

**RANDOM EN LA ESCUELA**

**Presentado por:**

**Maria Angelica Velosa Carranza**

**Sonia Alexandra Angel Guerrero**

**Dirigido por:**

**Pedro Rocha Salamanca**

**Universidad Distrital Francisco José De Caldas.**

**Facultad De Ciencias Y Educación.**

**Licenciatura En Educación Básica Con Énfasis En Matemáticas.**

**Monografía**

**2020**

## **Agradecimientos**

### **María Velosa:**

Estos agradecimientos van dirigidos a dos ejes fundamentales en mi vida, la familia y los docentes.

A mi padre por acolitarme, acompañarme y apoyarme en cada etapa durante estos años, gracias a ti nunca me faltó nada para lograr este sueño. A mi madre porque nunca dudo de mis capacidades y me oriento en cada decisión para llegar hasta aquí. A mi tía por ser un gran ejemplo docente y apoyo en los momentos duros que esta carrera hermosa tiene. A mi pareja por impulsarme en los momentos difíciles. A mi hijo por ser el motor de mi vida y mi compañía eterna. A mis abuelitos, mi hermana y mis sobrinos por siempre amarme y acompañarme.

A cada docente que marco estos cinco años, en donde existieron lágrimas, sonrisas, aprendizajes, rabietas pero nunca dudas. A mi director de monografía quien nos oriento y nos ayudo en cada obstáculo presentado, quien nos apoyo en los sueños y exigencias. A mi compañera de carrera, de sueños, de lágrimas y mi equipo perfecto Alexandra Angel a quien espero tener en mi vida siempre como mi compañera ideal, siempre fuertes, apoyándonos la una a la otra en cada etapa o dificultad.

A todos los que hicieron parte de este sueño ¡Infinitas Gracias!

### **Alexandra Ángel:**

Quiero agradecer a la base de todo, a mis padres, por su amor, compromiso y apoyo incondicional en todo momento, quienes con sus consejos y paciencia fueron mi constante motivación e inspiración para alcanzar este logro.

También quiero agradecer a mi tutor Pedro Rocha por haberme brindado su apoyo y compartir sus conocimientos a lo largo de la preparación de este proyecto, su guía en cada una de las fases de este fue pieza fundamental para alcanzar los resultados esperados.

A mi compañera María Velosa, por su colaboración y compromiso en esta meta conjunta, por compartir infinidad de experiencias, alegrías, frustraciones, celebraciones y demás momentos que lograron llevarnos hasta aquí.

Por último, a todas aquellas personas que estuvieron presentes en mi camino para cumplir este sueño, gracias por todo su apoyo, consejos y palabras motivadoras en los momentos más difíciles.

¡Muchas gracias a todos!

## **Contenido**

Introducción	4
Problema	4
Objetivos	5
Marco Teórico	5
Aleatoriedad:	5
Concepto de aleatoriedad	5
Diseño	12
Infograma:	12
¿Qué es un infograma?	12
Tipos de infograma	12
Encuestas de Google:	13
Metodología	13
Creación del material	14
Gestión	21
Análisis De Resultados	22
Diagramas:	23
Análisis de correspondencia:	30
Bibliografía	32

## **Introducción**

Inicialmente se evidenciaron aspectos importantes acerca de la aleatoriedad como lo es la toma de decisiones a pesar de que el mundo puede estar lleno de incertidumbre, además de esto el ambiente en que los docentes están inmersos pues son espacios llenos de azar desarrollando sociedades más democráticas. Por lo cual nace el propósito de identificar las concepciones que tienen los estudiantes de la aleatoriedad y diseñar un recurso con el fin de informarlos sobre todas las concepciones de aleatoriedad que existen.

Durante el presente trabajo existieron varias alteraciones ya que se desarrollo en un año marcado por la pandemia mundial del COVID-19 en donde la educación y la sociedad experimentaron cambios, entre ellos la transformación de la presencialidad a la virtualidad, por lo cual específicamente en el instrumento utilizado para la recolección de datos se realizo la modificación a un formato en Google con el fin de llegar a los estudiantes de básica y media de un colegio al sur de la ciudad de Bogotá en la localidad de Usme de manera más fácil teniendo en cuenta el marco en el cual se desarrollaba la educación en ese momento.

Luego de esto se encontrará la construcción del recurso realizado teniendo en cuenta la nueva normalidad, por esto se toma la decisión de realizar un video en donde los estudiantes puedan observar las diferentes concepciones y el docente lo utilice como una ayuda importante en el desarrollo de sus clases.

Finalmente, se expondrá un análisis detallado frente a las diferentes concepciones de aleatoriedad presentadas por los estudiantes ubicados en los grados de sexto, octavo, noveno, decimo y once de la institución. Dicho análisis se realizo por medio de diagramas y análisis de correspondencia lo cual permitió obtener una visión más clara de lo que sucede en la educación matemática-estadística en la capital de Colombia.

## **Problema**

Luego de cursar el espacio académico Didáctica de la probabilidad y estadística de la universidad distrital de la carrera Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas, se encontraron tres aspectos importantes para la aleatoriedad:

- A pesar de la incertidumbre del mundo, hay que tomar decisiones.
- Los profesores tienen que trabajar en espacios que están inmersos por el azar y la incertidumbre

- Si los docentes en sus espacios de formación, pueden incluir en sus decisiones la comprensión de aleatoriedad pueden entonces construir sociedades más democráticas.

En este caso, también se observa el problema que nace de la comprensión del razonamiento determinístico y la necesidad de otro tipo de conocimiento crítico, complejo y constructivo reflejado en el pensar aleatoriamente tanto por el docente como por el estudiante.

Por otro lado, en dicho espacio académico se logra evidenciar que existen diferentes concepciones acerca de la aleatoriedad que en las instituciones educativas de primaria, básica y media no se logran trabajar ni comprender, en este sentido se propone la idea de diseñar un recurso que permita que tanto los docentes como los estudiantes realicen una interacción reconociendo algunas de las definiciones de aleatoriedad. Por lo cual nace la pregunta ¿Qué elementos del concepto de incertidumbre pueden ser desarrollados en un espacio de formación de educación básica?

### **Objetivos**

- Diseñar un recurso didáctico que permita el desarrollo del pensamiento aleatorio en estudiantes de básica primaria
- Implementar y evaluar la propuesta del recurso didáctico.

### **Marco Teórico**

#### **Aleatoriedad:**

##### **Concepto de aleatoriedad**

Al momento de hablar sobre aleatoriedad son muy pocas las personas que reconocen en determinado contexto cuando un suceso resulta ser verdaderamente aleatorio, puesto que en relación como lo menciona Nassin N. (2007, p.49) en uno de los tercetos de opacidad “el primer componente del terceto es el vicio de pensar que el mundo en que vivimos es más comprensible, más explicable y, por consiguiente, más predecible de lo que en realidad es”, los sujetos prefieren pensar que las situaciones que se presentan en la vida son realmente predecibles y deterministas, dejando de lado que los acontecimientos en su gran mayoría no presentan ninguna constante, por lo cual no es predecible.

En consecuencia a esto, Nassin N. (2007, p.51) menciona que:

Al tiempo que formulaba mis ideas sobre la percepción de los sucesos aleatorios, desarrollé la imperiosa percepción de que nuestra mente es una magnífica imperiosa percepción de que nuestra mente es una magnífica máquina de explicación, capaz de dar sentido a casi todo, hábil para ensartar explicaciones para todo tipo de fenómenos, y generalmente incapaz de aceptar la idea de la impredecibilidad.

Con lo que menciona el autor, se puede pensar que las personas no se encuentran preparados para enfrentar situaciones aleatorias, puesto que en particular se piensa que el mundo resulta ser más comprensible y así mismo más predecible, cuando en realidad muchos de los sucesos se encuentran afectados por la incertidumbre y el azar, este hecho impide que se logren reconocer los acontecimientos que se comportan de forma aleatoria, por lo cual genera dificultad al momento de evidenciar el uso e importancia que tiene este concepto en el mundo (pues resulta ser más aleatorio de lo que se llega a creer).

Por otro lado Nassin N. (2007, p.81) menciona dos tipos de aleatoriedad, en la de tipo 1 se encuentran cosas que pertenecen a mediocristán como:

La altura, el peso, el consumo de calorías; los ingresos del panadero, del propietario de un pequeño restaurante, de la prostituta o del odontólogo; los beneficios del juego (en el caso muy especial de la persona que va al casino y se ciñe a una apuesta constante); los accidentes de tráfico, los índices de mortalidad, el coeficiente intelectual (tal como se mide actualmente).

Así mismo en la aleatoriedad de tipo 2, se encuentran cosas que pertenecen a extremistán, como:

la riqueza, los ingresos, las ventas de libros por autor, las citas bibliográficas por autor, el reconocimiento de nombres como «famosos», el número de referencias en Google, la población de las ciudades, el uso de las palabras de un idioma, el número de hablantes de una lengua, los daños producidos por un terremoto, las muertes en las guerras, los fallecimientos en atentados terroristas, el tamaño de los planetas, el tamaño de las empresas, la propiedad de acciones, la altura entre las especies (pensemos en el elefante y el ratón), etc.

Estos resultan ser claros ejemplos de algunas de las situaciones del contexto diario en los cuales los sujetos pueden evidenciar la aleatoriedad en acto, puesto que cada una de las cosas

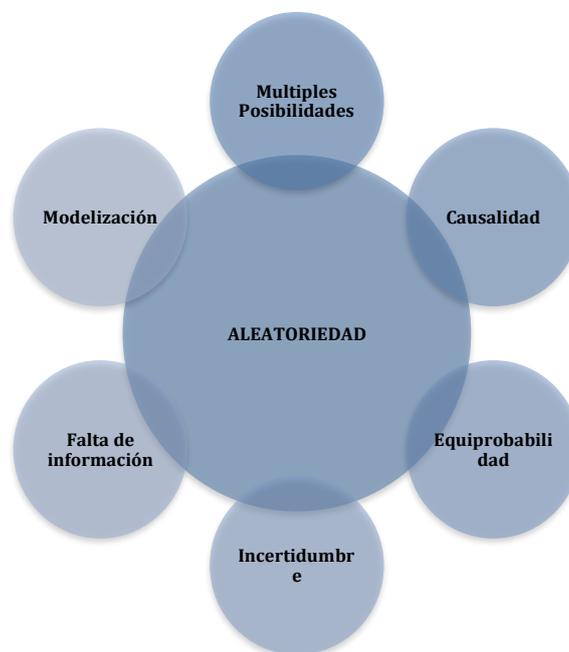
mencionadas por el autor tienen mayor probabilidad de encontrarse en nuestro entorno tanto ancestral como actual.

Nassin N. (2007, p.301) menciona al hablar del azar que:

Me he pasado la vida estudiando al azar, practicando el azar, odiando el azar. Cuanto más tiempo pasa, peores me parecen las cosas, más miedo siento, más disgusta la madre naturaleza. Cuanto más pienso en mi tema, más pruebas veo de que el mundo que tenemos en nuestra mente parece más aleatorio que el día anterior, y que los seres humanos parecen estar hoy aún más engañados por él que ayer. Es algo insoportable.

El autor hace referencia anteriormente que existen cosas, momentos y situaciones que no se pueden adivinar, cosas que son aleatorias porque el conocimiento que se tiene sobre estas no son completos aunque el proceso en el que se desarrollo puede ser o no impredecible. Además, Nassin N. (2007, p.143) cree en que el mundo es sistemático y que actúa de la mejor manera, es decir que se guardan el error a la hora de confirmar, pues el mundo ha cambiado tanto y tan rápido que debemos estar en entendimiento con el entorno; y estar dentro de esa alienación con el mundo hace que el ser humano crea realizar cosas cotidianas pero erróneamente no cae en cuenta que a pesar de ser sistemáticos los días, existe una aleatoriedad y un azar en las situaciones.

En el siguiente apartado se evidenciará todas las concepciones y definiciones en torno al concepto de aleatoriedad mostradas en el siguiente mapa mental:



### *Esquema 1: Concepciones de aleatoriedad*

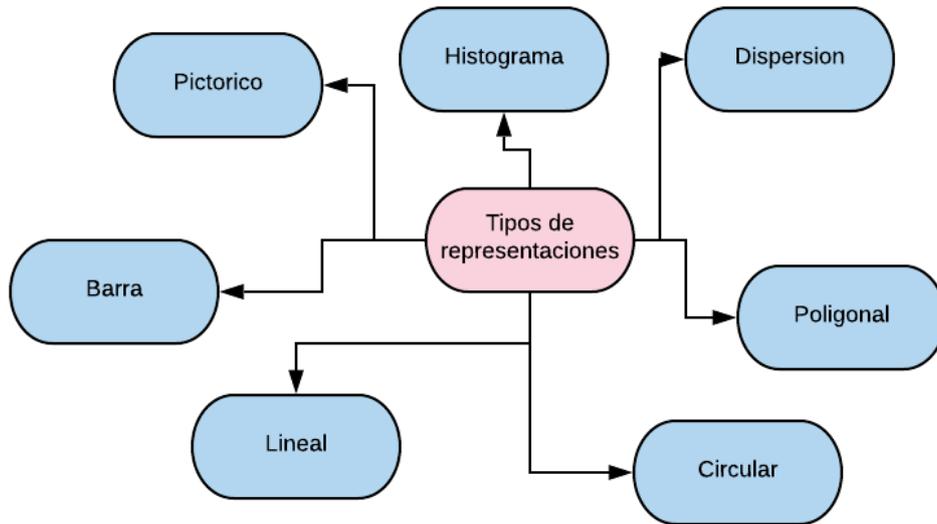
- **Causalidad:** Un evento es aleatorio cuando no es posible identificar específicamente los factores causales que le dan origen, por lo tanto, no es posible tampoco controlar las fuentes de variación. Por ejemplo, cuando determinado sujeto le descubren una enfermedad y no se tiene la claridad de que la origino.
- **Incertidumbre:** Un evento es aleatorio cuando no es posible determinar su resultado con anticipación, por lo tanto, no es posible predecir que va a ocurrir con certeza. Por ejemplo, no se conoce el retorno que va a tener una inversión realizada en un negocio.
- **Múltiples Posibilidades:** Un evento es aleatorio cuando el resultado contiene muchas opciones, es posible que se pueda hacer una lista exhaustiva de todos los resultados posibles, pero es muy difícil determinar cuál es el resultado. Por ejemplo, cuando se debe elegir algo de comer de un menú extenso.
- **Equiprobabilidad:** Noción muy utilizada en el campo del muestreo ya que una muestra aleatoria se define como aquello que ha sido seleccionada de tal forma que todas las muestras de igual tamaño tienen la misma posibilidad de ser escogida. Por ejemplo, cuando se realiza el lanzamiento un dado o una moneda.
- **Falta de información:** cuando se tiene un evento aleatorio y no se cuenta con mayor información del suceso. Por ejemplo, no se tiene con certeza el conocimiento del año, día y hora en la cual un sujeto va a morir.
- **Modelización:** se determina cuando la aleatoriedad no es un atributo del suceso ocurrido, por lo tanto, se reconoce como un modelo empleado para determinadas situaciones lo cual permite su comprensión. Por ejemplo, no se conoce el tiempo que le toma a una persona esperar el transporte público, pero se puede realizar un recuento del tiempo de espera para este.

Acerca de esto, el pensamiento aleatorio definido en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998, pg 17) como necesario para la comprensión de fenómenos cotidianos dentro de la probabilidad y la estadística, principalmente en la matemática escolar haciendo énfasis en las situaciones Determinística donde la recolección, la organización y la representación de los datos tienen una finalidad las cuales oriente dándoles un sentido claro, las cuales desarrolle en los estudiantes la intuición sobre la probabilidad mediante valoraciones cualitativas y mediante la exploración de problemas reales que permitan la elaboración de modelos de probabilidad.

En la actualidad los estudiantes desarrollan de manera superficial y basada en una visión por medio de juegos al azar, lo cual impide que puedan observar que existen sucesos de aleatoriedad

en muchos más sucesos cotidianos los cuales en un ambiente escolar apropiado pueden generar en los estudiantes una aplicación más clara en la vida futura de los mismos.

## Representaciones



*Esquema 2: Tipos de representaciones*

Según Hernández (2018) existen 5 gráficas estadísticas las cuales son:

- Barra, este gráfico como su nombre lo indica está formado por barras rectangulares cuya altura es proporcional a la frecuencia de cada uno de los valores de la variable (cualitativas o discretas).
- Lineal, en este se expone una serie de datos cuantitativos representados por puntos y unidos por segmentos lineales. Este gráfico permite comprobar rápidamente el cambio de tendencia en los datos.
- Poligonal, representa la información por medio de polígonos de frecuencias (puntos medios de cada clase), estos son aplicados al gráfico mediante la utilización de los polígonos de frecuencias.
- Pictórica es un tipo de gráfico que se representa mediante dibujos de la característica estudiada, ya sean variables cualitativas o discretas.
- Circular, se utiliza para representar variables cualitativas o discretas por medio de la proporción de elementos de cada uno de los valores de la variable.

Así mismo, las naciones unidas, comisión económica para Europa (s.f) menciona la gráfica de dispersión cual se usa con el fin de evidenciar la relación entre dos variables más exacta posible, pero estos diagramas pueden ser difíciles de interpretar.

Rodríguez y Crespo (2006) adicionan el histograma como tipo de representación, esta además se evidenciar variables cuantitativas continuas. Para la realización de esta representación se agrupan los datos en intervalos y se ubican en el eje x por ser continuos, y en el eje y ubican las frecuencias con la que aparece cada dato.

Por otro lado Duval. R (2004, como se citó en Cano. M y Zapata. D, 2016) frente a las representaciones menciona que:

Los signos y representaciones en matemáticas no tienen como función primordial la de comunicar o evocar algún objeto ausente, sino que el papel fundamental, y verdaderamente importante, lo constituyen las transformaciones de unas representaciones en otras, ya que permiten obtener nuevas informaciones, y propiedades, y extraer nuevos conocimientos de los objetos, ideas y conceptos representados. (p. 28)

Independientemente del concepto matemático que se quiera trabajar siempre existirá la necesidad de usar diferentes representaciones para facilitar de cierta manera el aprendizaje dándole así un sentido más significativo, y de esta manera como lo menciona el autor poder generar nuevos conocimientos e ideas que aporten a dicho concepto.

En este sentido, Duval. R (1995, citado en Sánchez.M, 2014. p.34) habla sobre los sistemas semióticos entendidos como “la producción constituida por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento”, este tipo de representaciones le permiten al sujeto interactuar y así mismo abordar los conceptos matemáticos de manera más clara, utilizándolos principalmente para registrar y comunicar sus ideas.

Las representaciones semióticas mencionadas por Duval.R (1999, como se citó en Cano. M y Zapata. D, 2016) le permiten al sujeto una mejor apropiación frente al conocimiento matemático, por lo cual plantea los términos de tratamiento y conversión entendidas como:

- **El Tratamiento:** resulta ser una determinada transformación de manera interna a un registro, donde se utiliza únicamente las posibilidades de funcionamiento pertenecientes al sistema. Un tipo de tratamiento acata las posibilidades de funcionamiento de representaciones de un registro. Cada tipo de registro favorece un tipo de tratamiento. Duval.R (1999, como se citó en Cano. M y Zapata. D, 2016)
- **La Conversión:** hace referencia a la transformación de representación de un objeto, situación y/o una información dada en un determinado registro, por lo cual en una representación de este mismo objeto, situación o de la información en otro registro. La

conversión es pues una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. Duval. R. ( 2004, como se citó en Cano. M y Zapata. D, 2016).

Cano. M y Zapata. D (2016) en la investigación que realizaron tuvieron en consideración tres tipos de registro de representaciones semióticas tomadas de Sanchez.M, las cuales se encuentran relacionadas con el pensamiento aleatorio y así mismo con algunos de los elementos de la estadística descriptiva. estas son:

- **Registro de representación Lenguaje Natural:** En este tipo de registro, la lengua natural permite introducir definiciones, así mismo hacer descripciones o designaciones.
- **Registro de representación figural:** En la representación figural, el gráfico posibilita de una manera más sencilla inferir, así mismo entender de qué se trata determinando sus características más relevantes, y permite sacar alguna conclusión.
- **Registro de representación Tabular:** En este registro, los datos se muestran a través de un conjunto de filas y de columnas permitiendo observar la información de forma más global, donde se puede evidenciar las relaciones y realizar comparaciones entre los diferentes datos puestos allí, así mismo descubrir propiedades y características del objeto.

Por consiguiente, Cano. M y Zapata. D (2016) mencionan que este tipo de representaciones es de gran referencia puesto que:

Para el estudio e interpretación de tablas y gráficas se hace necesario en parte, el análisis del funcionamiento cognitivo para lograr una apropiada interpretación, representación, razonamiento en relación a los conceptos de estadística descriptiva asociados a tablas y gráficas que son sumamente importantes en el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Como lo mencionan las autoras para el desarrollo de la aleatoriedad es de gran importancia tener en cuenta las representaciones que resultan ser apropiadas para el aprendizaje e introducción del concepto, por lo cual algunas de estas que resultan ser más adecuadas son tablas y gráficos donde los estudiantes pueden llegar a inferir determinadas características de las situaciones aleatorias dependiendo los datos puestos en este tipo de representación.

## **Diseño**

### **Infograma:**

#### **¿Qué es un infograma?**

El recurso didáctico que se utilizará para la aplicación de un instrumento de indagación que permite conocer las ideas sobre el concepto de aleatoriedad en estudiantes de primaria a partir de

las diferentes representaciones. Un infograma, el cual según Alba,T(s.f) es una herramienta de comunicación visual con el fin de combinar imágenes explicativas y sencillas de comprender, la cual permite asimilar varía información al tiempo; en este caso por lo que se necesita llegar a los estudiantes de manera práctica y acertada, una herramienta como la infografía cumple con lo que requerimos.

### **Tipos de infograma**

Existen 4 tipos de infografía los cuales citados textualmente por Alba,T(s.f) son:

- Infografía publicitaria: Se utiliza para dar a conocer un producto o servicio, su utilidad, sus ventajas y/o desventajas (en caso de tratarse de una comparativa con la competencia). Se caracterizan por incluir imágenes muy explicativas, características y beneficios en forma de listado o tabla. Ideal si tienes una tienda online.
- Infografía corporativa: Aquí, lo que más destaca son los elementos que componen la imagen corporativa, como el color, las formas, los gráficos o la tipografía, ya que son los que identifican a una marca como única según su propio estilo. Favorecen la buena relación y el engagement con el usuario.
- Infografía informativa: Es la más genérica y utilizada en casi todos los campos, ya que aporta datos, estadísticas y resultados decisivos en cualquier área.
- Infografía didáctica: Se usa en el ámbito académico presencial y online (video tutoriales y webinars), y se enfoca especialmente a impartir un conocimiento, para que el usuario comprenda el funcionamiento de algo específico.

Este último será en el cual se centrará el diseño del instrumento aleatoriedad, en el ámbito que se aplicará es académico y se enfocará únicamente en la visión o las visiones que los estudiantes tienen acerca de la aleatoriedad a través de las concepciones de la misma.

Sobre el recurso que se diseño, Calderón (2013, pg 19) dice que: “el material manipulativo debe desempeñar un papel básico en los primeros niveles de enseñanza, por la necesidad que tienen los niños de contar con referentes concretos de los conceptos abstractos que tratamos de enseñarles” de esta manera los estudiantes por medio de la experimentación con el material pueden llegar a generar preguntas y crear conocimientos los cuales le permiten interiorizar varias definiciones de aleatoriedad.

## **Encuestas de Google:**

Las encuestas de Google permiten como su nombre lo indica enviar una encuesta, hacer preguntas a sus estudiantes o recopilar diferentes tipos de información de forma fácil y eficiente. Esta herramienta tecnológica se puede utilizar en tiempo real y recopila la información en un archivo Excel con estadísticas las cuales leen programas como R-studio y facilitará aún más el análisis de los resultados.

## **Metodología**

La metodología se realizará en cinco fases las cuales se detallan a continuación:

- Fase I

Estudio y comprensión de los elementos relacionados con la aleatoriedad e incertidumbre para niños en niveles de la educación básica. Revisión bibliográfica en torno al material didáctico utilizado en la enseñanza de la aleatoriedad.

- Fase II

Diseño del material propiamente dicho, escritura del marco teórico a desarrollar en la monografía.

- Fase III

Exploración, revisión y validación del material diseñado a partir de su implementación en una muestra de estudiantes de la educación básica.

- Fase IV

Revisión y ajustes al material como resultado de la validación y la revisión

- Fase V

Escritura y Socialización del informe incluyendo los resultados de la Fase IV

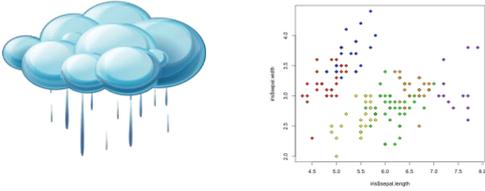
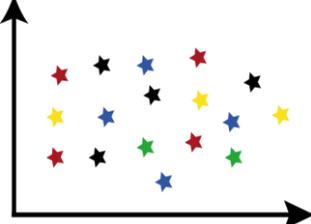
## **Creación del material**

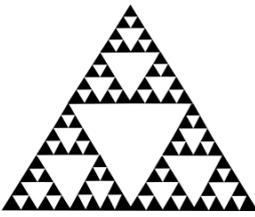
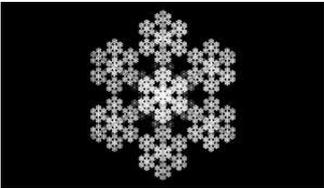
- Elección de imágenes y texto: A continuación se evidenciarán las imágenes tanto del instrumento recopilador de información como para el recurso además se encontrará una pequeña explicación de cada concepción con el fin de utilizarlo en el recurso.

El recurso que se realizó es un video en el cual se utilice de manera más efectiva como apoyo para un docente de clase de matemáticas, el video se podrá encontrar con el título ALEATORIEDAD, en el se expondrán algunas explicaciones adicionales para los estudiantes acerca de las diferentes concepciones de aleatoriedad.

Concepción de aleatoriedad		Imágenes		Explicación
Causalidad	Encuesta			Se puede decir que un suceso resulta ser aleatorio como causalidad cuando los factores que lo causan no se pueden determinar con claridad, puesto que no se logra tener ningún control sobre estos. En estas imágenes se ve la realidad actual acerca de la pandemia en donde no se puede determinar con claridad el lugar o quien transmite el virus a las demás personas o por ejemplo cuando a una persona le descubren alguna enfermedad no se puede tener control de cuando nos vamos a enfermar estos sucesos se relacionan con esta definición de aleatoriedad.
	Recurso			

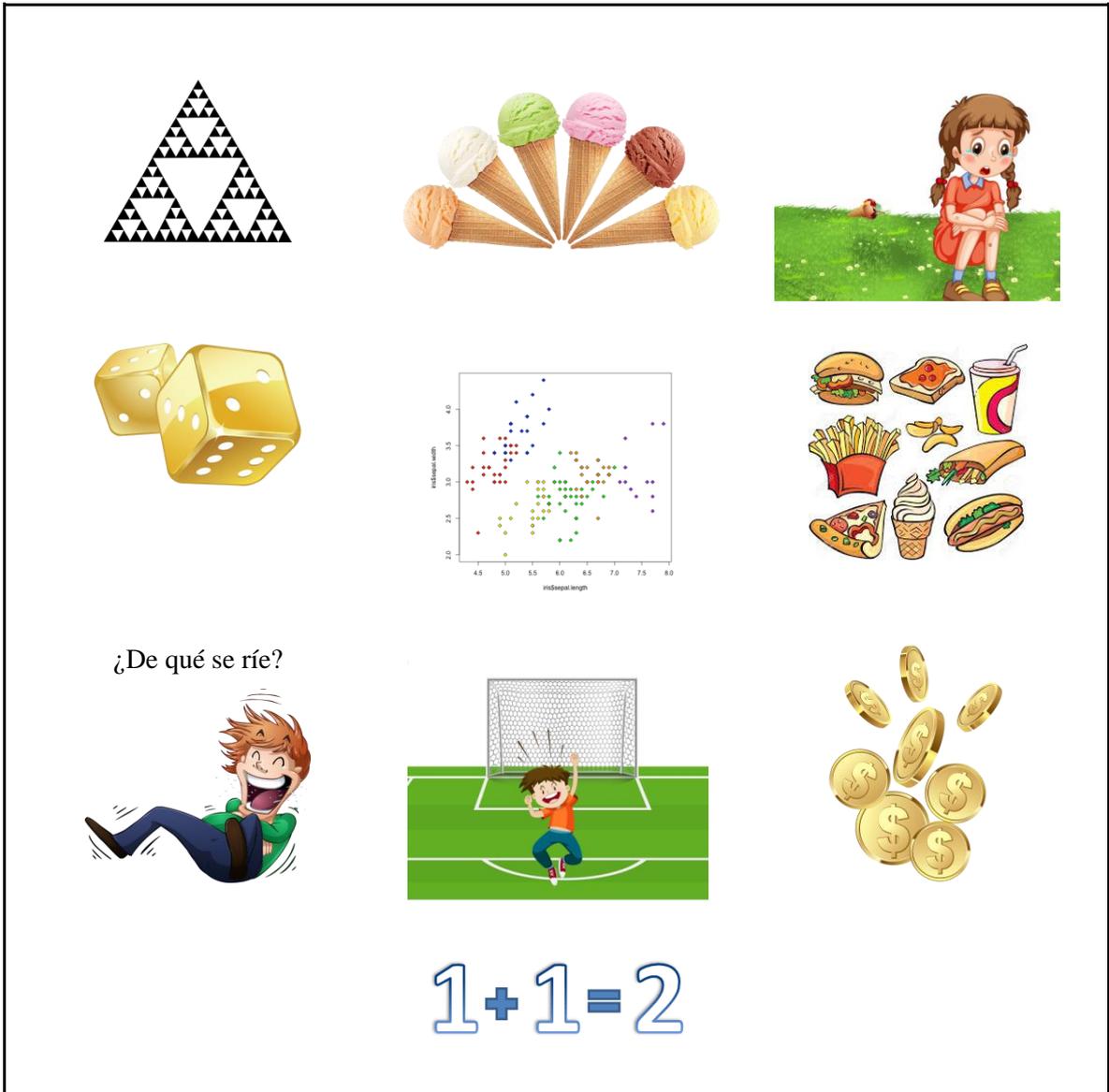
<b>Equiprobabilidad</b>	<b>Encuesta</b>			<p>Un evento es aleatorio si todos los resultados tienen la misma probabilidad de ocurrir. En este caso en las imágenes se pueden ver varios ejemplos de las actividades que podemos realizar en el día, en la semana, en el mes y/o en el año.</p>
	<b>Recurso</b>			
<b>Falta de información</b>	<b>Encuesta</b>			<p>Un suceso aleatorio cuando existe ignorancia sobre el resultado que puede obtener el evento. Algunos ejemplos que podemos encontrar es ¿cuántos novios voy a tener en mi vida?, ¿cuántos hijos voy a tener? o ¿a que edad me voy a casar? Todas estas cosas y mucho más ignoramos o no tenemos conocimiento del resultado.</p>
	<b>Recurso</b>			

<b>Incertidumbre</b>	<b>Encuesta</b>		<p>Un suceso es aleatorio cuando no hay claridad o una idea anticipada que permita determinar el resultado del experimento. Esta gráfica dispersa muestra datos los cuales no cuentan con un comportamiento reconocible a la simple vista, lo cual no permite anticipar el tipo de gráfica que representa.</p>
	<b>Recurso</b>		
<b>Multiples Posibilidades</b>	<b>Encuesta</b>		<p>Un suceso se reconoce como aleatorio si este presenta un conjunto de resultados posibles que pueden ser conocidos con anterioridad. Como se puede observar en las imágenes en el caso de contar con varias posibilidades de elección del menú que deseamos comer en un restaurante.</p>
	<b>Recurso</b>		

<b>Pensamiento Borroso</b>	<b>Encuesta</b>			Un evento puede ser aleatorio cuando es posible observar una parte de todo el conjunto de la figura. Por ejemplo en este vitral se puede ver que está compuesto por varios polígonos creando poco a poco un figura regular.
	<b>Recurso</b>			
<b>Determinística</b>	<b>Encuesta</b>	$1 + 1 = 2$		Un suceso es determinista cuando el resultado puede ser entregado de forma exacta con anterioridad. En estas imágenes se puede observar los cambios de sol, luna y atardeceres que puede tener el clima en un día corriente.
	<b>Recurso</b>			

- A continuación, se encontrará el instrumento de recolección inicial cuyo fin es recolectar la información de los estudiantes de manera presencial.

<b>Universidad Distrital. Francisco José de Caldas.</b>	
<b>Aleatoriedad</b>	
Fecha: _____	Nombre: _____
Curso: _____	Edad: _____ años.
1. Marque con una X la imagen que se acerca al concepto de aleatoriedad.	



- El diseño se modificó debido a que en el momento de la aplicación a nivel mundial se había declarado pandemia a causa del COVID-19, por lo cual se generará de manera virtual por medio de la herramienta encuestas de GOOGLE como se puede observar a continuación:

Inicialmente se encontrará Un espacio en donde los estudiantes diligenciarán datos personales con el fin de organizar y clasificar la información:

## CUESTIONARIO - ALEATORIEDAD

Situaciones aleatorias

**Obligatorio**

Nombre y Apellido \*

Tu respuesta

Cursa \*

- 6°
- 7°
- 8°
- 9°
- 10°
- 11°

Luego de esto se encontraran algunas opciones acompañadas de imágenes y situaciones cortas para ubicar al estudiante y observar su concepción de aleatoriedad:

De las siguientes situaciones seleccione las que usted considera que se acercan al concepto de aleatoriedad. \*



1: Que la niña llora porque se le cayó el helado



2: Ganar, perder o empatar los partidos en un campeonato



3: Lanzar un dado al aire y observar que valor resulta en la parte superior



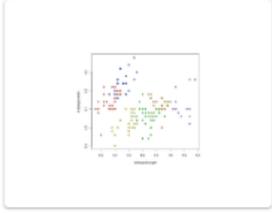
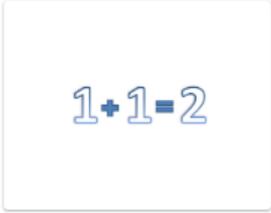
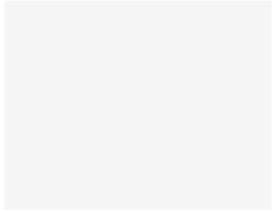
4: Lanzar una moneda al aire y observar la cara que resulta en la parte superior



5: ¿De que se ríe el niño?



6: Escoger entre un conjunto de sabores de helados

	
<input type="checkbox"/> 7: Saber cuando lloverá	<input type="checkbox"/> 8: Observar un patrón de comportamiento en los datos
	
<input type="checkbox"/> 9: Que deseo elegir para comer del menú	<input type="checkbox"/> 10: ¿Son patrones matemáticos infinitos?
	
<input type="checkbox"/> 11: Que el valor de una operación matemática sea siempre el mismo.	<input type="checkbox"/> 12: El precio de los pantalones suban porque hay escasez de materiales.

## Gestión

La muestra se encuentra constituida principalmente en estudiantes de los grados sexto, octavo, noveno, décimo y once del colegio Liceo Santa Ana del Sur ubicado en la localidad quinta de Usme, con un total de ochenta y cinco estudiantes, los cuales cuarenta y dos son mujeres y cuarenta y tres son hombres, estos se encuentran en un rango de edad de los diez a los dieciocho años.

A continuación se muestra de manera detallada la cantidad de hombres y mujeres por curso y su rango de edad correspondiente.

Para la gestión se realizó una grabación de la sesión en los cursos de sexto, octavo, noveno, decimo y once en la cual desarrollo en las siguientes fases:

Las docentes realizaron una explicación corta donde dieron agradecimientos a la docente titular y a la institución por el espacio brindado, además de esto les expuso a los docentes que el motivo por el cual se encontraban allí era obtener información acerca de las concepciones que tenían acerca de la aleatoriedad, luego de esto se les indico que primero debían realizar una encuesta en GOOGLE en donde podían seleccionar una o más opciones de respuesta, como segundo paso se les proyectaría un video el cual debían observar de manera atenta y consiente y para finalizar

debían responder otra encuesta con el fin de evidenciar si había cambiado su visión de la aleatoriedad.

A continuación las docentes enviaron un link por medio de chat para que les permitiera el ingreso y responder la encuesta en la cual los estudiantes tardaron entre cinco y diez minutos, luego de esto con ayuda de la docente titular se proyectó el video titulado ALEATORIEDAD el cual tiene una duración de 3 minutos 10 segundos haciendo un acompañamiento a este como lo realizaría el docente en la utilización del recurso, para terminar se les envió nuevamente un link que permitiera ingresar la segunda encuesta en la cual los estudiantes tardaron en responder 15 minutos en diligenciar.

### **Análisis De Resultados**

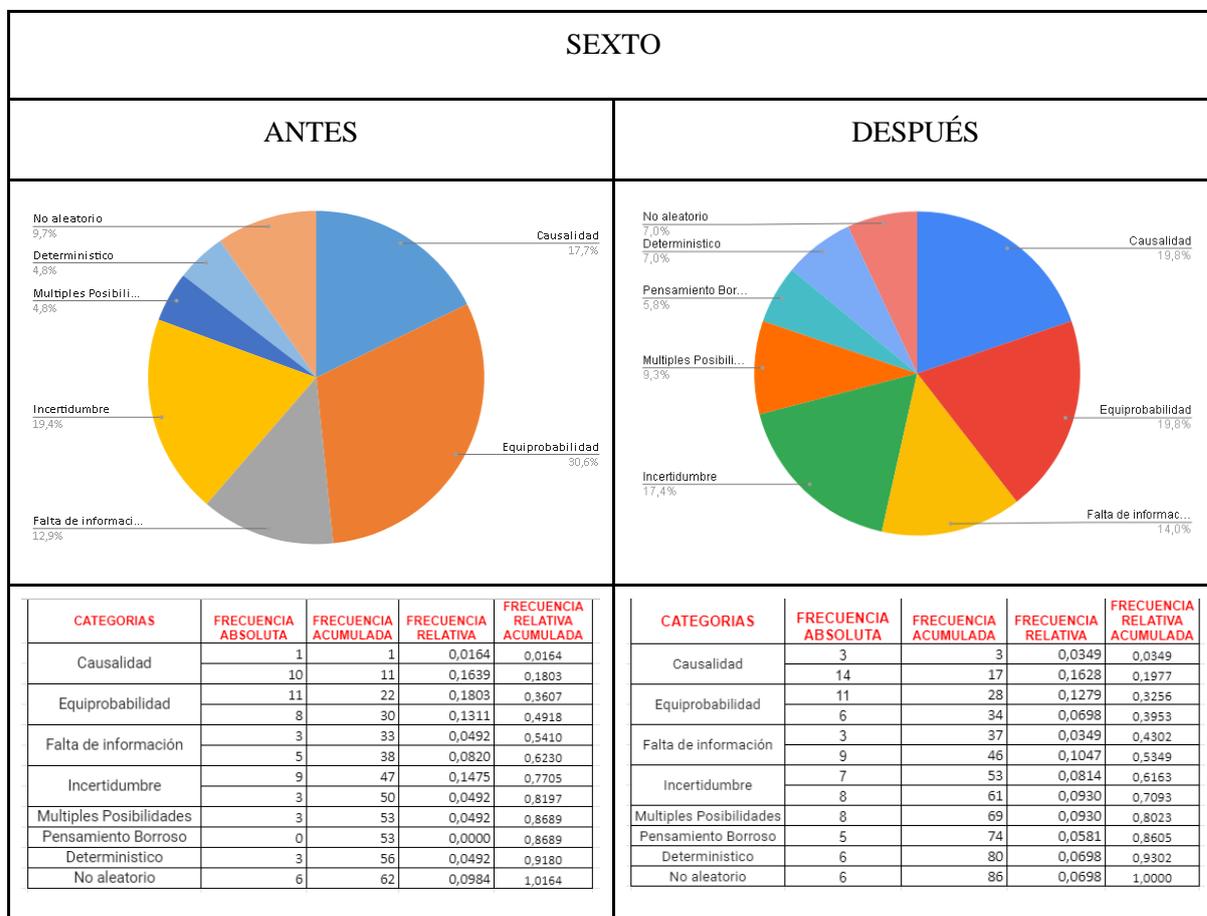
La muestra la cual se analizará serán un total de ochenta y cinco estudiantes, distribuidos en quince del grado sexto, diecinueve del grado octavo, doce del grado noveno, dieciocho del grado decimo y veintiuno del grado once; como se indica en la siguiente tabla:

<b>CURSO</b>	<b>TOTAL</b>	<b>CANTIDAD MUJERES</b>	<b>CANTIDAD HOMBRES</b>	<b>RANGO EDAD</b>
Sexto	15	7	8	10-12 años
Octavo	19	9	10	13-15 años
Noveno	12	7	5	15-16 años
Décimo	18	8	10	16-17 años
Once	21	11	10	16-18 años

El análisis de resultados se realizó en dos partes importantes, la primera por medio de diagramas que explica de manera clara las respuestas antes y después acompañados de tablas de frecuencia, y la segunda en un análisis de correspondencia en donde se realizara una explicación minuciosa de la comparación entre cursis y categorías.

## Diagramas:

Por cada grado encuestado, se realizó teniendo en cuenta una tabla de frecuencia en donde se evidencia las medidas de tendencia central con el fin de identificar la concepción de la aleatoriedad que la mayoría de los estudiantes posee en cada grado, además de un diagrama circular que permita analizar porcentualmente los resultados obtenidos antes y después del video.



En grado sexto en un total de quince estudiantes de los cuales se obtuvo que antes de observar el video prevalecen cuatro respuestas, las opciones de causalidad con un 16.4%, equiprobabilidad 18% y 13.1% e incertidumbre con un porcentaje de 14.8%.

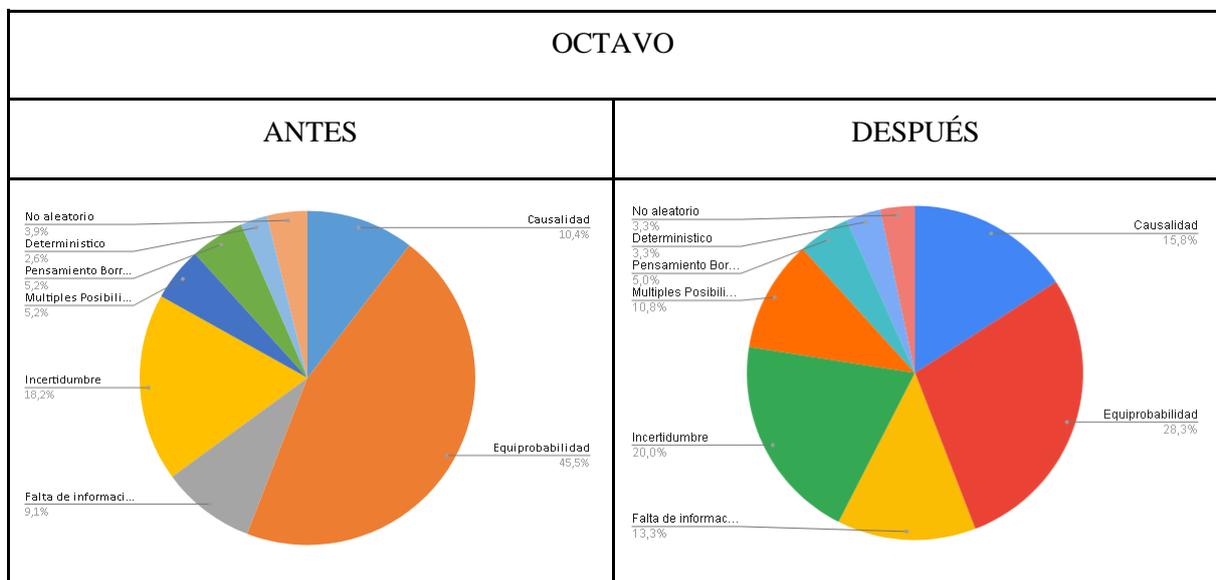
Las imágenes representativas a dichas opciones mencionadas anteriormente se pueden evidenciar en la siguiente tabla:

OPCIÓN	IMAGEN	PORCENTAJE	ESTUDIANTES
--------	--------	------------	-------------

<p style="text-align: center;"><b>2</b> <b>Causalidad</b></p>		<p style="text-align: center;">16.4%</p>	<p style="text-align: center;">10 Estudiantes</p>
<p style="text-align: center;"><b>3-4</b> <b>Equiprobabilidad</b></p>		<p style="text-align: center;">18% - 13.1%</p>	<p style="text-align: center;">11-8 Estudiantes respectivamente</p>
<p style="text-align: center;"><b>7</b> <b>Incertidumbre</b></p>		<p style="text-align: center;">14.8%</p>	<p style="text-align: center;">9 Estudiantes</p>

Luego de observar el video los resultados que se obtuvieron fueron más equitativos debido a que los estudiantes tuvieron en cuenta las demás opciones tales como falta de información (10,5%), incertidumbre (9,3%) y múltiples posibilidades (9,3%) las cuales representan la aleatoriedad como múltiples posibilidades, por otro lado la opción de causalidad se evidenció un mayor porcentaje hacia la aleatoriedad como causalidad con un porcentaje 16,3%.

Respecto a esto se puede inferir que la visión del video si ayudo a crear una posición más equitativa en las respuestas frente a las concepciones de la aleatoriedad respecto al antes del video, aunque es importante resaltar que en grado sexto prevalece la aleatoriedad como causalidad.



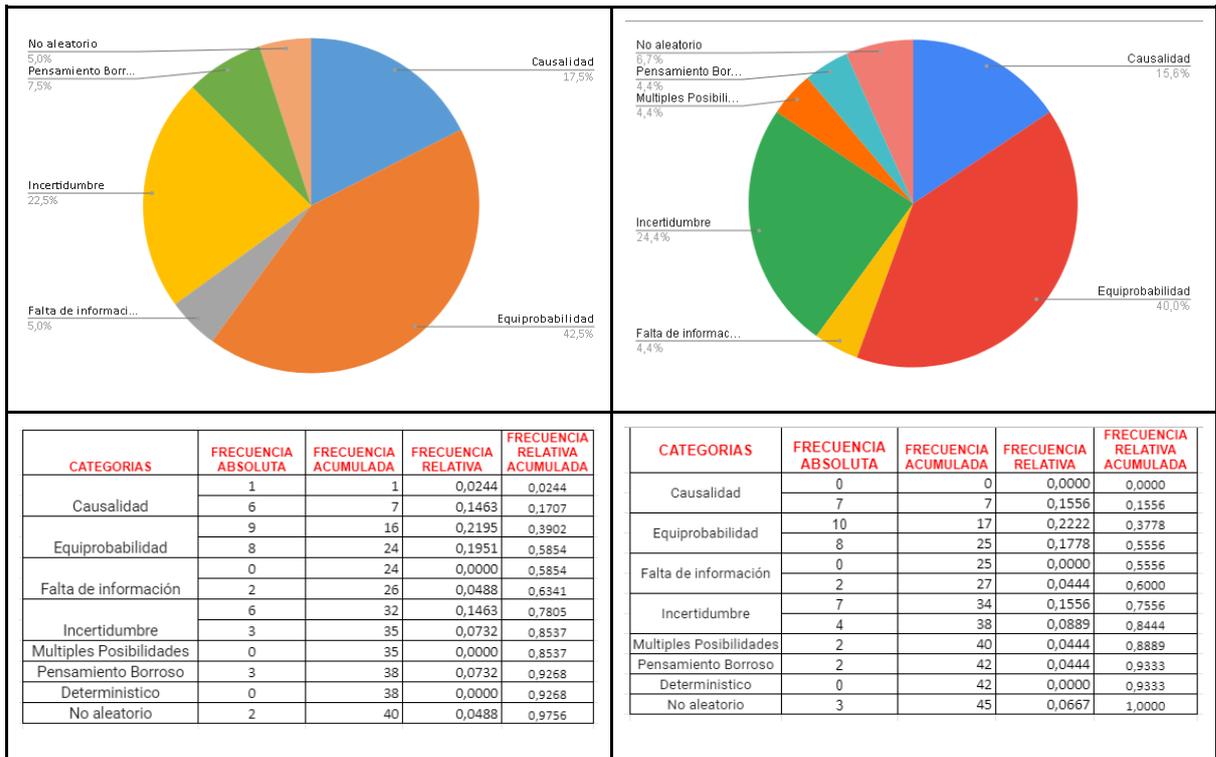
CATEGORIAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA	CATEGORIAS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA
Causalidad	1	1	0,0132	0,0132	Causalidad	3	3	0,0250	0,0250
	7	8	0,0921	0,1053		16	19	0,1333	0,1583
Equiprobabilidad	19	27	0,2500	0,3553	Equiprobabilidad	17	36	0,1417	0,3000
	16	43	0,2105	0,5658		17	53	0,1417	0,4417
Falta de información	0	43	0,0000	0,5658	Falta de información	5	58	0,0417	0,4833
	7	50	0,0921	0,6579		11	69	0,0917	0,5750
Incertidumbre	9	59	0,1184	0,7763	Incertidumbre	13	82	0,1083	0,6833
	5	64	0,0658	0,8421		11	93	0,0917	0,7750
Multiples Posibilidades	4	68	0,0526	0,8947	Multiples Posibilidades	13	106	0,1083	0,8833
Pensamiento Borroso	4	72	0,0526	0,9474	Pensamiento Borroso	6	112	0,0500	0,9333
Determinístico	2	74	0,0263	0,9737	Determinístico	4	116	0,0333	0,9667
No aleatorio	3	77	0,0395	1,0132	No aleatorio	4	120	0,0333	1,0000

Grado octavo con un total de diecinueve estudiantes, se observó que antes de la explicación y del video se resaltó la concepción de aleatoriedad como equiprobabilidad con las opciones equiprobabilidad (25%) y (21.1%); en la siguiente tabla se muestran las imágenes las cuales representan las respuestas de los estudiantes en dichos casos.

OPCIÓN	IMAGEN	PORCENTAJE	ESTUDIANTES
3 Equiprobabilidad		25%	19 Estudiantes
4 Equiprobabilidad		21.1%	16 Estudiantes

Luego de mostrar el video a los estudiantes se puede ver que sin dejar la equiprobabilidad como concepto fundamental de la aleatoriedad, abrieron su visión a la definición vista como incertidumbre con las opciones de incertidumbre con un 10.8% y 9.2%.

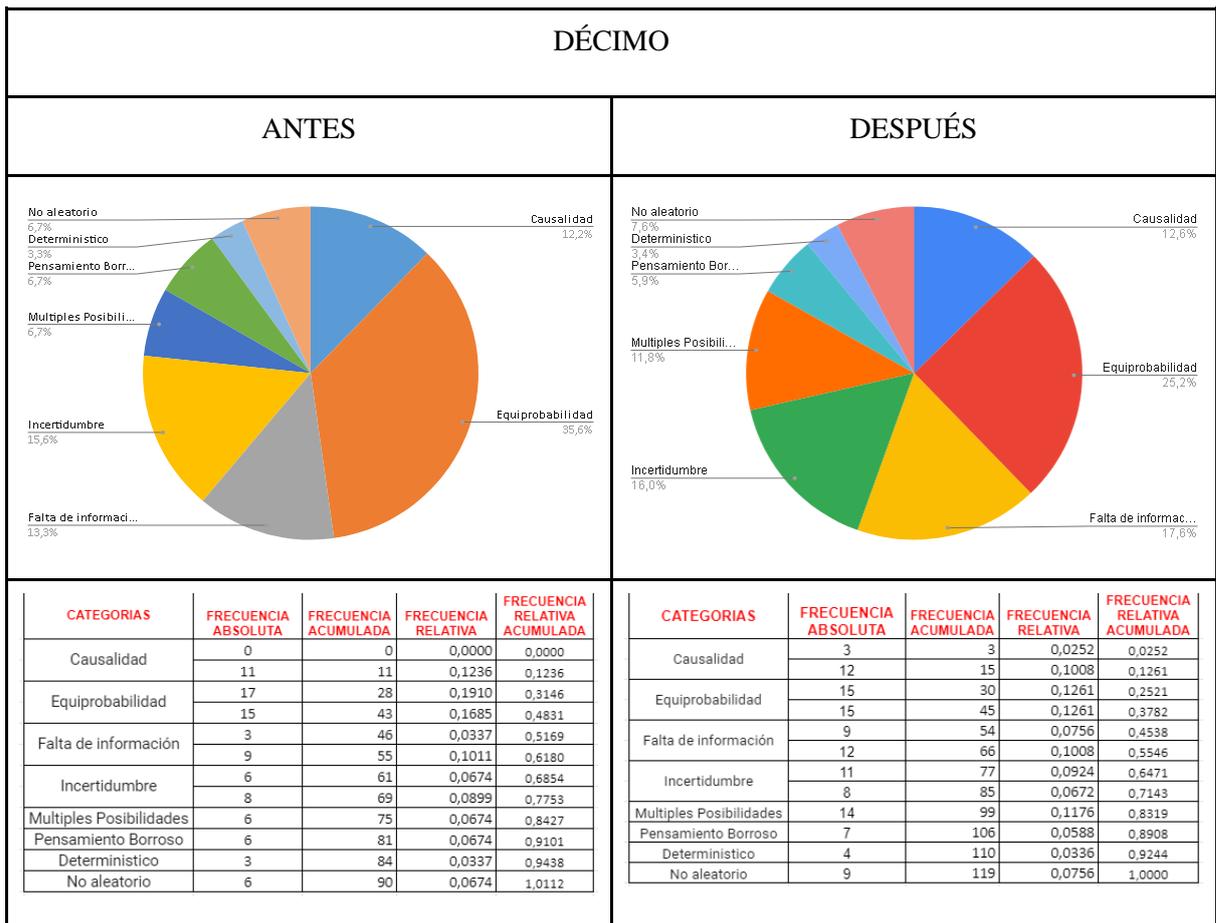
NOVENO	
ANTES	DESPUÉS



En grado noveno con doce estudiantes en total, se pudo evidenciar que los resultados obtenidos antes del video se encuentran en torno a la aleatoriedad como equiprobabilidad con un porcentaje de 22 % en la imagen correspondiente al dado y un 19,5 % a la figura de las monedas.

OPCIÓN	IMAGEN	PORCENTAJE	ESTUDIANTES
3 Equiprobabilidad		22 %	9 Estudiantes
4 Equiprobabilidad		19,5 %	8 Estudiantes

Luego de ver el video los estudiantes no mostraron mayores cambios en los resultados, puesto que mantienen una visión de la aleatoriedad como causalidad, incertidumbre y fuertemente como equiprobabilidad.

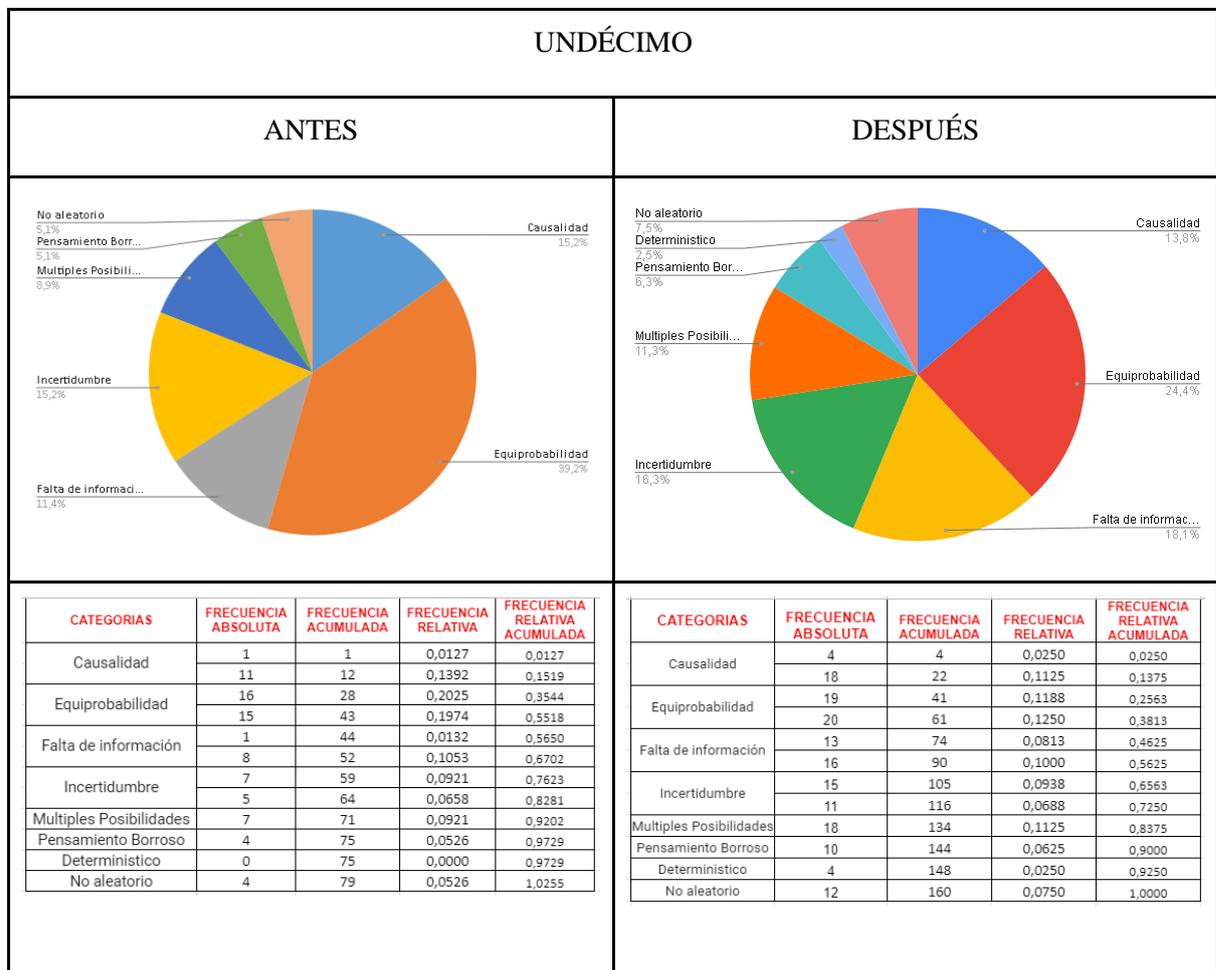


En el grado décimo con un total de doce estudiantes, en la visión que tenían los estudiantes acerca de la aleatoriedad antes del video en su mayoría es de causalidad con un 12.4% y un 19.1% y con un 16.9% la aleatoriedad como equiprobabilidad teniendo en cuenta las dos imágenes propuestas para dicha definición; las imágenes representativas a dichas opciones mencionadas anteriormente se pueden evidenciar en la siguiente tabla:

OPCIÓN	IMAGEN	PORCENTAJE	ESTUDIANTES
2 <b>Causalidad</b>		12.4 %	11 Estudiantes

<b>3</b> <b>Equiprobabilidad</b>		19.1%	17 Estudiantes
<b>4</b> <b>Equiprobabilidad</b>		16.9%	15 Estudiantes

Al finalizar la explicación en el video, los estudiantes evidenciaron que su visión frente a la aleatoriedad fue más equitativa, exceptuando pensamiento borroso pues el antes y en el después con muy bajo porcentaje.



En undécimo respondieron once estudiantes que evidenciaron inicialmente la aleatoriedad como causalidad con un porcentaje de 14,5%, así mismo se observó fuertemente resultados como equiprobabilidad con un 21,1% frente a la imagen de los dados y 19,7% a las monedas.

OPCIÓN	IMAGEN	PORCENTAJE	ESTUDIANTES
2 Causalidad		14,5%	11 Estudiantes
3 Equiprobabilidad		21,1%	16 Estudiantes
4 Equiprobabilidad		19,7%	15 Estudiantes

Luego del video se puede observar que los estudiantes aún no pueden ver la aleatoriedad como causalidad y disminuyeron la opción que no corresponde a ninguna concepción de la aleatoriedad.

#### Análisis de correspondencia:

Por otro lado, se realizó un análisis de correspondencia múltiple el cual **permite representar por medio de un espacio multidimensional las relaciones existentes entre las categorías no métricas**. Inicialmente se organizaron los resultados obtenidos teniendo en cuenta las categorías ubicadas en las filas y los cursos en las columnas, como se puede ver a continuación:

CATEGORIA		SEXTO	OCTAVO	NOVENO	DECIMO	ONCE
Causalidad	1	1	1	1	0	1
Causalidad	2	10	7	6	11	11

Equiprobabilidad	3	11	19	9	17	16
Equiprobabilidad	4	8	16	8	15	15
Falta de información	5	3	0	0	3	1
Falta de información	6	5	7	2	9	8
Incertidumbre	7	9	9	6	6	7
Incertidumbre	8	3	5	3	8	5
Múltiples Posibilidades	9	3	4	0	6	7
Pensamiento Borroso	10	0	4	3	6	4
Determinístico	11	3	2	0	3	0
No aleatorio	12	6	3	2	6	4

Teniendo en cuenta el análisis de correspondencia se sabe que en cada perfil (fila y columna) no pueden tener dentro de la configuración del mapa el mismo peso debido a que cada uno de estos se asocia a un número diferente y para esto es pertinente realizar los cálculos de los porcentajes horizontal y vertical como se muestra en la tabla de a continuación, donde dichos valores se obtienen dividiendo la frecuencia absoluta observada para cada una de las celdas en el total de los datos, por ejemplo, frecuencia fila 1 columna 1,  $\frac{1}{348} = 0,0028$ ; etc.

## Perfiles

### Fila:

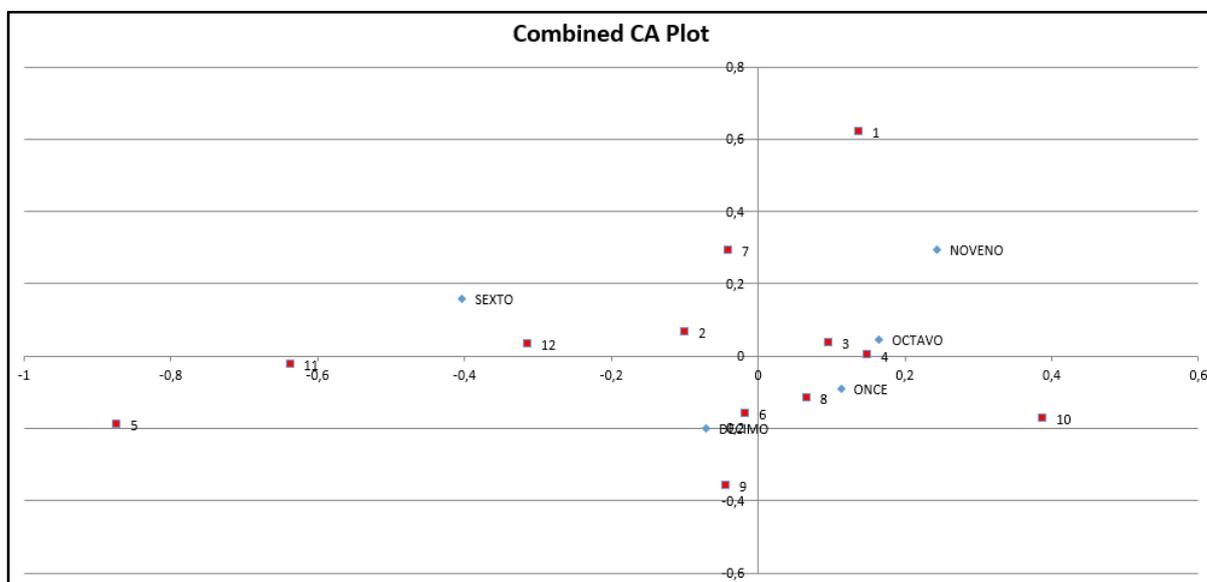
	Plot Details										
		Quality	Mass	Distance	Inertia	Factor 1	Factor 2	COR 1	COR 2	CTR 1	CTR 2
Causalidad	1	0,8912512	0,0114943	0,4523404	0,0562603	0,1381319	0,6197326	0,0421815	0,8490697	0,004774	0,1629503
Causalidad	2	0,390508	0,1293103	0,0354687	0,0496289	-0,0986368	0,0641998	0,274304	0,116204	0,0273857	0,0196728
Equiprobabilidad	3	0,7216442	0,2068966	0,0147679	0,0330618	0,0968659	0,0356952	0,6353656	0,0862786	0,0422578	0,0097306
Equiprobabilidad	4	0,9599454	0,1781609	0,0234527	0,0452127	0,1500428	0,0006527	0,9599272	1,817E-05	0,0873082	2,802E-06
Falta de información	5	0,9578311	0,0201149	0,8310447	0,1808836	-0,8720293	-0,1885879	0,9150351	0,042796	0,3329608	0,0264066
Falta de información	6	0,8203605	0,0890805	0,0319471	0,0307943	-0,016237	-0,161073	0,0082524	0,8121082	0,0005112	0,0853088
Incertidumbre	7	0,9838507	0,1063218	0,0876342	0,1008212	-0,0397712	0,2909247	0,0180494	0,9658012	0,0036608	0,3321616
Incertidumbre	8	0,4436321	0,0689655	0,0406187	0,030312	0,0668769	-0,1163927	0,1101098	0,3335222	0,0067142	0,0344865
Múltiples	9	0,6669072	0,0574713	0,1946898	0,1210738	-0,0430227	-0,3577556	0,0095072	0,6574	0,0023156	0,2715122
Pensamiento Borroso	10	0,7359268	0,0488506	0,2466875	0,1303986	0,3887683	-0,174365	0,6126812	0,1232455	0,1607177	0,0548219
Determinístico	11	0,6589711	0,0229885	0,615532	0,1531149	-0,6363677	-0,0255731	0,6579087	0,0010625	0,2026465	0,0005549
No aleatorio	12	0,9454048	0,0603448	0,1048092	0,0684377	-0,3130713	0,0327639	0,9351626	0,0102422	0,1287475	0,0023911
					0,0924153						

## Columnas:

Plot Details for Columns										
	Quality	Mass	Distance	Inertia	Factor 1	Factor 2	COR 1	COR 2	CTR 1	CTR 2
SEXTO	0,9908932	0,1781609	0,1887293	0,3638378	-0,4028626	0,1572016	0,8599525	0,1309407	0,629417	0,1625146
OCTAVO	0,540136	0,2212644	0,0543337	0,1300879	0,1649694	0,0461809	0,5008846	0,0392514	0,1310783	0,0174181
NOVENO	0,8373284	0,1149425	0,1754029	0,2181592	0,2435587	0,2958868	0,3381975	0,4991309	0,1484226	0,3714477
DECIMO	0,7701149	0,2586207	0,0580489	0,1624476	-0,0708401	-0,1992134	0,0864498	0,683665	0,028251	0,3788491
ONCE	0,4119526	0,2270115	0,0510772	0,1254675	0,1127607	-0,0912493	0,2489362	0,1630164	0,0628312	0,0697706
				0,0924153						

A partir de las anteriores tablas se puede decir que en los perfiles denominados fila, donde se ubican las categorías se pueden considerar como vectores. La representación entonces se ubicará en un espacio cuatridimensional, y que entre más parecidas sean las respuestas dadas por los estudiantes de cada categoría más juntos aparecerán los puntos en el mapa.

Los perfiles columna son considerados como el centroide de la representación cuatridimensional a partir del cálculo del promedio de los perfiles fila de cada una de las categorías anteriormente propuestas. Aquellos cursos que tengan un perfil muy parecido estarán más cercanos en el espacio cuatridimensional, el criterio para definir cercanía se toma a partir de los cálculos de cercanía que existe entre los diferentes perfiles.



En el gráfico de dispersión se puede observar la relación que existe entre las respuestas de los estudiantes en el curso en el que se encuentra y las categorías. En este caso los estudiantes que tuvieron una concepción de la aleatoriedad más cercana fueron los ubicados en los grados de décimo y once y las nociones fueron causalidad, falta de información, incertidumbre y la que más sobresale entre ellas fue equiprobabilidad.

## **Conclusión**

La aleatoriedad permite al estudiante poder crear una visión del mundo y tomar decisiones teniendo claras todas las posibilidades, pero en la edad escolar es importante poder reconocer cada una de las concepciones y sus definiciones ya que como se pudo observar los estudiantes cuentan con una concepción en su mayoría la equiprobabilidad y la causalidad.

El recurso propuesto permite ser un apoyo para los docentes pues contiene una pequeña explicación la cual puede ser complementada, e imágenes que fortalecen el correcto aprendizaje y comprensión de los estudiantes. Esto se pudo evidenciar en las respuestas obtenidas antes y después de observar el video, pues los estudiantes abrían sus respuestas a otras concepciones que no poseían inicialmente.

Así mismo resulta de gran importancia que desde cursos tempranos se trabajen las distintas nociones de aleatoriedad para que el estudiante pueda identificar en diversas situaciones de su vida cotidiana sucesos aleatorios, los cuales no sean enmarcados a aquellos que se le proporcionan comúnmente, pues en los resultados se pudo evidenciar que al no conocer las diferentes concepciones existe un análisis limitado de las mismas ya que prima la subjetividad de cada uno para dar sus conclusiones frente a los diferentes sucesos.

## **Bibliografía**

Alba, T (s.f) *GUÍA PARA DISEÑAR INFOGRAFÍAS DESDE CERO* MadridNYC

Batanero y Serrano (1995) *La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas.*

Cano. M y Zapata. D (2016). *Análisis Del Pensamiento Aleatorio Desde Las Representaciones Semióticas Presentes En Las Pruebas Saber Grado Quinto.* Universidad de Medellín.

Hernández (2018) *Tipos de gráficas utilizadas en estadísticas.* UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO ESCUELA PREPARATORIA DE IXTLAHUACO

Kosko B (1993) *Pensamiento Borroso*

MEN (1998) *Lineamientos curriculares de matemáticas.*

Nassin N. (2007). *El Cisne Negro.* Ediciones Paidós Ibérica S.A.

Rocha. P (2000). *El Concepto De Aleatoriedad: Una Experiencia En El Aula.* Universidad Distrital Francisco José De Caldas

Rodríguez y Crespo(2006) *Estadística descriptiva. Representación de datos descriptivos*

Sánchez, M. (2014) *Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje*. Revista de Investigación Educativa.

Velosa y Angel (2020) ALEATORIEDAD <https://bit.ly/2Zbcav1>