MONOGRAFÍA

Relación entre actividades propuestas por estudiantes para profesor de Matemáticas y algunas perspectivas socioepistemológicas asociadas a prácticas matemáticas que han fundamentado los números enteros.

LAURA ALEJANDRA MENDOZA QUITIAN

ROSEMBERG CÁRDENAS RODRÍGUEZ

Trabajo de grado para optar al título de Licenciados en Matemáticas

DIRECTOR:

Alberto Forero Poveda

Magister en Ciencias-Matemáticas

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ, D.C.

2020

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Con el paso del tiempo, varios autores han presentado formas de construir el número entero. Algunos ejemplos se pueden encontrar en las propuestas de Pinilla (2016), Cantoral (2010), entre otros. Tales propuestas permiten que hoy en día se pueda "asignar significado a los números negativos a través de la representación de diferentes situaciones en la vida cotidiana, de otras disciplinas y de la matemática" (Rodríguez, 2017 p. 5), lo cual se puede analizar desde esas construcciones socioepistemológicas, de acuerdo con lo planteado por Pinilla (2016), quien afirma que "los avances del conocimiento e ideas en la historia permitieron encontrar las circunstancias, los escenarios y los medios que han posibilitado la emergencia de los números enteros y a partir de ahí se ha planteado su construcción social (p. 40). Con base en ello, el autor interpreta que, en el contexto donde se originan los conocimientos es donde se reconocen las problemáticas, "es decir las prácticas socialmente compartidas ligadas a los números enteros" (Ibid).

Dichas formas, en varias investigaciones se consideran importantes debido a que, en general, "la historia de las matemáticas muestra que estas fueron construidas como respuesta a preguntas provenientes de diferentes orígenes y contextos, motivadas por problemas de orden práctico o por problemas vinculados con otras ciencias como la física y la astronomía" (Miguel y Miorim; Citados por Quiroz, 2018 p. 13); es decir que, desde allí, se pueden proponer algunas perspectivas de interpretación del número entero. En tal sentido, para que un profesor pueda construir una secuencia didáctica relacionada con estos números, es importante reconocer las diferentes formas en que se han construido con el paso del tiempo, y desde allí, poder razonar sobre el sentido que se le puede otorgar al mismo.

Dicho esto, este trabajo, en primer lugar, pretende estudiar cómo se han ido armando perspectivas socioepistemológicas asociadas a los fundamentos de los números enteros a lo largo del tiempo, ya que "toda exploración y estudio sobre un fenómeno didáctico se inicia desde el reconocimiento de la naturaleza y complejidad de construcción del objeto matemático a estudiar" (Lezama y Mariscal, 2008 p. 890). Para tal fin, se consultarán autores que hayan hecho investigaciones sobre dichas construcciones epistemológicas, y así poder saber qué perspectivas han tenido en cuenta al respecto, considerando que desde allí se reconoce, entre otras cosas, "la naturaleza sistémica de los fenómenos que se producen en los procesos de adquisición del saber matemático y que además toma en cuenta elementos de naturaleza epistemológica, cognitiva, didáctica y los escenarios socioculturales" (Cantoral y Farfán, 2003; Citados por Lezama y Mariscal, 2008 p. 891), a lo cual, los autores denominan "Enfoque socioepistemológico" (Ibid).

En segundo lugar, se pretende sistematizar propuestas de secuencias didácticas relacionadas con el número entero, llevadas a cabo en el espacio académico de Práctica Intensiva. Entre algunos de los aspectos a encontrar, se espera identificar perspectivas socioepistemológicas asociadas al mismo. Esto es importante hacerlo, ya que, interpretando a Cantoral (2010), la socioepistemología se puede definir como una rama de la epistemología que estudia la forma en que se construye el conocimiento. Desde allí, se quiere identificar lo encontrado con el fin de caracterizarlo desde la forma en la que proponen construir el número entero.

En tercer lugar, se propone realizar un paralelo en el cual se compare el sentido puesto en juego a partir de los análisis de la fundamentación de los números enteros, desde perspectivas socioepistemológicas que se encontraron en la teoría, con la forma como se construyó en las secuencias de actividades diseñadas por estudiantes para profesor del espacio académico ya mencionado.

Por último se darán las respectivas conclusiones y recomendaciones, en las cuales se propone una discusión relacionada con las formas en que se tuvieron en cuenta estas perspectivas socioepistemológicas sobre la construcción del número entero en las secuencias de actividades diseñadas por los estudiantes para profesor de LEBÉM, quienes han cursado el espacio académico de práctica intensiva, lo cual es importante reflexionar, ya que, partiendo de la necesidad relacionada con lo estipulado en el proyecto educativo de la LEMA (2017) se puede decir que, si no existe un interés en realizar una reflexión histórica y epistemológica de las actividades propuestas, entonces no habría posibilidad de que los profesores en formación pongan en juego sus conocimientos mediante la creación de formas didácticas, "y mucho menos aún, en relación con el mundo de vida de sus futuros estudiantes, para que éstos a su vez, tengan la posibilidad de dar sentido a eso que se les presenta en el aula" (p. 22). Asimismo, se quiere aportar elementos a los profesores tanto en formación como en ejercicio de las perspectivas socioepistemológicas relacionadas con la construcción del número entero a lo largo de la historia, con el fin de que las tengan en cuenta antes de realizar la planeación y diseño de sus actividades.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los profesores de matemáticas, al momento de realizar la planeación y diseño de sus clases ponen en consideración teorías propuestas por diversos autores, relacionadas con los temas que requieren para tal fin. Por este motivo, desde la perspectiva de Giraldo (2014), se puede afirmar que “son muchos los libros de texto que el docente puede emplear al momento de llevar a cabo su planeación, pero en ocasiones se descuidan aspectos referentes a la historia y epistemología que enmarcan un concepto” (p. 8), de lo cual se puede interpretar que, aunque el docente tenga la intención de buscar el soporte teórico necesario para justificar el trabajo que realice con los estudiantes, en primera medida, esto no es garantía de que esté relacionando dichas actividades con algunas construcciones socioepistemológicas aportadas a lo largo de la historia.

En segundo lugar, esto puede llevar a errores como los que se cometían en épocas pasadas, cuyo “aprendizaje memorístico era la base fundamental de todas las áreas del conocimiento, producto de los modelos pedagógicos tradicionales que enfocaban sus estrategias a la transmisión de saberes previamente definidos” (Chalacan, Rosero y Terán, 2018 p. 29), es decir, que el profesor podría caer en formas tradicionalistas, donde los estudiantes deban aprenderse todos los contenidos de memoria, al no ser conscientes del sentido que tienen los números enteros en relación con lgunas construcciones socioepistemológicas propuestas durante la historia. En tal sentido, el hecho de estudiar y analizar construcciones socioepistemológicas le podría ayudar a tener otras perspectivas a la hora de llevar a cabo actividades en el aula.

Otra de las consecuencias que se puede presentar cuando dichas actividades están desconectadas de cualquier construcción socioepistemológica de los números enteros, según Giraldo (2014; citando a Gonzalez, 2004), es que se dificulta la comprensión de los problemas en matemáticas, entre otras cosas, desde el contexto en el que aparecen, por lo cual, “es importante tener en consideración aspectos de tipo histórico que envolvieron, en este caso, la génesis del concepto de número entero negativo” (p. 15).

Con respecto a lo anterior, los autores quieren dar a entender que, para superar dichas dificultades, implica, entre otros aspectos, reconocer y discutir sobre las construcciones socioepistemológicas del concepto, para que posteriormente, se pueda razonar al respecto, y continuar con lo que se dejó construido. En el caso de la LEBÉM, según LEMA (2017 p. 22), el diseño de las actividades que se construyan deben realizarse usando la metodología de resolución de problemas, y teniendo en cuenta el enfoque socioepistemológico de los conceptos que se vayan a incluir, ya que, de acuerdo con el proyecto, si esto no se pone en consideración, posiblemente los profesores en formación no puedan crear formas de poner en escena los conocimientos matemáticos a enseñar. En este orden de ideas, hay unos niveles de práctica que se ofertan en esta carrera, de los cuales, el espacio académico de práctica intensiva es el último nivel entre ellos. De este nivel se pretende analizar cómo se desarrolló el diseño de algunas actividades relacionadas con la construcción del número entero, pero la idea no sería entrar a indagar qué están dejando de lado estos profesores en formación que cursaron la asignatura, sino qué tipo de construcciones relacionadas con estos números se han podido encontrar en algunas de las situaciones propuestas por ellos, en comparación con perspectivas socioepistemológicas construidas a lo largo de la historia, y cómo se llevaron a cabo esas prácticas matemáticas que permitieron dicha construcción, lo cual ayuda a dar forma a los discursos epistemológicos que se propusieron.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuál(es) es(son) la(s) posible(s) relación(es) que tienen las actividades propuestas por estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en prácticas intensivas anteriores realizadas a partir del año 2006, con perspectivas socioepistemológicas asociadas a prácticas matemáticas que han fundamentado los números enteros a lo largo de la historia?

OBJETIVOS

Objetivo general

Estudiar e interpretar la(s) posible(s) relación(es) que tienen las actividades propuestas por estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en prácticas intensivas realizadas a partir del año 2006, con perspectivas socioepistemológicas asociadas a prácticas matemáticas que han fundamentado los números enteros a lo largo de la historia.

Objetivos específicos

Analizar perspectivas socioepistemológicas asociadas a las(algunas) prácticas matemáticas que han fundamentado los números enteros a lo largo del tiempo.

Realizar una revisión y sistematización de las unidades didácticas que contengan actividades propuestas por estudiantes de práctica intensiva de LEBÉM, relacionadas con la construcción de los números enteros, frente a los elementos que tienen en cuenta para planear y diseñar sus propuestas de actividades.

Construir formas de análisis que permitan interpretar posibles relaciones entre el diseño y planteamiento de actividades en práctica intensiva y las perspectivas socioepistemológicas relacionadas con las prácticas matemáticas que han fundamentado los números enteros.

Interpretar los posibles elementos asociados a perspectivas socioepistemológicas vinculadas a prácticas matemáticas que fundamentaron los números enteros, que han contribuido en la construcción de actividades que proponen los estudiantes para profesor de Matemáticas.

JUSTIFICACIÓN Y ANTECEDENTES

Sobre la historia de las matemáticas, afirman Rodríguez y Vicario (2014), que "ha crecido el número de investigaciones que se han interesado por introducir una perspectiva histórica en la enseñanza de las matemáticas" (p. 412). Las autoras sustentan ejemplos de algunas de ellas, como la de González (2004), quien propone que el educador "puede encontrar un medio de autoformación para la comprensión profunda de las Matemáticas y sus dificultades de transmisión lo que permitirá suavizar el camino que conduce de la Enseñanza al Aprendizaje" (p. 27); o Lupiañez (2002; citado por Rodríguez y Vicario, 2014), "quien menciona que para la mayoría de los estudiantes de Matemáticas, los conceptos que se enseñan están carentes de historia, asimismo señala que en las instituciones no se promueve el proceso de génesis de la matemática" (p. 412).

Estos autores concluyen que la importancia de la historia de las matemáticas en la formación de profesores, por un lado "puede ofrecer al profesor un campo inagotable de estímulos para mantener su interés en una autoformación continua para perseverar en el estudio de la propia matemática" (Rodríguez y Vicario, 2014), y por el otro, al "Exponer a los estudiantes algunos de estos desarrollos tiene el potencial para animar la materia y para humanizarla ante ellos" (Ibid). Además, según Giraldo (2014; citando a Gonzalez, 2004), esta historia:

> favorece la comprensión de los problemas matemáticos a través de la intelección del proceso real de creación de los conceptos, del contexto en que aparecen, de las ideas que las propician y de las reformulaciones que sufren. De este modo es importante tener en consideración aspectos de tipo histórico que envolvieron, en este caso, la génesis del concepto de número entero negativo, y su relación o forma en que es presentado en los libros de texto, tomando como referencia las dificultades asociadas al concepto (p. 15).

En este sentido, no solo se está observando una construcción histórica de los números enteros, sino que, además de ello, se estudian algunas concepciones de su tratamiento, que se han propuesto a través de la historia, de lo cual radica la importancia de las perspectivas socioepistemológicas en la formación de profesores si se habla de la génesis del concepto de "número negativo", "número relativo", entre otros. Ligado a ello, Pinilla (2016) encuentra 3 prácticas matemáticas que permiten que se lleve a cabo la respectiva construcción social de los números enteros, las cuales son: "crédito financiero, pronóstico del tiempo climático y la localización", las cuales se explican más adelante y, dado que el autor indica que estos contextos permiten que el número entero se construya socialmente, entonces es posible relacionar esta idea con la visión de Lezama y Mariscal (2008 p. 891) sobre el enfoque socioepistemológico, ya que estos son "escenarios socioculturales" desde los cuales es posible que se lleve a cabo dicha construcción.

Por tanto, de lo anterior se puede afirmar que la historia de la socioepistemología puede beneficiar a los profesores de más ideas y más elementos que pueden tener en cuenta a la hora de llevar a cabo la planeación y diseño de una secuencia didáctica, ya que estos contextos, entre otros, permiten que el estudiante pueda realizar la construcción de los números enteros por medio de vivencias que ellos mismos pueden experimentar. Para el caso de esta investigación, se planean usar aquellas unidades didácticas que se hayan construido en los espacios académicos de Práctica Intensiva ofrecidos por parte de la LEBÉM, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, ya que, en primer lugar, la LEMA (2017) menciona que se deberían considerar aspectos histórico-epistemológicos en la construcción de conocimiento matemático; y en segundo lugar, “En la actualidad sigue siendo objeto de discusión el concepto de número entero negativo principalmente en el proceso de enseñanza y aprendizaje” (Giraldo, 2014 p. 15). Por tal motivo, es importante que las actividades que se realicen en torno a la construcción del número entero en este espacio de formación, estén basadas en algunas visiones socioepistemológicas relacionadas con este conjunto. Dicho esto, se pretende hacer la revisión de unidades didácticas, específicamente del espacio académico de Práctica Intensiva, ya que, de acuerdo con la LEMA (2017 p. 38; citando a Porlan, 1995), es el último nivel de “complejización del conocimiento práctico y el razonamiento pedagógico, necesario en el proceso de aprender a enseñar, propio de un estudiante para profesor, particularmente de matemáticas”; es decir, que esta práctica se aborda de manera más amplia, propone el tiempo suficiente para ejecutarla de una manera más desarrollada y recoge el proceso realizado en prácticas anteriores, además de que implica asumir las demás acciones de un profesor en ejercicio, como participar “de jornadas pedagógicas, reuniones de área, atención a padres, entre otras” (LEMA, 2017 p. 39). En tal sentido, se pretende, en primer lugar, dejar un análisis en el cual se evidencie si se lograron construir algunas perspectivas socioepistemológicas asociadas a prácticas matemáticas que fundamentan el número entero, con base en la planeación y diseño de las actividades, y desde allí, se quiere poner en juego un producto con el cual se pueda ofrecer elementos que posiblemente les sirva a los profesores de Matemáticas profesionales y en formación, con el fin de que los usen como guía en la planeación y diseño de sus clases. También sirve como una reflexión para no dejar de lado la parte histórico-epistemológica de los números enteros, especialmente desde la visión socioepistemológica.

MARCO REFERENCIAL

Las referencias que se presentan a continuación están divididas en 3 partes. En primer lugar, se dará a conocer algunas definiciones sobre investigación cualitativa con el fin de caracterizar qué tipo de investigación se llevará a cabo en este trabajo. En segundo lugar, se muestran las características de aquellas unidades didácticas que se pretenden consultar (quienes las construyeron, en qué se enfatizan, etc.), en concordancia con lo que indica la LEMA (2017) sobre la estructura de las prácticas. Por último, se pretende mostrar una aproximación al concepto de socioepistemología, seguido de la importancia que tiene la historia de los números enteros, además de definir el concepto de prácticas matemáticas y mencionar algunas de ellas que se relacionan con el número entero.

Algunas perspectivas sobre investigación cualitativa en el campo de la educación

Las investigaciones que se han realizado desde un enfoque cualitativo son muy variadas, inclusive en el campo de la educación, por lo cual, es muy difícil hablar sobre todas ellas. En virtud de ello, fue adecuado acudir al trabajo propuesto por Iño (2018), en el cual menciona algunos autores que dieron forma a su propia visión sobre la investigación cualitativa. El primero de ellos es Weber (1944; citado por Iño, 2018 p. 96), quien afirma que "los actores sociales son los constructores de la realidad social". Para analizar un poco esta idea, es necesario comprenderla por partes, es decir que, primero, se discutirá sobre "actores sociales"; en segundo lugar, acerca del concepto de "realidad"; y por último, en torno a la definición de sociedad. En este orden de ideas, Rauber (2006) propone una definición en la cual los actores sociales son:

> todos aquellos grupos, sectores, clases, organizaciones o movimientos que intervienen en la vida social en aras de conseguir determinados objetivos particulares, sectoriales, propios sin que ello suponga necesariamente una continuidad de su actividad como actor social, ya sea respecto a sus propios intereses como a apoyar las intervenciones de otros actores sociales (p. 3).

El concepto de realidad, desde el punto de vista de Kant, está ligado a las palabras alemanas "Realität" y "Wirklichkeit". Según Kant (citado por Rivera de Rosales, p. 75), el término "Realität" se relaciona con "Lo real" que, desde dicha perspectiva, "une la cosa con su esencia o características", y "Wirklichkeit" está vinculada con la "Realidad", la cual se relaciona con las "Analogías de la experiencia" (Ibid), o dicho de otro modo, cómo se está percibiendo la experiencia. En este sentido, la realidad es lo que se logra percibir a través de los sentidos y lo real es en sí la esencia de las cosas, lo que existe, aunque no pueda ser percibido.

Por último, Moreira (2003) define la sociedad como “un conjunto de seres humanos, unidos moral, material, espiritual y culturalmente para la satisfacción de comunes necesidades, recíprocos beneficios, aspiraciones semejantes y fines iguales” (p. 2).

Con base en todo lo anterior, Weber quiere dar a entender que quienes se preocupan por el comportamiento de la vida social, inciden en cómo actúan los seres humanos. En tal sentido, Iño (2018) indica que esta perspectiva sobre el enfoque cualitativo es una de las más importantes, dado que otorga el rol a las acciones, motivos y conductas del ser humano (aunque no da como tal una definición concreta sobre este enfoque).

Otra perspectiva de enfoque cualitativo la define Creswell (1998; citado por Iño, 2018) como:

> un proceso interpretativo de indagación basado en distintas tradiciones metodológicas –la biografía, la fenomenología, la teoría fundamentada en los datos, la etnografía y el estudio de casos– que examina un problema humano o social. Quien investiga construye una imagen compleja y holística, analiza palabras, presenta detalladas perspectivas de los informantes y conduce el estudio en una situación natural (p. 96).

Esta perspectiva está centrada en la comprensión de cualquier problema social con base en metodologías de recolección de datos de tipo cualitativo, como etnografías, biografías, etc., lo cual permite construir información sobre determinados sucesos, a fin de analizarlos.

Así mismo, un caso específico de la investigación cualitativa se relaciona con la revisión documental. Esta es considerada por Valencia (2020) como un proceso de investigación que:

> permite identificar las investigaciones elaboradas con anterioridad, las autorías y sus discusiones; delinear el objeto de estudio; construir premisas de partida; consolidar autores para elaborar una base teórica; hacer relaciones entre trabajos; rastrear 3 preguntas y objetivos de investigación; observar las estéticas de los procedimientos (metodologías de abordaje); establecer semejanzas y diferencias entre los trabajos y las ideas del investigador; categorizar experiencias; distinguir los elementos más abordados con sus esquemas observacionales; y precisar ámbitos no explorados (p. 2)

En este sentido, se hará una revisión documental de algunas secuencias didácticas implementadas por profesores en formación, y esta información se presentará de forma descriptiva, con base en algunos elementos que propone el autor, como la categorización, la comparación de elementos, etc. Respecto a las características que se considerarán en las secuencias didácticas, a continuación, se da un acercamiento de las mismas.

Característica general asociada a las secuencias de actividades propuestas por profesores en formación

De conformidad con lo establecido en el marco de las prácticas correspondientes a la LEBEM, ofertadas en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, según la LEMA (2017 p. 38), el espacio de formación de Práctica Intensiva comprende el mayor nivel de rigor del núcleo de práctica docente, de tal modo que los estudiantes para profesor deberían tener más bases pedagógicas que en sus prácticas anteriores, y por ello, es adecuado realizar un trabajo de revisión de algunas secuencias didácticas construidas en esta etapa, donde se haya trabajado sobre la construcción de los números enteros. Esto se pretende hacer, ya que las "Investigaciones realizadas en el campo de la didáctica de las matemáticas han reportado grandes dificultades, por parte de los estudiantes de educación básica, en la comprensión de los números enteros, particularmente los enteros negativos" (Gallardo, Mejía y Saavedra, 2017); por lo cual, es necesario centrar el análisis en la comprensión de estos números.

Algunos aspectos socioepistemológicos del número entero a lo largo de la historia

Este apartado se divide en 2 partes: el concepto de socioepistemología y la noción de número entero construida con el paso del tiempo. En la primera parte se pretende dar una aproximación al concepto de socioepistemología en el campo de la educación matemática. En segundo lugar, se mencionará la importancia de las construcciones del número entero propuestas a lo largo de la historia. Por último, se da a conocer una visión sobre las prácticas matemáticas, y con ello, se mostrarán tres prácticas matemáticas específicas, las cuales se darán a conocer en su momento.

¿Qué se puede decir del concepto de socioepistemología?

Sobre este concepto, indican Cantoral, Reyes y Montiel (2014 p. 91) que "La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa se ocupa del estudio de fenómenos didácticos ligados al saber matemático asumiendo la legitimidad de toda forma de saber", y este, según Reyes, (2016 p. 195), “nace con el objetivo de difundir socialmente el conocimiento matemático, mediante la democratización del aprendizaje”. Con base en ello, cuando la autora acude a la idea de “democratización del aprendizaje” (Ibid), aún se necesita comprender a qué se refiere. Por tanto, es necesario definir este término, para lo cual, se tiene en cuenta la perspectiva de Slater (1998 p. 2; citando a Bobbio), quien afirma lo siguiente:

> La democratización es un proceso definido por una transición de la democracia política a la democracia social. Para Bobbio, el poder sólo puede fluir en dos direcciones: desciende, yendo de arriba hacia abajo como ocurre con el poder burocrático, o asciende, subiendo de abajo hacia arriba como en el ejercicio del poder a todos los niveles, local, regional, estatal, en nombre y en favor de los individuos como ciudadanos.

De lo anterior se puede decir que la democratización puede definirse como una transición de una democracia a otra, pero ¿Qué es democracia? Una definición concreta se puede extraer de Castañeda (2009), quien afirma que es una “palabra que proviene del vocablo griego “demos” o “pueblo”, se define básicamente como un gobierno en el que el poder supremo le corresponde al pueblo” (p. 1). Partiendo de estas ideas, ya se tienen dos aspectos importantes: el primero es que, al hablar de democracia, se debería entender como una forma de poder, y particularmente, este lo ejerce el pueblo.

Dicho esto, el segundo aspecto es que, cuando se menciona la democratización, es posible entenderla como un proceso de transición a la democracia, apoyando la idea de Bobbio, pero aún queda una incógnita: ¿Qué se puede definir por aprendizaje? En tal sentido, la Federación de Enseñanza de CC.OO de Andalucía (2009) admite que “No existe ninguna teoría que responda satisfactoriamente a la pregunta ¿Qué es aprender?, aún así, hay diversas teorías que se ocupan de definir el aprendizaje” (p. 1). Por ello, es necesario asumir por el momento cualquiera de las perspectivas que haya sido aportada por algún (o algunos) autor(es) en específico. Para ello, teniendo en cuenta que se están tomando unidades didácticas de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, es pertinente mencionar la perspectiva sobre el aprendizaje, adoptada por la LEMA (2017; citando a Charnay, 1994) en la cual “Sólo hay aprendizaje cuando el alumno percibe un problema para resolver”. En este orden de ideas, lo dicho por Reyes (2016 p. 195) sobre el origen del concepto de socioepistemología se podría interpretar de tal modo que su finalidad es distribuir el conocimiento matemático, en la medida en que todos como sociedad tenemos poder sobre la construcción del aprendizaje.

¿Qué importancia tiene reconocer la historia del número entero?

Tomando en cuenta la visión de Pinilla (2016 p. 32), es importante no dejar de lado el desarrollo que han tenido los conceptos matemáticos a lo largo de la historia, y particularmente los números enteros, ya que "han necesitado del reconocimiento de aportes significativos a la disciplina a través de toda la historia". En tal sentido, un profesor de matemáticas podría aprovechar dichos aportes para poder darle mayor sentido a las planeaciones y diseños que proponga. De hecho, el autor cita al MEN (1998), en el cual se menciona lo siguiente:

> El conocimiento de la historia proporciona además una visión dinámica de las matemáticas y permite apreciar cómo sus desarrollos han estado relacionados con las circunstancias sociales y culturales e inter-conectados con los avances de otras disciplinas, lo que trae consigo importantes implicaciones didácticas (p.15).

Por tal motivo, es importante reconocer los aspectos históricos de los números enteros, antes de comenzar a pensar en ellos como objeto matemático. En relación con ello, Brousseau (1986; citado por Vargas et al, 1990) propone dos fases mediante las cuales, la mayoría de los objetos matemáticos sufren un proceso histórico:

> *Etapa paramatemática*, en la que el concepto matemático "es un objeto familiar reconocido, nombrado, del que se estudian las características y propiedades, pero del que todavía, por diversas razones, no ha sido organizado y teorizado"
>
> *Etapa matemática*, en la que el concepto matemático, "se pone bajo el control de una teoría y se define exactamente por las estructuras en las que interviene y por las propiedades que satisface, puesto a salvo de ambigüedades y errores…" (p. 76)

Complementando a lo que indica el autor, Chevallard (1979; citado por Vargas et al, 1990) propone una etapa que debería ir antes de las anteriores, que es la *protomatemática*. En ella, "el concepto matemático se utiliza de forma "implícita" en la actividad humana, condicionándola, pero sin que se haya tomado aún conciencia de su existencia" (p. 76). Esto indica que, a lo largo de la historia, la actividad humana ha construido perspectivas socioepistemológicas del número entero, de las cuales se necesita tener conciencia de que existen, y que se necesita reflexionar sobre ellas.

Relación entre la socioepistemología del número entero y las prácticas matemáticas

Las prácticas matemáticas, desde la perspectiva de Obando (2015):

> se quiere referir al conjunto de acciones de los individuos (en sus relaciones entre sí, y con el medio) que, en el curso de su actividad matemática, orientan sus procesos de objetivación y subjetivación tanto de la cantidad y la forma (por ejemplo, medir, contar, comprar, vender, intercambiar, construir, fabricar, estimar, describir, localizar, etc.), como de la variación de una u otra (movimiento, cambio, comparación, transformación, etc.). Estas acciones son mediadas a partir del conjunto de recursos culturales disponibles (medios semióticos de objetivación), a saber, los instrumentos, las técnicas, los discursos, los conceptos, los objetos de conocimiento, los problemas. Este conjunto de recursos se organizan de una forma particular, se combinan de una manera específica, interactúan unos con otros, en función la episteme desde son vistos, organizados, estructurados (p. 55).

En esta definición se pueden identificar aspectos de suma importancia que pueden llevarnos a entender de forma detallada lo que es una práctica matemática. En primer lugar, está el conjunto de acciones matemáticas que ejecutan los individuos. Estas permitirán que se pueda identificar de manera objetiva qué está haciendo el sujeto para construir la noción matemática a la que quiere llegar, que, para este caso, es la noción de número entero. En segundo lugar, se encuentra lo que el autor llama "recursos culturales disponibles", o medios semióticos de objetivación que, desde la perspectiva de Radford (citado por Mojica, 2013), "son entendidos como los objetos, herramientas, recursos lingüísticos y signos que las personas intencionalmente usan en la construcción social de significados con el fin de lograr una forma estable de conciencia, hacer evidente sus intenciones, y llevar a cabo un despliegue de acciones para alcanzar el objetivo de sus actividades" (p. 2). Por ello, se puede interpretar que los recursos culturales a los que hace referencia Obando (2015), son aquellos signos y/o representaciones que se han ido creando socialmente, a los cuales se atribuyen significados relacionados con acciones matemáticas, técnicas, discursos, objetos de conocimiento, entre otros. Todos estos elementos juntos, interactuando entre sí, desde la postura del autor, permiten el paso de lo intuitivo a lo formal, en este caso, en la construcción de los números enteros. Respecto a lo intuitivo, Builes (2017; citado por Builes y Manrique, 2018) indica lo siguiente:

> Históricamente, la intuición se ha entendido principalmente en dos sentidos: uno teológico, asociado a la bienaventuranza dada por Dios, y otro filosófico, asociado a la captación de datos mediante la percepción o a las ideas puras que surgen a partir de la razón (p. 4).

En este caso, es pertinente tomar en cuenta el segundo sentido, dado que se pretende hacer referencia a lo que el sujeto percibe por sí mismo, cuando está comenzando a construir conocimiento.

Respecto a lo formal, indica McMillan (citado por Tite y Sánchez, 2011) lo siguiente:

> El pensamiento formal involucra el reconocimiento y comprensión de supuestos subyacentes a lo que alguien afirma, la evaluación de sus argumentos y de las evidencias que ofrece, la realización de inferencias y la posibilidad de realizar una indagación lógica y razonar convenientemente, pero por otra parte, también requiere la actitud es estar dispuesto a considerar los problemas de una manera perceptiva y reflexiva (p. 33).

Con base en lo que dice el autor, se puede afirmar que, entre otras cosas, el pensamiento formal consiste en la validación y/o demostración de los argumentos que propone un sujeto, es decir, corroborar que la lógica que pone en juego es real. Luego, si se reúne todo lo anterior, es posible afirmar que todos estos elementos que permiten pasar del pensamiento intuitivo al formal, constituyen en sí una práctica matemática.

A propósito de la práctica matemática, según Obando (2015), indica que esta se puede caracterizar a partir de 7 elementos:

- Objetos de conocimiento: con los que se actúa y sobre los cuales se ejecutan acciones. Desde Restivo y Collins (citado por Obando, 2015), "los objetos con los que trata las matemáticas [...] son reales en el siguiente sentido. ellos no son cosas,..., ellos son, por el contrario, las operaciones, las actividades que los matemáticos pueden realizar" (p. 37)
- Conceptos: Estos se enuncian sobre los objetos de conocimiento, y es "la asociación mecánica de la palabra con el objeto" (p. 39)
- Instrumentos: Se usan para ejecutar la acción.
- Procedimientos: Permiten el uso de los instrumentos.
- Problemas: Orientan de manera objetiva la acción de los individuos.
- Formas de discursividad: Permiten poner el hacer en el lenguaje (formas de decir, de escribir, de comunicar)
- Configuración epistémica: Permite la toma de decisiones sobre el hacer (cosmovisiones, valoraciones sobre las matemáticas, fines de las matemáticas, posturas filosóficas y ontológicas (p. 56).

De acuerdo con esta idea, Pinilla (2016) identifica tres prácticas específicas relacionadas con la construcción del número entero, que reconoce de la siguiente manera: "la matematización de la economía familiar, la matematización del cambio climático y la matematización del desplazamiento" (p. 44).

Según lo indica el autor, la primera se ha desarrollado desde el pensamiento de los matemáticos hindúes, quienes "encontraron que los números enteros negativos se podían utilizar para representar deudas cuando se quería conocer los estados financieros" (Ibid), y estas acciones se siguen manteniendo en la actualidad a partir de la costumbre de las "familias que recurren a prácticas donde se usa el crédito financiero para vivienda, educación, negocios, entre otros" (Ibid). De allí, el autor pudo llegar a por lo menos tres actividades matemáticas que se pueden hacer "con los números enteros: representar, ordenar y operar" (Ibid).

El pronóstico del tiempo es la segunda práctica que menciona Pinilla (2016), quien indica que:

> se remonta desde la antigüedad, aunque los paradigmas y técnicas usadas para realizar el pronóstico han cambiado significativamente. Esta práctica socialmente compartida,

> ha estado inmersa en la sociedad debido a que son muchas las actividades que realizan las personas y que depende de las condiciones climáticas. Así mismo, en el pronóstico del tiempo se dan a conocer distintos indicadores como las temperaturas mínimas y máximas, por ejemplo, para saber si hará frío o calor, para saber si hará un día asoleado o pasado por nubes o con lluvias y así estar preparado para la situación que se presente (p. 45)

De ello, el autor considera que esta práctica está ligada a las actividades matemáticas de "medir, representar y comparar temperaturas" (Ibid).

Respecto a la última práctica, que corresponde a la localización, Pinilla (2016) afirma que esta:

> se ha presentado cotidianamente en las diferentes culturas y civilizaciones, desde el comienzo de la humanidad; porque siempre las personas han necesitado desplazarse, [...] dar direcciones, suba, baje, aumente o disminuya, a la izquierda de, a la derecha de, encuentra esa dirección. De ahí, se ha establecido el punto de partida para considerar que de esta práctica socialmente compartida, se desligan ciertas actividades matemáticas asociadas al objeto matemático de los números enteros, tales como: representar simbólica y gráficamente, ubicar coordenadas, medir y operar. Todas ellas generadas por la práctica de referencia de la matematización del desplazamiento (p. 46).

Por último, el autor aclara que en esta práctica es necesario que se establezca un punto de "referencia u origen que permita orientar y poder establecer cómo se avanzará hasta un punto final a partir de un punto inicial o de partida". Por tal motivo, se puede decir que el espacio es otro de los contextos que son importantes en la construcción del número entero. Sin embargo, cabe aclarar que el autor no define estas actividades matemáticas de forma individual, y por ello, es necesario definirlas para comprender qué implica cada una de ellas.

¿Cómo se puede definir el término "actividad matemática" y cada una de las actividades matemáticas encontradas por el autor?

A partir de lo propuesto por Pinilla (2016), se encontró que el autor no define cada una de las actividades matemáticas, correspondientes a tres prácticas referenciales. Por tal motivo, se hace necesario poner una breve definición para cada una, tomando en cuenta la perspectiva de varios autores, lo cual permitirá un análisis más objetivo en el trabajo realizado en la metodología.

Medir: Galina (2007) define esta actividad matemática como "una asignación de números a objetos o eventos de acuerdo con las reglas establecidas" (p. 4).

Representar: Rico (2009) indica que esta actividad matemática:

> se toma como equivalente a una señal externa que muestra y hace presente un concepto matemático, también como signo o marca con el que los sujetos piensan las matemáticas e, incluso, como aquellos esquemas o imágenes mentales con los que la mente trabaja sobre ideas matemáticas (p.3)

Ordenar: Soto (2011) define esta actividad matemática, indicando que "Es igual al número de elementos que tiene un conjunto. Es decir, orden es un sinónimo de cardinalidad" (p.120).

Operar: Soto (2011) define esta actividad matemática como un "Proceso definido por medio del cual se obtiene un valor a partir de otros. Las operaciones más frecuentemente usadas con los números son: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación" (p.120).

Comparar: Mercader, Herrero & Siegenthaler (citando a Dehaene, 1997) proponen la siguiente definición para esta actividad matemática:

> en lo que se refiere a la comparación de magnitudes, esta habilidad [...] se establece como una de las competencias que constituyen la habilidad innata de numerosidad [...]. Tradicionalmente, se han utilizado tareas de comparación simbólica (comparación de números arábigos) y no-simbólica (comparación de nubes de puntos) para valorar la habilidad de comparación de magnitudes (p. 245)

Estas actividades matemáticas que menciona Pinilla (2016) se pueden encontrar en aquellas situaciones que se relacionan con los números enteros, pero por ejemplo, con base en lo que se puede percibir en su historia, es posible encontrar algunas prácticas en las cuales se ha evidenciado el desarrollo del álgebra como una influencia a la aparición de los números negativos. En tal sentido, Di Franco y Gentile (p. 31) aclaran la importancia de "la conservación de la igualdad numérica y la obtención de ecuaciones con el mismo conjunto solución así como las diferencias entre cómo armar algebraicamente ecuaciones equivalentes". Un ejemplo de una ecuación equivalente a otra, de acuerdo con lo dicho por las autoras, es la siguiente:

$$x + 2 = 0$$

$$x + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$x = -2$$

Como se puede observar, el primer y último paso de resolución de esta ecuación son dos igualdades que son equivalentes entre sí, dado que la relación entre expresiones, en ambos casos no se altera.

METODOLOGÍA

Este trabajo está ligado a una metodología basada en la teoría de Valencia (2020) sobre investigación cualitativa, la cual se enfatiza en un trabajo de revisión documental. Para el desarrollo de dicho trabajo, se consultaron algunos documentos sobre perspectivas socioepistemológicas propuestas por varios autores. Las actividades matemáticas a encontrar, se analizaron con base en lo encontrado por Pinilla (2016) en 3 prácticas matemáticas importantes en el desarrollo del número entero, y la propuesta de Di Franco y Gentile (p. 31), respecto a la equivalencia, las cuales se usaron en este caso, para analizar lo que se puede encontrar en cada una de las perspectivas socioepistemológicas del número entero, consultadas en los documentos propuestos por algunos autores. Todo ello se registró en unas tablas las cuales muestran de forma exhaustiva, todo lo encontrado sobre las perspectivas socioepistemológicas que fundamentaron el número entero en diferentes épocas y culturas, y se sintetiza en otra tabla que recoge los rasgos principales de lo que se pudo consultar.

En seguida, se da cuenta de la estructura con la cual se llevó a cabo el trabajo de sistematización realizado a las unidades didácticas propuestas por profesores en formación, quienes cursaron el espacio académico de Práctica Intensiva en el proyecto curricular de

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas desde el año 2006 hasta el 2016, ofertado por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y luego, se explica qué fue lo que se pudo encontrar en las actividades y planeaciones propuestas por cada practicante.

Caracterizaciones asociadas a los números enteros en diferentes épocas y culturas

Para realizar estas caracterizaciones, lo primero que se hizo fue una recolección amplia de datos asociada a algunas perspectivas socioepistemológicas que fundamentaron los números enteros en diferentes épocas y culturas. Esta información se tomó de varios documentos y se organizó en tablas, en orden cronológico, con el fin de analizar su desarrollo y progresión, es decir, la forma en que evolucionó cada perspectiva (ver anexo 1). Luego lo que se hace es presentar una tabla en la cual se sintetice todo lo encontrado en los documentos seleccionados, pero esta vez relacionándolo y analizándolo a partir de actividades matemáticas. Esto se puede ver reflejado en la siguiente tabla (ver tabla 1).

ACTIVIDAD MATEMÁTICA: OPERAR	
Época	**Descripción**
Hindúes	Brahmagupta (628 D.C) explica las reglas para realizar sumas, restas multiplicaciones, divisiones y potenciaciones, haciendo uso de los "bienes" (los números positivos), las deudas (los números negativos) y la nada (el cero).
Civilización china	● Realizaban sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y extracción de raíces con los números enteros, en relación con los bienes, las deudas y la nada ● Ponían en juego las varillas rojas y verdes en situaciones de compra y venta, excedente y déficit, etc. ● En la antigua china se realizaron cálculos con palillos del mismo tamaño, los cuales se ubican sobre un tablero de cálculo, con este se realizaban operaciones ligadas a situaciones cotidianas cercanas a ingenieros, astrónomos, recaudadores de impuestos, etc. ● Se enfrentan dos bandos y se van aniquilando mutuamente,de tal modo que, por cada soldado rojo, se elimina uno negro.
Renacimiento	Stevin admite, tanto la suma de $x + (-y)$ como la suma de $x - y$
Siglo XV	● se toma en cuenta el número entero para hacer cuentas financieras, entre otras cosas, las del estado de una empresa
Siglo XVII	● La regla de los signos se presenta como un teorema en el cual, el

	producto entre dos números de igual signo da lugar a un número positivo, y el producto entre dos números de diferente signo, da como resultado, un negativo. ● Operar un producto usual de dos enteros, por medio de la propiedad distributiva. Ejemplo: -56+35 es producto de (8-5) multiplicado por -7. Esto da como resultado -21, que es un número negativo. A este, Stevin lo denomina como un negativo aislado, porque es un resultado que no se aceptaba aún, pero él es consciente de que se puede considerar como respuesta a un problema. ● Los negativos y positivos se toman como resultado natural de la suma y la resta ● Los números enteros nacen para resolver casos que se consideran imposibles dentro del conjunto de los naturales. Por ejemplo, 5-28 no tienen solución dentro de dicho conjunto, pero dentro de los números enteros, es posible encontrar la solución.
Siglo XVIII	● Euler trata a la multiplicación como operación externa de una deuda por un número positivo. Así, b (-a) = -ab ya que "tres deudas de a escudos constituyen una deuda de $3a$ escudos"
Siglo XIX	● Carnot trataba de mostrar contradicciones por medio de las operaciones entre números negativos, dado que, por ejemplo, en una desigualdad donde relaciona un entero negativo con un positivo, eleva ambos números al cuadrado, y muestra que con esta acción ya no se mantiene la desigualdad. Por tal motivo, se presenta una contradicción, y se termina perdiendo la idea de cantidad, pero aunque esto se dé. el autor es consciente de que existen números tanto negativos como positivos. ● En relación con esta actividad, Euler decía que restar $-x$ es lo mismo que sumar x, con el argumento de que, quitar una deuda es lo mismo que dar un obsequio, y esto logra dar sentido a cómo ejecutar la resta entre números enteros en un contexto determinado. ● Con lo anterior, no solo es posible evidenciar esta práctica matemática en el contexto SUMA, sino que también se puede percibir en la multiplicación, para la cual pone un ejemplo en el que 3 deudas de cierta cantidad de escudos, da lugar a una deuda del total de dicha cantidad. En este caso, es posible decir que el contexto evidencia una razón por la cual el producto entre un número negativo y un positivo, da lugar a un número negativo. ● La regla de los signos se termina considerando un acuerdo para conservar el principio de permanencia aritmética.
Modelos de neutralización (Desde los 60's a los	● Acciones de añadir o quitar (operaciones entre números enteros) ● Estimaciones con errores por exceso o defecto (números enteros como margen de error, especialmente en probabilidad y estadística).

90's)	
ACTIVIDAD MATEMÁTICA: REPRESENTAR	
Época	**Descripción**
Antigüedad	En ese momento los números negativos se usaban para representar cantidades faltantes
400 a.C	Problema sobre compra y venta de animales de campo, este se puede analizar mediante el uso de números negativos para la acción de comprar, y el uso de negativos para la acción de vender
Era primitiva	Los números negativos se reconocieron como números "deudos" o absurdos, dado que en la época se hacía más énfasis a los problemas relacionados con la naturaleza, es decir, con actividades de la cotidianidad.
Siglo V	Se representa a través de tablillas u otros objetos de diferente color, dado que cada color representaba, bien sea un número negativo, o uno positivo.
Hindúes	● Representación de los negativos y positivos que hicieron los indios de forma simbólica, y los asociaban a la idea de créditos y débitos ● Aryabhata inventó una notación numérica relacionada con el concepto de cero, el cual es muy importante en el desarrollo de los números enteros. ● Introducen el signo negativo a los números naturales con el fin de extender el conjunto, y dar lugar a los números positivos y negativos.
Civilización china	● Los chinos usaban los números enteros para determinar la cantidad de bienes, las deudas, en qué momento no tienen ningún bien, etc. ● Existían el número "yin" y "yang", que en la época eran los números negativos y positivos. ● Además de lo anterior, a estos números se les llamaba números en barra, y se usaban para representar ganancias, pérdidas, excedente y déficit, lo cual daba uno de los primeros usos a los números enteros. ● Los chinos usaban varillas rojas y negras para representar números positivos y negativos respectivamente. Así mismo, hubo una forma alternativa de indicar los números negativos, que era colocando una varilla en forma diagonal.
Época medieval	● Fibonacci interpreta el número negativo como una pérdida, pero otros matemáticos no consideraban la representación de los números negativos, excepto cuando se habla de restas indicadas
Renacimiento	● Bombelli, para clarificar las reglas aditivas de los números enteros, hacía uso de la idea de haberes y créditos ● La representación de los números negativos se dio a partir de

	procesos algebraicos. ● Los números negativos, según Steven, se usaban como herramientas del cálculo, y como tal, su representación adquiere una existencia como símbolos que son independientes, es decir, que $-x$ podía catalogarse como un número negativo, y no como restar un positivo. ● Desde D'Alembert, las cantidades negativas se consideran como menores que nada, y frente a ellas hay un signo menos, lo cual da a entender que la representación de los números negativos se debía considerar un número positivo con un signo en frente.
Siglo XV	● Stifel fue responsable de proponer la representación de los números enteros que reconocemos en la actualidad ● Antes de la intervención de Stifel, se usaba la abreviatura de p para representar a los positivos, y m para caracterizar a los negativos. ● Nicolás Chuquet crea un lenguaje simbólico para poder verse de manera escrita los números negativos.
Siglo XVII	● En la época se intentan interpretar y/o manipular las representaciones tanto algebraicas como geométricas para evitar los números negativos. Por ejemplo, lo que hacían Stevin y Descartes respecto a transformar raíces negativas en positivas, daba una prueba de que se admitía su veracidad, pero se seguían rechazando. ● Wallis menciona dos tipos de representación de los números enteros: los números negativos como símbolo, y la recta numérica como representación del sistema de números.
Siglo XVIII	● Se justifica la importancia de los números negativos por medio del plano cartesiano. En esta parte de la historia se puede evidenciar la actividad matemática de representar, ya que a partir de allí, es posible notar una forma de ver el número entero. Curiosamente, no fue constituido completamente por Descartes, dado que no consideraba el eje de abscisas negativo, pero sí lo tomó en cuenta Newton. ● Newton también afirma que las cantidades son afirmativas, es decir, mayores que nada, o son negativas, o dicho de otro modo, menores que nada. ● D'Alembert, quien propuso un método para evitar los negativos, bajo la idea de que se podían interpretar como cantidades positivas que se debían restar a otras. ● no solo se da significación a los negativos como cantidades opuestas, sino que también se quiere dotar de sentido a la operación sustracción.
Siglo XIX	● La práctica matemática de representar también se puede evidenciar en lo propuesto por De Morgan, cuando propone el problema de las

	edades de un padre y su hijo, donde se proponen dos tipos de preguntas que dan lugar a la forma de darse la respuesta: ○ ¿Cuándo doblará la edad del padre a la de su hijo?: Acá la respuesta era -2, es decir, que en -2 años, se dobla la edad del padre respecto a la de su hijo, lo cual para De Morgan, era absurdo. ○ ¿Cuándo dobló la edad del padre a la del hijo?: Esta pregunta tenía más sentido para De Morgan, porque implica el uso de un número positivo para dar la respuesta. ● Esta práctica también se puede ver desde MacLaurin, dado que las cantidades negativas y positivas, las relaciona con los haberes y créditos, con la izquierda y derecha, con las direcciones hacia arriba y hacia abajo, etc. Con base en estas representaciones, es posible trabajar las características que tienen los números enteros, respecto a la idea de "opuestos". ● Esta actividad matemática se puede encontrar en Carnot, cuando afirma que las cantidades positivas y negativas son de la misma naturaleza tomadas en sentido opuesto. ● MacLaurin también propone algo relacionado con la actividad de representar, y es el hecho de que identifica a las cantidades negativas o positivas, dependiendo del signo que se ponga frente a cada número (sea el signo más (+), o menos (-)) ● Maz y Rico (2009) hicieron un aporte importante respecto a la actividad matemática de representación, dado que los categorizaron teniendo en cuenta su uso cotidiano, ya sea como sustracción, signado, relativo o aislado. ● Del mismo modo, Vílchez-Marín (2015) hizo un aporte un poco diferente a Maz y Rico (2009), dado que ya no clasifica las representaciones con base en su uso cotidiano, sino a partir de su forma esquemática, ya sea verbal, simbólica o gráfica. ● Los números enteros son aceptados como una extensión de los números naturales. ● Se proponen diversas definiciones para los números enteros, las cuales terminan siendo una forma de representación, y al mismo tiempo, se dan a conocer.
Modelos de neutralización (Desde los 60's a los 90's)	● Se usan fichas de dos colores para representar los números positivos y negativos respectivamente. ● Bolas que se ensartan en dos varillas distintas (representación de los números enteros por medio de un recurso físico) ● Deudas y haberes, o pérdidas y ganancias (representación de los números enteros en el contexto económico) ● Cargas eléctricas positivas y negativas, y clavijas de tres posiciones (números enteros en física) ● Un globo elevado o bajando (números enteros en el contexto de altura)

	● Fichas de dominó en las que los puntos en una de las partes de la ficha neutralizan a los situados en la otra parte (Elemento neutro dentro de los números enteros)
Modelos de desplazamiento (Desde los 50's a los 90's)	● desplazamientos representados por vectores unidireccionales que actúan sobre posiciones de la recta numérica (números enteros en el desplazamiento por la recta numérica) ● cintas de video que se proyectan o rebobinan (número entero en avance y retroceso de una grabación)
Siglo XX	Dentro del lenguaje natural, sea escrito o verbal, existen distintas maneras de expresar la misma situación, es decir, pagar o abonar una deuda son equivalentes a restar o disminuir parte de la deuda
Actualidad	Contextos de deudas y bienes
ACTIVIDAD MATEMÁTICA: MEDIR	
Época	**Descripción**
Civilización griega, egipcia y babilónica	● el número entero ya estaba implícito, sabiendo que surgió el problema de quitar una longitud grande de una pequeña, es decir, aunque esto se consideraba imposible, la práctica permitió que se construyera lo que hoy conocemos como número entero
Modelos de neutralización (Desde los 60's a los 90's)	Cubitos que calientan o enfrían un líquido (números enteros en la temperatura)
Modelos de desplazamiento (Desde los 50's a los 90's)	● termómetros o escalas de diversas magnitudes (números enteros en la Medición de la temperatura) ● variaciones en el nivel del agua de un depósito (números enteros que caracterizan si hay más agua o menos agua en un depósito)
ACTIVIDAD MATEMÁTICA: UBICAR	
Época	**Descripción**
Los hindúes	Los hindúes usaban los números enteros para ubicaciones astronómicas
Siglo XVII	● surge la idea de "dirección", que implica usar los números enteros para saber en qué posición estaba una persona

Siglo XVIII	● Según Descartes, lo negativo en Geometría indica un retroceso, mientras que lo positivo hace referencia a un avance. En este caso, la actividad matemática de ubicar se identifica cuando menciona que una línea puede ser trazada en dos direcciones opuestas, a la misma distancia de un mismo punto, lo cual propuso también Newton, cuando da a entender que, si una línea se traza hacia cualquier dirección, entonces es afirmativa; y si se traza a una dirección opuesta, será negativa. ● Ya se hacía referencia a la ubicación de los números enteros en la recta numérica ● Las cantidades negativas indicaban el cambio de sentido de un movimiento. Así mismo, se comienzan a representar movimientos, donde los negativos indicaban tan solo cambio de sentido, dado que lo negativo se consideraba un retroceso, y lo positivo era un avance.
Modelos de desplazamiento (Desde los 50's a los 90's)	● personajes, objetos que avanzan o retroceden a lo largo de un camino (números enteros en la ubicación de una persona o cosa) ● peldaños que se suben o bajan; ascensores que bajan a los garajes o suben a los pisos (números enteros en el contexto de altura) ● globos que se elevan o se hunden por debajo del nivel del mar (números enteros en relación con la altura sobre el nivel del mar)
ACTIVIDAD MATEMÁTICA: ORDENAR	
Época	**Descripción**
Hace 30.000 años	Aunque no se hizo referencia al número entero, se admite que la acción de ordenar se presentó en la construcción social del número.
Siglo XVII	Se admite la idea de que puede haber una relación de orden de menor a mayor.
ACTIVIDAD MATEMÁTICA: COMPARAR	
Época	**Descripción**
Civilización árabe	Se decía que no había cantidades menores que cero, y por ello, esta magnitud se volvió un obstáculo
Siglo XVII	Wallis menciona el vínculo entre los números negativos y la dirección, lo cual implica la comparación entre dos números enteros mediante la idea de dirección.
Siglo XVIII	decían que el signo "menos" solo se usaba como operador, y se indicaba que tan solo se podía realizar esta operación, si el primer operando era más grande que el segundo
Modelos de	Juegos o clasificaciones con puntuaciones positivas y negativas. Esto

neutralización (Desde los 60's a los 90's)	representa los números positivos y negativos en los juegos, y se puede realizar una comparación entre los puntajes de los jugadores para saber cuál es el ganador.
Siglo XX	contextos en los que una persona tenía menos dinero que otra, o más dinero que otra
ACTIVIDAD MATEMÁTICA: EQUIVALENCIA	
Época	**Descripción**
Civilización china	Se representan números negativos por medio de la resolución de sistemas de ecuaciones.
Hindúes	Brahmagupta adoptó reglas algebraicas de números positivos y negativos, donde el cero se encontraba presente como concepto matemático. De ello, es posible decir que serían los primeros indicios de aceptación de respuestas negativas a situaciones de tipo algebraico.
Civilización griega, egipcia y babilónica	en este tiempo ya existían estrategias de resolución de ecuaciones, y aunque en dicha época aún no se tomaban en cuenta los negativos, esta actividad ayudó a que se comenzaran a construir como símbolos
Siglo XV	Nicolás Chuquet asumió la iniciativa de dar sentido a las soluciones negativas en ecuaciones y problemas
Renacimiento	● Se aceptaba el número negativo como resultado de una ecuación - Además, aunque estos números se rechazaron en dicha época, con su uso se puede evidenciar que se aceptan más que antes ● Se admitían las respuestas negativas en la resolución de ecuaciones, aunque las ideas sobre estos números se seguían discutiendo.
Siglo XVIII	● D'Alembert propuso un ejemplo en el cual se debía resolver la ecuación $x + 100 = 50$, y como la respuesta era negativa ($x =- 50$), la evadía afirmando que esta indicaba que se debía restar 50 al segundo sumando. ● Esta actividad se puede ver cuando Euler trataba de demostrar que (-1)*(-1)=1, lo cual es una de las formas en las cuales se trató de legitimar los números negativos. ● consideraban que las respuestas negativas a la resolución de una ecuación surgían de un problema mal planteado

Tabla 1. Síntesis y relación entre actividades matemáticas y perspectivas socioepistemológicas que fundamentaron el número entero.

Luego de haber interpretado y analizado las diversas perspectivas socioepistemológicas asociadas al número entero en diferentes épocas de la historia, así como las actividades matemáticas relacionadas con cada una de ellas, se explica la forma en que están estructuradas las tablas, las cuales se sistematizaron en un archivo a parte (ver anexo 2). En ellas se puede evidenciar, en primer lugar, los **datos generales** de la unidad didáctica, como el nombre del autor, el año en que se diseñó y el título asignado a cada unidad didáctica. Después de ello, se muestra el **marco teórico** relacionado con el número entero, y que fue usado por cada practicante para la planeación y diseño de sus actividades. En seguida, el **nombre de cada una de las actividades** que propuso la practicante, relacionadas con la construcción del número entero, que en este caso, fue solo una. En seguida, se muestran las **actividades propuestas**, como se propusieron por parte de la practicante. Por último, se propone una **observación** a la actividad, con base en cuáles serían algunos elementos que conforman la actividad matemática asociada a la situación que diseñó para los estudiantes (ver ejemplo en tabla 2).

Autor(es): Magnolia Riaño

Año: 2014

Título de la unidad: Unidad didáctica: Práctica Intensiva - Grado Quinto de Primaria

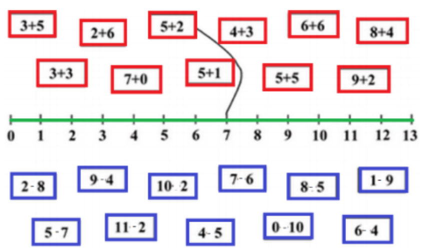
Aspectos iniciales de la unidad:

En ella se propone un marco teórico general para todas las actividades propuestas, pero allí no se encuentra ningún aspecto teórico que se relacione con los números enteros.

ACTIVIDAD	CARACTERÍSTICAS
Situación fundamental: Un circo de visita en el colegio	**Actividades propuestas**
	Descripción general Se dispone de 50 minutos con los estudiantes, en donde se creará una recta numérica. Se pedirá previamente que lleven plastilina, una regla y cartulina. Se explicará verbalmente cómo es la recta numérica, que será de color rojo. **Momento 1. Acción** Antes de iniciar la actividad, se explica que el objetivo es entender cómo

funciona la recta numérica.

Se pedirá que grafiquen la recta numérica, y se darán operaciones de suma, resta y multiplicación, y el resultado deben ponerlo en la recta numérica con la plastilina, esta será de color verde. Las primeras preguntas serán estrictamente algorítmicas (Ilustración 2 ver anexo)



UNE CON UNA LÍNEA EL RESULTADO DE LAS SUMAS Y RESTAS.

Ilustración 2

Las preguntas que se realizarán serán planteadas de una forma divertida, ya que se tomarán situaciones en donde los integrantes del circo (situación fundamental) y los estudiantes de la clase podrán ser involucrados.

Se realizarán preguntas de la siguiente manera:

"Si Pedro el payaso está en el colegio de la OEA sede b, frente al altar de la Virgen María en el corredor, este será el punto cero, al salón 501 cuántos pasos hay a la derecha, y al baño cuántos pasos hay a la izquierda" (Ilustración 3, ver anexo)

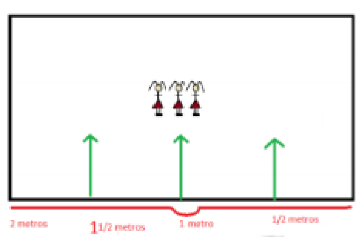


Ilustración 3

Momento 2. Validación

Después de terminar con la actividad, se llegarán a conjeturas con los estudiantes respecto al ejercicio planteado.

Observaciones

En las actividades propuestas en esta unidad, se puede evidenciar que la preocupación va enfocada, en primer lugar, al lenguaje simbólico, y luego, a las situaciones cotidianas, dado que lo primero que se le indica a los

	estudiantes es que reconozcan la recta numérica, y desde allí, con base en unas operaciones aritméticas, ubiquen cada entero donde corresponde, pero sin dar lugar a una situación problema antes de ello. Por el contrario, dicha situación se propone después. Respecto a la teoría, encontramos que solo se plasma un pequeño apartado en la misma planeación de la actividad, la cual no profundiza respecto al concepto del número entero, sino que da unos breves aspectos sobre la recta numérica.

Tabla 2. Ejemplo de tablas en las cuales se sistematizaron las actividades propuestas (Anexo 2, p.1)

Después de construir las tablas, y de organizar la información encontrada, se plantearon algunas observaciones que consideramos importantes en relación con la forma en que se presentan las actividades, además de mencionar la teoría que se propone en cada unidad didáctica, y su relación con perspectivas socioepistemológicas que fundamentan el número entero. En tal sentido, se puede afirmar que en cada una de las unidades didácticas propuestas por los practicantes, se pudo evidenciar, en primer lugar, que en todas ellas se plasmó una teoría, ya sea de forma general, o para cada actividad en específico. Lo que se logra ver, es que en muy pocas se encuentran aportes de tipo socioepistemológico sobre la construcción del número entero.

Con ello, es posible evidenciar que en la teoría solo se toman en cuenta conceptos ya institucionalizados, como la definición de número entero, la forma de solucionar operaciones como la suma, resta, multiplicación y división, entre otras, así como las propiedades que tiene cada una y las leyes que se deben tener en cuenta sobre los signos "más" y "menos". En tal sentido, se puede decir que, como no se proponen aspectos socioepistemológicos que permitan al practicante relacionar la construcción del número entero con el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes, entonces se llegan a construcciones netamente algorítmicas como la resolución de operaciones, la ubicación de un punto en la recta numérica, u otras actividades que carecen de sentido, teniendo en cuenta que no tuvieron un proceso de construcción desde contextos donde tenga suma importancia este concepto, dado que sabemos que la socioepistemología emerge de una construcción social, es decir que inició desde una necesidad ligada en este caso, al uso del número entero. Por tanto, si no se tiene en cuenta esta relación, y en lugar de ello, se proponen ejercicios de tipo algorítmico al estudiante, es muy probable que no pueda incluir este concepto dentro de su entendimiento, o se tarden más de lo debido en incorporarlo.

Por otro lado, se evidencia que cada secuencia de actividad se inicia de forma distinta, dado que algunos de los profesores en formación comienzan indicando a los estudiantes que resuelvan operaciones con números enteros, y de allí, se les propone situaciones donde puedan usarlas. Con ello, otros practicantes parten de algunas situaciones cotidianas, desde las cuales se llega a formas simbólicas de representar el número entero, en relación con el contexto en que se está trabajando. Esto implica que el niño podrá darle un sentido al uso del símbolo y a la resolución de las operaciones. También se encontró que otros abordan sus actividades desde un marco teórico muy denso, es decir, que se centran en hablar sobre la teoría del número entero, respecto a sus propiedades, la ley de signos, etc., así como otros aspectos que se limitan tan solo a lo conceptual.

Finalmente, se puede decir que cada practicante tiene una forma distinta de abordar las actividades, lo cual no consideramos algo negativo, pero es importante que, cuando piensen en diseñar actividades, debemos considerar aspectos como la forma en que se construyó el concepto en sí, para poder relacionarlo con las actividades que se propongan al estudiante. Por ejemplo, esas formas socioepistemológicas que pudimos encontrar en lo presentado con anterioridad. Con ello, es necesario analizar el sentido que tienen, el tipo de situaciones y los símbolos que son más apropiadas para abordarse al principio y al final, u otros aspectos que ayuden, por un lado al practicante, a realizar una adecuada construcción de la actividad; y por otro lado, al estudiante a que adquiera de forma eficaz (y con base en su experiencia) el concepto de número entero, y lo logre incluir dentro de su entendimiento. Hasta el momento, se puede afirmar que las perspectivas socioepistemológicas solo se presentan de manera explícita.

MODELO DE ANÁLISIS

El análisis que se pretende llevar a cabo en relación con los datos recolectados (mostrados en apartados anteriores) se propone a partir de la idea de Iño (2018), quien menciona algunos autores que dieron forma a su propia visión sobre la investigación cualitativa (que se aborda y analiza de manera verbal), dentro de los cuales, se encuentra Tamayo (2003), quien afirma lo siguiente:

> la característica fundamental de la investigación es el descubrimiento de principios generales [...], lo cual no es simplemente organizar lo conocido, sino se necesita verificar y comprobar en la realidad. Este proceso es mediante la búsqueda sistemática y ordenada, se recogen datos para su sistematización, análisis, interpretación y posterior difusión de los resultados de la investigación, mediante un informe o documento escrito.

Para este caso, lo que indica el autor es coherente con lo realizado en toda la monografía, dado que, lo primero que se hizo fue un trabajo de sistematización, al cual se hicieron observación, con el fin de poderse analizar e interpretar, y próximamente difundir para que se pueda incluir dentro del conocimiento de los profesores de matemáticas tanto en formación como en ejercicio. En tal sentido, lo que sigue es analizar cada una de las actividades que se pudieron encontrar en las propuestas de unidad didáctica desarrolladas por los practicantes, con base en las actividades matemáticas identificadas en los registros históricos sobre perspectivas socioepistemológicas del número entero.

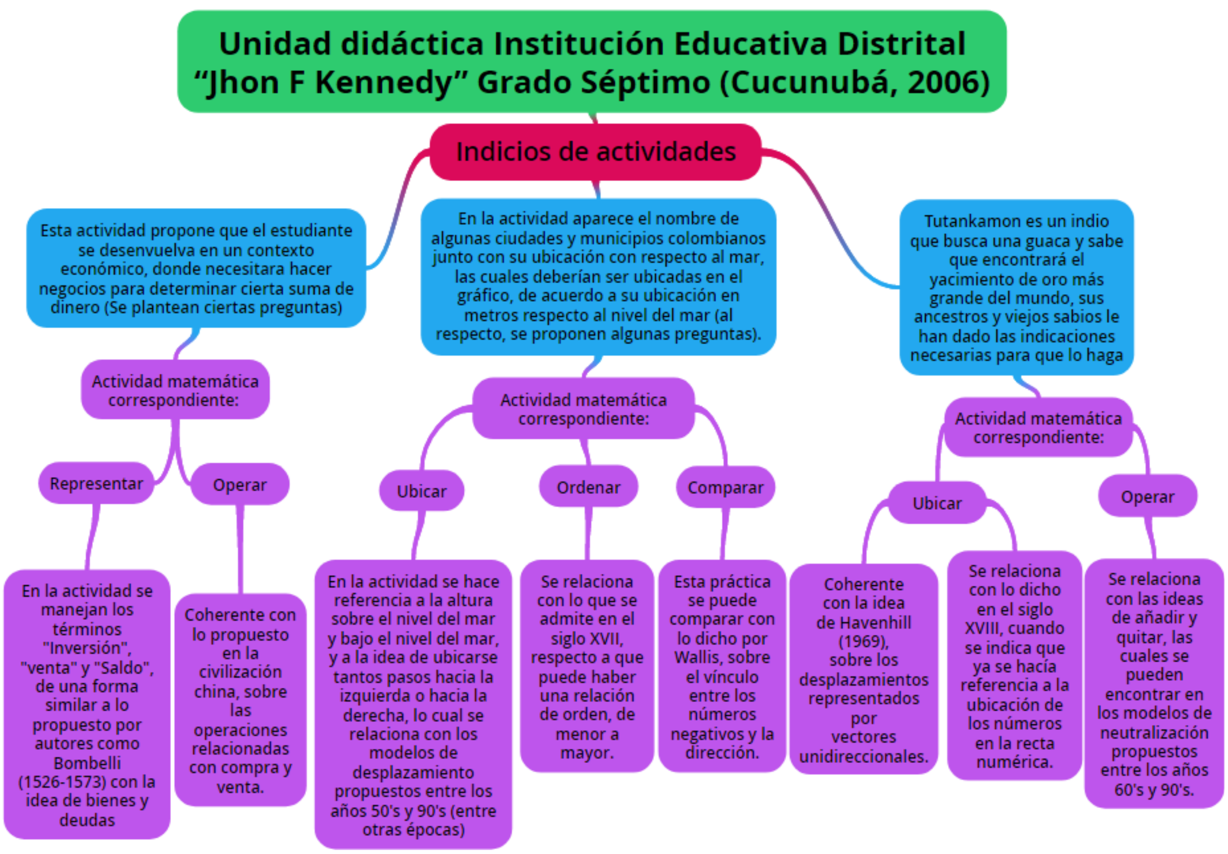
Bajo dicha visión, se propone la construcción de un esquema para cada una de las unidades didácticas, a partir del cual se pretende resaltar cuáles son algunas de las actividades matemáticas que se ven reflejadas en las situaciones propuestas, en concordancia con las que se pudieron encontrar en los registros históricos.

En esta unidad didáctica se encontró una sola planeación en la cual se ponen en juego dos situaciones que se relacionan con las actividades matemáticas de ubicar y representar desde lo que propusieron en algún momento Newton, Vilchez-Marín y Wallis. Respecto a la primera, Newton propone una idea asociada al sistema cartesiano como la conocemos ahora, donde las direcciones se pueden indicar a la derecha o a la izquierda de un punto P (ver anexo 1 p. 7), la cual se encuentra implícita en la actividad que la practicante propone (ver anexo 2 p. 2), dado que se tiene un punto de referencia, que es el altar de la Virgen María y las direcciones están determinadas por el movimiento de Pedro el payaso ya sea "Hacia el baño" o "hacia el salón 501", que son dos ubicaciones que están en direcciones opuestas, respecto al altar.

Así mismo, Vilchez-Marín (2015) propone la idea del plano de coordenadas enteras (ver anexo 1 p. 25), lo cual es coherente a lo que se quería plantear con los estudiantes en las actividades propuestas con la practicante (ver anexo 2 p. 1), ya que las operaciones que pone en juego le permiten garantizar que las coordenadas solo se van a tener en cuenta con unidades enteras, y desde allí, se puede evidenciar la utilidad del número entero para darle sentido a las ubicaciones en la recta numérica, es decir, qué significado tiene una ubicación negativa, o una positiva.

Por otro lado, Wallis da a conocer dos formas de representar el número entero, de las cuales, una de ellas es a partir de símbolos (ver anexo 1 p. 25). Esta forma la puso en juego la practicante, en el momento de asignar a los estudiantes la tarea de resolver las operaciones (ver anexo 2 p. 1), dado que las operaciones se asignaron de forma simbólica, y por ende, los estudiantes podrían dar la respuesta también de manera simbólica. Luego, la idea era que ellos ubicaran ese resultado en la recta numérica, lo cual sería una transición entre la representación simbólica, y la respectiva ubicación en ella. Esta es la segunda forma de representación de los números enteros que propone Wallis.

Respecto a las bases teóricas que se tuvieron en cuenta, se encontró que allí se tienen en cuenta algunos conceptos matemáticos que se relacionan con los números enteros, pero no se habla de ningún aspecto relacionado con su fundamentación, es decir, no se tomó en cuenta alguna perspectiva socioepistemológica sobre el número entero para la elaboración de estas actividades.



La unidad didáctica desarrollada por este practicante se relaciona con lo propuesto por Bombelli (1526-1573), en contextos relacionados con los bienes y deudas (ver anexo 1 p. 4). En este caso, la actividad de representar está relacionada con la forma en que los estudiantes podrían indicar en qué momento les "hace falta dinero", o con qué cantidad de "bienes" cuenta cada uno (ver anexo 2 p. 19). Por ejemplo, se plantearon preguntas como: Si en el segundo negocio la valoración del tipo de inversión o venta subió en un total de 20.000 ¿En cuánto quedaría el saldo de este negocio?; Si en el tercer negocio realizara seis veces el mismo negocio ¿Cuál sería su saldo?, ¿Cuánto?; etc., las cuales permiten que el estudiante, por medio de las acciones de venta o saldo, construya el número entero.

Por otro lado, la actividad de Ubicar, está relacionada con lo propuesto en los años 50' s y 90' s en los contextos donde se requiere desplazamiento hacia la izquierda o hacia la derecha. Por ejemplo, Havenhill (1969), entre otros autores, hacen referencia a desplazamientos representados por vectores unidireccionales, los cuales actúan sobre posiciones fijas, y desde allí, se determina si dicho vector tendría que ir hacia la izquierda, o hacia la derecha (ver anexo 1 p. 40). Por ejemplo, para el caso de la actividad "Encontremos la guaca", se puede ver que se ponen en juego unas indicaciones que están directamente relacionadas con los números enteros, dado que se asocia el número negativo con los pasos hacia la izquierda, y los positivos, con los pasos hacia la derecha (ver anexo 2 p. 22). Para la comprensión de estos desplazamientos, es posible el uso de la recta numérica, de lo cual ya se comienza a discutir a partir del siglo XVIII.

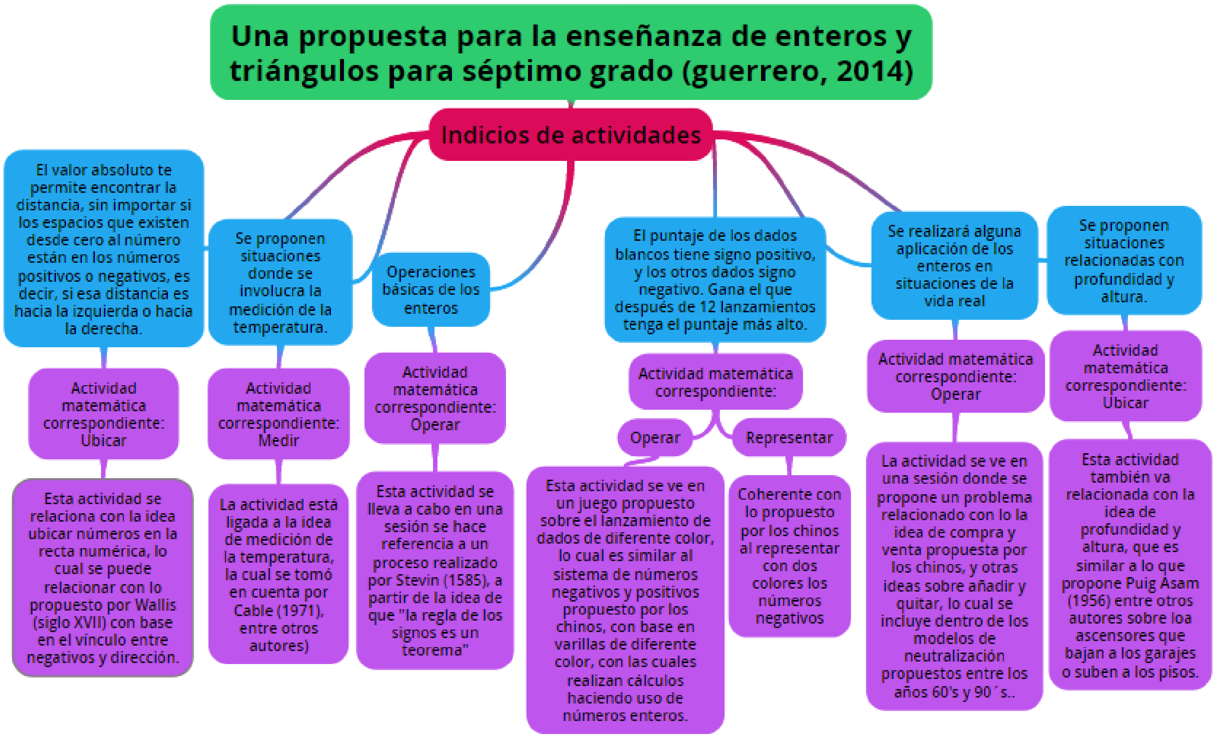
Petri (1986) propone un ejemplo, donde se hace referencia a globos que se elevan por encima del nivel del mar, o por el contrario se hunden por debajo del mismo (ver anexo 1 p. 40). Esto tendría sentido, por ejemplo, en la actividad de altura sobre el nivel del mar, y bajo el nivel del mar que se menciona en una de las actividades propuestas, dado que allí, el punto de referencia es el nivel del mar, mientras que la altura sobre el nivel del mar sería positiva, y la altura bajo el nivel del mar sería negativa (ver anexo 2 p. 20). Esta misma actividad también está relacionada con la actividad matemática de ordenar porque, si en el siglo XVII se admitía que podía haber una relación de menor a mayor (ver anexo 1 p. 6), en este contexto se puede ver que las ciudades deben ordenarse de menor a mayor distancia respecto al nivel del mar. Así mismo, también se puede evidenciar la actividad matemática de comparar, si se ve desde

Wallis, porque él propone la idea de números negativos y dirección (ver anexo 1 p. 27), lo cual se puede aplicar a este contexto, dado que se están comparando de a dos distancias sobre el nivel del mar o bajo el nivel del mar.

Haciendo referencia a las bases teóricas, se pudo observar que el practicante tomó en cuenta la forma en que se originó el número entero en el marco teórico general, aunque no menciona allí los autores que soportan dichas ideas, dado que los cita en el marco teórico específico para cada actividad. Al respecto, habla sobre "El número relativo como relación útil" (ver anexo 2 p. 13), lo cual asocia a una "estructura conceptual comparativa", que permite relacionar dos objetos según ciertas cualidades clasificatorias, y desde allí, determinar si son iguales, o si alguno de los dos es mayor que el otro, etc.

Luego, menciona que lo siguiente es pasar de las estructuras comparativas, a las numéricas, donde se cuantifican las comparaciones, pero no todas ellas, dado que, por ejemplo, no se pueden cuantificar cualidades como la belleza o la bondad. Después, menciona una tercera fase, donde se comienza a dar una dualidad a cada número natural, es decir, darle dos sentidos a un mismo número. De allí, menciona que en contextos concretos, también existen relaciones de tipo cualitativo. Por ejemplo, menciona que existen comparaciones cualitativas de tipo cronológico, como "antes y después", "hay más que..„ hay menos que...", etc., los cuales permiten pasar rápidamente a la etapa cuantitativa (ver anexo 2 p. 4). Más adelante, el autor continúa dándole importancia a la idea de comparación como un aspecto importante en la construcción y/o fundamentación del número entero.

De lo anterior, se puede decir que el practicante, aunque toma en cuenta a pocos autores, él considera algunas perspectivas socioepistemológicas, las cuales toma por fases. Es decir, trabaja con los estudiantes situaciones caracterizadas de forma cualitativa, y con base en su nivel de comprensión, se pasa a una segunda fase, donde las situaciones ya no son caracterizadas de forma cualitativa, sino que en ese momento, se consideran de manera cuantitativa, es decir, haciendo uso del número entero para hacer referencia a cada una de las situaciones propuestas, ya sea desde las ideas de desplazamiento hacia la derecha o izquierda, de inversión y venta, etc.



Esta unidad didáctica es una de las que más actividades tiene plasmadas. En primer lugar, se encuentra la idea de ubicar números en la recta numérica, que corresponden a la actividad matemática de "ubicar". Esta se relaciona con lo propuesto por Wallis (Siglo XVII), dado que propuso la idea de recta numérica como una forma de representar el sistema de números, y de allí, la idea de dirección, que hace referencia a ubicar los números, ya sea a la derecha o a la izquierda del punto de referencia que se tome (ver anexo 1 p. 27).

En relación con la actividad matemática de medir, Cable (1971), entre otros autores, hace referencia al uso de los termómetros o a las escalas de diversas magnitudes, y con él es posible medir la temperatura, y esta se puede representar, ya sea con números positivos o negativos (ver anexo 1 p. 38). En el caso de la actividad, se puede ver que las palabras descender y bajar, implican un comportamiento que se puede representar con un número negativo, dado que, a cada hora, se está teniendo en cuenta una temperatura de -4° adicionales a la que se tenía en la hora anterior (ver anexo 2 p. 42).

La actividad matemática de operar se relaciona con lo propuesto por Stevin (1585), con respecto a la "regla de los signos" , las cuales se manejan en algunas actividades con los estudiantes, donde deben resolver operaciones con números enteros (ver anexo 2 p. 43). De hecho, dentro de la teoría propuesta (la cual carece de autores), se incluye esta regla de signos que, aunque no se relaciona directamente con contextos reales, también es resultado de una construcción social, porque allí se ve que, con lo que se ha construido en épocas anteriores, esta regla de signos ha tenido un largo proceso, hasta que se estableció como una teoría.

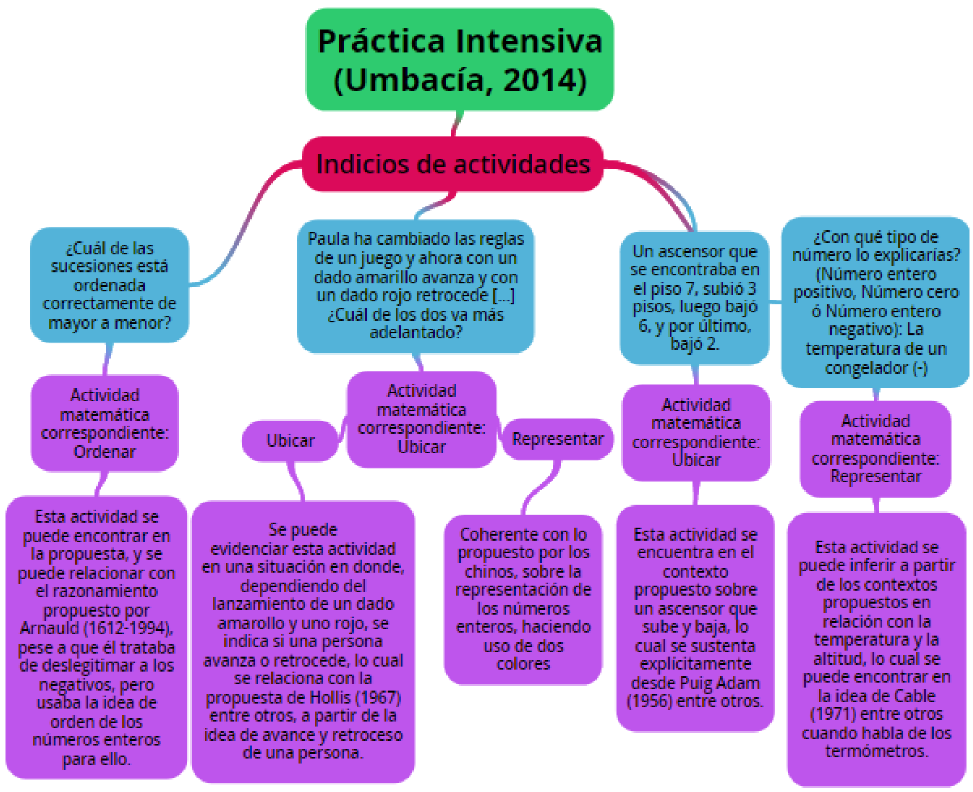
La actividad anterior también se puede encontrar en por lo menos dos situaciones planteadas (ver anexo 2 p. 44), las cuales se relacionan con lo propuesto por la civilización china, respecto a la idea de compra y venta, y al sistema de números negativos y positivos implícitos en varillas rojas y negras (ver anexo 1 p. 19).

Por un lado, se propone una actividad en la cual los estudiantes en su VENTA de dulces, AHORRAN $76.500 (ver anexo 2 p. 52). En este caso, la idea de vender se representa con un número positivo, dado que es dinero a favor de los estudiantes; y así mismo, el ahorro es el dinero que ellos almacenan o guardan para un fin específico, lo cual también se representa con un número positivo.

Por otro lado, cuando se le asigna a cada color de los dados, una representación de negativo o positivo respectivamente (ver anexo 2 p. 46), se puede decir que hicieron algo similar a lo que hicieron los chinos (ver anexo 1 p. 19), cuando asignaron las varillas negras y rojas como números positivos o negativos respectivamente. Esta idea se puede relacionar con las actividades matemáticas de representar y operar, dado que, luego de representar los positivos y negativos con colores, se usan para realizar cálculos que, para este caso, son puntajes a favor y en contra de los jugadores.

Continuando con la actividad matemática de ubicar, Puig Asam (1956), entre otros autores, proponen un contexto que se relaciona con la profundidad y la altura (ver anexo 1 p. 19), las cuales se encuentran en algunas actividades propuestas por la practicante (ver anexo 2 p. 51). Este contexto hace referencia a los ascensores que suben y bajan, desde algún piso en particular, lo cual también se puede dar en contextos donde intervengan la altura sobre un punto de referencia, ya sea hacia arriba, o hacia abajo.

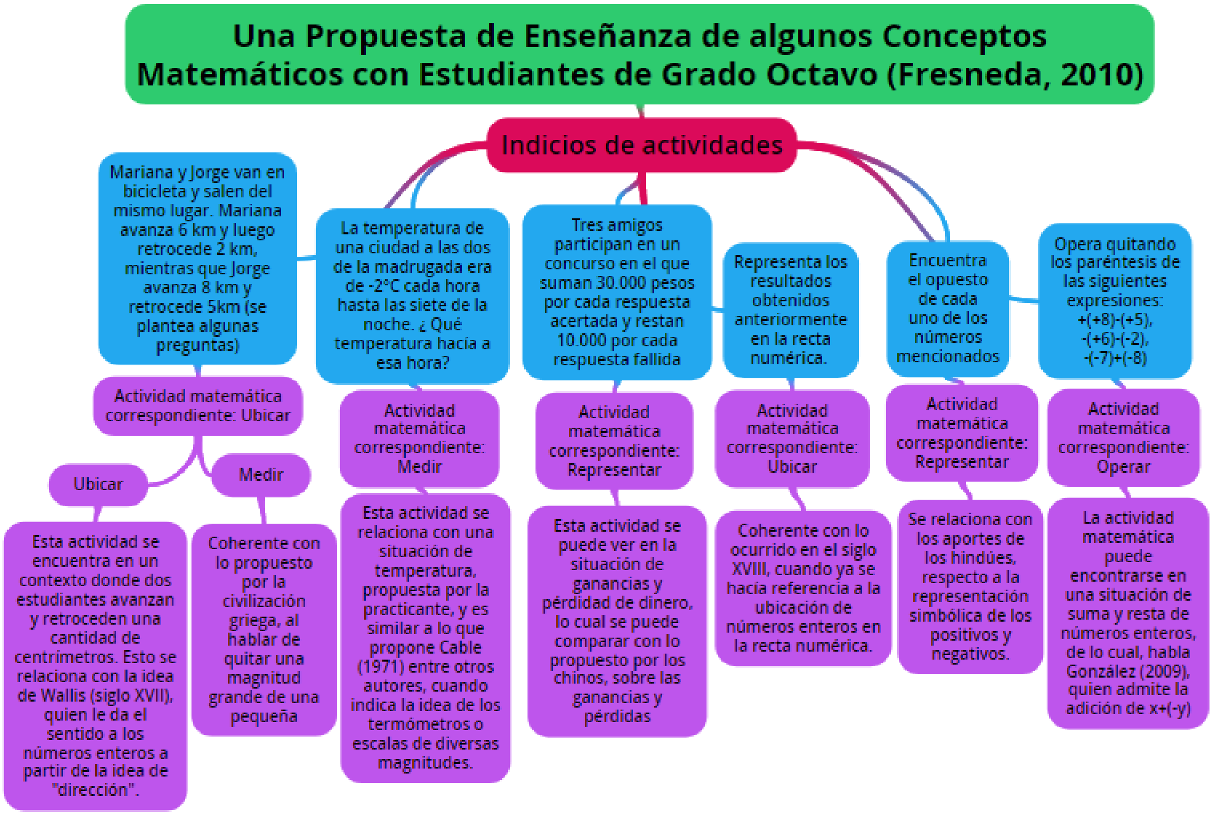
A propósito de las bases teóricas que se ponen en juego, la practicante centra la discusión en la forma de operar los números enteros y en sus propiedades, además de hablar un poco sobre el valor absoluto y la representación de estos números en la recta numérica. Esto lo hace tanto en el marco teórico general como en el específico para cada actividad (ver anexo 2 p. 24), y no menciona algo que se relacione con perspectivas socioepistemológicas del número entero. Con ello, es necesario aclarar que en la unidad se encuentra teoría asociada a los aspectos formales relacionada con el número entero, pero carece de autores para soportar las actividades. Así mismo, se puede ver que la practicante tiende a repetir estrategias, es decir que en casi todas las actividades se puede ver que se asigna a los estudiantes unos ejercicios de tipo algorítmico para resolver, y una que otra situación problema, pero de dicha práctica docente, podríamos decir que las situaciones se quedarían tan solo como una forma breve de que el estudiante adopte la noción del número entero, pero sin oportunidad de descubrirlos a partir de situaciones que puedan llamarle la atención, y además de ello, solo se quedaría con la construcción simbólica del mismo.



En esta unidad se propusieron pocas actividades que se llevaron a cabo en una sola sesión, dentro de las cuales, la mayoría están relacionadas con la construcción del número entero, y en cada caso fue a partir de situaciones reales, ligadas a cuatro actividades matemáticas. La primera es la de representar, que se considera en los contextos de temperatura y altitud propuestos por la practicante (ver anexo 2 p. 90), y son cercanos a lo que indica Cable (1971) en relación con el uso del termómetro (ver anexo 1 p. 38), dado que allí, los números negativos y positivos representan qué tanto frío o calor se presenta en un lugar.

Respecto a la actividad de ubicar, Hollis (1967) entre otros autores, hacen referencia a personajes u objetos que avanzan y retroceden (ver anexo 1 p. 39), lo cual está ligado a los números negativos y positivos. Esto se puede evidenciar en una de las situaciones propuestas por la practicante, donde se cambian las reglas de un juego, de tal modo que dos dados de diferente color representarían un número positivo o uno negativo, con los cuales se avanza o se retrocede , según el número que salga, y el color del dado (ver anexo 2 p. 46). También se puede decir que el contexto de los ascensores que suben y bajan, que fue propuesto por Puig Adam (1956) entre otros autores (ver anexo 1 p. 40), se encuentra explícita en una de las actividades de la practicante, y se relaciona con la actividad matemática de ubicar, dado que la acción de subir la determinan por medio de un número positivo, y la acción de bajar, la determinan a partir de un número negativo (ver anexo 2 p. 59).

En cuanto a las bases teóricas, la practicante tan solo evidenció dos conceptos relacionados con los números enteros, pero estos, en primer lugar, carecen de sustento, es decir, no están soportados por ningún autor. En segundo lugar, la teoría no indica algo en relación con alguna perspectiva socioepistemológica, por lo cual, se podría suponer que la practicante no está teniendo en cuenta ninguna perspectiva socioepistemológica en las actividades que propone.



En esta unidad didáctica se propusieron actividades relacionadas con la construcción del número entero, las cuales se distribuyen en una sesión de clases, y una actividad para la semana de receso. Dentro de ellas, se encuentran las actividades matemáticas de ubicar, medir, representar y operar.

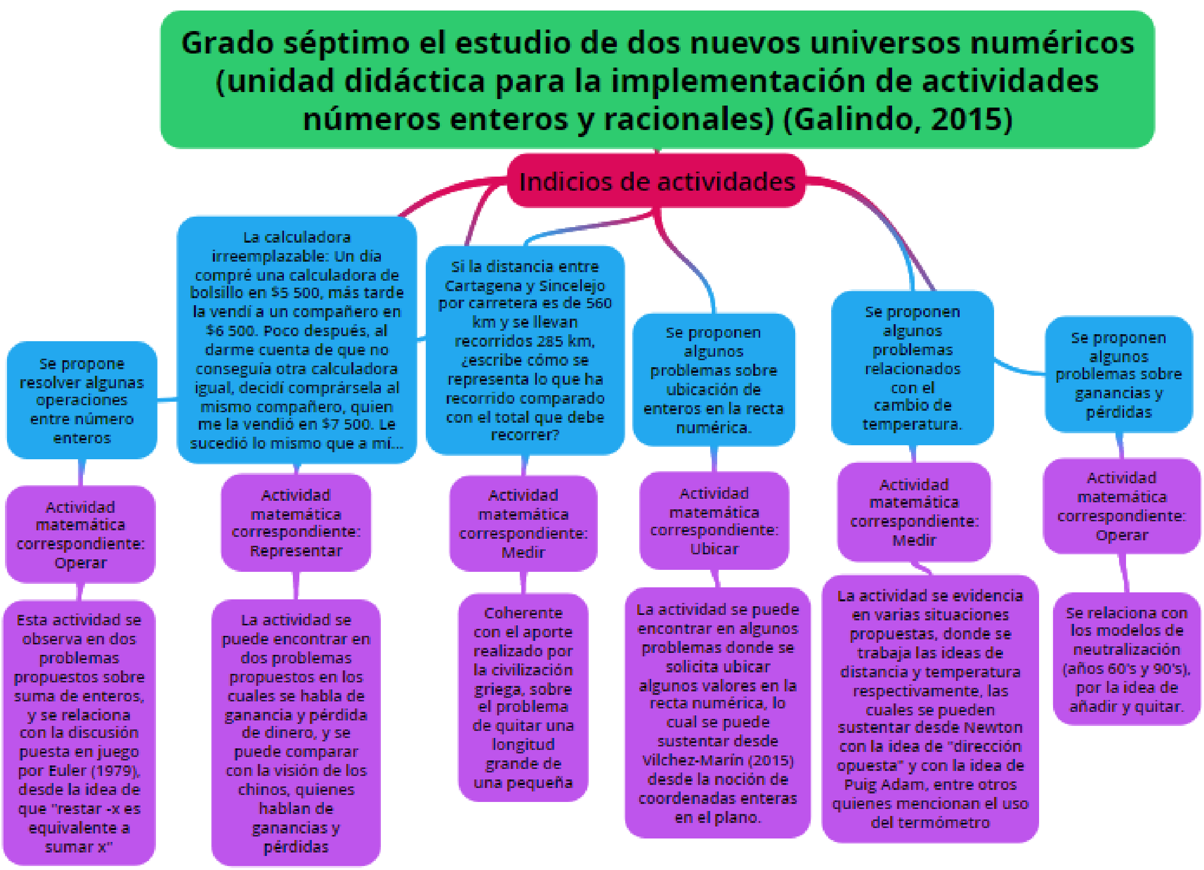
En relación con la actividad de ubicar, por un lado, se puede evidenciar un taller en el cual se deben poner los puntos obtenidos en la recta numérica (ver anexo 2 p. 46), lo cual se relaciona con uno de los sucesos del siglo XVIII, en el cual ya se comenzaba a hablar de la ubicación de números enteros en la recta numérica (ver anexo 1 p. 25), por lo cual, tendría sentido que esto se pudiera hacer para los puntajes, dado que puede haber tanto puntajes negativos como positivos. Por otro lado, se encuentran actividades de avance y retroceso, que están ligadas a la idea de "dirección" propuesta por Wallis (Siglo XVII) (ver anexo 1 p. 27), dado que implícitamente, si lo relacionamos con el contexto propuesto por Hollis (1967) entre otros (ver anexo 1 p. 40), la dirección de retroceso sería hacia la izquierda, y la dirección de avance sería hacia la derecha, permiten que los estudiantes sean conscientes de que los números enteros son una forma de ubicarse. En este caso, lo hacen en una situación donde dos personas montan en bicicleta, y allí avanzan o retroceden cierto número de kilómetros (ver anexo 2 p. 69). A esta situación también se relaciona la actividad matemática de medir, pensando en la pregunta: ¿A qué distancia se encuentra uno del otro? Esto se puede relacionar con la discusión que se ha tenido desde la antigua Grecia, sobre la falta de necesidad de longitudes negativas (ver anexo 1 p. 30), porque no existía ninguna magnitud menor a cero, pero se puede relacionar con la idea de valor absoluto, a partir de entender si la distancia fue causada por un avance o un retroceso de kilómetros en este caso.

Respecto a la actividad de medir, Cable (1971), entre otros autores, mencionan el termómetro como un instrumento para medir la temperatura (ver anexo 1 p. 38), donde se ponen en juego los números positivos y negativos para los casos en donde hay mucho frío o mucho calor. En esta situación, se presenta un contexto en donde se reduce 2°C cada hora desde las 2 am, y se representa como -2°C. Luego se espera que, a partir de dicho dato, se determine qué temperatura se tendrá a las 7 pm (ver anexo 2 p. 69), lo cual llevaría al niño a tener que resolver de forma implícita o explícita una suma de enteros.

En cuanto a la actividad matemática de representar, por un lado, gracias a los hindúes, existe la simbología actual de los números negativos y positivos (ver anexo 1 p. 30), lo cual permite que se pueda encontrar el número que sea opuesto a otro, como se solicitó en una situación propuesta, con base en unas preguntas del concurso donde participan tres amigos (ver anexo 2 p. 69), dado que en ella se suma una cantidad de dinero por pregunta acertada, y se resta otra por cada respuesta fallida. Esto también se puede relacionar con la perspectiva socioepistemológica que tenían los chinos, dado que dieron a conocer las varillas negras y rojas, con las cuales representaban ganancias y pérdidas respectivamente (ver anexo 1 p. 19).

Por último, haciendo referencia a la actividad de operar, Stiven admite la suma de $x + (- y)$ tanto como si se representara como $x - y$ (ver anexo 1 p. 21), con la posibilidad de que y sea mayor a x, y ello llevaría a un resultado negativo, lo cual hace posible que los ejercicios planteados para los estudiantes estén acordes a una construcción socioepistemológica del número entero como símbolo, dado que ellos podrían llegar a obtener respuestas negativas en algunas operaciones entre números enteros asignadas por su practicante (ver anexo 2 p. 69).

En cuanto a las bases teóricas, la practicante cita a autores como Rivera y Roncancio (2009), quienes hablan acerca de la construcción del sistema de números enteros, e indica con sus propias palabras que, al no haber situaciones didácticas con las cuales los estudiantes puedan comprender mejor el tema, fue necesario "romper paradigmas en cuanto a la construcción del número entero". En tal sentido, afirma que varios investigadores dicen que durante la construcción del número entero, se presentan dificultades, porque los estudiantes no aceptan que, por ejemplo, existe un número pequeño al que se le puede quitar uno grande. Este y otros conflictos, a partir de González (1991), la practicante los asume como obstáculos epistemológicos, y propone una teoría ligada a las construcciones socioepistemológicas del número entero, la cual logra aprovechar, entre otras cosas, para argumentar el porqué de las propuestas de actividad anteriormente analizadas.



En esta unidad se presentan varias situaciones en las cuales se pone en juego las actividades matemáticas de operar, representar, medir y ubicar. Respecto a la actividad de operar, por un lado, es posible comparar los ejercicios propuestos por la practicante, con lo que indica Euler

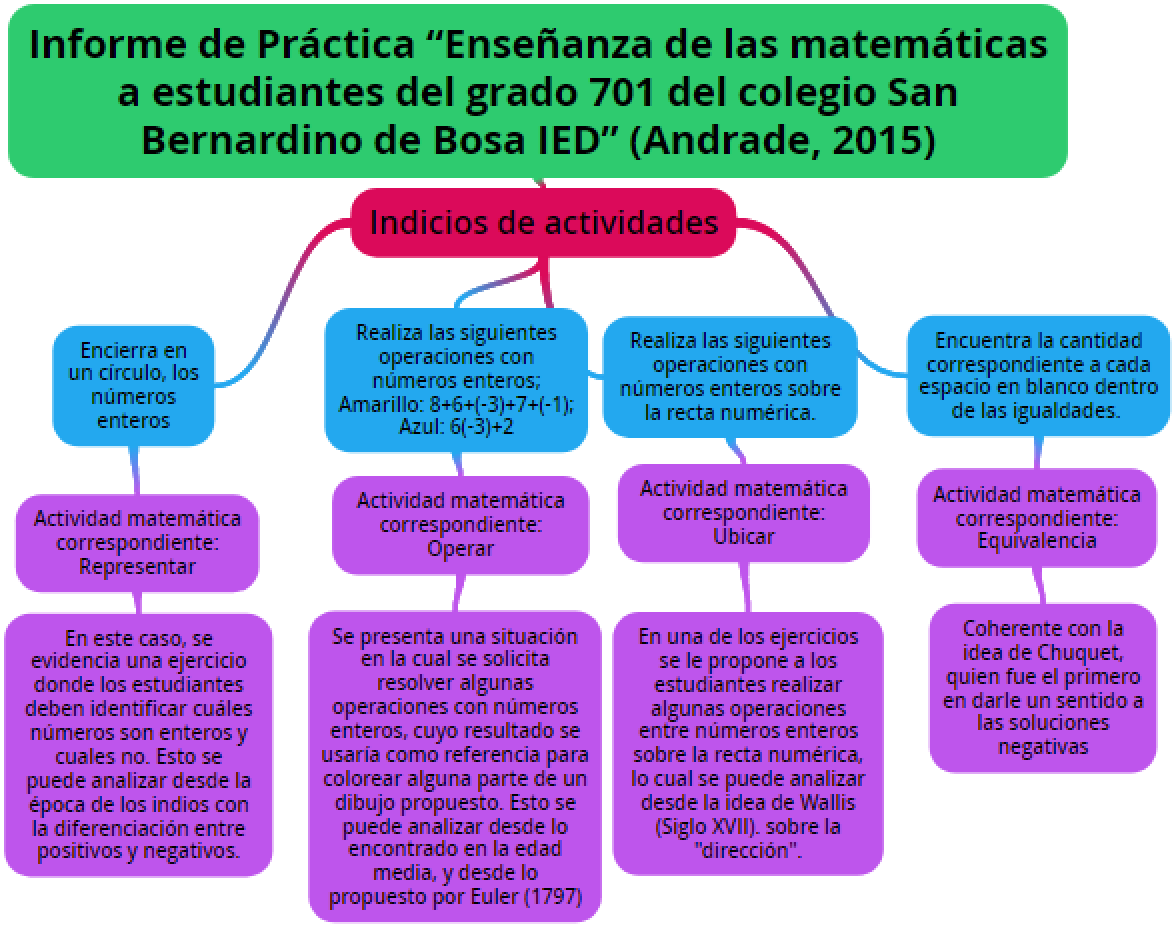
(1979), quien afirma que restar $-x$ equivale a sumar x, dado que "cancelar una deuda es lo mismo que dar un obsequio" (ver anexo 1, p. 46), lo cual explicaría por qué, por ejemplo, -(-3) sería equivalente a sumar 3 (ver anexo 2 p. 83). Por otro lado, los tres problemas sobre las manzanas faltantes, el de los puntos ganados y perdidos, y el de las dos deudas de Juan (ver anexo 2 p. 93) se relacionan con la idea de añadir y quitar, dado que se ponen en juego acciones como ganar, perder, faltar…, los cuales tienen implícito el uso de los números positivos y negativos respectivamente.

Por otra parte, la actividad de representar se encuentra en las situaciones propuestas sobre ganancias y pérdidas, las cuales fueron consideradas por los chinos (ver anexo 1 p. 19), dado que, por medio de sus varillas rojas y negras, les era posible representar tanto los bienes como las deudas que se tengan. En el caso de las situaciones planteadas por la practicante, en la actualidad esto no sería representado por varillas de colores, sino por las ganancias obtenidas por la venta de la calculadora (que corresponde con las varillas negras de los chinos) y las pérdidas por comprarla una o más veces (que corresponde con las varillas rojas) (ver anexo 2 p. 83).

La actividad matemática de medir, por un lado, se puede encontrar en las situaciones donde se involucra la temperatura. Esta se relaciona, en primer lugar, con la propuesta de Newton del plano cartesiano que actualmente tenemos presente, teniendo en cuenta que en la situación de la practicante se les indica a los estudiantes que representen en la recta numérica, cuánto ha subido o bajado la temperatura, considerando algunas preguntas propuestas orientadoras (ver anexo 2 p. 91). En segundo lugar, se relaciona con la idea de Puig Adam (1956), entre otros autores, quien menciona el termómetro (ver anexo 1 p. 40) como una escala de medición. Por otro lado, en un problema propuesto por la practicante, se involucra la distancia entre una ciudad y otra que, en este caso, son Cartagena y Sincelejo (ver anexo 2 p. 83). La idea es que se necesita recorrer toda la distancia (560 km), pero hasta cierto tiempo, solo ha recorrido una distancia menor, que es de 285 km, lo cual se puede relacionar con lo propuesto por los griegos, respecto al problema de quitar una magnitud mayor de una menor (ver anexo 1 p. 30), dado que si quitamos 560 km a los 285 km, entonces va a dar un número que representa cuánto falta para llegar hasta Sincelejo.

La actividad de ubicar se encuentra asociada a aquellas actividades donde se debe poner valores negativos y positivos en la recta numérica, que pueden vincularse a aspectos como “años atrás”, “años después”, avances y retrocesos, temperaturas altas y bajas, etc. Para el caso de una de las situaciones planteadas, se puede ver que se usa el año de nacimiento de los estudiantes como punto de referencia, y tienen que retroceder 18 años en la recta numérica (ver anexo 2 p. 83); mientras que en otra situación, se plantean algunas preguntas con respecto a cuánto sube o baja la temperatura. Luego de saberlo, se propuso que el estudiante elija dónde poner el punto de referencia, que para este contexto, serían los 0°C, y desde allí, comenzar a ubicar la temperatura, según baje o suba (ver anexo 2 p. 90).

Respecto a las bases teóricas, la practicante al citar a algunos autores como González y otros (1990), admite que el número relativo fue una construcción humana, y que ha tenido rechazos su aceptación a lo largo de la historia, por razones coherentes con el plano de lo real. También se pudo ver que los números enteros tienen muchas formas de representarse, ya sea a partir de colores, por medio de varillas o tablillas, u otras que actualmente se pueden reconocer. Esto ha servido de base, por ejemplo, para proponer el problema de la calculadora (ver anexo 2 p. 83), que posiblemente, lo construyó a partir de las perspectivas socioepistemológicas que pudo encontrar con base en los autores consultados, respecto a las ganancias y pérdidas como una forma más de representar los números enteros.



En esta unidad se presenta solo una sesión en la cual se proponen varias situaciones donde se pueden evidenciar las actividades matemáticas de representar, operar y ubicar. La primera se encuentra en un ejercicio donde se le solicita al estudiante indicar cuáles son números enteros y cuáles no (ver anexo 2 p. 97). Este se puede comparar con el reconocimiento que hacen los indios en la antigüedad, dado que diferenciaban positivos y negativos, y además, los distinguieron simbólicamente como se conocen en la actualidad (ver anexo 1 p. 14), pero en este caso, lo que se le pide al estudiante es no solo distinguir un número negativo de uno positivo, sino hacer la diferenciación entre un número entero y otros números que no pertenezcan a dicho conjunto.

La actividad matemática de operar se encuentra en dos actividades propuestas, dado que se le pide al estudiante resolver unas operaciones entre números enteros, pero este resultado se tiene en cuenta como símbolo del lugar que debe pintar de un dibujo propuesto (ver anexo 2 p. 101). Sin embargo, se puede analizar desde lo que indica Euler (ver anexo 1, p. 46), respecto a cómo interpretar la idea de restar un negativo, dado que, a partir de allí, se abre una discusión a cómo se deberían ejecutar las operaciones con números enteros, de tal modo que se les pueda asignar un sentido, lo cual no pasa en este caso.

La idea de ubicar se puede encontrar en una de las actividades propuestas, donde se solicita realizar algunas operaciones sobre la recta numérica (ver anexo 2 p. 101). Esto se puede relacionar con la idea de Wallis (Siglo XVII) sobre la "dirección" (ver anexo 1 p. 25), ya que el estudiante se tendrá que ir desplazando por una recta numérica con el fin de encontrar el resultado entre la suma de dos números enteros.

Por último, la actividad matemática de equivalencia se puede encontrar en la actividad donde se debe hallar el valor de los espacios en blanco (ver anexo 2 p. 101), lo cual se puede relacionar con la iniciativa de Chuquet, quien fue el primero en justificar las respuestas negativas, haciendo uso de un lenguaje que denominan "vernáculo" (ver anexo 1 p. 47). Sin embargo, nunca se supo cómo le dio ese sentido, sino a qué conclusión llegó.

En relación con las bases teóricas, se puede afirmar que la practicante propone una teoría que se enfatiza tan solo en los conceptos matemáticos relacionados con los números enteros, de forma procedimental, es decir, la ley de signos, los números enteros en la resolución de ecuaciones, su representación en la recta numérica, etc., pero no se evidencia ningún aporte relacionado con alguna perspectiva socioepistemológica.

En esta unidad se proponen varias situaciones en las cuales se requiere resolver un conjunto de operaciones entre números enteros, por medio de la suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Esto hace parte de la actividad matemática de operar, y se puede analizar desde Euler (1979), dado que, por un lado, propone la idea de que “restar –x es equivalente a sumar x” porque “cancelar una deuda es lo mismo que dar un obsequio” (ver anexo 1, p. 46). Sin embargo, contrario a este hecho, en la mayoría de las actividades de resolución de operaciones entre números enteros que propone la practicante, no se evidencia el uso de los símbolos en ningún tipo de situación, sino tan solo al momento de operarlos entre sí (ver anexo 2 p. 108), es decir, que su única función es servir como símbolos para operar. Aún así, en las situaciones cotidianas que propuso, se logra ver una intencionalidad para cada elemento puesto en juego (ver anexo 2 p. 112). Algunas de ellas se relacionan con el cuento de La isla de Bata (donde se asocian los números negativos y positivos a personas buenas y malas que salen y entran, y desde allí, se explica la regla de los signos, pero con este cuento toca tener mucho cuidado porque asocia muchos elementos a la vez, y por ello, el estudiante puede llegar a confundirse) (ver anexo 2 p. 114), la actividad de la cinta de enmascarar (donde cada movimiento de un estudiante hacia la izquierda o derecha implica una operación de números enteros) (ver anexo 2 p. 105) y el parqués (compuesto de cuatro dados, tales que dos de ellos arrojan números, y los otros, el signo para cada número) (ver anexo 2 p. 106).

Por otra parte, la actividad de ordenar se puede encontrar en las actividades donde se le solicita al estudiante ordenar algunos números enteros de menor a mayor (ver anexo 2 p. 108). Por ejemplo, en una de ellas se solicita a los estudiantes que se ordenen con base en el número que se le asignó a cada uno (ver anexo 2 p. 105). Ese número es el punto de referencia de cada estudiante, y con base en el número (negativo o positivo) que dé la practicante, deben avanzar (hacia la derecha) o retroceder (hacia la izquierda). Esto se puede comparar con las acciones llevadas a cabo hace 30.000 años, las cuales se relacionan con la ordenación de objetos, personas, etc. (ver anexo 1, p. 16), dado que la acción principal que están ejecutando los estudiantes es quedarse antes de un compañero y después de otro. En seguida, se hace referencia a la actividad matemática de ubicar, la cual se puede encontrar en esta actividad, dado que se relaciona con lo propuesto en el siglo XVIII sobre la idea de dirección (ver anexo 1 p. 25), teniendo en cuenta que los estudiantes debían avanzar o retroceder.

La actividad matemática de ubicar se encuentra en algunos problemas cotidianos propuestos por la practicante, en los cuales se pueden evidenciar contextos tomados en cuenta a lo largo de la historia. Entre ellos se encuentra, en primer lugar, los ascensores que suben y bajan (Mencionado por Puig Adam (1956) y otros autores). En relación con esta situación, se encontró un problema propuesto por la profesora en formación, en el cual, un edificio tiene 25 pisos, más 5 de sótano, y allí se describe el movimiento de un ascensor hacia arriba y hacia abajo. (ver anexo 2 p. 112). En segundo lugar, se encuentra la medición de la temperatura (mencionado por Cable (1971) además de otros autores). Con este contexto, se relaciona una situación propuesta por la practicante en la cual hay una temperatura inicial en Londres, de 8 grados sobre cero, y en Moscú de 5 grados bajo cero. En este caso, el estudiante debe ubicar cada temperatura en la recta numérica, sabiendo que "sobre cero" hace referencia a una temperatura positiva, y "bajo cero" a una temperatura negativa (ver anexo 2 p. 112). Por último, se encuentra el contexto de ganancias y pérdidas (Tomada en cuenta por los chinos), que se relaciona con el problema de la ganancia o pérdida de "pesetas" que propone la practicante (ver anexo 2 p. 112). En este tipo de situaciones, se le propone al estudiante que ubique el número entero en la recta numérica, según la necesidad que presente cada situación.

Por último, la actividad de medir está asociada, en este caso, a la temperatura, que sube y baja en una ciudad. Esto se puede relacionar con los modelos de desplazamiento, propuestos entre los años 50 's y 90' s (ver anexo 1, p. 40), dentro de los cuales, se encuentra la medición de la temperatura.

Respecto a las bases teóricas, se pudo evidenciar que la practicante, como tal no tomó en cuenta la teoría asociada a perspectivas sociepistemológicas, sino a conceptos ya constituidos, dentro de lo cual, se incluyen reglas de aplicación, propiedades, etc. Así mismo, se puede observar que en la mayoría de las actividades se asignaron ejercicios de tipo algorítmico, lo cual significa que la unidad didáctica se centró más en este aspecto que en las actividades relacionadas con contextos cotidianos. Sin embargo, cabe aclarar que tan solo en esta unidad didáctica se encontró actividades en las cuales está involucrada la potenciación, radicación y logaritmación de números enteros, pero en la planeación no se pudo evidenciar que se relacionaran dichas actividades con alguna perspectiva socioepistemológica, lo cual hubiese sido interesante, además de haber construido estas actividades en contextos cotidianos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con referencia al análisis expuesto, dentro de las conclusiones es posible destacar algunas discusiones que consideramos importantes y dan forma al trabajo realizado con anterioridad. Al respecto, inicialmente se habla de la importancia de identificar aspectos generales de las situaciones plasmadas en las unidades didácticas que fueron necesarios para los profesores en formación, dentro de los cuales, se determina si se encuentran todas las actividades matemáticas que se proponen en nuestro marco teórico. Del mismo modo, se pretende aclarar cuáles actividades matemáticas se destacaron más que otras, y cuáles de ellas se encontraron con muy poca frecuencia en las unidades didácticas. De allí, se explica en qué tipo de contextos se plantean. En seguida, se enfatiza sobre las perspectivas socioepistemológicas, dando a conocer si hay o no, algunas de ellas que no se contemple en las unidades didácticas, con qué frecuencia se encuentran explícitas (si las hay), y con base en ello, poder reflexionar sobre qué tanto se tuvieron en cuenta a la hora de diseñar las planeaciones de clase. A partir de ello, se resalta la importancia de considerar las perspectivas socioepistemológicas a la hora de proponer las situaciones a los estudiantes, tomando en cuenta que con ellas, es posible llegar a una mayor comprensión sobre el número entero.

Para el trabajo fue muy importante identificar los aspectos que se están tomando en cuenta a la hora de proponer las actividades y/o situaciones, dado que consideramos necesario reconocer qué se pone como prioridad para la enseñanza de los números enteros, es decir, si es el tratamiento simbólico, las situaciones cotidianas, las acciones directas de los estudiantes, u otro tipo de aspectos que priman en las planeaciones. Entre estos aspectos, es importante resaltar inicialmente, que todas las actividades matemáticas que se incluyeron dentro del marco referencial (ubicar, representar, operar, ordenar, comparar, medir y equivalencia), se evidenciaron en una o más unidades didácticas, pero en especial, hubo dos de ellas que fueron las que más se encontraron, que son la de ubicar y la de representar.

En el caso de la actividad de ubicar, se da mucha importancia a la recta numérica para introducir a los estudiantes a los números enteros, tomando en cuenta que en ella es posible establecer puntos de referencia, y desde allí ubicar desplazamientos hacia la izquierda o derecha, épocas antes y después de un suceso determinado, temperaturas altas y bajas, u otro tipo de situaciones donde se requiera la idea de ubicación. Respecto a la actividad de representar, esta se pudo resaltar en las actividades, dado que, en la mayoría de ellas se tomó importancia al lenguaje simbólico, el cual se puede encontrar en contextos como el económico, en el cual es necesaria una representación de las deudas y bienes, o aquellos en donde se gana o se pierden elementos, como puntos en un concurso, cartas que se apuestan las personas entre sí, etc. También se pudo ver el uso de otro tipo de representaciones, ya sean desde lo geométrico, o desde las mismas acciones cotidianas (subir y bajar, ganar y perder, etc.), y con ellas, los estudiantes pueden comenzar a construir y a comprender el uso que tiene el número entero.

Volviendo a las demás actividades matemáticas, se pudo evidenciar que la de comparar solo se encuentra una vez, dado que tan solo aparecieron como máximo 2 situaciones en las cuales se proponía que los estudiantes compararan, por ejemplo, la distancia entre la cantidad total de kilómetros que debe recorrer un carro, y la cantidad que aún le falta por recorrer. En las demás unidades didácticas, no se observan situaciones de este tipo, y por tanto, aún quedarían muchas cosas por explorar sobre los números enteros.

Por otro lado, al momento de sistematizar las planeaciones encontradas en las unidades didácticas elaboradas por los practicantes, evidenciamos que tan solo dos ellos, con base en sus aportes, tuvieron en cuenta algunas perspectivas socioepistemológicas que fundamentan los números enteros, previo a la planeación y diseño de las situaciones que se abordarían con los estudiantes. Sin embargo, los demás practicantes no contaban con el suficiente soporte teórico para abordar las situaciones relacionadas con la construcción del número entero, es decir, se evidencia una ausencia en la consideración de perspectivas socioepistemológicas dentro de la misma, e inclusive, hubo practicantes que partieron de los conceptos matemáticos que ya están constituidos para abordar las actividades con los estudiantes, pero con un soporte teórico cuya fuente de información no se menciona.

Respecto a la organización de las actividades, se pudo evidenciar que este varía mucho, es decir, que algunas inician con ejercicios de tipo algorítmico, mientras que otras comienzan con actividades, donde se toma en cuenta algún contexto cotidiano, o se manipula algún material, etc. Con ello, se pudo observar que las actividades de tipo algorítmico aparecen con mucha frecuencia, y no se logra ver de qué manera el estudiante puede llegar a comprender la utilidad del número entero, ya que con frecuencia, este no se encuentra asociado a algún contexto real. En este caso, se admite que este tipo de actividades se podrían proponer, siempre y cuando no sea la prioridad a la hora de construir el número entero en el estudiante, y no sea una opción de actividad inicial.

Por otra parte, hay algunas perspectivas socioepistemológicas que no se logran tocar, y que nosotros podríamos considerar importantes. Por ejemplo, una de las que se podrían tomar en cuenta para la planeación de una actividad es la que propone De Morgan, quien da a conocer un problema en el cual, la edad de un padre es de 56, y la de su hijo, 29, y lo que se pregunta es cuándo doblará la edad del padre a la del hijo. Si se hace el cálculo, se sabría que la respuesta es -2 años, pero para la autora, esto no es algo que se diría en la realidad, y por tanto, lo que se debería preguntar es: ¿Cuándo dobló la edad del padre a la del hijo? Esta perspectiva la consideramos importante, dado que puede ayudar a los estudiantes a reconocer el número entero, desde dos perspectivas diferentes.

Considerando todo lo anterior, para dar respuesta a la pregunta, es importante decir que algunas posibles relaciones que se pueden establecer entre las actividades propuestas por estudiantes que cursaron el espacio académico de práctica intensiva en años anteriores, y las perspectivas socioepistemológicas propuestas a lo largo de la historia, se enfocan, en primer lugar, en asignarle un sentido a determinadas acciones de la cotidianidad. Por ejemplo, si se tiene una deuda o un bien, es necesario saber cómo se podría representar cada una, y al determinar esto, el número entero comienza a cobrar sentido, y allí es donde entran a intervenir las perspectivas socioepistemológicas que se han encontrado a lo largo de la historia, porque en ellas se discuten formas en que se fundamentó el número entero, por ejemplo, desde el contexto económico, y al reconocer esos procesos que se llevaron a cabo, se pueden diseñar estrategias didácticas donde puede que se retomen estas ideas, o bien, tan solo se tengan en cuenta los procesos para ejecutarse en otro tipo de contextos, que en este caso, se podría comparar, por ejemplo, con el tiempo, porque en lugar de hablar de deudas, se podría discutir sobre el tiempo que faltó para cumplir determinada tarea, o el tiempo que sobró al terminar otra.

Finalmente, consideramos importante que los profesores en formación tomen en cuenta algunas perspectivas socioepistemológicas que fundamentaron el número entero en sus planeaciones, dado que pueden mostrarle que, además de que desde allí es posible desarrollar actividades matemáticas, se necesitan contextos cotidianos que permita donde fluya la comprensión del número entero, y es por eso que se deja una tabla de guía, con algunas perspectivas socioepistemológicas (ver tabla 1) para que lo tengan en cuenta con el fin de que puedan hacer una adecuada planeación y diseño.

BIBLIOGRAFÍA

APRENDIZAJE: DEFINICIÓN, FACTORES Y CLASES. (2009). Revista digital para profesionales de la enseñanza, 2, 1-6. https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4922.pdf

Chalacan, A., Rosero, S., & Terán, N. (2018). La comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego del dominó en el grado sexto de la Escuela Normal Superior Pío XII del municipio de Pupiales. Universidad del Cauca. http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/xmlui/handle/123456789/474

Cantoral, R. (2010). La Socioepistemología: Un estudio de su racionalidad, 31(1), 103-122. https://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf

Cantoral, R., Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116. https://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf

Castañeda, C. (2009). La democracia en síntesis. Politikaperu. https://www.politikaperu.org/la-democracia-en-sintesis.htm

Castañeda, J. (2018). Desarrollo de habilidades de comprensión de los números enteros a través de las tic. Universidad Nacional de Colombia. http://bdigital.unal.edu.co/69641/1/1075257669.2018.pdf

Castillo, C. (2014). Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos. Universidad Nacional de Colombia. http://www.bdigital.unal.edu.co/47573/1/94442425%20Cesar.pdf

Charnay, R. (1997). CAPÍTULO III. APRENDER (POR MEDIO DE) LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. Editorial Paidós Educador, 3-10.

http://instituto20.com.ar/archivos/Didactica%20de%20matematicas%20-%20Aportes%20y%20reflexiones.pdf

Di Franco, N., & Gentile, C. (2020). (ESEL) - EQUIVALENCIA EN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES. Universidad Nacional de La Pampa, 31-42. http://www.soarem.com.ar/Documentos/31%20Di%20Franco.pdf

Federación de Enseñanza de CC.OO de Andalucía. (2009). APRENDIZAJE: DEFINICIÓN, FACTORES Y CLASES. Revista Digital para Profesionales de la Enseñanza, 2, 1-6. https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4922.pdf

Flores, E. (2016). CONOCIMIENTO DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA (KPM). Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva, 30-34. https://www.researchgate.net/publication/305937513_CONOCIMIENTO_DE_LA_PRACTICA_MATEMATICA_KPM

Gallardo, A., & Basurto, E. (2010). La negatividad matemática: antesala histórica de los números enteros. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 13(4), 255-268. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33558827002

Gallardo, A., & Hernández, A. (1994). Emergencia de los Números Enteros. http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig5/Agallardo.pdf

Gallardo, A., & Hernández, A. (2010). Historia versus enseñanza: Los números negativos. CINVESTAV. http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/gallardo.pdf

Gallardo, A., Mejía, J., & Saavedra, G. (2017). Intertextualidad sobre números negativos en niños de primaria: un acercamiento histórico. Educación Matemática, 29(2), 69-98. http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v29n2/1665-5826-ed-29-02-00069.pdf

Galina, E. (2017). Medir: origen de muchos conceptos matemáticos. s Conferencias en Educación de la XXX Reunión de Educación Matemática y de la LVII Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, 3-14. https://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/digital24-2/Esther24-2.pdf

Giraldo, L. (2014). Los Números Enteros Negativos en la Matemática Moderna y la Matemática Actual. Universidad del Valle. http://funes.uniandes.edu.co/11518/1/Giraldo2014Los.pdf

González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. Suma, 17-28. http://www.miportal.edu.sv/comunidad/wp-content/blogs.dir/1/files/group-documents/52/1414379530-mate1.pdf

Iño, W. (2018). Investigación educativa desde un enfoque cualitativo: la historia oral como método. Voces De La Educación, 3(6), 93-110. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6521971.pdf

Licenciatura en Matemáticas UD. (2017). Proyecto Educativo del Programa Proyecto Curricular Licenciatura en Matemáticas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. http://licmatematicas.udistrital.edu.co:8080/proyecto-educativo-del-programa

Lezama, J., & Mariscal, E. (2008). Docencia en Matemáticas: Hacia un Modelo del Profesor Desde la Perspectiva de la Socioepistemología. Comité Latinoameticano de Matemática Educativa, 889-900. https://core.ac.uk/download/pdf/33251691.pdf

Mercader, J., Herrero, M., & Siegenthaler, R. (2017). INFLUENCIA DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS EN EL RENDIMIENTO POSTERIOR. International Journal of Developmental and Educational Psychology. Revista INFAD de Psicología., 3(1), 243. https://www.redalyc.org/pdf/3498/349853365025.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas.. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Moreira, M. (2003). ¿Qué es la sociedad? Biblioteca Virtual Universal, 1-35. https://www.biblioteca.org.ar/libros/89004.pdf

Parra, C. (1994). CAPÍTULO III. APRENDER (POR MEDIO DE) LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS [Libro electrónico]. En I. Saiz (Ed.), Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones (pp. 3-10). Paidós.

http://instituto20.com.ar/archivos/Didactica%20de%20matematicas%20-%20Aportes%20y%20reflexiones.pdf

Pinilla, J. (2016). Estudio del impacto de una propuesta de intervención para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde un enfoque socioepistemológico. Universidad de Medellín. http://funes.uniandes.edu.co/11387/1/Pinilla2017Estudio.pdf

Pluvinage, F., & Flores, P. (2016). Génesis Semiótica de los Enteros. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 30(54), 120-141. https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2016000100120&lng=es&tlng=es

Quiroz, L. (2018). Números enteros negativos: condiciones de posibilidad que permitieron su inclusión en el currículo escolar colombiano. Universidad de Antioquia. http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/10062/1/QuirozLorena_2018_NumerosEnterosNegativos.pdf

Rauber, I. (2006). LUCHAS Y ORGANIZACIONES SOCIALES Y POLÍTICAS: DESARTICULACIONES Y ARTICULACIONES. Universidad Autónoma de México. http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos_final/461trabajo.pdf

Reyes, D. (2016). Empoderamiento docente y Socioespistemología (1.a ed.). Gedisa, S.A. https://www.researchgate.net/publication/326941220_Empoderamiento_docente_y_Socioepistemologia_Un_estudio_sobre_la_transformacion_educativa_en_Matematicas

Rivera de Rosales, J. (s.f.). La realidad cualitativa del fenómeno: la ambigüedad de la sensación y de su grado. In A. Anónimo (Ed.), La Realidad Cualitativa del Fenómeno (Ed. rev., pp. 71–88). Recuperado de https://drive.google.com/file/d/1RqpKckq-PAqXipKTnT9XJLYLapJd7t-8/view

Rodríguez, M., & Vicario, M. (2014). El uso de la Historia de la Matemática en la Enseñanza. Seminario de introducción a la Matemática Educativa, 411-420. http://funes.uniandes.edu.co/16762/1/Rodriguez2015El.pdf

Salamanca, E., & Espitia, C. (2016). MÓDULO DE MATEMÁTICAS BÁSICAS [Libro electrónico]. Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco. https://tecnologicocomfenalco.edu.co/wp-content/uploads/librosinvestigacion/MATEMATICAS%20BASICAS_0.pdf

Slater, D. (1998). Los rasgos espaciales de la democratización en tiempos globales. Nueva sociedad, 156, 44-53. https://www.nuso.org/media/articles/downloads/2696_1.pdf

Soto, E. (2011). Diccionario Ilustrado de Conceptos Matemáticos (3.a ed.). aprendematematicas.org. http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/files/2012/10/DICM.pdf

Torres, C. (s. f.). NÚMEROS ENTEROS: Origen e Historia. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Recuperado 13 de septiembre de 2020, de https://edumate.files.wordpress.com/2007/01/numeros-enteros-origen-e-historia.pdf

Valencia, V. (2020). Revisión documental en el proceso de investigación. Univirtual - UTP. https://univirtual.utp.edu.co/pandora/recursos/1000/1771/1771.pdf

Vargas, I.; Jimeno, M. & D. Iriarte, M. (1990). *Números enteros*. SÍNTESIS. https://www.dropbox.com/sh/88ln6kr2oxmikle/AACsFdo9Kh6ZwI4PISH3YGKLa?n=309205848&oref=e&preview=6-+ENTEROS.pdf

Vílchez Marín, M., Rico Romero, L., & Ruiz Hidalgo, J. F. (2017). Significados de los conceptos de número positivo y de número negativo manifestados por estudiantes de secundaria obligatoria. Educatio Siglo XXI, 35(1 Marzo), 99. https://doi.org/10.6018/j/286241