	\$11,000	\$12,000
CARACOL ALMEJA	KILO	1.00	KILO	\$15,000	\$15,000	\$15,000	\$18,000
CHATAS	KILO	1.00	KILO	\$21,000	\$21,000	\$21,000	\$20,000
CORVINA	KILO	1.00	KILO	\$30,000	\$30,000	\$30,000	\$28,000
COSTILLA	KILO	1.00	KILO	\$12,000	\$12,000	\$12,000	\$16,000
CUCHA	KILO	1.00	KILO	\$7,000	\$7,000	\$7,000	\$12,000
DONCELLA	KILO	1.00	KILO	\$15,000	\$15,000	\$15,000	\$15,000
FILETE DE MERLUZA	KILO	1.00	KILO	\$10,000	\$10,000	\$10,000	\$12,000

	ALIMENTOS	octubre		noviembre		diciembre	
		Precio	unidad	precio	unidad	precio	unidad
1	Arroz						
2	Harina de maiz						
3	Pastas						
4	Cereal						
5	pan						
6	papa						
7	platano						
8	cebolla						
9	tomate						
10	zanahoria						
11	frijol						
12	arveja						
13	Banano						
14	frutas frescas						
15	res						
16	cerdo						
17	pollo						
18	huevos						
19	leche						
20	queso						
21	aceite						
22	panela						
23	azucar						
24	café						
25	chocolate						

Ilustración 9 Precios canasta familiar último trimestre 2016

	Alimentos	Enero		Febreo		Marzo	
		Precio	unidad	precio	unidad	precio	unidad
1	Arroz						
2	Harina de maiz						
3	Pastas						
4	Cereal						
5	pan						
6	papa						
7	platano						
8	cebolla						
9	tomate						
10	zanahoria						
11	frijol						
12	arveja						
13	Banano						
14	frutas frescas						
15	res						
16	cerdo						
17	pollo						
18	huevos						
19	leche						
20	queso						
21	aceite						
22	panela						
23	azucar						
24	café						
25	chocolate						

Ilustración 10 Precios canasta familiar primer trimestre 2017

Actividad 3: Último trimestre 2016 vs. Primer trimestre 2017

Propósito: Comparación de los precios de las tablas oficiales (Primer trimestre de 2017) con la tabla final de los promedios de precios grupales; observando si se encuentran en la misma unidad de medida. Y si no es así; a partir de la utilización de equivalencias, junto con los cambios de unidad de medida, mostrar en los productos las mismas unidades, para analizar qué productos tienen cambios o diferencias según la información construida. Durante los cambios de los datos y los resultados finales reflejar una postura frente al análisis de los mismos a partir de los cuestionamientos que orientan la actividad.

Presentar tabla de Corabastos, en la que se evidencia el valor de los precios de cada producto seleccionados por ellos mismos, los valores entregados son tomados del histórico de precios que genera el mercado de Corabastos en los productos vendidos en los primeros tres meses del año 2017.

Descripción datos de tablas realizadas por Corabastos

Nombre: Nombre del producto

Presentación: Unidad de medida (Kilo, libra, atado, etc.)

Cantidad: Cantidades por producto

Unidad: Unidad de medida (Kilo, libra, atado, etc.)

Pesos calidad extra: De calidad superior.

Pesos calidad primera: De calidad media o de primera.

Pesos calidad corriente: De calidad baja o corriente.

Grandes Superficies: Se realiza un estudio semanal en relación a los precios con los hipermercados como: Éxito, Metro, etc. (Es la comparación de precios que manejan los hipermercados en relación con los de Corabastos).

Ahora bien, del mismo modo los estudiantes deben identificar las diferencias y los porcentajes que reflejan los datos entregados y ya analizados por ellos mismos, al igual que en la actividad 2, las preguntas orientadoras serán las mismas.

Preguntas orientadoras

- ¿En qué porcentaje aumentó o disminuyó el precio de cada producto mes a mes? ¿Qué opinas de la afirmación de José: Aquel producto que tuvo el mayor incremento es el más costoso?
- En la totalidad de productos analizados, ¿todos presentan los mismos incrementos?
- Realice una gráfica de barras que evidencie las diferencias encontradas en los precios en los primeros tres meses del año 2017 a los de hoy en día.
- ¿Qué se puede inferir con el resultado de los análisis?

Preguntas adicionales relacionando los tres análisis ya realizados:

- ¿Qué similitudes y qué diferencias hay en los tres análisis realizados?
- ¿Cuáles productos muestran un porcentaje de incremento mayor, desde el último trimestre de 2016 al primer trimestre de 2017?
- ¿a qué crees que se debe el incremento de un año al otro?

Actividad final: “Reflexionando procesos”

Propósito: Comparación de los precios de las tablas oficiales (Reforma tributaria Ley 1819 del 2016) con la tabla final de los promedios de precios grupales; observando, analizando y produciendo posturas críticas con base a los datos que se observan en la reforma vs los datos que se construyeron a lo largo de las actividades, en los cuales las experiencias hacen énfasis en las posturas y los resultados finales reflejar una crítica frente al análisis de los mismos partiendo de diferentes cuestionamientos que involucran su propio contexto, las tablas y lo analizado reflejándolo en el aula y el video-foro.

En esta última parte, se les hará entrega de las últimas tablas de referencia, tablas tomadas de la nueva reforma tributaria implementada en el año 2017. Con estas tablas los estudiantes deben analizar los nuevos datos a los resultados obtenidos en los análisis de las tablas anteriores, deben observar si para los productos seleccionados se les aplica o no el iva; para así comenzar con la socialización de los resultados obtenidos de todas las situaciones planteadas.

ARTÍCULO 424. BIENES QUE NO CAUSAN EL IMPUESTO. Los siguientes bienes se hallan excluidos del impuesto y por consiguiente su venta o importación no causa el impuesto sobre las ventas. Para tal efecto se utiliza la nomenclatura arancelaria Andina vigente:

01.03	Animales vivos de la especie porcina.
01.04	Animales vivos de las especies ovina o caprina.
01.05	Gallos, gallinas, patos, gansos, pavos (gallipavos) y pintadas, de las especies domésticas, vivos.
01.06	Los demás animales vivos.
03.01	Peces vivos, excepto los peces ornamentales de las posiciones 03.01.11.00.00 y 03.01.19.00.00
03.03.41.00.00	Albacoras o atunes blancos
03.03.42.00.00	Atunes de aleta amarilla (rabiles)
03.03.45.00.00	Atunes comunes o de aleta azul, del Atlántico y del Pacífico
03.05	Pescado seco, salado o en salmuera, pescado ahumado, incluso cocido antes o durante el ahumado, harina, polvo y «pellets» de pescado, aptos para la alimentación humana.
04.04.90.00.00	Productos constituidos por los componentes naturales de la leche
04.09	Miel natural
05.11.10.00.00	Semen de Bovino

Ilustración 11 Fragmento artículo 424 Reforma Tributaria

ARTÍCULO 468-1. BIENES GRAVADOS CON LA TARIFA DEL CINCO POR CIENTO (5%). Los siguientes bienes están gravados con la tarifa del cinco por ciento (5%):

09.01	Café, incluso tostado o descafeinado, cáscara y cascarilla de café, sucedáneos del café que contengan café en cualquier proporción, excepto el de la subpartida 09.01.11
10.01	Trigo y morcajo (tranquillón), excepto el utilizado para la siembra.
10.02.90.00.00	Centeno.
10.04.90.00.00	Avena.
10.05.90	Maíz para uso industrial.
10.06	Arroz para uso industrial.
10.07.90.00.00	Sorgo de grano.
10.08	Alforfón, mijo y alpiste, los demás cereales.
11.01.00.00.00	Harina de trigo o de morcajo (tranquillón)
11.02	Harina de cereales, excepto de trigo o de morcajo (tranquillón)
11.04.12.00.00	Granos aplastados o en copos de avena
12.01.90.00.00	Habas de soya.

Ilustración 12 Fragmento artículo 468-1 Reforma Tributaria

ARTÍCULO 477. BIENES QUE SE ENCUENTRAN EXENTOS DEL IMPUESTO.

Están exentos del impuesto sobre las ventas, con derecho a compensación y devolución, los siguientes bienes:

01.02	Animales vivos de la especie bovina, excepto los de lidia.
01.05.11.00.00	Pollitos de un día de nacidos.
02.01	Carne de animales de la especie bovina, fresca o refrigerada.
02.02	Carne de animales de la especie bovina, congelada.
02.03	Carne de animales de la especie porcina, fresca, refrigerada o congelada.
02.04	Carne de animales de las especies ovina o caprina, fresca, refrigerada o congelada.
02.06	Despojos comestibles de animales de las especies bovina, porcina, ovina, caprina, caballar, asnal o mular, frescos, refrigerados o congelados.
02.07	Carne y despojos comestibles, de aves de la partida 01.05, frescos, refrigerados o congelados.
02.08.10.00.00	Carnes y despojos comestibles de conejo o liebre, frescos, refrigerados o congelados.
03.02	Pescado fresco o refrigerado, excepto los filetes y demás carne de pescado de la partida 03.04.
03.03	Pescado congelado, excepto los filetes y demás carne de pescado de la partida 03.04. Excepto los atunes de las partidas 03.03.41.00.00, 03.03.42.00.00 y 03.03.45.00.00.
03.04	Filetes y demás carne de pescado (incluso picada), frescos, refrigerados o congelados.
03.06.16.00.00	Camarones y langostinos y demás decápodos Natantia de agua fría, congelados.
03.06.17	Los demás camarones, langostinos y demás decápodos Natantia, congelados.
03.06.26.00.00	Camarones y langostinos y demás decápodos Natantia de agua fría, sin congelar.
03.06.27	Los demás camarones, langostinos y demás decápodos Natantia, sin congelar.
04.01	Leche y nata (crema), sin concentrar, sin adición de azúcar ni otro edulcorante.
04.02	Leche y nata (crema), concentradas o con adición de azúcar u otro edulcorante.
04.06.10.00.00	Queso fresco (sin madurar), incluido el lactosuero, y requesón

Ilustración 13 Fragmento artículo 477 Reforma Tributaria

Preguntas orientadoras:

Identifica el producto que se va analizar, y observa qué sucede con el producto según la tabla en la que esté presente.

- ¿Qué se infiere del incremento o baja del producto?
- A manera de reflexión, ¿Qué podrías decir de la variación del último trimestre de 2016 y primer trimestre de 2017? para que ellos investiguen, exigir argumentos más complejos, a qué se debe el aumento o la variación.

2. Actuar

El trabajo se realizó con estudiantes de grado décimo del colegio Claretiano El Libertador, en el aula durante tres semanas y media se realizaron las sesiones de la clase de matemáticas; brindadas o cedidas por el docente Emerson Santana. Como la idea era trabajar colaborativamente con los estudiantes y el docente; la clase giro en torno a las actividades propuestas y al trabajo realizado de las mismas. Es decir; la actividad final de video-foro se convirtió en la evidencia del trabajo realizado por los estudiantes y con base a ello acceder a una nota que correspondería al cuarto periodo de la materia.

Para evidenciar de forma más clara el desarrollo de cada una de las actividades, se propone una ruta del seguimiento realizado en cada una de las sesiones trabajadas con los estudiantes, como se evidencia en el siguiente esquema:

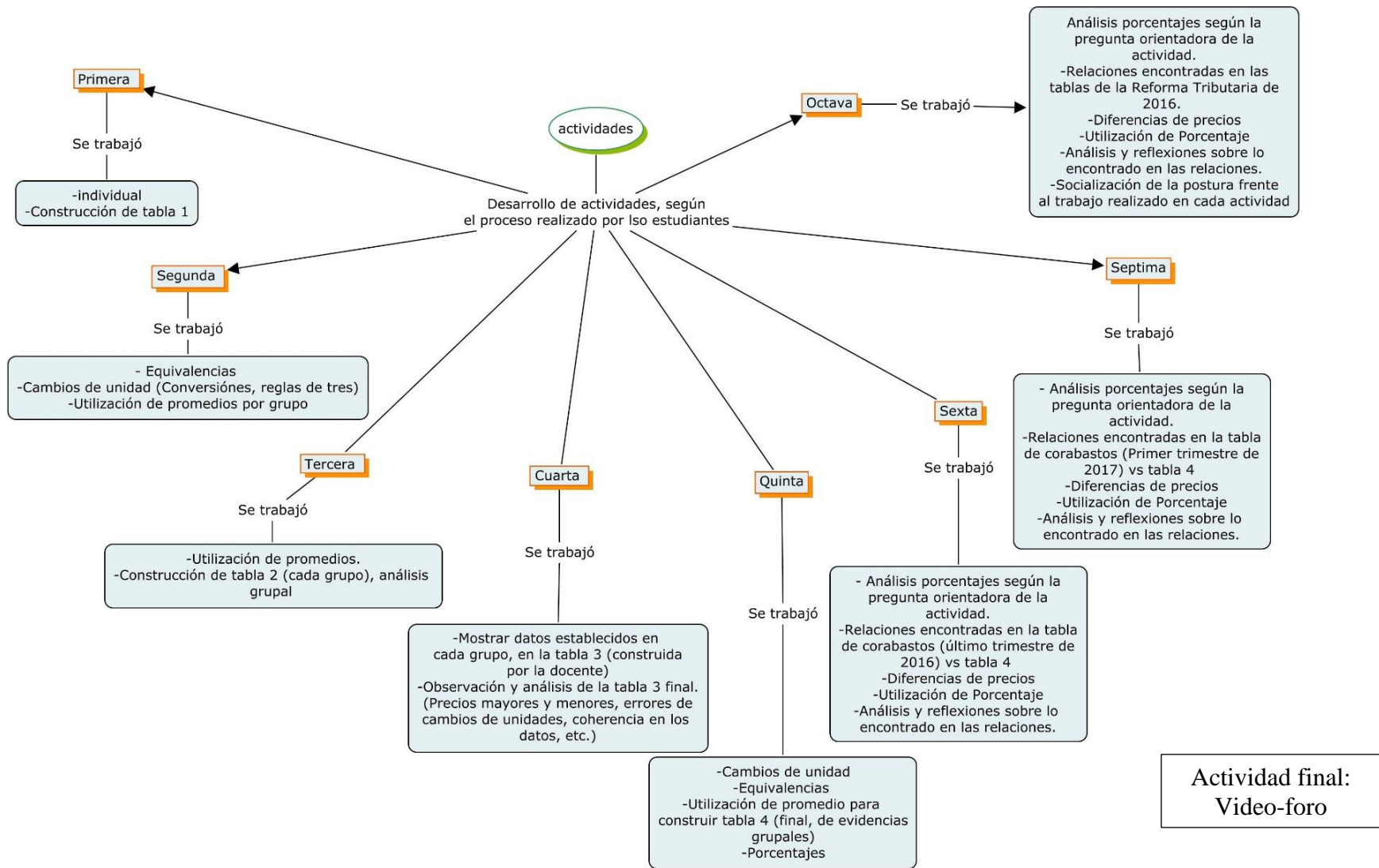


Ilustración 14 Consolidado del desarrollo de la actividad crítico-matemática de los estudiantes

3. Observar

En este momento se recolectaron los datos por medio de registros de video, guías, imágenes y audio, se organizó la información obtenida con los estudiantes en transcripciones de los escenarios de trabajo colaborativo, se sistematizó y analizó la misma a partir de los tres enfoques; matemático el trabajo colaborativo y la crítica.

Explicando el esquema anterior del actuar de los estudiantes durante la aplicación de las diferentes actividades propuestas, para la observación y recolección de la información se evidenciaron 8 etapas.

En la primera y segunda etapa se evidencio que los estudiantes comenzaron a utilizar equivalencias de los productos que contenían las facturas, algunos de los estudiantes comenzaron a hacer preguntas como: (Tomado de audio 1)

- Estudiante: Profe ¿A qué se refiere está unidad de medida? (cm^3)
- Docente: Centímetros cúbicos
- Estudiante: Profe ¿si es posible medir el aceite en esa unidad de medida?
- Docente: ¿Por qué crees que no se puede?
- Estudiante: Voy a pensar.
- Docente: OK

Preguntas como estas surgieron durante esta primera etapa, también algunos no conocían muy bien las equivalencias y las nomenclaturas de las unidades de medida, comenzaron a investigar utilizando sus celulares, preguntando a sus compañeros y preguntando al docente. La intensión de las equivalencias era que se construyera la primera tabla.

Luego de resolver algunas dudas, otras seguían, entonces entre los mismos grupos decidieron realizar una investigación sobre las inquietudes que tenían sobre los cambios de unidades que necesitaban para completar la tabla individual.

Además de eso, algunas de las tiras que tenían los estudiantes no traían especificado la unidad de medida de los productos, así que tuvieron que dejar espacios en blancos para averiguar por sus medios a que equivalía la unidad de medida, al mismo tiempo en algunos grupos no fue sencillo completar la tabla con los 50 alimentos debido a que las listas de productos en

las tiras de compra no estaban con todos los que necesitaban, pero eso no fue impedimento para continuar con el ejercicio; los estudiantes delegaron tareas de los faltantes para que en la siguiente sesión se tuvieran los datos completos y así continuar con el proceso.

En la tercera etapa los estudiantes sacaron promedios dentro de cada grupo ya que solo existían tablas individuales, con el promedio de precios y cambios de unidad de medida se llegaba a tener una tabla grupal de cada uno de los grupos.

Ahora bien en la tabla 2 se evidencia el análisis realizado por grupo en el que tuvieron que realizar nuevos cambios de unidad y realizar las equivalencias necesarias para obtener el precio por unidad según el peso en el que se está midiendo los productos.

En la cuarta y quinta etapa se mostraron los datos obtenidos por todos los grupos (ver **Error!** **o se encuentra el origen de la referencia.**), los estudiantes comenzaron a analizar y observar los datos, en algunos casos los estaban mal escritos o las unidades de medida no eran las correspondientes de acuerdo al producto, entonces comenzaron a corregir esos errores y ver si los precios escritos por todos los grupos eran coherentes.

Ilustración 15 Información recolectada de todos los grupos

En las relaciones que debían realizar en las tablas, debían al mismo tiempo hacer cambios de unidades para poder sacar u obtener el promedio final de todo el curso, los estudiantes estuvieron utilizando constantemente el cambio de unidad, la regla de tres, las equivalencias, las razones entre un precio y el otro, etc. Ver imagen 2.

	Alimentos	Promedio	
		precio	Unidad
1	Arroz	\$1190	1 Libra
2	Harina de maíz	\$1919	1 Libra
3	Pastas	\$3233	1 Libra
4	Cereal	\$5994	1 Libra
5	pan	\$2.203	1 Libra
6	papa	\$1.358	1 Libra
7	platano	\$1285	1 Libra
8	cebolla	\$2.590	1 Libra
9	tomate	\$1.330	1 Libra
10	zanahoria	\$1.263	1 Libra
11	frijol	\$2.642	1 Libra
12	arveja	\$2.094	1 Libra
13	Banano	\$1.395	1 Libra
14	frutas frescas	\$3344	1 Libra
15	res	\$7508	1 Libra
16	cerdo	\$8006	1 Libra
17	pollo	\$5688	1 Libra
18	huevos	unidad* \$304	Unidad
19	leche	\$2496	1 Litro
20	queso	\$4921	1 Libra
21	aceite	\$4971	1 Litro
22	panela	\$4406	1 Libra
23	azúcar	\$2.256	1 Libra
24	café	\$10.554	1 Libra
25	chocolate	\$3.150	1 Libra
26	sal	\$924	1 Libra
27	condimentos	en gramos* \$21.999	1 Libra
28	sopas y cremas	en gramos* \$13.170	1 Libra
29	dulces	\$10.692	1 Libra
30	bebidas artificiales	\$2621	1 Litro
31	mantequilla	\$2845	1 Libra
32	embutidos	\$3.912	1 Libra
33	lentejas	\$2.693	1 Libra
34	enlatados	\$2.607	1 Libra
35	garbanzo	\$2693	1 Libra
36	galletas	\$4.285	1 Libra
37	leche en polvo	\$7699	1 Libra
38	promasa	\$2992	1 Libra
39	maíz	\$3.100	1 Libra
40	jabón de baño	\$10.440	1 Libra
41	jabón en polvo	\$4238	1 Libra
42	jabón de lavar losa	liquido* \$8.283	1 Litro
43	esponjillas	unidad* \$1.666	unidad
44	jabón en barra	\$3.400	1 Libra
45	crema de dientes		
46	toallas higiénicas	\$340	unidad
47	shampo	\$9602	1 Litro
48	papel higiénico	Unidad* \$1958	Unidad
49	decol	\$2.482	1 Litro
50	bolsas para la basura	Unidad* \$395	unidad

Ilustración 16 Tabla promedios

Sexta y séptima etapa los estudiantes se enfocaron en el análisis porcentajes según la pregunta orientadora de la actividad, en las relaciones encontradas en la tabla de corabastos (último trimestre de 2016 y primer trimestre de 2017) vs tabla 4, en este apartado los estudiantes optaron por encontrar las diferencias de precios para encontrar el porcentaje según el cuestionamiento realizado en cada actividad propuesta, gracias a la utilización del porcentaje junto con las diferencias los estudiantes lograron enfocar los análisis y reflexiones sobre lo encontrado en las relaciones de las tablas de corabastos y la tabla final.

Y por último la octava etapa se evidencia un análisis de porcentajes según la pregunta orientadora de la actividad, las relaciones encontradas en las tablas de la Reforma Tributaria de 2016. La relación de diferencias de precios en cada uno de los productos seleccionados, además de eso se observó cómo los estudiantes realizaron el análisis y reflexiones sobre lo encontrado en las relaciones de cada una de las tablas para lograr una socialización de la postura frente al trabajo realizado en cada actividad.

Al finalizar y como última etapa de todo el proceso los estudiantes realizaron un video-foro, en que daban respuesta a la siguiente pregunta: ¿Qué aprendí en la clase de matemáticas?, permitiendo observar y analizar las posturas de los estudiantes durante el trabajo y los aspectos matemáticos que tuvieron en cuenta para relacionar, comparar y definir una crítica a partir de la información estudiada.

Análisis

En este capítulo se presenta el proceso de análisis de la información sistematizada. Se organiza desde los tres enfoques que orientan el trabajo: lo crítico, lo colaborativo y lo matemático; este último se concibe como un conjunto de procesos que se realizaron durante toda la actividad matemática es decir las sesiones de trabajo como unidad, considerando la reflexión y las posturas que tuvieron los estudiantes explicados a partir de los ambientes de aprendizajes.

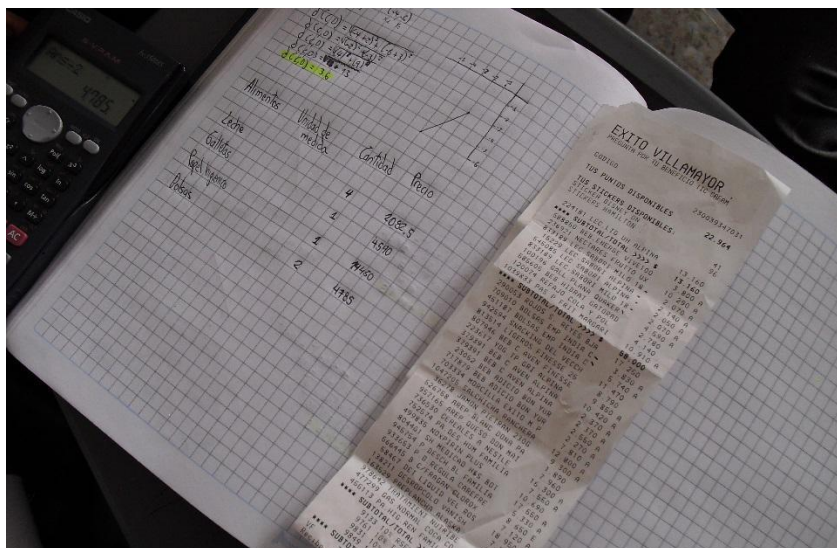


Ilustración 17 Clasificación de la información

Al comienzo de la actividad, cada estudiante se organizó de forma individual con el fin de que las tiras de mercado que habían llevado al aula, fueran observadas y clasificadas, utilizando la representación de tablas como medio para realizar la tarea, como se observa en la Ilustración 17. La utilización de tablas evidencia que los estudiantes usan una representación diferente a la entregada en las facturas de compra, seleccionando la información adecuada que permitiría dar cuenta de las reflexiones guiadas por la organización utilizada. En este caso se puede hablar sobre la reflexión sobre las matemáticas Skovsmose (2014), menciona que a partir de situaciones de la vida real las matemáticas se accionan y luego se reflexionan.

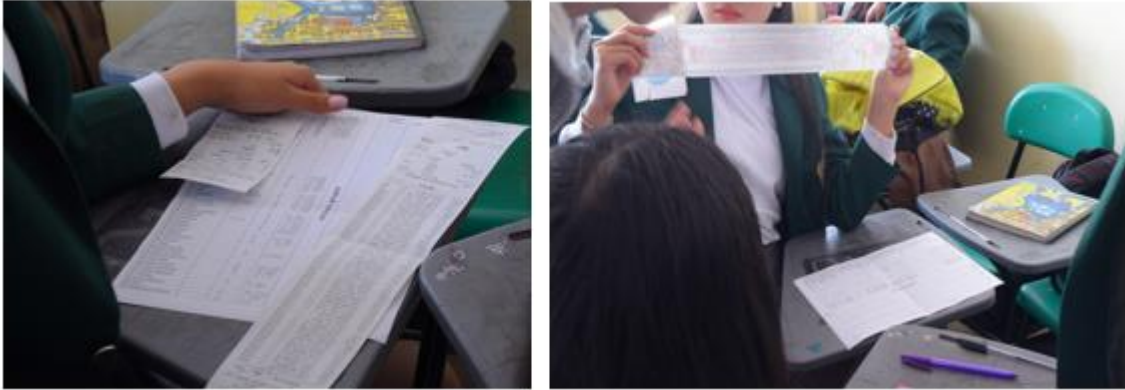


Ilustración 18 organización de información

De esta manera, cuando los estudiantes elaboraron la tabla como se evidencia en la Ilustración 18, lograron organizar una información que inicialmente carecía de sentido para ellos, relacionando las cantidades y estableciendo relaciones entre éstas. En el momento dos de la actividad se organizaron los estudiantes de forma grupal, con el fin de que entre en el mismo grupo se brindaran apoyo en la realización de la tarea propuesta (ver Ilustración 19) Ya dentro de cada grupo, algunos de los integrantes poseían tiras de mercado muy pequeñas y otras tiras de mercado muy grandes, desde éste punto comenzaron a utilizar roles con la finalidad de lograr un objetivo que tenían en común, terminar de tabular la información en las tiras de compra.



Ilustración 19 Apoyo grupal

Según Cabezas y Cordoba (2015) para evidenciar el trabajo colaborativo en los estudiantes es necesario tener en cuenta la interacción en la que se establece el trabajo en equipo, incentivar la investigación, construir colaborativamente y socializar.

Desde el trabajo en equipo los estudiantes tuvieron posturas que se relacionan con proponer estrategias mediante las cuales pudieron establecer roles para cada uno de los integrantes del grupo, acordaron tareas para cada uno de los integrantes para lograr completar la tarea propuesta, utilizaron diferentes consideraciones con el fin de mejorar o reforzar las dinámicas del trabajo y por último se evidenció que la relación entre los integrantes era respetuosa ya que su lenguaje era cordial y respetuoso.

Durante la construcción de las tablas individuales en las que se estaban trabajando, los estudiantes lograron poner un punto de vista crítico, cuando en el transcurso de clasificación de la información se dieron cuenta que no todas las facturas informaban sobre la unidad de medida comprada en cada producto; haciendo el siguiente cuestionamiento: Si en mi factura de compra no se observa la unidad de medida del producto que compré, ¿qué puedo hacer? ¿Es legal que no esté la unidad de medida?, es decir, con los cuestionamientos hacían referencia a dos puntos importantes: primero, si no tenían unidad de medida ¿Cómo iban a completar la tabla?; segundo, dejaron entrever que les inquietaba saber si era obligación de los supermercados, tiendas y diferentes locales de venta proporcionar en la factura el detalle de la unidad de medida.

En relación a lo anterior, Glaser (1941, citado en Cárdenas y Muñoz, 2014), define el pensamiento crítico como:

La capacidad de pensar de manera crítica, tal como se concibe en este volumen, implica tres cosas: (1) una actitud de estar dispuesto a considerar de una manera reflexiva los problemas y asuntos que entran dentro del rango de las experiencias de uno, (2) conocimiento de los métodos de investigación lógica y el razonamiento, y (3) una cierta habilidad en la aplicación de esos métodos. (p. 23)

Por lo que es posible afirmar que los estudiantes tuvieron una actitud reflexiva en relación a la clasificación de la información a tablas, encontrando dos importantes cuestionamientos que los llevaban a diferentes formas de resolverlo; uno de ellos: ¿Cuál es la unidad de medida de un producto, si solo tengo el precio?, y el otro: ¿Y si no encuentro toda la información que

me pide la tabla? A partir de estos dos, se dieron cuenta que debían conocer los precios de los productos considerando la relación que tenían estos con la unidad, es decir, cuando en su factura no tenían unidad, relacionaban el precio con el de la factura de un compañero que si la tuviera, para de esta manera establecer si era posible comparar las dos cantidades bajo los mismos criterios (peso y precio) (ver Ilustración 20)



Ilustración 20 Construcción de tabla

Por último, a pesar de los esfuerzos de encontrar cada uno de los 50 productos entregados por la docente (Canasta básica familiar), algunos grupos dejaron espacios en blanco con la idea de investigar aquellos que les faltó y traer las tablas completas en la siguiente sesión, como se evidencia en la Ilustración 21 e Ilustración 22, en un antes y un después.

Alimento	unidad de medida	cantidad	precio
Harina	500gr	1,0	1600
Fruter	16	3,0	3000
AJO	1 kilo	0,1	486
leche may	1 litro	1,0	7600
cafe	////	1,0	1950
Fruter	16	1,0	1000
Palitos	290g	1,0	1100
leche	////	1,0	850
esponja	////	1,0	1450
lavaloza	////	1,0	3890
Dijeses		1,0	6.170
Slanquillo		1,0	4.890

Ilustración 21 Tabla construida (antes)

Alimento	Precio	Unidad	Alimento	Precio	Unidad
Arroz	1.269	libra	Huevos	4.700	6 unidades
Harina de Maíz	1.259	libra	Leche	5.650	1 litro
Pastas	1.971	500g	Queso	5.400	1 lb
Cereal	1.771	500g	Aceite	4.000	1 litro
Pan	200	1 lb	Panetela	1.000	1 lb
Papa	1.15	libra	Azúcar	1.200	1 lb
Plátano	820	1 lb	Café	1.100	1 lb
Cebolla	930	1 lb	Chocolate	1.250	1 lb
Tomate	840	1 lb	Sal	295	1 lb
Zanahoria	650	1 lb	Condimentos	1.800	60g
Frijol	2.971	1 lb	Sopas y cremas	2.400	70g
Arveja	1.745	1 lb	Bebidas	3.200	1.5 L
Ajonjolino	925	1 lb	Mantequilla	1.100	125g
Uvas	3.150	1 lb	Embutido	2.800	170g
Lechuga	810	1 lb	Lentejas	2.240	500g

Alimento	Precio	Unidad
Galletas	1.100	100g
Leche con polvo	1.170	100g
Pimientos	2.240	1 lb
Maíz	1.200	1 lb
Jabón de mano	1.200	125g
Jabón en polvo	2.220	1 lb
Jabón de lavandería	1.200	1 lb
Esponjillas	1.100	1 lb
Jabón en botella	2.150	200g
Crema de dientes	1.200	1 lb
Toallas higiénicas	2.240	1 paquete
Shampoo	2.200	1 lb
Papel higiénico	1.200	1 lb
De col	2.200	1 lb
Bolsos para la basura	1.100	10

Ilustración 22 Tabla construida (después)

En otro momento de la actividad los estudiantes desde el trabajo colaborativo lograron compartir puntos de vista para argumentar si lo que cada uno observaba en cuanto a los precios de los productos y los procesos de análisis de los mismos en relación a las equivalencias y los cambios de unidad era lógico o correcto, y si los precios y unidades de medida eran veraces, por tanto, en el trabajo colaborativo se evidenció que socializar hace parte de actuar en grupo (Cabezas y Córdoba, 2015), pues los estudiantes compartieron o comentaron sobre la información construida individualmente, desde la cual hacen referencia a su postura crítica apoyándose de lo desarrollado durante la construcción de la tabla propia.

Los estudiantes utilizaron diferentes modalidades para reflejar a sus compañeros de grupo lo realizado con relación a consultas, investigaciones y tropezos que encontraron durante la construcción, generando debates y discusiones en las que las experiencias prevalecen como indicadores de sus propios procesos. Sin embargo, no todos los grupos trabajaron de la misma forma; otros devengaron roles en el que mientras dos observaban los datos de todos los integrantes del grupo otros observaban que cambios de unidad de medida era necesarios para obtener el promedio y otros seleccionaban los que tenían la misma unidad de medida para ir sacando el promedio. Cadenas y Muñoz (2014), el trabajo colaborativo se enfoca en involucrar a un grupo de personas, que bajo unos roles específicos interactúan en pro de un constructo intelectual o elemento de aprendizaje.

El estudiante desarrollo capacidades sociales que se convirtieron en necesarias desde su contexto social y en pro a las actividades propuestas. Para que desde una metodología

escogida por ellos mismos se observarían los resultados de un aprendizaje construido por todos, en el cual los esfuerzos, capacidades y destrezas, estuvieron en pro a realizar diferentes aportes a las reflexiones que se realizaron en el grupo.

Partiendo de las organizaciones y las socializaciones que se realizaron dentro de cada grupo, se evidencia que con ayuda de la matemática los estudiantes encontraban la forma de completar satisfactoriamente la tarea asignada, haciendo uso de fracciones como índice comparativo porque, el hecho de comparar diferentes magnitudes como lo eran las unidades de medida que tenían los productos entre todos sus compañeros junto con sus precios; es decir, aquellas comparaciones hechas en una misma magnitud y en diferentes magnitudes describen una relación conjunto a conjunto (todo-todo) y como (parte-parte).



Ilustración 23 Relación (todo-todo)

Lo que se relaciona con enunciado por Llinares y Sánchez (2012) al destacar que “algunas veces las fracciones son usadas como un <<índice comparativo>> entre dos cantidades de magnitud (comparación de situaciones)” (p. 67) por lo tanto, los estudiantes lograron relacionar las magnitudes que tenían que ver con el peso y la que tenía que ver con el precio establecido en cada producto, haciendo uso de la fracción como razón. Al mismo tiempo los estudiantes identificaron el tipo de representaciones simbólicas que debían utilizar para encontrar las equivalencias entre el precio y el peso de cada producto.

Como los precios y unidades de medida que tenían los integrantes del grupo no eran los mismos, esto lo llevó a realizar comparaciones desde los precios y desde las unidades de medida. Como muchos de los productos no se encontraban expresados con la misma unidad de medida, comenzaron a realizar cambios de unidades para poder comparar, pasando de arrobas a libras, de libras a gramos, etc. (ver Ilustración 24)

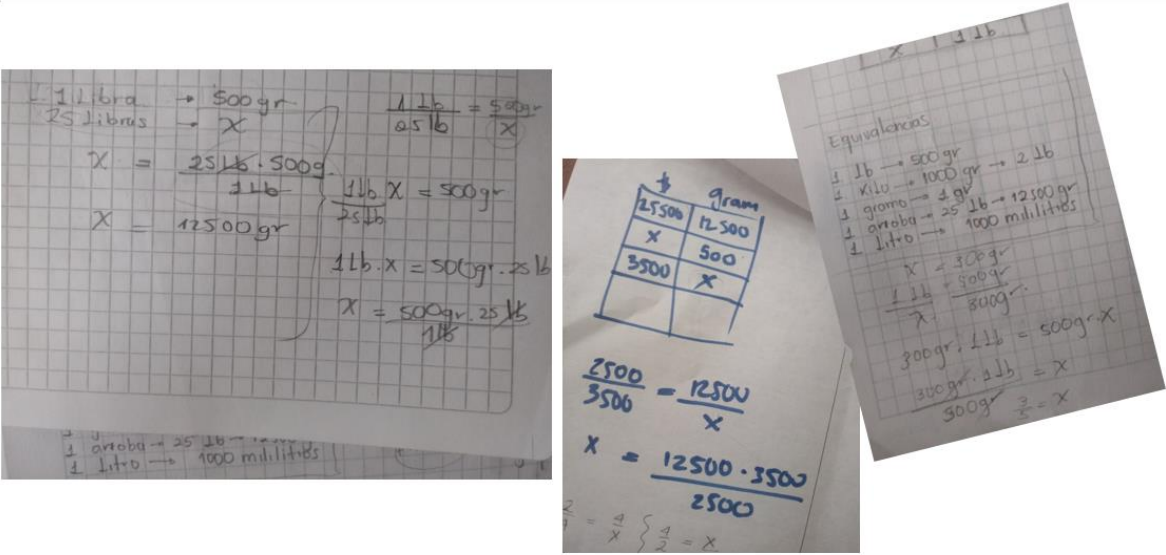


Ilustración 24 Cambios de unidades y equivalencias

Para poder hacer esto, los estudiantes usaron lo que Godino y Batanero (2002) nombran como la “regla de tres”, considerando que ellos estaban resolviendo un problema relacionado con la proporcionalidad, conociendo tres de los cuatro datos que componen la proporción que les permitía poner en la misma unidad de medida los pesos de los productos y por tanto requerían calcular el cuarto dato. De la misma forma, los estudiantes lograron encontrar el porcentaje utilizando la notación de porcentajes y el razonamiento de proporcionalidad que se pone en juego cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor del 100%. Desde lo realizado por los estudiantes se evidencia en la Ilustración 25, que seleccionaban tres cantidades diferentes, la menor, la mayor y la conservaba una igualdad; el proceso de construcción se basa en el menor precio otorgándole la cantidad del 100%, comparándolo junto con el mayor precio, hallando la diferencia en porcentaje entre una cantidad y la otra.

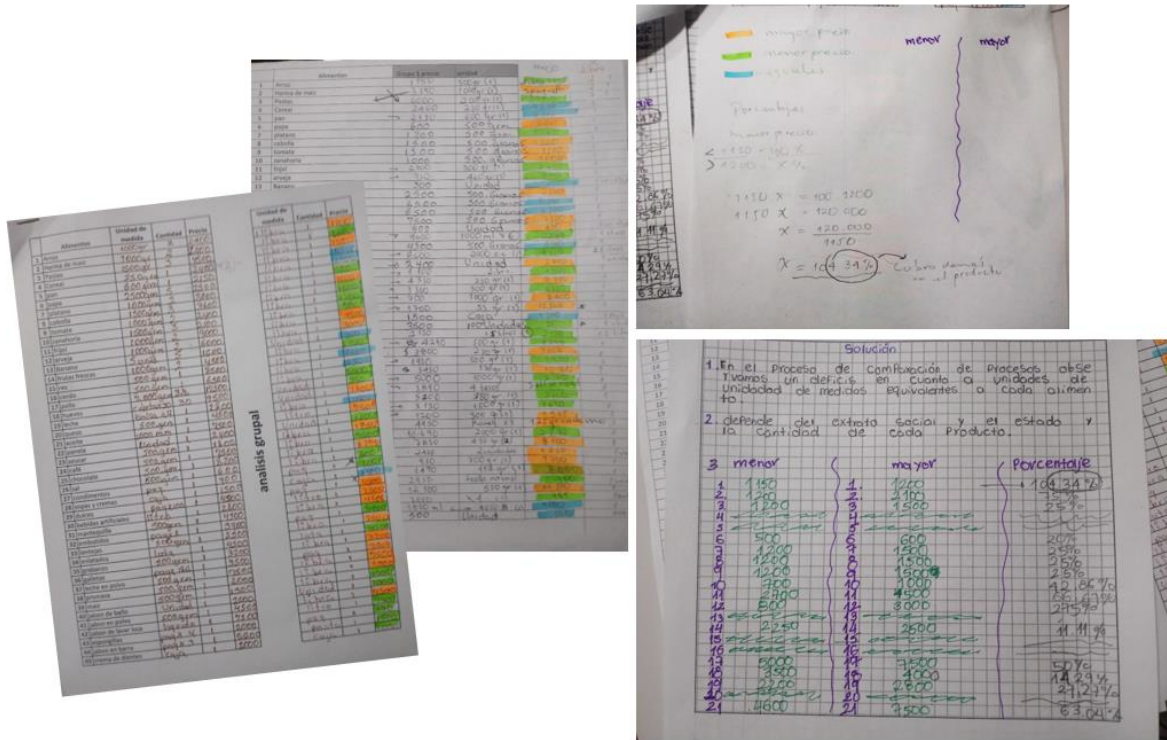


Ilustración 25 Porcentajes de diferencias

Desde lo anterior se puede evidenciar que los estudiantes identificaron el precio de cada producto en diferentes situaciones, en las que realizaron equivalencias para poder establecer el cambio de precio de un producto y al mismo tiempo utilizaron representaciones simbólicas para denotar o expresar en una misma magnitud los promedios que necesitaban (ver Ilustración 26).

más cobra aquel que tiene el mayor precio en cada producto?, surgió en los estudiantes nuevas preguntas como: ¿Cuánto se gana de más la tienda A de la tienda B? ¿Cuánto es el porcentaje de ganancia de más de la tienda A con respecto a la tienda B?, haciendo inicialmente conjeturas poco informadas desde lo observado en los datos y posteriormente, con base en lo matemático, empezaron a dar posturas sobre los cambios de los precios, haciendo referencia a análisis que van más allá de las tablas construidas.

Skovsmose (2014) se refiere a estas intuiciones en los estudiantes basados en las construcciones matemáticas como las reflexiones con las matemáticas; en el que a partir de números se llega a reflejos sistemáticos sobre los datos encontrados en cada una de las tablas analizadas. Desde allí se puede variar la reflexión en el que especular se convierte en una de las posturas elegidas por los estudiantes. Desde los datos obtenidos por medio de cálculos los estudiantes, indicaron posturas críticas orientadas desde la información o análisis construido en las tablas, especulando sobre la realidad a la que se estaban enfrentando; esto visto desde el impacto de la reforma, específicamente desde los precios de los productos básicos de la canasta familiar.

Luego desde las construcciones de tablas, análisis, reflexiones y posturas frente a lo que se observó en cada grupo se les presenta o proporciona una tabla general tipo plotter, en la que se evidencia los espacios correspondientes, para que de forma grupal se muestren los resultados obtenidos en cada grupo; con la intención de que se observara, se analizara, se reflexionara y se discutiera sobre la información presentada en la tabla.



Ilustración 27 Compartiendo información grupal

Partiendo de esta última construcción todos los grupos debían enfocarse en observar y analizar los precios según el producto en cada grupo, en total se trabajó con 8 grupos, es decir; existían 8 tipos de unidades diferentes en relación a cada producto como se muestra en la Ilustración 27. Partiendo de la información en la tabla, la socialización se focalizó en los errores que algunos grupos cometieron en los cambios de unidad de medida o en la coherencia de las mismas unidades al hacer dichos cambios, por ejemplo, errores relacionados con cambiar de litros a gramos o cambiar la unidad de medida y dejar el precio (\$ 32 500 es igual a 500 gramos de arroz), como se muestra en la Ilustración 28.



Ilustración 28 Observando y analizando datos grupales

Desde lo anterior, los estudiantes organizaron la información y realizaron los cambios de unidades pertinentes, para identificar los promedios según los datos de cada uno de los productos entregados por los grupos de trabajo, formando la tabla final de análisis (Ver Ilustración 29).



Alimentos		precio	Unidad
1	Ajónjolí	\$1.490	4 Litros
2	Mantequilla	\$3.114	4 Litros
3	Pasta	\$2.320	4 Litros
4	Carne	\$2.094	4 Litros
5	pan	\$2.308	4 Litros
6	galleta	\$4.508	4 Litros
7	plátano	\$4.287	4 Litros
8	cebolla	\$2.940	4 Litros
9	tomate	\$1.530	4 Litros
10	zanahoria	\$2.248	4 Litros
11	pollo	\$2.648	4 Litros
12	carne	\$2.094	4 Litros
13	Banano	\$2.398	4 Litros
14	Frutas frescas	\$3.448	4 Litros
15	café	\$1.520	4 Litros
16	arroz	\$2.000	4 Litros
17	pollo	\$2.648	4 Litros
18	huevos	\$1.900	Unidad
19	leche	\$2.240	4 Litros
20	leche	\$2.240	4 Litros
21	aceite	\$2.298	4 Litros
22	panes	\$4.400	4 Litros
23	español	\$2.298	4 Litros
24	café	\$1.520	4 Litros
25	chocolate	\$2.250	4 Litros
26	sal	\$1.324	4 Litros
27	condimentos	\$2.120	4 Litros
28	sopas y cremas	\$2.240	4 Litros
29	banos	\$2.240	4 Litros
30	bebidas artificiales	\$2.224	4 Litros
31	mantequilla	\$2.240	4 Litros
32	embutidos	\$2.240	4 Litros
33	banos	\$2.240	4 Litros
34	embutidos	\$2.240	4 Litros
35	guiso	\$2.240	4 Litros
36	galletas	\$2.240	4 Litros
37	leche en polvo	\$2.240	4 Litros
38	arroz	\$2.240	4 Litros
39	maíz	\$2.240	4 Litros
40	cebollón de baño	\$2.240	4 Litros
41	cebollón en polvo	\$2.240	4 Litros
42	cebollón de lavar	\$2.240	4 Litros
43	cebollón de lavar	\$2.240	4 Litros
44	cebollón en salsa	\$2.240	4 Litros
45	crema de salsas	\$2.240	4 Litros
46	sofrito	\$2.240	4 Litros
47	arroz	\$2.240	4 Litros
48	panes	\$2.240	4 Litros
49	café	\$2.240	4 Litros
50	bebidas para la salud	\$2.240	4 Litros

Ilustración 29 Construcción tabla final

La tabla final era fundamental porque agrupaba cada aporte realizado por todos los grupos a los análisis, la construcción final era promediar los productos con el propósito de incluir los datos presentados por cada uno de los grupos; además para dar inicio al trabajo que tenía que ver con las tablas oficiales de corabastos primer y último trimestre vs. Tabla 4 final, los estudiantes hicieron uso de la reflexión sobre las matemáticas y con la matemáticas enfocados desde las siguientes preguntas ¿En qué porcentaje aumentó o disminuyó el precio de cada producto mes a mes? Qué opinas de la afirmación de José: Aquel producto que tuvo el mayor incremento es el más costoso. En la totalidad de productos analizados, ¿todos presentan los mismos incrementos? Realice una gráfica de barras que evidencie las diferencias encontradas en los precios en los últimos tres meses del año 2016 y los primeros tres meses del año 2017 a los de hoy en día. ¿Qué se puede inferir con el resultado de los análisis?, la utilización de

procesos matemáticos va enfocados con la misma idea en la que se evidenciaron en las primeras actividades; pero enfocados en información diferente.

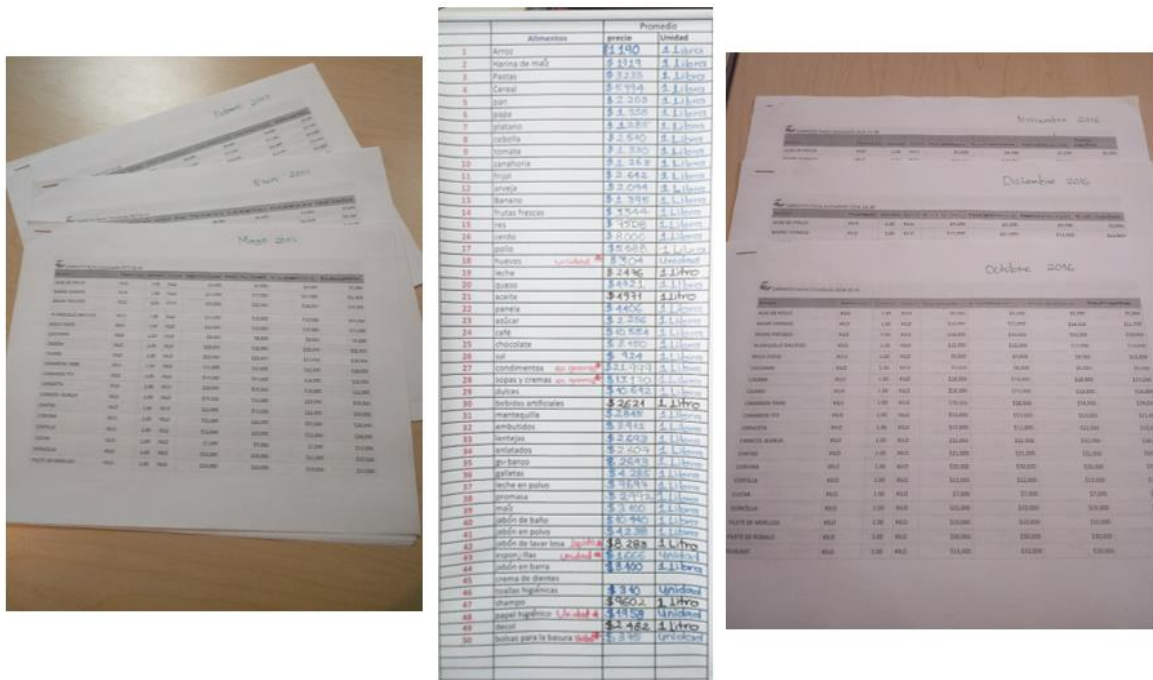


Ilustración 30 Análisis último trimestre de 2016 vs primer trimestre de 2017

Ahora bien, el trabajo colaborativo se vio enfocado en buscar los análisis completos sobre el impacto de la diferencias entre los precios observados desde las tablas de corabastos en el último trimestre de 2016 y primer trimestre de 2017(ver Ilustración 30), los estudiantes reflejaron desde los procesos de análisis que los productos en algunos meses se mantenía, y otros por el contrario subían o disminuían. Desde lo anterior; llegaron nuevos cuestionamientos que no eran fácil de resolver desde el ambiente de la clase, debido a que no se contaba con la información suficiente en cuanto al temas que se relacionaran con los incrementos y disminuciones de los precios, así que por decisión entre los mismo grupos se observó que primero clasificaron la información por tres categorías; si el precio incrementaba, si el precio disminuía y si se mantenía. (Ver Ilustración 31)

Producto	Octubre / Noviembre 2016	Noviembre / Diciembre 2016
Airroz	Estable	Estable
Harina de maiz	Estable	Estable
Pastas	Subio \$ 10	Bajo \$ 10
Papa	Bajo \$ 500	Subio \$ 200
Platano	Bajo \$ 264	Subio \$ 264
Cebolla	Subio \$ 600	Bajo \$ 200
Frijol	Subio \$ 4100	Bajo \$ 4600
Cejado	Estable	Estable
Dollo	Estable	Estable
Huevos	Subio \$ 10	Bajo \$ 10
Queso	Estable	Estable
aceite	Estable	Estable
Daneta	Subio \$ 200	Estable
Azucar	Bajo \$ 1500	Estable
Cafe	Estable	Estable
Chocolate	Estable	Estable
Sal	Subio \$ 10	Bajo \$ 10
Mantequilla	Estable	Estable
Lentejas	Estable	Estable
Gabinzo	Estable	Estable
leche polvo	Estable	Estable
maiz	Estable	Estable

Ilustración 31 Precios que aumentaron, disminuyeron y permanecieron estables

Luego, desde el trabajo investigado; las posturas de los estudiantes fueron argumentadas en base a un IVA, en el que para ellos era la causa de los incrementos, para hablar sobre las disminuciones algunos expusieron posturas desde las experiencias, en las que desde lo vivido realizaban afirmaciones como: “Es más caro porque los productos tienen unas marcas, y las marcas hacen que los precios varíen”, otros desde lo indagado o investigado por los grupos afirmaban que: “los precios aumentan o disminuyen a razón de la ubicación de las tiendas; ya que no es lo mismo comparar en un estrato social bajo que comprar en un estrato social alto”, desde las diferentes posturas se concluyó el hecho de que los precios bajaban y subían a razón de algo, y que lo más probable desde las experiencias vividas, era por el estrato.

Al mismo tiempo el tema sobre el IVA, quedó sonando en las cabezas de los estudiantes, ya que este podría ser un evento más probable visualizándolo desde el aspecto económico del país y de los costos de vida que últimamente tienen los colombianos en razón a las necesidades. (Necesidades que se enfocaron en los productos básicos de la canasta familiar).

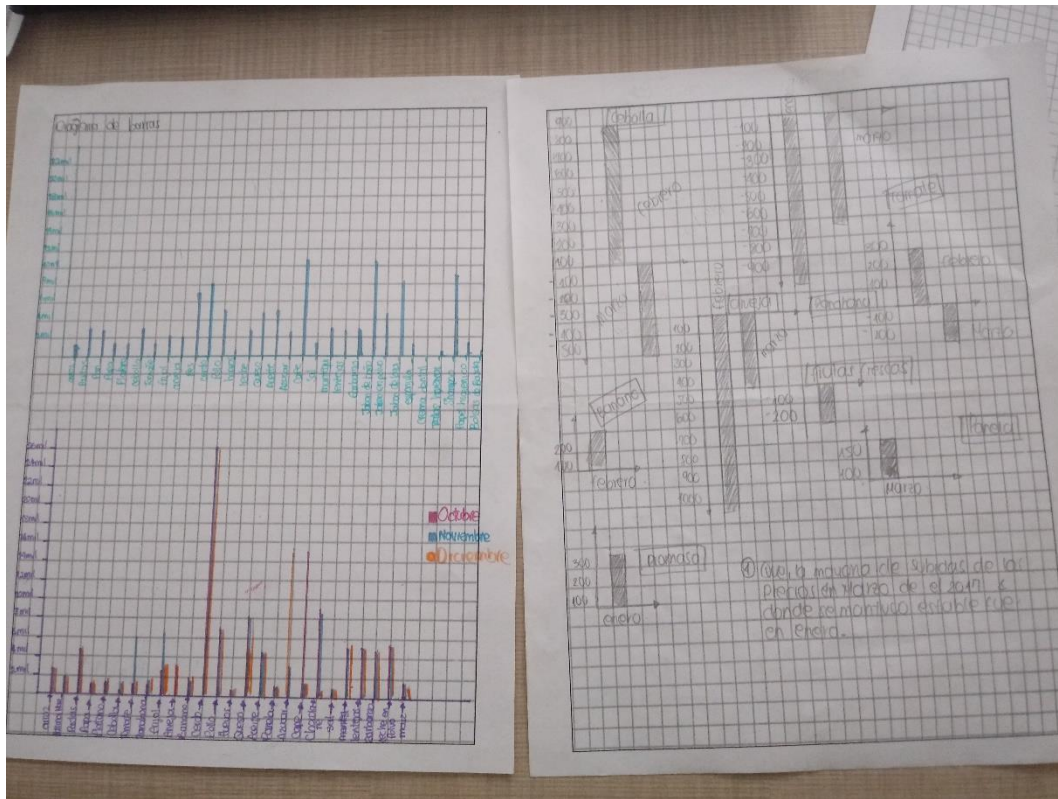


Ilustración 32 Representación diagrama de barras de los análisis

Desde las diferentes orientaciones en las actividades, en particular en un análisis se les pedía a los estudiantes realizar un diagrama de barras indicando o reflejando las relaciones que involucraban los precios según los productos (ver Ilustración 32), se puede evidenciar que los estudiantes representaron la relación entre cantidades de diferente magnitud (peso y precios), por medio de el diagrama de barras para sustentar la relación entre dos datos diferentes. Según Llinares y Sánchez (2012), “La relación entre las magnitudes de M1 y M2 son la misma magnitud, en la que puede tener dimensión, lo que ocasiona que aparezca otra magnitud”

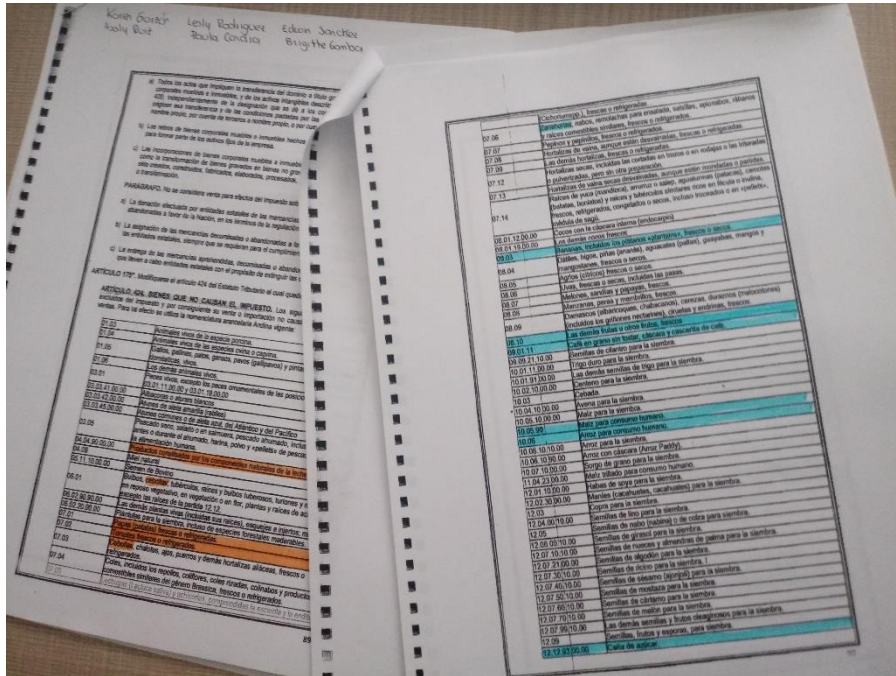


Ilustración 33 Información reforma tributaria

En la última actividad se les entregó la información de las tablas presentadas en el documento de la reforma tributaria ley 1819 de 29 de diciembre de 2016; el enfoque de los estudiantes estaba dirigido en base a dos cuestionamientos ¿Qué se infiere del incremento o baja del producto? Y ¿Qué podrías decir de la variación del último trimestre de 2016 y primer trimestre de 2017?; desde este punto los estudiantes frenaron los cálculos matemáticos y se fundamentaron en encontrar una explicación a los mismos, partiendo primero de ubicar los diferentes productos según las tablas (ver Ilustración 33), luego observando en qué tipo de tabla se encontraba ubicado el producto y en base a los análisis realizados por ellos en las actividades anterior poner una postura crítica sobre lo que para ellos estaría sucediendo.

Desde el trabajo colaborativo, los estudiantes concretaron ideas que relacionaban lo que estaban observando en las tablas junto con los análisis construidos, para esto realizaron procesos investigativos que ayudaron a que esas diferentes posturas tuviesen fundamentos más veraces, desde la actividad de video-foro; se logra evidenciar el trabajo investigativo realizado por cada grupo sustentando desde la reflexión crítica, construida a partir de los análisis observados durante cada una de las actividades hechas a lo largo de las tres semanas y media en el aula.

CAPÍTULO IV: Conclusiones

En este capítulo se hace énfasis en los tres enfoques que se trabajaron a lo largo de las actividades: el primero, el trabajo colaborativo en el que se logró evidenciar el trabajo en equipo, la investigación, la construcción colaborativa y la socialización; el segundo, enfocado en las reflexiones sobre las matemáticas desde el uso de la razón, proporción y el porcentaje por parte de los estudiantes, evidenciadas a través de cálculos y diferentes representaciones que los ayudaron a enfocar los análisis realizados; finalmente, el tercero, hace referencia a las reflexiones con las matemáticas, siendo estas un medio para que los estudiantes expresaran su accionar críticamente sobre una de las variables que influían en el impacto de la reforma tributaria en la economía de sus hogares.

Iniciando con el trabajo colaborativo y tomando como (A) el Trabajo en equipo, es preciso decir que los estudiantes interactuaron con otros compañeros para la realización de las actividades, reconociendo la existencia del otro para llevar a cabo las diferentes construcciones propuestas por el docente.

Desde de lo anterior se observó y analizó que:

Los estudiantes tuvieron que exponer sus ideas a los compañeros en diferentes momentos de las actividades propuestas, generando debates en los que predominó el respeto por la palabra del otro e hicieron consideraciones frente a ello. Así mismo escucharon a sus compañeros y debatieron ideas, expresándose en acciones como: - mirando atentamente a quien está hablando, - haciendo uso de la palabra cuando el “otro” termina su idea y haciendo consideraciones frente al discurso del “otro”.

Al mismo tiempo los estudiantes propusieron estrategias mediante las cuales pudieron establecer roles para cada uno de los integrantes del grupo, lo que logró evidenciar que las organizaciones establecidas dentro de cada grupo ayudaron a acoger los aportes de otros frente a su postura encontrada en el desarrollo de las actividades de investigación, desde las cuales realizaban pronunciamientos estimulantes sobre el trabajo de los otros.

Además, los estudiantes realizaron consideraciones orientadas a mejorar o reforzar las dinámicas del trabajo en grupo, que ayudaron a fortalecer las expresiones que se realizaban libremente al interior del grupo, con lenguaje cordial y respetuoso.

Como (B), incentivar la investigación realizada por los estudiantes desde el planteamiento de inquietudes y experiencias significativas; incentivando a sus compañeros a buscar otras

posturas que ayudaron a interpretar algunas de las variables que influyeron en las diferentes alzas reflejadas en la reforma tributaria de 2016, como los cambios de precios en la canasta familiar que se presentaron en el análisis del último trimestre de 2016 y primer trimestre de 2017.

Desde de lo anterior se observó y analizo que:

Los estudiantes realizaron pronunciamientos estimulantes sobre el trabajo de los otros, mencionando anécdotas, experiencias, situaciones referentes a su vida real o al proceso que habían desarrollado en las actividades, para promover discusión al respecto; para lograr posturas sobre preguntas que dirigían al debate y la reflexión. Del mismo modo, se defendían las diferentes posturas entre los estudiantes persuadiéndose entre compañeros basados en las diferentes investigaciones durante las actividades

Como (C), las construcciones realizadas colaborativamente, en la que los estudiantes presentaron sus puntos de vista en juego, para el juicio de los otros. Algunas de las consideraciones expuestas, surgen de la discusión con otros y de los procesos realizados colaborativamente.

Desde de lo anterior se observó y analizo que:

Los estudiantes evidenciaron haber estado atentos a pronunciamientos de otros mediante acciones como: las explicaciones orales a los desarrollos alcanzados gracias a éstos, refiriéndose a recuerdos de sugerencias para explicar nuevas construcciones, manteniendo los acuerdos realizados sobre conceptualizaciones y las formas de trabajo.

Al mismo tiempo los estudiantes tuvieron acciones que evitaban la jerarquización de roles, para mantener el trabajo entre pares, esto se reflejó en la participación voluntaria en discusiones, debates, socializaciones, lluvias de ideas y en la consecución de los logros (sin entender logro como producto terminal, sino como avance en el proceso). Desde el aspecto de los roles asumieron en su respectivo momento un liderazgo, sin arraigarse a éste, permitiendo que los demás asumieran el rol.

Y como (D) y último, la socialización que desde los estudiantes fueron reflejadas a partir de sus propias construcciones; compartiendo y/o comentando alguna experiencia significativa,

proponiendo una postura crítica desde el desarrollo final de las actividades propuestas, para expresarla en base a lo realizado en el aula.

Desde de lo anterior se observó y analizo que:

Los estudiantes utilizaron diversas modalidades para mostrar lo que hicieron o comunicaron constantemente sus consultas, sus intereses, sus propuestas y desarrollos; las intervenciones, entre los compañeros fueron comprensibles a razón de sus ideas, evocando las experiencias significativas de otros. Al mismo tiempo participaron como asistentes en otros grupos de trabajo.

Desde lo anterior los estudiantes a manera de socialización realizaron un Video-foro; en el que expusieron lo que aprendieron en la clase de matemáticas y sus posturas críticas relacionadas sobre una de las variables que involucra a la reforma tributaria en la economía de sus hogares.

Por otro lado, la reflexión sobre las matemáticas se aborda a partir de tres ejes: la razón, la proporción y el porcentaje.

En cuanto a la razón, se concluye que los estudiantes pueden establecer índices comparativos entre dos cantidades de una magnitud, al identificar el cambio de precio de un producto en diferentes situaciones, realizar equivalencias para establecer el cambio de precio de un producto y usar representaciones simbólicas para denotar la equivalencia de una misma magnitud.

Adicionalmente, pueden relacionar cantidades de diferente magnitud cuando utilizan como representación gráfica el diagrama de barras para sustentar la relación entre dos datos diferentes y usan representaciones simbólicas para establecer los cambios de unidad respecto al precio de los productos.

En cuanto a la proporción, se concluye que los estudiantes utilizaron la igualdad de dos razones usando representaciones simbólicas, que les permitieran realizar cambios de unidad, considerando los términos conocidos de las razones (regla de tres).

En cuanto al Porcentaje, se concluyó que los estudiantes hallaban el porcentaje identificando el todo, para posteriormente realizar comparaciones con cantidades de la misma magnitud, concibiendo finalmente el porcentaje como razón.

Ahora bien, en relación a la reflexión con las matemáticas las conclusiones se ubican haciendo referencia a una de las variables que impacta en la reforma tributaria como situación contextualizada que permitió reflexiones críticas que giraron en torno a lo económico y lo social, teniendo en cuenta que los estudiantes analizaron uno de los factores que se le atribuyen a la reforma tributaria en los precios de los productos de la canasta familiar. Se destaca que para dichos análisis, los estudiantes se valieron de las matemáticas como herramienta para realizar juicios de valor. Un ejemplo de las expresiones dichas por los estudiantes se evidencia en los juicios realizados en algunas actividades; como se puede evidenciar en las páginas de la 68 a la 75, en los diferentes procesos de construcción de los análisis.

Entre los análisis que se realizaron por parte de los estudiantes era importante identificar las representaciones gráficas o simbólicas que no correspondían a las equivalencias entre los precios y el peso de cada producto. Ya que era parte importante del trabajo tener datos adecuados al contexto para pronunciarse críticamente sobre ellos. Dichos pronunciamientos les permitieron realizar juicios de valor con relación al incremento y disminución de los precios en los productos, llegando incluso a comparar los puntos de venta donde convenía o no comparar.

Finalmente y retomando las anteriores conclusiones es posible afirmar que la realización de este trabajo con los estudiantes les dio herramientas para reflexionar sobre una de las causas y problemáticas que atañe a la reforma tributaria, como una situación que no es ajena a sus vidas y que va más allá de un documento establecido por el ministerio de hacienda; al enfocar la atención en uno de los puntos de la reforma tributaria, el aumento del IVA en la canasta familiar, se acercó a los estudiantes a la economía de sus hogares, haciendo análisis desde los que establecieron las matemáticas que necesitaba para solucionar los problemas propuestos.

Conforme a lo anterior, el haber estructurado ambientes de aprendizajes con los escenarios de investigación 4 y 6; los estudiantes tuvieron una postura más reflexiva porque tenían acercamientos previos con la problemática y analizarla desde nuevas miradas y junto con sus compañeros permitió que su participación fuera constante respetuosa y pertinente a los fines que como grupo colaborativo se plantaban en cada situación indicada por la docente.

Por otro lado, es importante resaltar que las posturas reflexivas van más allá de los problemas propuestos por el profesor, pues los estudiantes al finalizar las actividades realizaron juicios de valor no solo sobre su trabajo si no también refiriéndose al de la docente, dando cuenta de los valores, las dinámicas, la comunicación y los recursos didácticas de los que se valió para que ellos se motivaran en cada una de las construcciones planeadas.

BIBLIOGRAFÍA

- Boavida, A & Da Ponte, J. (2011). Investigación colaborativa: potencialidades y problemas”, Diego Pérez y Diana Jaramillo (Trad.), Revista Educación y Pedagogía 23(59), 125-135.
- Boisvert, J. (2004). La formación del pensamiento crítico, teoría y práctica. Obtenida el 15 de Octubre de 2017, de <http://es.scribd.com/doc/54064007/LA-FORMACION-DEL-PENSAMIENTO-CRITICO-de-Jacques-Boisvert>.
- Bressan, A. M., Gallego, M. F., Pérez, S., & Zolkower, B. (1973). Educación Matemática Realista Bases teóricas. Educación, 63.
- Cabezas Tenorio, I. P., & Cordoba Villamil, P. A. (2016). Desarrollos Logrados en las Actitudes Crítica e Interacción en tres Profesores de Matemáticas en Ejercicio de Bogotá a Propósito de la Aplicación de una Propuesta de Formación en Investigación.
- Cárdenas Sierra, Y. R., & Muñoz Restrepo, D. A. (2014). Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la Institución (Master's thesis, Universidad de Medellín).
- Coll, C., Mauri, T., & Onrubia, J. (2006). Análisis y resolución de casos-problema mediante el aprendizaje colaborativo. RUSC. Universities and Knowledge Society Journal, 3(2).
- Colmenares, A. M., & Piñero, M. L. (2008). La investigación acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. Laurus, 14(27), 96-114.
- DIAN, (2016). Abecé de la reforma tributaria. Ministerio de hacienda, Bogotá. Tomado de

http://www.dian.gov.co/descargas/centrales/2017/Abece_Reforma_Tributaria_2016.pdf

Espinosa, L. P., & Pérez, F. C. (1988). Problemas aritméticos escolares. Síntesis.

Godino, J. D., & Batanero, C. (2002). Proporcionalidad y su didáctica para maestros. Granada: Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

Glaser, E. (1941), Critical Thinking Defined, the critical thinking community, consultado el 10 de octubre de 2017, Recuperado de <http://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

Hernández, L., & Vásquez, O. (2008). Dificultades y errores en la modelación de problemas de la estructura multiplicativa: el caso de las cantidades.

Jorge Enrique Robledo Castillo. 2016 octubre 22. Para entender la reforma tributaria, debate en RCN Radio senadores Robledo y Cabrera (Video 35:00). Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=TB-lfoCYDlc>

Ley N° 1819 29 Dic 2016. <http://es.presidencia.gov.co/normativa/normativa/LEY%201819%20DEL%2029%20DE%20DICIEMBRE%20DE%202016.pdf>. Bogotá, Colombia, 2017. Recuperado de <http://es.presidencia.gov.co/normativa/leyes>.

Llinares, S., & María Victoria Sánchez G. (1988). Fracciones: La relación parte-todo. Síntesis.

Martínez, N. y González, J. (2008) Construcción y uso significativo del concepto de proporción. Trabajo de grado de pregrado no publicado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

MEN, C. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Magisterio, Bogotá.

MESCUUD (2002). Aritmética y resolución de problemas en la formación de profesores. Bogotá: Gaia.

O'Hanlon, C. (2009). Inclusión educacional como investigación-acción: un discurso interpretativo. Cooperativa Editorial Magisterio.

- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Aula Universitaria*, 1(13), 29-36.
- Pulido, M., & Amaya, L. (2011). Diseño e implementación de algunos ambientes de aprendizaje para fortalecer el pensamiento crítico desde las matemáticas en una población vulnerable.
- Skovsmose, Ole. (2002) Escenarios de investigación. *Revista EMA*.6 1,3-26
- Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2014). Um convite à educação matemática crítica. Belo Horizonte, Autentica.
- Vergnaud, G. (1994). El niño, las matemáticas y la realidad. Roma: Armando Editores.