



**LAS REGLETAS DE CUISENAIRE DIGITALES DESDE UN ENFOQUE  
INSTRUMENTAL EN EL DESARROLLO DE PROCESOS DE UNITIZACIÓN EN  
NIÑOS DE TEMPRANA EDAD**

PAOLA ANDREA PICO VELAZCO

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ, D. C., COLOMBIA

2021

**Las regletas de Cuisenaire digitales desde un enfoque instrumental en el desarrollo de procesos de unitización en niños de temprana edad**

Paola Andrea Pico Velazco

Director

Edwin Alfredo Carranza Vargas

*Magister en Educación y TIC*

Trabajo de grado para optar al título de Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Bogotá, D.C., Colombia

2021

## Tabla de contenido

<b>I. Introducción</b> .....	6
<b>II. Justificación</b> .....	7
<b>III. Planteamiento del problema</b> .....	9
<b>IV. Objetivos</b> .....	12
<i>Objetivo general</i> .....	12
<i>Objetivos específicos</i> .....	12
<b>V. Marco teórico</b> .....	13
<b>Enfoque instrumental</b> .....	13
<i>Instrumentalización</i> .....	13
<i>Instrumentación</i> .....	14
<i>Transición de artefacto en instrumento</i> .....	14
<b>Regletas de Cuisenaire</b> .....	15
<i>Caracterización regletas concretas</i> .....	16
<i>Caracterización regletas digitales</i> .....	17
<b>Procesos de unitización</b> .....	22
<i>Comparación de unidades y suma reiterada</i> .....	24
<b>VI. Marco metodológico</b> .....	25
<b>Fase I: Proceso de caracterización desde la práctica con regletas concretas</b> .....	26
<i>Situaciones y parámetros metodológicos</i> .....	28
<i>Unitización en la actividad de trenes</i> .....	30
<b>Fase II: Algunos parámetros y características para la implementación de la actividad con regletas digitales</b> .....	30
<i>Actividad introductoria: Interactuando con el medio</i> .....	31
<i>Actividad de trenes con regletas digitales</i> .....	31
<b>Fase III: Pilotaje de la actividad con las regletas de Cuisenaire digitales</b> .....	31

1. Población.....	32
2. Descripción.....	32
3. Análisis .....	43
4. Ventajas y desventajas del recurso en su versión digital .....	50
<b>Fase IV: Algunas sugerencias para trabajar con las regletas de Cuisenaire digitales.....</b>	<b>52</b>
<b>VII. Conclusiones .....</b>	<b>54</b>
<b>VIII. Bibliografía.....</b>	<b>56</b>

## Tabla de imágenes

Imagen 1. Regletas de Cuisenaire digitales: Relational Rods+.....	17
<i>Imagen 2. Ícono de configuración. Regletas digitales: Relational Rods+.....</i>	18
Imagen 3. Íconos del lápiz y la imagen. Relational Rods+ .....	19
Imagen 4. Despliegue de herramientas. Relational Rods+ .....	20
Imagen 5. Herramientas de Software. Relational Rods+.....	20
<i>Imagen 6. Sección Relational Rods - Whole Number Rods. Relational Rods+ .....</i>	21
Imagen 7. Herramienta de rotación. Relational Rods+.....	22
Imagen 8. Herramienta para copiar las regletas. Relational Rods+.....	22
Imagen 9. Marco metodológico. Propuesto por el autor .....	25
Imagen 10. Características y propiedades del software. ....	32
Imagen 11. Relación de un a dos con las regletas rojas y blancas, respectivamente. ....	32
Imagen 12. Comparación directa de las regletas blancas con la regleta morada. ....	33
Imagen 13. Reconocimiento de una nueva unidad.....	34
Imagen 14. Selección de una unidad compuesta.....	35
Imagen 15. Diferencias y similitudes entre las regletas blancas y la regleta roja. ....	36
Imagen 16. Relación de equivalencia a partir de la suma reiterada. ....	36
Imagen 17. Relación de equivalencia a partir de una estrategia multiplicativa. ....	37
Imagen 18. Unidades compuestas .....	37
Imagen 19. Relación de equivalencia aditiva.....	38
Imagen 20. Relación de equivalencia multiplicativa .....	38
Imagen 21. Relación de equivalencia aditiva.....	39
Imagen 22. Relación de equivalencia a partir de una estrategia aditiva .....	39
Imagen 23. Conteo haciendo pausa en los múltiplos. ....	40
Imagen 24. Tren de diferentes colores. ....	41
Imagen 25. Comparación directa entre las regletas rojas y blancas.....	41
Imagen 26. Relación de equivalencia a partir de una estrategia multiplicativa .....	42
Imagen 27. Relación de equivalencia entre las regletas verde claro, rojas y blancas. ....	42
Imagen 28. Relación de equivalencia entre cuatro regletas verde claro y las regletas blancas. ....	43

## **I. Introducción**

Los recursos implementados en las aulas de clase posibilitan una mejor comprensión de los conceptos abordados en ellas, esto se debe a las múltiples representaciones semióticas que estos pueden ofrecernos. Sin embargo, es primordial que los docentes conozcan las herramientas, propiedades y los posibles alcances del recurso y, de igual forma, sepan manejar e instruir de tal manera que la interacción con el recurso sea eficiente y amena. Este trabajo busca estudiar algunos efectos instrumentales y cognitivos de las regletas de Cuisenaire digitales en el desarrollo de procesos iniciales de unitización, enmarcados en la estructura aditiva y multiplicativa.

Por medio de un ejercicio de caracterización se quiere llevar a cabo un contraste de los diferentes alcances, efectos instrumentales y conceptuales que puede tener las regletas digitales en relación a las regletas físicas. Se plantea un diseño adaptado de la actividad propuesta por Martínez et al. (2018) con regletas físicas para ser abordada con regletas digitales. A partir de un pilotaje se busca identificar aspectos relevantes de la implementación de este nuevo recurso enmarcado en la instrumentación e instrumentalización para el abordaje de procesos de unitización. Por último, se nombran algunas ventajas y desventajas de las regletas digitales teniendo en cuenta, el entorno, sus características y propiedades.

## II. Justificación

La intervención de un medio que posibilite la producción y comprensión del conocimiento matemático como las regletas de Cuisenaire, permite el desarrollo de procesos de unitización, puesto que genera una nueva representación del objeto matemático que pueda ser manipulado por el estudiante y, a partir de esta acción encontrar y trabajar nuevas propiedades del concepto. Asimismo, la incorporación de nuevas estrategias de enseñanza que permitan el abordaje de conceptos haciendo uso de medios tecnológicos, de modo que permitan al estudiante el desarrollo de vínculos con el pensamiento matemático, particularmente el que está asociado a los procesos de unitización. Como lo afirma Muñoz y Cuartas (2012), citado por Jiménez D. (2019), para que el docente ofrezca nuevas orientaciones en su quehacer pedagógico, debe incorporar en su enseñanza nuevas herramientas de trabajo, por ejemplo, las llamadas herramientas de la informática y la comunicación (TIC)” (Pág. 3). En este sentido, se pretende hacer un proceso de medición en términos de los alcances que tiene la virtualización en el campo educativo para corroborar la relevancia que tienen las herramientas tecnológicas en comparación con recursos tangibles para la comprensión de objetos y procesos matemáticos.

Teniendo en cuenta la transformación de las prácticas educativas que se fundamentan bajo el paradigma del uso de recursos concretos y digitales para mediar y potenciar la adquisición de nuevos conocimientos, se hará una caracterización desde la representación digital de las regletas de Cuisenaire en una situación particular, esto con el fin de realizar una comparación entre los efectos que tiene cada representación del recurso en el desarrollo de procesos de unitización, y de igual forma, la relación que presenta el material concreto con el digital. Este proyecto permite, no solamente el análisis de los diferentes alcances epistemológicos del recurso respecto a los procesos de unitización, sino que también posibilita que el docente haga un acercamiento a las regletas en su presentación digital y ser aplicadas en el aula de clases, además, el uso de herramientas tecnológicas disponibles para trabajar en el campo educativo, y verificar qué medio (concreto o digital) es más factible para el desarrollo de procesos de unitización.

Es pertinente contemplar nuevos paradigmas que respondan a las necesidades sociales actuales sin dejar de lado los constructos históricos, por ejemplo, la virtualización y el avance tecnológico en los últimos años, pues como lo afirma Parra, Lozano, Montaña, Zuluaga (2016) a medida que se

producen cambios sociales, la escuela cambia también, pero conserva elementos principales de un tiempo social pasado y, a la vez, configura un enclave del tiempo social presente (pág. 61) de tal forma que se logre afrontar situaciones súbitas, como la situación actual de emergencia sanitaria, la cual exige una adaptación abrupta en la educación en términos tecnológicos.

El enfoque central de este trabajo es un análisis a partir de la comparación de los diferentes efectos de las regletas de Cuisenaire en dos presentaciones, concretas y digitales, en el desarrollo de procesos de unitización, se hará inicialmente la adaptación de la presentación digital de una actividad específica diseñada con la presentación concreta del recurso. Luego, con base en esta se llevará a cabo el respectivo análisis de la situación planteada a partir de las regletas concretas y digitales. En segundo lugar, la comparación acerca de los alcances y efectos epistemológicos en el desarrollo de procesos de unitización mediante ambas presentaciones, y, finalmente, se pretende dar las respectivas conclusiones del tratamiento y hallazgos encontrados en el estudio de esta problemática.

### III. Planteamiento del problema

Las propuestas educativas deben proponerse en concordancia con la época y la población en la que se encuentra, esto es fundamental ya que las necesidades educativas se transforman, al igual que la relación docente-estudiante, como lo afirma Parra et al. (2016), la escuela no solo responde al tiempo social que se está viviendo, sino que su naturaleza obedece a varios tiempos sociales, pues su mecanismo de transformación es particular (pág. 61). Esta transición exige a los profesores implementar otros recursos y herramientas en el aula, como el material tangible y el uso de las TIC'S para mediar la comprensión de conceptos y adquisición de nuevos conocimientos.

Por un lado, la enseñanza de las matemáticas apoyada en materiales didácticos tangibles posibilita en los estudiantes una comprensión más clara y detallada referente a los temas que se trabajan, el uso de diferentes representaciones permiten diferentes alcances cognitivos ya que, como afirma Duval (2004), dichas representaciones permiten al sujeto comunicarse con mayor facilidad además de permitir realizar un tratamiento de la información promoviendo la toma de conciencia sobre el objeto matemático tratado. Teniendo en cuenta que este trabajo se enfoca en el uso de las regletas de Cuisenaire en diferentes registros de representación (tanto manipulativos como digitales) y su relevancia en los procesos de unitización, se busca medir sus alcances y efectos epistemológicos, ya que como lo afirman Vergel y Rojas (2018), el desarrollo del sentido numérico tiene su anclaje en el conocimiento informal que tienen los niños sobre las cantidades del mundo físico y sus relaciones. Dicho conocimiento se empieza a desarrollar a través de materiales manipulativos” (pág. 21).

Por otro lado, desde un enfoque digital, la interacción con medios digitales en la educación matemática posibilita el desarrollo de acciones enmarcadas en un medio que funciona desde reglas teóricas tácitas incluidas y que permiten la adquisición de conceptos que favorecen los procesos de aprendizaje de los estudiantes, particularmente en el pensamiento numérico. Rebellón y Yepes (2019), aseguran que:

*“la efectividad de las herramientas multimedia interactiva en el desarrollo del pensamiento numérico es un apoyo de recursos digitales que favorece la adquisición de cantidades, los cálculos con las operaciones aritméticas, y la resolución de problemas de situaciones de*

*la vida cotidiana, donde se hace necesario la importancia de comprender ideas y conceptos numéricos a través de la práctica con el uso de diferentes software educativos que permiten abordar de una forma dinámica los sistemas numéricos en pos de favorecer la mejora del nivel de aprendizaje del pensamiento numérico a partir de un ambiente rico en interactividad”.*

El uso de medios digitales puede transformar y mejorar las prácticas educativas, sin embargo, el uso de estas herramientas carece de fines claros y contundentes, se concentra en la repetición de metodologías tradicionales desde la digitalización. En este sentido, es necesario que el profesor haga un cambio en sus metodologías de enseñanza, pues se ha tomado el uso de las TIC 'S desde un enfoque superficial, como lo afirma Parra et al. (2016), los dispositivos se instrumentalizan y se sigue transmitiendo la información de manera tradicional; en este contexto no existe una construcción de conocimiento porque la relación que se tiene con este se basa en la repetición de teorías y conceptos (pág. 71).

Podemos ver que no es suficiente la implementación de recursos en el aula, es necesario tener pleno conocimiento acerca de los efectos que tienen en el aprendizaje estas herramientas ya sean manipulativas o digitales, por qué y para qué se utilizan, cuál es la función de estos y los alcances que tienen en los procesos de aprendizaje de cada estudiante.

Debido al estado actual de emergencia sanitaria presentada no solo a nivel nacional sino también a nivel mundial, se han generado diferentes cambios en las relaciones sociales, particularmente en el campo educativo, puesto que se presenta una transición forzosa de la educación tradicional de carácter presencial a la educación a distancia y virtualizada, las nuevas dinámicas de comunicación han interrumpido el proceso de aprendizaje de los estudiantes, tanto en la educación básica y media, como en la educación superior. Al ser esta una situación súbita se presentan varias dificultades al momento de enfrentar los nuevos retos, con el uso precipitado de medios digitales en la educación, emerge la necesidad de adaptarse a un entorno de enseñanza-aprendizaje virtual.

Sabemos que la transformación de los procesos formativos impide el contacto directo entre el profesor y el estudiante, por esto es necesario fomentar una cultura autónoma en el estudiantado, que tengan conciencia de estudio y logren establecer por medio de las herramientas virtuales conjeturas que usualmente se construyen a partir de herramientas físicas, concretas y tangibles. Esto presenta un reto para las herramientas digitales: tener un impacto contundente en la educación,

teniendo en cuenta que los procesos matemáticos generados por los mismos pueden dejar ciertos vacíos cognitivos en comparación con el material concreto. Según Montes (2017) con el uso de materiales manipulativos se intenta solventar el problema de la excesiva abstracción en la enseñanza de las matemáticas, que puede llegar a ocasionar el fracaso escolar en algunos casos, además usando material didáctico manipulativo se favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, aunque la elección del material debe ser el adecuado y se debe tener en cuenta el momento preciso para su utilización.

Con base en lo anterior, haciendo un enfoque en los procesos de unitización y los diferentes alcances que puede tener las regletas de Cuisenaire en su presentación digital, nos preguntamos acerca de los efectos que tiene las representaciones de este recurso (digitales y concretos) en el aprendizaje de los estudiantes, y si sus alcances epistemológicos son los mismos, es decir, ¿el estudiante aprende más mediando el proceso de aprendizaje con medios digitales, o por el contrario el material concreto tiene más alcances cognitivos?

Se presenta la necesidad de realizar una descripción detallada de un mismo recurso (regletas de Cuisenaire) en dos diferentes representaciones: el material concreto y el material digital, como se ha mencionado anteriormente los materiales concretos tienen y fomentan diferentes procesos cognitivos, sin embargo, acudiendo a la situación actual se requiere trascender a la intervención con medios tecnológicos en el campo educativo. Por lo tanto, es necesario comprobar si el material digital fomenta el desarrollo de los mismos procesos de unitización. Se propone adaptar a la presentación digital de las regletas de Cuisenaire una situación problema diseñada con su presentación concreta.

#### **IV. Objetivos**

##### *Objetivo general*

- Describir algunas características particulares y globales de las regletas de Cuisenaire digitales para el desarrollo de procesos iniciales de unitización a partir de la suma reiterada y comparación entre unidades.

##### *Objetivos específicos*

- Caracterizar aspectos particulares de las regletas concretas en suma reiterada y comparación de unidades que se puedan adaptar a las características de las regletas digitales.
- Identificar las ventajas y desventajas en el trabajo con regletas digitales en actividades de suma reiterada y comparación de unidades propuestas con regletas concretas.
- Describir algunas características de las regletas de Cuisenaire digitales que sirvan como referencia en la implementación de actividades específicas con este material.

## V. Marco teórico

### Enfoque instrumental

El enfoque instrumental aborda la dimensión tecnológica de la educación matemática, estudia la diferencia que existe entre el artefacto, el instrumento y los procesos que desenvuelven la transformación progresiva del artefacto en instrumento (proceso denominado *Génesis Instrumental*). El artefacto puede entenderse como un objeto susceptible de uso, el cual puede ser material o simbólico, elaborado para inscribirse en actividades intencionales.

El artefacto empleado para el desarrollo de este trabajo serán las regletas de Cuisenaire en su versión digital: Relational Rods+. Rabardel (1995), citado por Brausin, Herrera (2019), afirma que la génesis instrumental es un proceso cognitivo elaborado por el sujeto en el que el artefacto es convertido en instrumento, se desarrolla en dos direcciones: la instrumentalización y la instrumentación (Pág. 39). Asimismo, es pertinente mencionar que este proceso también se da gracias a los esquemas de utilización, los cuales permiten tener comprensión del concepto a trabajar, ya que por medio sus componentes: esquemas de uso y los esquemas de acción instrumentada, se hace posible que el estudiante realice transformaciones sobre el objeto de la actividad, lo cual posibilita la comprensión de los conceptos involucrados en ella.

Este trabajo tiene como objetivo realizar un análisis que permita observar las implicaciones de las regletas de Cuisenaire digitales en el desarrollo de procesos de instrumentación con niños de temprana edad (7 – 8 años). Asimismo, destacar algunas ventajas y desventajas del recurso desde un enfoque instrumental planteado por Rabardel (1995). Este análisis se fundamentará en tres conceptos claves: instrumentalización, instrumentación y la transición de artefacto a instrumento.

#### *Instrumentalización*

Para la aplicación de una actividad con un artefacto es fundamental que el estudiante interactúe con las propiedades y herramientas del mismo, de tal forma que logre una adaptación que le permita crear esquemas de uso, los cuales están asociados a gestionar características y propiedades particulares del artefacto. Estos esquemas orientan la manera en la que este es utilizado a partir de inducciones y deducciones realizadas por el estudiante, puesto que es su conocimiento quien le da forma al artefacto. Rabardel (1995), citado por Santacruz (2008), afirma que:

*“Los procesos de **instrumentalización** están dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribuciones de propiedades, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc.”.*  
(Pág. 154)

En este sentido, los procesos de instrumentalización están asociados al manejo, uso y apropiación del artefacto de tal forma que le permita al estudiante realizar transformaciones que conlleven al cumplimiento del objetivo de cada tarea, problema o situación planteada.

### *Instrumentación*

Los procesos de instrumentación están dirigidos hacia el estudiante, podemos encontrarlos durante una actividad donde el estudiante asimila nuevos componentes artefactuales a partir de sus esquemas y estrategias que le permiten la comprensión del concepto. Rabardel (1995), citado por Santacruz (2008), afirma que,

*“Los procesos de **instrumentación** están relacionados con el sujeto: con la emergencia y evolución de los esquemas sociales de utilización y de acción instrumentada: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos, etc.”* (Pág. 154).

En este sentido, la instrumentación es un proceso donde las potencialidades y restricciones del instrumento influyen en los esquemas de utilización del sujeto, y, a su vez, permite que el estudiante logre desarrollar las actividades propuestas y elabore esquemas de acción instrumentada que le posibilitan la construcción del conocimiento matemático.

### *Transición de artefacto en instrumento*

El artefacto puede entenderse como una herramienta, objeto o medio susceptible de uso, elaborado para implementarse en actividades intencionales, y para que haya una transición de artefacto a instrumento es necesario que el artefacto esté inscrito en uso, en una relación instrumental entre dos entidades: sujeto y objeto (conocimiento matemático). Asimismo, es fundamental que el estudiante asigne esquemas de utilización al artefacto en acción, es decir, Rabardel (1999), citado por Santacruz (2008), afirma que,

*“En realidad, el instrumento es una entidad mixta que comprende de una parte, el artefacto material o simbólico y, de otra parte, los esquemas de utilización, las representaciones que*

*forman parte de las competencias del usuario y son necesarias para la utilización del artefacto” (Pág. 154).*

En otros términos, el instrumento no es simplemente un artefacto externo al sujeto, sino que debe estar vinculado a la acción, producción y construcción de esquemas de utilización que permitan una apropiación tanto del artefacto como del conocimiento matemático. Es decir, el instrumento es la composición de dos entidades: la primera, el artefacto material o simbólico, producido por el sujeto y, la segunda, los esquemas de utilización construidas por el sujeto.

### **Regletas de Cuisenaire**

Las regletas de Cuisenaire son un recurso didáctico asociado a procesos de medición, que permiten trabajar conceptos centrales y problemas aritméticos en procesos lógicos que involucran razonamiento y deducción. Jiménez, Mora, y Mercado (2016) citado por Guanopatin (2017), en su conclusión más relevante dice que: las regletas de Cuisenaire en el aula es de suma importancia para desarrollar habilidades de razonamiento porque “son herramientas que permiten incentivar el aprendizaje de una manera divertida e innovadora” (p. 64), ya que con la utilización de este material concreto desarrollamos el pensamiento lógico matemático y el conjunto de destrezas que permiten resolver operaciones. Asimismo, Nava, Rodríguez, Romero y Vargas (2010) afirman que, con estas prácticas, se rompe con esquemas formales, rígidos y memorísticos que usualmente los docentes emplean al iniciar el aprendizaje del campo numérico en los primeros años de escolaridad e incluso en todos los ciclos de formación (Pág. 8).

El diseño estructural de las regletas hace que como recurso didáctico se emplee en ámbitos y situaciones relacionadas con la construcción del concepto de número, y los procesos relacionados con el mismo, por ejemplo: la seriación, la correspondencia, clasificación, etc.

“Las regletas de Cuisenaire no están segmentadas, de modo que las relaciones numéricas deben aprenderse con la ayuda de sus colores (en relación con su longitud) y no del número de unidades que represente cada una [...] Cualquier regleta puede ser definida fácilmente como la unidad, con las que las regletas más cortas se conviertan en fracciones” (Ornelas, 2010, Pág.30).

De acuerdo con lo anterior podemos hacer alusión a la característica particular que tienen las regletas de Cuisenaire para poder trabajar proceso de unitización, lo que implica que el estudiante establezca relaciones entre magnitudes y determine unidades de medida múltiples en situaciones de comparación, relaciones de cantidades en un argumento de razón en espacios de medida de longitud.

*Caracterización regletas concretas*

Las regletas son prismas cuadrangulares de  $1 \text{ cm}^2$  de base y cuya longitud oscila entre 1 y 10 *cm*. Cada regleta equivale a un número determinado:

<b>Regleta (color)</b>	<b>Longitud (cm)</b>
Blanca	1
Roja	2
Verde claro	3
Rosada	4
Amarilla	5
Verde oscura	6
Negra	7
Marrón	8
Azul	9
Naranja	10

Las regletas permiten la iniciación en el cálculo mediante la descomposición de los números con la ayuda de un soporte tangible y manipulativo, más fácil de entender por el alumnado en sus primeras etapas de aprendizaje debido a que les permite desarrollar el cálculo mental y su

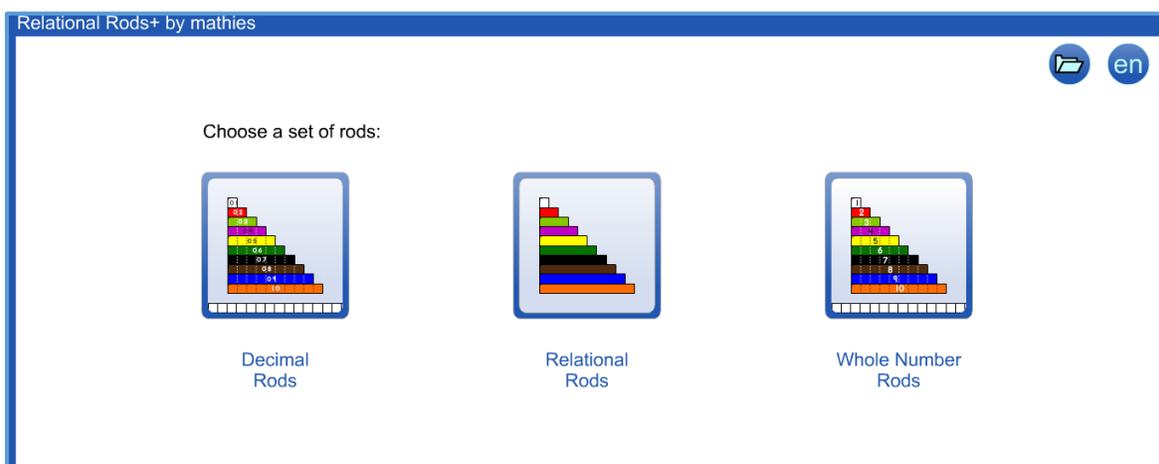
correspondiente representación. Además, permite al alumnado experimentar sin intervenciones del profesor, fomentando el desarrollo de la autonomía, mientras busca respuestas de forma independiente y espontánea.

La siguiente versión de las regletas de Cuisenaire será analizada en este trabajo, y a partir de sus herramientas se llevará a cabo el respectivo estudio acerca de los parámetros que se necesitan para la implementación de regletas de Cuisenaire digitales en una actividad realizada con la presentación concreta y tangible del recurso.

### *Caracterización regletas digitales*

La versión digital que utilizaremos es un software llamado “*Relational Rods+ by mathies*”, el cual está disponible en dos lenguas: inglés y francés, además, es una plataforma On-line que permite hacer uso de la misma sin conexión en versión para portátiles y computadores, también se encuentra en la aplicación *Play Store* para descargar directamente al celular. En la interfaz de usuario podemos encontrar tres secciones: Decimal Rods, Relational Rods y Whole Number Rods (*Imagen 1*).

Sin embargo, cada sección se puede manipular de tal forma que una sección quede en términos de otra, esto es, si interactuamos con las herramientas del software (*Imagen 2*) podemos poner una cuadrícula y la incorporación de números (decimales y/o naturales) que facilite la medición de las regletas, por ejemplo, la sección “Relational Rods” (*Imagen 4*) puede manipularse de modo que tenga las características de la sección Decimal Rods o Whole Number Rods (*Imagen 3*).



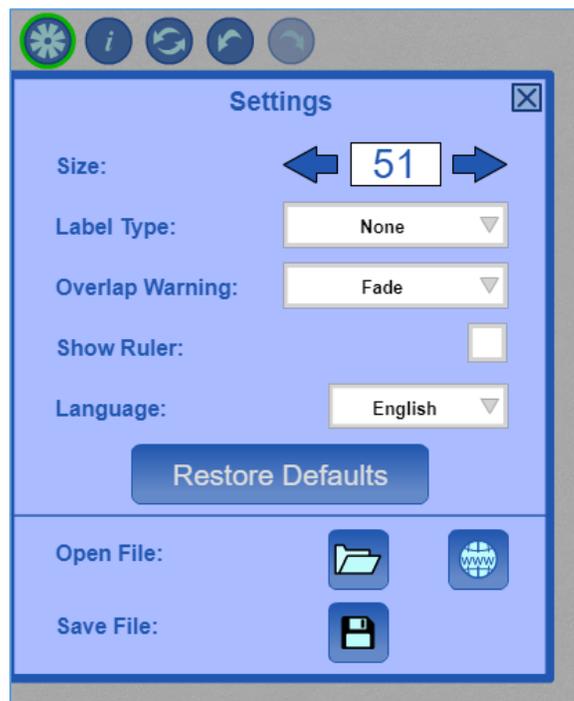
*Imagen 1. Regletas de Cuisenaire digitales: Relational Rods+*

La primera sección (*Decimal Rods*) muestra la vista para el estudiante cuando se ha seleccionado la numeración decimal, en esta sección podemos ver que los números en las regletas están en el intervalo  $[0.1, 1]$  con un incremento de 0,1. En la segunda sección, *Relational Rods*, el plano de interacción deja al estudiante una vista más general, es decir, sin unidades de medida estandarizadas ni cuadrículas que le permitan determinar una unidad de medida específica. La sección de *Whole Number Rods* se muestra un orden numérico del 1 al 10 con un incremento de 1 y, al igual que en la primera sección, presenta una regla de medición.

## Herramientas del software

A continuación, presentamos las herramientas disponibles en el software de las regletas digitales divididas en tres partes: el ícono de configuración (*Imagen 2*), la versión de lápiz e imagen (*Imagen 3*) y las herramientas de aspecto (*Imagen 5*). Todas permiten cambiar las características del plano de interacción.

### 1. Herramienta de configuración



*Imagen 2. Ícono de configuración. Regletas digitales: Relationals Rods+*

**Size:** Hace referencia al tamaño de la letra y las regletas.

**Label Type:** A la medición de las regletas:

- *None:* Ninguna medición
- *Wholes:* Números enteros
- *Decimals:* Números decimales

**Overlap Warning:** Hace referencia a las advertencias de superposición

- *Show:* Mostrar
- *Fade:* Desvanecerse
- *Hide:* Esconder

**Show Ruler:** Muestra una regla cuadrículada que permite la medición de las regletas.

**Language:** El idioma en el que se trabajará en el software (inglés o francés).

**Restore Defaults:** Restaura el tamaño y los valores predeterminados al ingresar al software.

**Open File:** Permite abrir archivos guardados.

**Save File:** Permite guardar la figura creada.

**Open File from Web:** Permite abrir el archivo en internet.

## 2. Herramienta del lápiz y la imagen

**Lápiz:** Despliega más herramientas que permiten medir y escribir en el software (*Imagen 4*).

**Imagen:** Permite insertar una imagen en el plano de interacción.



*Imagen 3. Íconos del lápiz y la imagen. Relationals Rods+*

A continuación, se muestra el conjunto de herramientas que se despliegan al interactuar con el ícono del lápiz.



*Imagen 4.*  
*Despliegue de*  
*herramientas.*  
*Relationals Rods+*

1. **Cursor:** Permite mover las regletas.
2. **Lápiz:** Permite escribir a mano alzada en el plano de interacción.
3. **Borrador:** Permite borrar lo escrito o dibujado con el lápiz.
4. **Flecha:** Permite dibujar flechas rectas y curvas, recta numérica y figuras geométricas (cuadriláteros y círculos).
5. **Figuras geométricas:** Permite dibujar diferentes figuras.
6. **Texto:** Permite crear un cuadro de texto.
7. **Paleta de color 1:** Asigna color al contorno de cada figura.
8. **Paleta de color 2:** Asigna color al interior de las figuras.
9. **Papelera:** Permite borrar las figuras y cuadros de texto.

### 3. Herramientas de aspecto

Ahora, se mencionarán las características de las herramientas de aspecto de izquierda a derecha.

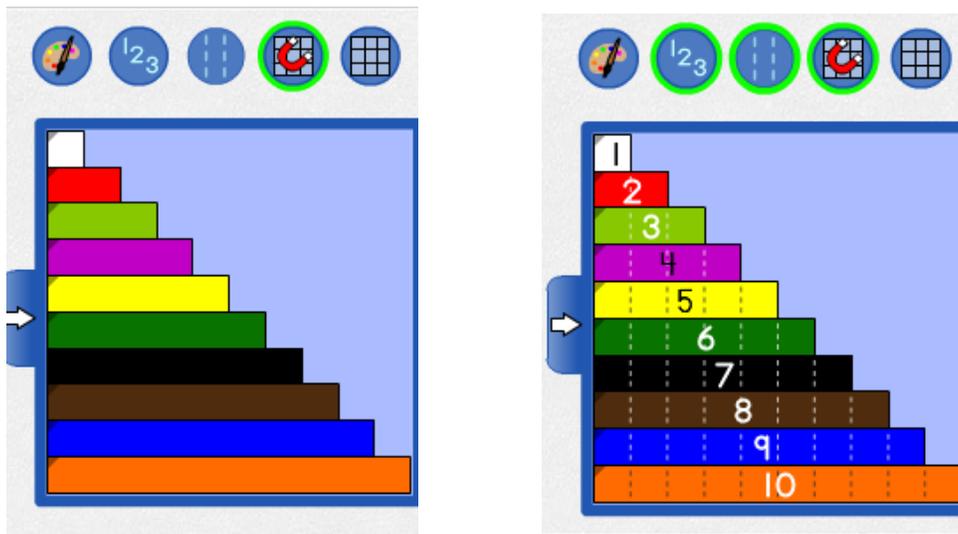


*Imagen 5. Herramientas de Software. Relationals Rods+*

1. **Personalizar regletas:** Permite cambiar el color de las regletas a partir de una clasificación de colores: tradicional, primarios, brillantes, oscuros, pastel, y de un solo color; y también de forma individual para cada una.
2. **Mostrar/ocultar etiquetas (decimales, enteras):** Permite asignarle numeración a cada regleta en el intervalo 1 a 10 y 0.1 a 1

3. **Mostrar/ocultar particiones:** Permite crear una cuadrícula dentro de las regletas (*Imagen 6*)
4. **Ajustar cuadrícula:** La opción imán pone el movimiento rígido en las regletas, impidiendo una superposición no exacta entre las regletas.
5. **Mostrar/ocultar cuadrícula:** La última opción permite habilitar la cuadrícula en el plano de interacción

A continuación, mostramos algunos aspectos de la interfaz en la presentación de las regletas disponibles para que el estudiante realice la interacción (*Imagen 6*).



*Imagen 6. Sección Relational Rods - Whole Number Rods. Relationals Rods+*

En cada sección del software el estudiante puede colocar diferentes regletas, compararlas entre sí, cambiar su posición por medio de la herramienta **rotación** (*Imagen 7*) y tener tantas regletas como el estudiante desee por medio de la herramienta **copiar** (*Imagen 8*), teniendo en cuenta los aspectos disponibles de las herramientas como el color, la numeración y la cuadrícula. Esta última característica permite hacer procesos de medición de objetos teniendo en cuenta las características de las regletas disponibles para su uso.



*Imagen 7. Herramienta de rotación.  
Relationals Rods+*



*Imagen 8. Herramienta para copiar  
las regletas. Relationals Rods+*

Las regletas permiten tomar tantos números de ellas como se quiera, se pueden superponer o poner una arriba de otra, así como formar diferentes formas de medición posible. Ofrece una buena cantidad de posibilidad de interacción. Permite introducir cuadros de texto, resaltar aspectos en la pantalla, rayar con un lápiz aspectos relevantes en las construcciones, etc. Al interactuar y caracterizar este software surgen las siguientes preguntas:

- *¿Qué criterios son necesarios para implementar las regletas de Cuisenaire digitales en el aula?*
- *¿Qué ventajas tiene el trabajar con la esta representación del recurso?*
- *¿Cómo podría utilizar el profesor las regletas digitales para poder crear actividades que permitan desarrollar procesos de unitización?*

Las regletas digitales tienen diversas herramientas disponibles para el usuario, con un adecuado uso se pueden proponer diferentes actividades guiadas que desarrollen satisfactoriamente procesos asociados a la unitización. Sin embargo, se debe tener la precaución adecuada ya que podría crear obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes. Es necesario hacer un estudio profundo sobre los posibles efectos que podría tener las regletas digitales, es permitiente que los docentes se formen en el uso de estas herramientas para poder aprovechar su potencial didáctico.

### **Procesos de unitización**

En este apartado se quiere hacer acercamiento a los aspectos esenciales de los procesos de unitización y cuáles serían los criterios a tener en cuenta para utilizar las regletas digitales para mediar el desarrollo de esos procesos. Los procesos de unitización abordados en el campo escolar permite, no solo generar relaciones de equivalencia y comparación entre diferentes unidades de medida, sino que también, juega un papel fundamental para el abordaje de temáticas relacionadas

con la estructura multiplicativa que, como las define Vergnaud (1990), es el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones (pág. 8). El abordaje de situaciones multiplicativas y las estrategias asociadas a la construcción de unidades de medida resultan ser cruciales para el reconocimiento de esquemas multiplicativos, como lo plantea Olive (2001), citado por Martínez, Rojas, Rojas (2018), dicha construcción de unidades (unitización) por parte de los niños se genera a partir de secuencias de conteo y de secuencias numéricas, las cuales son consideradas como estructuras fundamentales que los niños desarrollan desde su primera infancia (pág. 61).

En este sentido, abordar la multiplicación como cambio de unidad evita que la resolución de problemas sea puramente numérica, de tal forma que, genere una mejor comprensión respecto a la estructura multiplicativa junto con la aplicación de las mismas, puesto que, como lo afirman Rojas, Romero, Mora, Bonilla, Rodríguez y Castillo (2011), “exige no desconocer que cuando se habla de cantidad, se habla de cantidad de algo, de cantidad de una cierta unidad” (p. 74), y de esta forma, generar una relación entre las unidades de medida y las cantidades de magnitud para la comprensión de operaciones. Por lo tanto, la enseñanza de procesos de unitización es indispensable para el desarrollo de procesos generales que tiene que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; comparación y ejercitación de procedimientos.

Cuando se establecen las estructuras multiplicativas es necesario tener en cuenta las unidades y los procesos que subyacen a la misma, es decir, cuando se trabaja con la multiplicación, requiere tener claridad acerca de los procesos (suma reiterada) y estructuras ya que el cambio de unidad en la multiplicación no implica solo una operación sino también una conceptualización de la nueva unidad. Precisamente las regletas de Cuisenaire presentan un panorama amplio de propuestas de actividades secuenciadas y ofrecen ambientes de aprendizaje que presentan una nueva forma de entender la unitización como un cambio de unidad, permite establecer hipótesis relacionadas con la forma en la que se consolida el cambio de unidad en una relación funcional.

Es pertinente mencionar que los procesos de unitización son un campo amplio de estudio, por lo tanto, nos enfocaremos en procesos matemáticos simples, particularmente, la suma reiterada y la

comparación entre unidades, los cuales se relacionan con la unitización en un estado inicial desde la medición a partir de secuencias de conteo.

### *Comparación de unidades y suma reiterada*

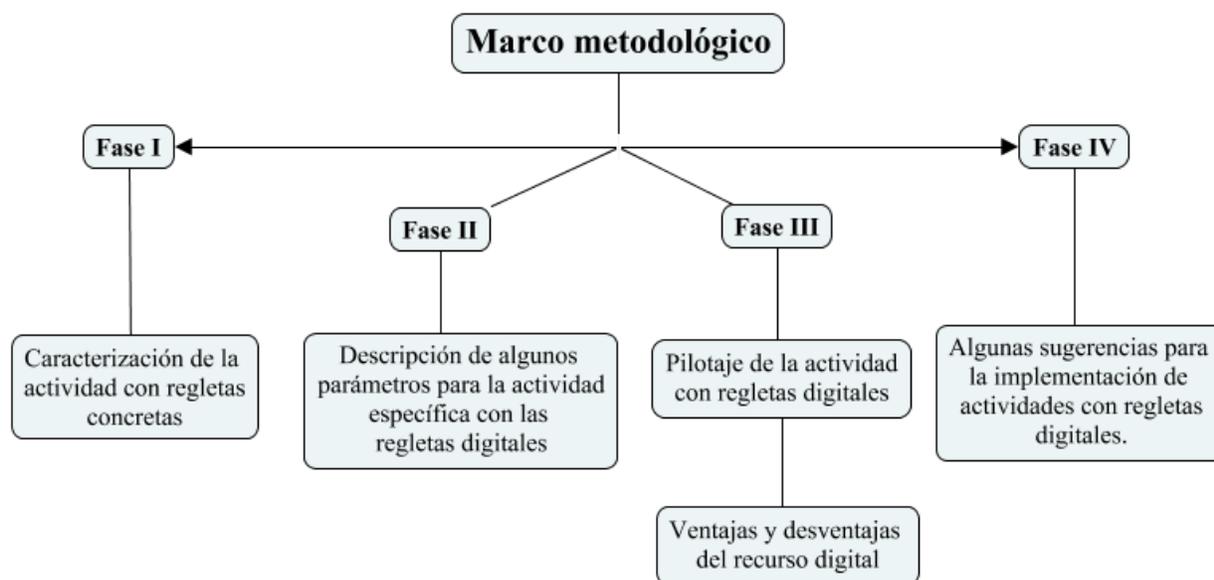
Teniendo en cuenta que trabajaremos procesos simples (suma reiterada y comparación de unidades) desde la medición, esto implica hablar en términos de *unidades de medida y magnitudes*, donde es necesaria la comparación de distintas cantidades. La comparación es una de las actividades más espontáneas que realizan los estudiantes, es un acto natural puesto que está relacionado con la percepción. Según Godino (2002) la comparación de atributos de objetos conduce de un modo bastante lógico a la necesidad de un estándar que podamos aplicar sucesivamente (Pág., 640), un proceso asociado a establecer unidades de medidas concretas para hacer procesos de medición enmarcados en un acto reiterativo de esa unidad.

En este sentido, partiendo del contexto de las regletas de Cuisenaire, como un recurso que puede mediar esos procesos de medición, permite establecer diferentes unidades de medida e identificar una relación entre las regletas, esto es, elegir una regleta como unidad simple que permita medir las otras. El estudiante puede reconocer equivalencias entre las medidas de las regletas al comparar una regleta específica con varias de diferente color o al reiterar otras, por ejemplo, la regleta morada equivale a una verde clara y una blanca, pero también equivale a dos regletas rojas.

## VI. Marco metodológico

Con base en una propuesta de actividades con el uso de regletas de Cuisenaire concretas se realizará un estudio acerca de los parámetros y preguntas orientadoras que se necesitan para la aplicación de la actividad en regletas digitales, teniendo en cuenta que las representaciones de este recurso tienen características diferentes que facilitan algunas tareas y complejizan otras, en la interacción y la exploración del recurso. Se quiere hacer énfasis en los aspectos relevantes de la actividad que podría desarrollar procesos iniciales de unitización, como la comparación y la suma reiterada.

El trabajo metodológico se lleva a cabo a partir de cuatro fases importantes: La primera, muestra una caracterización de la actividad propuesta con regletas de Cuisenaire en su presentación física; la segunda, describe algunos parámetros a tener en cuenta para la adecuación de esta actividad con las regletas digitales; en la tercera, se lleva a cabo el pilotaje con regletas digitales y concretas, además se exponen algunas ventajas y desventajas del recurso (en versión digital); y en la cuarta, se plantean algunas sugerencias para la implementación de las regletas de Cuisenaire en su presentación digital en otras actividades (*Imagen 9*).



*Imagen 9. Marco metodológico. Propuesto por el autor*

A continuación, se dará a conocer algunas características que tiene la práctica con el uso de las regletas concretas. Martínez, Rojas y Rojas (2018) realizaron una propuesta basada en una serie de

tareas relacionadas con la estructura multiplicativa y la creación de unidades en procesos de medición con los dedos de la mano y recursos (regletas de Cuisenaire), llevando a cabo el estudio con una población de niños entre los siete y ocho años. Mediante el uso de entrevistas se hizo la recolección de la información utilizando como fuente los estudiantes.

Ahora bien, se quiere hacer una caracterización de los parámetros que se formulan para hacer una actividad específica con regletas concretas y trasponerlo a las regletas digitales, planteando algunos posibles parámetros y/o aspectos a tener en cuenta para poder crear actividades con regletas digitales que posibiliten trabajar procesos de unitización. Asimismo, realizar un pilotaje con el fin de contrastar los “alcances” instrumentales y conceptuales de esta actividad con las regletas digitales.

### **Fase I: Proceso de caracterización desde la práctica con regletas concretas.**

Martínez, Rojas y Rojas (2018) proponen tres situaciones con las regletas, la primera llamada “Aremos trenes” que consiste en la comparación entre una cantidad específica de regletas blancas, rojas y rosadas. Estas regletas comparten una relación de equipotencia numérica: dos regletas blancas equivalen a una regleta roja, y dos regletas rojas equivalen a una regleta rosada. Se le presenta al estudiante una cantidad específica de regletas con el fin de responder la siguiente pregunta: *¿cuántas fichas blancas debe tener un tren para que sea igual de largo a un tren con una ficha rosada?* A continuación, presentamos una muestra de la respuesta de un estudiante a este cuestionamiento:

Cuatro. Porque si una ficha roja era igual que un tren de dos fichas blancas, pues yo dije... bueno... si dos fichas rojas dan lo mismo de largo que el tren de la ficha rosada, pues son cuatro porque si acá me alcanzaron a quedar dos por encima [señalando la parte en donde están las fichas blancas], acá también me pueden caber dos por encima, [señalando la otra parte de las regletas rojas].

En esta situación podemos ver dos unidades compuestas, la regleta rosada y la regleta roja, la regleta rosada que equivale a dos regletas rojas, y la regleta roja que equivale a dos regletas blancas. El estudiante parte de la primera unidad compuesta (regleta rosada), y utiliza la segunda unidad compuesta (regleta roja) para realizar un doble conteo, esto se debe a que, como él es consciente que por cada regleta roja hay dos blancas, y como hay dos unidades compuestas (regleta roja),

deduce que una regleta rosada equivale a cuatro regletas blancas, esto es, realiza un doble conteo haciendo hincapié en los múltiplos de dos, lo cual hace referencia a la cantidad de regletas blancas en comparación con la roja.

Para la segunda situación, *Sigamos armando trenes*, le proponen al estudiante una situación similar, en la que se da una comparación entre las regletas rojas y una verde clara, puesto que tres regletas rojas equivalen a una regleta verde clara, también indican que una regleta roja equivale a dos regletas blancas, para finalmente realizar la pregunta: *¿Cuántas fichas blancas debe tener un “tren” para que sea tan largo como un nuevo “tren” de dos fichas verdes?* El estudiante realiza el siguiente razonamiento para dar respuesta a la pregunta: “si hago bien la cuenta, ahí me da seis, tendré que sumar entonces... 7, 8, 9, 10, 11, 12. Me dio un doce”.

Podemos dar cuenta que, el estudiante realiza en primera instancia, un doble conteo haciendo hincapié en los múltiplos de dos, cantidad de regletas blancas que equivale una regleta roja, la cantidad de veces que se repite la regleta roja, esto es, el estudiante toma la regleta roja como unidad compuesta y la repite tres veces, lo cual equivale a 6 regletas blancas, pues ya es consciente de la relación de equivalencia entre las regletas blancas y rojas. Luego, al dar cuenta que una regleta verde clara equivale a seis regletas blancas realiza conteos de uno en uno y forma otro grupo del mismo tamaño, basado en la unidad simple (regleta blanca), es decir, hace una suma reiterada a partir de la comparación entre estas regletas.

Finalmente, se presenta la tercera situación, *Un nuevo reto para construir trenes*, la cual tiene un nivel de comprensión diferente a las situaciones anteriores, pues se establece una razón de dos a tres entre las regletas verde claro y las regletas rojas, respectivamente. Para el desarrollo de la actividad el estudiante debe utilizar simultáneamente unidades compuestas: dos regletas verdes claro y tres regletas rojas, enseguida se le presenta la siguiente pregunta: *¿Cuántas fichas rojas tendrá un tren para que sea igual de largo a otro tren nuevo que se armó con seis fichas verde claro?* El estudiante realiza un razonamiento distinto afirmando lo siguiente:

[después de varios minutos de mover las fichas mientras pensaba una solución, toma dos fichas verdes y hace un conteo en el aire como para saber la cantidad de veces que las usará. Enseguida las mantiene fijas y empieza a colocar las tres rojas contándolas] 1, 2, 3, pausa [vuelve a la primera ficha y cuenta]; 4, 5, 6, pausa [nuevamente vuelve a la primera ficha]; 7, 8, 9.

Podemos observar que el estudiante debe realizar dos acciones en simultáneo, por un lado, toma como unidad compuesta dos regletas verdes y debe repetirla tres veces para obtener seis regletas verdes, y por el otro, basarse en la premisa que dos regletas verdes equivalen a tres rojas, relación que le permite repetir tres veces las tres regletas rojas. Esto es, el estudiante realiza un doble conteo haciendo pausa en los múltiplos, mientras que el conteo de las regletas verdes va de dos en dos, el conteo de las regletas rojas va de tres en tres.

*Situaciones y parámetros metodológicos*

A continuación, se mostrarán las tres situaciones propuestas por Martínez, Rojas y Rojas (2018), junto con algunos parámetros utilizados en la aplicación de esta actividad con el apoyo de las regletas de Cuisenaire en su presentación tangible, esto con el fin de observar algunos aspectos metodológicos a tener en cuenta para la implementación de esta actividad con regletas digitales.

<b>Tarea 1: <i>Armamos trenes</i></b>	
Tú puedes armar un tren con dos fichas blancas. Y ese tren con dos fichas blancas es igual de largo a un tren con una ficha roja. Y si armamos un tren con dos fichas rojas va a ser igual de largo a un tren con una ficha rosada. La pregunta es: <i>¿cuántas fichas blancas debe tener un tren para que sea igual de largo a un tren con una ficha rosada?</i>	Construcción y reconocimiento de unidades compuestas
<b>Tarea 2: <i>Sigamos armando trenes</i></b>	
Un “tren” de tres fichas rojas es tan largo como un “tren” de una ficha verde. Un tren con dos fichas blancas es tan largo como un tren con una ficha roja. <i>¿Cuántas fichas blancas debe tener un “tren” para que sea tan largo como un nuevo “tren” de dos fichas verdes?</i>	Construcción y reconocimiento de unidades compuestas
<b>Tarea 3: <i>Un nuevo reto para construir trenes</i></b>	

<p>Un “tren” con tres fichas rojas es tan largo como un tren con dos fichas verde claro. ¿Cuántas fichas rojas tendrá un tren para que sea igual de largo a otro tren nuevo que se armó con seis fichas verde claro?</p>	<p>Uso coordinado de unidades compuestas</p>
--	--

Algunos parámetros metodológicos que se tendrá en cuenta para la caracterización de la actividad propuesta por Martínez, Rojas y Rojas (2018) son los siguientes:

1. **Trabajo individual y grupal:** Esta metodología permitió dar cuenta de los diferentes razonamientos de los estudiantes, pues, para el trabajo individual el estudiante tiene en cuenta sus concepciones previas y hace deducciones a partir de lo que sabe en cada situación. Mientras que el trabajo grupal, los estudiantes tienen en cuenta la opinión de sus compañeros para llegar a acuerdos, y por medio del proceso comunicativo se plantean preguntas y respuestas que permiten resolver la situación propuesta.
2. **Preguntas orientadoras:** Permiten enfocar y dar orden a la actividad de tal manera que los estudiantes hagan un proceso de resolución a partir de sus conocimientos previos en relación con lo que se quiere trabajar. Crean un conflicto cognitivo que le permite al estudiante replantearse el problema tratado y suscitan conocimientos particulares que le pueden servir como herramienta en el proceso de resolución.
3. **Aprovechamiento de las facilidades que nos dan las regletas:** Ofrecen un medio manipulativo sencillo para trabajar relaciones de medida, cantidad y conteo enmarcado en la estructura aditiva y multiplicativa que posibilitan crear y recrear unidades de medida compuestas y simples.
4. **Criterios de selección de las regletas:** En las dos situaciones planteadas parten de la relación que existe entre las regletas blancas y rojas (dos a uno, respectivamente) luego implementan otras regletas (rosada y verde clara en la primera y segunda situación, respectivamente) que cumplan la misma razón en términos de su medida, con el fin de

limitar el número de relaciones posibles que puede armar el estudiante enfocando el cambio de unidad a partir de la suma reiterada en las regletas.

### *Unitización en la actividad de trenes*

Es pertinente mencionar que, las estrategias utilizadas por el estudiante están asociadas a procesos de unitización, pues realiza un cambio de unidad constante, haciendo uso de unidades simples y compuestas. De igual forma, se dan estrategias asociadas a proceso de normación, puesto que, como lo afirman Martínez et al. (2018), reconoce o establece una nueva unidad distinta a la dada en la situación y reinterpreta en términos de esta nueva unidad (pág. 164), esto se muestra cuando el estudiante, en la segunda situación, identifica que la regleta verde es una unidad compuesta, formada por otra unidad (regleta roja), que también es compuesta por dos regletas blancas, siendo esta última una unidad simple.

### **Fase II: Algunos parámetros y características para la implementación de la actividad con regletas digitales.**

Teniendo en cuenta que la plataforma *Relational Rods+* tiene diferentes herramientas como el lápiz, insertar imagen, personalizar regletas, mostrar y ocultar particiones, mostrar y ocultar cuadrícula, entre otras; podrían ser un impedimento para la aplicación de esta actividad con las regletas en su versión digital, ya que podría ser una distracción para la clase. Por ejemplo, la herramienta lápiz permite dibujar y escribir sobre la interfaz del software como un apoyo a la sesión, sin embargo, posibilita que el estudiante realice tareas que no están asociadas a las intenciones de la actividad planteada.

Por lo tanto, es pertinente crear una primera actividad que le posibilite al estudiante un acercamiento con la representación digital del recurso, de tal forma que logre interactuar con algunas de las herramientas del software, y de igual forma, asignarle tareas sencillas que le permitan abordar la actividad propuesta por Martínez et al. (2018). A continuación, presentamos una actividad introductoria del recurso digital, y enseguida la actividad de los trenes con algunos parámetros y características para la aplicación de la misma.

### *Actividad introductoria: Interactuando con el medio*

Para esta actividad se plantearán las siguientes preguntas e instrucciones:

- Arrastra dos regletas de diferente color al centro del tablero
- Escoge dos regletas de diferente color y júntalas por un mismo lado.
- ¿Qué herramienta nos permite cambiar de posición la regleta, es decir, pasar de estar horizontal a vertical?
- Coge la regleta morada, ahora duplícala. Escoge una regleta en la que quepan dos veces exactas la regleta morada.
- Escoge una regleta de un color diferente al blanco. Ahora, busca una regleta que quepa dos veces en la regleta que escogiste.

### *Actividad de trenes con regletas digitales*

Para la aplicación de esta actividad es pertinente plantear restricciones en la interacción del recurso, puesto que se pueden presentar diferentes situaciones que desvían la atención del estudiante y se pierde el objetivo de la actividad. En este sentido, recordarles a los estudiantes en qué consiste la actividad y las herramientas que se utilizarán. Algunas indicaciones serían las siguientes:

- Solo se pueden utilizar las regletas establecidas.
- Utilizar exclusivamente las regletas, sin la intervención de alguna herramienta que modifique sus características

### **Fase III: Pilotaje de la actividad con las regletas de Cuisenaire digitales**

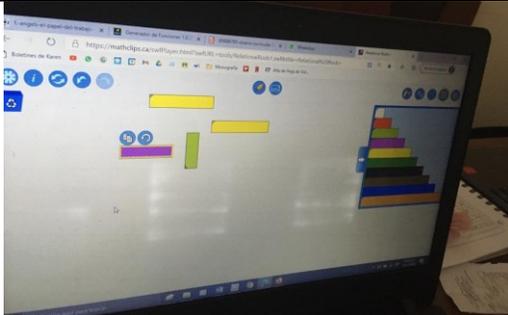
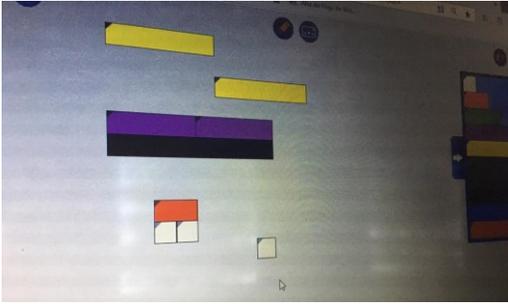
Esta fase está dividida en tres secciones: la primera, hace referencia a la población a la cual fue aplicada la actividad; la segunda, es la descripción de la interacción de los estudiantes con el recurso; y la tercera, se plantea un análisis referente a las estrategias de resolución y la interacción del estudiante con las regletas en sus dos presentaciones.

## 1. Población

<i>No. Estudiante</i>	<i>Nombre</i>	<i>Edad</i>	<i>Regletas de Cuisenaire</i>
1	Karen	8 años	Digitales
2	Tomás	7 años	Digitales
3	Camila	7 años	Digitales
4	Gabriel	8 años	Físicas

## 2. Descripción

### *Estudiante 1: Karen (8 años)*

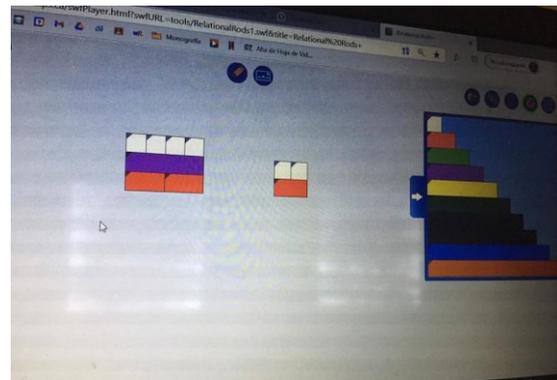
<i>Tarea introductoria</i>	
<i>Descripción</i>	<i>Evidencia</i>
<p>La estudiante interactúa con diferentes regletas con el fin de identificar algunas características y propiedades que ofrece el software, por ejemplo, juntar una regleta con otra, ponerlas en diferentes posiciones (vertical, horizontal), entre otras (<i>Imagen 10</i>).</p> <p>Asimismo, no presentó dificultades al realizar las acciones solicitadas en la tarea introductoria y verbaliza los procesos que realiza para las preguntas orientadoras. Por ejemplo, la estudiante da cuenta que no hay una regleta que dos veces ella misma sea igual de larga que una regleta blanca, y justifica de la siguiente forma “porque la blanca es muy pequeña, pero el resto son más grandes entonces no le cabe, no le cupo” (<i>Imagen 11</i>).</p>	 <p><i>Imagen 10. Características y propiedades del software.</i></p>  <p><i>Imagen 11. Relación de un a dos con las regletas rojas y blancas, respectivamente.</i></p>

### **Tarea: “Armamos trenes”**

Teniendo en cuenta la tarea anterior (introductoria), la estudiante decide encontrar por ella misma la regleta que tiene la misma longitud que dos regletas rojas, por lo que realiza dos intentos, con la primera regleta que escoge se da cuenta que no coinciden, es decir, que no tienen la misma longitud, lo cual conlleva a realizar una estimación de relaciones de equivalencia “yo creo que será la morada”, de modo que decide corroborarlo, lo que le permite concluir que la regleta morada es igual a dos regletas rojas.

Luego, la estudiante realiza estimaciones aproximadas acerca de la cantidad de regletas blancas que se necesitan para que sean igual de largas a una regleta morada, sin tener en cuenta las relaciones de equivalencia entre las regletas blancas y rojas. Por lo tanto, ella acude a la comparación directa entre regletas de tal forma que corrobora la cantidad exacta de regletas blancas para que tenga la misma longitud de una regleta morada, es decir, pone las regletas blancas una por una hasta tener la misma longitud de la regleta morada (*Imagen 12*).

Finalmente logra dar cuenta de la relación de equivalencia entre las regletas rojas y blancas, lo cual le permite comprender por qué una regleta morada es igual a cuatro regletas blancas.



*Imagen 12. Comparación directa de las regletas blancas con la regleta morada.*

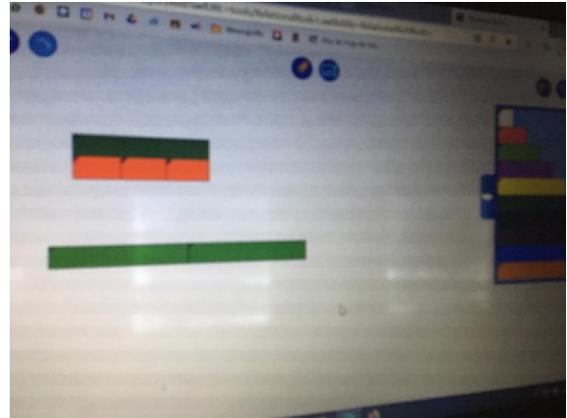
***Tarea: “Sigamos armando trenes”***

Para esta tarea la estudiante parte de la relación que existe entre las regletas blancas y rojas como estrategia de solución a la situación planteada. Asimismo, tiene en cuenta que tres regletas rojas equivalen a una regleta verde oscura, lo cual le permite establecer la relación de equivalencia que existe entre las regletas blancas y las regletas verde oscura (*Imagen 13*).

Con base en lo anterior, la estudiante deduce y verbaliza duplas entre cantidades de regletas de diferente color, de tal modo que afirma lo siguiente:

*“Este tren verde es igual de largo a tres vagones rojos, entonces estos dos vagones son: dos, dos y dos son seis, entonces aquí serían seis, entonces serían doce vagones”*

Luego, la estudiante corrobora que la relación de equivalencia entre las regletas blancas y verdes oscuras es de doce a dos, afirmando: *“¡Doce! Si ves que forman doce”*.



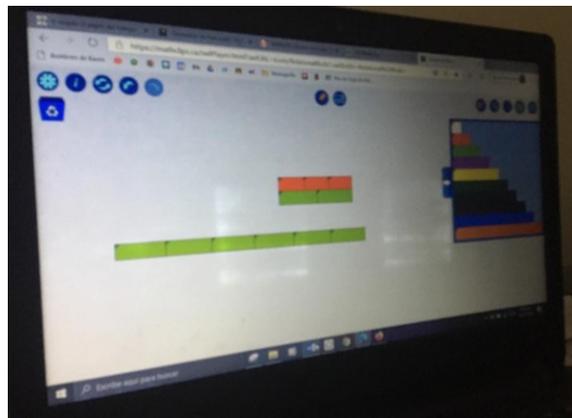
*Imagen 13. Reconocimiento de una nueva unidad.*

***Tarea: “Un nuevo reto para construir trenes”***

En un primer momento la estudiante realiza una aproximación respecto a la cantidad de vagones blancos necesarias para formar un tren que sea igual de largo a un tren con seis vagones verdes claros, afirmando “*Diecinueve, no sé...*”, sin embargo, al momento de realizar un conteo da cuenta que no son diecinueve regletas.

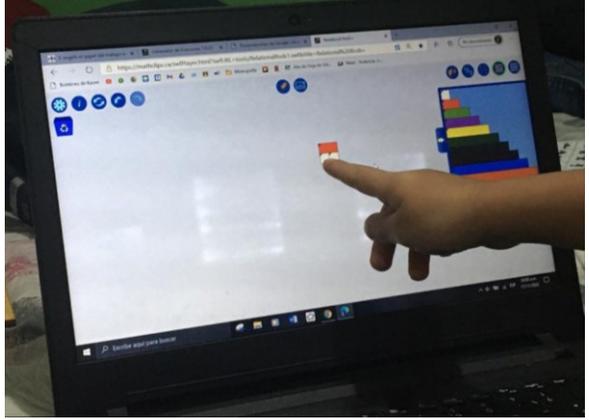
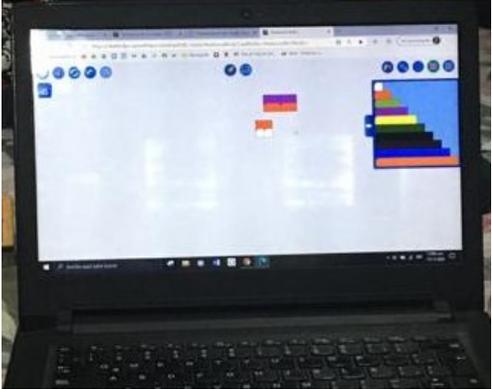
Puesto que, la estudiante realiza un conteo por múltiplos para establecer la relación de equivalencia entre las regletas verde clara y las regletas rojas. Ella afirma: “*Aquí son dos vagones (señalando las regletas verdes clara), y para las rojas son tres, o sea, para que sean igualitos... entonces aquí tres, seis, y aquí nueve*” (Imagen 14).

Asimismo, se le propone una nueva tarea en la cual deduzca la relación existente entre las regletas blancas y las regletas verdes claro, de modo que realiza un conteo por múltiplos de dos hasta llegar a la cantidad necesaria para establecer la relación, ella afirma “*Necesitaríamos dieciocho vagones blancos*”.



*Imagen 14. Selección de una unidad compuesta.*

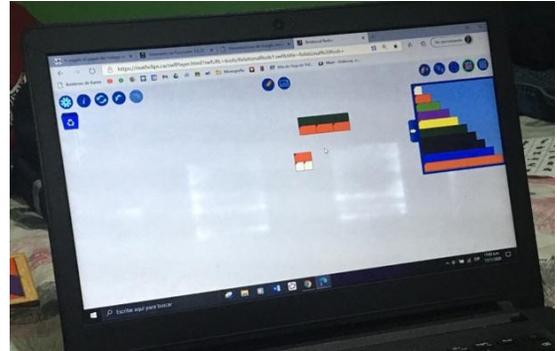
**Estudiante 2: Tomás (7 años)**

<b>Tarea introductoria</b>	
<i>Descripción</i>	<i>Evidencia</i>
<p>El estudiante realiza las acciones para la tarea introductoria sin mayor dificultad, de igual forma, la interacción con esta tarea le permitió un mejor manejo del software y sus herramientas.</p> <p>Por otro lado, el estudiante encuentra una relación de equivalencia de dos a uno en dos regletas de diferente color, particularmente, la regleta verde clara está dos veces en la regleta verde oscura, igualmente, con las regletas blancas y rojas (<i>Imagen 15</i>).</p>	 <p><i>Imagen 15. Diferencias y similitudes entre las regletas blancas y la regleta roja.</i></p>
<b>Tarea: “Armemos trenes”</b>	
<p>El estudiante no presenta dificultades al dar cuenta que los dos trenes iniciales (un tren con dos vagones blancos y un tren con un vagón rojo) tienen la misma longitud, asimismo, afirma que si al tren de vagones blancos se le quita un vagón ya no tendrían la misma longitud. La afirmación del estudiante es la siguiente:</p> <p><i>“Los dos miden lo mismo, pero si le quitáramos uno de los blancos no miden lo mismo”.</i></p> <p>Además, el estudiante tiene en cuenta la relación de equivalencia entre las regletas blancas y rojas para deducir el hecho métrico involucrado en la tarea.</p>	 <p><i>Imagen 16. Relación de equivalencia a partir de la suma reiterada.</i></p>

### ***Tarea: “Sigamos armando trenes”***

Para esta tarea el estudiante no presenta dificultad para identificar las relaciones de equivalencia entre los trenes propuestos, lo cual le permite deducir el hecho métrico. Inicialmente afirma que un tren con un vagón verde oscuro es igual a un tren con seis vagones blancos, dando el siguiente argumento: “*Porque un vagón rojo son dos vagones blancos para completar un vagón rojo. Dos, cuatro, seis*”.

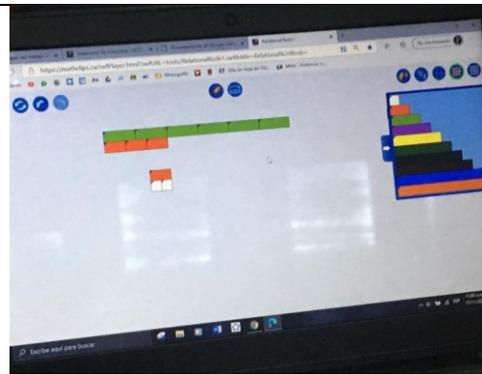
Luego, se le pregunta ¿Cuántos vagones blancos se necesitan para formar un nuevo tren con dos vagones verde oscuro? A lo que responde “*Doce, porque es el doble de seis*”.



*Imagen 17. Relación de equivalencia a partir de una estrategia multiplicativa.*

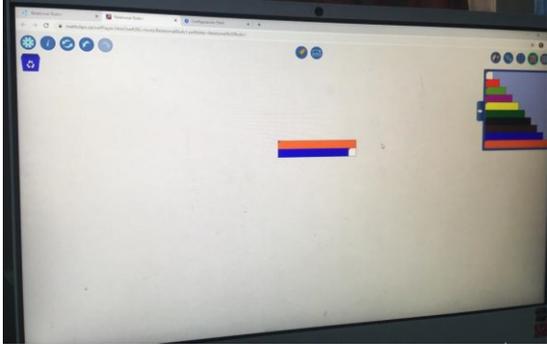
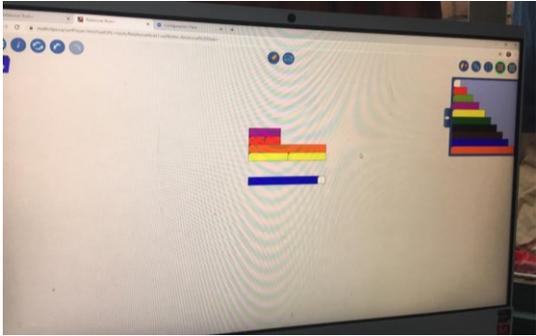
### ***Tarea: “Un nuevo reto para construir trenes”***

El estudiante parte de la premisa de que dos vagones verdes claro son equivalentes a tres vagones rojos y que tres vagones rojos equivalen a seis vagones blancos y realiza un conteo por múltiplos, afirmando lo siguiente: “*Serían seis acá, ¿no? (señalando dos vagones verdes claro), seis, doce, dieciocho*” (Imagen 18).



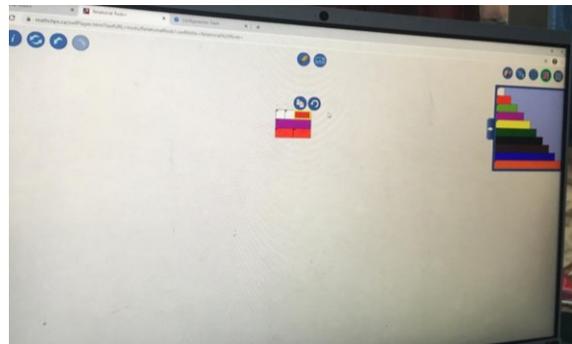
*Imagen 18. Unidades compuestas*

**Estudiante 3: Camila (7 años)**

<b>Tarea introductoria</b>	
<i>Descripción</i>	<i>Evidencia</i>
<p>Como primera acción, la estudiante escoge la regleta naranja para realizar una comparación con otras, de tal forma que esta regleta pueda ser compuesta por dos de un mismo color. Sin embargo, establece una relación de equivalencia aditiva en la cual utiliza diferentes regletas para la composición de la regleta naranja, es decir, afirma que una regleta naranja es igual a una regleta azul y una blanca (<i>Imagen 19</i>).</p> <p>Luego, para la composición de la regleta naranja con dos regletas de un mismo color, la estudiante da cuenta que la regleta amarilla cumple esta condición (<i>Imagen 20</i>), de modo que se establece una relación de equivalencia multiplicativa de dos a uno con las regletas amarillas y naranja, respectivamente.</p>	 <p><i>Imagen 19. Relación de equivalencia aditiva.</i></p>  <p><i>Imagen 20. Relación de equivalencia multiplicativa</i></p>
<b>Tarea: “Armemos trenes”</b>	

La estudiante identifica la relación de equivalencia entre las regletas blancas y rojas, de igual forma, identifica la relación de equivalencia entre las regletas rojas y las regletas moradas. Sin embargo, ella necesita de las regletas blancas para poder establecer la relación entre estas y las regletas moradas, afirmando lo siguiente “No sé, porque acá no están las regletas para saber...”.

Al momento de establecer una relación de equivalencia entre el tren morado y uno nuevo con vagones blancos, la estudiante crea un tren con vagones de diferentes colores, es decir, un tren con dos vagones blancos y uno rojo (Imagen 21), esto le permitió tener en cuenta la relación que existe entre las regletas blancas y rojas para deducir el hecho métrico involucrado que incluye a la regleta morada.

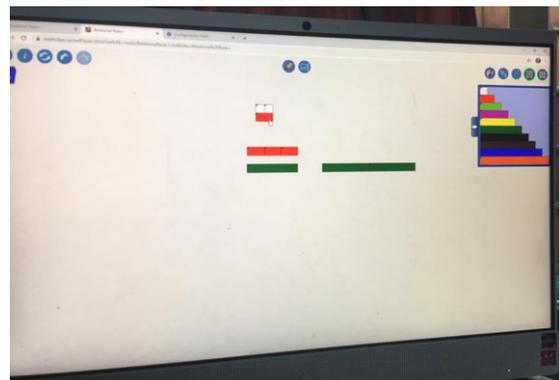


*Imagen 21. Relación de equivalencia aditiva*

**Tarea: “Sigamos armando trenes”**

La estudiante reconoce la relación de equivalencia entre las regletas rojas y las regletas verdes oscuro.

Al momento de deducir la relación de equivalencia entre dos regletas verdes oscuro y las regletas blancas, la estudiante acude a identificar la relación existente entre las regletas blancas y una regleta verde oscura, ella afirma lo siguiente “Dos aquí, dos aquí y



*Imagen 22. Relación de equivalencia a partir de una estrategia aditiva*

<p><i>otros dos aquí... Seis</i>”, asimismo, afirma que para un tren de dos vagones verdes oscuro se necesita de otros seis vagones blancos, lo cual le permite concluir que se necesitan doce vagones blancos.</p>	
<p><b><i>Tarea: “Un nuevo reto para construir trenes”</i></b></p>	
<p>La estudiante percibe la relación existente entre tres regletas rojas y dos regletas verdes claro, y realiza un conteo de uno en uno para identificar la cantidad de vagones rojos necesarios para crear un tren con la misma longitud que un tren de seis vagones verdes claro.</p> <p>Como tarea adicional se le pregunta a la estudiante acerca de la relación existente entre seis vagones verdes claro y las regletas blancas, para esto ella realiza un conteo de dos en dos nueve veces, que surge de la relación de equivalencia entre seis regletas verdes claro y las regletas rojas.</p>	<div data-bbox="836 611 1406 993" data-label="Image"> </div> <p data-bbox="850 1014 1390 1100" style="text-align: center;"><i>Imagen 23. Conteo haciendo pausa en los múltiplos.</i></p>

***Estudiante 4: Gabriel (8 años)***

Es pertinente mencionar dos aspectos importantes que se tuvieron en cuenta en la aplicación de la actividad con las regletas físicas, por un lado, se hizo una adecuación sintáctica en el planteamiento de cada situación, pues fue necesario replantear el problema incluyendo a personas cercanas al estudiante, con el fin de familiarizarlo con la situación y captar su atención. Y por el otro, no se llevó a cabo la tarea introductoria, ya que el estudiante anteriormente ya había interactuado con el material.

**Tarea: “Armemos trenes”**

*Descripción*

Al momento de establecer una relación de equivalencia entre el tren morado y uno nuevo con vagones blancos, el estudiante crea un tren con vagones de diferentes colores, es decir, un tren con dos vagones blancos y uno rojo (Imagen 24). Sin embargo, se le hace la aclaración que debe ser un tren con solo vagones blancos, por lo tanto, el estudiante decide realizar otra estrategia.

Como segunda estrategia, el estudiante acude a completar la regleta roja, la cual es comparada con las dos regletas blancas, y afirma que necesita otro vagón rojo para que sea igual al tren con un vagón morado. Luego, realiza una comparación directa entre las dos regletas rojas y la regleta morada, lo cual le permite concluir que se necesitan cuatro vagones blancos para que sea igual al tren con un vagón morado (Imagen 25).

*Evidencia*



*Imagen 24. Tren de diferentes colores.*



*Imagen 25. Comparación directa entre las regletas rojas y blancas.*

**Tarea: “Sigamos armando trenes”**

Lo primero que realiza el estudiante es identificar y hacer de forma explícita la cantidad de vagones que tiene cada tren: “*El tren verde tiene un vagón, el tren rojo tiene tres vagones, el otro tren rojo un vagón y el tren blanco tiene dos vagones*”.

Una vez identificada la relación existente entre las regletas el estudiante interpreta la regleta roja como unidad compuesta, y a partir de allí realiza un doble conteo por múltiplos: “*dos, cuatro, seis*”.

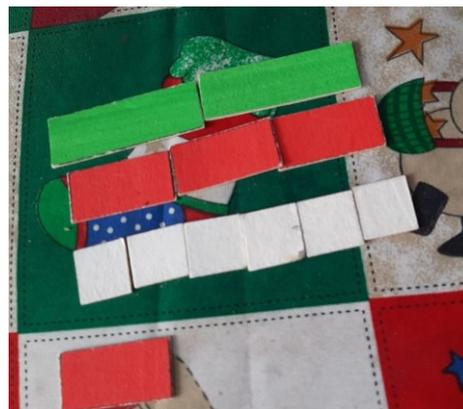


*Imagen 26. Relación de equivalencia a partir de una estrategia multiplicativa*

***Tarea: “Un nuevo reto para construir trenes”***

El estudiante repite la relación existente entre las regletas verde claro y las regletas rojas haciendo uso de unidades compuestas, es decir, señala las dos regletas verdes claro y afirma que “*estas dos (regletas verdes claro) son iguales a estas tres (regletas rojas)*” y realiza, un conteo por múltiplos: “*entonces... tres, seis, nueve*” (Imagen 27).

Luego, se le asignó una tarea adicional en la que compara la cantidad de vagones blancos necesarios para que tenga la misma longitud de cuatro vagones de verde claro. El estudiante identifica que por cada dos regletas verdes claro hay seis regletas blancas, por lo tanto, establece como unidad compuesta las dos regletas verdes de modo que le permite



*Imagen 27. Relación de equivalencia entre las regletas verde claro, rojas y blancas.*

concluir que, para las cuatro regletas verde claro es necesario doce regletas blancas, afirmando que “... *necesitamos otros seis vagones más, entonces serían doce*” (Imagen 28).



*Imagen 28. Relación de equivalencia entre cuatro regletas verde claro y las regletas blancas.*

### *3. Análisis*

La aplicación de la actividad con las regletas en su presentación física y digital se realizó con el fin de llevar a cabo un contraste desde dos perspectivas, por un lado, verificar si los alcances con el estudiante fueron los mismos a nivel conceptual con Martínez et al. (2018) y dar cuenta de las estrategias que aplican los estudiantes en cada una de estas situaciones, y por el otro, observar los efectos que tiene cada representación del recurso en la solución de las tareas propuestas. Los criterios que se tendrán en cuenta para este análisis son: Instrumentación, instrumentalización, transición de artefacto a instrumento, implicaciones e influencias del entorno.

#### *3.1. Instrumentación y unitización*

La instrumentación es un proceso donde las potencialidades y restricciones del instrumento influyen en los esquemas de utilización del sujeto, y, a su vez, permite que el estudiante logre desarrollar las actividades propuestas y elabore esquemas de acción instrumentada que le posibilitan la construcción del conocimiento matemático, particularmente, algunos procesos de unitización. Por ejemplo, durante el pilotaje algunos estudiantes lograron desarrollar algunas **tareas principales**, como la identificación de relaciones de equivalencia, reconocimiento y formación de unidades compuestas, estrategias de conteo, comparación de unidades y suma reiterada.

### 3.1.1. *Identificación de relaciones de equivalencia*

Durante la aplicación de la actividad se pudo observar varias situaciones en las que muestran que los estudiantes identifican relaciones de equivalencia, por ejemplo, cuando el estudiante 3 establece comparaciones entre una regleta naranja y otras regletas, es una estrategia que le permite interpretar el reconocimiento de dos relaciones: una aditiva, donde la regleta naranja está compuesta por una regleta azul y una blanca (*Imagen 19*); y una multiplicativa, cuando da cuenta que la suma de dos regletas amarillas tienen la misma longitud que una regleta naranja (*Imagen 20*), es decir, la relación entre ellas es de dos a uno, respectivamente. Asimismo, el estudiante 4 muestra la necesidad de tener el referente de equivalencia en regletas rojas con las blancas para poder hacer la deducción de la cantidad de regletas blancas que componen la regleta morada (*Imagen 24*). En este sentido, podemos interpretar que los estudiantes crean esquemas de acción instrumentada de tal forma que le permitan la construcción de estrategias de resolución.

Por otro lado, esta identificación de relaciones les permite a los estudiantes la construcción de esquemas y estrategias de resolución basadas en la reinterpretación de unidades, por ejemplo, cuando el estudiante 1 realiza, por medio de duplas, un cambio de unidad y, establece una relación entre regletas blancas y dos regletas verdes oscura (*Imagen 13*). Es pertinente mencionar que, este proceso de identificación se presenta durante cada tarea planteada, pues es de allí donde surgen cada una de estas.

### 3.1.2. *Reconocimiento y formación de unidades compuestas*

El estudiante 2 inicialmente establece dos unidades compuestas en la tarea “Un nuevo reto para construir trenes”: la primera, dos regletas blancas equivalen a una roja; y la segunda, tres regletas rojas equivalen a dos verdes claro. Luego interpretamos que el estudiante plantea una nueva unidad compuesta: seis regletas blancas equivalen a dos regletas verdes claro, de modo que realiza un conteo en los múltiplos de seis, tres veces: “...seis, doce, dieciocho”. Con base en esto, pudimos observar que el estudiante, de manera implícita, reconoce y establece una cuarta unidad: dos regletas verdes claro, la cual le permite realizar este conteo haciendo pausa en los múltiplos de seis.

Tanto en la experiencia de Martínez et al. (2018) con las regletas físicas, como en nuestro estudio con las regletas digitales, se pudo observar que el reconocimiento y formación de unidades compuestas fueron las mismas. Sin embargo, la interacción y estrategias de resolución fueron distintas.

### 3.1.3. Estrategias de conteo

En la aplicación de la actividad con el estudiante 1 interpretamos que lleva a cabo diferentes estrategias de conteo. En la tarea “Armemos trenes” realiza un conteo unitario sin tener en cuenta las relaciones dadas en la situación; en la siguiente tarea “Sigamos armando trenes” se establece un doble conteo formando grupos del mismo tamaño, particularmente, cuando el estudiante afirma que *“Este tren verde es igual de largo a tres vagones rojos, entonces estos dos vagones son: dos, dos y dos son seis, entonces aquí serían seis, entonces serían doce vagones”*.

También se pueden observar estrategias diferentes para el desarrollo de una misma situación, por ejemplo, para la cuarta tarea “Un nuevo reto para construir trenes” el estudiante 3 recurrió a un conteo uno a uno, mientras que el segundo realiza un conteo doble por múltiplos, de igual forma que el estudiante 4. Asimismo, la estrategia de Samuel, estudiante mencionado en Martínez et al. (2018), se dio a partir de un conteo de uno en uno, haciendo pausa en los múltiplos para las regletas rojas, mientras que, para las regletas verdes fue de dos en dos.

### 3.1.4. Comparación de unidades y suma reiterada

La comparación es una de las actividades más espontáneas que realizan los estudiantes, es un acto natural puesto que está relacionado a la percepción, de igual forma, esta comparación se presenta para hacer procesos de medición enmarcados en un acto reiterativo de esa unidad. Como puede apreciarse cuando el estudiante 1, en la tercera tarea “Sigamos armando trenes”, afirma que: *“Este tren verde es igual de largo a tres vagones rojos, entonces estos dos vagones son: dos, dos y dos son seis, entonces aquí serían seis, entonces serían doce vagones”*, igualmente, el estudiante 3 para esta misma situación afirma que: *“Dos aquí, dos aquí y otros dos aquí... Seis”*.

### 3.1.5. *Procesos de unitización*

Teniendo en cuenta que la construcción de unidades (*unitización*) se genera a partir de secuencias de conteo y secuencias numéricas, durante la actividad se pudieron observar diferentes estrategias de resolución que permitieron la reinterpretación y construcción de unidades a partir de acciones espontáneas como la comparación entre unidades, la identificación de relaciones de equivalencia y la suma reiterada. Estos procesos iniciales posibilitan la introducción a la estructura multiplicativa a partir de los esquemas de acción instrumentada y la interacción del sujeto con las regletas de Cuisenaire.

### 3.2. *Instrumentalización*

Para la aplicación de una actividad con un artefacto es fundamental que los estudiantes tengan la oportunidad de interactuar con el mismo, de tal forma que logren gestionar con las herramientas, propiedades y características del artefacto. Es por esto que, para esta actividad se realizó una fase introductoria en la cual el estudiante logre experimentar con el artefacto asignando tareas específicas, como el descubrimiento y selección de funciones, la transformación del artefacto en instrumento a partir de esquemas de acción, entre otras. Lo cual se muestra en la tarea introductoria, cuando el estudiante 1 explora las propiedades de las regletas, modifica su posición y ubicación, aplica diferentes transformaciones como rotación y traslación en el plano (*Imagen 10*). Estos procesos están asociados a las acciones de instrumentalización que, como lo afirma Rabardel (1995), citado por Santacruz (2008):

*“... están dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribuciones de propiedades, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc.”* (Pág. 154).

Es pertinente mencionar que, durante la aplicación de la actividad se pudo observar procesos de instrumentalización constantes. Teniendo en cuenta que estos procesos están vinculados a los esquemas de uso, los estudiantes tuvieron que modificar y trasladar las regletas para juntarlas y separarlas entre sí, de tal modo que lograrán establecer relaciones entre ellas. Sin embargo, no todos los estudiantes realizaron las mismas acciones, por ejemplo, en la cuarta tarea “Un nuevo reto para construir trenes” dos estudiantes realizan acciones diferentes:

<i>Estudiante 1</i>	<i>Estudiante 2</i>
Coloca tres trenes: el primero, con tres vagones rojos; el segundo, con dos vagones verdes claro; y el tercero, con seis vagones verdes claro ( <i>Imagen 13</i> ).	Coloca cuatro trenes: el primero, con dos vagones blancos; el segundo, con un vagón rojo; el tercero, con tres vagones rojos; y el cuarto, con seis vagones verdes claro ( <i>Imagen 18</i> ).

Con base en la tabla anterior podemos inferir que ambos estudiantes hacen la misma cantidad de agrupaciones (tres grupos de dos regletas verdes claro), pero con unidades compuestas distintas. Es decir, el estudiante 1 establece la unidad compuesta como: dos regletas verdes claro equivalen a tres regletas rojas; mientras que el estudiante 2 plantea su unidad compuesta como: dos regletas verdes claro equivalen a seis regletas blancas. En este sentido, la evidencia muestra que este instrumento sirvió, por un lado, para que los estudiantes tuvieran diferentes alcances respecto a las tareas, aplicaran diferentes estrategias y esquemas de utilización, y, por el otro, para comprender que el hecho de que varios estudiantes interactúen con un mismo instrumento no garantiza que los esquemas de uso sean los mismos.

Por otra parte, en la tercera tarea “Sigamos armando trenes” el tercer y estudiante 4 realizan acciones distintas, particularmente, forman cantidades distintas de trenes en la interfaz del software. Por un lado, el estudiante 3 realiza cinco trenes: el primero, con dos vagones blancos; el segundo, con un vagón rojo; el tercero, con tres vagones rojos; el cuarto, con un vagón verde oscuro; y el quinto, con dos vagones verde oscuro (*Imagen 22*). Y por el otro, el estudiante 4 plantea cuatro trenes: el primero, con un vagón verde oscuro; el segundo, con tres vagones rojos; el tercero, con un vagón rojo; y el cuarto, con dos vagones blancos (*Imagen 26*).

Durante la aplicación de la actividad se pudo observar otros esquemas de uso, como la superposición de regletas y la modificación de su posición, acciones del estudiante 4. En esta interacción se pudo dar cuenta de la forma en la que se puede utilizar el artefacto como medio para dar respuesta a la situación. Asimismo, el estudiante plantea algunas estrategias de solución basada en la interacción, lo que le dio la posibilidad de hacer cambios de unidad asociados a la estructura aditiva y multiplicativa, haciendo uso del recurso tangible.

Con base en lo anterior, podemos dar cuenta de la forma en la que los estudiantes interactúan con el recurso en su presentación digital, y, a partir de ello se construye esquemas de acción instrumentada que le permiten el abordaje y resolución de cada situación, esto es, las regletas de Cuisenaire en su presentación digital posibilitaron el desarrollo de procesos iniciales de unitización enmarcados en la estructura aditiva y multiplicativa. En este sentido, los estudiantes logran un proceso de instrumentalización que les permitió crear esquemas de utilización llevando a cabo el objetivo de la actividad.

### *3.3. Transición de artefacto a instrumento*

Para la tarea introductoria el estudiante logra apropiarse de algunas herramientas y propiedades iniciales del artefacto (software), lo cual le permite desarrollar las acciones pertinentes para la tarea propuesta, cuyo fin es dar un acercamiento con el software a trabajar (*Relational Rods+*) y, llevar a cabo la transición de artefacto a instrumento en esta primera intervención. En el momento en el que el estudiante interactúa con el software, este deja de ser un artefacto y pasa a ser instrumento. El instrumento es comprendido como una entidad mixta en la cual se relaciona el sujeto con el artefacto, como lo afirma Rabardel (1999), citado por Santacruz (2008, Pág. 154):

*“En realidad, el instrumento es una entidad mixta que comprende de una parte, el artefacto material o simbólico y, de otra parte, los esquemas de utilización, las representaciones que forman parte de las competencias del usuario y son necesarias para la utilización del artefacto.”*

La relación existente entre el sujeto y el artefacto se da a partir de esquemas que permiten, por un lado, gestionar las propiedades y características del artefacto (*esquemas de uso*), y, por el otro, el funcionamiento y cumplimiento del objetivo de la actividad propuesta abordada con el apoyo del artefacto (*esquemas de acción instrumentada*). Estos esquemas denominados *esquemas de utilización* son los que permiten llevar a cabo esta transición.

Estos esquemas de utilización pueden observarse durante las tareas planteadas, pero se presentan en un estado inicial, puesto que, tanto los esquemas de uso como los esquemas de acción instrumentada se dan en acciones básicas organizadas en la interacción del estudiante con el artefacto. Por ejemplo, cuando el estudiante 2 desliza dos regletas blancas hacia el centro del tablero y las junta, está realizando esquemas de uso que responden a las tareas específicas, pero

cuando responde a las tareas principales como comparación entre regletas, cambios de unidad, deducciones a partir de las acciones realizadas y la situación planteada, está creando esquemas de acción instrumentada que le permiten acercarse al objeto de la actividad, es decir, a la comprensión del conocimiento matemático.

Interpretamos que estos esquemas de utilización se dan de forma primitiva ya que el desarrollo de los procesos de unitización no se presentan de forma profundizada, es decir, los estudiantes realizan los cambios de unidad desde una perspectiva aditiva. Asimismo, se pudo observar durante el pilotaje que los estudiantes centran su atención en hallar relaciones y elementos claves para crear una estrategia de resolución. Lo anterior para el caso de las regletas digitales.

### *3.4. Implicaciones e influencias del entorno*

Una de las variables más importantes a considerar es el contexto inmediato del estudiante que realiza la interacción con el recurso. Los procesos que se llevan a cabo en ese momento no solo se nutren de ésta interacción, sino que también están permeados por las interacciones con otros elementos de su entorno. El estudiante 4 desarrolló las tareas con las regletas físicas en su hogar. En este espacio existen una serie de distracciones como su mascota, los juguetes de su cuarto, el computador y su familia, que se manifiestan como elementos que modifican su conducta contundentemente. Durante el desarrollo en la actividad la atención del estudiante se interrumpía persistentemente por estos factores.

Los estudiantes 1,2 y 3 también desarrollaron las tareas en su hogar, sin embargo, su interacción con el recurso digital captó significativamente su atención, y, a pesar de tener elementos similares al estudiante 4, que podríamos clasificar como distracciones, su atención se concentró en el desarrollo de las tareas en el medio virtual. Las características que posee las regletas digitales y diseño de las tareas podrían garantizar el uso de sus capacidades cognitivas en el marco de la resolución del problema.

En la experiencia compartida por Martínez et. al (2018) el espacio de interacción con el recurso y las tareas se llevó a cabo en el aula regular. En este espacio es posible establecer algunas restricciones respecto a posibles distracciones que se pudieran presentar, lo que marca una diferencia significativa con la experiencia con el estudiante 4. Sin embargo, los otros estudiantes que resolvieron las tareas con la herramienta digital conservaron la actitud activa y propositiva al

desarrollar cada una de las tareas propuestas. En este sentido, el entorno juega un papel importante en la aplicación de la misma, puesto que es fundamental tener en cuenta, no solo el material y sus posibles alcances, sino también el contexto en el cual este es presentado.

#### *4. Ventajas y desventajas del recurso en su versión digital*

La aplicación de la actividad con las regletas de Cuisenaire en su presentación digital permitió además de la interacción con el software, tener una perspectiva más amplia respecto al uso de recursos digitales en el campo educativo. A continuación, se presentarán algunas ventajas y desventajas que se observaron durante la aplicación de la actividad con las regletas de Cuisenaire digitales.

#### **Ventajas de las regletas digitales**

- *La accesibilidad*

Hoy en día un gran porcentaje de la población del sector educativo tiene acceso a medios informáticos. Las regletas digitales son un recurso que se encuentra disponible en diferentes plataformas virtuales, teléfonos móviles, tabletas y computadores, de manera gratuita y en versiones offline. Lo anterior representa oportunidades en el diseño y creación de actividades que puedan llegar a un gran número de personas.

- *Complementos*

La herramienta posee una serie de complementos e instrumentos métricos y geométricos que permiten aumentar el potencial de las regletas. El estudiante puede hacer anotaciones y comparaciones numéricas en la interface. Puede utilizar una cantidad ilimitada de regletas para trabajar. Insertar imágenes para hacer otro tipo de comparaciones que faciliten la proposición de tareas más complejas. Permite hacer ciertas restricciones que hacen que la gestión e interacción del estudiante con el recurso cumplan con objetivos claros en el diseño de las actividades.

- *Bioseguridad*

La situación actual de emergencia sanitaria movilizó las prácticas de interacción a un nivel muy restringido. Las regletas digitales evitan el contacto recurrente del material, que pueda ocasionar situaciones de contagio y otros riesgos sanitarios. Cada estudiante desarrolla de

manera segura las actividades y permite organizar espacios de socialización simultánea dadas las características del software. De esta manera permanece el proceso intercambio de ideas manteniendo el distanciamiento social requerido.

- *Visualización*

En el desarrollo de las tareas pudimos observar algunas actitudes de parte de los estudiantes al momento de interactuar con el software. Cada herramienta que podían encontrar en el software representaba artefacto que captaba su atención y hacía que el tiempo de concentración en el recurso se prolongara lo suficiente como para que el estudiante desarrollara cada situación sin distracciones.

- *Oportunidades de estudio y reflexión*

Hoy en día existe una tendencia a trabajar con medios informáticos por su carácter novedoso y atractivo para los estudiantes, sin embargo, deberían intervenir argumentos teóricos. El diseño de tareas mediadas por una herramienta digital exige al docente estudiar y reflexionar acerca de los efectos que puede tener el recurso tecnológico en el aprendizaje de los estudiantes. Este ejercicio enriquece las prácticas pedagógicas y dota de sentido la implementación de un recurso teniendo en cuenta sus características epistemológicas y sus repercusiones cognitivas.

- *Conservación del recurso*

El uso de las regletas digitales permite que el material mantenga sus condiciones en el desarrollo de la actividad sin que las fichas puedan extraviarse, a diferencia de las regletas físicas. También mantienen la seguridad física de los estudiantes que interactúan con este recurso, puesto que, su versión física tiene el tamaño suficiente para que el estudiante pueda ingerir sus elementos.

### **Desventajas de las regletas digitales**

- *Conocimientos previos en la manipulación digital*

El uso de las regletas digitales exige tener un conjunto de conocimientos previos relacionados con la manipulación de medios digitales. Existen estudiantes que no poseen

las capacidades motrices e intelectuales para poder ejecutar acciones concretas propuestas en las tareas. Se requiere de una capacitación previa al uso para poder aprovechar el potencial que ofrece el software interactivo.

- *Imposibilidad kinestésica*

El recurso presenta algunas restricciones importantes para utilizarlo en escenarios de atención a la diversidad. Los estudiantes que poseen algún tipo de discapacidad motora como la ceguera no se podrían vincular a las actividades propuestas en un diseño con el material digital. En este sentido se manifiesta como una barrera semiótica importante para los procesos de inclusión, por falta de caracteres físicos necesarios para la comunicación con algunas poblaciones.

#### **Fase IV: Algunas sugerencias para trabajar con las regletas de Cuisenaire digitales**

##### *Uso del recurso en aulas hospitalarias:*

Las regletas digitales pueden ser utilizadas por estudiantes que no tienen fácil acceso a materiales didácticos físicos. Además, tienen la característica de ser un artefacto personal que puede garantizar el cuidado pertinente que se debe conservar en estos espacios de aprendizaje. Este recurso se puede presentar como opción de cambio de las regletas físicas, las cuales deben pasar por un proceso de desinfección continuo, y podrían funcionar como medio de transmisión de infecciones que pueden poner en riesgo la salud del estudiante. En este sentido las regletas en su versión digital se pueden utilizar como un recurso accesible que facilita los procesos de salubridad en aulas hospitalarias.

##### *La importancia de la gestión y experticia sobre el recurso*

El recurso tiene múltiples herramientas que se pueden utilizar en función del aprendizaje. Sin embargo, también representa una oportunidad para desviar la atención de los estudiantes de los objetivos concretos de la actividad que se propone. De acuerdo con lo anterior, es pertinente que el docente realice una serie de reflexiones en torno a la forma en la que se presenta el recurso y las tareas a sus estudiantes. El diseño creado se debe caracterizar por tener un lenguaje claro y conciso

que muestre a los estudiantes problemas llamativos que despierten su interés por la resolución. El docente debe poder anticipar las posibles acciones que realice el estudiante, con el fin de perfeccionar el diseño y que sea un dispositivo completo que sirva como medio de aprendizaje.

#### *Acercamiento con el hardware*

Es necesario que el estudiante tenga algunas competencias motrices relacionadas con el manejo del hardware, ya que todos los movimientos y acciones realizados con las regletas dependen de controles como el mouse y el teclado, pues estos elementos son artefactos que complementan los esquemas de acción en la interacción para generar aprendizaje. A su vez, es importante que los estudiantes tengan conocimientos previos entorno a las herramientas interactivas disponibles en medios y dispositivos digitales, así se garantiza una interacción factible y amena con las regletas de Cuisenaire en su presentación digital para el desarrollo satisfactorio de actividades.

#### *Apropiación y denominación del recurso*

Las personas tienen una percepción diferente de cada una de las acciones que realiza en determinados espacios y con herramientas específicas. Cuando se establece un proceso de interacción con artefactos, como las regletas digitales, se crea una concepción alrededor de lo que se utiliza, los objetos involucrados en la pantalla, la forma en la que se mueven y, a su vez, la denominación que el sujeto elige para caracterizar subjetivamente estas acciones. Estos constructos están asociados al contexto cultural y social del estudiante, es de vital importancia que él mismo cree sus propias representaciones y denominaciones del artefacto que le permitan tener una comprensión propia del recurso y no una imposición externa. Es pertinente mencionar que, esta apropiación permite que el estudiante se desenvuelva eficientemente en el desarrollo de las tareas con el uso de las regletas en su presentación digital.

## VII. Conclusiones

Este trabajo mostró que las regletas de Cuisenaire en su versión digital pueden ser una herramienta eficiente en el desarrollo de procesos iniciales de unitización. Los parámetros y características que se tuvieron en cuenta para la adecuación de las actividades con regletas físicas, tuvieron los efectos esperados sobre el aprendizaje de los estudiantes. Por ejemplo, la actividad introductoria con regletas digitales hizo que la secuencia de tareas se desarrollara de tal manera que se lograrán los objetivos planteados. La propuesta de tareas secuenciadas, partiendo del referente de Martínez et. al (2018), permitió corroborar los efectos que tiene la intervención de la herramienta digital en el desarrollo de procesos iniciales de unitización.

El pilotaje funcionó como herramienta de caracterización para medir los alcances a nivel cognitivo e instrumental de las regletas digitales. Se pudo establecer una comparación concreta de los elementos que intervienen en el proceso de instrumentalización con el recurso físico y digital. Cuando el estudiante interactúa con el recurso físico se encuentra con factores del contexto inmediato que pueden interrumpir el ese proceso de interacción. Por otro lado, las regletas digitales permiten que, en el desarrollo de la actividad, este proceso de interacción perdure por mucho más tiempo. El estudiante focaliza las operaciones mentales en un solo espacio (la pantalla), y sus competencias se concentran en la resolución del problema.

La unitización es un proceso complejo que, de acuerdo con lo observado, necesita de mediaciones instrumentales y semióticas pertinentes, para que el estudiante sea capaz de apropiarlo dentro de sus acciones y estrategias de resolución, cuando se enfrenta a problemas de tipo multiplicativo. Con las regletas digitales fue posible abordar situaciones de tipo multiplicativo inicialmente desde una perspectiva aditiva, por medio de acciones espontáneas como la comparación de unidades y la suma reiterada. Por medio del recurso digital se pudo llevar a cabo procesos de instrumentación, en el sentido de cumplir con los objetivos de las actividades, desarrollar tareas relacionadas a procesos de unitización.

Para la implementación de las regletas digitales es necesario que el docente conozca a profundidad las diferentes herramientas y propiedades que ofrece el software. La actividad que se propone debe ser envolvente, se necesita utilizar un lenguaje concreto y claro para comunicar las instrucciones. Existen variables externas a considerar que intervienen en la interacción del estudiante con la

actividad. El docente debe poder anticipar las acciones de los estudiantes para que la actividad propuesta pueda cumplir con los objetivos.

Las regletas digitales pueden ser utilizadas en actividades relacionadas con otros procesos diferentes a la unitización. Dadas las características de las regletas podría trabajarse la generalización de patrones, conceptos relacionados con la geometría y proporcionalidad, existen múltiples posibilidades de propuestas de actividades. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el trabajo con herramientas digitales necesita de reflexiones y críticas argumentadas en el marco de la investigación en didáctica de las matemáticas. De acuerdo con la caracterización se podría reflexionar alrededor de la creación de categorías de análisis que permitan vislumbrar con mucha más contundencia los efectos que tienen los diseños didácticos mediados por software interactivos y qué beneficios trae para el aprendizaje.

## VIII. Bibliografía

- Brausín, D., Herrera, L. 2019. *La mediación instrumental y el cuerpo: una aproximación al pensamiento variacional*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Duval, R. 2004. *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle, Colombia.
- Godino, J. Batanero, C. Roa, R. 2002. *Medida de magnitudes y su didáctica para maestro*. Proyecto Edumat-Maestros. Universidad de Granada. Granada.
- Guanopatin E., 2017. *Las regletas de Cuisenaire como estrategia metodológica en el proceso de enseñanza de la matemática de los estudiantes de cuarto grado de educación general básica, de la unidad educativa "mario cobo barona de la ciudad de ambato*. Universidad técnica de Ambato. Ambato, Ecuador.
- Jiménez D., 2019. Herramientas digitales para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. *Universidad Cooperativa de Colombia*.
- Martínez S. Rojas P. Rojas N., 2018. *Estrategias de los niños en la resolución de situaciones multiplicativas: reconocimiento y uso de unidades*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. México
- Montes, M., 2017. *Materiales manipulativos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria*. Universidad de la Rioja, Facultad de Letras y de la Educación. Ciudad Autónoma de España
- Nava M, Rodríguez L., Romero P. y Vargas E., 2010. *Fortalecimiento del pensamiento numérico mediante las regletas de Cuisenaire*. Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP. Bogotá, Colombia.
- Parra, R. Lozano, M. Montaña, D. Zuluaga, S., 2016. *Escuela y ciudadanía en la sociedad del conocimiento*. Universidad Externado de Colombia, Facultad de Ciencias Sociales. Bogotá D.C., Colombia.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains* (Armand Colin (ed.); Número hal-01017462).

Rebellón D, Yepes Y., 2019. Efectividad de las Herramientas Multimedia Interactivas para el Desarrollo del Pensamiento Numérico. *Universidad del Magdalena*. Santa Marta, Colombia.

Rojas, P., Romero, J., Mora, L., Bonilla, M., Rodríguez, J. y Castillo, E., 2011. *La multiplicación como cambio de unidad: estrategias para promover su aprendizaje*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Santacruz, M. (2008). *Génesis instrumentales y cabri géomètre: un estudio de caso con estudiantes de primaria*. En Luque, Carlos Julio (Ed.), *Memorias XVIII Encuentro de Geometría y VI encuentro de Aritmética* (pp. 153-158). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Vergel, R., Rojas, P., 2018. *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.

Vergnaud G., 1990. *La teoría de los campos conceptuales*. CNRS y Université René Descartes. Francia