

# **Adaptación de una ingeniería didáctica para la enseñanza de la traslación**

**Autores:**

**Duvan Hernandez Ravelo**

**Jeisson Camilo Pastrana Tapiero**

**Dirigido por:**

**Martín Eduardo Acosta Gempeler**

**Universidad Distrital Francisco José de Caldas**

**Facultad de ciencias y Educación**

**Proyecto curricular: Licenciatura en Educación básica con énfasis en matemáticas**

**Bogotá D.C.**

**2020**

## Tabla de contenido

<b>Contextualización</b>	<b>4</b>
<b>Objetivos</b>	<b>6</b>
<b>Referente teórico.</b>	<b>7</b>
<b>Aprendizaje por adaptación.</b>	<b>7</b>
<b>Situación a-didáctica.</b>	<b>7</b>
<b>Proceso de validación:</b>	<b>8</b>
<b>Proceso de devolución:</b>	<b>8</b>
<b>DGPad como medio.</b>	<b>8</b>
<b>Actividades, tareas y ejercicios</b>	<b>9</b>
<b>Ideas generales de diseño</b>	<b>9</b>
<b>Actividad 1</b>	<b>11</b>
<b>Objetivo.</b>	<b>11</b>
<b>Descripción</b>	<b>11</b>
<b>Tarea 1 (Exploración)</b>	<b>12</b>
<b>Tarea 2 (Exploración)</b>	<b>13</b>
<b>Tarea 3 (Exploración)</b>	<b>15</b>
<b>Tarea 4 (Exploración)</b>	<b>16</b>
<b>Tarea 5 (Anticipación)</b>	<b>17</b>
<b>Pilotaje actividad 1</b>	<b>21</b>
<b>Actividad 2</b>	<b>63</b>
<b>Objetivo</b>	<b>63</b>
<b>Descripción</b>	<b>64</b>
<b>Tarea 1 (Exploración).</b>	<b>64</b>
<b>Tarea 2 (Anticipación).</b>	<b>67</b>
<b>Tarea 3 (Anticipación - visión puntual)</b>	<b>69</b>
<b>Pilotaje actividad 2.</b>	<b>74</b>
<b>Actividad 3</b>	<b>126</b>

<b>Objetivos.</b>	<b>126</b>
<b>Descripción</b>	<b>126</b>
<b>Tarea 1 (Exploración).</b>	<b>127</b>
<b>Tarea 2 (Anticipación)</b>	<b>129</b>
<b>Tarea 3 (Exploración)</b>	<b>133</b>
<b>Tarea 4 (Construcción)</b>	<b>135</b>
<b>    Pilotaje de la actividad 3</b>	<b>140</b>
<b>Conclusiones generales</b>	<b>222</b>
<b>Recomendaciones.</b>	<b>224</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>226</b>

## Contextualización

El siguiente trabajo pretende adaptar la ingeniería didáctica “**Conceptualización de la traslación con la mediación del programa Cabri ELEM**”, propuesta para la enseñanza de la traslación utilizando el software Cabri ELEM, que es licenciado. Nuestro propósito es adaptarla al software libre DGPAd-Colombia, aprovechando las potencialidades de este software para crear una situación adidáctica, como proponer problemas y programar retroacciones a las acciones que haga el estudiante sobre el medio (software).

Para ello mostraremos la adaptación del diseño, las programaciones hechas para las distintas tareas, modificando las retroacciones pertinentes y agregando algunas actividades.

### **Pregunta orientadora.**

En este trabajo se abordarán 3 problemáticas: 1) la construcción del objeto matemático traslación, 2) las potencialidades del uso del software de geometría dinámica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría y 3) el uso de las retroacciones didácticas en DGPad y sus efectos en el aprendizaje. La pregunta orientadora del trabajo es:

¿De qué manera puede usarse el software DGPad-Colombia para promover el aprendizaje por adaptación y automatizar actos de devolución para la enseñanza de la traslación?

## **Objetivos**

1. Rediseñar las actividades propuestas en la ingeniería didáctica “conceptualización de la traslación con la mediación Cabri ELEM”, utilizando las herramientas y funcionalidades del software DGPad-Colombia, para lograr el aprendizaje por adaptación de las propiedades de la traslación.
2. Estudiar el uso de retroacciones didácticas para automatizar actos de devolución y documentar su efecto en el aprendizaje.

### **Referente teórico.**

Las tareas propuestas que se adaptarán en la ingeniería didáctica se soportan en la Teoría de las Situaciones Didácticas; el software funciona como medio para las situaciones adidácticas que se proponen a los estudiantes.

Los siguientes son los conceptos fundamentales de la TSD que se utilizarán en este trabajo:

#### **Aprendizaje por adaptación.**

Es el producto de la interacción entre un sujeto y un medio. El medio no es una persona, es externo al sujeto y no tiene intención de enseñar (Acosta y Fiallo, 2017).

Los elementos que componen la interacción sujeto-medio:

- Intención del sujeto. Es el objetivo que el sujeto desea alcanzar.
- Acción: Es lo que el sujeto hace sobre el medio para cumplir su intención.
- Retroacción: Es una reacción del medio a la acción del sujeto.
- Interpretación: Es la comprensión que el sujeto hace a la retroacción proporcionada por el medio.
- Validación: es el juicio que hace el sujeto para saber si las acciones le permitieron alcanzar su intención. Si la acción le sirvió para alcanzar la intención, se espera que el estudiante refuerce su acción, y si, por el contrario, la acción no le sirvió para alcanzar la intención, se espera que el sujeto cambie su acción haciendo de nuevo el proceso de interacción con el medio.

#### **Situación a-didáctica.**

Es un modelo de interacción donde el sujeto construye un conocimiento, fruto de la interacción con un medio. Dicho conocimiento es personal y contextualizado, adquirido sin la intervención directa del profesor (Acosta y Fiallo, 2017).

**Proceso de validación:**

De acuerdo con lo planteado por Margolinas (2009), el proceso de validación se refiere al ciclo de interacción que conduce a la validación; es decir, la decisión del sujeto sobre la pertinencia de sus acciones.

**Proceso de devolución:**

Este proceso se entiende como la intervención hecha por el profesor, para acompañar y reforzar el proceso de interacción del estudiante con el medio. Esta intervención del profesor no debe ser juicio de valor sobre el trabajo hecho por el estudiante, dejando que éste decida libremente sobre la validación de sus acciones (Puentes, 2018).

**DGPad como medio.**

Puede analizarse DGPad como el medio con el cual interactúan los estudiantes. Es por esto por lo que es importante analizar las retroacciones que brinda DGPad a los estudiantes con miras de que el estudiante pueda resolver las situaciones que se proponen.

El software DGPad, por ser un software de geometría dinámica, incorpora como parte de su programación un conjunto de acciones y retroacciones que responden al saber geométrico; por ejemplo, si se construye una recta perpendicular a un segmento, al mover el segmento la recta se moverá para conservar la perpendicularidad.

Según Puentes (2018), “las retroacciones del software son de dos tipos: retroacciones matemáticas cuando están determinadas por la teoría matemática, como en el ejemplo anterior y retroacciones didácticas, cuando corresponden a intenciones didácticas, como por ejemplo el hacer que un objeto cambie de color en determinada posición para llamar la atención del estudiante o el mostrar información que el estudiante pueda utilizar para la resolución del problema”.

En este trabajo de adaptación nos interesa principalmente la programación y el uso de las retracciones didácticas en DGPad y sus efectos en el aprendizaje de la traslación.



## **Metodología.**

La metodología que utilizamos en este trabajo es la ingeniería didáctica, que según Artigue (1995) se compone de cuatro fases: fase de análisis preliminar, fase de diseño y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, fase de experimentación y finalmente la fase de análisis a posteriori y evaluación. Aclaramos que sólo trabajamos la fase de diseño y análisis a priori, seguida de un pilotaje de ese diseño, con cuatro estudiantes.

## **Actividades, tareas y ejercicios**

Las actividades y tareas siguen la propuesta de la secuencia de actividades que se encuentra en la ingeniería didáctica titulada: "Conceptualización de la traslación con la mediación del programa Cabri Elem". En el proceso de adaptación, las actividades se modificaron levemente atendiendo a los recursos y herramientas que el software nos brinda, de igual manera creamos nuevas actividades para fortalecer y enriquecer el proceso de enseñanza propuesto para la traslación. En la secuencia de actividades diferenciamos, actividades, tareas y ejercicios, las actividades están compuestas por una serie de tareas, las tareas son cada una de las figuras que se le presentan al estudiante y los ejercicios son una serie de tareas dentro de las actividades, en cada ejercicio hay un vector diferente.

En seguida, expondremos el objetivo, la descripción de la secuencia, el análisis a priori y el análisis del pilotaje de las actividades y tareas.

## **Ideas generales de diseño**

Las diferentes actividades se proponen lograr que los estudiantes tomen conciencia de las propiedades de la traslación y las utilicen para resolver tareas de construcción (dadas dos figuras, una traslación de la otra, construir el vector de la traslación, dada una figura y un vector, construir la figura traslación según ese vector).

Las propiedades se dan a conocer a los estudiantes como fenómenos visuales, que pueden identificar al manipular en la pantalla objetos que son traslación de otros. Las tareas

propuestas conducen al estudiante a manipular los objetos; durante la manipulación se espera que tomen conciencia de ciertas regularidades que corresponden a las propiedades de la traslación (la distancia entre parejas de objetos es constante, la inclinación de las parejas de objetos es constante y el orden relativo de las parejas de objetos es constante).

Habrán unas tareas de exploración, en las que los estudiantes podrán manipular libremente los objetos y podrán utilizar estrategias perceptivas para resolver las tareas, seguidas de tareas de anticipación, donde se bloquearán las estrategias perceptivas para llevar a los estudiantes a utilizar los conocimientos adquiridos durante las tareas de exploración para prever (anticipar) las características ya sea del vector o de las parejas de objetos de la traslación.

También se presentarán las mismas tareas en una secuencia, pero con diferentes vectores, para que los estudiantes puedan identificar diferentes traslaciones y sus propiedades.

Las actividades están diseñadas para reducir al máximo la intervención del profesor. Por esta razón, utilizamos retroacciones didácticas (que evalúan el trabajo del estudiante) para permitir continuar a una tarea siguiente o solicitar rehacer la misma tarea.

Además, en la secuencia de actividades, se busca pasar gradualmente de una visión global de la traslación (trabajando con objetos como totalidades) a una visión puntual de la traslación (trabajando con objetos compuestos por puntos y segmentos).

Aunque esperamos reducir al máximo las intervenciones del profesor, creemos que en ocasiones el profesor deberá intervenir para evitar que los estudiantes renuncien a realizar las tareas. También creemos que es necesario que el profesor intervenga al finalizar cada actividad con el fin de discutir con los estudiantes sobre lo que aprendieron durante la actividad, motivándolos a expresar con palabras lo que observaron y las estrategias utilizadas para resolver las tareas (tanto las que funcionaron como las que no).

## **Actividad 1**

### **Objetivo.**

Lograr que los estudiantes identifiquen fenómenos visuales relativos a la traslación, fenómenos que tienen que ver con las propiedades que la definen:

- Magnitud: se refiere a la distancia entre un punto y su imagen. Todas las parejas de puntos de una traslación se encuentran a la misma distancia.
- Dirección: se refiere a la inclinación de la recta que pasa por un punto y su imagen. Todas las rectas que contienen parejas de puntos de una traslación son paralelas.
- Sentido: se refiere al orden que definen en una recta un punto y su imagen. Dos parejas de puntos de una traslación definen el mismo orden.

### **Descripción**

La actividad uno se compone de cinco tareas. Las tres primeras buscan que los estudiantes identifiquen los fenómenos visuales relativos a la traslación.

Las dos últimas buscan que los estudiantes utilicen los conocimientos adquiridos durante las tres primeras para resolver un problema.

La tarea cuatro es una tarea de exploración y puede resolverse por superposición, la tarea cinco es una tarea de anticipación en la que se impide la estrategia de superposición. Estas cinco tareas se repiten con siete traslaciones diferentes, que llamamos “ejercicios”.

## Tarea 1 (Exploración)

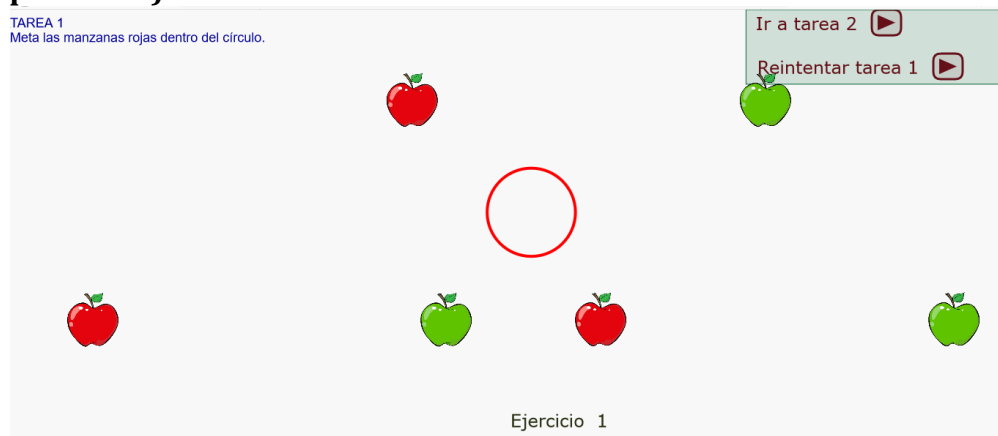


Ilustración 1. Actividad 1– tarea 1– medio

### Enunciado

*“Meta las manzanas rojas dentro del círculo.”*

Las manzanas rojas pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla, al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación. El círculo no se puede mover.

### Descripción de la secuencia

Al comienzo de la secuencia hay dos botones: *Ir a tarea 2* y *Reintentar tarea 1*.

Al oprimir el botón *Ir a tarea 2* pueden pasar dos cosas dependiendo del estado de la tarea; si la tarea no está resuelta, aparece el mensaje “las manzanas rojas aún no están dentro del círculo” y se oculta el botón *Ir a tarea 2*. Si la tarea ya está resuelta, aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y el círculo” desaparecen los botones que había y aparece el botón *Pasar a tarea 2*, oprimir *Pasar a tarea 2* da paso a la tarea 2.

Al oprimir *Reintentar tarea 1* la figura vuelve al estado inicial.

### Análisis a priori

Se espera que los estudiantes muevan las manzanas rojas hasta meterlas dentro del círculo y se den cuenta de que las manzanas verdes se mueven al mover las rojas, y al superponer todas las manzanas rojas, las verdes también quedan superpuestas.

## Tarea 2 (Exploración)

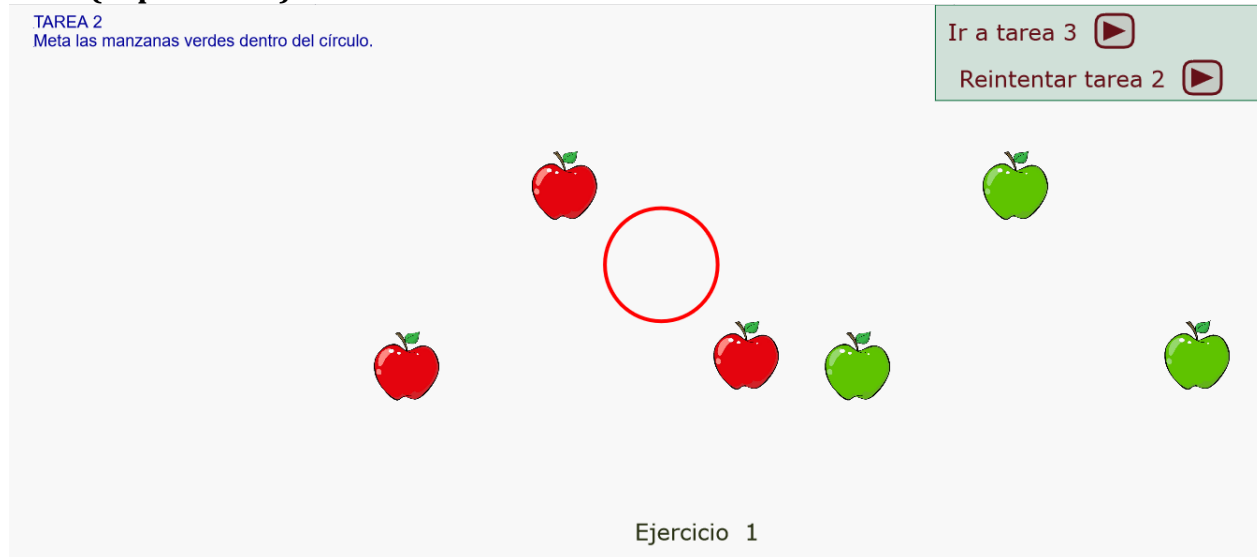


Ilustración 2. Actividad 1– tarea 2– medio

### Enunciado.

“Meta las manzanas verdes dentro del círculo”

Las manzanas rojas pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla, al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación. El círculo no se puede mover.

### Descripción de la secuencia.

Al oprimir *Ir a tarea 3* pueden suceder dos cosas: si la tarea no está resuelta aparece el mensaje “Las manzanas verdes aún no están dentro del círculo” y se oculta el botón *Ir a tarea 3*. Si por el contrario la tarea ya está resuelta aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y el círculo”, se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a tarea 3*, al oprimir *Pasar a tarea 3* da paso a la tarea 3.

Al oprimir *Reintentar tarea 2* la figura vuelve al estado inicial.

### Análisis a priori

Se espera que el estudiante intente arrastrar una manzana verde y se dé cuenta que no es posible. Sin embargo, si tomó conciencia de que al resolver la tarea 1 las manzanas verdes se movieron al arrastrar las manzanas rojas, se espera que intente arrastrar una manzana roja hasta meter la manzana verde correspondiente dentro del círculo. Si el estudiante

renuncia a resolver la tarea, el profesor debe intervenir para brindar los medios que permitan comprender la tarea (Puentes, 2018).

## Tarea 3 (Exploración)

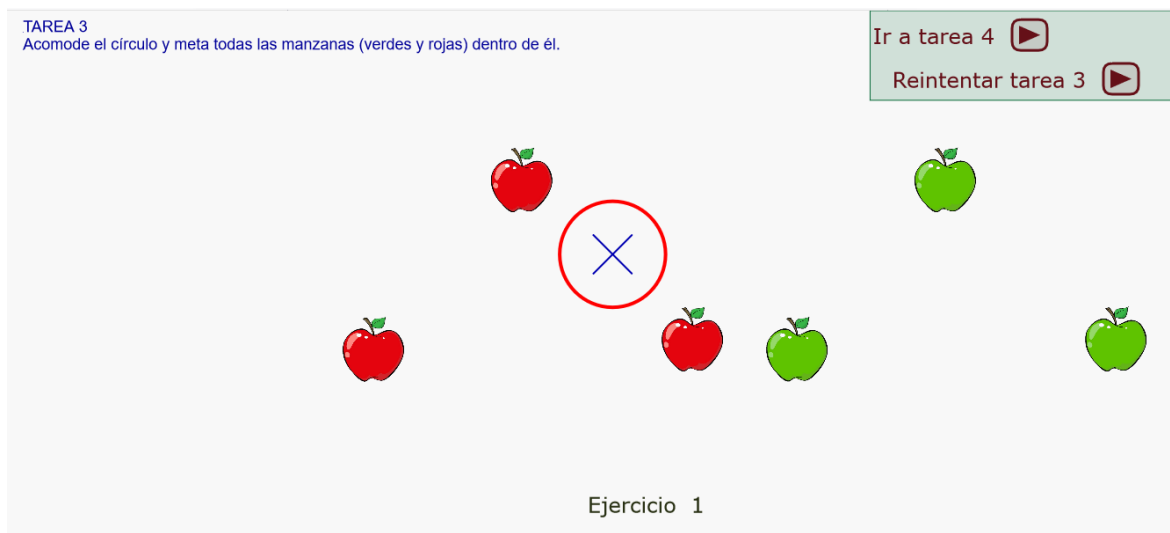


Ilustración 3. Actividad 1–tarea 3– medio

### Enunciado

“Acomode el círculo y meta todas las manzanas (verdes y rojas) dentro de él.”

Las manzanas rojas, igual que el círculo rojo, pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla. Al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación.

### Descripción de la secuencia

Al comienzo de la secuencia hay dos botones: *Ir a tarea 4* y *Reintentar tarea 3*.

Al oprimir *Ir a tarea 4* aparece el mensaje “Escriba en su cuaderno cómo logró hacer la tarea y si no lo logró, escriba por qué no es posible resolver la tarea”. Se ocultarán los botones que se mostraban y aparecerá *Pasar a tarea 4*, oprimir *Pasar a tarea 4* da paso a la tarea 4.

Al oprimir *Reintentar tarea 3* la figura vuelve al estado inicial.

### Análisis a priori

Se espera que el estudiante meta las manzanas verdes dentro del círculo y se dé cuenta que las manzanas rojas quedan por fuera. Igualmente, si mete todas las manzanas rojas dentro del círculo, se dará cuenta de que las manzanas verdes quedan por fuera. Se espera que el estudiante busque una posición de la pantalla donde las manzanas verdes se acerquen a las manzanas rojas. También es posible que intente agrandar el círculo para lograr meter al mismo tiempo una manzana roja y una manzana verde correspondientes. Todas esas estrategias quedarán invalidadas. Se espera que el estudiante concluya que no es posible resolver la tarea. Sin embargo, como efecto del contrato didáctico, es posible que no decida pasar a la siguiente tarea sin haber resuelto ésta. En este caso, el profesor deberá intervenir para sugerirle oprimir el botón *Pasar a tarea 4*.

#### Tarea 4 (Exploración)

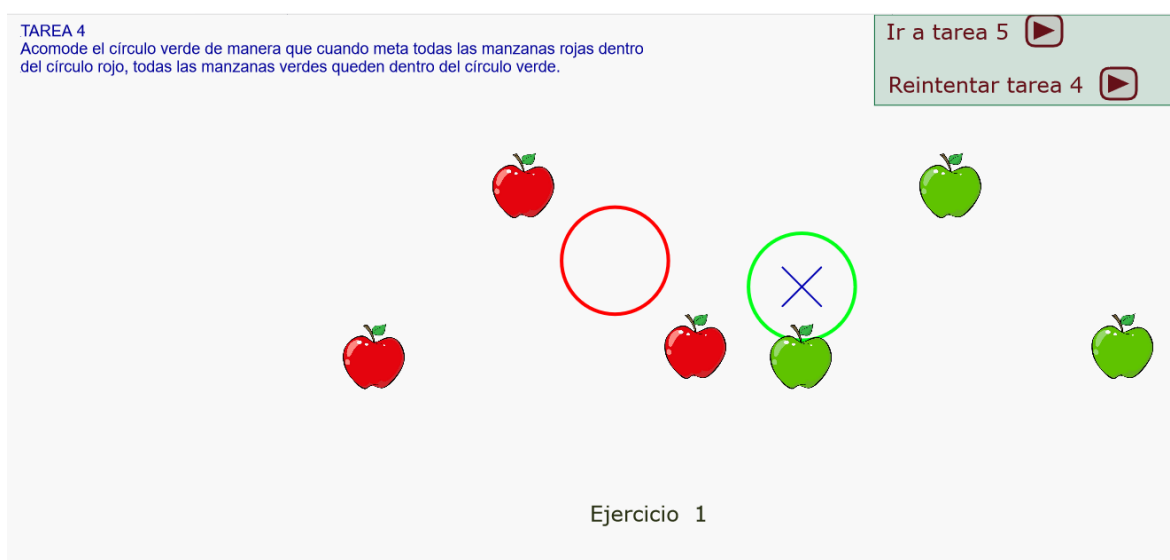


Ilustración 4. Actividad 1– tarea 4–medio

La figura que se muestra para la tarea cuatro es semejante a la figura de la tarea tres con la diferencia que aparece un círculo de color verde con su punto centro, representado con una equis azul, del cual se puede mover el círculo a cualquier punto de la pantalla. El círculo rojo no se puede mover.

#### Enunciado

“Acomode el círculo verde de manera que cuando meta todas las manzanas rojas dentro



del círculo rojo, todas las manzanas verdes queden dentro del círculo verde.”

### Descripción de la secuencia

Al comienzo de la secuencia hay dos botones: *Ir a tarea 5* y *Reintentar tarea 4*.

Al oprimir *Ir a tarea 5* pueden suceder dos cosas dependiendo del estado de la tarea: si la tarea no está completa, aparece el mensaje “Aún hay manzanas fuera de los círculos”, se oculta el botón *Ir a tarea 5*. Si la tarea ya está resuelta, aparecerá el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y los círculos.” Se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a tarea 5*, al oprimir *Pasar a tarea 5* da paso a la tarea 5.

Al oprimir *Reintentar tarea 4* la figura vuelve al estado inicial.

### Análisis a priori

La tarea 4, al ser una tarea de experimentación o exploración, no requiere propiedades de la traslación para su solución. Los estudiantes pueden meter las manzanas rojas dentro del círculo rojo y acomodar el círculo verde sobre las manzanas verdes (esta estrategia será bloqueada en la tarea 5).

### Tarea 5 (Anticipación)

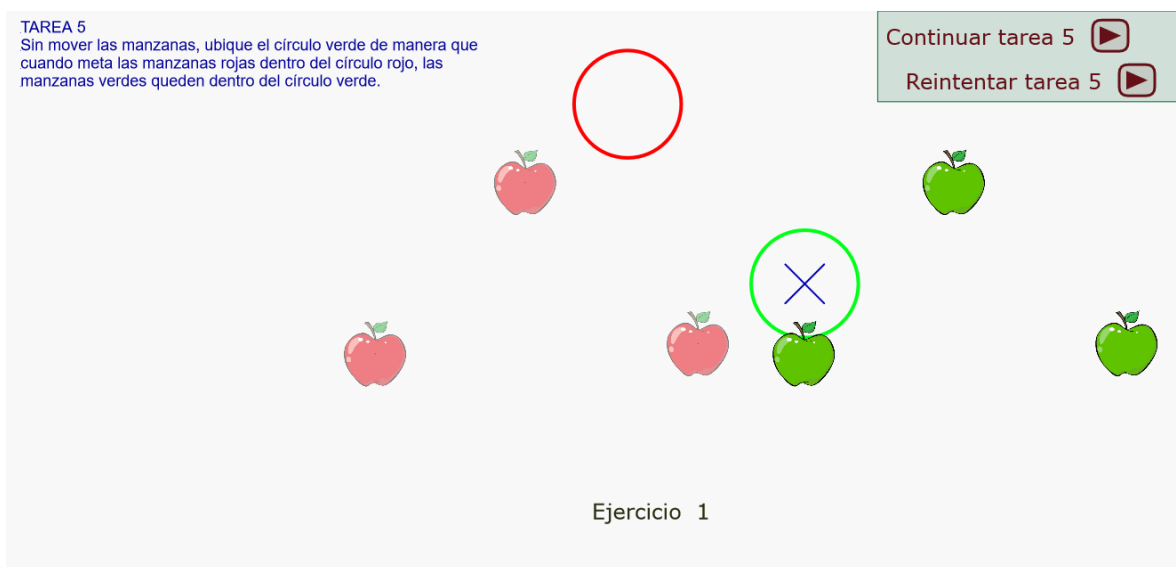


Ilustración 5. Actividad 1– tarea 5– medio

### Enunciado

“Sin mover las manzanas, ubique el círculo verde de manera que cuando meta las manzanas

rojas dentro del círculo rojo, las manzanas verdes queden dentro del círculo verde.”

Esta tarea consta de dos partes. En la primera, los estudiantes resuelven la tarea, y en la segunda verifican que esté correcta. En la primera parte, no es posible arrastrar ninguna manzana. En la segunda parte, es posible arrastrar las manzanas rojas y no es posible arrastrar ninguno de los círculos.

### **Descripción de la secuencia**

Al comienzo de la secuencia hay dos botones: *Continuar tarea 5* y *Reintentar tarea 5*.

Al oprimir *Continuar tarea 5* aparece el mensaje “Meta las manzanas dentro de los círculos para verificar”, las manzanas rojas se pueden arrastrar. Se ocultan el botón *Continuar tarea 5* y el centro de la circunferencia verde y aparece el botón *Ir a siguiente tarea*. Al oprimir *Ir a siguiente tarea* pueden suceder dos cosas dependiendo del estado de la tarea: si la tarea no está completa, aparece el mensaje “Las manzanas no están dentro de los círculos” y se oculta el botón *Ir a siguiente tarea*. Si la tarea está resuelta aparecen: el letrero “Bravo. Dibuje la posición de las manzanas y los círculos” Y el botón *Pasar a siguiente tarea*.

Al oprimir *Reintentar tarea 5* la figura vuelve al estado inicial.

Al oprimir *Pasar a siguiente tarea*, pueden suceder dos cosas: 1) si el número de ejercicios resueltos es menor que 7 aparecerá el letrero “Felicitaciones, pase al siguiente ejercicio”; se sumará uno al número del ejercicio; se cambiará el vector por el cual se hizo la traslación de las manzanas y aparecerá la tarea uno, empezará un nuevo ejercicio. 2) si el número de ejercicios resueltos es 7 aparecerá el letrero “Felicitaciones, pase a la siguiente actividad” y queda la figura como está.

### **Análisis a priori**

Para la solución de esta tarea los estudiantes tendrán que anticipar la posición de la traslación del círculo rojo. Cómo no pueden arrastrar las manzanas, la estrategia de superposición ya no funciona. Se espera que los estudiantes utilizando, las manos, un esfero o cualquier otro objeto para medir la distancia existente entre una manzana roja y su traslación, la repliquen entre el círculo rojo y el círculo verde, acomodando perceptivamente la dirección y el sentido. Otra estrategia para solucionar es que los estudiantes tengan en

cuenta la posición relativa del círculo rojo con respecto a una manzana roja e intenten reproducir esa misma relación entre el círculo y la manzana verde correspondiente. Toda anticipación incorrecta de la posición del círculo verde quedará invalidada al hacer la verificación, pues las manzanas verdes quedarán por fuera del círculo verde.

### **Análisis a priori de la puesta en común**

Para la puesta en común se diseñaron algunas preguntas y otras se adoptaron de la ingeniería que se adaptó, preguntas sobre las características y los movimientos de las manzanas, para ver si los estudiantes logran explicitar las propiedades y fenómenos visuales de la traslación que se esperaba que adquirieran con el desarrollo de las tareas.

Se harán algunas preguntas generales como:

¿Cómo lograron realizar cada tarea? Se espera que los estudiantes cuenten el proceso que les permitió solucionar cada una de las tareas.

¿Qué pasaba cuando se movían las manzanas rojas? Acá los estudiantes responderán que, al mover una manzana roja, se movía también una manzana verde.

Con respecto a la tarea 2 se pregunta. ¿Qué debían hacer para mover las manzanas verdes? la posible respuesta a esta pregunta es que había que mover una manzana roja para poder mover una manzana verde.

Para la tarea tres harán algunas preguntas específicas como:

¿Es posible meter todas las manzanas dentro del círculo? O ¿Fue posible solucionar la tarea? La respuesta de los estudiantes será que no, diciendo que al meter al círculo una manzana roja se salía la correspondiente manzana verde y al meter una manzana verde se salía una manzana roja.

¿Hubo alguna posición en la que se pudieran meter todas las manzanas dentro del círculo? Después de haber experimentado en diferentes lugares, los estudiantes responderán que en ningún lado es posible la solución de la tarea.

¿Qué modificaciones haría a esa tarea para que se pudiera solucionar? Algunas de las modificaciones que los estudiantes pueden proponer es agrandar el tamaño del círculo, del

mismo tamaño que se encuentran separadas las manzanas o disminuir la distancia entre las parejas de manzanas.

Algunas referentes a la tarea 4 son:

¿Cómo hicieron para acomodar los círculos? Los estudiantes de acuerdo con la estrategia utilizada responderán que metieron todas las manzanas en el círculo rojo y después arrastraron el círculo verde sobre las manzanas verdes o viceversa.

Algunas de las preguntas que se puede hacer respecto de la tarea 5 son:

¿Cuál es la dificultad para solucionar la tarea? Acá los estudiantes dirán que la dificultad es ubicar el círculo verde a la misma distancia del círculo rojo, que la distancia existente entre una manzana roja y su correspondiente verde, el profesor puede hacer otra pregunta ¿cómo superan esa dificultad? Los estudiantes responderán que midiendo la distancia entre las parejas de manzanas y luego acomodar el círculo verde para que quedara a la misma distancia del círculo rojo, que la distancia que hay entre las parejas de manzanas.

Las preguntas que se harán sobre los ejercicios realizados son:

¿Qué semejanza y qué diferencia hay entre las parejas de series 1 y 2, 3 y 4? Los estudiantes dirán que las tareas eran la misma que lo que cambiaba era la separación y la ubicación de las manzanas primero las verdes a la derecha de las rojas, luego a la izquierda, después arriba y luego hacia abajo.

¿Después de realizadas las tareas qué conclusiones podrían sacar?

Los estudiantes dirán que las manzanas siempre se encuentran a la misma distancia. Las manzanas rojas y verdes no se pueden unir.

Todas las manzanas verdes se encuentran al mismo lado de las manzanas rojas, a la derecha, izquierda, arriba etc.

Las manzanas verdes se mueven de la misma manera como se mueva una manzana roja.

¿Después de realizadas las tareas qué conclusiones podrían sacar?

Los estudiantes dirán que las manzanas siempre se encuentran a la misma distancia. Las manzanas rojas y verdes no se pueden unir.

Todas las manzanas verdes se encuentran al mismo lado de las manzanas rojas, a la derecha, izquierda, arriba etc.

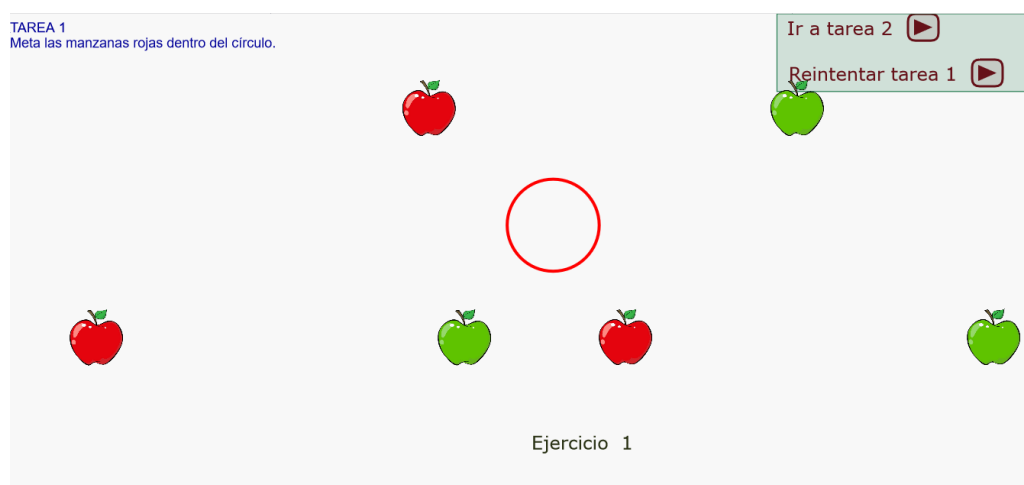
Las manzanas verdes se mueven de la misma manera como se mueven las manzanas rojas.

Pilotaje actividad 1

### Tarea 1

Enunciado: “Meta las manzanas rojas dentro del círculo”.

Las manzanas verdes son la traslación de las manzanas rojas según un vector que está oculto (vector base). Las manzanas rojas pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla. Al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación. El círculo no se puede mover.



*Ilustración 6. Ejercicio 1–actividad 1–tarea 1–primer intento*

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo rojo, luego repiten esta acción con las otras dos manzanas rojas (los estudiantes resuelven la actividad sin dificultad arrastrando las manzanas rojas dentro del círculo).

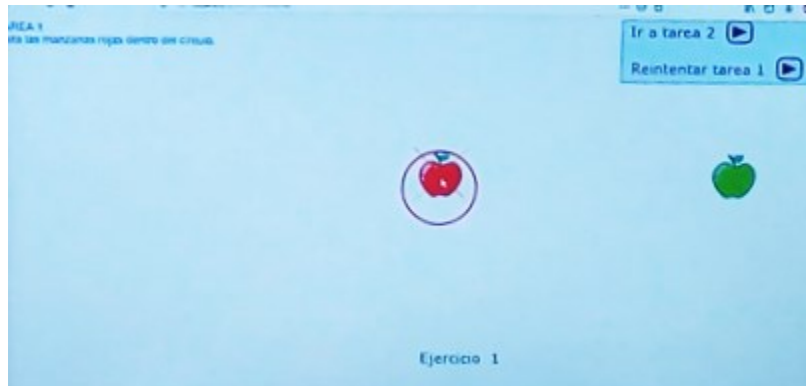


Ilustración 7. Ejercicio 1—actividad 1—tarea 1—intento 1—respuesta

P: “Cuando crean que ya han solucionado la tarea, den clic en el botón ir a tarea dos y hacen lo que les dice ahí”.

Oprimen *Ir a tarea 2*, aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y el círculo” desaparecen los botones que había y aparece el botón *Pasar a tarea 2*.



Ilustración 8. Ejercicio 1—actividad 1—tarea 1—intento 1—dibujo

Puede verse en estos dibujos que los estudiantes reprodujeron aproximadamente la traslación (la manzana verde a la derecha de la manzana roja, dirección horizontal).

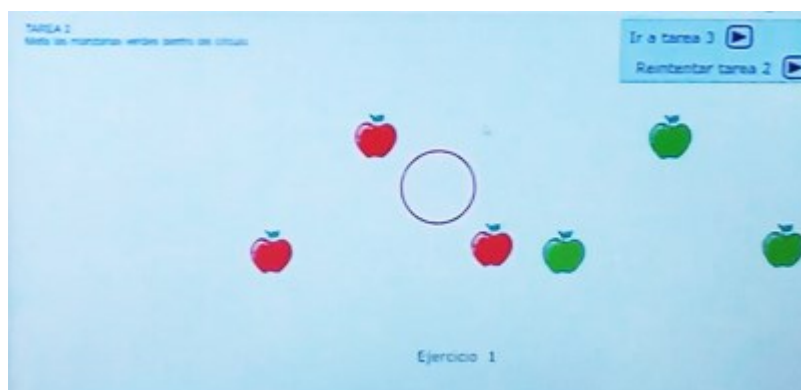
## Tarea 2

Después de dibujar oprimen *Pasar a tarea 2*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 2.

Enunciado: “Meta las manzanas verdes dentro del círculo”.

Las manzanas verdes son la traslación de las manzanas rojas según un vector que está

oculto. Las manzanas rojas pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla, al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación. El círculo no se puede mover.



*Ilustración 9. Ejercicio 1—actividad 1—tarea 2—primer intento*

Los estudiantes llevan el cursor a una manzana verde y arrastran (la manzana no se mueve). Llevan el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo. Repiten esta acción con las otras dos manzanas rojas.

Cómo se previó en el análisis a priori, las retroacciones del software permiten que los estudiantes tomen conciencia de que las manzanas verdes no se pueden arrastrar directamente, ya que el movimiento de las manzanas verdes depende del movimiento que se realice con las manzanas rojas. Este conocimiento les permite resolver la tarea.



*Ilustración 10. Ejercicio 1—actividad 1—tarea 2—intento 1— respuesta*

P: Lo mismo, cuando crean que ya hayan terminado la tarea 2.

Oprimen *Ir a tarea 3*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y el círculo”, se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a tarea 3*.

Después de dibujar. Oprimen *Pasar a tarea 3*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 3.

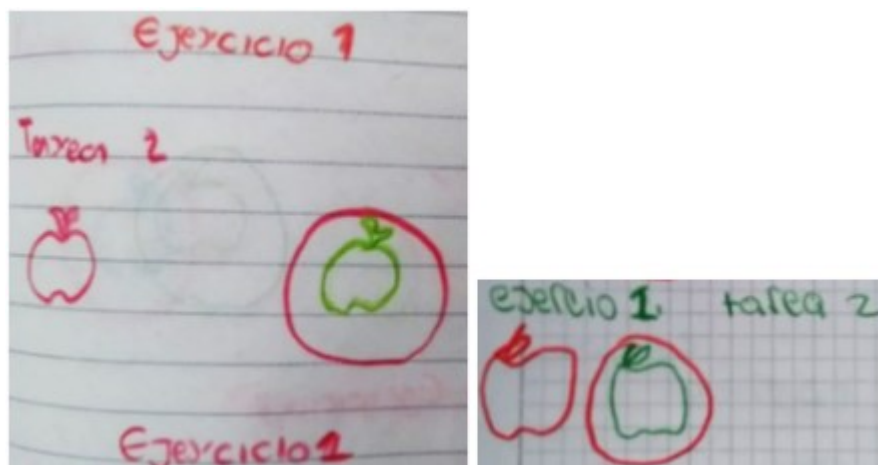


Ilustración 11. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 2–intento 1– dibujo

Aquí puede observarse una diferencia cualitativa entre los dos dibujos. En el primero se representa una gran distancia entre las manzanas, mientras que en el segundo esa distancia es muy pequeña. Pero en ambos se conserva el sentido y la dirección de la traslación.

### Tarea 3

Enunciado de la tarea: “Acomode el círculo y meta todas las manzanas (verdes y rojas) dentro de él”.

Las manzanas verdes son traslación de las manzanas rojas según un vector que está oculto. Las manzanas rojas, igual que el círculo rojo, pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla. Al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación.



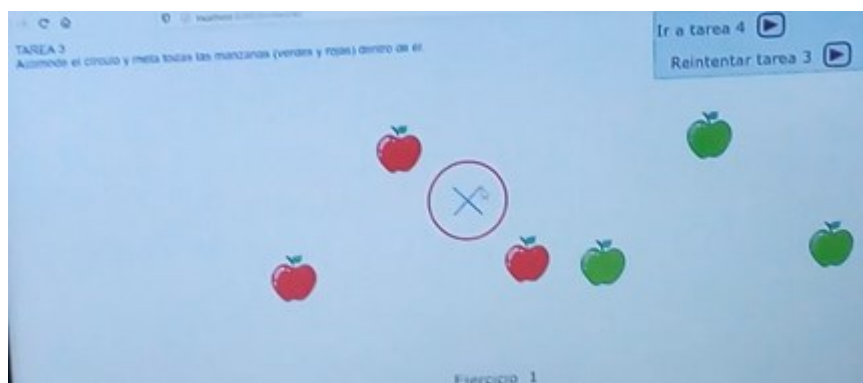


Ilustración 12. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–primer intento

E1: (lee) “acomode el círculo y meta todas la manzanas rojas y verdes dentro de él”.  
Llevan el cursor al borde del círculo, a una manzana roja, a una manzana verde sin arrastrar.  
Arrastran el círculo y lo colocan sobre una manzana verde.

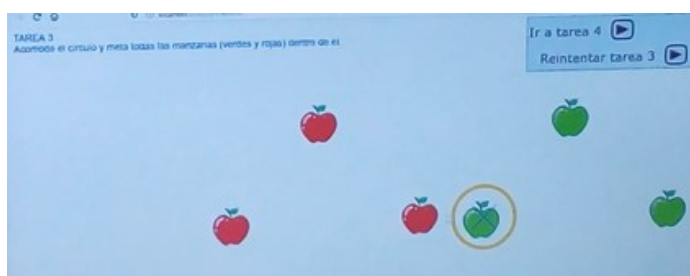


Ilustración 13. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 1

Arrastran el círculo hasta dejarlo en medio de dos manzanas.

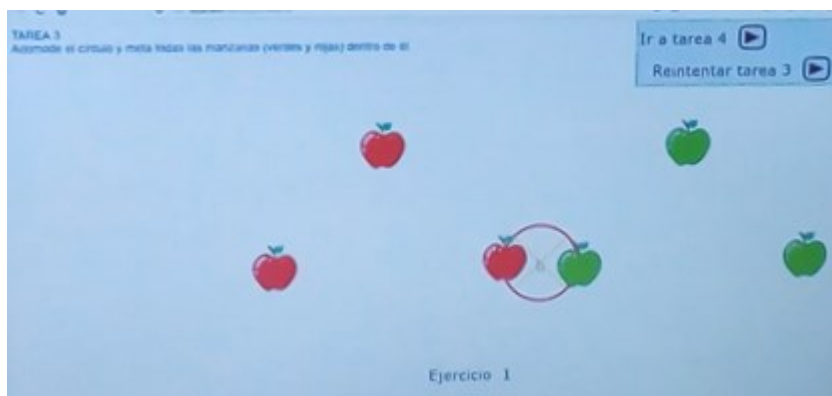


Ilustración 14. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 2

Llevan el cursor al centro del círculo y lo arrastran hasta colocarlo sobre una manzana verde.  
Arrastran una manzana roja (no correspondiente a la manzana verde que está dentro del

círculo) hasta colocarla dentro del círculo.

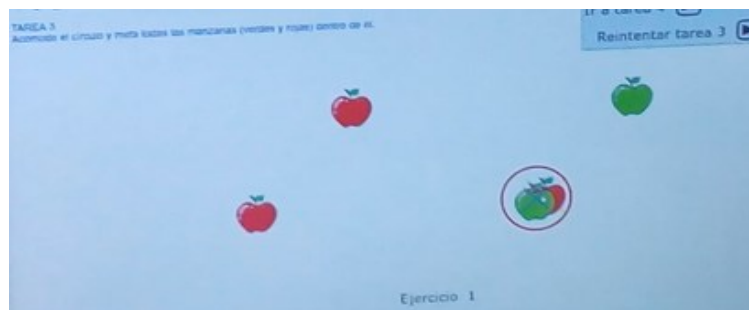


Ilustración 15. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 3

Llevar el cursor al centro del círculo y lo arrastran a la izquierda. Llevan el cursor sobre una manzana roja y la arrastran hasta colocarla dentro del círculo.

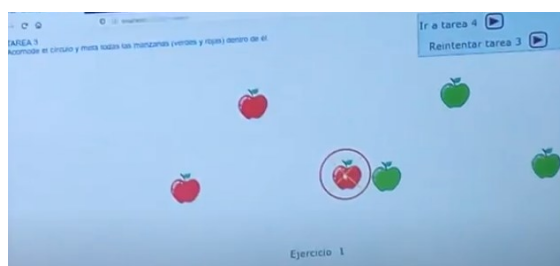


Ilustración 16. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 4

Llevar el cursor sobre la manzana roja que está dentro del círculo y la arrastran hasta superponerla con otra manzana roja

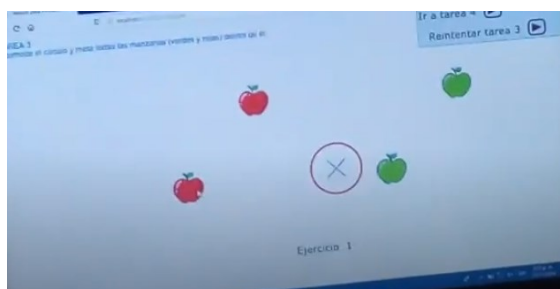


Ilustración 17. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 5

Llevar el cursor sobre el centro del círculo rojo y lo arrastran sobre una manzana roja, arrastran la manzana roja que está dentro del círculo hasta superponerla con las dos manzanas ya superpuestas (las tres parejas de manzanas quedan superpuestas).

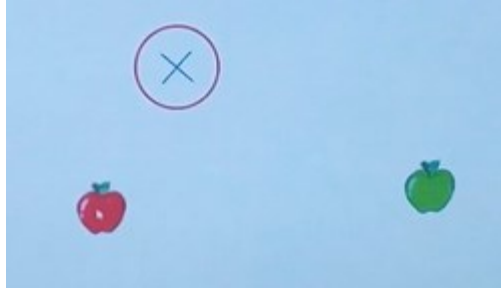


Ilustración 18. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 6

P: ¿Qué piensa E1 sobre lo que está haciendo E2? (E2 está manejando el mouse)

¿Piensa que la tarea tiene solución?

E1: Sí debe haber una forma.

P: ¿cuál se imagina que es esa forma?

E1: La estoy pensando.

P: usted ¿qué piensa E2?

E2: Sólo se puede meter un color de manzanas (coloca el círculo sobre las manzanas rojas).

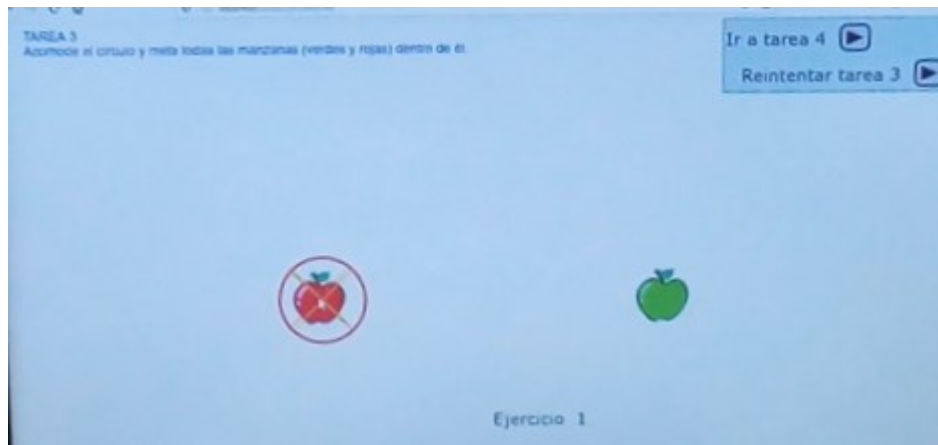


Ilustración 19. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción 7

P: ¿Puede repetir lo que acabo de decir?

E2: que solo se puede acomodar un color

P: Opriman el botón Ir a tarea 4.

(El profesor interviene intentando conocer las ideas de los estudiantes respecto a la tarea, sin permitir que los estudiantes llegaran a un acuerdo. Cuando E1 dice “que solo se puede acomodar un color de manzanas”, suponemos que el estudiante reconoce que la tarea no se puede hacer. Sin embargo, E2 afirmó que si es posible resolver la tarea).

Oprimen *Ir a tarea 4*. Aparece el mensaje “Escriba en su cuaderno cómo logró hacer la tarea y si no lo logró escriba por qué no es posible resolver la tarea”. Se ocultan los botones que había y aparece *Pasar a tarea 4*.

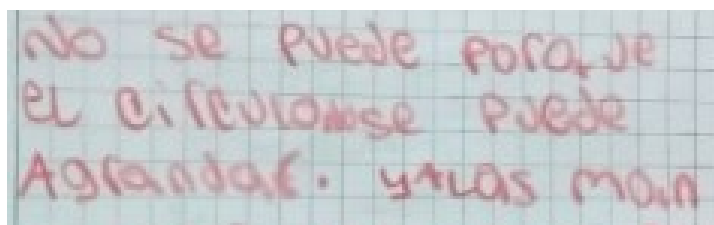


Ilustración 20. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– respuesta E2

La referencia a la imposibilidad de agrandar el círculo o reducir el espacio entre las manzanas es una indicación de la toma de conciencia de la invarianza de la magnitud de la traslación.

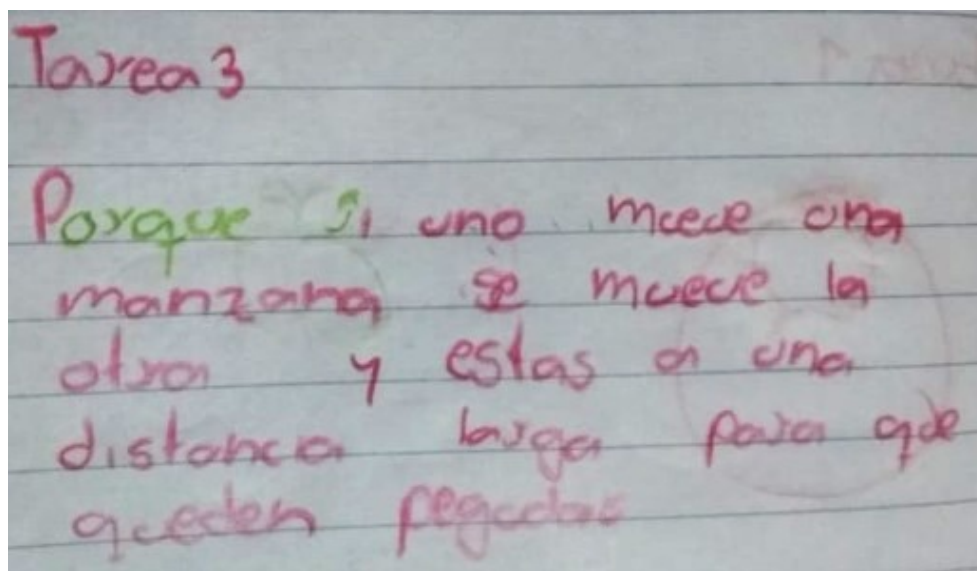


Ilustración 21. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 3–intento 1– acción respuesta E1

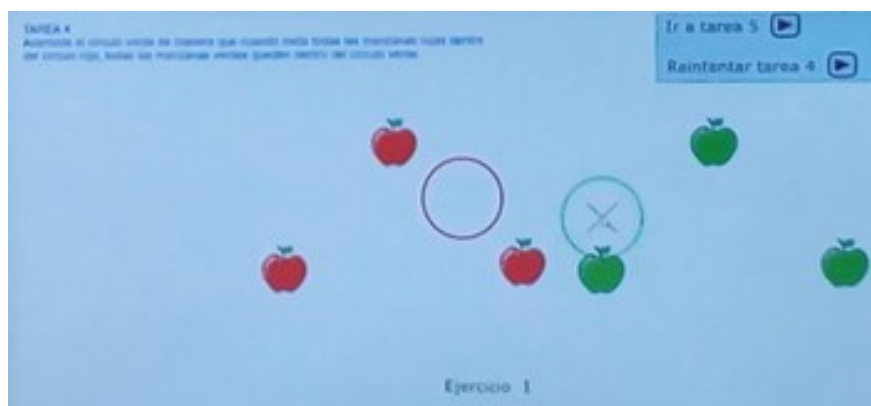
E1 escribe “porque si uno mueve una manzana se mueve la otra y están a una distancia larga para que queden pegadas” Entendemos que el argumento dado por E1 es que al mover una manzana roja la manzana correspondiente también se mueve, manteniendo la distancia, lo cual impide que las manzanas (roja y verde) se puedan superponer.

#### Tarea 4

Después de escribir por qué no es posible resolver la tarea, oprimen Pasar a *tarea 4*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 4.

Enunciado: “acomode el círculo verde de manera que cuando meta todas las manzanas rojas dentro del círculo rojo, todas las manzanas verdes queden dentro del círculo verde”

Las manzanas verdes son la traslación de las manzanas rojas según un vector que está oculto. Las manzanas rojas pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla, al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación. A diferencia de las anteriores tareas aparece un círculo de color verde con su punto centro, representado con una equis azul, del cual se puede mover el círculo a cualquier punto de la pantalla. El círculo rojo no se puede mover.



*Ilustración 22. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 4–primer intento*

Arrastran el círculo verde a la derecha. Arrastran una manzana roja y la colocan dentro del círculo rojo. Arrastran el círculo verde y lo colocan sobre la manzana verde correspondiente a la manzana roja que está dentro del círculo rojo. Arrastran las otras dos manzanas rojas dentro del círculo rojo (las manzanas verdes quedan dentro del círculo verde).

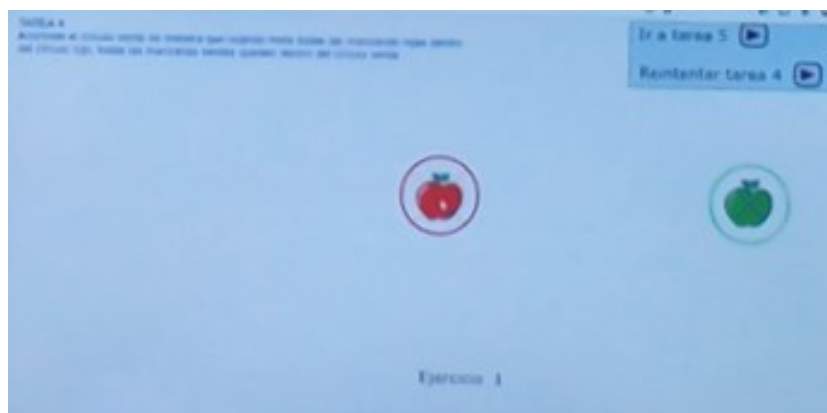


Ilustración 23. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 4–intento 1– respuesta

(Esta tarea la resuelven sin ninguna dificultad al colocar la manzana roja sobre el círculo rojo pueden saber la posición del círculo verde colocándolo sobre la manzana verde).

Oprimen ir a tarea 5. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y los círculos.” Se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a tarea 5*.



Ilustración 24. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 4–intento 1– dibujo

## Tarea 5

Después de dibujar oprimen *Pasar a tarea 5*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 5.

Esta es una tarea de anticipación y por lo tanto consta de dos partes. En la primera, los

estudiantes resuelven la tarea, y en la segunda verifican que esté correcta. En la primera parte no es posible arrastrar ninguna manzana; solo se puede arrastrar el círculo verde. En la segunda parte, es posible arrastrar las manzanas rojas y no es posible arrastrar ninguno de los círculos.

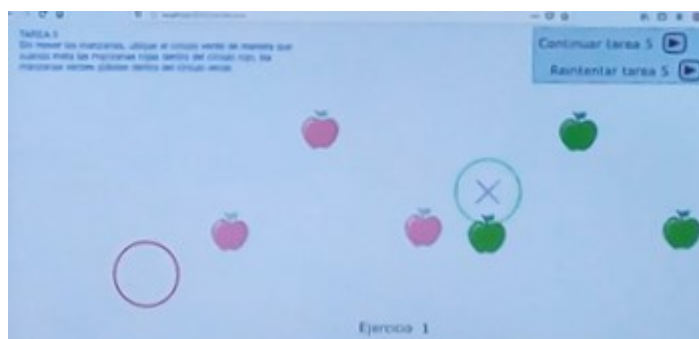


Ilustración 25. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–primer intento

Arrastran el círculo verde y lo colocan sobre una manzana verde.

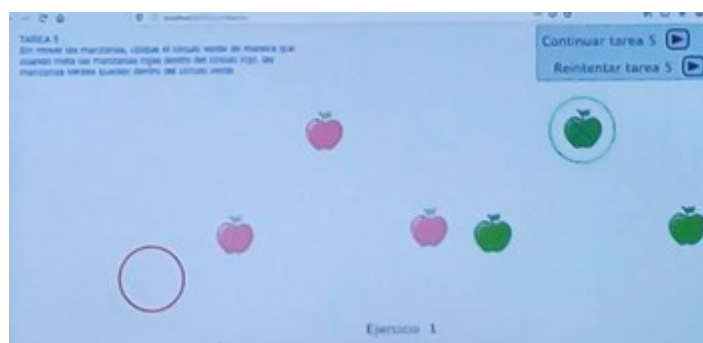


Ilustración 26. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–acción 1

Llevar el cursor al borde del círculo rojo y arrastran, el círculo no se mueve. Llevar el cursor sobre una manzana roja y arrastran, la manzana no se mueve. Intentan arrastrar otra manzana roja. Llevar el cursor a una manzana verde y arrastran (la manzana no se mueve). Arrastran el círculo verde hasta superponerlo con el círculo rojo, siguen arrastrando el círculo verde sobre las manzanas verdes, después sobre las manzanas rojas sin decidir la posición del círculo verde.

P: cuando crean que ya tienen acomodado el círculo verde hagan clic en continuar tarea cinco.

Finalmente, los estudiantes colocan el círculo verde sobre una manzana verde.

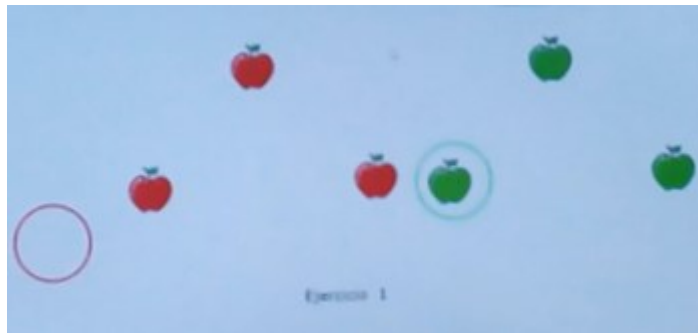


Ilustración 27. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 1–respuesta

Oprimen Continuar *tarea 5*. Al oprimir, aparece el mensaje “Meta las manzanas dentro de los círculos para verificar”, las manzanas rojas se pueden arrastrar. Se ocultan el botón *Continuar tarea 5* y el centro de la circunferencia verde y aparece el botón *Ir a siguiente tarea*.

Llevar el cursor al centro del círculo verde (el cursor queda sobre la manzana que está dentro del círculo) arrastran, ni la manzana ni el círculo se mueven. Arrastran una manzana roja y la llevan al círculo rojo.

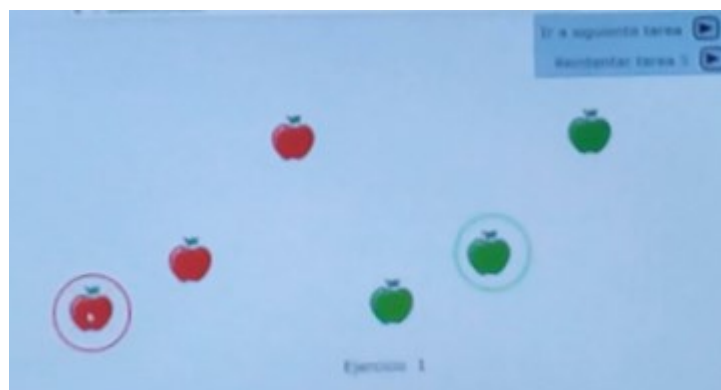


Ilustración 28. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 1–verificación

P: si ven que esa posición en la que tienen no les sirve, entonces pueden hacer clic en reintentar tarea.

Oprimen *Reintentar tarea 5*, la figura vuelve al estado inicial. Cambia el vector de base y la posición del círculo rojo.





Ilustración 29. Ejercicio 1-actividad 1- tarea 5-segundo intento

Arrastran el círculo verde hasta colocarlo en medio de dos manzanas.

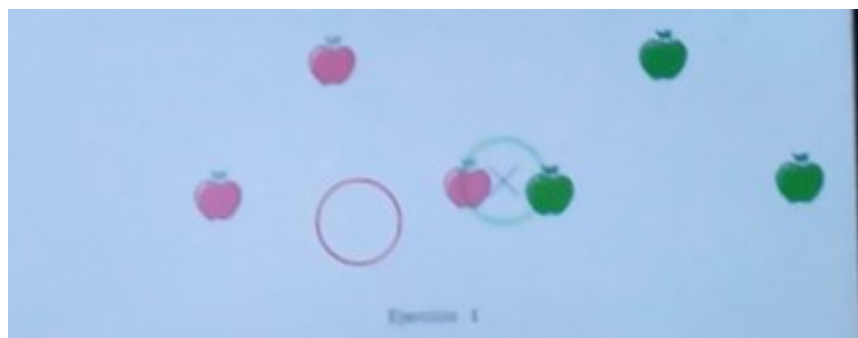


Ilustración 30. Ejercicio 1-actividad 1- tarea 5-intento 2-respuesta

Oprimen *Continuar tarea 5*. Aparece el mensaje “Meta las manzanas dentro de los círculos para verificar”, las manzanas rojas se pueden arrastrar. Se ocultan el botón *Continuar tarea 5* y el centro del círculo verde y aparece el botón *Ir a siguiente tarea*.

Arrastran una manzana roja hasta superponerla con una segunda manzana roja.

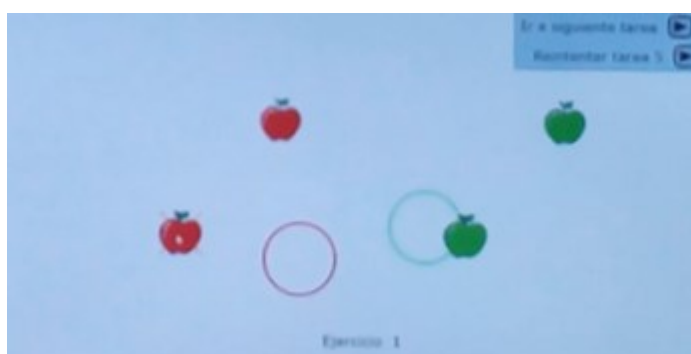


Ilustración 31. Ejercicio 1-actividad 1- tarea 5-intento 2-verificación.

Llevar el cursor al borde del círculo verde y arrastran, el círculo no se mueve. Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta colocarla sobre una segunda manzana roja.

Oprimen *Reintentar tarea 5*, la figura vuelve al estado inicial. Cambia el vector de base y la posición de del círculo rojo.

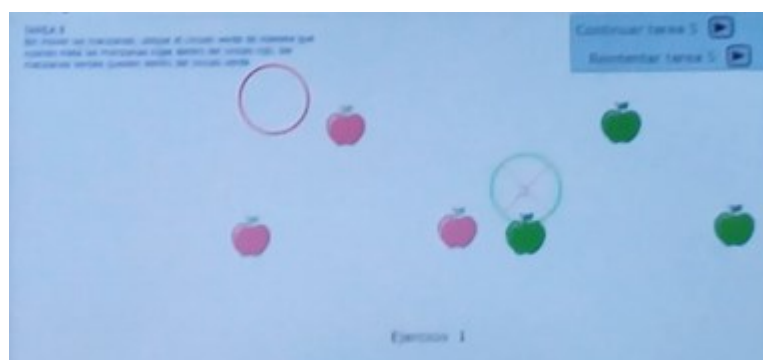


Ilustración 32. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–tercer intento

Arrastran el círculo verde hasta ponerlo sobre una manzana verde.

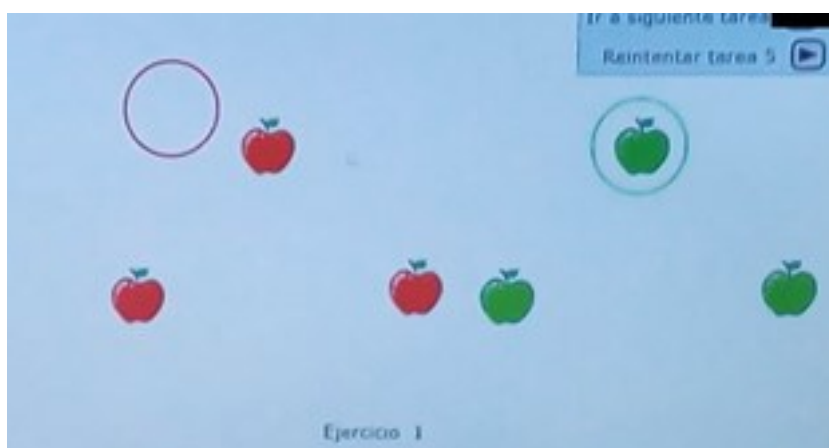


Ilustración 33. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 3–respuesta

Oprimen el botón continuar tarea 5, aparece el mensaje “Meta las manzanas dentro de los círculos para verificar”, las manzanas rojas se pueden arrastrar. Se ocultan el botón *Continuar tarea 5* y el centro del círculo verde y aparece el botón *Ir a siguiente tarea*.

Llevar el cursor a la manzana roja correspondiente de la manzana verde sobre la que se había colocado el círculo verde, y la colocan en el círculo rojo (la manzana verde se sale del círculo verde).

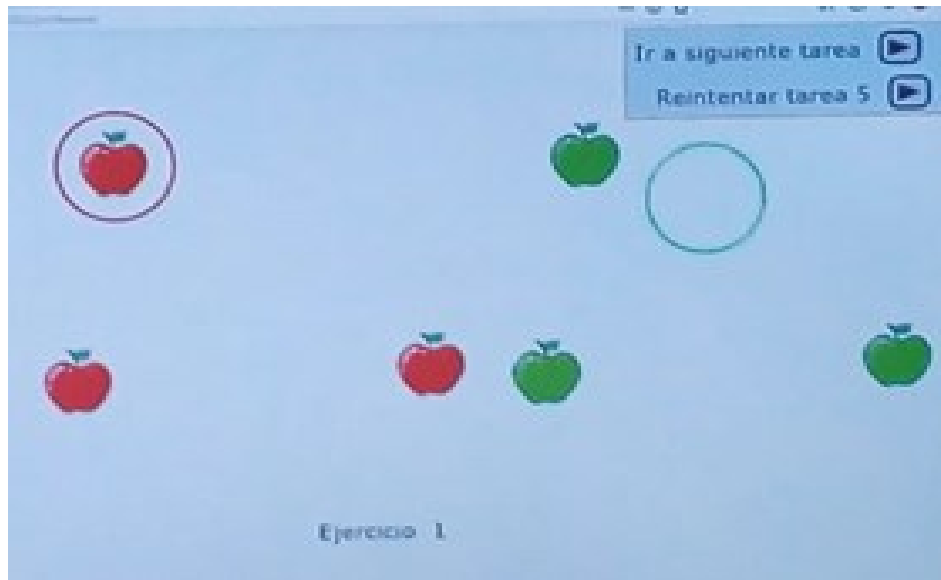


Ilustración 34. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 3–verificación

Oprimen *Reintentar tarea 5*, la figura vuelve al estado inicial. Cambia el vector de base y la posición del círculo rojo (el círculo rojo queda sobre una manzana roja).

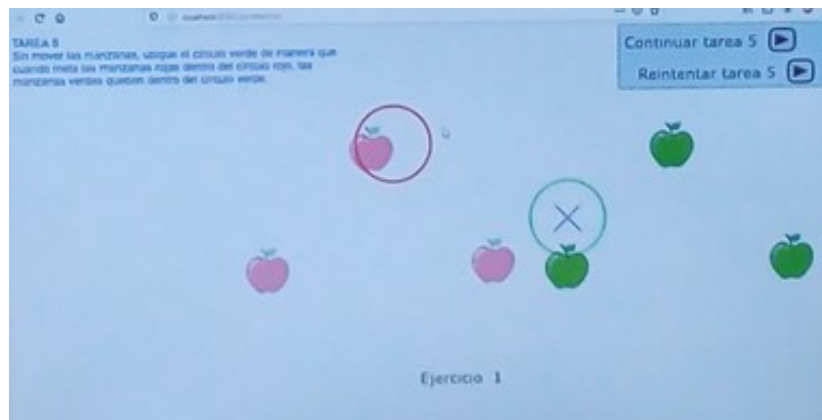


Ilustración 35. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–cuarto intento

Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta una manzana verde. Oprimen *Continuar tarea 5*, aparece el mensaje “Meta las manzanas dentro de los círculos para verificar”, las manzanas rojas se pueden arrastrar. Se ocultan el botón *Continuar tarea 5* y el centro de la circunferencia verde y aparece el botón *Ir a siguiente tarea*.

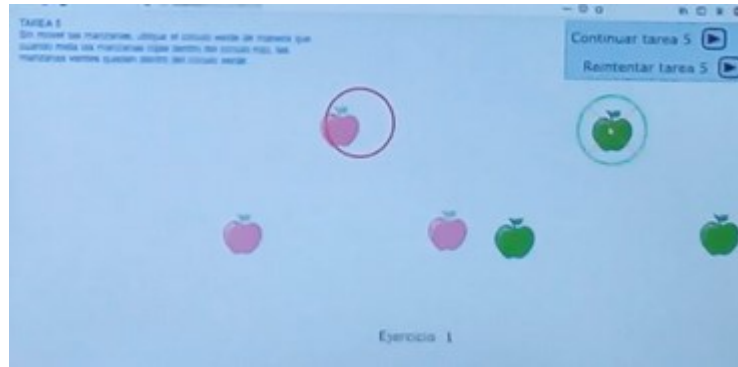


Ilustración 36. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 4–respuesta

Arrastran cada manzana roja al círculo rojo, las manzanas verdes quedan dentro del círculo verde.

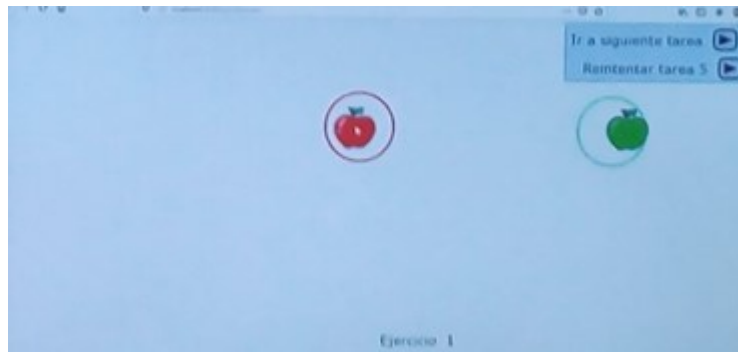


Ilustración 37. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 4–verificación

Oprimen *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo. Dibuje la posición de las manzanas y los círculos”. Se ocultan los botones y el botón *Pasar a siguiente tarea*.

Observamos que a los estudiantes se les dificulta la comprensión de la tarea. Dado que desde el inicio del intento había una manzana roja sobre el círculo rojo, pudieron resolver la tarea por superposición.

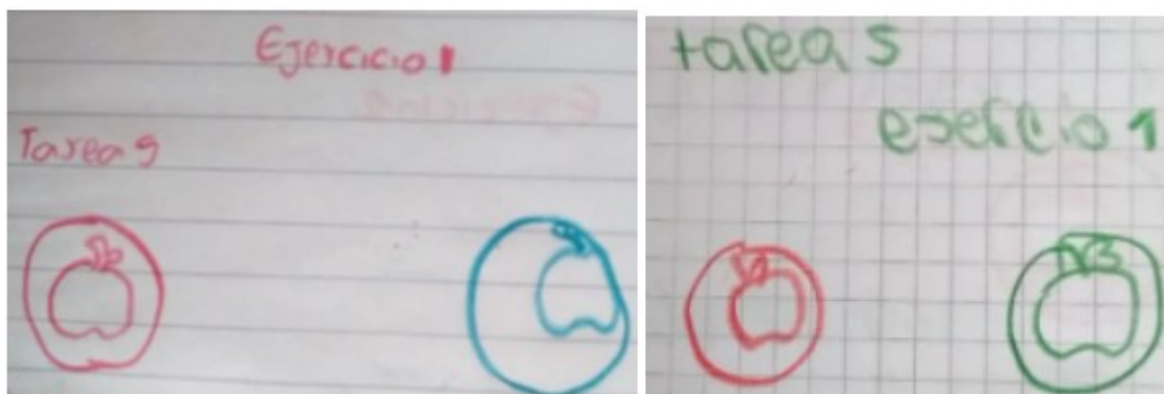


Ilustración 38. Ejercicio 1–actividad 1– tarea 5–intento 4– dibujo.

## Ejercicio 2

Después de dibujar oprimen *Pasar a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Felicitaciones, pase al siguiente ejercicio”; cambia a 2 el número de la expresión *Ejercicio*; se cambia el vector de base y aparecerá la tarea uno.

### Tarea 1

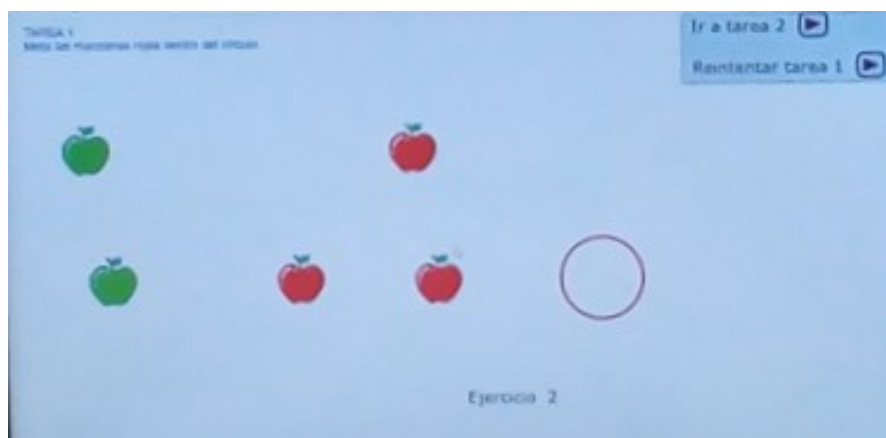


Ilustración 39. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 1–primer intento

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meterla dentro del círculo. Llevan el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo. Llevan el cursor a la tercera manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo.

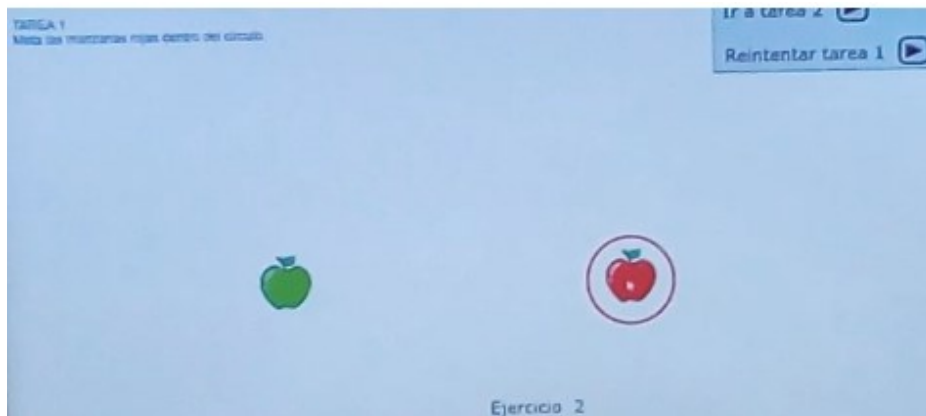


Ilustración 40. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 1–intento 1–respuesta

Oprimen *Ir a tarea 2*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y el círculo” desaparecen los botones que había y aparece el botón *Pasar a tarea 2*.

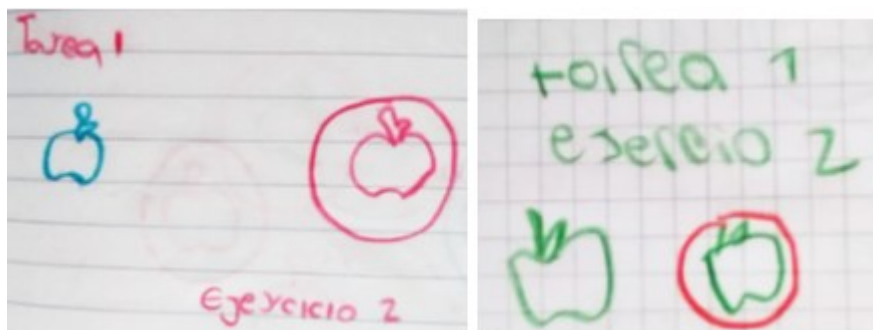


Ilustración 41. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 1–intento 1–dibujo

Puede verse que los estudiantes representan correctamente el sentido de la traslación, aunque el estudiante 2 no le da importancia a la magnitud.

## Tarea 2

Después de dibujar oprimen *Pasar a tarea 2*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 2.

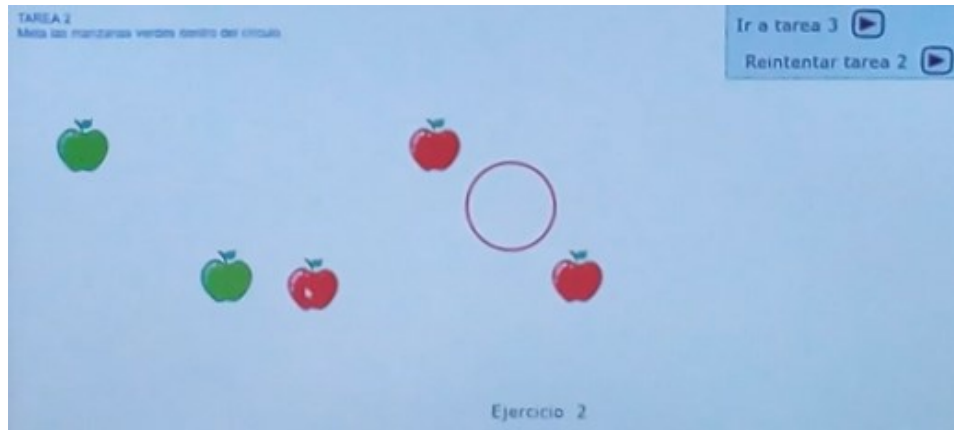


Ilustración 42. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 2–primer intento

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo. Llevan el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo. Llevan el cursor a la tercera manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo.



Ilustración 43. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 2–intento 1–respuesta.

Oprimen *Ir a tarea 3*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y el círculo”, se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a tarea 3*.

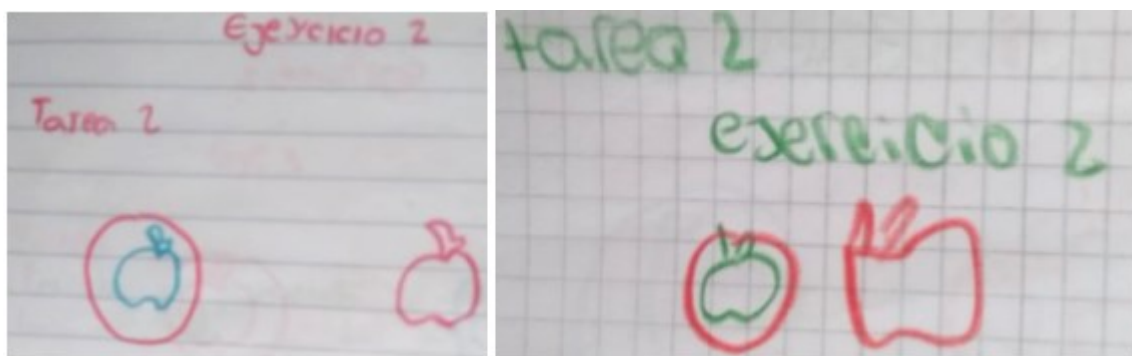


Ilustración 44. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 2–intento 1–dibujo



### Tarea 3.

Después de dibujar oprimen *Pasar a tarea 3*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 3.

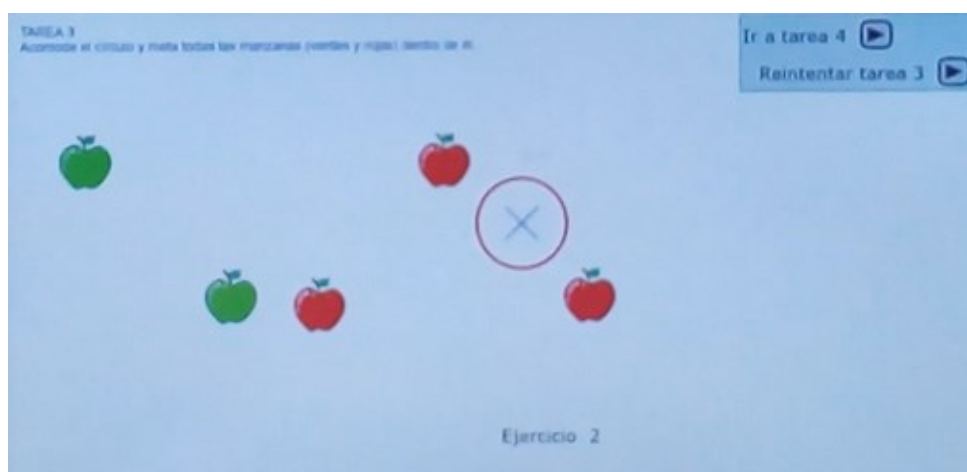


Ilustración 45. Ejercicio 2—actividad 1— tarea 3—primer intento

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo. Llevan el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo. Llevan el cursor a la tercera manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo.

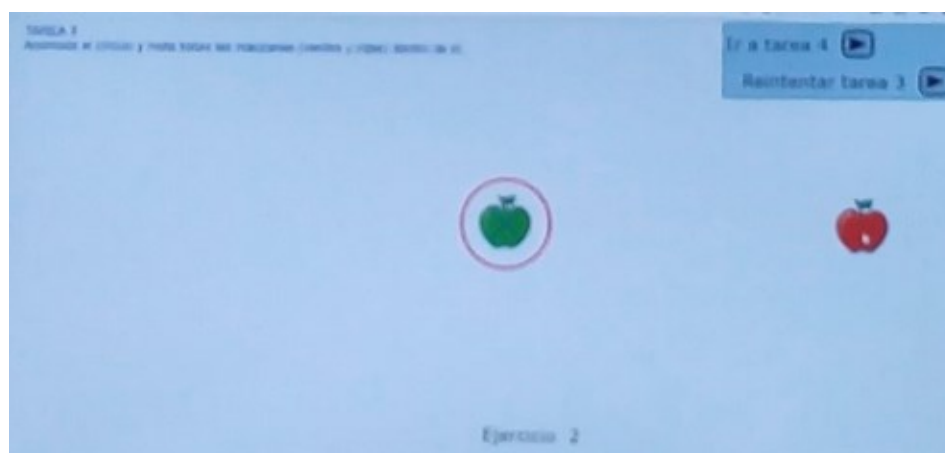


Ilustración 46. Ejercicio 2—actividad 1— tarea 3—intento 1—acción 1

Llevar el cursor al borde del círculo rojo y lo arrastran (el círculo no se mueve).

E1: ¿y ahí?

P: ¿Qué piensa E2?

E2: no se puede.

P: ¿Usted qué piensa E1, se puede o no se puede?

E1: no se puede.

P: entonces continúen.

Oprimen *Ir a tarea 4*. Aparece el mensaje “Escriba en su cuaderno cómo logró hacer la tarea y si no lo logró, escriba por qué no es posible resolver la tarea”. Se ocultan los botones que había y aparece *Pasar a tarea 4*.

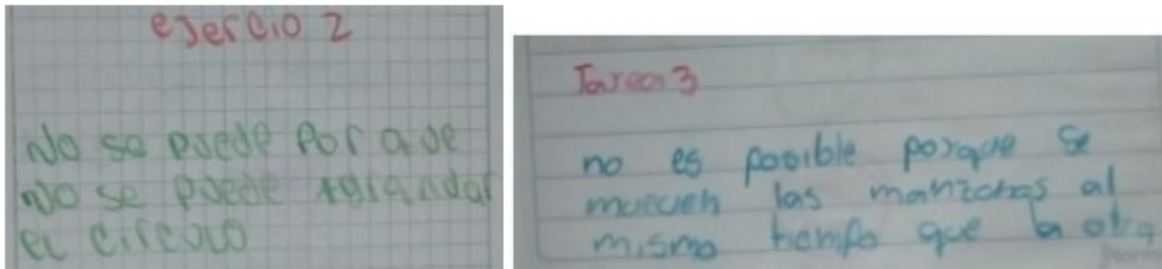


Ilustración 47. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 3–intento 1–respuesta

Los estudiantes dan los mismos argumentos que en el primer ejercicio: E1 escribió “no se puede porque no se puede agrandar el círculo”. E2 “no es posible porque se mueven las manzanas al mismo tiempo que la otra”.

#### Tarea 4

Después de escribir por qué no es posible resolver la tarea, oprimen *Pasar a tarea 4*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 4.

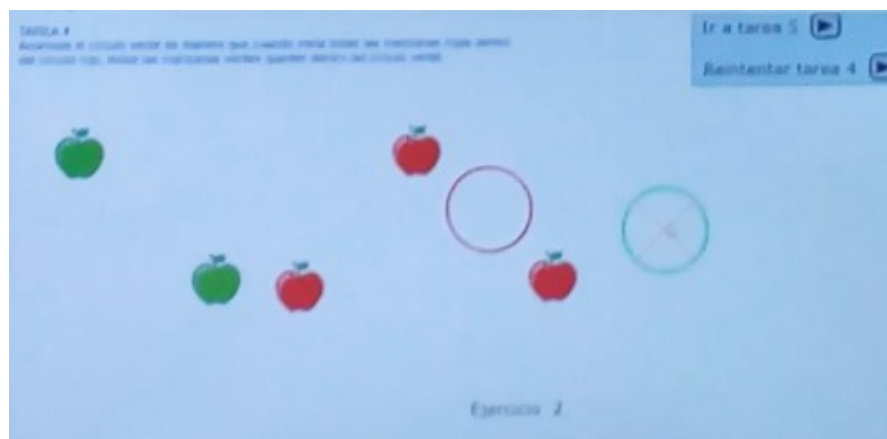


Ilustración 48. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 4–primer intento

Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hacia la derecha (el círculo verde queda separado del círculo rojo aproximadamente a la misma distancia que una pareja

correspondiente de manzanas, pero en sentido contrario a la traslación).

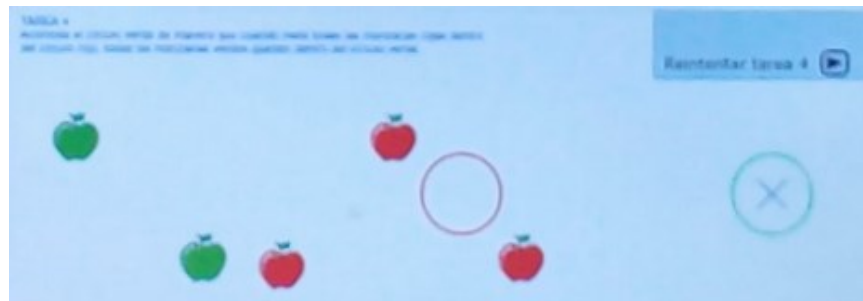


Ilustración 49. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 4–intento 1–acción 1

Oprimen *Ir a tarea 5*. Aparece el mensaje “Aún hay manzanas fuera de los círculos” y se oculta el botón *Ir a tarea 5*. Llevan el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana roja en el círculo verde y la manzana verde en el círculo rojo.

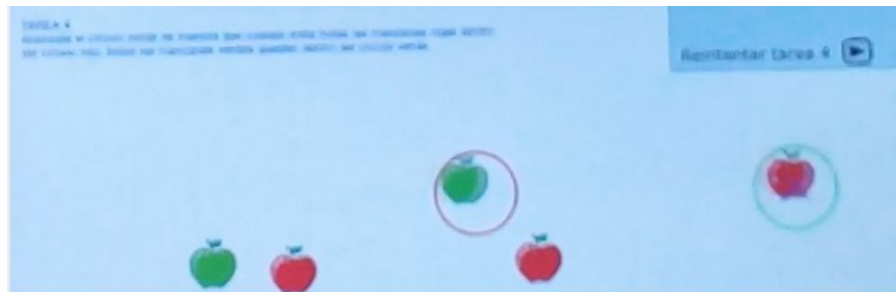


Ilustración 50. Ejercicio 2–actividad 1– tarea 4–intento 1– acciones 2

Oprimen *Reintentar tarea 4*. Aparece la figura como al inicio de la tarea. Las manzanas y los círculos cambian de posición. Cambia el vector de base y la posición de los círculos.

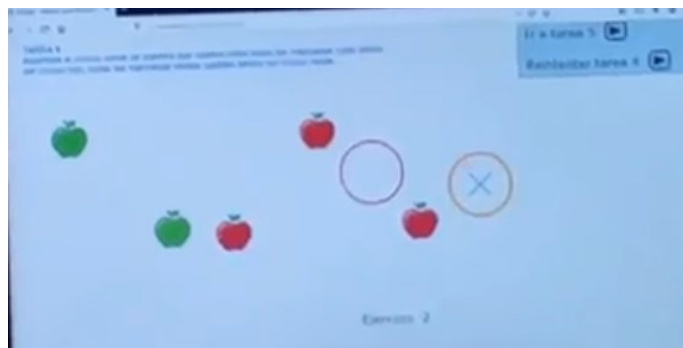


Ilustración 51. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 4–segundo intento

Llevan el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta que el círculo verde representa aproximadamente la traslación del círculo rojo según la traslación de las manzanas.

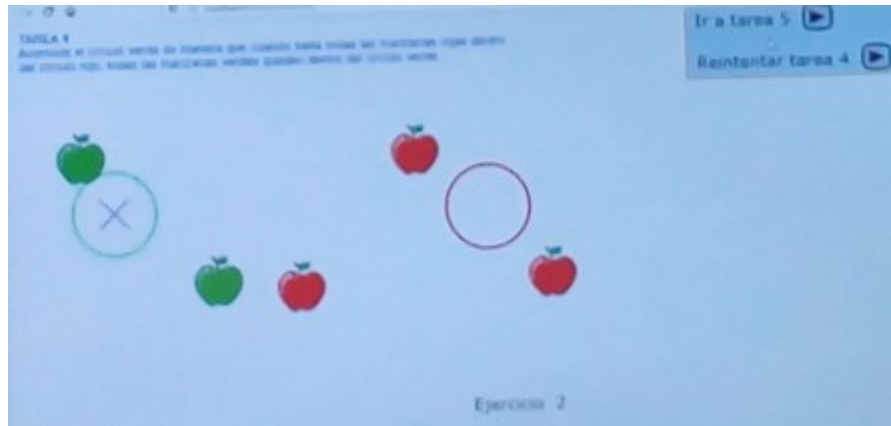


Ilustración 52. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 4–intento 2–acciones 1.

Oprimen *Ir a tarea 5*. Aparece el mensaje “Aún hay manzanas fuera de los círculos” y se oculta el botón *Ir a tarea 5*. Oprimen *Reintentar tarea 4*. Aparece la figura cómo al inicio de la tarea (entendemos que los estudiantes piensan que están en la tarea de anticipación, puesto que no arrastran ninguna manzana, solo arrastran el círculo verde y anticipan correctamente la posición de este).

Los estudiantes durante cuatro intentos más hacen las mismas acciones sin darse cuenta de que las manzanas rojas se pueden mover.

Luego oprimen *Reintentar tarea 4*. Aparece la figura como al inicio de la tarea. Cambia el vector de base y la posición de los círculos.

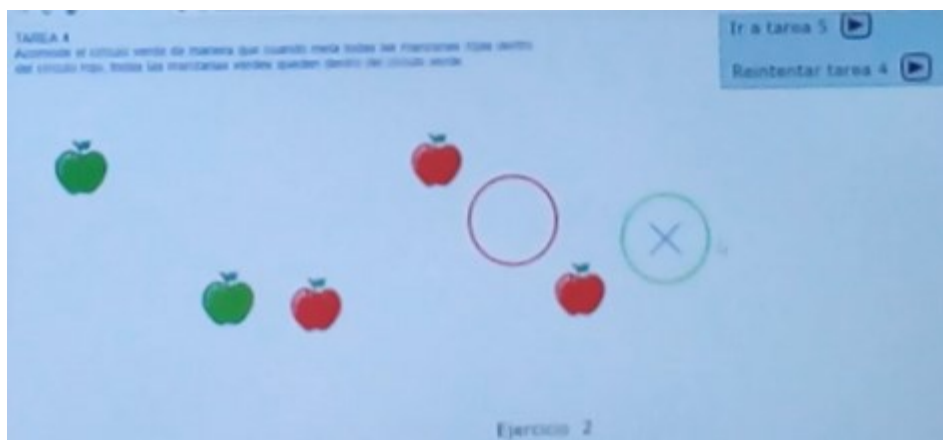


Ilustración 53. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 4–séptimo intento.

Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta colocarlo en una manzana verde.

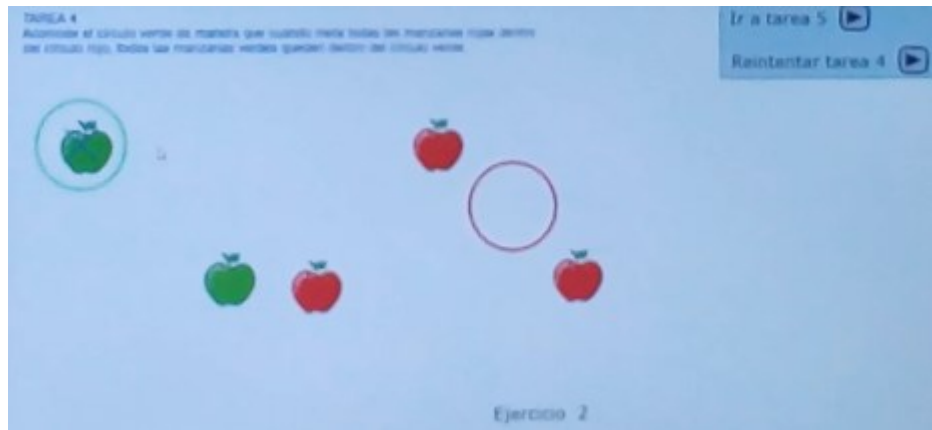


Ilustración 54. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 4–intento 7–acciones 1.

E1: ¿Puede mover las manzanas rojas?

E2: No (lleva el cursor sobre una manzana roja y la arrastra.)

E2: ayllu, sí. No me había dado cuenta.

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meterla dentro del círculo rojo. Llevan el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta colocarlo en la manzana verde correspondiente a la manzana que está dentro del círculo rojo. Llevan el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo rojo. Llevan el cursor a la tercera manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo rojo.

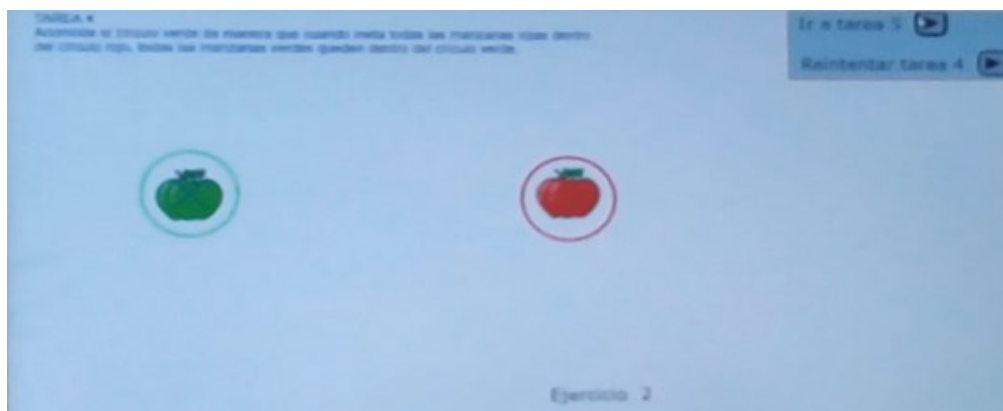


Ilustración 55. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 4–intento 7–respuesta.

Oprimen ir a tarea 5. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje en su cuaderno la posición de las manzanas y los círculos.” Se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a tarea 5*.

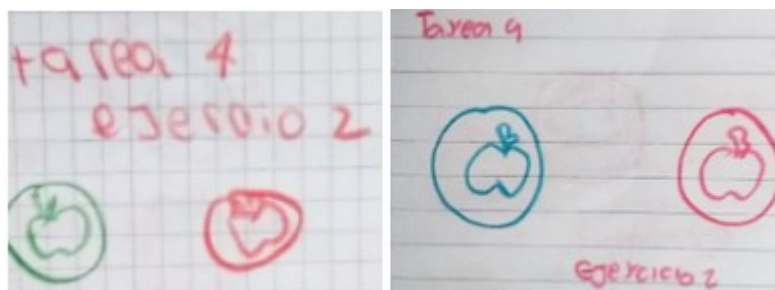


Ilustración 56. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 4–intento 7–dibujo.

## Tarea 5

Después de dibujar, oprimen *Pasar a tarea 5*. Se oculta este último botón y se muestra la tarea 5.

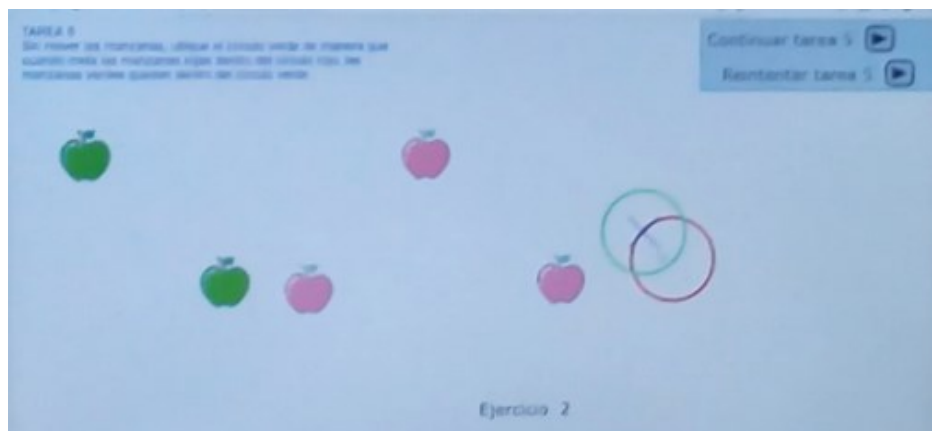


Ilustración 57. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 5–primer intento.

Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta que el círculo verde representa aproximadamente la traslación del círculo rojo según la traslación de las manzanas.

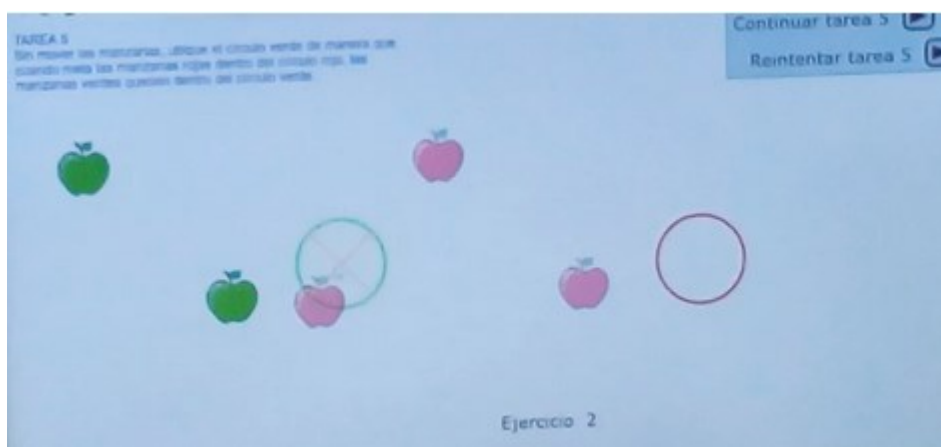


Ilustración 58. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 5–intento 1–respuesta.

Oprimen *Continuar tarea 5*. Aparece el mensaje “Meta las manzanas dentro de los círculos para

verificar”, las manzanas rojas se pueden arrastrar. Se oculta el botón *Continuar tarea 5* y el centro del círculo verde y aparece el botón *Ir a siguiente tarea*.

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana roja dentro del círculo rojo y la manzana verde correspondiente en el círculo verde. Repiten esta misma acción con las otras dos parejas de manzanas.

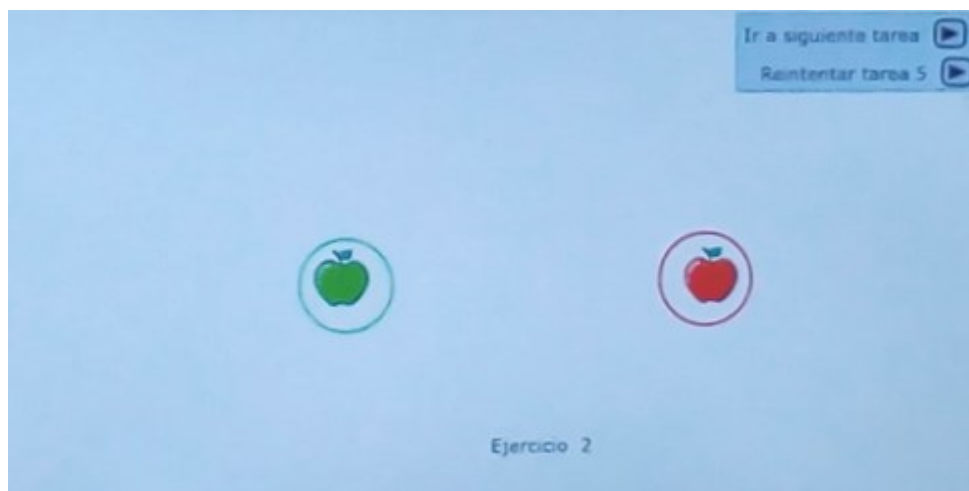


Ilustración 59. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 5–intento 1–verificación.

Oprimen *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo. Dibuje la posición de las manzanas y los círculos”. Se ocultan los botones y aparece el botón *Pasar a siguiente tarea*.

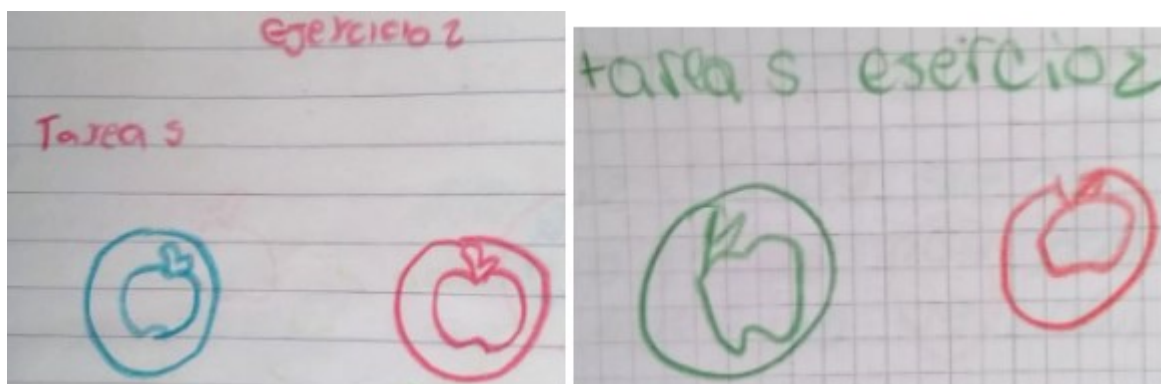


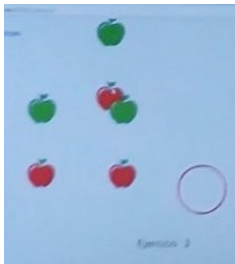
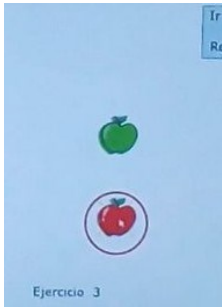
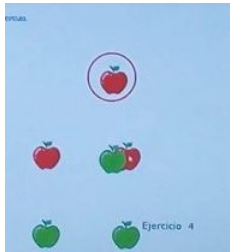
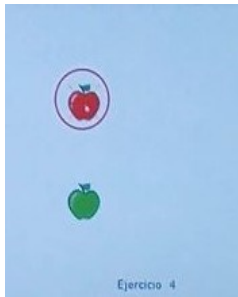
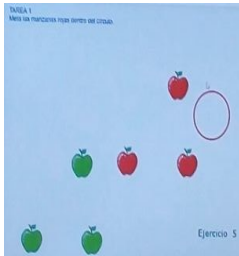
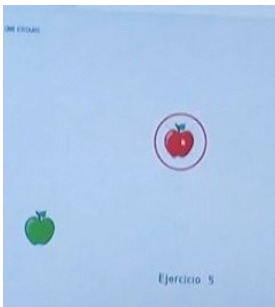
Ilustración 60. Ejercicio 2–actividad 1–tarea 5–intento 1–dibujo.

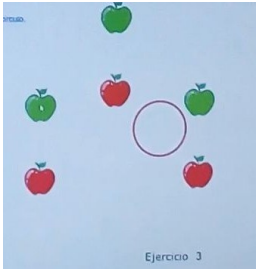
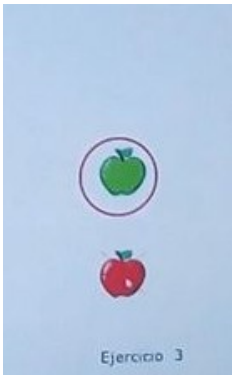
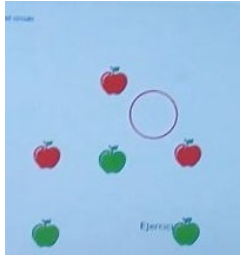

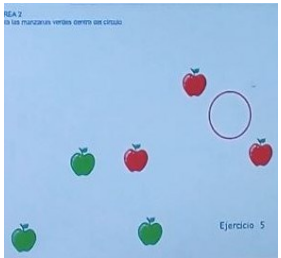

Después de dibujar oprimen *Pasar a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Felicitaciones, pase al siguiente ejercicio”; cambia a 3 el número de la expresión *Ejercicio*; se cambia el vector de base y aparece la tarea uno.

Podemos apreciar que los estudiantes han tomado conciencia de las estrategias de solución

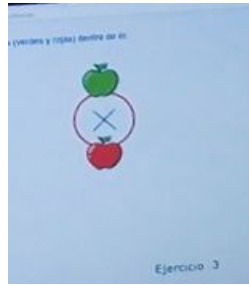
en algunas de las tareas de la actividad; con esto podemos suponer que han identificado fenómenos visuales relativos a la traslación, como los siguientes: el movimiento de las manzanas verdes depende del movimiento de las manzanas rojas, la distancia entre manzanas correspondientes es invariante, el orden (posición) de cada pareja de manzanas es invariante. En adelante nos interesa ver cómo los estudiantes se enfrentan al cambio del vector que está oculto en cada ejercicio, y en cada tarea por lo que dejaremos de ser minuciosos en la descripción de las acciones realizadas por los estudiantes y dejaremos en evidencia aquellas que son más relevantes.



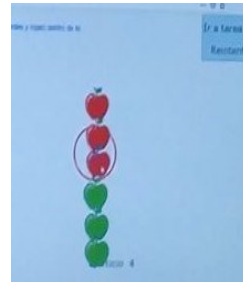
	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5
<p><b>TAREA 1</b></p> <p>“Meta las manzanas rojas dentro del círculo.”</p> <p>Las manzanas rojas pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla, al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación. El círculo no se puede mover.</p>	<p>Los estudiantes resuelven la tarea llevando las manzanas rojas dentro del círculo.</p>  <p><i>Ilustración 61. Figura inicial.</i></p>  <p><i>Ilustración 62. Respuesta.</i></p>	<p>Los estudiantes resuelven la tarea llevando las manzanas rojas dentro del círculo.</p>  <p><i>Ilustración 63. Figura inicial</i></p>  <p><i>Ilustración 64. Respuesta.</i></p>	<p>Los estudiantes resuelven la tarea llevando las manzanas rojas dentro del círculo.</p>  <p><i>Ilustración 65. figura inicial</i></p>  <p><i>Ilustración 66. Respuesta.</i></p>
<p>Podemos apreciar en las respuestas que los estudiantes resuelven la tarea sin dificultad, en todos los ejercicios. Arrastran las manzanas rojas dentro del círculo.</p>			

<p><b>Tarea 2</b></p> <p>“Meta las manzanas verdes dentro del círculo”</p> <p>La figura de la segunda tarea es muy similar a la primera, lo que cambia son el enunciado y los botones: uno llamado <i>Reintentar tarea 2</i> y otro llamado <i>Ir a tarea 3</i>.</p>	<p>Los estudiantes resuelven la tarea llevando las manzanas verdes dentro del círculo.</p>  <p><i>Ilustración 67. Figura inicial.</i></p>  <p><i>Ilustración 68. Respuesta.</i></p>	<p>Los estudiantes resuelven la tarea llevando las manzanas verdes dentro del círculo.</p>  <p><i>Ilustración 69. Figura inicial.</i></p>  <p><i>Ilustración 70. Respuesta.</i></p>	<p>Los estudiantes resuelven la tarea llevando las manzanas verdes dentro del círculo.</p>  <p><i>Ilustración 71. Figura inicial.</i></p>  <p><i>Ilustración 72. Respuesta.</i></p>
<p>Al resolver la tarea en el ejercicio 5 los estudiantes no van sobre las manzanas verdes como antes, por el contrario, arrastran las manzanas rojas para acomodar las manzanas verdes, podemos suponer que han identificado que el movimiento de las manzanas verdes depende del movimiento de las manzanas rojas.</p>			

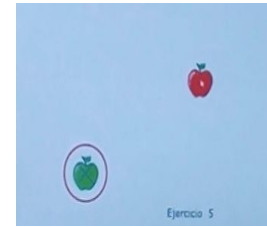
<p><b>Tarea 3</b></p> <p>“Acomode el círculo y meta todas las manzanas (verdes y rojas) dentro de él.”</p> <p>Las manzanas rojas, igual que el círculo rojo, pueden arrastrarse libremente a cualquier lado de la pantalla. Al mover las manzanas rojas también se moverán las manzanas verdes conservando la traslación.</p>	 <p><i>Ilustración 73. Figura inicial.</i></p> <p>Llevar el cursor al centro del círculo y lo arrastran hasta una manzana verde, luego lo arrastran hasta una manzana roja. Llevan el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta que la pareja de manzanas toca el borde del círculo, repiten estas últimas acciones con las otras dos manzanas rojas.</p>	 <p><i>Ilustración 75. Figura inicial</i></p> <p>Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta colocar la manzana verde correspondiente en el borde inferior del círculo. Llevan el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta colocarla debajo de la primera manzana roja. Llevan el cursor a la tercera manzana roja y la arrastran hasta colocarla debajo de la segunda manzana roja.</p>	 <p><i>Ilustración 77. Figura inicial</i></p> <p>Llevar el cursor al centro del círculo y lo arrastran hacia abajo. Llevan el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana verde correspondiente en el círculo. Repiten las mismas acciones con las otras dos parejas de manzanas (los estudiantes no intentan arrastrar manzanas verdes cómo en los ejercicios anteriores).</p>
---	---	---	--



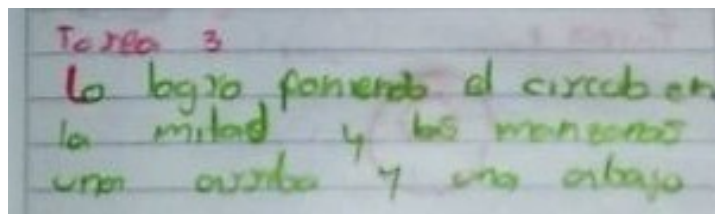
*Ilustración 74.  
Acción.*



*Ilustración 76.  
Acción.*



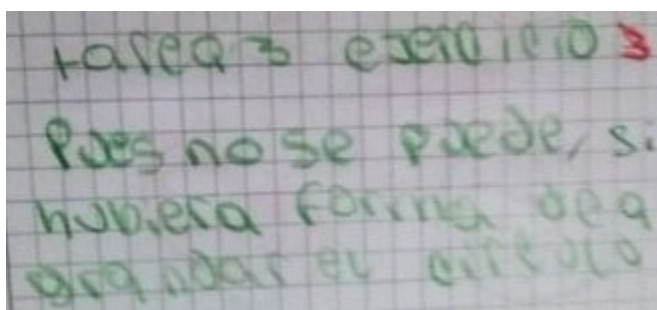
*Ilustración 78.  
Acción.*



*Ilustración 79. Actividad 1–tarea 3–respuesta E1*

E1 escribe: “Lo logró poniendo el círculo en la mitad y las manzanas una arriba y una abajo”.

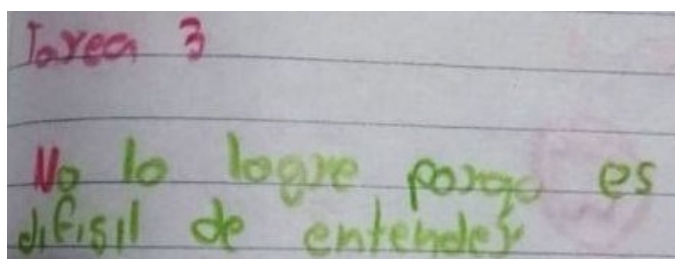
Entendemos que E1 dice que la tarea 3 si es posible de resolver.



*Ilustración 80. Actividad 1–tarea 3–respuesta E2*

E2 escribe: “pues no se puede, si hubiera forma de agrandar el círculo”.

E2 transforma el argumento escrito en los ejercicios pasados, dando una posible modificación a la tarea para poder solucionarla.



*Ilustración 81. Actividad 1–tarea 3–respuesta E1*

E1 escribe “no lo logre porque es difícil de entender”.

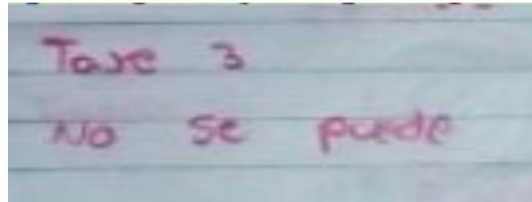
E1 cree que la tarea debe tener solución.

tarea 3      ejercicio 1  
no se puede por que  
no se puede agrandar  
el espacio

*Ilustración 82. Actividad 1-tarea 3-respuesta E2*

E2 escribe: “no se puede porque no se puede agrandar el círculo”.

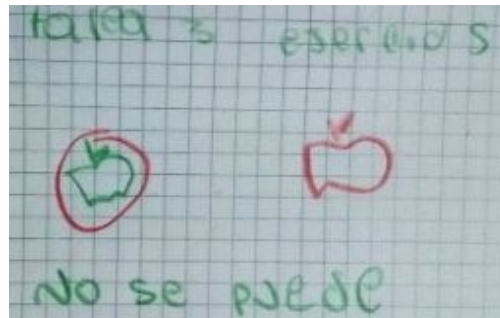
E2 ratifica que la tarea no se puede resolver siempre y cuando no se pueda agrandar el círculo.



*Ilustración 83. Actividad 1 –tarea 3–respuesta E1*

E1 escribe: “no se puede”

Creemos que E1 reconoce que la tarea no se puede solucionar.



*Ilustración 84. Actividad 1 –tarea 3–respuesta E2*

E2 escribe “no se puede”

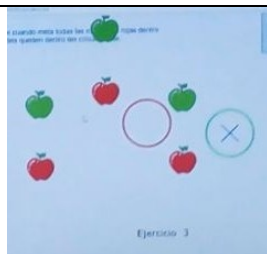
Hace el dibujo de las acciones realizadas. A diferencia de los ejercicios anterior E2 no escribe argumentos de porque no es posible solucionar la respuesta.

Al terminar la tarea 3 en el ejercicio 5 concluyen que la tarea no se puede resolver. Aunque en el transcurso de los ejercicios surgieron ideas como por ejemplo agrandar el círculo o poder encontrar alguna manera de resolver la tarea, suponemos que al final pudieron darse cuenta de la invarianza de la distancia entre la pareja de manzanas.

## Tarea 4

“Acomode el círculo verde de manera que cuando meta todas las manzanas rojas dentro del círculo rojo, todas las manzanas verdes queden dentro del círculo verde.”

La figura que se muestra para la tarea cuatro es semejante a la figura de la tarea tres con la diferencia que aparece un círculo de color verde con su punto centro, representado con una equis azul, del cual se puede mover el círculo a cualquier punto de la pantalla. El círculo rojo no se

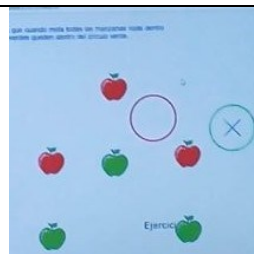


*Ilustración 85. Figura inicial.*

Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta qué representa aproximadamente la traslación del círculo rojo, según la traslación de las manzanas.

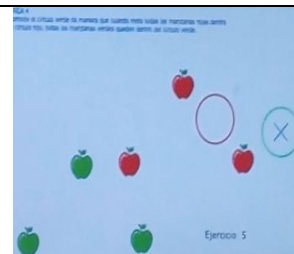
Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter: la manzana roja en el círculo rojo y la manzana correspondiente en el círculo verde.

Repiten esta acción con las otras dos manzanas rojas.



*Ilustración 87. Figura inicial.*

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo rojo, llevan el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta que la manzana verde correspondiente queda dentro del círculo verde. Llevar el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta colocar: la manzana roja dentro del círculo rojo y la manzana verde dentro del círculo verde. Llevar el cursor a

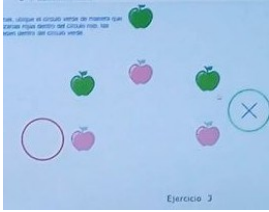
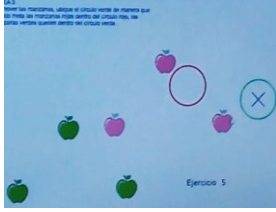




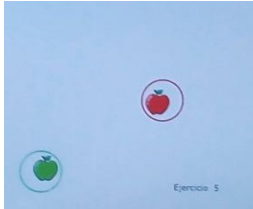
*Ilustración 89. Figura inicial.*

Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meterla en el círculo rojo, llevan el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta que la manzana verde correspondiente queda dentro del círculo verde. Llevar el cursor a una segunda manzana roja y la arrastran hasta colocar: la manzana roja dentro del círculo rojo y la manzana verde dentro del círculo verde. Llevar el



<p>puede mover.</p>	<div data-bbox="526 184 760 508" data-label="Image"> </div> <p><i>Ilustración 86. Respuesta.</i></p>	<p>una segunda manzana roja y la arrastran hasta colocar: la manzana roja dentro del círculo rojo y la manzana verde dentro del círculo verde.</p> <div data-bbox="857 680 1097 928" data-label="Image"> </div> <p><i>Ilustración 88. Respuesta.</i></p>	<p>cursor a la tercera manzana roja y la arrastran hasta colocar: la manzana roja dentro del círculo rojo y la manzana verde dentro del círculo verde.</p> <div data-bbox="1190 730 1466 1058" data-label="Image"> </div> <p><i>Ilustración 90. Respuesta.</i></p>
<p>En el comienzo de esta tarea se tuvieron dificultades. Los estudiantes pensaban que estaban en una tarea de anticipación, puesto que no arrastraban ninguna manzana, solo arrastraban el círculo verde y anticipaban la posición de este, con el transcurso de la actividad se dieron cuenta que podían mover las manzanas y superponer el círculo verde, de allí en adelante resolvían la tarea sin dificultades.</p>			

<p><b>Tarea 5</b></p> <p>“Sin mover las manzanas, ubique el círculo verde de manera que cuando meta las manzanas rojas dentro del círculo rojo, las manzanas verdes queden dentro del círculo verde.”</p> <p>Esta tarea consta de dos partes. En la primera, los estudiantes resuelven la tarea, y en la segunda verifican que esté correcta.</p>	 <p><i>Ilustración 91. Figura inicial</i></p> <p>Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta que representa aproximadamente la traslación del círculo rojo según la traslación de las manzanas.</p> <p>Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana roja en el círculo rojo y, la manzana verde en el círculo verde.</p>	<p>Llevar el cursor hasta el centro del círculo verde y lo arrastran hasta que representa aproximadamente la traslación del círculo rojo según la traslación de las manzanas.</p> <p>Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter la manzana roja en el círculo rojo y, la manzana verde en el círculo verde.</p>	 <p><i>Ilustración 94. figura inicial</i></p> <p>Llevar el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran hasta que representa aproximadamente la traslación del círculo rojo según la traslación de las manzanas.</p> <p>Llevar el cursor a una manzana roja y la arrastran hasta meter: la manzana roja en el círculo rojo y la manzana verde en el círculo verde.</p>
---	--	---	--

<p>En la primera parte, no es posible arrastrar ninguna manzana. En la segunda parte, es posible arrastrar las manzanas rojas y no es posible arrastrar ninguno de los círculos.</p>	<p>Repiten estas últimas acciones con las otras dos parejas de manzanas.</p>  <p><i>Ilustración 92. Respuesta.</i></p>	<p>Repiten estas últimas acciones con las otras dos parejas de manzanas rojas.</p>  <p><i>Ilustración 93. Respuesta.</i></p>	<p>Repiten estas últimas acciones con las otras dos parejas de manzanas.</p>  <p><i>Ilustración 95. Respuesta.</i></p>
<p>Los estudiantes en la tarea 5 utilizaban las mismas estrategias durante los ejercicios, necesitando solo un intento para solucionar cada tarea, con esto podemos suponer que han identificado fenómenos visuales relativos a la traslación, como los siguientes: El movimiento de las manzanas verdes dependen del movimiento de las manzanas rojas, la distancia entre manzanas correspondientes es invariante, el orden (posición) de cada pareja de manzanas es invariante.</p>			

### Puesta en común

P: ¿Cómo lograron resolver la tarea 1?

E3: moviendo la manzana roja con el clic manteniendo y moviéndola hasta el círculo.

P: ¿todos están de acuerdo?

Todos: sí.

P: ¿tuvieron alguna dificultad?

Todos: no

P: ¿Qué pudieron observar en la realización de la tarea? ¿Qué pasaba cuando se movía la manzana roja?

Todos: se movía la manzana verde.

E3: mantenían el mismo espacio de la otra a la otra.

P: ¿Se movían a cualquier lado?

Todos: no, en una línea recta.

P: ¿cuáles eran las manzanas que se podían mover?

Todos: las rojas.

P: ¿Cómo hicieron para resolver la tarea 2?

E4: Movía la roja y ahí se iba acomodando la verde.

P: ¿Tuvieron alguna dificultad ahí?

Todos: no.

P: la tarea 3 ¿La pudieron solucionar?

E3: la tarea 3 no se puede solucionar ya que las dos manzanas cómo mantienen un espacio entre ellas, no se pueden pegar y quedar en el círculo.

P: ¿Están de acuerdo todos? Todos: sí

P: ¿Qué explicación daría E2? ¿Por qué no se puede solucionar la tarea?

E2: no se puede solucionar la tarea porque se mantiene muy abierto el espacio y el círculo es muy pequeño.

E3: la única manera de haber resuelto el problema es que uno pudiese agrandar el círculo, para que todas las manzanas queden dentro de él.

E2: o reducir el espacio que hay entre estas (señala con las manos una pareja de manzanas correspondiente).

P: E1 ¿Que dice sobre eso?

E1: yo digo lo mismo que es por el espacio que hay, siempre están con el mismo espacio.

P: ¿Qué dice sobre lo que dijo E2 y E3? que se podría agrandar el círculo ...

E3: minimizar el espacio que hay entre una manzana verde y una manzana roja.

E1: Sí, se podría hacer.

P: E4 ¿Qué dice sobre lo que están diciendo ellos? ¿Es cierto o es falso?

E4: Es cierto. Porque si el círculo se pudiera agrandar pues cabrían todas.

P: qué pasaba cuando metían primero las manzanas verdes ¿Que pasaba con las manzanas rojas?

E3: se alejaban y quedaban fuera del círculo.

P: la tarea cuatro ¿Cómo logró realizar la tarea cuatro?

E3: uno cogía las manzanas rojas y las metía dentro del círculo, cuando ya quedaban las verdes organizadas uno cogía el círculo y lo llevaba allá.

P: ¿Usted cómo solucionó esa tarea, E1?

E1: lo mismo, la manzana roja la acomodaba en el círculo rojo y el círculo de la manzana verde lo ponía donde quedaba la manzana verde.

P: ¿cómo solucionaron la tarea 5, donde ya no se podía mover las manzanas?

E3: pues al principio, yo no sabía que al continuar la tarea uno podía mover las manzanas verdes. Cuando ya me di cuenta de que uno tenía que acomodar el círculo igual que el espacio que tenía cada manzana.

P: ¿Cómo hicieron para saber dónde tenía que colocar el círculo verde? ¿Cómo hacían para saber que la distancia que había entre las manzanas era la misma distancia que estaba entre los círculos?

E4: teniendo más o menos la medida, la distancia, calculaba.

P: ¿Cómo hacía ese cálculo?

E4: mirando

El profesor le pide que resuelvan la tarea 5, para facilitar la explicación.

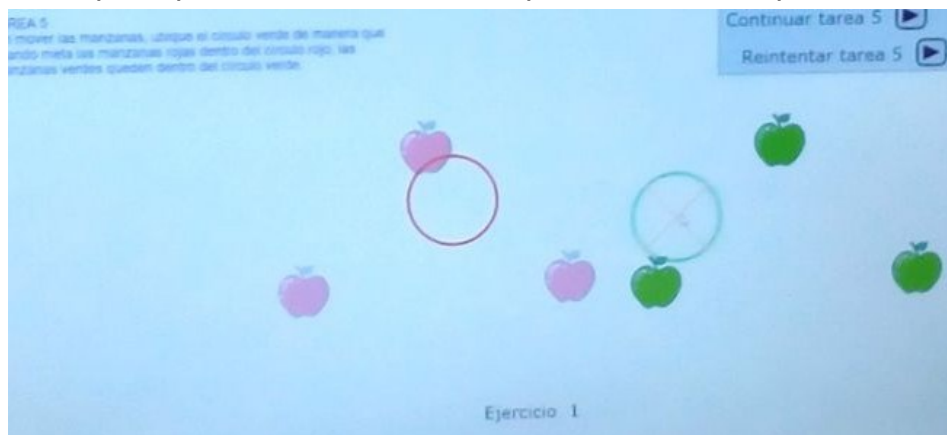
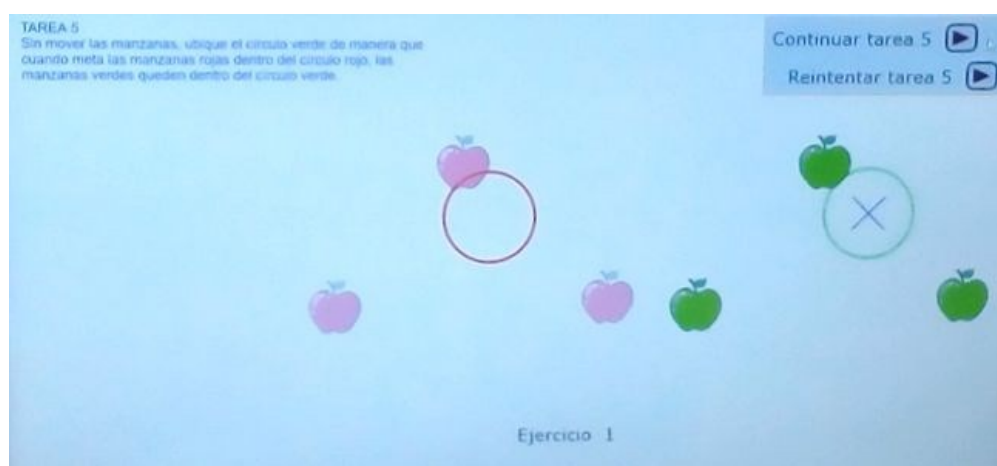


Ilustración 96. Actividad 1– puesta en común– explicación

E3: Primero mido la distancia que hay acá (señala con el cursor una pareja de manzanas correspondientes) tratando de saber que si yo muevo una manzana acá se va a venir la

otra. Entonces midiendo la distancia sería aquí (entendemos que los estudiantes imaginan que ya colocaron una manzana en el círculo rojo y colocan el círculo verde donde creen que quedaría la manzana verde correspondiente).



*Ilustración 97. Actividad 1— puesta en común— explicación 2*

P: ¿Cuál era la dificultad que tenían? Escuché que decían: esa tarea no se puede solucionar ¿Por qué pensaban que esa tarea no tenía solución?

E3: porque no se podían mover las manzanas. Solo el círculo y uno no sabía que después de la tarea iba la otra y ahí si se podían mover las manzanas.

P: Después de solucionar todas las tareas ¿Que generalidad, que conclusión, que afirmación podrían decir ustedes sobre las tareas o sobre el comportamiento de las manzanas?

E3: que todas las manzanas mantenían un espacio, pero cambiaban de posición.

P: Ustedes dicen que las posiciones iban cambiando. ¿Cómo eran las posiciones en el ejercicio uno y en el ejercicio 2? para eso pueden revisar los dibujos que ustedes hicieron. ¿En el ejercicio uno cómo era la posición de las manzanas?

E2: línea recta

P: ¿a qué lado se encontraban las manzanas verdes de las manzanas rojas?

E3: en el ejercicio uno la manzana roja está al lado izquierdo y la manzana verde está al lado derecho. En el ejercicio dos la manzana verde está al lado izquierdo y la manzana roja está al derecho (los estudiantes identifican la posición de las manzanas verdes respecto a las manzanas rojas).

P: ¿Cuál era la diferencia en el ejercicio tres y el ejercicio cuatro?

E1: que el ejercicio tres era una encima de la otra y en el cuatro era...

E4: en el cuatro también, pero de diferente color.

E1: por ejemplo, en el ejercicio tres la manzana verde estaba arriba y la roja abajo. En el cuatro la roja arriba y la verde abajo.

### **Conclusiones actividad 1**

En el primer ejercicio de la tarea 5 los estudiantes intentan utilizar la estrategia de superposición que emplearon en la tarea 4; después de varios intentos, una manzana roja queda dentro del círculo rojo, permitiendo la estrategia de superposición.

En el segundo ejercicio de la tarea 4 los estudiantes hacen la estrategia de anticipación, acomodando primero el círculo verde y luego oprimen *ir a tarea 5*, sin meter las manzanas dentro de los círculos, utilizando varios intentos hasta percatarse que pueden arrastrar las manzanas para solucionar la tarea. Creemos que la decisión de presentar la tarea de anticipación directamente después del primer ejercicio de experimentación no es adecuada. Sería necesario que los estudiantes realicen varios ejercicios de experimentación antes de pasar a la anticipación.

### **Propiedades de la traslación que empezaron a ser identificadas**

- Magnitud. En la tarea 3 los estudiantes referencian la imposibilidad de agrandar el círculo o reducir el espacio entre las manzanas, evidencia de la toma de conciencia de la invarianza de la magnitud de la traslación.
- Sentido y dirección. En la tarea 4 cuando los estudiantes anticipan la traslación del círculo rojo según la traslación representada por las manzanas, utilizan conocimientos relacionando con el sentido y la dirección de la traslación. Además, en la puesta en común, cuando comparan los ejercicios, mencionan el cambio de sentido de la traslación.

## **Actividad 2**

### **Objetivo**

Reconocer que un vector puede representar una traslación. Es decir, el vector representa la distancia, la dirección y el sentido entre parejas de puntos correspondientes.

## Descripción

La actividad 2 consta de 3 tareas, las cuales se repiten con diferentes vectores en cada ejercicio. La primera tarea es una tarea de exploración donde los estudiantes la pueden resolver utilizando superposición. Se espera que al trabajar en esta tarea tomen conciencia de las relaciones que debe haber entre el vector y cada pareja de manzanas correspondientes. La tarea 2 es una tarea de anticipación: No es posible resolverla por superposición; es necesario utilizar de manera explícita las relaciones entre el vector y las parejas de manzanas. La tarea 3 es idéntica a la tarea 2, pero las manzanas pasan a ser vértices de un triángulo.

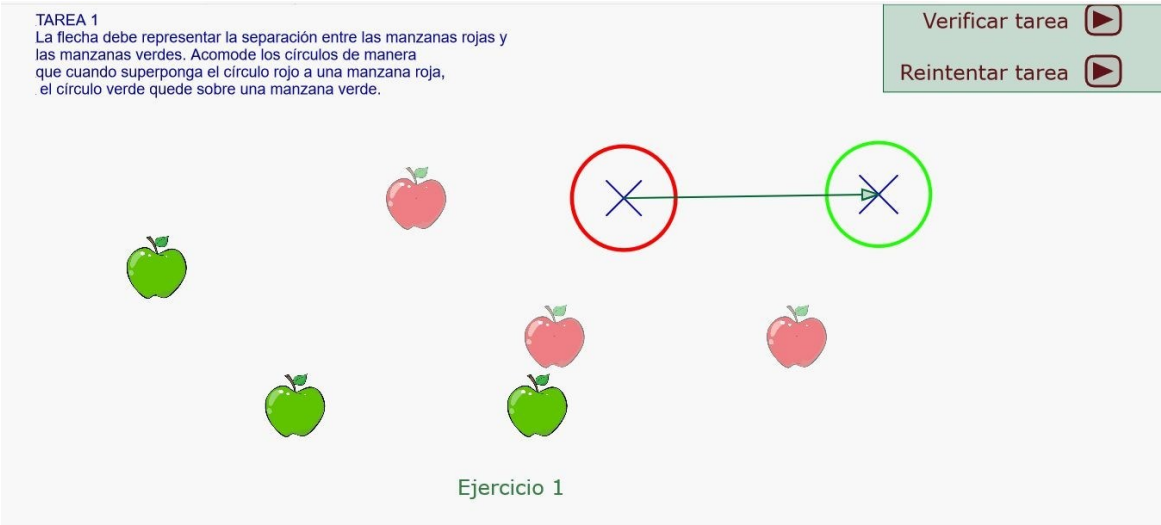
Esta tarea sirve de transición a la siguiente actividad y supone un cambio del aspecto puntual al aspecto global de la traslación.

En la figura hay 3 parejas de manzanas (verde, roja), un círculo rojo, un círculo verde y un vector que une los centros de estos dos círculos. Los estudiantes deben modificar el vector para que represente la traslación entre las manzanas verdes y las manzanas rojas.

### Tarea 1 (Exploración).

**TAREA 1**  
La flecha debe representar la separación entre las manzanas rojas y las manzanas verdes. Acomode los círculos de manera que cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre una manzana verde.

Verificar tarea ▶  
Reintentar tarea ▶



Ejercicio 1

Ilustración 98 Actividad 2–tarea 1–medio

### Enunciado:



“La flecha deberá representar la separación entre las manzanas rojas y las manzanas verdes, acomode los círculos de manera que cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre una manzana verde”.

En esta tarea los centros de los círculos se pueden arrastrar, el vector no puede tomarse de la línea. La tarea consiste en asignar al vector una dirección, una magnitud y un sentido tales que, al arrastrarlo tomándolo de la línea pueda superponerse la pareja de círculos con cada una de las parejas de manzanas. La tarea incluye un momento de verificación en el que los estudiantes deben hacer esa superposición.

### **Descripción de la secuencia**

Al comienzo de la tarea hay dos botones: *Verificar tarea* y *Reintentar tarea*.

Al oprimir *Verificar tarea* aparece un letrero que dice “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; se ocultan los centros de los círculos (para que no sea posible arrastrarlos); la flecha se hace más gruesa; se oculta el botón “*Verificar tarea*”; aparece un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” también una nueva expresión llamada “*Parejas verificadas*”, que mostrará el número de parejas de manzanas que se hayan verificado.

Al oprimir *Reintentar tarea* la figura vuelve al estado inicial. Al oprimir *Ir a siguiente tarea* pueden suceder 4 cosas:

- 1) Si no ha superpuesto los círculos con ninguna pareja de manzanas, aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de manzanas.” y se oculta *Ir a siguiente tarea*.
- 2) Si ha superpuesto los círculos con una pareja de manzanas, aparecerá el mensaje “Solo ha verificado una pareja de manzanas.” y se oculta *Ir a siguiente tarea*.
- 3) Si ha superpuesto los círculos con dos parejas de manzanas, aparecerá el mensaje “Solo ha verificado dos parejas de manzanas.” y se oculta *Ir a siguiente tarea*.
- 4) Si ha superpuesto los círculos con las tres parejas de manzanas, aparece el mensaje “Bravo, dibuje las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y

aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*, que da paso a la tarea 2.

### **Análisis a priori**

Es posible que los estudiantes no entiendan el enunciado de la tarea. Sin embargo, al comenzar la tarea, tanto si han modificado el vector como si no, al pasar a la verificación podrán darse cuenta de que solo pueden arrastrar el vector tomándolo de la línea y por lo tanto no lo pueden modificar; solo pueden cambiar su posición. Así que no podrán superponer los círculos a las manzanas. Al reintentar, podrán comprender el sentido de la tarea que consiste en modificar el vector para luego hacer la verificación.

### **Descripción de la secuencia**

Es posible que los estudiantes (recordando la actividad uno) intenten arrastrar las manzanas hacia los círculos. Como esa acción no es posible, deberán abandonarla. En el caso que los estudiantes decidan abandonar la tarea, el profesor intervendrá con preguntas orientadoras cómo ¿Por qué abandonó la tarea? ¿ya intentaron mover todos los elementos presentes, que le puedan permitir la solución de la tarea. Se espera que los estudiantes, por su propia cuenta, o como reacción a la intervención del profesor, intenten arrastrar los demás objetos y constaten que es posible modificar el vector arrastrando los centros de los círculos.

La tarea solo puede resolverse si el vector representa la traslación de las manzanas rojas a las verdes. En cualquier otro caso, no será posible superponer la pareja de círculos a las parejas de manzanas.

Existen dos estrategias para acomodar el vector:

1. Superponer el círculo rojo con una manzana roja y el círculo verde con la manzana verde correspondiente. Esta es la solución por superposición que será bloqueada en las tareas dos y tres.
2. Sin superponer los círculos con las manzanas, arrastrar el círculo rojo o el círculo

verde “copiando” la distancia, la inclinación y el orden de las parejas de manzanas. Esta es la solución por anticipación.

## Tarea 2 (Anticipación).

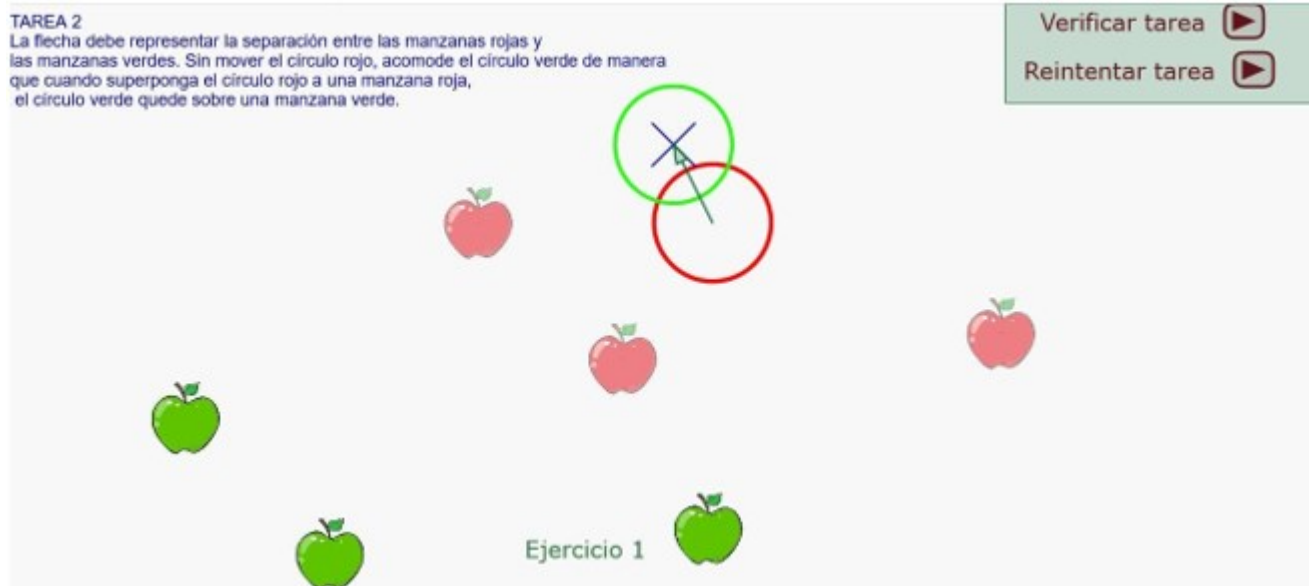


Ilustración 99. Actividad 2-tarea 2-medio.

“La flecha debe representar la separación entre las manzanas rojas y las manzanas verdes, acomode el círculo verde de manera que cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre una manzana verde.”

A diferencia de la tarea uno, solo se puede arrastrar el centro del círculo verde. El centro del círculo rojo está oculto para impedir la superposición de los círculos con una pareja de manzanas.

## Descripción de la secuencia.

La secuencia funciona igual que en la tarea 1, con los botones *Reintentar tarea*, *Ir a siguiente tarea* y *Pasar a siguiente tarea*.

A diferencia de la tarea 1, al finalizar no se da paso a la tarea 3 directamente. Se devuelve a la tarea 1 con un vector diferente de base. Solo se dará paso a la tarea 3 después de completar 3 ejercicios con las tareas 1 y 2.

Al oprimir *Pasar a siguiente tarea* pueden suceder dos cosas:

1) Si los estudiantes no han solucionado los tres ejercicios, se les mostrará un mensaje que dice “Felicitaciones ahora intente para una nueva posición de manzanas”; se le suma uno al número en la expresión de Ejercicio; se mostrará el enunciado de la tarea 1 y se muestra de nuevo la tarea 1.

2) Si los estudiantes ya solucionaron los tres ejercicios, pasarán a la tarea tres, mostrándoles el enunciado de la tarea tres y la figura de la cual se compone.

### **Análisis a priori**

Se espera que los estudiantes no tengan dificultad en la comprensión de la tarea, puesto que ya hicieron una tarea de exploración.

Si los estudiantes intentan utilizar la estrategia de superposición descrita en la tarea 1, se darán cuenta de que no pueden modificar la posición del círculo rojo y por lo tanto no es posible superponer la pareja de círculos con una pareja de manzanas antes de la verificación. La estrategia queda invalidada.

Solo queda disponible la estrategia de acomodar el círculo verde “copiando” la distancia, la inclinación y el orden de las parejas de manzanas correspondientes, y representar así con el vector la traslación de las manzanas. Para lograrlo los estudiantes podrán utilizar sus dedos, un lápiz u otro objeto que les permitan guardar la separación entre una manzana roja y su correspondiente manzana verde, para luego colocar el círculo verde a dicha separación del círculo rojo.

### Tarea 3 (Anticipación - visión puntual)

#### TAREA 3

Acomode la flecha de manera que cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre la manzana verde correspondiente.

Verificar tarea 

Reintentar tarea 

Ejercicio 1



Ilustración 100. Actividad 2, tarea 3, medio

### Enunciado

“Acomode la flecha de manera que, cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre la manzana verde correspondiente”

La única diferencia con la tarea 2 es que las manzanas no aparecen sueltas si no que aparecen como vértices de dos triángulos: las manzanas verdes son vértices de un triángulo verde que es la traslación del triángulo rojo que tiene como vértices las manzanas rojas. Las manzanas son más pequeñas que en las tareas anteriores. De esta manera se introduce una transición al último ejercicio, en el que las manzanas son reemplazadas por círculos pequeños (que en DGpad representan puntos).

### **Descripción de la secuencia**

Al comienzo de la tarea hay dos botones: *Verificar tarea* y *Reintentar tarea*.

Al oprimir *Verificar tarea* aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; No es posible modificar el vector, solo cambiarlo de posición; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*”, que mostrará el número de parejas de manzanas que se hayan verificado.

Al oprimir *Reintentar tarea* la figura vuelve al estado inicial.

Al oprimir *Ir a siguiente tarea* pueden suceder 4 cosas:

1) si no ha superpuesto la cola y cabeza del vector con ninguna pareja de vértices, aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices.” y se oculta *Ir a siguiente tarea*.

2) si ha superpuesto la cola y cabeza del vector con una pareja de vértices, aparecerá el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices.” y se oculta *Ir a siguiente tarea*.

3) si ha superpuesto la cola y cabeza del vector con dos parejas de vértices, aparecerá el mensaje “Solo ha verificado dos parejas de vértices.” y se oculta *Ir a siguiente tarea*.

4) si ha superpuesto la cola y cabeza del vector con las tres parejas de vértices, aparece el mensaje “Bravo, dibuje los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.

Al ejecutar *Pasar a siguiente tarea*, aparece el mensaje “Bravo, ahora intente para una nueva posición de manzanas”; se mostrará el enunciado de la tarea, si ha desarrollado menos de 6 ejercicios la tarea vuelve al estado inicial, si ha desarrollado más de 6 ejercicios cambian los extremos del vector por asteriscos y los vértices de los triángulos por círculos de color rojo y verde; el enunciado de la tarea se reemplaza por “Acomode la cabeza del vector de manera que cuando superponga la cola del vector a un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice del triángulo verde correspondiente.”; al ejecutar el botón *Verificar tarea*, aparece el mensaje “Ahora arrastre el vector hasta que la cabeza y la cola del vector se superponga sucesivamente con cada pareja de vértices.”

Después de haber solucionado los 8 ejercicios de la tarea 3, al ejecutar *Pasar a la siguiente tarea* aparece el mensaje “Felicitaciones pase a la siguiente actividad.” y no se modifica la figura, terminando así esta actividad.

### **Análisis a priori**

Se espera que los estudiantes no tengan dificultad al solucionar esta tarea puesto que las estrategias que le permitieron solucionar la tarea 2 le permitirán también la solución de esta tarea.

### **Descripción de la secuencia**

Se espera que los estudiantes reconozcan que las acciones que le permitieron solucionar la tarea 2 le permiten solucionar la tarea 3 y repliquen las estrategias.

Existen dos estrategias para acomodar el vector:

- a. Medir con los dedos, lapicero u otro objeto que le permita guardar la separación entre una pareja de vértices correspondientes, para luego colocar la cabeza del vector a dicha separación de la pareja de vértices.
- b. Hacer una aproximación de la traslación de la cola del vector según la traslación que se muestra (triángulo verde traslación del triángulo rojo), para poder ubicar la cabeza del vector, para esto deben tomar una pareja de vértices correspondientes en los triángulos y ubicar la cabeza del vector respecto de la cola, como está ubicada la pareja de vértices que tomó como referencia.

Los estudiantes al tratar de resolver esta tarea pueden tratar de mover la cola del vector para colocarla sobre un vértice del triángulo de color rojo, pero las restricciones del software se lo impedirán, así que abandonarán esta estrategia. Los estudiantes intentarán mover el triángulo de color rojo y colocar un vértice sobre la cola del vector para luego colocar la cabeza del vector sobre un vértice del triángulo de color verde pero las restricciones del software tampoco se lo permiten lo cual llevará a que el estudiante abandone esta idea, conduciendo a que los estudiantes tengan que hacer una de las estrategias antes mencionadas.

Otro posible error que pueden cometer los estudiantes al solucionar esta tarea es que los vértices que toman de referencia para ubicar la cabeza y cola del vector no son correspondientes entre sí.

### **Análisis a priori de los ejercicios**

Los estudiantes luego de solucionar las dos primeras tareas con diferentes vectores se espera que repliquen la estrategia que les permitió solucionar las tareas, sin incidir en acciones restringidas cómo arrastrar las manzanas rojas o errores cómo colocar la cabeza del vector en un vértice del triángulo rojo y la cola del vector en un vértice del triángulo verde, invirtiendo el sentido de la traslación.

### **Análisis a priori de la puesta en común**



Con la puesta en común se quiere saber si los estudiantes alcanzaron los objetivos propuestos para esta actividad. Para esto se plantean preguntas orientadoras para que los estudiantes expliciten los conocimientos adquiridos. Por ejemplo, ¿Tuvieron alguna dificultad para solucionar la tarea? y ¿Qué estrategia utilizaron para resolver la tarea?

Con respecto a las tareas 1 y 2

¿Qué le faltaba a la flecha para que representara la traslación de las manzanas? Con esta pregunta los estudiantes dirán las características que le faltaban a la flecha para representar la traslación de las manzanas, diciendo cosas como debía ser más larga, debía estar un poco más inclinada etc.

Para la tarea tres se formularán preguntas como: La flecha salía de un vértice del triángulo rojo y llegaba a un punto específico en el triángulo verde ¿Cómo hacían para identificar el punto de llegada en el triángulo verde? ¿Qué tuvieron en cuenta para ubicar la flecha? Los estudiantes en sus respuestas comenzarán a mencionar algunas propiedades de la traslación como la distancia entre la cabeza y la cola de la flecha debe ser igual a la separación entre los triángulos, mencionando la magnitud del vector. La flecha debe apuntar hacia el lado del que se encuentre el triángulo verde respecto del triángulo rojo, haciendo mención al sentido del vector.

Para los ejercicios de la tarea tres, se les preguntará a los estudiantes sobre ¿Cuál es la diferencia y en qué se parecen los ejercicios 1 y 2, 3 y 4? los estudiantes responderán: el triángulo verde se encontraba a la derecha, izquierda, abajo o arriba del triángulo rojo, además los triángulos estaban de forma horizontal, vertical o diagonal. Referenciando el sentido y la dirección de la traslación.

Pilotaje actividad 2.

## Ejercicio 1.

### Tarea 1.

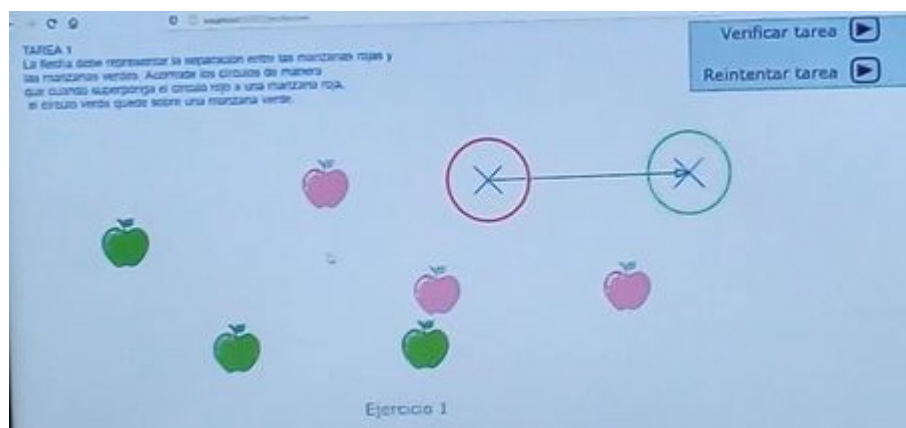


Ilustración 101. Ejercicio 1—actividad 2—tarea 1—primer intento.

Durante un lapso de tiempo, los estudiantes no mueven ningún objeto en la pantalla. (Suponemos que están leyendo el enunciado de la tarea). Luego llevan el cursor al centro del círculo rojo y hacen clic sobre ese punto sin arrastrar. Posteriormente llevan el cursor al centro del círculo verde y lo arrastran buscando que el vector tenga la misma dirección y magnitud de las parejas de manzanas, sin tener en cuenta el sentido de la traslación, el vector queda en sentido contrario a la traslación.

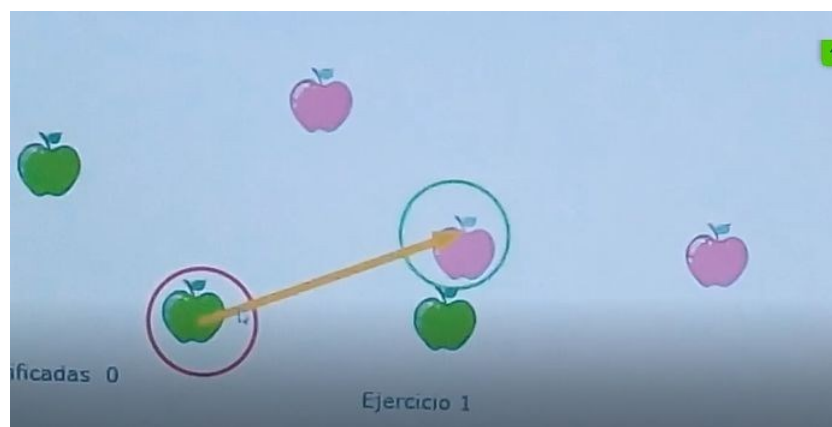


Ilustración 102. Ejercicio 1—actividad 2—tarea 1—intento 1—respuesta.

Oprime el botón *verificar tarea*. Se ocultan el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos. La flecha se hace más gruesa. Aparecen en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; el botón “*Ir a siguiente tarea*” y una nueva expresión, llamada *Parejas verificadas* y el número 0. Los estudiantes llevan el cursor sobre una manzana verde y arrastran, verifican que la manzana no se mueve. Después llevan el cursor a una manzana roja y arrastran. La manzana no se mueve (pensamos que los estudiantes tratan de mover las manzanas para llevarlas dentro del círculo).

Luego los estudiantes arrastran el vector hasta superponer los círculos con una pareja de manzanas, el círculo rojo queda sobre una manzana verde y el círculo rojo queda sobre una manzana roja.

Oprimen el botón *Reintentar tarea*. (pensamos que los estudiantes se dieron cuenta que el vector no representa la traslación, decidiendo reintentar la tarea. Hacemos la hipótesis de que en ese momento tomaron conciencia de que la traslación representada por el vector no es la misma traslación representada por las manzanas). Aparece de nuevo el enunciado de la tarea, el centro de los círculos y el botón *verificar tarea*. Se oculta la expresión *Parejas verificadas* y el botón *Ir a siguiente tarea* y se cambia el vector de base (vector por el que se hace la traslación de las manzanas).

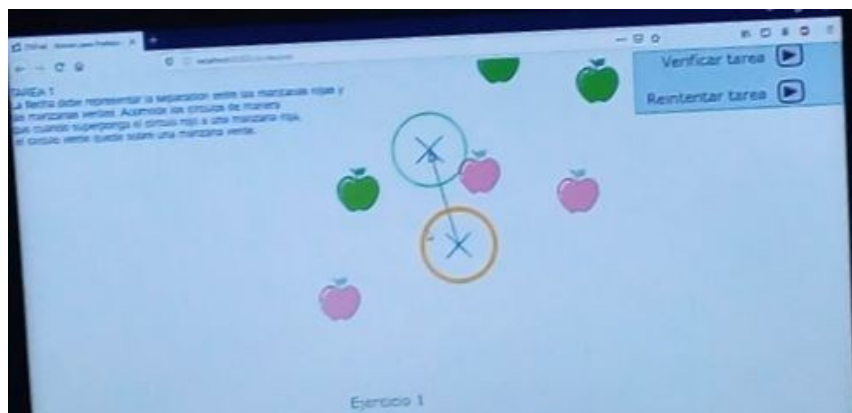


Ilustración 103. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 1–segundo intento.

Los estudiantes llevan el cursor sobre el centro del círculo verde y lo arrastran hasta superponerlo con una manzana roja, seguidamente llevan el cursor hasta el centro del círculo rojo y lo arrastran hasta la manzana roja, quedando el vector como se muestra en la siguiente imagen. Después de acomodar el vector los estudiantes hacen clic en *Verificar tarea*. Se ocultan el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos. Aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparece un nuevo botón *Ir a siguiente tarea*, a su vez una nueva expresión llamada *Parejas verificadas*.

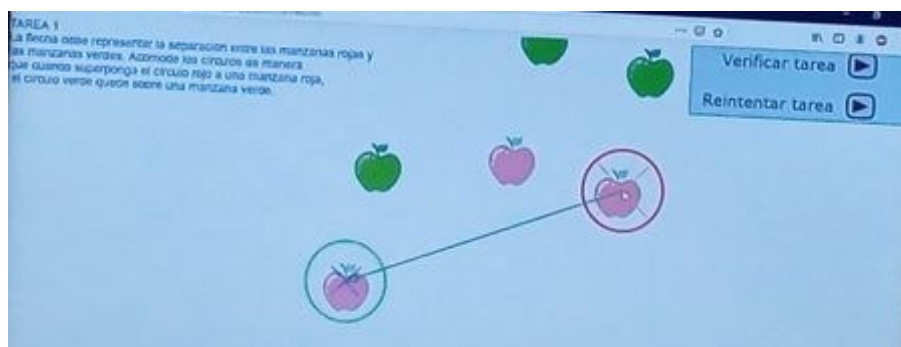


Ilustración 104. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 1–intento 2–respuesta.

(Creemos que los estudiantes no han notado que al reintentar la tarea cambia el vector de base, intentando reproducir la traslación del intento anterior).

Los estudiantes llevan el cursor sobre el vector y lo mueven hasta superponer el círculo rojo con una manzana verde, el círculo verde queda sobre una manzana verde. Luego los estudiantes hacen clic sobre el botón *Ir a siguiente tarea* (el hecho de que hayan oprimido ir a la siguiente tarea es indicador de que consideran haber resuelto la tarea, sin tener en cuenta la correspondencia entre manzanas verdes y rojas. Es decir, se confirma nuestra hipótesis anterior: los estudiantes están trabajando sobre el primer intento, no han tomado conciencia de que la traslación cambió). Aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de manzanas” y se oculta el botón *Ir a siguiente tarea*. Los estudiantes llevan el cursor hasta el vector y hacen clic sobre él (creemos que intentan modificarlo), luego hacen clic sobre el botón *Reintentar tarea*.

Al oprimir *Reintentar tarea* aparecen el enunciado de la tarea, el centro de los círculos y el botón *verificar tarea*, se oculta la expresión *Parejas verificadas* y el botón *Ir a siguiente tarea* y se cambia el vector de base.

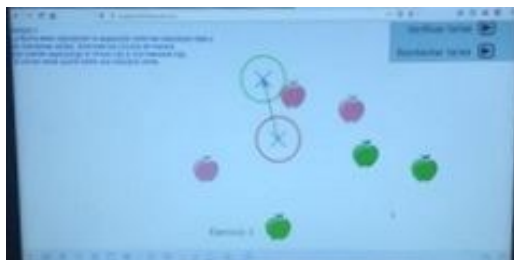


Ilustración 105. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 1–tercer intento.

Los estudiantes arrastran el círculo verde hasta una manzana verde y después arrastran el círculo rojo hasta la manzana roja correspondiente a la manzana verde sobre la que se colocó el círculo verde.

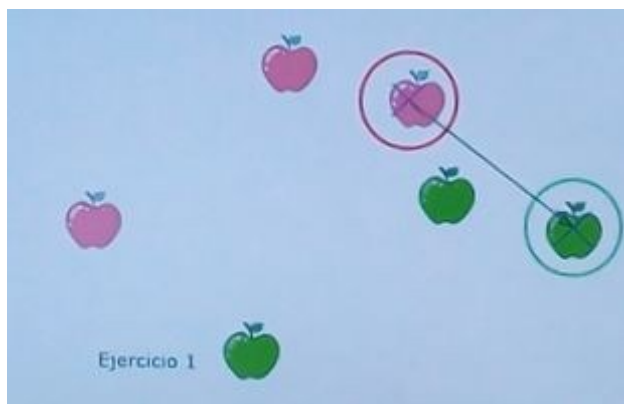


Ilustración 106. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 1–intento 3–respuesta.

Hacen clic sobre el botón *verificar tarea*. Se ocultan el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos; aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparecen un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” y una nueva expresión *Parejas verificadas* y el número 1.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la pareja de círculos con otra pareja de manzanas, el número de parejas verificadas cambia a 2, luego superponen los

círculos con la pareja restante, el número de parejas verificadas cambia a 3. Arrastran el vector a un espacio libre de la pantalla (ningún círculo se superpone con ninguna manzana) y oprimen *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuja las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece el botón *Pasar a siguiente tarea*.

En el primer intento, los estudiantes acomodaron el vector de manera que tuviera la misma dirección y magnitud que la traslación de las manzanas; al verificar se dieron cuenta que tenían el vector en sentido invertido respecto a la traslación representada por la pareja de manzanas. Cuando hicieron el segundo intento no se dieron cuenta que la traslación de las manzanas cambió, los estudiantes modificaron el vector de manera que correspondiera a la traslación del primer intento.

En el tercer intento, los estudiantes se dieron cuenta que el vector ya cambió y lo acomodaron de manera que representara la traslación de las manzanas.

Concluimos que las retroacciones del medio le permitieron al estudiante tomar conciencia de las propiedades de la traslación y utilizarlas para resolver la tarea.

## **Tarea 2**

Al oprimir el botón *Pasar a siguiente tarea* aparecen un mensaje con el enunciado de la tarea, los botones *Verificar tarea*, *Reintentar tarea* y el centro de la circunferencia verde. Se ocultan el botón *Pasar a siguiente tarea*, la expresión *Parejas verificadas* y el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superpone sucesivamente con cada pareja de manzanas”.

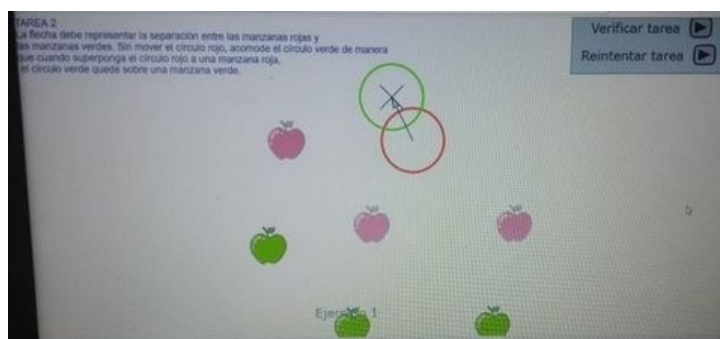


Ilustración 107. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 2–primer intento.

Después de transcurrido un tiempo, los estudiantes llevan el cursor hasta el centro del círculo verde, arrastran el círculo verde, hasta superponerlo con una manzana (el vector corresponde aproximadamente a la traslación).

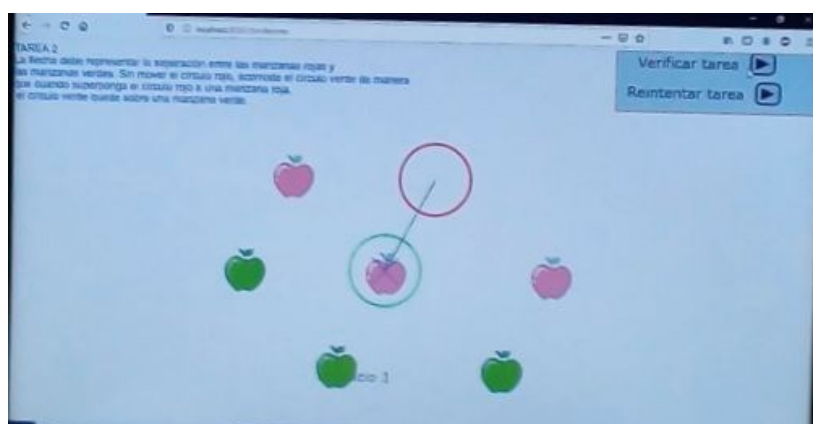


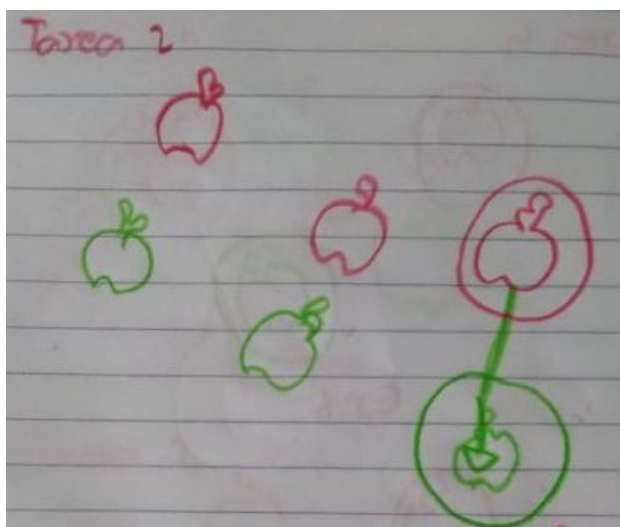
Ilustración 108. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 2–intento 1–respuesta.

Oprime el botón *Verificar tarea*. Se oculta el botón *verificar tarea* junto con el centro del círculo verde, aparece en la pantalla el letrero *Verificar tarea 2* “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparece un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” también una nueva expresión llamada *Parejas verificadas* y el número 0.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer los círculos con cada pareja de manzanas correspondientes, al mismo tiempo va cambiando el número de la

expresión *Parejas verificadas* a 1, 2 y 3.

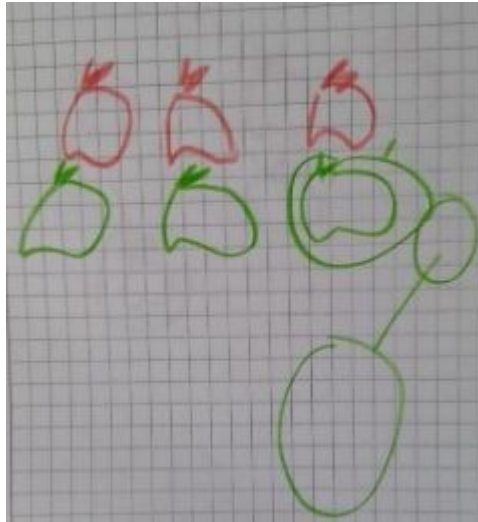
Después de superponer los círculos con todas las parejas de manzanas los estudiantes hacen clic en el botón *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuja las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.



*Ilustración 109. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 2–intento 1–dibujo E1*

Las parejas de manzanas correspondientes conservan aproximadamente la magnitud, dirección y sentido de la traslación. Los extremos del vector van desde los centros de los círculos aproximadamente.





*Ilustración 110 Ejercicio 1–actividad 2–tarea 2–intento 1–dibujo E2*

En el dibujo hecho por E2. Los extremos del vector van desde el borde de los círculos y no desde los centros, además no dibuja la cabeza del vector, impidiendo identificar el sentido.

Después de dibujar en su cuaderno, los estudiantes hacen clic en *Pasar a siguiente tarea*. Se muestra el mensaje “Felicitaciones ahora intente para una nueva posición de manzanas”; se le suma uno al número en la expresión de Ejercicio; se muestra el enunciado de la tarea 1 y se muestra de nuevo la tarea 1.

Hacemos notar que los estudiantes no intentan arrastrar el círculo rojo para superponerlo con una manzana. Por lo tanto, hacemos la hipótesis de que comprendieron que deben representar con el vector la correspondencia entre las manzanas, sin superponer los círculos con las manzanas. Además, logran resolver la tarea en el primer intento, lo que nos permite conjeturar que han identificado las tres propiedades de la traslación.

## **Ejercicio 2.**

### **Tarea 1.**



Ilustración 111. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–primer intento.

Los estudiantes llevan el cursor al centro del círculo rojo y arrastran el círculo hasta superponerlo con una manzana roja, luego arrastran el círculo verde hasta superponerlo con una manzana verde (no son las manzanas correspondientes en la traslación).

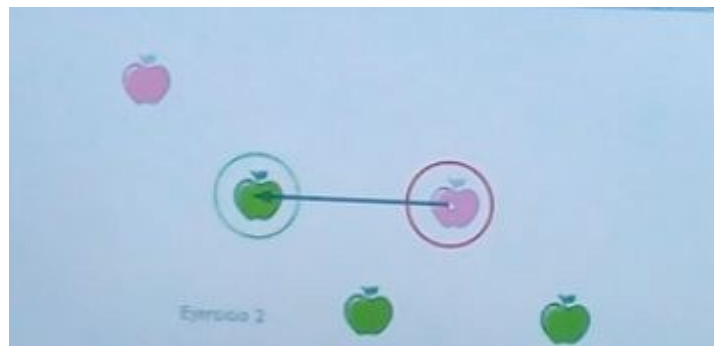


Ilustración 112. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–intento 1–respuesta.

Hacen clic en *Verificar tarea*, se ocultan el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos. Aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparecen un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” y una nueva expresión llamada *Parejas verificadas* y el número 0.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer cada círculo con una manzana. Ambos círculos quedan sobre manzanas verdes.

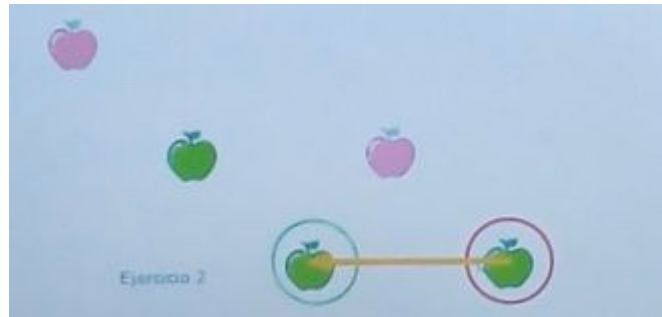


Ilustración 113. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–intento 1–verificación.

Los estudiantes hacen clic en el botón *Reintentar tarea* (consideramos que, al quedar un círculo rojo superpuesto con una manzana verde, los estudiantes decidieron que la respuesta dada es inválida, lo cual nos da indicios de que los estudiantes reconocieron la correspondencia entre manzanas rojas y verdes).

Al oprimir *Reintentar tarea* aparecen el enunciado de la tarea, el centro de los círculos y el botón *verificar tarea*, se ocultan la expresión *Parejas verificadas* y el botón *Ir a siguiente tarea* y cambia el vector de base.

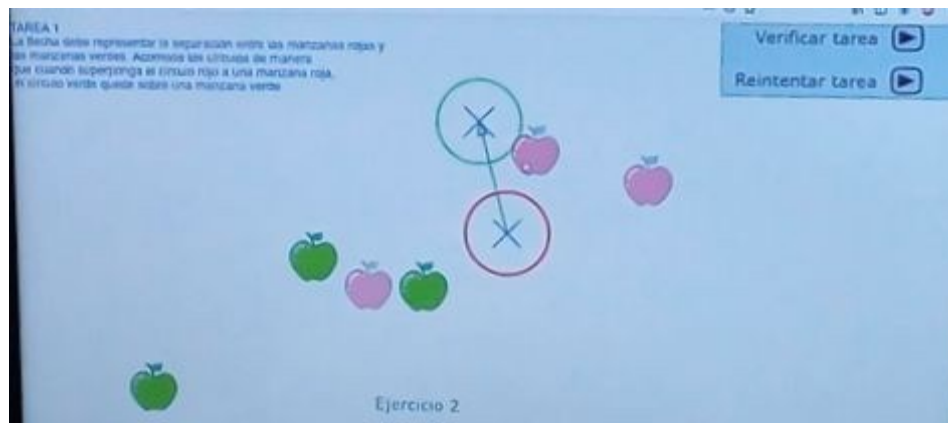


Ilustración 114. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–segundo intentó.

Los estudiantes arrastran el círculo rojo hasta una manzana roja y luego arrastran el círculo verde hasta una manzana verde (Las manzanas no son correspondientes entre sí).

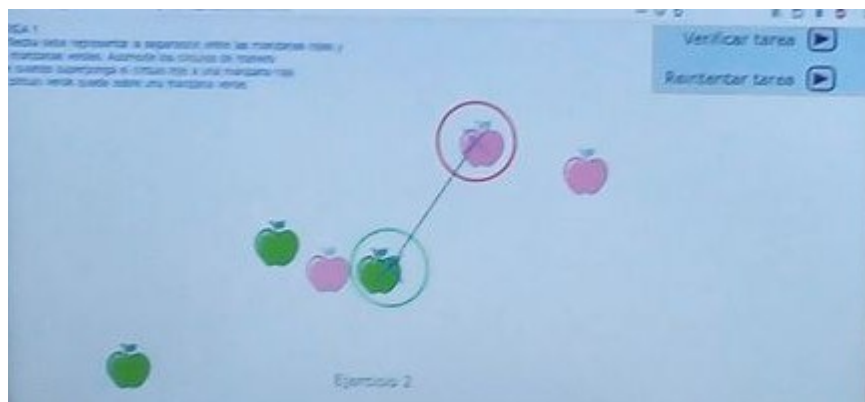


Ilustración 115. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–segundo intento.

Al hacer clic en el botón *Verificar tarea*. Se ocultan el botón *verificar tarea* y el centro del círculo verde, aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparecen el botón *Ir a siguiente tarea* y la expresión *Parejas verificadas*.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer el círculo verde con una manzana verde. El círculo rojo no queda superpuesto con ninguna manzana. Arrastran el vector hasta superponer el círculo rojo con una manzana roja, el círculo verde no queda superpuesto con ninguna manzana.

Oprimen el botón *Reintentar tarea* (deducimos que los estudiantes reconocen que el círculo rojo debe superponerse con una manzana roja y el círculo verde debe superponerse con una manzana verde. Los estudiantes aún no identifican las parejas de manzanas correspondientes).

Al oprimir *Reintentar tarea* aparecen el enunciado de la tarea, el centro del círculo verde y el botón *verificar tarea*; se ocultan la expresión *Parejas verificadas* y el botón *Ir a siguiente tarea* y cambia el vector de base.

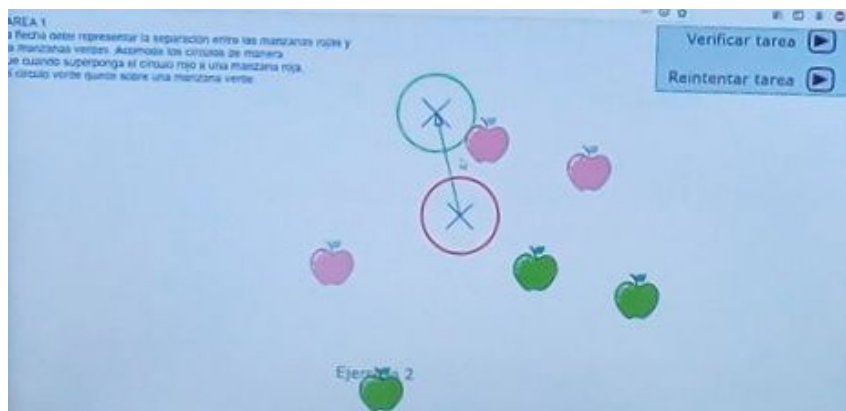


Ilustración 116. Ejercicio 2—actividad 2—tarea 1—tercer intento.

Los estudiantes arrastran el círculo verde hasta una manzana verde y después arrastran el círculo rojo hasta la manzana roja correspondiente.

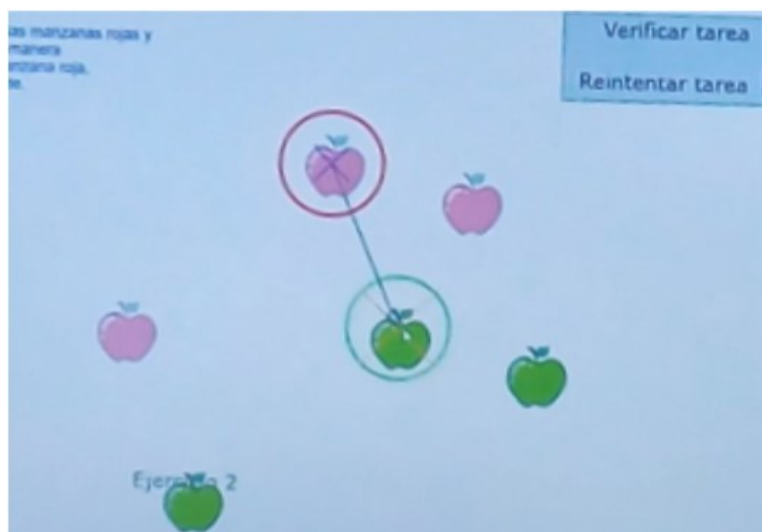
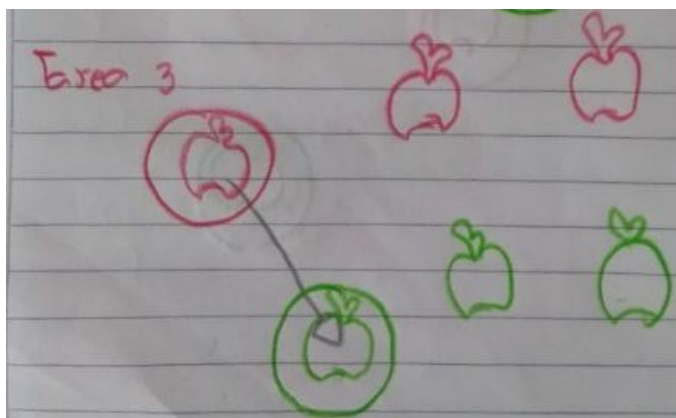


Ilustración 117. Ejercicio 2—actividad 2—tarea 1—intento 3—respuesta.

Hacen clic sobre el botón *verificar tarea*. Se ocultan el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos, aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparecen el botón *Ir a siguiente tarea* y la expresión *Parejas verificadas* con el número uno.

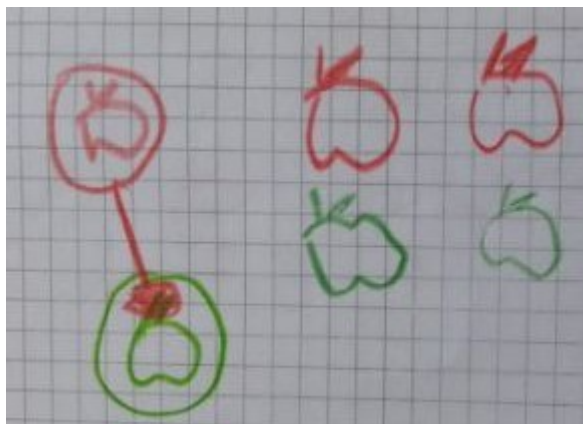
Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer los círculos con dos manzanas correspondientes. Repiten esta acción con la otra pareja de manzanas. El número de parejas verificadas cambia a 2 y luego a 3. Hacen clic sobre el botón *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuja las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a*

siguiente tarea y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*, que da paso a la tarea 2.



*Ilustración 118 Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–intento 1–dibujo E1*

En el dibujo se observa que E1 escribe “Tarea 3”, indicio que no ha notado que está haciendo otro ejercicio de la tarea 1.



*Ilustración 119 Ejercicio 2–actividad 2–tarea 1–intento 1–dibujo E2*

Las parejas de manzanas correspondientes no conservan la magnitud, dirección y sentido de la traslación. La cola del vector va desde el extremo del círculo rojo. A diferencia del dibujo hecho en el primer ejercicio, en este dibujo se especifica el sentido del vector.

Observamos que los estudiantes tienen clara la estrategia de solución por superposición, descrita en el análisis a priori, pero no identifican correctamente las parejas de manzanas correspondientes. Las retroacciones del software les permiten invalidar esa identificación.

En el tercer intento los estudiantes superan esta dificultad y logran terminar la tarea.

## Tarea 2

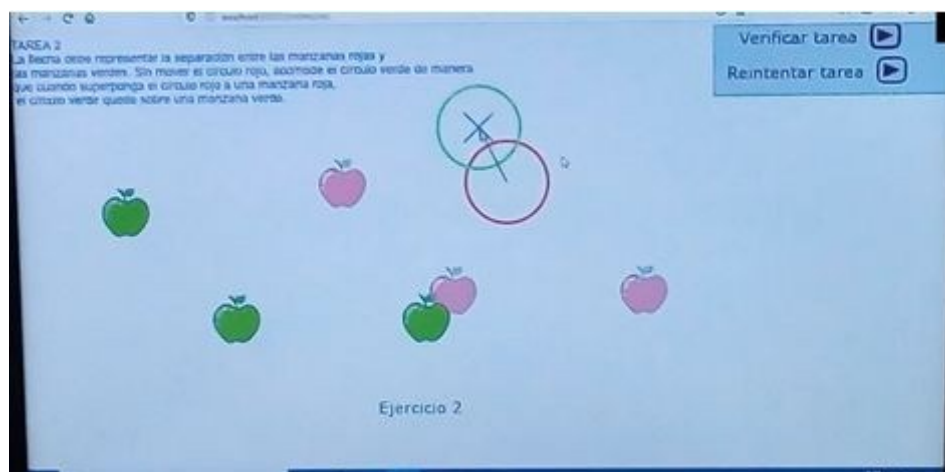


Ilustración 120. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 2–primer intento.

Los estudiantes llevan el cursor al centro del círculo verde, lo arrastran hacia la parte izquierda de la pantalla. (el vector representa aproximadamente la traslación).

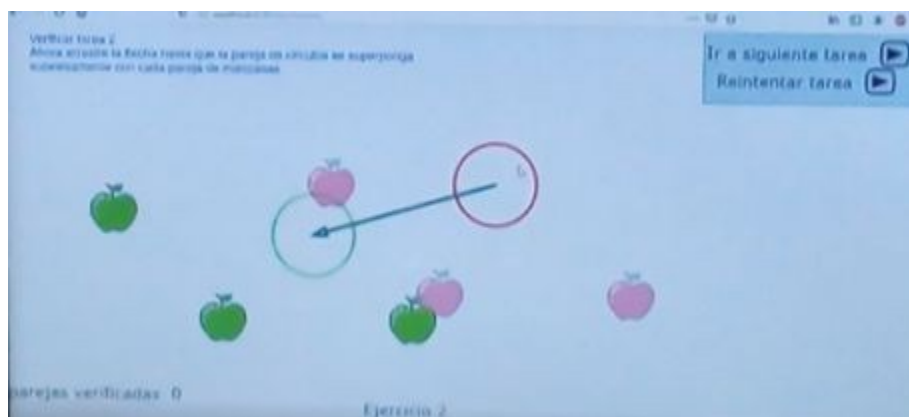


Ilustración 121. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 2–intento 1–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Se oculta el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos, aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas.”; la flecha se hace más gruesa; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* también una nueva expresión llamada *Parejas verificadas*.

Llevar el cursor al centro del círculo rojo y luego oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea; el centro de los círculos y el botón *verificar tarea*. Se ocultan la expresión *Parejas verificadas* y el botón *Ir a siguiente tarea* y se cambia el vector de base.

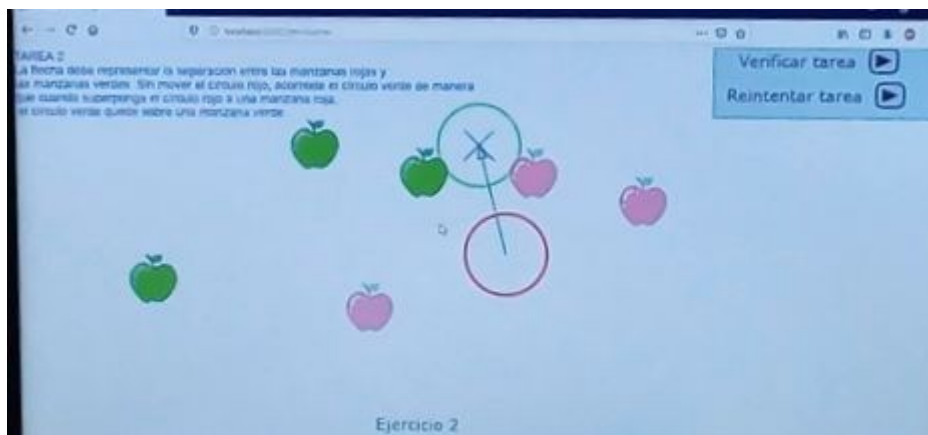


Ilustración 122. Ejercicio 2—actividad 2—tarea 2—segundo intento.

Los estudiantes arrastran el círculo verde hacia la izquierda (el vector representa aproximadamente la traslación). Después hacen clic en *Verificar tarea*, se ocultan el botón *verificar tarea* y el centro del círculo verde; aparece en la pantalla el letrero *Verificar tarea 2* “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas.”; la flecha se hace más gruesa; aparecen un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” y una nueva expresión llamada *Parejas verificadas* y el número 0.

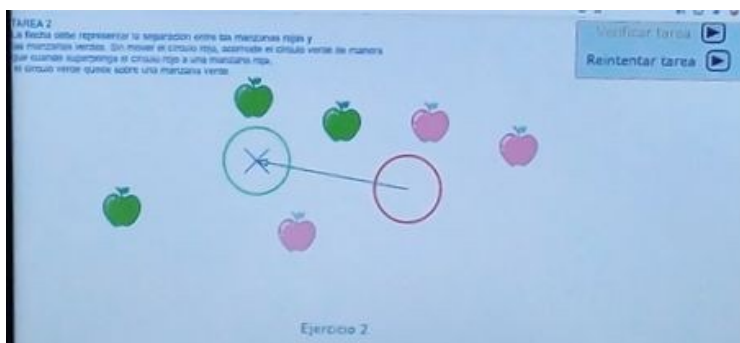


Ilustración 123. Ejercicio 2—actividad 2—tarea 2—intento 2—respuesta.

Arrastran el vector superponiendo los círculos con las parejas correspondientes de



manzanas, cambiando el número de la expresión *parejas verificadas* a 1, 2 y 3. Hacen clic sobre el botón *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece el botón *Pasar a siguiente tarea*.

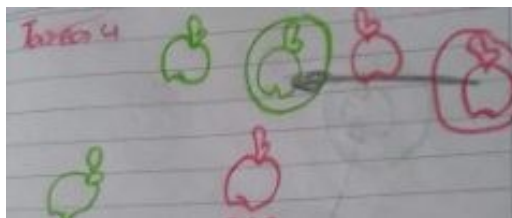


Ilustración 124 Ejercicio 2–actividad 2–tarea 2–intento 2–dibujo E1

Las parejas de manzanas correspondientes conservan aproximadamente la magnitud, dirección y sentido de la traslación.

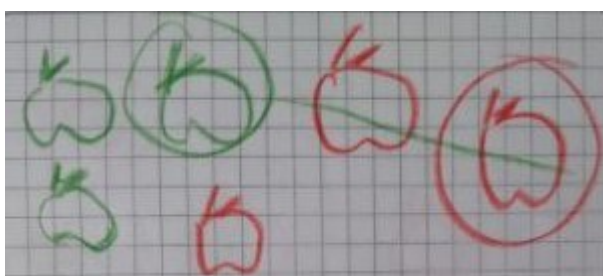


Ilustración 125 Ejercicio 2–actividad 2–tarea 2–intento 2–dibujo E2

E2 no dibuja el vector completo, sin poder identificar el sentido del vector. Las parejas de manzanas correspondientes conservan aproximadamente la magnitud, dirección y sentido de la traslación

Después de dibujar, los estudiantes hacen clic en *Pasar a siguiente tarea*. Se muestra el mensaje “Felicitaciones ahora intente para una nueva posición de manzanas”; se le suma uno al número en la expresión Ejercicio; se muestra el enunciado de la tarea 1 y se muestra de nuevo la tarea 1 (observamos que luego de que los estudiantes tienen una estrategia de solución la ejecutan, resolviendo la tarea en un solo intento).

### Ejercicio 3.

#### Tarea 1.

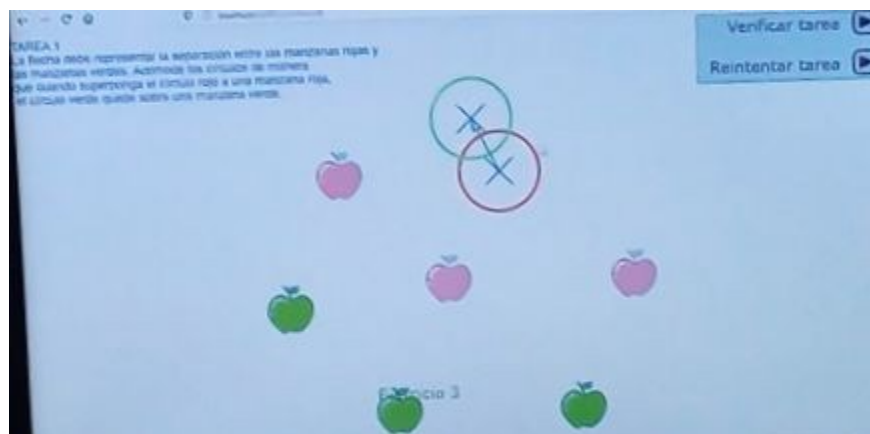


Ilustración 126. Ejercicio 3—actividad 2—tarea 1—primer intento.

Los estudiantes arrastran el círculo verde hasta una manzana verde y después arrastran el círculo rojo hasta la manzana roja correspondiente.

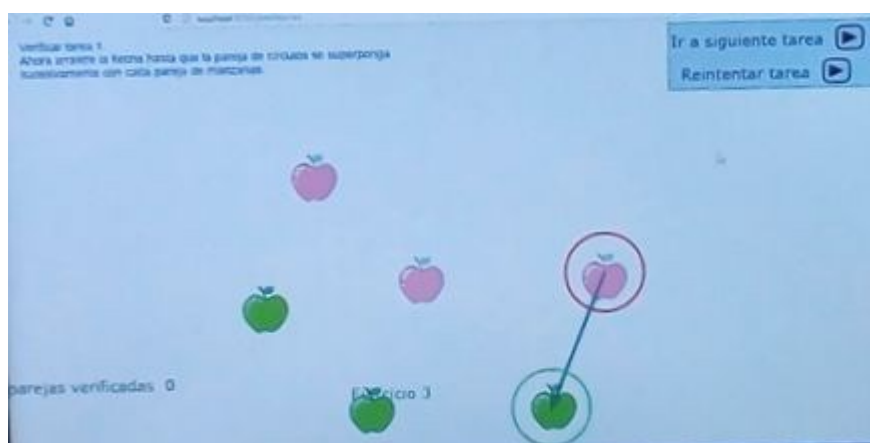
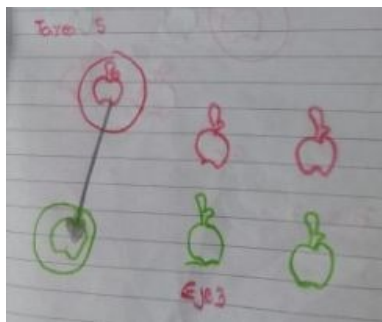


Ilustración 127. Ejercicio 3—actividad 2—tarea 1—intento 1—respuesta.

Al hacer clic en el botón *verificar tarea*. Se ocultan el botón *verificar tarea* y los centros de los círculos. Aparece en la pantalla el letrero “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa; aparecen un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” y una nueva expresión *Parejas verificadas* y el número 1.

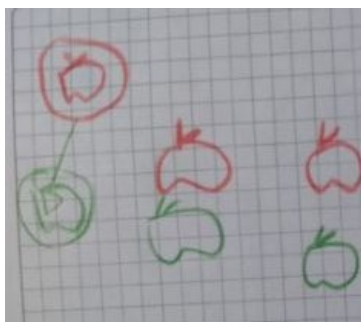
Los estudiantes arrastran el vector a las otras dos parejas de manzanas cambiando el número de parejas verificadas a 2 y luego a 3. Hacen clic en el botón *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*, que da paso a la tarea

2.



*Ilustración 128 Ejercicio 3–actividad 2–tarea 1–intento 1–dibujo E1*

En este dibujo E1 agrega el ejercicio que se está desarrollado. Las parejas de manzanas correspondientes conservan aproximadamente la magnitud, dirección y sentido de la traslación. Los extremos del vector van desde los centros de los círculos aproximadamente.



*Ilustración 129 Ejercicio 3–actividad 2–tarea 1–intento 1–dibujo E2*

Las parejas de manzanas correspondientes no conservan la magnitud, dirección y sentido de la traslación. La cola del vector va desde el extremo del círculo rojo.

En este ejercicio los estudiantes identifican correctamente las parejas de manzanas correspondientes y aplican la estrategia de superposición.

## Tarea 2.

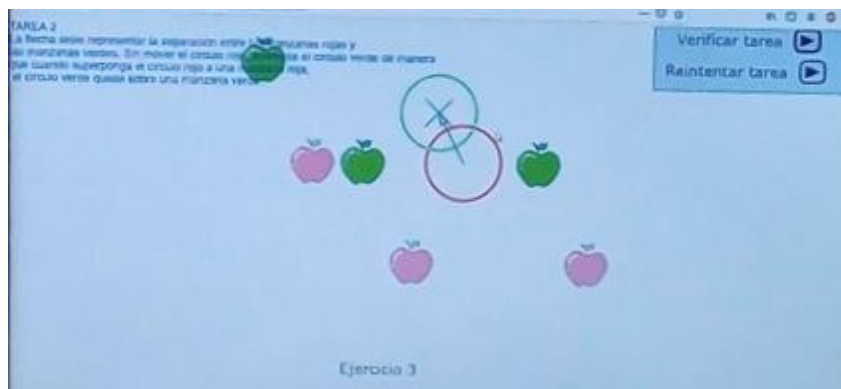


Ilustración 130. Ejercicio 3—actividad 2—tarea 2—primer intento.

Los estudiantes llevan el cursor hasta el centro del círculo verde y lo arrastran hacia arriba (el vector representa aproximadamente la traslación).

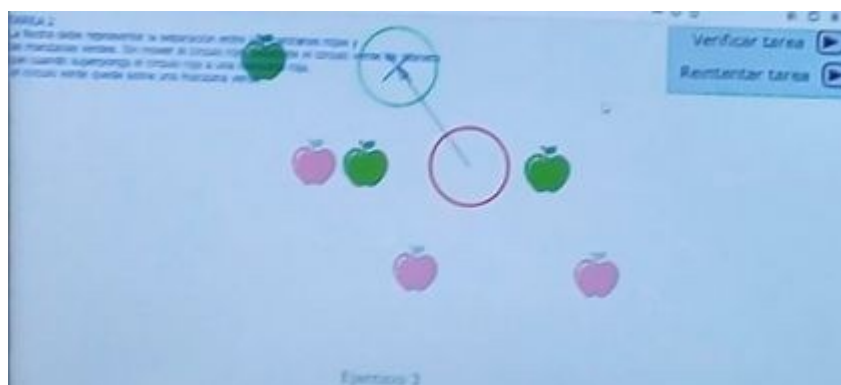


Ilustración 131. Ejercicio 3—actividad 2—tarea 2—intento 1—respuesta.

Al oprimir el botón *Verificar tarea*: Se ocultan el botón *verificar tarea*; los centros de los círculos; aparece en la pantalla el letrero *Verificar tarea 2* “Ahora arrastre la flecha hasta que la pareja de círculos se superponga sucesivamente con cada pareja de manzanas”; la flecha se hace más gruesa. También aparecen un nuevo botón “*Ir a siguiente tarea*” y una nueva expresión llamada *Parejas verificadas* y el número 0.

Lo estudiantes llevan el cursor a la línea del vector y lo arrastran superponiendo los círculos con cada pareja de manzanas correspondientes.

Arrastran el vector superponiendo los círculos con las parejas correspondientes de manzanas, cambiando el número de la expresión *parejas verificadas* a 1, 2 y 3. Hacen

clic sobre el botón *Ir a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, dibuje las manzanas, la flecha y los círculos.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece el botón *Pasar a siguiente tarea*.

En los tres ejercicios de la tarea 2, los estudiantes anticipan correctamente la posición del vector. Es una evidencia clara de que han tomado conciencia de la dirección, la magnitud y el sentido de la traslación.

Tal como se previó en el análisis a priori, los estudiantes en un primer momento no comprendieron la tarea. Sin embargo, después de intentar la verificación comprendieron que debían identificar la pareja de manzanas correspondientes y establecer la misma correspondencia entre los círculos. En los primeros intentos, los estudiantes aparentemente eligen al azar una pareja de manzanas sin tratar de identificar la correspondencia de las otras parejas. Las retroacciones del software les permitieron invalidar esa estrategia y finalmente identificaron la correspondencia de la traslación. Además, en los dibujos que realizaron, representan aproximadamente la magnitud, la dirección y el sentido de la traslación.

Durante el desarrollo de los ejercicios se evidencio que cada vez se necesitan menos intentos para solucionar la tarea.

## **Conclusiones tarea 1 y 2**

Con la tarea 1 logramos que los estudiantes fueran capaces de reconocer la correspondencia entre manzanas verdes y rojas, haciendo que la pareja de manzanas se percibiese como una sola por medio del vector que une los centros de los círculos. Implícitamente los estudiantes también relacionaron el orden (sentido) y la dirección en que se encontraban las parejas de manzanas.

Para la tarea dos se bloquea el movimiento del círculo rojo lo que hace que los estudiantes no puedan superponer las manzanas a su antojo, es necesario que expliciten y anticipen la posición del círculo verde, relacionando así la posición del vector y el solapamiento con las parejas de manzanas correspondientes, al inmovilizar el círculo rojo hace que los estudiantes observen de manera más general la posición del vector de

traslación, el recurso de verificación en las tareas es importante, ya que los estudiantes saben que van por buen camino al ver que el número de parejas verificadas cambia.

Concluimos que las experiencias obtenidas al solucionar la primera tarea permitieron que los estudiantes no presentaran dificultad en la solución de la tarea 2.

### Tarea 3

#### Ejercicio 1

En la tarea 3 las manzanas no aparecen sueltas si no que aparecen como vértices de dos triángulos: las manzanas verdes son vértices de un triángulo verde que es la traslación del triángulo rojo que tiene como vértices las manzanas rojas. Las manzanas son más pequeñas que en las tareas anteriores.

Los círculos se presentan más pequeños y continúan siendo los extremos del vector.



*Ilustración 132. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–primer intento.*

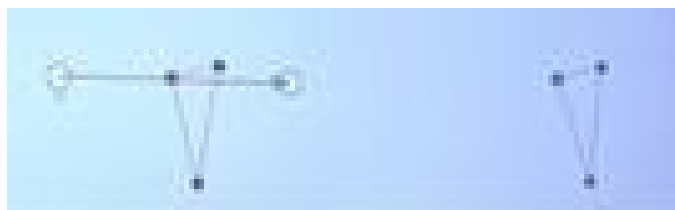
Los estudiantes leen el enunciado de la tarea.

E3: “Acomode la flecha de manera que, cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre la manzana verde correspondiente”.

Los estudiantes llevan el cursor sobre el triángulo verde y al tratar de moverlo el triángulo se desplaza un poco y regresa a la posición inicial (por defectos de la programación pasa esto).

E1: ¿what?

Los estudiantes llevan el cursor a un vértice del triángulo rojo y arrastran (el triángulo no se mueve). Arrastran la cabeza del vector hacia la derecha, (el vector queda en dirección horizontal, sentido a la derecha).



*Ilustración 133 Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 1–acciones 1*

E1: “Acomode la flecha de manera que, cuando superponga el círculo rojo a una manzana roja, el círculo verde quede sobre la manzana verde correspondiente”.

Llevar el cursor sobre el vector y arrastran (el vector no se mueve); sobre la cola del vector y arrastran (la cola del vector no se mueve); sobre un vértice del triángulo rojo y arrastran (el vértice no se mueve). Arrastran el círculo verde hasta superponerlo con un vértice del triángulo verde. Llevan el curso a la cola del vector y arrastran (el círculo no se mueve).



*Ilustración 134. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 1–respuesta.*

Interpretamos que los estudiantes tratan de arrastrar la cola del vector y el vector, para superponerlo con un vértice del triángulo rojo, tratando de solucionar esta tarea por superposición (En la filmación no hay evidencia si los estudiantes verifican o intentan hacer la tarea).



Ilustración 135. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–segundo intento.

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparece el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*, aparece el botón *Ir a siguiente tarea*, se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base (la expresión parejas verificadas no se oculta).



Ilustración 136. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–tercer intento.

Los estudiantes llevan el cursor a la cabeza del vector y la arrastran hasta dejarla en el triángulo verde (los estudiantes no intentan mover más objetos, concluimos que debido a las retroacciones del medio abandonan la estrategia de mover la cola del vector).

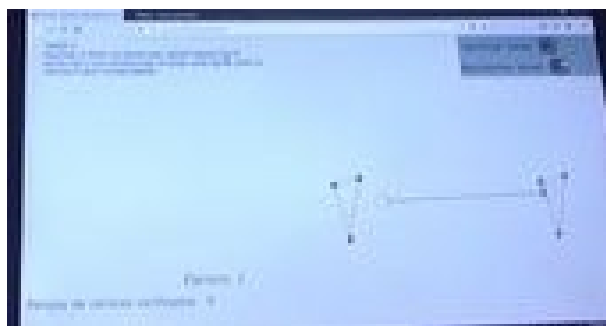


Ilustración 137. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 3–respuesta.



Oprimen *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.” se oculta el botón *Verificar tarea*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea* y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes llevan el cursor hasta la cola del vector y arrastran (el vector no se mueve). Arrastran el vector hacia la derecha (los extremos del vector quedan fuera de los triángulos).



*Ilustración 138. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 3–verificación.*

E1: no. “Era más largo”. Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea, el botón *verificar tarea* y el botón *Ir a siguiente tarea*, se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base (la expresión parejas verificadas no se oculta).



*Ilustración 139. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–cuarto intento.*

Los estudiantes llevan el cursor sobre la cabeza del vector y la arrastran hacia la izquierda (el vector, representa aproximadamente la traslación de los triángulos).



Ilustración 140. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 4–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea* y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con una pareja de vértices correspondientes (cambia a 1 el número de la expresión *parejas de vértices verificadas*).

Sin verificar todas las parejas de vértices, oprimen *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices.”; se oculta *Ir a siguiente tarea*. Los estudiantes reconocen que el vector es el mismo para todas las parejas, por eso verifican una sola pareja.

E1: Ahhh (E1 toma conciencia de que hay que verificar las tres parejas de vértices).

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*, se habilita la cabeza del vector y se cambia el vector de base.

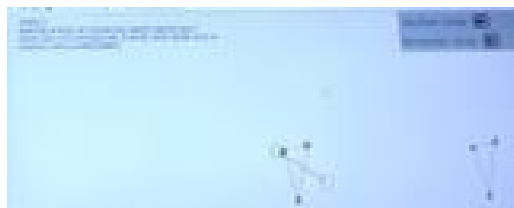


Ilustración 141. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–quinto intento.

Los estudiantes llevan el cursor a la cabeza del vector y la arrastran hasta dejarla cerca del vértice del menor ángulo agudo del triángulo verde.

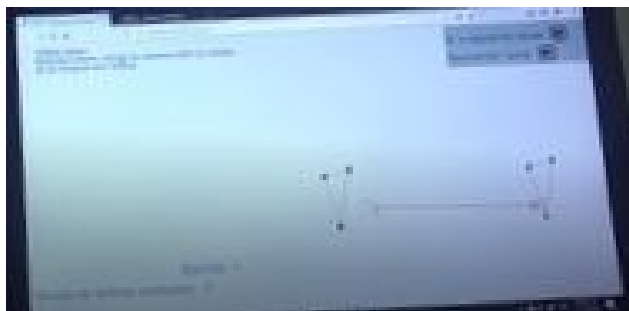


Ilustración 142. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 5–respuesta.

Los estudiantes hacen clic en *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*”; se deshabilita la cabeza del vector).

Arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con una pareja de vértices (los vértices que están superpuestos con los círculos no son correspondientes).



Ilustración 143. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 5–verificación.

E1: ummm. No son pareja.

Luego los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola del vector con otro vértice del triángulo rojo, el círculo verde no queda superpuesto con ningún vértice del triángulo verde. Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea, el botón

*verificar tarea* y el botón *Ir a siguiente tarea*, se habilita la cabeza del vector y se cambia el vector de base.

Interpretamos que cuando E1 dice “*ummm. No son pareja.*” es porque había tomado esa pareja para copiar la traslación y al no cambiar la expresión *Parejas de vértices verificadas* a 1 decide que no son pareja.

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea, el botón *verificar tarea* y el botón *Ir a siguiente tarea*, se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base (la expresión *parejas verificadas* no se oculta).



*Ilustración 144. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–sexto intento.*

Arrastran la cabeza del vector hacia la izquierda, hasta dejarla debajo del triángulo verde.



*Ilustración 145. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 6–respuesta.*

Los estudiantes hacen clic en *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*. Aparece un botón *Ir a siguiente tarea* y se deshabilita la cabeza del vector.

Arrastran el vector hasta superponer la cola con un vértice del triángulo rojo (la cabeza del vector no se superpone con ningún vértice).



*Ilustración 146. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 6–verificación.*

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea, el botón *verificar tarea* y el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector y se cambia el vector de base.

Observamos que al superponer la cola del vector con un vértice del triángulo rojo y la cabeza no quedar superpuesta con ningún vértice, los estudiantes reconocen que la respuesta dada es incorrecta y por eso hacen clic en *Reintentar tarea* y no en *Ir a siguiente tarea*.

Los estudiantes repiten las mismas acciones una vez más. Interpretamos que los estudiantes no están tomando una pareja de vértices correspondiente como referencia para replicar la traslación con el vector.



Ilustración 147. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–octavo intento.

Lleva el cursor a la cabeza y la arrastra hacia el triángulo verde (el vector representa aproximadamente la traslación de los triángulos).



Ilustración 148. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 8–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Arrastran el vector, hasta superponer la cola con un vértice del triángulo rojo, la cabeza no queda superpuesta con ningún vértice.



Ilustración 149. Ejercicio 1–actividad 2–tarea 3–intento 8–verificación.

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse

y, se cambia el vector de base (no se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*).

Interpretamos que los estudiantes toman una pareja de vértices correspondiente como referencia para replicar la traslación con el vector.



Ilustración 150. Ejercicio 1—actividad 2—tarea 3—noveno intento.

Los estudiantes fueron directamente al círculo verde y lo arrastraron logrando dar al vector la misma dirección, magnitud y el mismo sentido que la traslación de los triángulos. Luego hacen clic en *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.



Ilustración 151. Ejercicio 1—actividad 2—tarea 3—intento 9—respuesta.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con cada pareja de vértices correspondientes (cambia a 1, 2 y 3 el número de la expresión *parejas de vértices verificadas*).

Entendemos que los estudiantes tomaron una pareja de vértices correspondientes para copiar la traslación y hacer la segunda estrategia descrita en el análisis a priori.

Luego de dibujar, oprimen *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Bravo, dibuja los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.

## Ejercicio 2

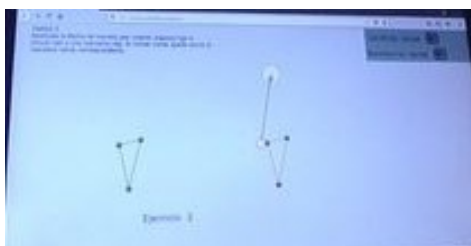


Ilustración 152. Ejercicio 2—actividad 2—tarea 3—primer intento.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector hasta superponerla con un vértice del triángulo verde (el vector aún no representa la traslación entre los triángulos).



Ilustración 153. Ejercicio 2—actividad 2—tarea 3—intento 1—respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen el botón *Ir a siguiente tarea* y la expresión “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Arrastran el vector hacia abajo (la cabeza y la cola quedan fuera de la pareja de vértices) y oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base.

Entendemos que cuando los estudiantes arrastran el vector llevando la cabeza y la cola fuera de las parejas de vértices con la que se había superpuesto, reconocen que el vector no representa la traslación de los triángulos y por eso hacen clic en *Reintentar tarea* y no en *Ir a siguiente tarea*.





Ilustración 154. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 3–segundo intento.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector hacia el triángulo verde (el vector aún no representa la traslación entre los triángulos).

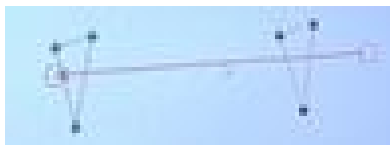


Ilustración 155. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 3–intento 2–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hacia abajo hasta dejar la cabeza del vector en un lado del triángulo verde, la cola del vector queda fuera del triángulo rojo, inmediatamente llevan el cursor a *Reintentar tarea* y hacen *clic*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base.



Ilustración 156. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 3–tercer intento.

Los estudiantes llevan el círculo verde hacia el triángulo verde, buscando que el vector

tenga la misma dirección, magnitud y sentido que la traslación de los triángulos (pensamos que como los triángulos aparecen en las mismas posiciones que en el intento anterior y el vector quedó muy largo en el intento anterior, entonces, en este tercer intento, hacen el vector más corto. (Logrando representar la traslación de los triángulos con el vector).



Ilustración 157. Ejercicio 2–actividad 2–tarea 3–intento 3–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*, aparece el letrero “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una la expresión “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con cada pareja de vértices correspondientes (cambia a 1, 2 y 3 el número de la expresión *parejas de vértices verificadas*).

Luego de dibujar, oprimen *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Bravo, dibuja los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.

### Ejercicio 3

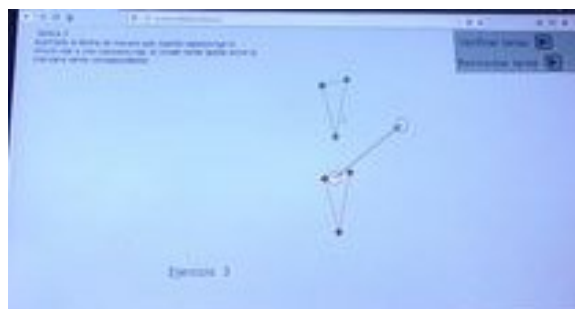


Ilustración 158. Ejercicio 3–actividad 2–tarea 3–primer intento.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector hasta superponerla con un vértice del triángulo verde (el vector aún representa la traslación entre los triángulos).

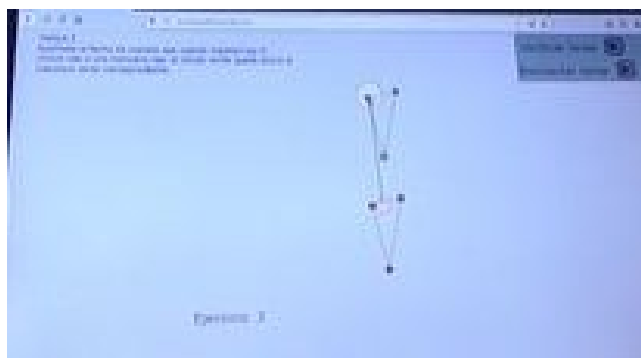


Ilustración 159. Ejercicio 3–actividad 2–tarea 3–intento 1–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece el letrero “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y la expresión “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con cada pareja de vértices correspondientes (cambia a 1, 2 y 3 el número de la expresión *parejas de vértices verificadas*).

## Ejercicio 4



Ilustración 160. Ejercicio 4–actividad 2–tarea 3–primer intento.

Arrastran la cabeza del vector hacia el triángulo verde (el vector representa aproximadamente la traslación de los triángulos).



*Ilustración 161 Ejercicio 4—actividad 2—tarea 3—intento 1—respuesta.*

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece el letrero “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una la expresión “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con cada pareja de vértices correspondientes (cambia a 1, 2 y 3 el número de la expresión *parejas de vértices verificadas*).

Luego de dibujar, oprimen *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Bravo, dibuja los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.

## Ejercicio 5



Ilustración 162. Ejercicio 5–actividad 2–tarea 3–primer intento.

Arrastran la cabeza del vector hacia el triángulo verde (el vector representa aproximadamente la traslación de los triángulos).

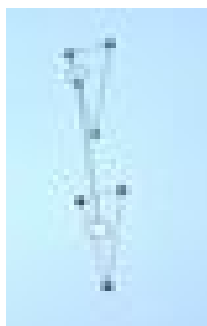


Ilustración 163. Ejercicio 5–actividad 2–tarea 3–intento 1–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece el letrero “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una la expresión “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola y la cabeza con cada pareja de vértices correspondientes (cambia a 1, 2 y 3 el número de la expresión *parejas de vértices verificadas*).

Luego de dibujar, oprimen *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Bravo, dibuja los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.

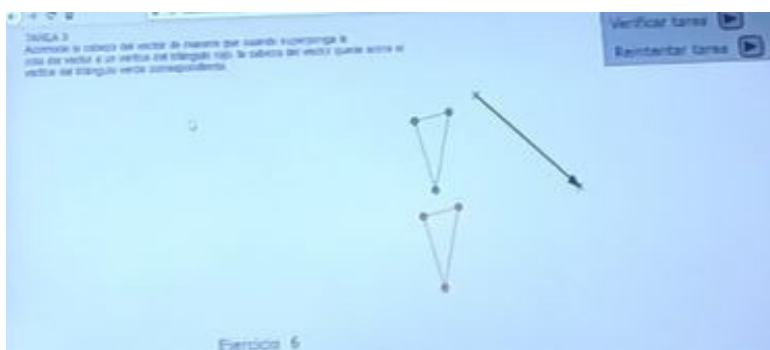
Oprimen *Pasar a siguiente tarea*. Cambian los extremos del vector por asteriscos y los

vértices de los triángulos por círculos de color rojo y verde; el enunciado de la tarea se reemplaza por “Acomode la cabeza del vector de manera que cuando superponga la cola del vector a un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice del triángulo verde correspondiente”.

Los estudiantes no utilizan ningún objeto para copiar la traslación existente entre los triángulos. Creemos que los estudiantes para ubicar la cabeza del vector toman una pareja de vértices correspondientes en los triángulos y ubican la cabeza del vector respecto de la cola, como está ubicada la pareja de vértices que tomó como referencia (segunda estrategia descrita en el análisis a priori).

## Ejercicio 6

Cambian los extremos del vector por asteriscos y los vértices de los triángulos por círculos de color rojo y verde; el enunciado de la tarea se reemplaza por “Acomode la cabeza del vector de manera que cuando superponga la cola del vector a un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice del triángulo verde correspondiente”.



*Ilustración 164. Ejercicio 6—actividad 2—tarea 3—primer intento.*

E1: acomode la cabeza del vector de manera que cuando superponga la cola del vector a un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice del triángulo verde correspondiente.

Los estudiantes llevan el cursor a la cabeza del vector y la arrastran hacia el triángulo rojo (el vector queda en sentido contrario a la traslación representada por los triángulos).

Igual que en casos anteriores atribuimos este hecho a la posición inicial del vector, la cola se encuentra cerca del triángulo verde y el vector en sentido contrario a la traslación.

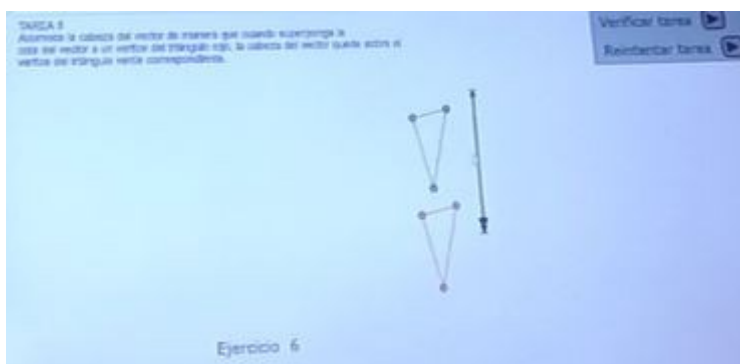


Ilustración 165. Ejercicio 6—actividad 2—tarea 3—intento 1—respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece un letrero que dice “Ahora arrastre el vector hasta que la cabeza y la cola del vector se superpongan sucesivamente con cada pareja de vértices.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cabeza del vector, con un vértice del triángulo rojo, (la cola no queda sobre sobre ningún vértice). Arrastran la pantalla, cambia la posición del triángulo verde. Luego de esto, los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cabeza del vector con otro vértice del triángulo rojo (la cola no queda sobre sobre ningún vértice).

E1: “ahora arrastre el vector hasta que la cabeza y la cola del vector se superponga sucesivamente con cada pareja de vértices”.

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base.

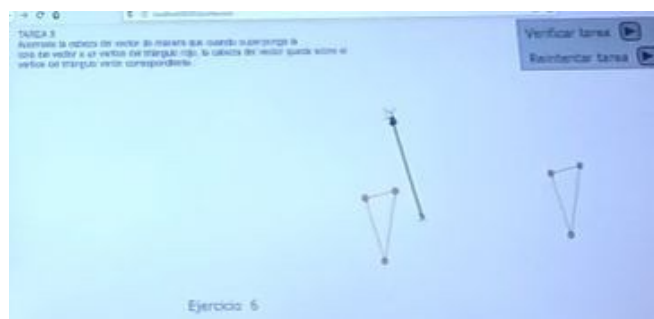


Ilustración 166. Ejercicio 6—actividad 2—tarea 3—segundo intento.

Los estudiantes arrastran el vector hacia la parte derecha del computador, logrando que el vector represente la traslación de los triángulos (observamos que los estudiantes no utilizan ningún objeto para copiar la traslación representada por los triángulos, cómo se había previsto en la primera estrategia de solución del análisis a priori). Vemos que los estudiantes van directamente a la cabeza del vector para arrastrarla, sin intentar arrastrar ningún otro objeto presente en la pantalla. Esto nos permite concluir que los estudiantes han abandonado todas las demás estrategias, que al principio de la tarea no le permitieron la solución).

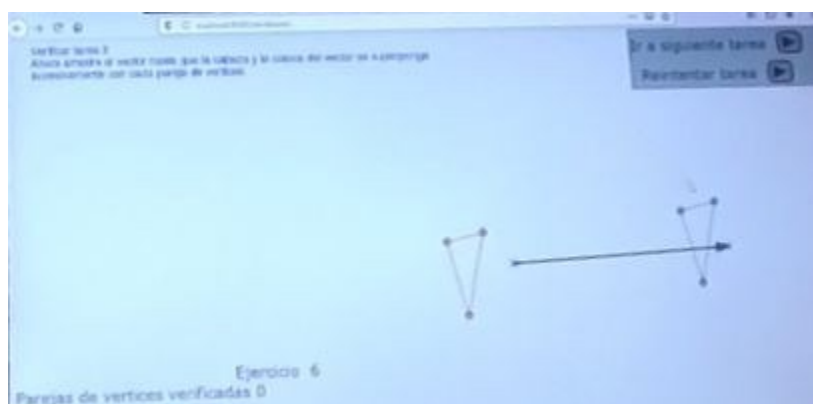


Ilustración 167. Ejercicio 6—actividad 2—tarea 3—intento 2—respuesta.

Los estudiantes hacen clic sobre el botón *verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer los extremos con cada pareja de



vértices. Cambia el número de la expresión *parejas de vértices verificadas* a 1, 2 y 3. Luego de hecha la verificación, los estudiantes hacen clic en el botón *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Bravo, dibuje los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.

Después de un tiempo los estudiantes hicieron clic en *Pasar a siguiente tarea*. Se presenta un nuevo ejercicio de la tarea 3, cambiando el vector de base y mostrándose el enunciado de la tarea “Acomode la cabeza del vector de manera que cuando superponga la cola del vector a un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice del triángulo verde correspondiente.”

### Ejercicio 7.

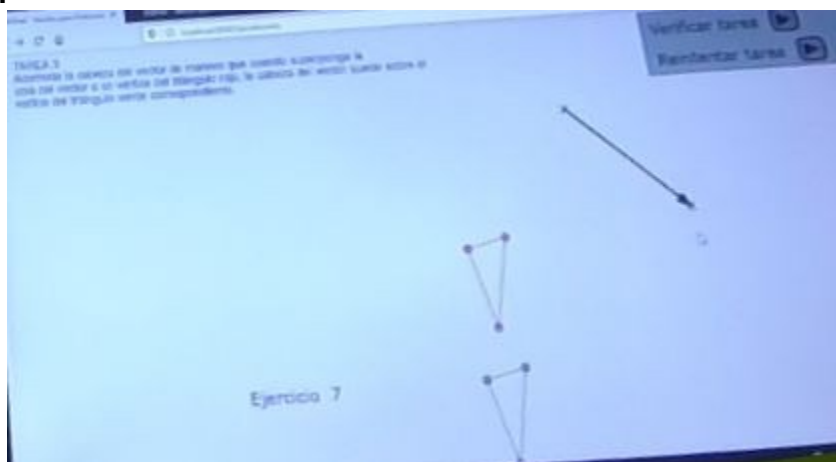


Ilustración 168. Ejercicio 7—actividad 2—tarea 3—primer intento.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector hacia abajo, (el vector queda aproximadamente con la misma dirección y sentido que la traslación de los triángulos, pero diferente magnitud).



Ilustración 169. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–intento 1–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*. Aparece un letrero que dice “Ahora arrastre el vector hasta que la cabeza y la cola del vector se superponga sucesivamente con cada pareja de vértices.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cola con un vértice del triángulo rojo, la cabeza no queda superpuesta con ningún vértice; arrastran el vector hasta superponer la cabeza, en un vértice del triángulo verde, la cola del vector no queda superpuesta con ningún vértice.

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*, se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base.

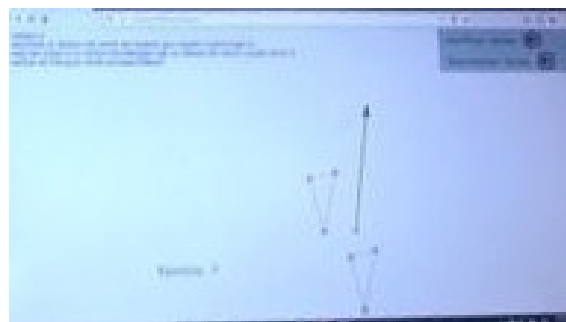


Ilustración 170. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–segundo intento.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector de manera que el vector tome el mismo sentido que la traslación de los triángulos, pero sin lograr aún la dirección y magnitud de la traslación, que dando el vector como se muestra a continuación.

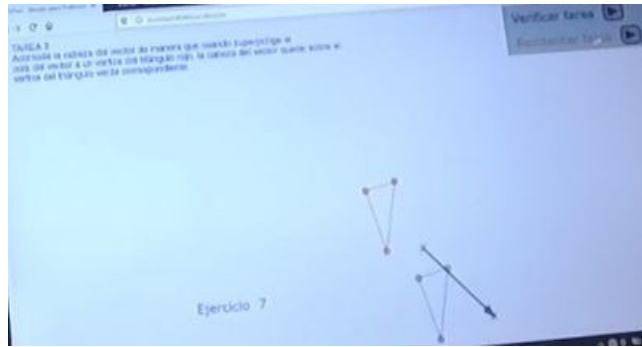


Ilustración 171. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–intento 2–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Ahora arrastre el vector hasta que la cabeza y la cola del vector se superponga sucesivamente con cada pareja de vértices.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparece un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes comienzan a “arrastrar” la pantalla, haciendo que el triángulo se mueva. También arrastran los botones, restricciones que no funcionan adecuadamente en el pilotaje (creemos que la distracción que les causó ver que se podían mover los botones los hizo equivocar en la respuesta).

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*; aparece el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base.



Ilustración 172. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–tercer intento.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector en sentido contrario a la traslación representada por los triángulos (el vector queda con la misma magnitud y dirección que la traslación de los triángulos).

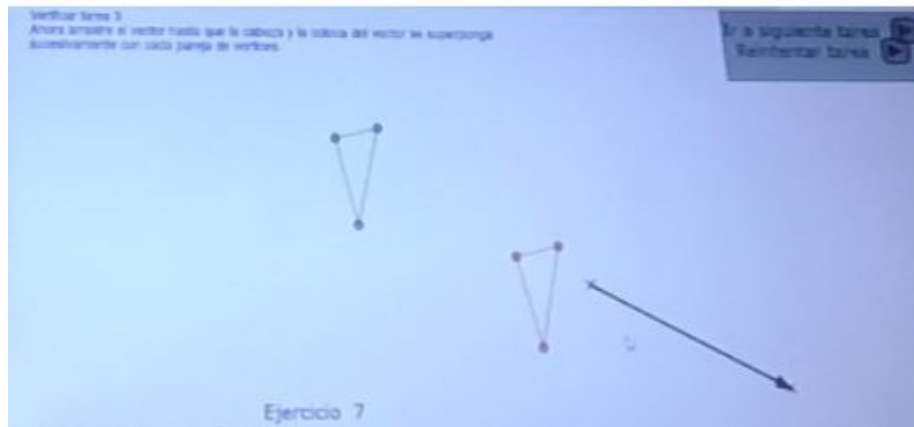


Ilustración 173. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–intento 3–respuesta.

Oprimen *Verificar tarea*, aparece un letrero que dice “Ahora arrastre el vector hasta que la cabeza y la cola del vector se superponga sucesivamente con cada pareja de vértices.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer la cabeza del vector con un vértice del triángulo rojo (la cola del vector no queda sobre ningún vértice del triángulo verde). Arrastran la pantalla del computador haciendo que el triángulo verde se mueva.



Ilustración 174. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–intento 3–verificación.

Oprimen *Reintentar tarea*. Aparecen el enunciado de la tarea y el botón *verificar tarea*; se oculta la expresión *Parejas de vértices verificadas*, aparece el botón *Ir a siguiente tarea*; se habilita la cabeza del vector para poder arrastrarse y se cambia el vector de base.

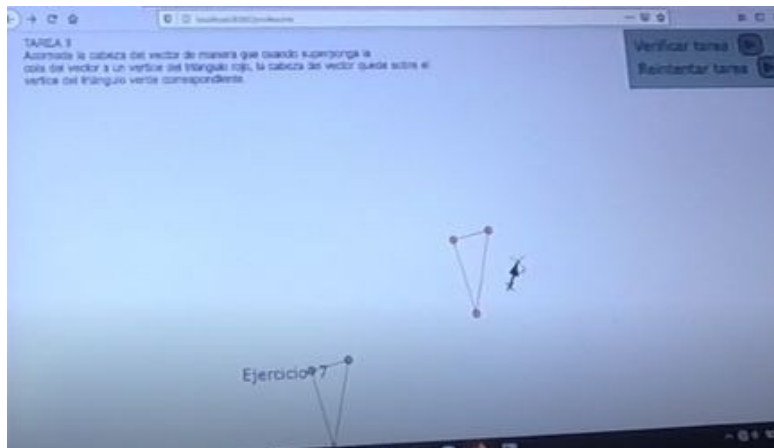


Ilustración 175. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–cuarto intento.

E1: A ver. Si me acuerdo era la cabeza al verde.

Los estudiantes arrastran la cabeza del vector hacia el triángulo verde, logrando representar con el vector la traslación de las manzanas (deducimos que cuando E1 dice “A ver. Si me acuerdo, era la cabeza al verde” reconoce el sentido de la traslación y la utiliza para solucionar la tarea).

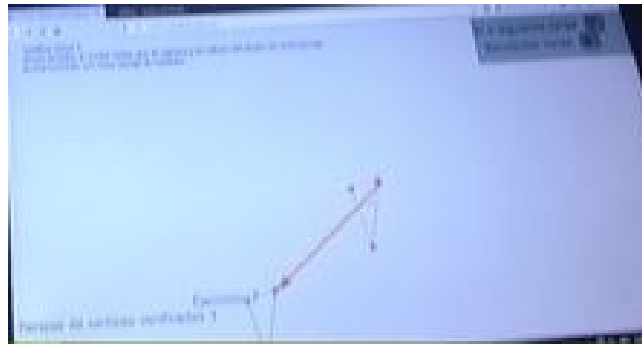
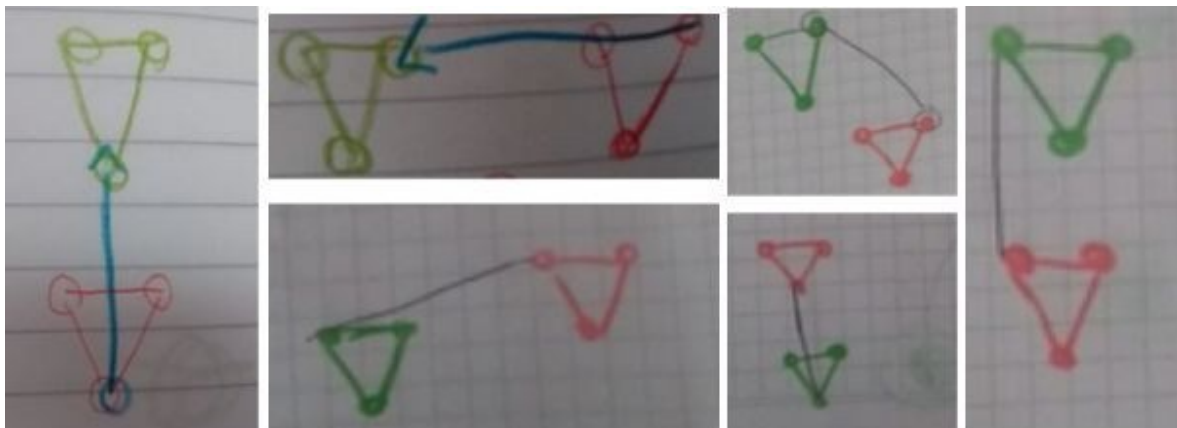


Ilustración 176. Ejercicio 7–actividad 2–tarea 3–intento 4–respuesta.

Los estudiantes hacen clic sobre el botón verificar *tarea*. Aparece un letrero que dice “Moviendo la flecha, coloque los extremos sobre los vértices de los triángulos para verificar.”; se oculta el botón *Verificar tarea*; aparecen un nuevo botón *Ir a siguiente tarea* y una nueva expresión llamada “*Parejas de vértices verificados*” y se deshabilita la cabeza del vector.

Los estudiantes arrastran el vector hasta superponer los extremos con cada pareja de vértices, cambia el número de la expresión *parejas de vértices verificadas* a 1, 2 y 3. Luego

de hecha la verificación, los estudiantes hacen clic en el botón *Ir a siguiente tarea* y aparece el mensaje “Bravo, dibuje los triángulos y la flecha.”; se oculta *Ir a siguiente tarea* y aparece un nuevo botón *Pasar a siguiente tarea*.



*Ilustración 177. Dibujos tercera actividad.*

En los dibujos se puede observar que los estudiantes unen parejas de vértices correspondientes; en algunos dibujos no se observa que los estudiantes hagan la terminación del vector; el cambio de dirección que se presentó en los diferentes ejercicios, estos hechos observados en los dibujos les permiten a los estudiantes reconocer las propiedades de la traslación.

### **Conclusiones tarea 3**

- Al cambiar las manzanas por círculos, y los círculos por asteriscos. Los estudiantes presentan errores al solucionar la tarea 3, puesto que venían superponiendo el círculo rojo con una manzana roja y el círculo verde con una manzana verde, al no tener los colores como referencia los estudiantes se desubican.
- Los estudiantes en un primer momento ven los triángulos como figuras globales, sin identificar los vértices de los triángulos y en el sexto ejercicio cuando verifican solo una pareja de vértices y no logran pasar al siguiente ejercicio, reconocen que hay que tener en cuenta los tres vértices para acomodar el vector.
- El paso de la visión global a la visión puntual de la traslación generó un poco de dificultades para los estudiantes. Porque no se presenta una tarea de exploración que permita a los estudiantes identificar elementos puntuales de la traslación, sino que se presenta únicamente la tarea tres, donde los estudiantes deben tener

presente la visión puntual. Pero debido a la interacción de los estudiantes con el botón reintentar tarea permitió varios intentos hasta superar las dificultades, solucionando la tarea.

### **Puesta en común**

¿Qué tienen en cuenta para acomodar la flecha que se les estaba presentando?

E2: las medidas.

p: Las medidas. Bien, por ejemplo, vemos que E3 utilizaba los dedos para hacer las medidas. ¿cómo tomaba la medida? ¿de qué vértices a qué vértices?

E3: Cogía los vértices de una parte a la otra y tomaba la medida y la pasaba a donde estaba el este de la cola a la punta y ahí mismo lo acomodo y ponerlo (E3 describe cómo realiza la primera estrategia descrita en el análisis a priori).

P: en ocasiones vi que tenían el vector acomodado, la flecha tenía la misma distancia ¿por qué no validaba la tarea? (muestra en el computador un ejemplo de lo sucedido, un vector con la misma magnitud que la traslación de los triángulos). El vector tiene la misma distancia que las parejas de vértices en los triángulos, pero cuando colocaban la cola sobre un vértice rojo les quedaba la cabeza por fuera ¿por qué? ¿qué pasaba? aparte de la distancia ¿qué otra cosa debe tener en cuenta?

E3: la media

E2: la dirección

E4: la posición de los cositos (E4 se refiere a la posición de los triángulos)

P: cuando dice la dirección E2 ¿a qué se refiere?

P: la posición de los triángulos. ¿Cómo sería esa posición? según la posición de los triángulos, (señala una pareja de triángulos en el computador) ¿Dónde tendría que quedar la cola del vector? ¿La cola del vector en qué triángulo tendría que quedar?

E1: en el rojo

P: y la cabeza

E4: en el verde

E3: sí estoy de acuerdo.

P: Cuando resolvían la primera tarea de esta actividad, ¿tuvieron alguna dificultad?

E1: sí, la dificultad es que la cola del vector no quedaba en el triángulo que era o a veces, quedaba la línea más larga o corta, esa era la dificultad que se presentaba y también se necesitó varios intentos para que quedara en la posición que era.

P: En la tarea dos no se podían mover las manzanas ni el círculo rojo. ¿cómo hacían para anticipar esa posición? ¿en dónde iba a quedar el círculo verde?

E3: viendo la longitud que había de la manzana roja a la manzana verde, a veces era más fácil porque el círculo se presentaba al lado de una roja y a uno solo le tocaba mirar donde está la manzana verde y llevarlo hasta donde estaba. (señala el vector en el computador) hasta que quedara los dos conectados.

P: ¿Cómo quedarían las flechas, donde pudiéramos dibujar una para cada pareja de vértices? ¿cómo quedarían esas flechas? las podría señalar ahí con el dedo, E2.

E2: ¿me la podría repetir?

P: Digamos que acá esta la flecha, que está representando esta pareja de vértices (muestra la solución de la tarea 3) ¿Cómo quedaría la flecha que representa la otra pareja de vértices? Si quiere dibuje los dos triángulos y las flechas. Bueno ese ejercicio lo podemos hacer todos.

E3: ya

P: Dibuje las flechas ¿cómo quedarían las flechas que representan la separación?: ahí ya tiene una flecha que está representando una pareja de vértices.

E4: si





*Ilustración 178. Actividad 2–puesta en común–acciones 1.*

P: ahora dibuja para las otras dos parejas. Trate de dibujar las otras dos flechas.

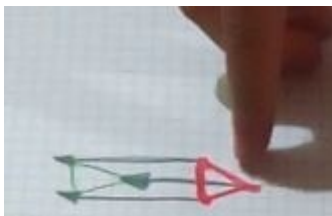
E4: ya

P: Dibuje la cabeza de las flechas bien notorias. ¿dónde quedaría la cabeza de las flechas?  
¿qué afirmación podríamos decir de esas flechas que se dibujaron?

E3: que cada punto se conecta con cada punto del otro triángulo.

P: ¿Todas están apuntando hacia el mismo lado? ¿Las cabezas de las flechas quedaron todas hacia el mismo lado?

¿Dónde están las colas de esas flechas?



*Ilustración 179. Actividad 2–puesta en común–acciones 2.*

P: ¿Dónde están las cabezas de todas las flechas?



*Ilustración 180. Actividad 2–puesta en común–acciones 3.*

P: ¿Hay alguna flecha que este intercambiada?

E3: No

P: bueno, entonces ¿Hacia dónde están apuntando todas las cabezas?

E1: hacia el mismo lado, el triángulo de arriba.

P: están todos de acuerdo.

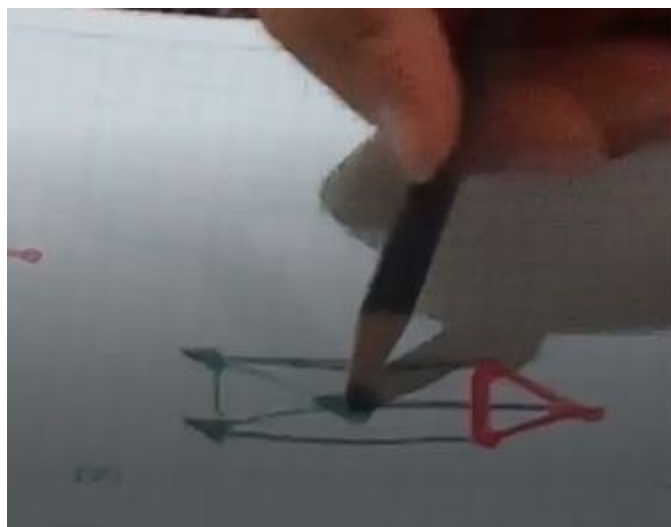
E: sí

P: ¿E2, podría repetir eso que dijo E1?

E4: todas están apuntando hacia el mismo lado, o sea hacia arriba.

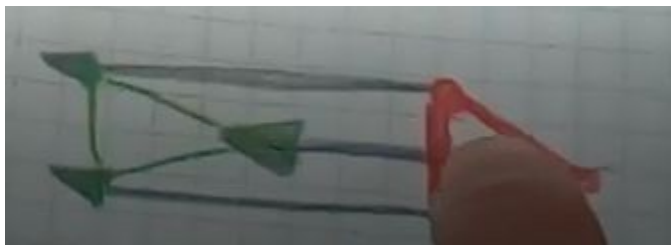
P: ¿Podrían decir otra afirmación de esas flechas?

E4: Cada punto rojo, tiene su punto verde. Este de acá abajo es el de acá abajo. Y este es el de este (señala con un lápiz parejas de puntos correspondientes).



*Ilustración 181. Actividad 2–puesta en común–acciones 4.*

P: E3, ¿qué pasa si dibujamos otro vector que salga de este vértice?



*Ilustración 182. Actividad 2–puesta en común–acciones 5*

E4: no se puede, porque o si no tendría.

E3: tendríamos que hacer otro punto.

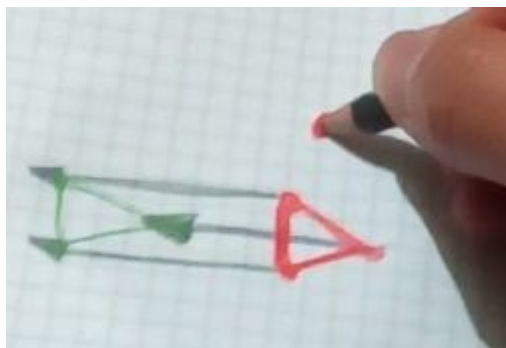
P: ¿En dónde lo haría?

E3: acá en la mitad y acá en la mitad conectado acá.



*Ilustración 183. Actividad 2–puesta en común–acciones 6.*

P: yo les coloco una cola de una flecha acá (dibuja un punto rojo al lado del triángulo rojo)  
¿Dónde dibujarán ustedes la cabeza? Esta es la cola ¿Dónde dibujarán ustedes la cabeza del vector?



*Ilustración 184. Actividad 2–puesta en común–acciones 7.*

E3: ¿ahí? (dibuja el vector)



*Ilustración 185. Actividad 2–puesta en común–acciones 8.*

P: ¿Todos lo dibujarán en el mismo lado?

E: sí.

En el desarrollo de esta actividad se evidenció que los estudiantes empezaron a reconocer propiedades de la traslación:

- Magnitud: cuando los estudiantes dicen la medida, abriendo y cerrando los dedos señalando a la distancia existente entre las parejas correspondientes de manzanas.
- Dirección: señalaban con los dedos la inclinación del vector.
- Sentido: se evidenció en la última parte de la puesta en común cuando el profesor le preguntó hacia donde apuntaba la flecha y ellos dicen que, hacia el triángulo verde, dibujando el vector que representa la traslación mostrada por los triángulos.

Además, los estudiantes mencionan la univocidad, reconocieron que a cada punto del triángulo rojo le corresponde un único punto en el triángulo verde.

Durante el desarrollo de la actividad se evidenció en los estudiantes el abandono de estrategias que no permitían la solución de las tareas, gracias a las restricciones del medio; por ejemplo, no poder arrastrar el círculo rojo en la tarea 2 y 3 conlleva a que los estudiantes no puedan utilizar la estrategia de superposición, implicando que los estudiantes empiecen a reconocer la magnitud, dirección y sentido de la traslación, representada con las manzanas y los triángulos para replicarla con los extremos del vector.

Otro aspecto importante en el avance de los estudiantes para la solución de las tareas es la socialización entre sus compañeros y el profesor, evidenciado en la tarea 3, cuando los estudiantes E1 Y E2 únicamente utilizan la segunda estrategia descrita en el análisis a-

priori. El profesor pide a E3 que explique cómo solucionó esa tarea, permitiendo a E1 y E2 tener dos estrategias de solución.

### Actividad 3

#### Objetivos.

Reconocer que el resultado de trasladar un objeto es otro objeto idéntico al que se trasladó, en la posición indicada por el vector.

Comprender que los vectores que tienen como origen un punto en la figura original y la cabeza en el punto correspondiente de la traslación son iguales.


Construir la traslación de un triángulo.

#### Descripción

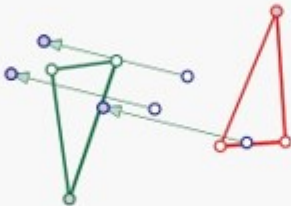
La actividad 3 consta de cuatro tareas. La primera y la segunda tareas consisten en modificar un triángulo verde para que represente la traslación de un triángulo rojo dado según tres vectores iguales dados. La primera tarea puede resolverse por superposición arrastrando los vectores y superponiéndolos con los triángulos. La segunda tarea es de anticipación; para resolverla, los estudiantes tendrán que utilizar relaciones existentes entre los vectores y los triángulos. La tercera tarea consiste en construir un triángulo y acomodarlo para que represente la traslación del triángulo dado según tres vectores iguales dados; esta tarea, al igual que la tarea uno, puede resolverse por superposición. La última tarea consiste en construir la traslación de un triángulo dado un vector. Para resolver esta tarea hay que utilizar las propiedades de la traslación y garantizarles en la construcción con herramientas como *recta paralela* y *compás*.

En esta actividad solo se realizan ejercicios de la tarea 1 y 2, cada ejercicio se realizará con 3 vectores diferentes.

## Tarea 1 (Exploración).

verificar tarea 1 

**TAREA 1**  
Acomode el triángulo verde, para que cuando coloque la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo verde.



**Ejercicio 1**

*Ilustración 186 Actividad 3, tarea 1, medio*

### Enunciado

“Acomode el triángulo verde, para que cuando coloque la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo verde”.

En esta tarea los tres vectores se mantienen iguales, no se pueden modificar, pero sí se pueden mover libremente por la pantalla. El triángulo rojo no se puede modificar ni arrastrar. El triángulo rectángulo verde se puede rotar arrastrando el vértice del ángulo agudo mayor y se puede trasladar arrastrando el vértice del ángulo recto o el cateto menor. La tarea consiste en acomodar el triángulo verde para que represente la traslación del triángulo rojo según los vectores dados.

En el momento de la verificación aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde. El estudiante puede validar la posición que asignó al triángulo verde, si coincide con el triángulo dibujado por el nuevo vector.

## Descripción de la secuencia

Al comienzo de esta tarea se le presenta a los estudiantes un botón *Verificar tarea 1*. Al oprimirlo aparecen una ventana con un letrero que dice “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar.” y el botón *OK*. Al oprimir este último se ejecuta la animación del vector de verificación, se oculta el botón *Verificar tarea 1* y aparecen otros dos botones: *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Al oprimir *El triángulo verde aún no está acomodado* pueden suceder dos cosas:

- 1) Si el triángulo verde no está acomodado, aparece una ventana con el letrero “Reintente hacer la tarea”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea*.
- 2) Si el triángulo verde está acomodado, aparecerá una ventana con un letrero “El triángulo verde ya está acomodado. Dibuje la posición de los triángulos y los vectores”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *Pasar a tarea 2*.

Al oprimir *El triángulo verde ya está acomodado* pueden suceder dos cosas:

- 1) Si el triángulo verde no está acomodado, aparece una ventana con el letrero “El triángulo verde no está acomodado. Reintente hacer la tarea”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea*.
- 2) Si el triángulo verde está acomodado aparecerá una ventana con el letrero “Dibuje la posición de los triángulos y los vectores” se ocultan los botones y aparece uno nuevo *Pasar a tarea 2*

Al oprimir *reintente hacer la tarea*, aparecerá la figura como al comenzar la tarea.

## Análisis a priori

Se espera que los estudiantes acomoden las colas de los vectores sobre cada uno




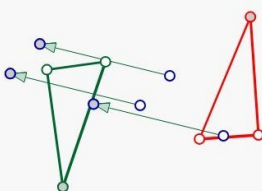
de los vértices del triángulo rojo e intenten acomodar el triángulo verde de manera que sus vértices coincidan con las cabezas de los vectores. Otra posible estrategia es que arrastren el triángulo verde sobre el triángulo rojo hasta superponerlos, luego desplazar el triángulo verde hasta donde indiquen los vectores. En el caso que los estudiantes piensen que la tarea es imposible porque solo logran desplazar el triángulo sin girarlo, el profesor deberá intervenir sugiriendo que intenten arrastrar cada uno de los vértices. Con cualquiera de estas dos estrategias el triángulo de verificación coincidirá con el triángulo acomodado por los estudiantes.

Si los estudiantes deciden acomodar el triángulo sin utilizar los vectores, es muy probable que la posición obtenida no coincida con la traslación del triángulo rojo, situación que será evidente cuando se ejecute la verificación.

## Tarea 2 (Anticipación)

TAREA 1  
Acomode el triángulo verde, para que cuando coloque la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo verde.

verificar tarea 1 



Ejercicio 1

*Ilustración 187 Actividad 3, tarea 1, medio*

## Enunciado

“Acomode el triángulo verde, para que cuando coloque la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo verde.”

Esta tarea es semejante a la tarea 1, con la diferencia que los vectores no se pueden arrastrar para impedir la superposición de los extremos de los vectores con los vértices de los triángulos. La verificación de esta tarea se hace arrastrando los vectores y colocando los extremos sobre los vértices de los triángulos.

### **Descripción de la secuencia**

Al comienzo de la actividad se muestra el botón *Verificar tarea 2*.

Al oprimir *Verificar tarea 2* aparecen una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde.”, y el botón *OK*. Al oprimir este último, desaparece el letrero, se oculta el botón *Verificar tarea 2* y aparecen dos botones: *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*. Al oprimir *El triángulo verde aún no está acomodado* pueden suceder cuatro cosas:

1) Si los estudiantes no han colocado ninguna cola de ningún vector sobre un vértice del triángulo rojo de manera que la cabeza de dicho vector quede sobre un vértice del triángulo verde, aparecerá el letrero “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea.”, se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea*.

2) Si los estudiantes sólo han colocado en un vértice del triángulo rojo la cola de uno o más vectores de manera que la cabeza o cabezas de los vectores queden en un vértice del triángulo verde, aparecerá el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices. Reintente hacer la tarea.”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la*

*tarea.*

3) Si los estudiantes sólo han colocado en dos vértices del triángulo rojo la cola de vector de manera que la cabeza quede en un vértice del triángulo verde, aparecerá un mensaje “Solo ha verificado dos parejas de vértices. Reintente hacer la tarea.”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea.*

4) Si los estudiantes colocaron en cada uno de los vértices del triángulo rojo la cola de un vector y la cabeza de cada vector queda en cada uno de los vértices correspondientes del triángulo verde, aparecerá el mensaje “El triángulo verde ya está acomodado. Dibuje la posición de los triángulos y el vector.”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *pasar a siguiente tarea.*

Al oprimir *El triángulo verde ya está acomodado* pueden suceder cuatro cosas:

1) Si los estudiantes no han colocado ninguna cola de ningún vector sobre un vértice del triángulo rojo de manera que la cabeza de dicho vector quede sobre un vértice del triángulo verde, aparecerá el letrero “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea.”, se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea.*

2) Si los estudiantes sólo han colocado en un vértice del triángulo rojo la cola de uno o más vectores de manera que la cabeza quede en un vértice del triángulo verde, aparecerá el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices. Reintente hacer la tarea.”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea.*

3) Si los estudiantes sólo han colocado en dos vértices del triángulo rojo la cola de uno o dos vectores de manera que la cabeza quede en un vértice del triángulo verde, aparecerá un mensaje “Solo ha verificado dos parejas de vértices. Reintente hacer la tarea.”; se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea.*

4) Si los estudiantes colocaron en cada uno de los vértices del triángulo rojo la cola de un vector y la cabeza de cada vector queda en cada uno de los vértices correspondientes del triángulo verde, aparecerá el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y el vector.”, se ocultan los botones y aparece uno nuevo *pasar a siguiente tarea*.

Al oprimir *reintente hacer la tarea*, aparecerá la figura como al comenzar la tarea.

Al oprimir *pasar a siguiente tarea* pueden suceder 2 cosas:

1) Si los estudiantes no han realizado los tres ejercicios, aparecerá el mensaje “Bravo, Pruebe para otras posiciones.” Y aparecerá en la tarea 1.

2) Si el estudiante ya solucionó los tres ejercicios, aparecerá la tarea 3.

### **Análisis a priori**

Se espera que los estudiantes no presenten mayor dificultad con esta tarea, puesto que ya hicieron una tarea de exploración; sin embargo, puede suceder que intenten solucionar la tarea por superposición como ocurrió en la tarea 1. Al intentar arrastrar los vectores se darán cuenta que no es posible. Para solucionar la tarea los estudiantes tendrán que anticipar la traslación del triángulo rojo según los vectores dados.

Las acciones que permiten a los estudiantes hacer la anticipación de la traslación son:

- a) Medir la magnitud de los vectores utilizando los dedos, lapicero u otro objeto, luego arrastrar el triángulo verde y colocarlo donde indique la medida que tomaron, teniendo en cuenta la dirección y sentido de los vectores.
- b) Comparar la posición del triángulo rojo y las colas de los vectores e intentar colocar el triángulo verde de manera que esté en la misma posición respecto a las cabezas de los vectores.
- c) Arrastrar el triángulo verde sobre el triángulo rojo hasta que queden superpuestos, luego colocar el triángulo verde de manera que las distancias entre las parejas de vértices

correspondientes entre los triángulos sea la misma que la existente entre la cola y la cabeza de un vector.

Independientemente de la estrategia utilizada, en el momento de la verificación las cabezas de los vectores coincidirán con los vértices del triángulo verde únicamente si el estudiante logra anticipar correctamente la magnitud, la dirección y el sentido de los vectores.

### Tarea 3 (Exploración)



*Ilustración 188 Actividad 3, tarea 3, medio*

### Enunciado

“Construya un triángulo y acomódelo, para que cuando coloque la cola de un vector sobre el vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo que construyó.”

El triángulo y los vectores se pueden arrastrar libremente por la pantalla, pero no se pueden modificar sus medidas. La tarea consiste en construir un triángulo y luego acomodarlo para que represente la traslación del triángulo rojo según el vector que se muestra, la verificación de esta tarea es la misma de la tarea 1. Esta tarea puede

resolverse por superposición.

### **Descripción de la secuencia**

Al comienzo de esta tarea se muestra un botón *Verificar tarea 3*, al ejecutar este botón se hace la misma verificación que en la tarea 1 (se mueve un vector sobre el triángulo rojo dibujando un triángulo verde), se muestra el mensaje “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar.”; se oculta el botón *Verificar tarea 3*. Aparecen tres botones diferentes: *El triángulo verde aún no está acomodado*, *El triángulo verde ya está acomodado* y *reintentar tarea 3*.

Al oprimir *El triángulo verde aún no está acomodado*, se ocultan los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Al oprimir *Reintentar tarea 3* aparece la figura como al inicio de la tarea.

Al oprimir *El triángulo verde ya está acomodado*, se muestra el mensaje “Bravo dibuje la posición de los triángulos y el vector” y aparece el botón *Pasar a tarea 4*.

En esta tarea no hay programación para que el software pueda validar la respuesta elaborada por los estudiantes.

### **Análisis a priori**

Dado que esta es una tarea de exploración se prevé que los estudiantes no produzcan ninguna propiedad de la traslación utilizando herramientas del software, si no que construyan un triángulo y lo acomoden utilizando la misma estrategia de la tarea 1, arrastren los vectores y coloquen la cola en un vértice del triángulo rojo y en la cabeza de dicho vector coloque un vértice del triángulo que construyeron, hasta tener acomodado los tres vértices del triángulo que construyeron.

Otra posible estrategia de solución que los estudiantes pueden realizar luego de construido el triángulo es acomodar cada uno de los vértices del triángulo que

construyeron utilizando la estrategia utilizada en la tarea 2 (aproximar la traslación).

#### Tarea 4 (Construcción)

En un primer momento de esta tarea se muestra a los estudiantes el producto final de la tarea con el enunciado “Este es el producto final de la tarea 4. Su tarea consiste en reconstruir el triángulo verde, para que cuando se modifique el vector, el triángulo verde se mueva con el vector” y el botón *Iniciar tarea 4*.

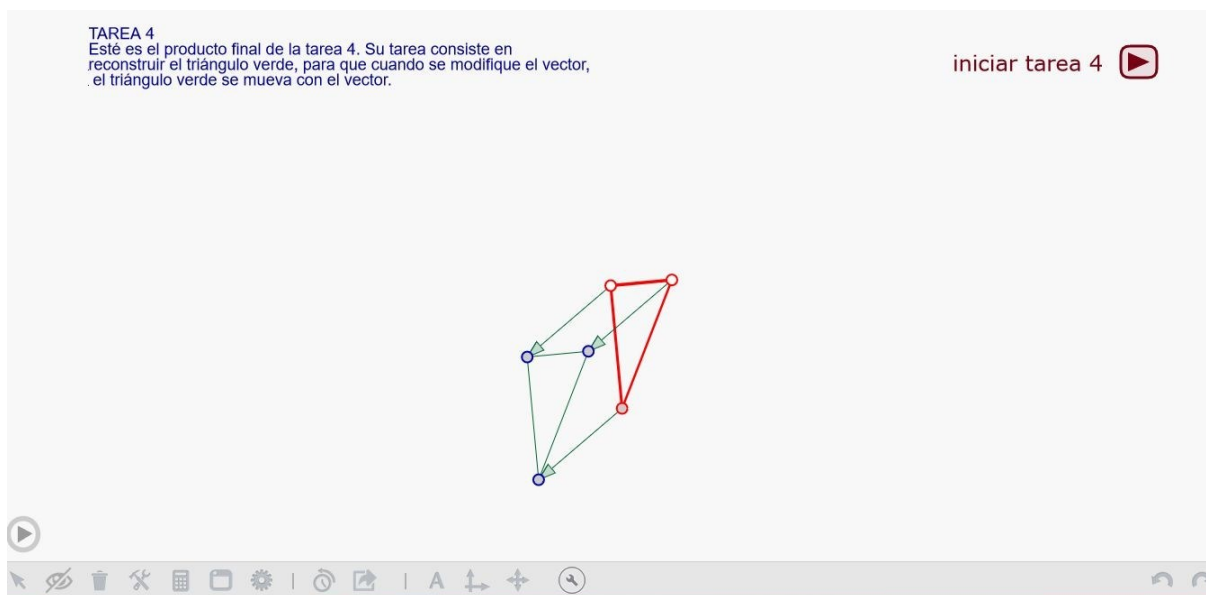
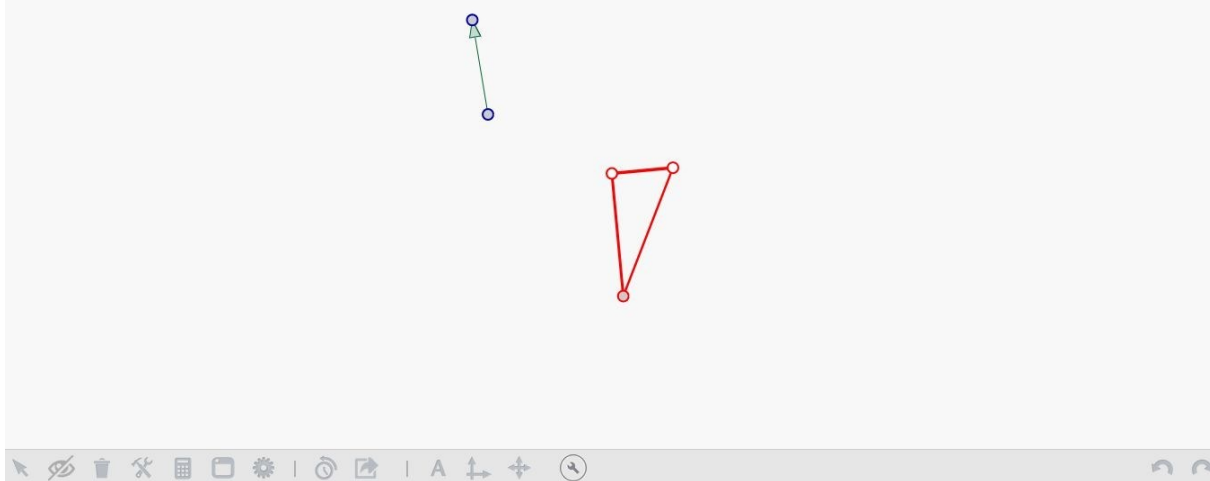


Ilustración 189. Actividad 3, tarea 4, medio 1.

TAREA 4  
Construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector.

verificar tarea 4 



*Ilustración 190. Actividad 3, tarea 4, medio 2.*



## Enunciado

“Construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector.”

Al oprimir *Iniciar tarea 4*, inicia la tarea 4. EL triángulo y el vector que se dan para esta tarea pueden arrastrarse a cualquier lado de la pantalla, pero las medidas no se pueden modificar.

Esta tarea, a diferencia de las anteriores, consta de dos verificaciones, e igual que la tarea 3 el software no podrá validar si la tarea ya está resuelta o no.

Al oprimir el botón *verificar tarea 4* aparece un letrero que dice: la tarea 4 consta de dos verificaciones y aparece el botón *primera verificación*.

Al oprimir *primera verificación* aparecen el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”; y el botón *OK*. Al oprimir este botón aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y la cabeza va dibujando un triángulo verde. El estudiante puede validar la posición que asignó al triángulo verde, si coincide con el triángulo dibujado por el nuevo vector. Desaparece el letrero y aparecerán dos botones *reintentar tarea 4* y *Segunda verificación*.

Al ejecutar *reintentar tarea 4* se muestra la figura como al inicio.

Al oprimir *segunda verificación* el vector empieza a variar (cambiando de sentido, dirección y magnitud) y se muestra el mensaje “La segunda verificación consiste en modificar el vector y verificar si el triángulo que construyó se mueve con el vector.”

## Análisis a priori

En un primer momento se deja que los estudiantes exploren las diferentes herramientas de DGPAd. Después de explorar se espera que los estudiantes construyan un triángulo cualquiera y lo acomoden, como lo hicieron en la tarea 3. Al hacer la primera verificación los estudiantes constatan si el triángulo que construyeron coincide con el que dibujó por

el vector, si no coinciden, los estudiantes reintentarán hacer la tarea, si los triángulos coinciden, el profesor les pedirá a los estudiantes que pasen a la segunda verificación. Al momento de hacer la segunda verificación el vector varía (cambiando de magnitud dirección y sentido), mientras que el triángulo que los estudiantes hicieron permanece estático.

En este momento el profesor interviene con preguntas como:

1. ¿La construcción elaborada se comporta como la que se mostró al inicio de la tarea? A lo que los estudiantes responderán que no, puesto que el triángulo que ellos construyeron no se mueve cuando el vector cambia, mientras que la presentada al inicio de la tarea se movía con el vector.
2. Ahora que el vector está cambiando de posición ¿por qué la construcción que ustedes hicieron no se comporta como la mostrada al inicio de la tarea? Con esta pregunta se busca que los estudiantes reflexionen sobre las propiedades que debe cumplir la traslación y las explicitan con sus palabras, mencionando por ejemplo que la distancia entre el triángulo rojo y el triángulo que ellos construyeron debe cambiar cuando cambia el vector.

Luego de que los estudiantes hayan mencionado las propiedades de la traslación, como el caso anterior donde se hizo mención de la equidistancia entre un objeto y su traslación el profesor enseñará a los estudiantes con que herramienta de DGPad pueden garantizar dicha propiedad, en este caso el profesor enseñará a los estudiantes a utilizar la herramienta *compás*.

Luego de hecha la intervención el profesor les pedirá a los estudiantes que haciendo uso de la herramienta compás, intente solucionar nuevamente la tarea.

En este nuevo intento se prevé que los estudiantes haciendo uso de la herramienta compás construyan circunferencias con centro en los vértices del triángulo rojo y radio igual a la magnitud del vector. Después de hechas las circunferencias los estudiantes colocaran un punto sobre cada una de las circunferencias y lo acomodan para que quede en el sentido y dirección que indica el vector, por último, construirán un triángulo

utilizando como vértices estos puntos.

Esta construcción también quedará invalidada al hacer la segunda verificación, puesto que el triángulo no se mueve de la misma manera que el vector.

El profesor hará otra intervención para garantizar que los estudiantes reconozcan que esta solución no cumple las propiedades de la traslación haciendo preguntas como:

¿La tarea ya está resuelta? Los estudiantes responderán que no, porque el triángulo que construyeron no se mueve como indica el vector. Dando explicaciones como que el triángulo siempre apunta hacia el mismo lado mientras que el vector cuando está variando apunta hacia diferentes lados.

¿Qué le falta a la construcción para que se comporte como la mostrada al inicio de la tarea?

Los estudiantes en la respuesta a esta pregunta harán mención a relaciones de dirección y sentido expresando ideas como: el vector que va entre las parejas de vértices correspondientes son paralelos entre ellos.

Cuando el profesor identifique que los estudiantes reconocieron las propiedades faltantes para construir la traslación les enseñará cómo utilizar las herramientas para garantizar en la construcción dichas propiedades. En este caso el profesor enseña el manejo de la herramienta *recta paralela*.

Después de que los estudiantes hayan identificado las propiedades de la traslación y las herramientas que les permite garantizarlas en la construcción, el profesor les pedirá reintentar hacer la tarea, esperando que los estudiantes tracen rectas paralelas al vector por cada uno de los vértices del triángulo dado, después utilizando la herramienta compás hagan circunferencias con centro en los vértices del triángulo y radio igual a la magnitud del vector, por último tomarán los puntos de intersección entre las rectas paralelas y las circunferencias en el sentido que indica el vector, la unión de los puntos

encontrados anteriormente darán como resultado la traslación del triángulo según el vector dado.

### **Análisis a priori de la puesta en común**

Para la puesta en común de esta última actividad, se pueden hacer preguntas a los estudiantes con el fin de que ellos expliciten los conocimientos adquiridos y puedan llegar a consensos entre ellos sobre las conclusiones producto de esta última actividad.

¿Cómo solucionaron las tareas 1 y 2?

Esperamos que los estudiantes describan alguna de las estrategias mencionadas anteriormente.

¿Qué afirmaciones podemos decir después de solucionadas las tareas?

Los estudiantes realizan afirmaciones como: a cada vértice del triángulo rojo le corresponde un único vértice en el triángulo verde.

La flecha indica hacia donde debe quedar ubicado el triángulo verde. Haciendo mención del sentido del vector.

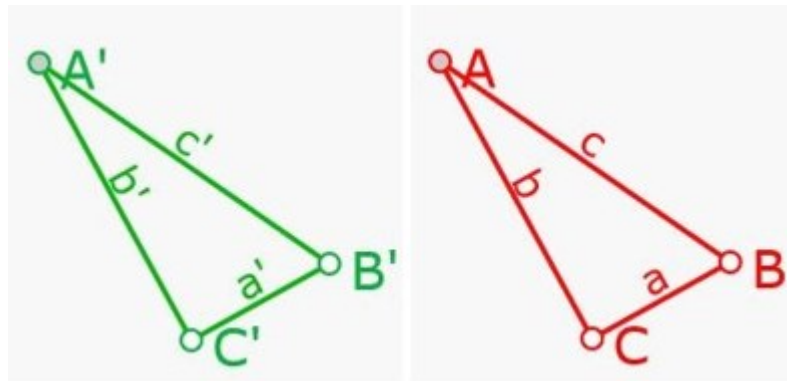
Todas las parejas de vértices correspondientes se encuentran a la misma distancia. Mencionando la magnitud del vector.

Describe el proceso de solución de la tarea 4. Con esta petición buscamos que los estudiantes digan cual fue el proceso que utilizaron para construir la traslación del triángulo que se les presentaba según el vector dado.

### **Pilotaje de la actividad 3**

Para el análisis del pilotaje se utilizan las siguientes convenciones: enumeramos los vectores en el orden que los estudiantes interactúan con ellos y establecemos los

nombres de los vértices y lados de los triángulos como se muestra a continuación.



*Ilustración 191. Convenciones actividad 3, análisis del pilotaje.*

## Ejercicio 1

### Tarea 1

La tarea consiste en modificar un triángulo verde para que represente la traslación de un triángulo rojo dado según tres vectores iguales dados.

Enunciado de la tarea: acomode el triángulo verde, para que cuando coloque la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo verde.

Los tres vectores dados se mantienen iguales, no se pueden modificar, pero sí se pueden mover libremente por la pantalla. El triángulo rojo no se puede modificar ni arrastrar. El triángulo verde se puede rotar arrastrando el vértice B' y se puede trasladar arrastrando el vértice C' o el cateto a'.

En el momento de la verificación aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde.

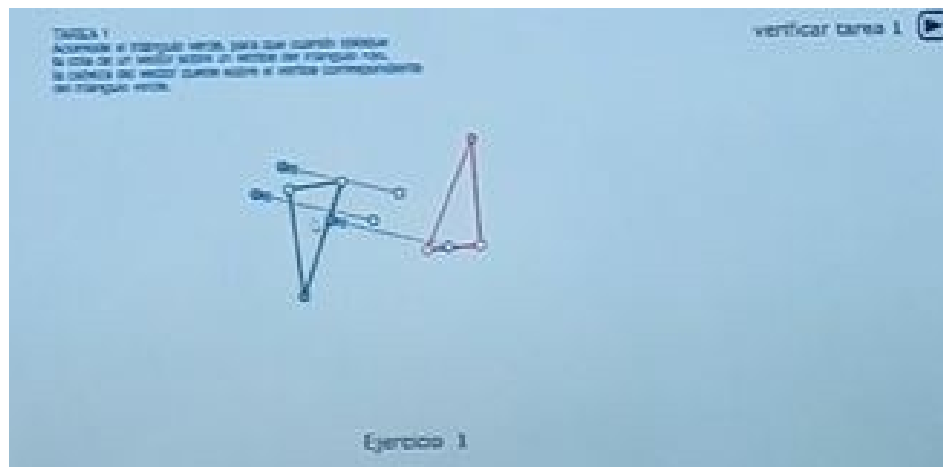


Ilustración 192. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–primer intento.

Llevar el cursor al vértice B' y arrastran alejándose de B' (el vértice no se mueve). Llevar el cursor a la cola del vector 1 y la arrastran hasta superponerla con el vértice A. Llevar el cursor al vértice A' y arrastran (el vértice no se mueve). Llevar el cursor al segmento a' y lo arrastran hacia arriba hasta superponer el vértice B' con la cabeza del vector 1. Llevar el cursor a la cabeza del vector 2 y arrastran (el vector no se mueve), llevan el cursor a la cola de ese vector y la arrastran hasta superponerla con el vértice C. Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B y la cabeza con el vértice A'. Llevar el cursor sobre el vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C.

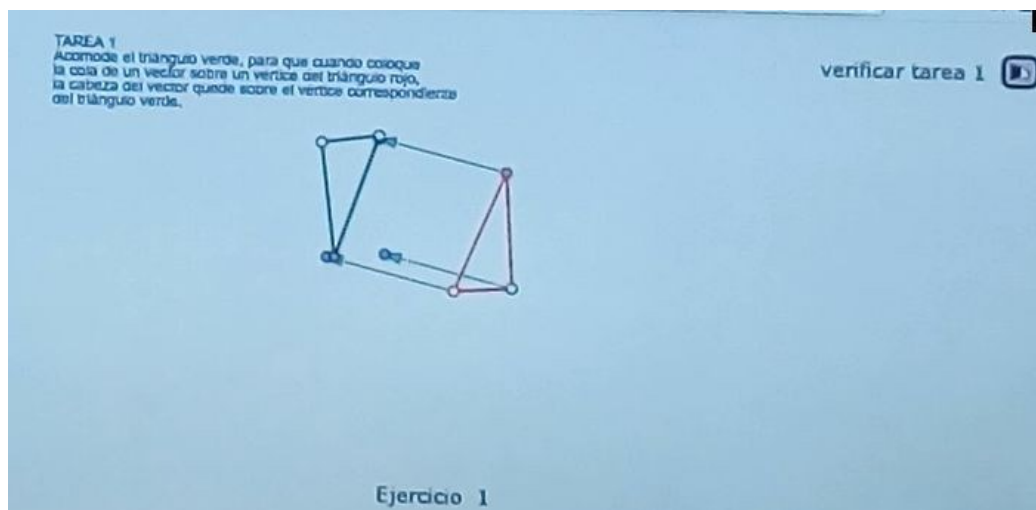


Ilustración 193. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 1–respuesta

Oprimen *verificar tarea 1*. Aparece una ventana con el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted

acomodó coincide con el que se va a dibujar”. Aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde. Se oculta el botón *verificar tarea* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

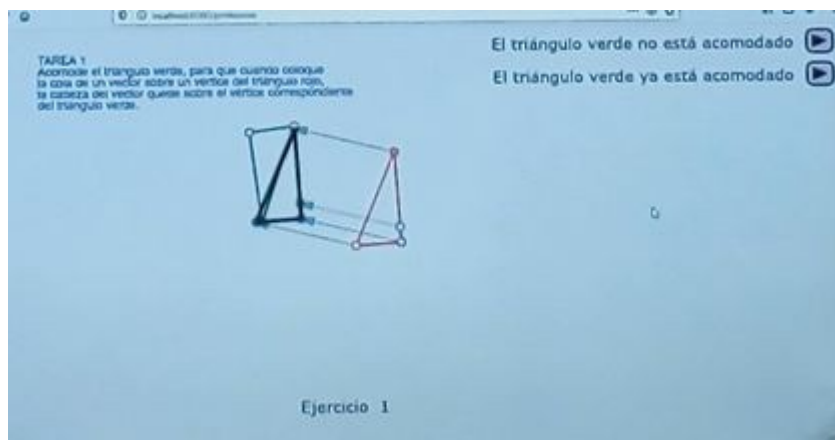


Ilustración 194. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 1– verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “El triángulo verde no está acomodado. Reintente hacer la tarea”, se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 1*.

Oprimen *reintente hacer la tarea*. Se oculta *reintente hacer la tarea 1*. Aparece el botón *verificar tarea 1* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

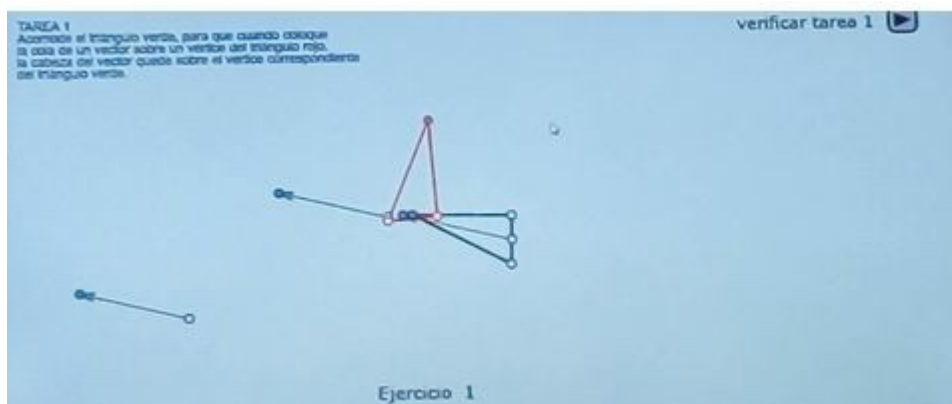


Ilustración 195. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 2.

Llevar el cursor al vértice C' y lo arrastran hacia arriba, hasta dejar el vértice A' cerca del vértice y A.

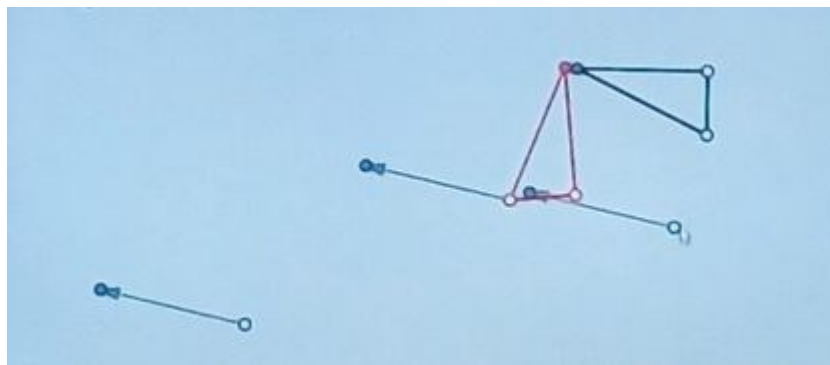


Ilustración 196. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 2–acciones 1.

Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hacia arriba. Llevar el cursor al vértice B' y lo arrastran (el triángulo gira en sentido antihorario).

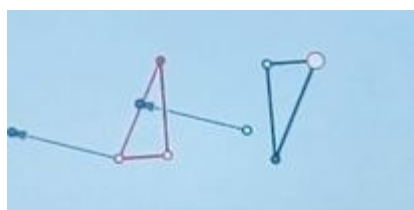


Ilustración 197. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 2–acciones 2.

Llevar el cursor al segmento b'. Llevar el cursor al segmento a'.

E1: voltéelo para que quede igual a ese (E1 señal con el dedo el triángulo verde y gira su mano).

Llevar el cursor al vértice C' y lo arrastran a la izquierda (la relación entre los vértices C y C' corresponde aproximadamente a la relación representada por los vectores). Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde (los lados de los triángulos quedan aproximadamente paralelos).



Ilustración 198. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 2–acciones 3.



Llevar el cursor al vértice C' y lo arrastran hasta superponer el vértice B' con la cabeza del vector 2 que tiene la cola superpuesta con el vértice B. Llevar el cursor hasta la cola del vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices A y A' respectivamente. Llevar el cursor hasta la cola del vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices C y C' respectivamente.

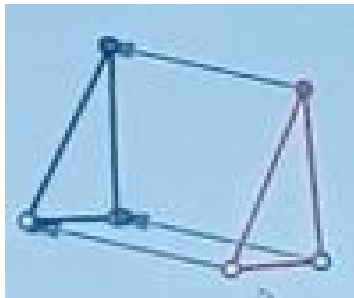


Ilustración 199. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 2–respuesta

Oprimen *verificar tarea 1*. Aparece una ventana con el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”. Aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde. Se oculta el botón *verificar tarea* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

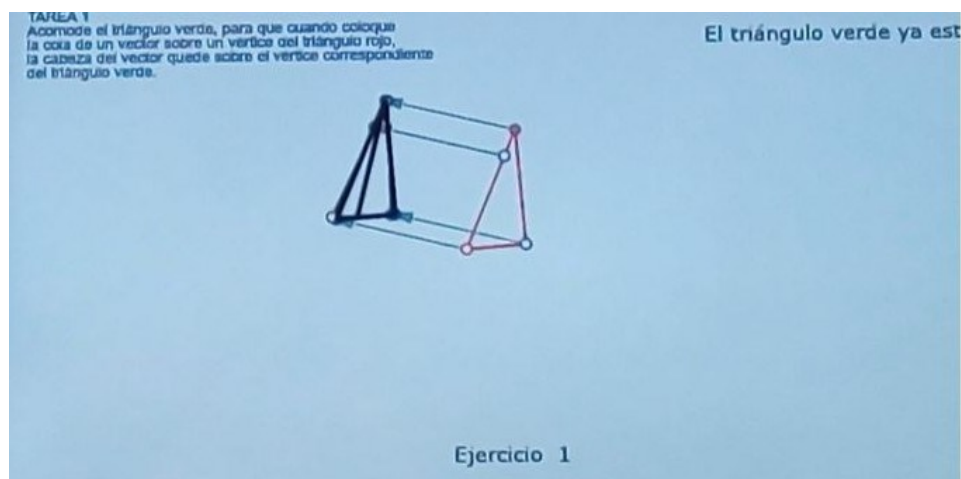


Ilustración 200. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 2–verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y los vectores” se ocultan los botones y aparece uno nuevo *Pasar a*

## tarea 2.

Aparentemente los estudiantes necesitaron observar las retroacciones, incluidas las de verificación, para comprender la tarea (primer intento). Una vez comprendida la tarea y la manera como pueden manipular el triángulo verde, utilizan la estrategia de superposición de los vectores con los vértices de los triángulos, como se había previsto en el análisis a priori.

## Tarea 2

Después de dibujar. Oprimen *Pasar a tarea 2*. Aparecen el enunciado de la tarea 2 y el botón *Verificar tarea 2*. Igual que en la tarea 1 aparecen dos triángulos y tres vectores. Pero los vectores no se pueden arrastrar.

La tarea 2 consiste en modificar un triángulo verde para que represente la traslación de un triángulo rojo dado según tres vectores iguales dados.

Enunciado de la tarea: acomode el triángulo verde, para que cuando coloque la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo verde.

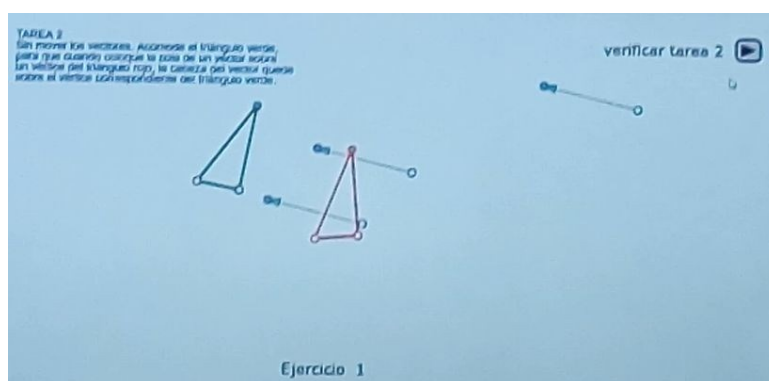


Ilustración 201. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—primer intento.

Intentan arrastrar el vector 1 (el vector no se mueve). Llevan el cursor sobre el segmento  $b'$  y arrastran, llevan el cursor sobre el segmento  $c'$  y arrastran (el triángulo verde no se mueve).

Llevar el cursor sobre el vértice C' y arrastran hacia abajo. Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde (la relación entre los vértices C y C' corresponde aproximadamente a la relación representada por los vectores; pero los lados de los triángulos no están paralelos)

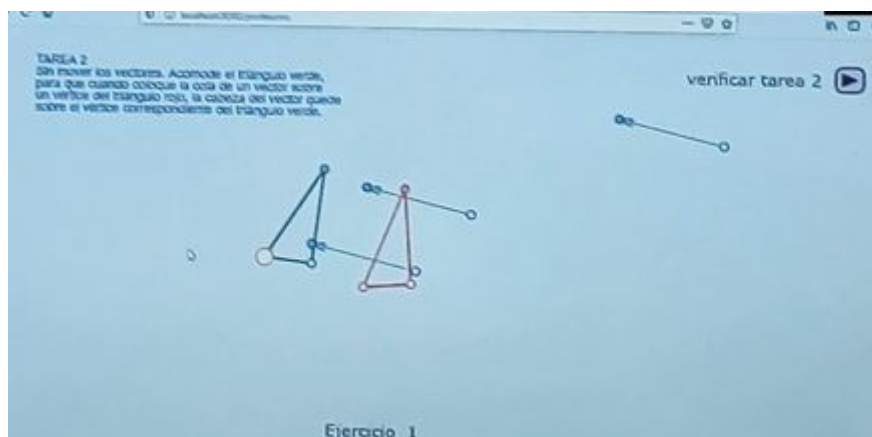


Ilustración 202. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–intento 1–respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Arrastran el vector 1 hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda cerca al vértice A').

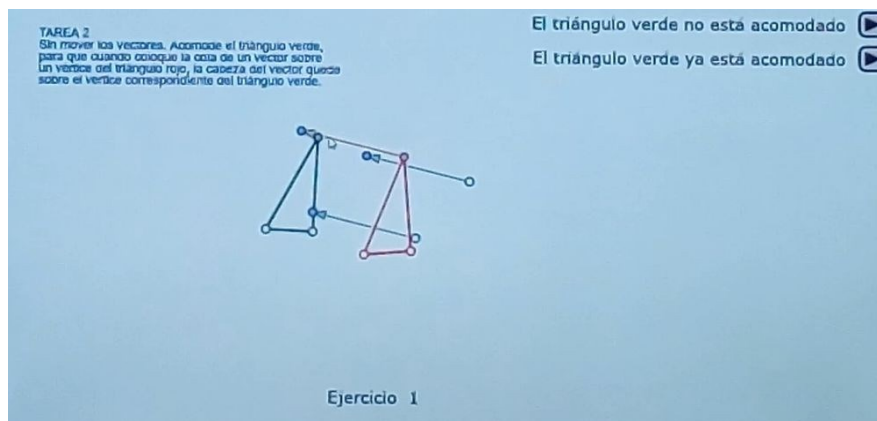


Ilustración 203. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 1–intento 1– verificación 1.

Arrastran el vector 1 hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices B y B' respectivamente (los estudiantes solo utilizan un vector para hacer la verificación).

Posiblemente los estudiantes entienden que solo hay que verificar una sola pareja de vértices).

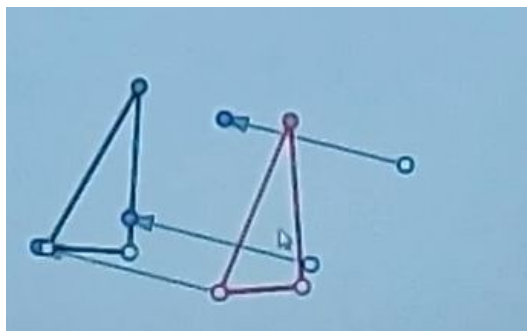


Ilustración 204. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 1— verificación 2.

Oprimen El *triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2* (aunque la respuesta dada es correcta el software no permite seguir verificando las demás parejas de vértices, invalidando la respuesta).

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

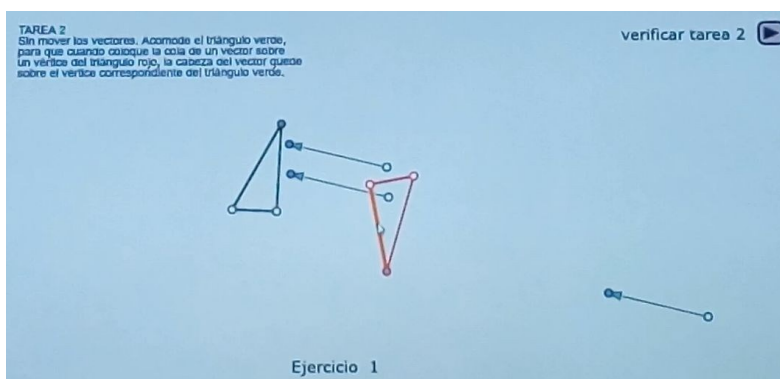


Ilustración 205. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—segundo intento.

Llevar el cursor al segmento b y arrastran, llevan el cursor al segmento a y arrastran, llevan el cursor al vértice C y arrastran, llevan el cursor al vértice B y arrastran (el triángulo rojo no se mueve). Llevar el cursor al vértice A' y arrastran (el triángulo verde no se mueve), llevan el cursor al vértice C' y lo arrastran hacia abajo, llevan el cursor al

vértice B' y giran el triángulo verde (los lados de los triángulos no están paralelos y la correspondencia entre los vértices no representa la traslación).

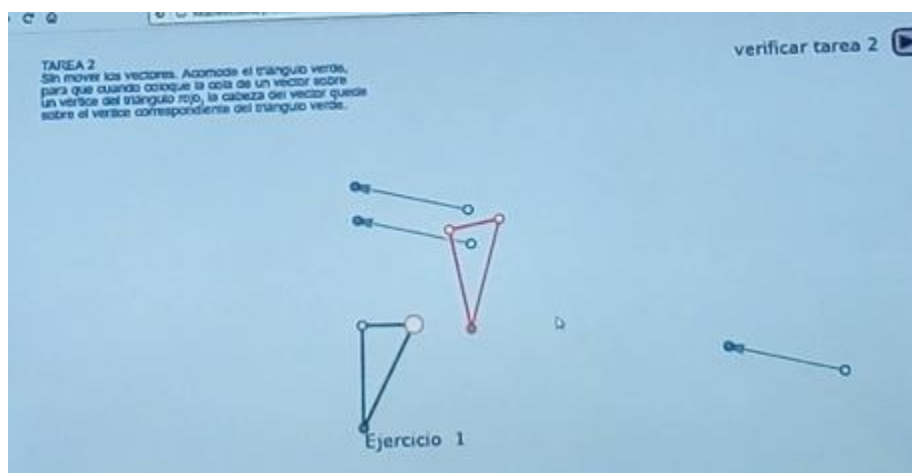


Ilustración 206. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–intento 2–respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor a el segmento a' y arrastran, llevan el cursor al vértice C' y arrastran (el triángulo no se mueve).

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

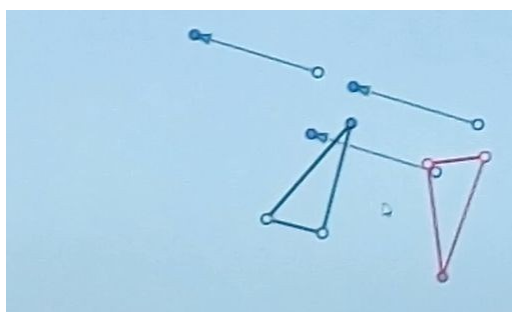
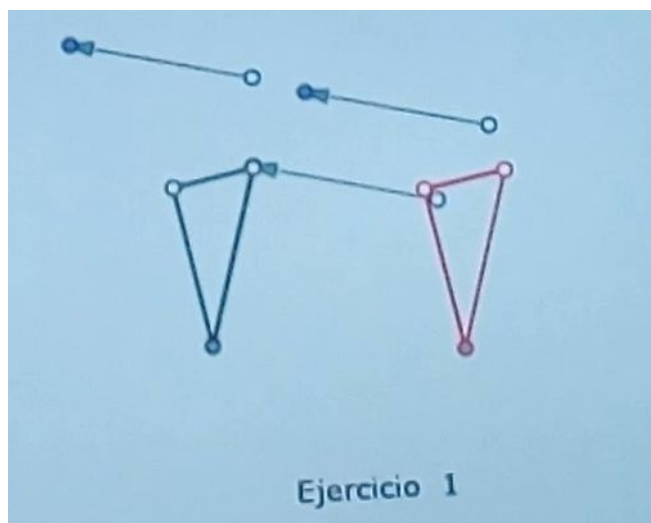


Ilustración 207. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–tercer intento.

Llevar el cursor al vértice B' y arrastran (el triángulo verde gira hasta que los lados de

los triángulos quedan paralelos aproximadamente). Llevan el cursor al segmento a' y lo arrastran hacia arriba hasta superponer el vértice B' con la cabeza del vector 1 que tiene la cola cerca al vértice C.



*Ilustración 208. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 3—respuesta.*

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Arrastran el vector 2 hasta superponer la cabeza con el vértice A'.

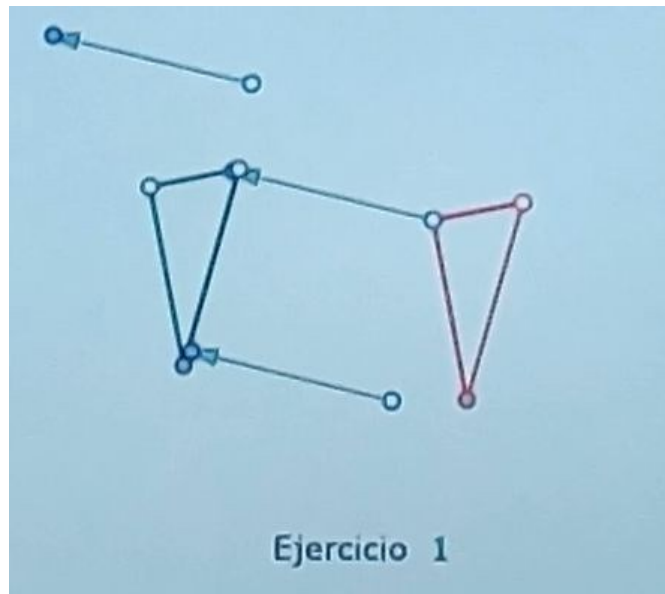


Ilustración 209. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 3—verificación.

Oprimen *El triángulo verde aún no está acomodado* aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2*.

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición (los lados quedan aproximadamente paralelos).

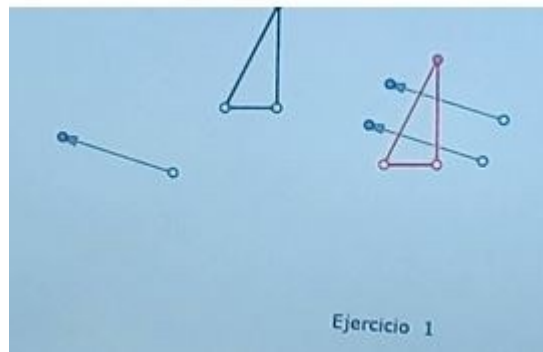


Ilustración 210. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—cuarto intento.

Llevar el cursor al segmento  $c'$  y arrastran (el triángulo no se mueve), llevar el cursor al segmento  $a'$  y arrastran hacia la derecha, llevar el cursor hacia el vértice  $B'$  y giran el triángulo. Llevar el cursor sobre el vector 1 y arrastran (el vector no se mueve). Llevar el cursor al segmento  $a'$  y arrastran hacia la derecha, llevar el cursor hacia el vértice  $B'$  y giran el triángulo. Llevar el cursor al vértice  $C'$  y arrastran hacia la izquierda.

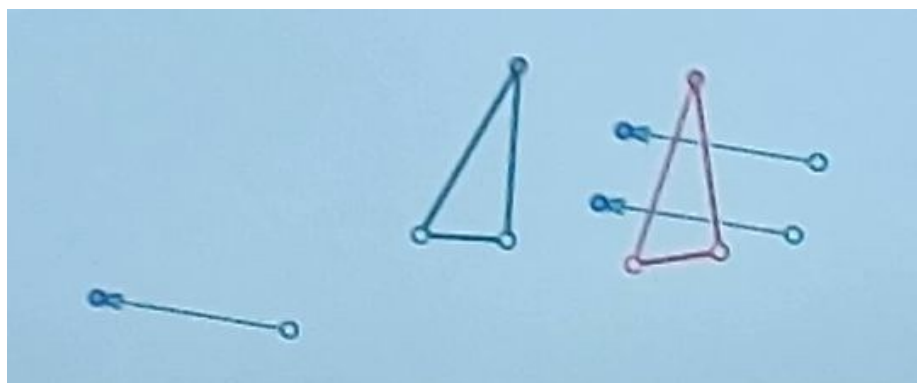


Ilustración 211. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 4—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde” Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda cerca del vértice B'). Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda cerca al vértice A'), arrastran el vector 2 a un espacio libre de la pantalla, llevan el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (Interpretamos que los estudiantes piensan que los vectores son diferentes y por eso colocan diferentes vectores en la misma posición, esperando que la cabeza y la cola del vector queden superpuestas con una pareja correspondiente de vértices).



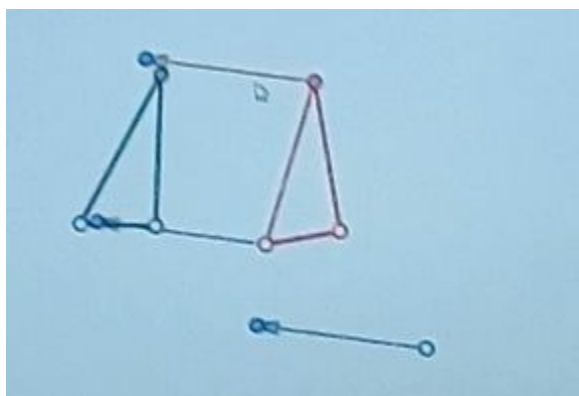


Ilustración 212. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–intento 4–respuesta–verificación 1.

Llevar el cursor sobre el vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (observamos que utilizan los tres vectores, lo cual confirma que comprendieron en qué consiste la verificación de la tarea).

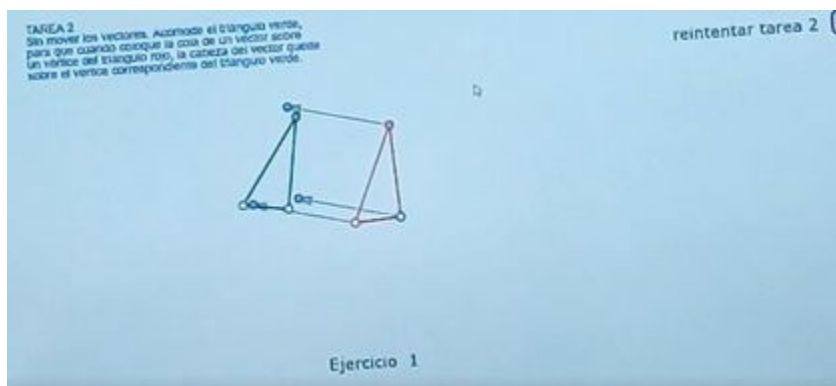


Ilustración 213. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–intento 4–respuesta–verificación 2.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado* aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2* (el software invalida la respuesta dada por los estudiantes, exigiendo una aproximación más exacta).

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

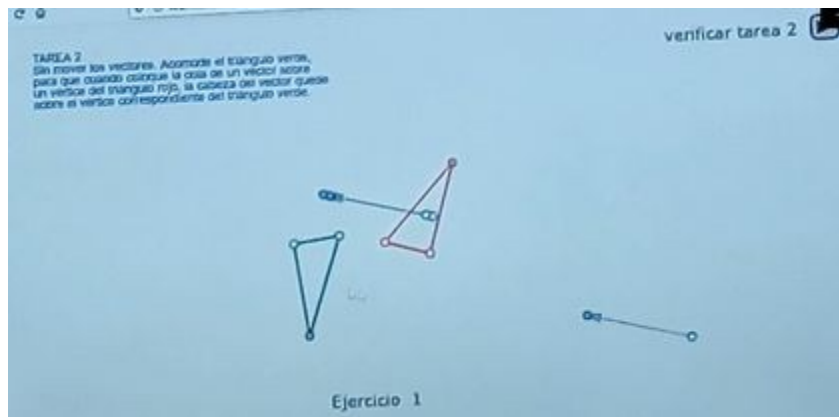


Ilustración 214. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—quinto intento.

Llevar el cursor al vértice C' y arrastran hacia abajo. Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde (los lados quedan aproximadamente paralelos a los del triángulo rojo) (observamos que los estudiantes no intentan mover el triángulo rojo ni los vectores. Los estudiantes abandonan esa estrategia e intentan anticipar la posición del triángulo verde).

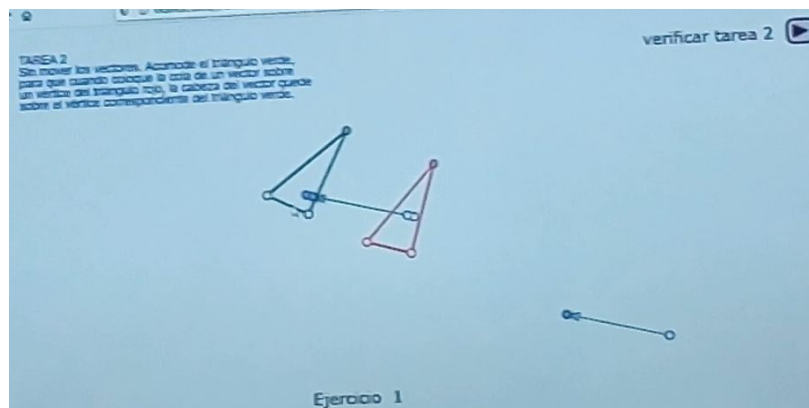


Ilustración 215. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 5—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza no queda sobre el vértice A').

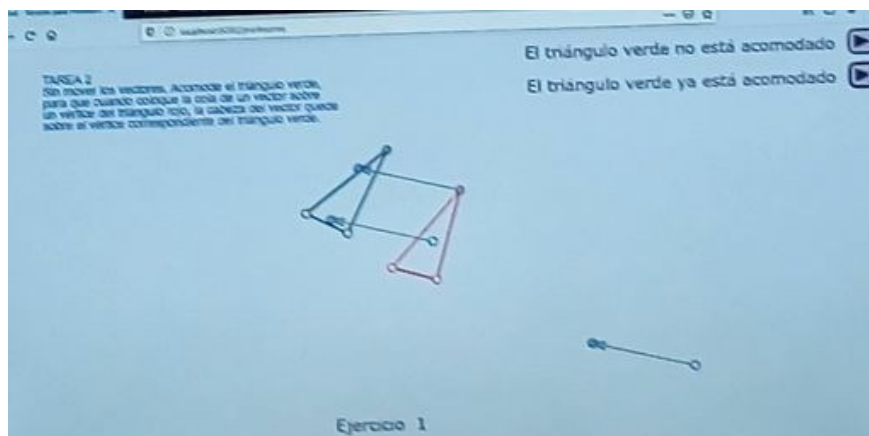


Ilustración 216. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–intento 5–verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea* (entendemos que cuando los estudiantes no hacen la verificación con todos los vectores, reconocen que el triángulo verde no representa la traslación del triángulo rojo según los vectores. Sin embargo, oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*).

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

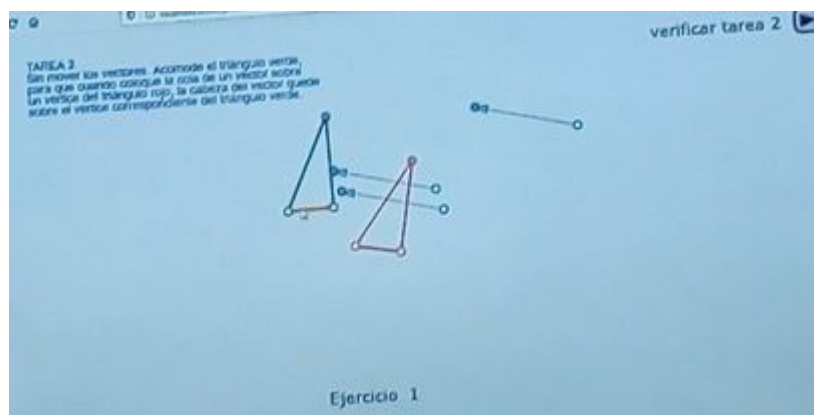


Ilustración 217. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–sexto intento.

Llevar el cursor al segmento  $a'$  y arrastran hacia abajo. Llevar el cursor al vértice  $B'$  y giran el triángulo verde (los lados de los triángulos no están paralelos).

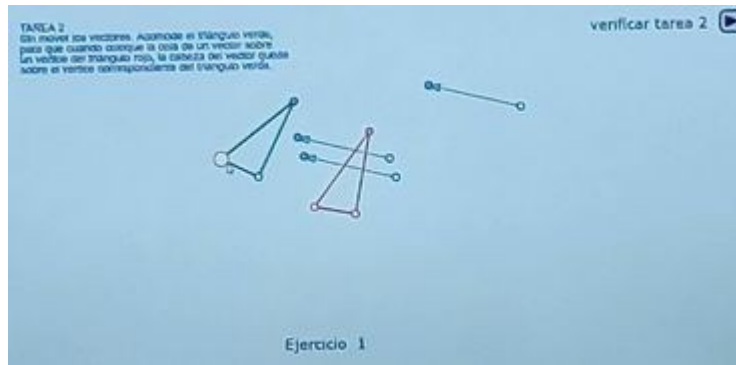


Ilustración 218. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 6—acciones 1.

E2 lleva los dedos a la pantalla, coloca el pulgar en la cola del vector y el índice en la cabeza, manteniendo la forma de la mano la mueve sobre la pantalla hasta colocar el pulgar sobre el vértice A.

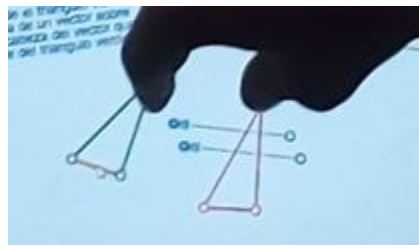


Ilustración 219. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 6—acciones 2.

Llevar el cursor al segmento c' y lo arrastran hacia abajo hasta que el vértice A' queda debajo del dedo índice.

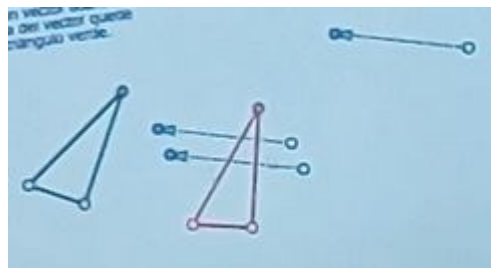


Ilustración 220. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 6—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor sobre el vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza no queda sobre el vértice B'). Llevar el cursor sobre el vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda aproximadamente sobre el vértice A'). Llevar el cursor sobre el vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza no queda sobre el vértice C').



Ilustración 221. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 6—verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado* aparece el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices. Reintente hacer la tarea.”, se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2* (aunque el triángulo verde no representa la traslación del triángulo rojo según los vectores dados, la cabeza del vector 1 está cerca al vértice A', por eso se valida una pareja de vértices. El mensaje contribuye a que los estudiantes refuercen la acción y se fijen en las demás parejas de vértices).

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición (los lados quedan aproximadamente paralelos).

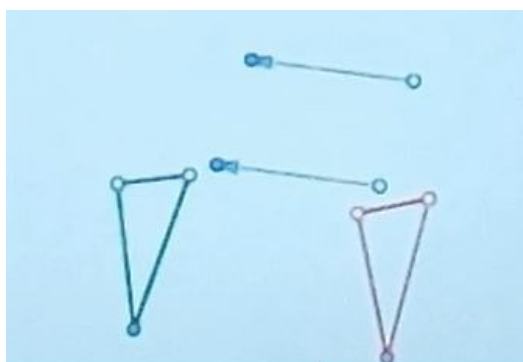


Ilustración 222. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—séptimo intento.

Los estudiantes durante tres intentos más hacen las mismas acciones. Entendemos que

los estudiantes, miden la magnitud de un vector utilizando los dedos, luego arrastran el triángulo verde hasta colocar una pareja de vértices correspondientes aproximadamente como indica el vector. Pero se fijan solo en una pareja de vértices correspondientes, por lo que al verificar solo un vector queda superpuesto con los vértices correspondientes de los triángulos.

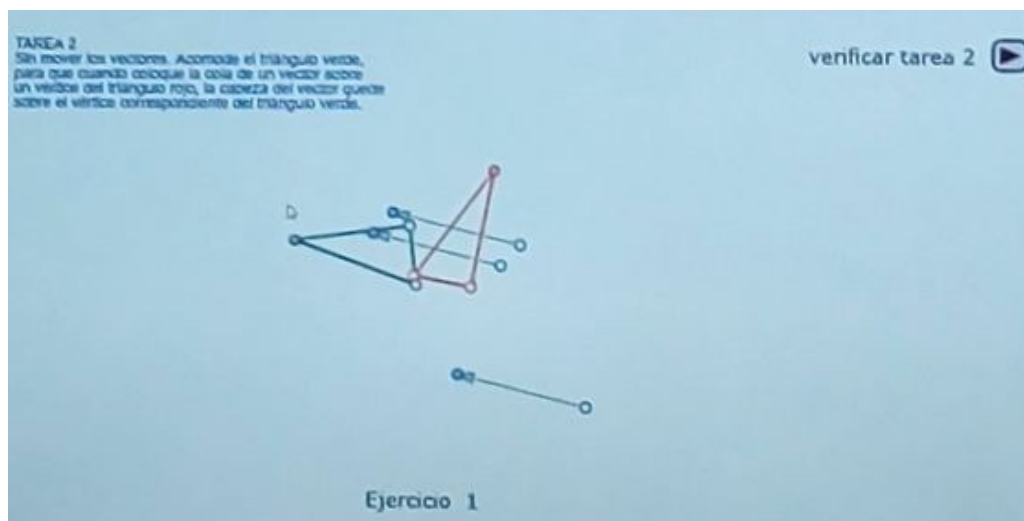


Ilustración 223. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—décimo intento.

Llevar el cursor al segmento a' y lo arrastran hacia la izquierda, llevan el cursor al vértice B' y giran el triángulo.

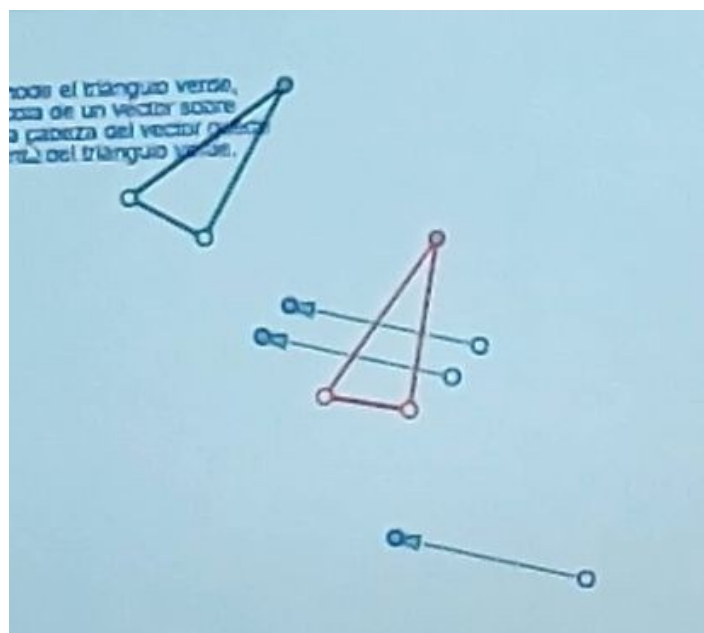


Ilustración 224. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 10—acciones 1.

E1 lleva la mano derecha sobre la pantalla coloca el dedo medio sobre la cola del vector

1 y el dedo índice sobre la cabeza del vector 1, manteniendo la forma de la mano la desliza sobre la pantalla hasta colocar el dedo medio sobre el vértice C.

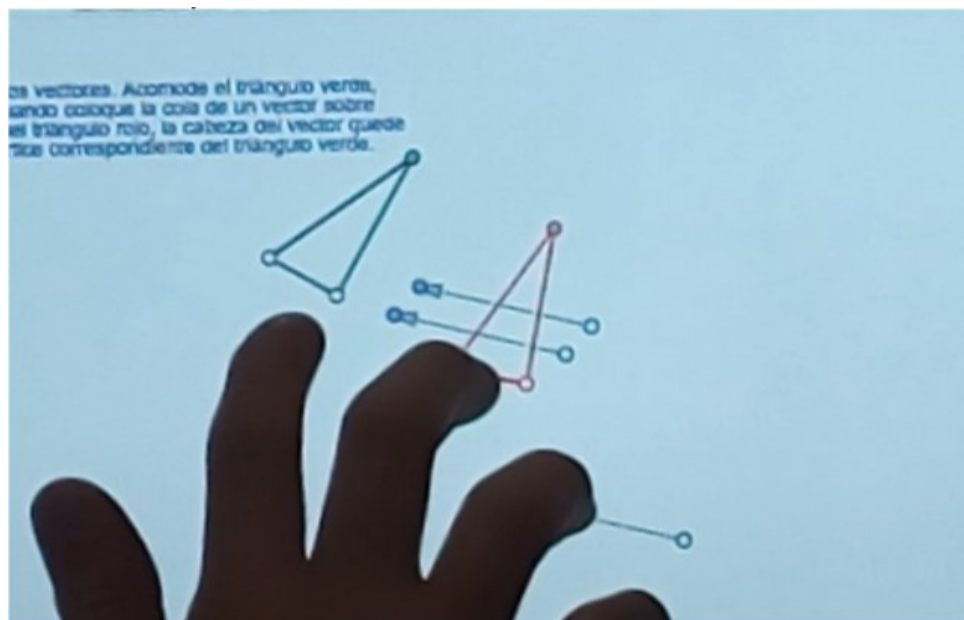


Ilustración 225. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 10—acciones 2.

E1 quita la mano de la pantalla (E1 quita la mano de la pantalla antes de acomodar el triángulo verde). Lleva el cursor hasta el segmento  $a'$  y lo arrastra hacia abajo, hasta superponer el vértice  $C'$  con la cabeza del vector 1.

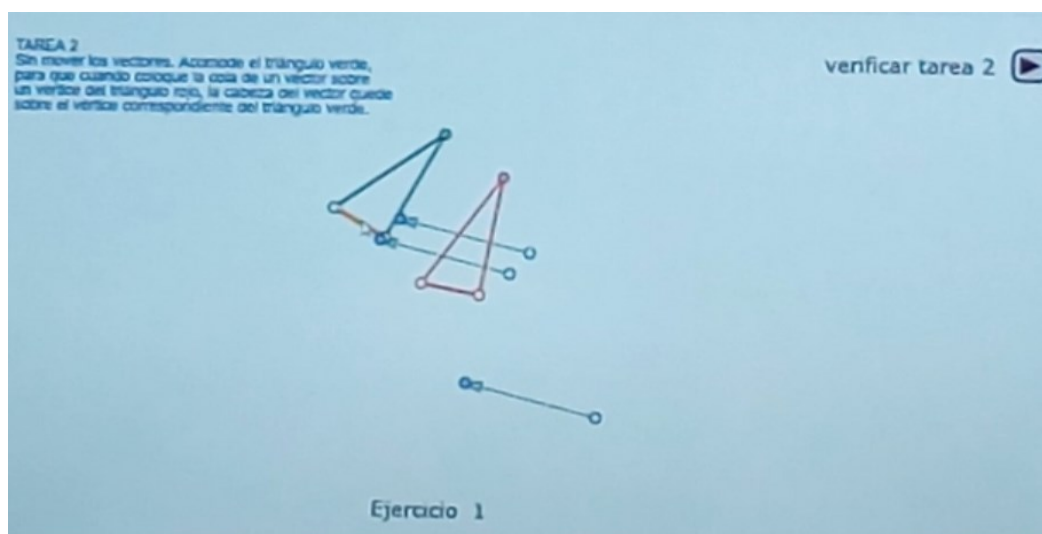


Ilustración 226. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 10—acciones 3.

Llevar el cursor al segmento  $a'$  y arrastran el triángulo hasta superponerlo aproximadamente con el triángulo rojo. Llevar el cursor al vértice  $B'$  y giran el triángulo (los lados de los triángulos quedan paralelos). Llevar el cursor al segmento  $a'$  y lo arrastran hasta que los triángulos quedan superpuestos.

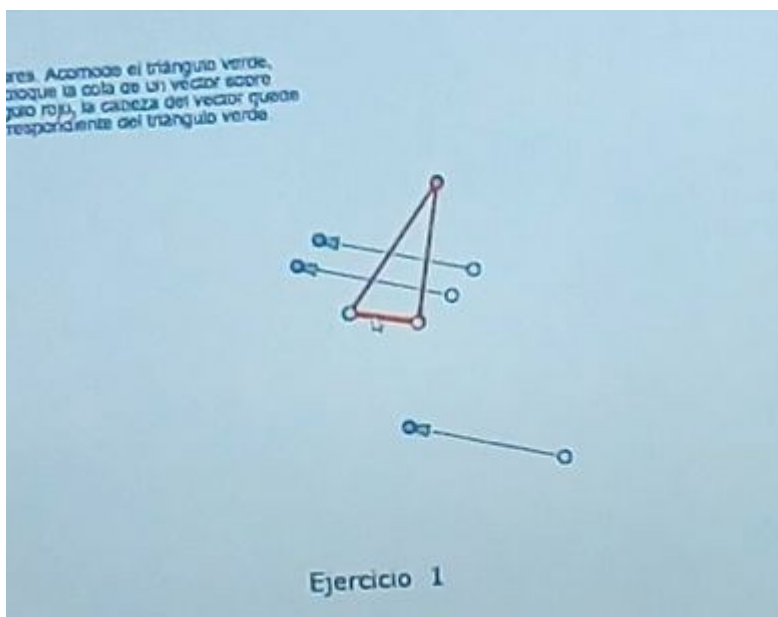


Ilustración 227. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 10—acciones 4.

Llevar el cursor al segmento a' y lo arrastran hacia la izquierda (los triángulos quedan aproximadamente según indican los vectores).

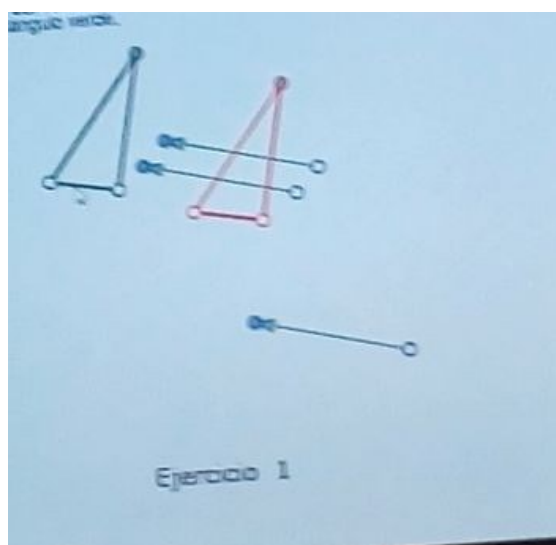


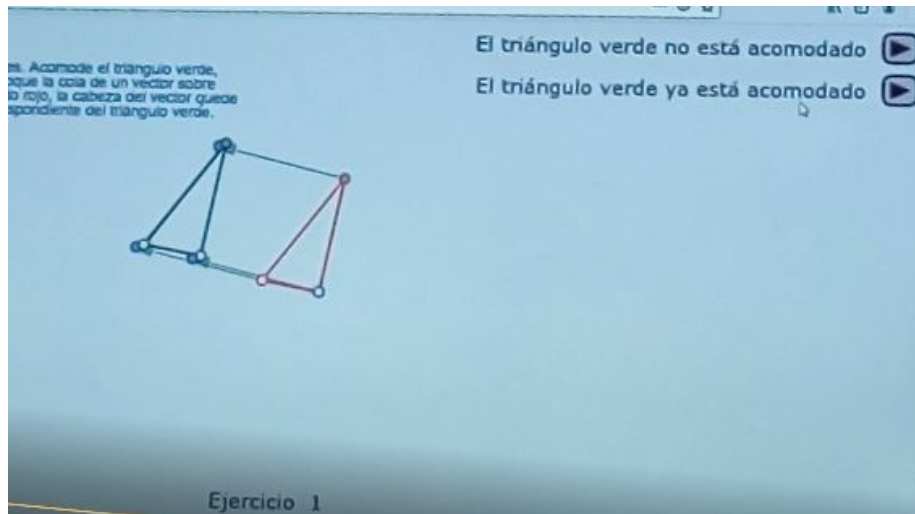
Ilustración 228. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 2—intento 10—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo*



*verde ya está acomodado.*

Llevar el cursor sobre el vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda cerca a B'). Llevar el cursor sobre el vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda cerca a A'). Llevar el cursor sobre el vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza queda cerca a C').



*Ilustración 229. Ejercicio 1–actividad 3–tarea 2–intento 10–verificación.*

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y el vector”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *pasar a siguiente tarea*.

## **Conclusiones de la tarea 2**

Los estudiantes intentan utilizar la estrategia de superposición de la tarea 1. probablemente no han entendido que en esta tarea no pueden arrastrar los vectores. El hecho de que la tarea 2 sea idéntico al enunciado de la tarea 1 refuerza esa incomprensión. Además, creemos que la decisión de presentar la tarea de anticipación directamente después del primer ejercicio de experimentación no es adecuada. Sería necesario que los estudiantes realicen varios ejercicios de experimentación antes de pasar a la anticipación.

En varias ocasiones los estudiantes oprimen el botón *El triángulo verde ya este*

*acomodado*, aún cuando el triángulo verde no representa la traslación del triángulo rojo. La retroacción didáctica correspondiente evalúa negativamente el trabajo de los estudiantes y los obliga a reintentar.

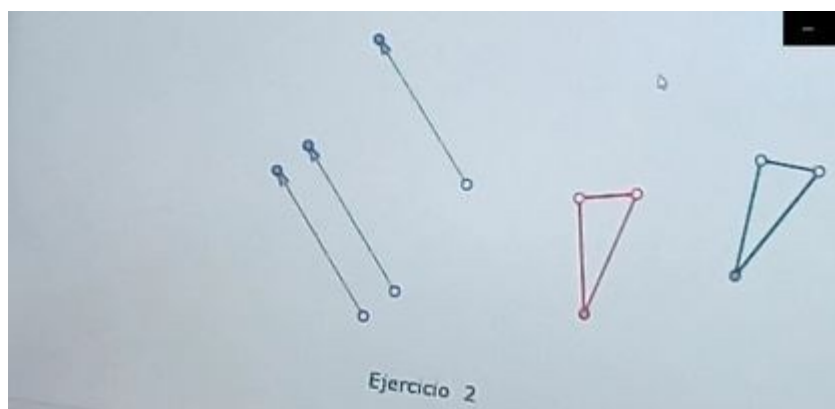
Poco a poco los estudiantes comprenden que deben anticipar la posición del triángulo verde de manera que las parejas de vértices correspondientes representen la traslación. Sin embargo, se limitan a lograr esta relación con una sola pareja de vértices correspondientes. Inicialmente utilizan una estrategia de estimación visual, luego utilizan su mano para “copiar” el vector. Finalmente, descubren que es posible superponer los triángulos para garantizar el paralelismo de los lados y luego separar el triángulo verde y con esta estrategia resuelven la tarea.

A pesar de que tuvieron que invertir mucho tiempo, pensamos que los estudiantes han tomado conciencia de que: (1) los lados de los triángulos deben ser paralelos (2) las tres parejas de vértices deben representar la traslación.

## Ejercicio 2

Después de dibujar. Oprimen *pasar a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, Pruebe para otras posiciones”. Los triángulos cambian de posición y aparece de nuevo la tarea 1.

### Tarea 1



*Ilustración 230. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 1—primer intento.*

Llevar el cursor al segmento  $a'$  y lo arrastran hasta que el vértice  $A'$  se superpone con el

vértice A.

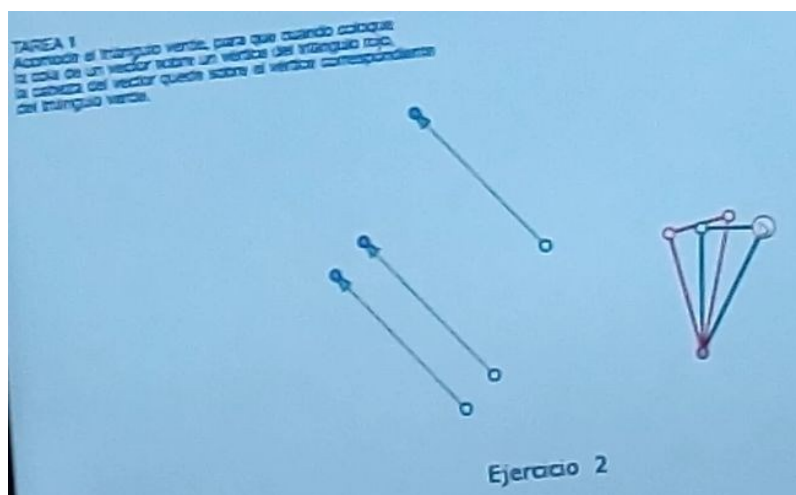


Ilustración 231 Ejercicio 2-actividad 3-tarea 1-intento 1-acciones 1

Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde hasta que los lados quedan aproximadamente paralelos.

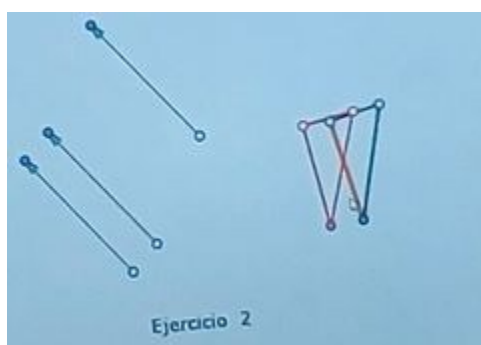


Ilustración 232. Ejercicio 2-actividad 3-tarea 1-intento 1-acciones 2.

Llevar el cursor al segmento a' y arrastran el triángulo hasta superponer el vértice B' con la cabeza del vector 1. E2 lleva los dedos a la pantalla, coloca el pulgar en la cola del vector 1 y el índice en la cabeza, manteniendo la forma de la mano la mueve sobre la pantalla hasta colocar el pulgar sobre el vértice C.

Entendemos que los estudiantes tratan de hacer la estrategia de anticipación hecha en la tarea 2.



Ilustración 233. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 1—intento 1—acciones 3.

P: Recuerden que en esta primera tarea pueden mover las flechas.

Arrastran el vector 1 hasta superponer la cola con el vértice C. Llevan el cursor hasta el segmento  $a'$  y lo arrastran hasta superponer el vértice  $C'$  con la cabeza del vector 1. Llevan el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices A y A' respectivamente. Llevan el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices B y B' respectivamente.

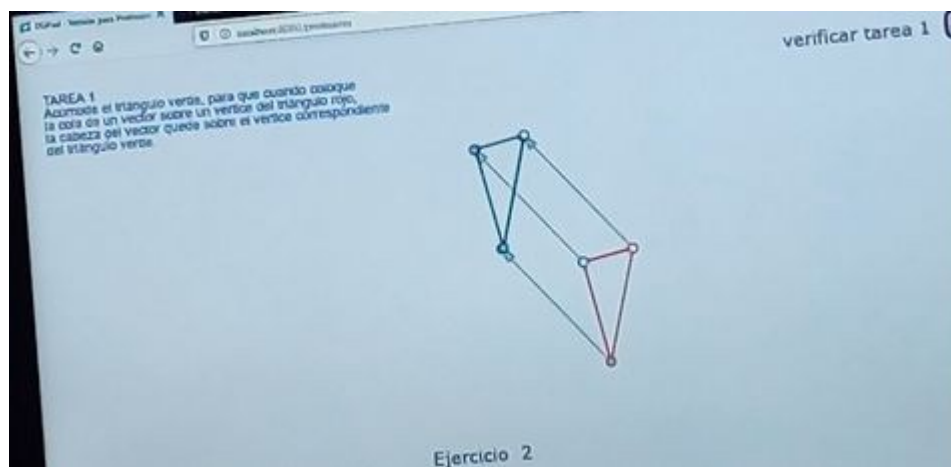


Ilustración 234. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 1—intento 1—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 1*. Aparece una ventana con el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”. Aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde.

Se oculta el botón *verificar tarea* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

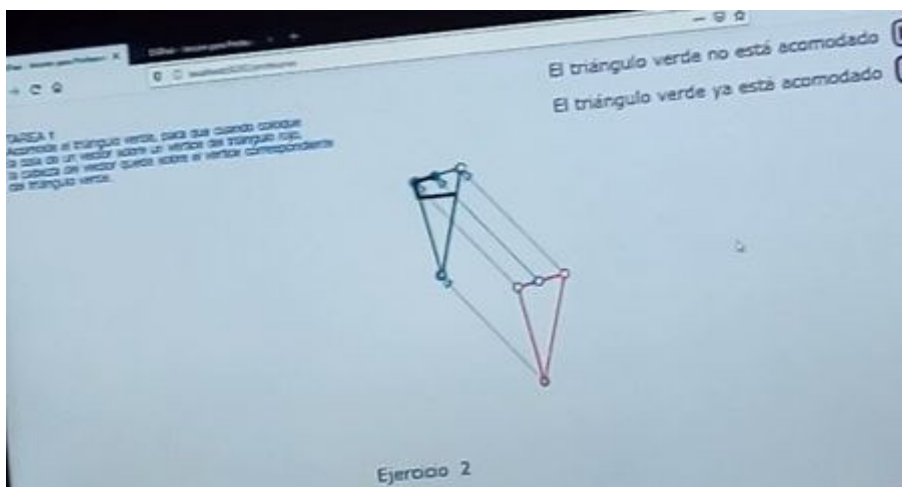


Ilustración 235. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 1—intento 1—verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y los vectores” se ocultan los botones y aparece uno nuevo *Pasar a tarea 2*.

Los estudiantes están trabajando sobre la tarea de anticipación, hasta que interviene el profesor para recordar que los vectores se pueden mover. Luego utilizan la estrategia de superposición descrita en el análisis a priori.

## Tarea 2

Después de dibujar. Oprimen *Pasar a tarea 2*. Aparecen el enunciado de la tarea 2 y el botón *Verificar tarea 2*. Igual que en la tarea 1 aparecen dos triángulos y tres vectores. Pero los vectores no se pueden arrastrar (los lados de los triángulos están paralelos).

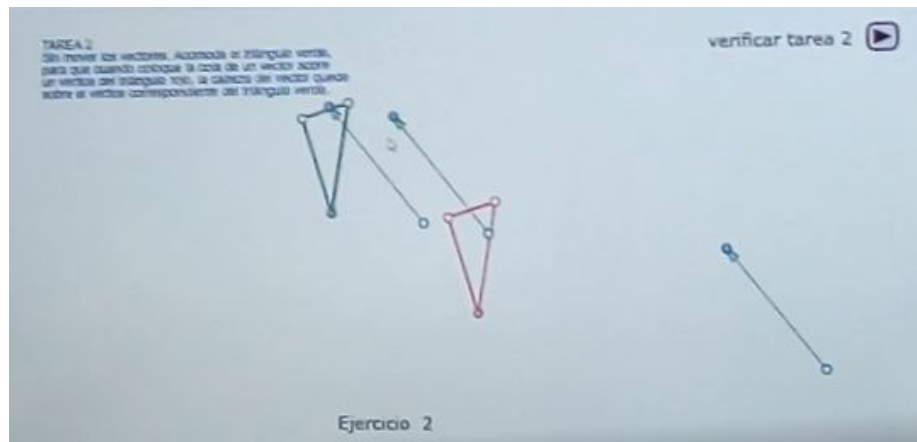


Ilustración 236. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 2—primer intento.

Llevar el cursor a el segmento  $a'$  y lo arrastran hasta superponer el triángulo verde con el triángulo rojo.

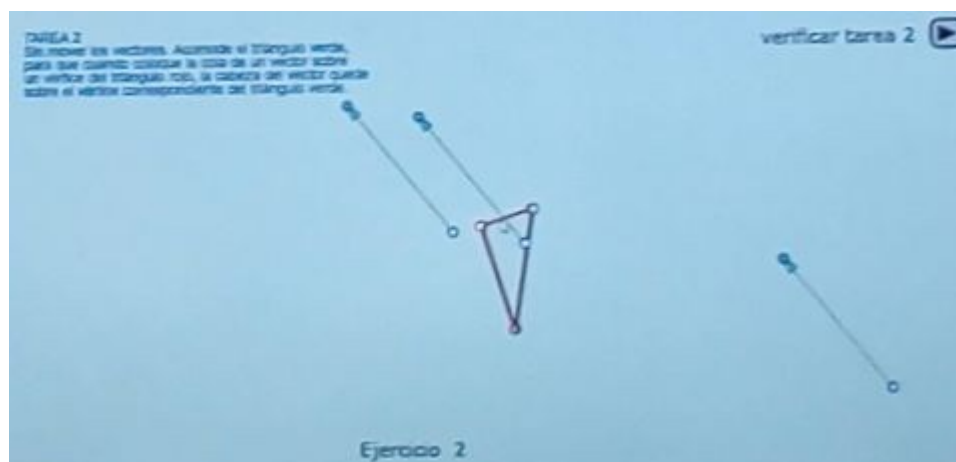


Ilustración 237. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 2—intento 1—acciones 1.

E2 lleva la mano derecha a la pantalla, coloca el pulgar en la cola del vector 1 y el índice en la cabeza, manteniendo la forma de la mano la mueve sobre la pantalla hasta colocar el pulgar sobre el vértice A.

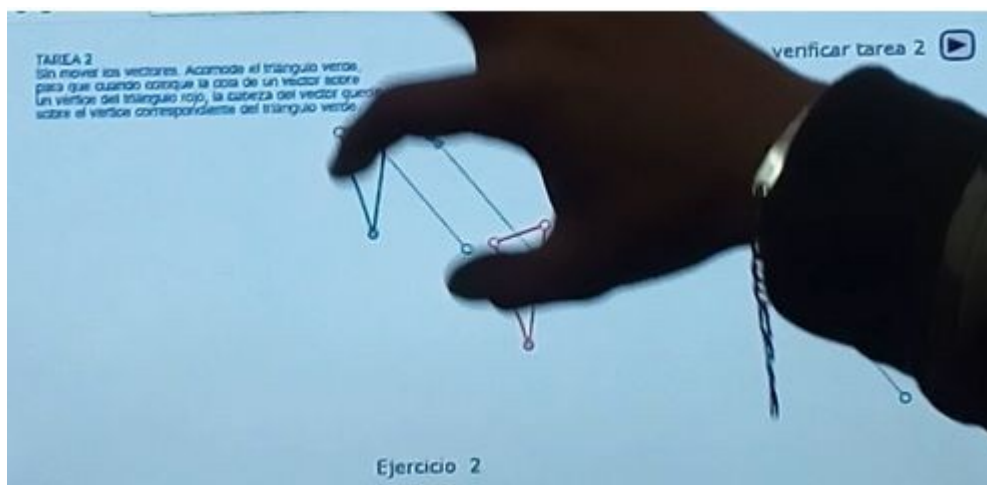


Ilustración 238. Ejercicio 2–actividad 3–tarea 2–intento 1–acciones 2.

Llevar el cursor al segmento  $a'$  y lo arrastran hasta que el vértice  $A'$  quede debajo del dedo índice.

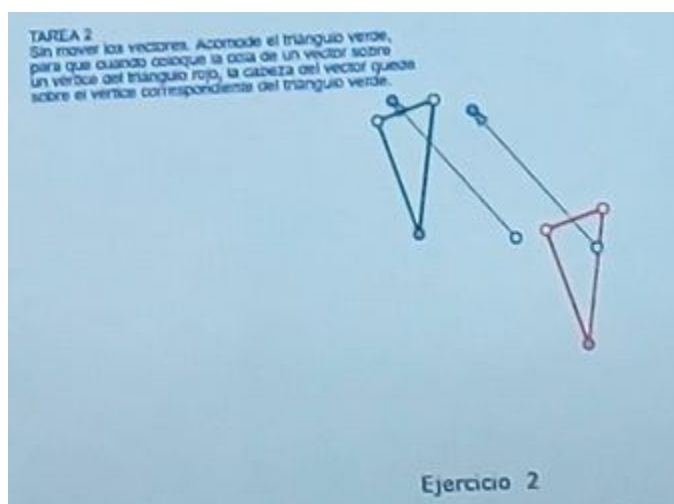


Ilustración 239. Ejercicio 2–actividad 3–tarea 2–intento 1–respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor sobre el vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza queda cerca al vértice  $B'$ ). Llevar el cursor sobre el vector 2 y lo arrastran

hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda lejos al vértice B'). Llevan el cursor sobre el vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda lejos del vértice A').

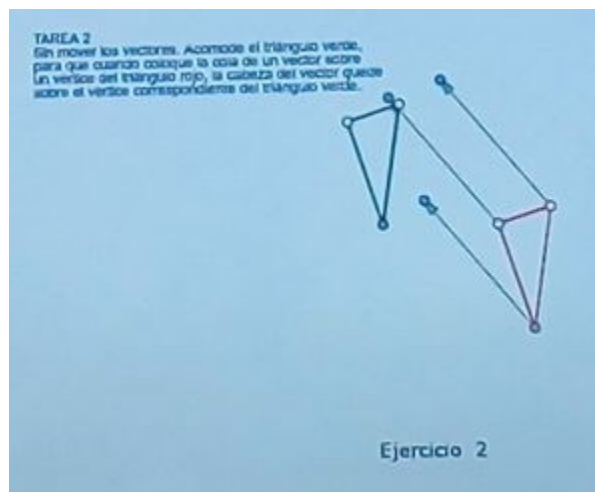


Ilustración 240. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 2—intento 1—verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado* aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2*.

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

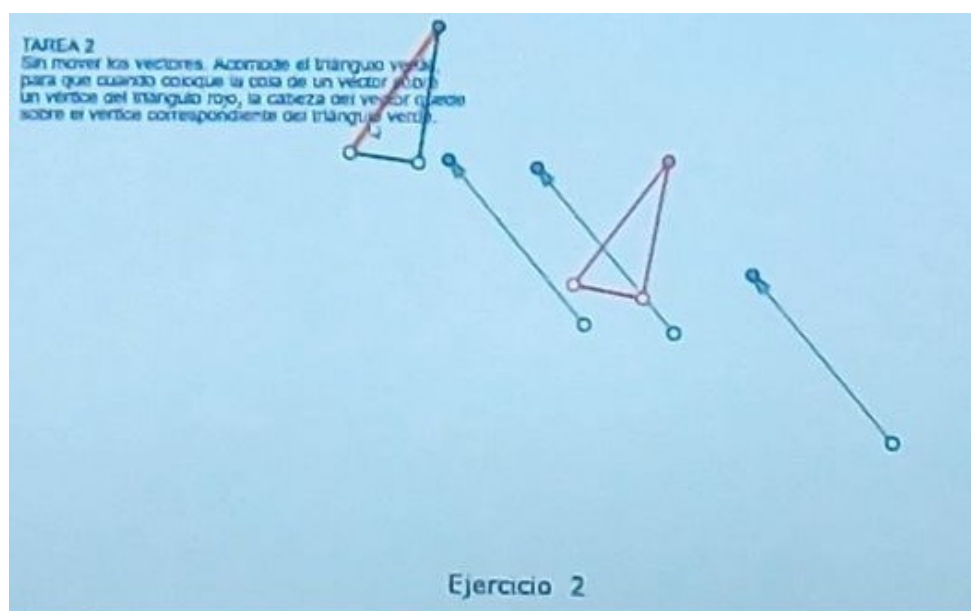


Ilustración 241. Ejercicio 2—actividad 3—tarea 2—segundo intento.



Llevar el cursor al vértice B' y girar el triángulo, llevar el cursor al segmento a' y arrastran el triángulo hacia abajo hasta superponer el vértice B' con el vértice B.

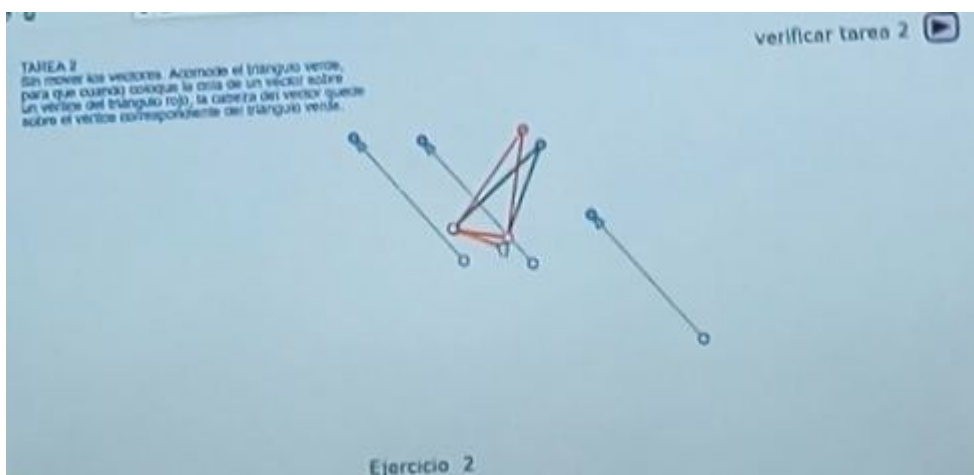


Ilustración 242. Ejercicio 2–actividad 3–tarea 2–intento 2–acciones 1.

Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde hasta que los lados de los triángulos quedan aproximadamente paralelos. Llevar el cursor al segmento a' y arrastran el triángulo hacia arriba.

E1 lleva la mano derecha sobre la pantalla coloca el dedo medio sobre la cola del vector 1 y el dedo índice sobre la cabeza del vector 1, manteniendo la forma de la mano la desliza sobre la pantalla hasta colocar el dedo medio sobre el vértice C.

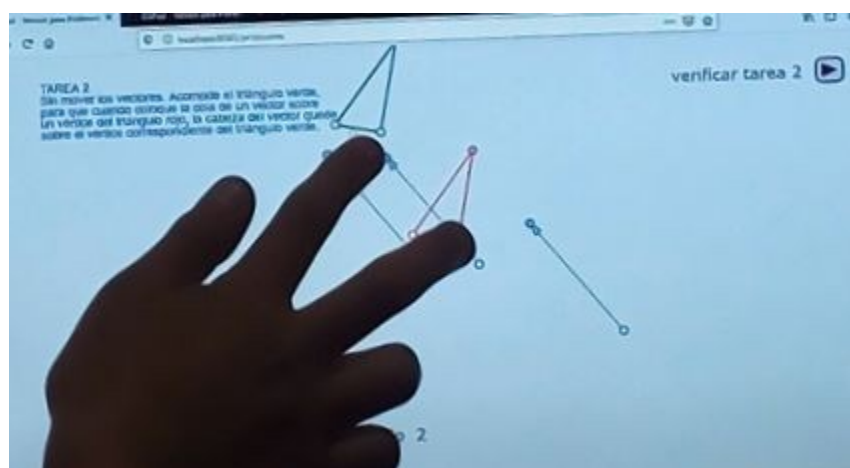


Ilustración 243. Ejercicio 2–actividad 3–tarea 2–intento 2–acciones 2.

Llevar el cursor al segmento a' y arrastran el triángulo hacia abajo, hasta colocar el vértice C' donde indica el dedo índice (el triángulo verde representa aproximadamente la traslación

del triángulo rojo según los vectores que se muestran).

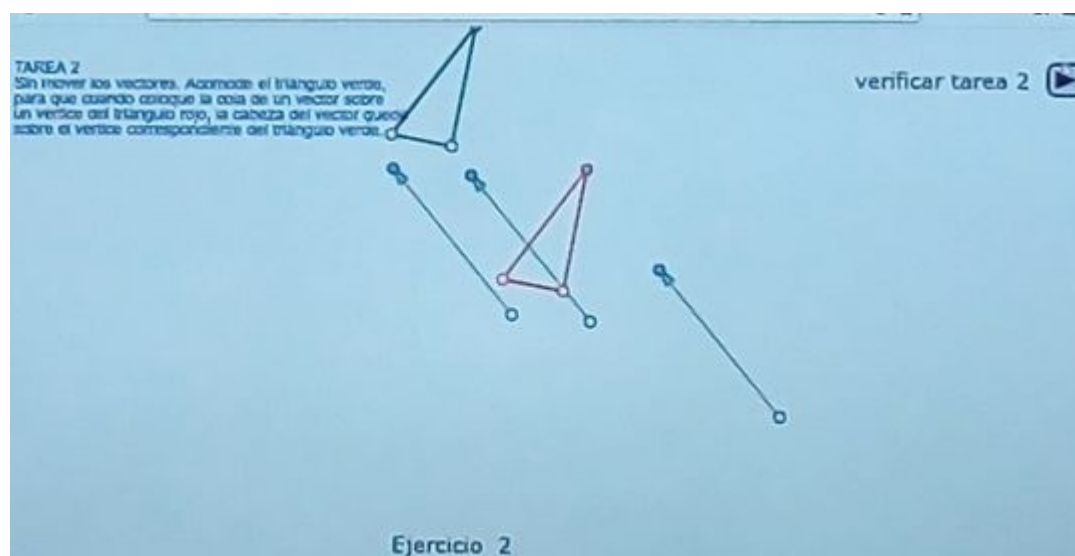


Ilustración 244. Ejercicio 2–actividad 3–tarea 2–intento 2–respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor sobre el vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza queda cerca al vértice C'). Llevar el cursor sobre el vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda cerca al vértice B'). Llevar el cursor sobre el vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda cerca al vértice A').

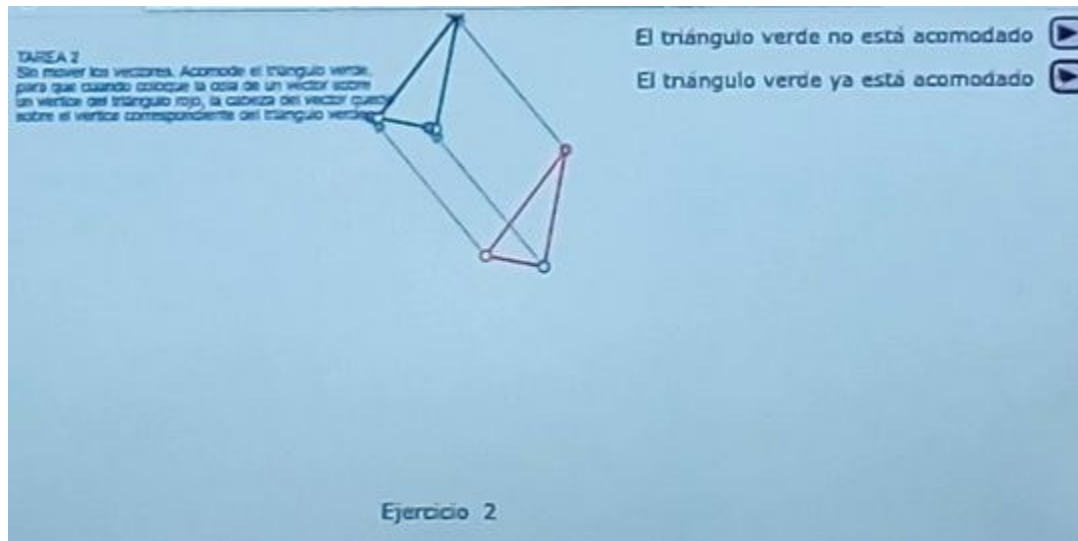


Ilustración 245. Ejercicio 2–actividad 3–tarea 2–intento 2–verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y el vector”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *pasar a siguiente tarea*.

Los estudiantes ya reconocieron la tarea de anticipación y no intentan utilizar la estrategia de superposición. Además, ya saben que los lados de los triángulos deben estar paralelos. Utilizan los dedos para tratar de copiar la magnitud, dirección y sentido del vector. En el primer intento esta estrategia no les permite una buena aproximación, pero en el segundo sí.

Observamos que los estudiantes luego de que tienen una estrategia de solución la repiten, abandonando las estrategias que no le permitieron la solución de la tarea o las que quedaron invalidadas por el medio.

### Ejercicio 3

Después de dibujar. Oprimen *pasar a siguiente tarea*. Aparece el mensaje “Bravo, Pruebe para otras posiciones.” y aparece la tarea 1, con posiciones diferentes de triángulos y vectores diferentes.

### Tarea 1

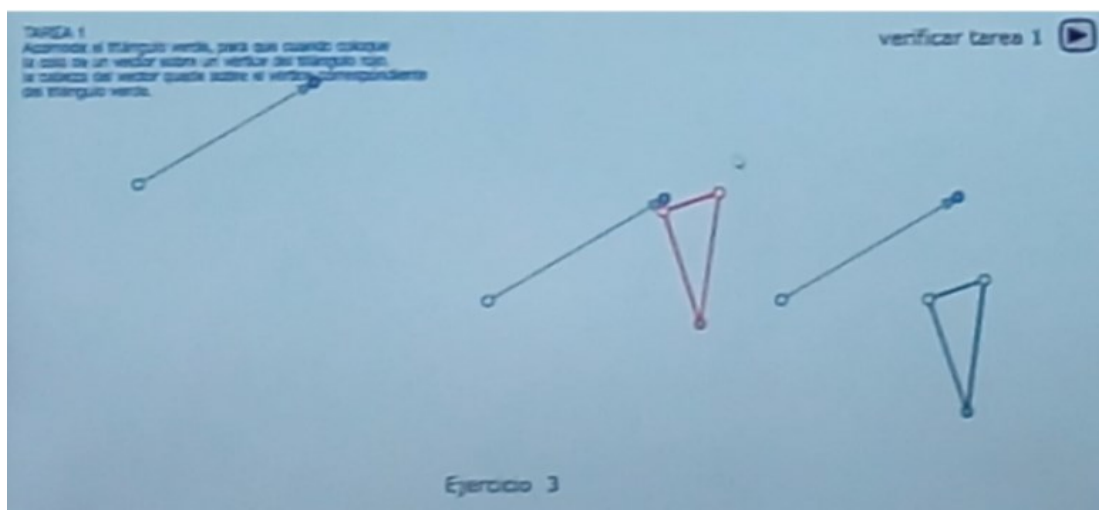


Ilustración 246. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 1– primer intento

Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A.  
 Llevar el cursor al segmento a' y arrastran el triángulo verde hasta superponer el vértice A' con la cabeza del vector 1.

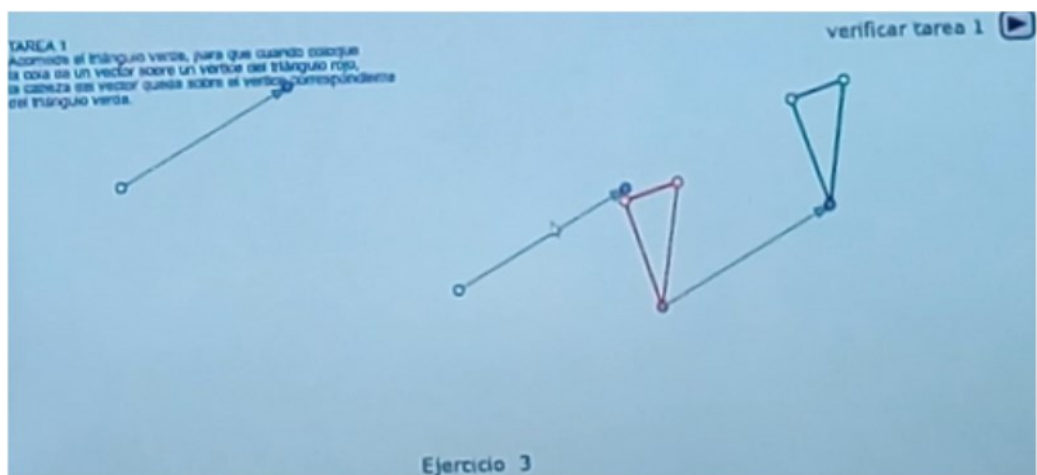


Ilustración 247. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 1–intento 1–Acciones 1.

Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices B y B' respectivamente. Llevar el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola y la cabeza con los vértices C y C' respectivamente.

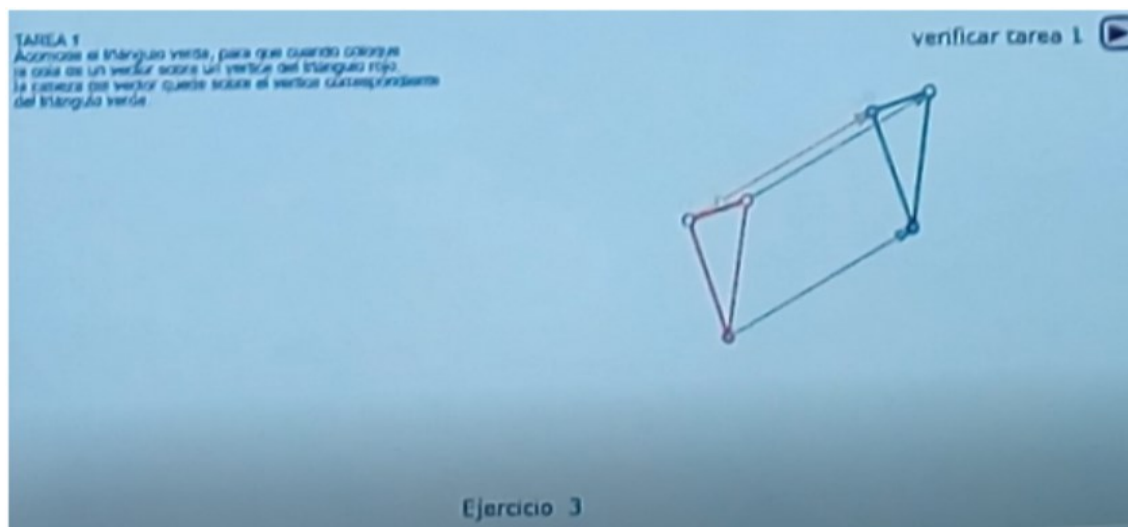


Ilustración 248. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 1—intento 1—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 1*. Aparece una ventana con el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”. Aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde. Se oculta el botón *verificar tarea* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

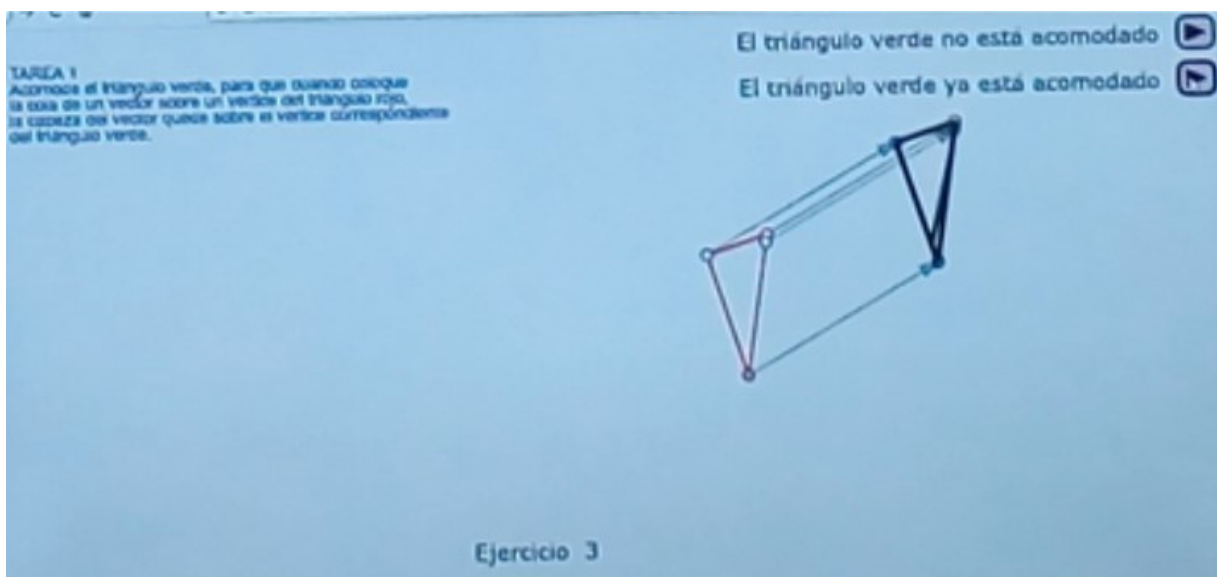


Ilustración 249. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 1—intento 1—verificación.

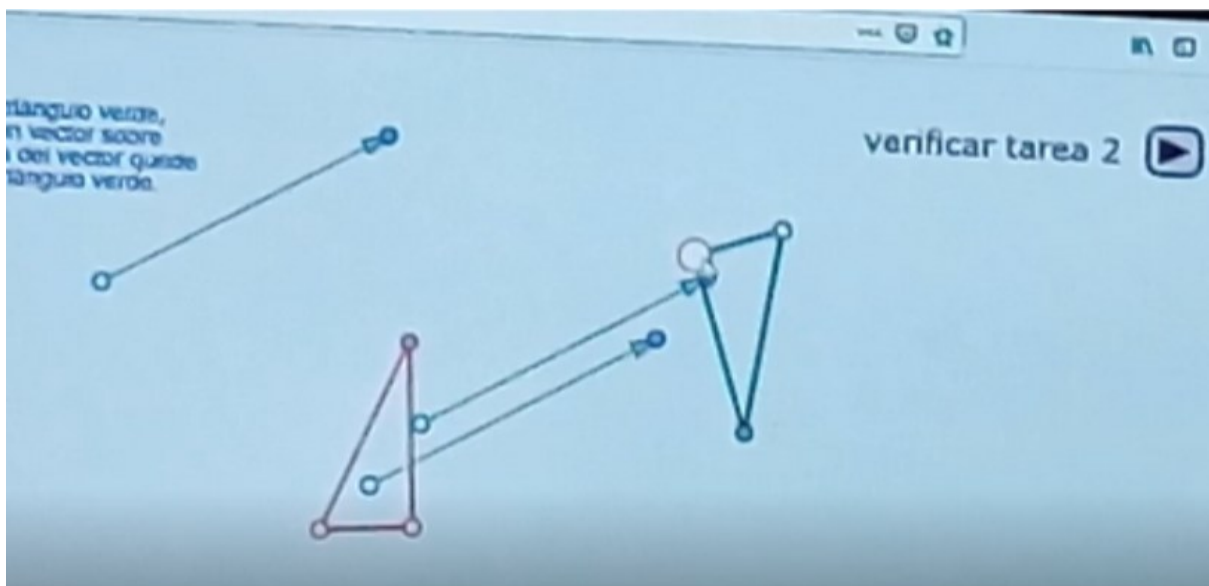
Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*. Aparece el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y los vectores”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *Pasar a*

*tarea 2.*

En este ejercicio no fue necesaria la intervención del profesor para recordar que los vectores se pueden mover, los estudiantes llevan el cursor directamente a un vector para arrastrarlo y hacer la estrategia de superposición.

## Tarea 2

Después de dibujar oprimen *Pasar a tarea 2*. Aparece el enunciado de la tarea 2 y el botón *Verificar tarea 2*. Igual que en la tarea 1 aparece dos triángulos y tres vectores. Pero los vectores no se pueden arrastrar.



*Ilustración 250. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2– primer intento.*

Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo. Llevar el cursor al segmento a' y lo arrastran hasta superponer el vértice B' con la cola del vector 1.

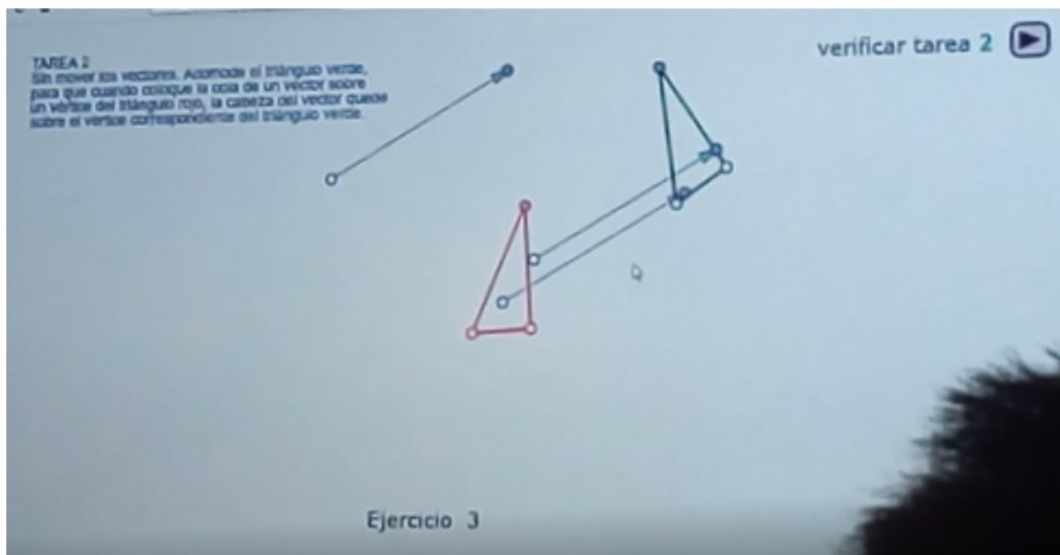


Ilustración 251. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 1—acciones 1.

Llevar el cursor al segmento  $a'$  y lo arrastran hasta superponer el vértice  $C'$  con el vértice  $C$ .

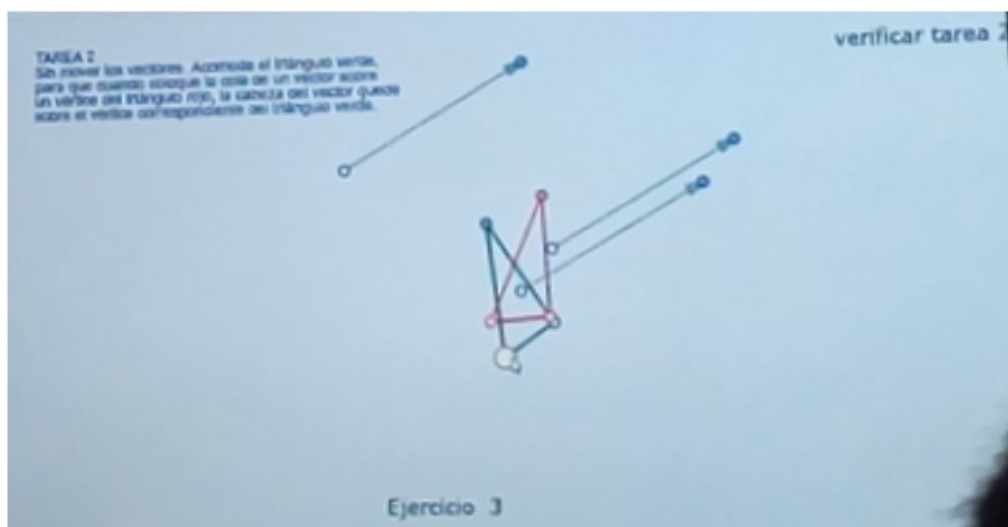


Ilustración 252. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 1—acciones 2.

Llevar el cursor al vértice  $B'$  y giran el triángulo verde hasta que los lados de los triángulos quedan superpuestos aproximadamente.

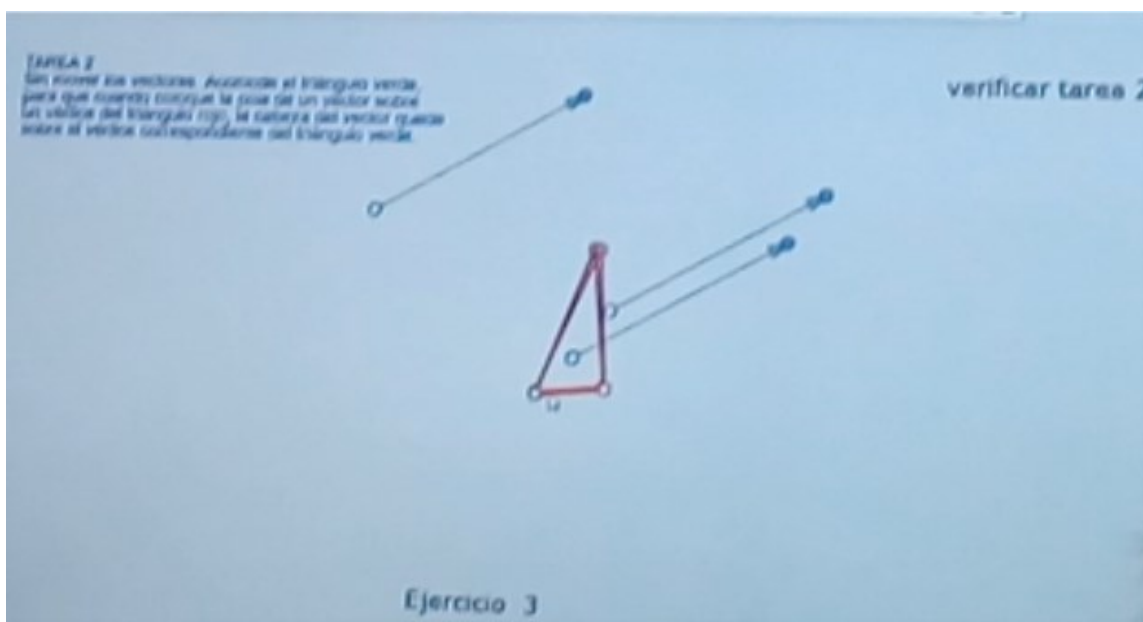


Ilustración 253. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 1—acciones 3

Llevan el cursor al segmento a' y lo arrastran hasta que el vértice B' queda cerca a la cabeza del vector 2.

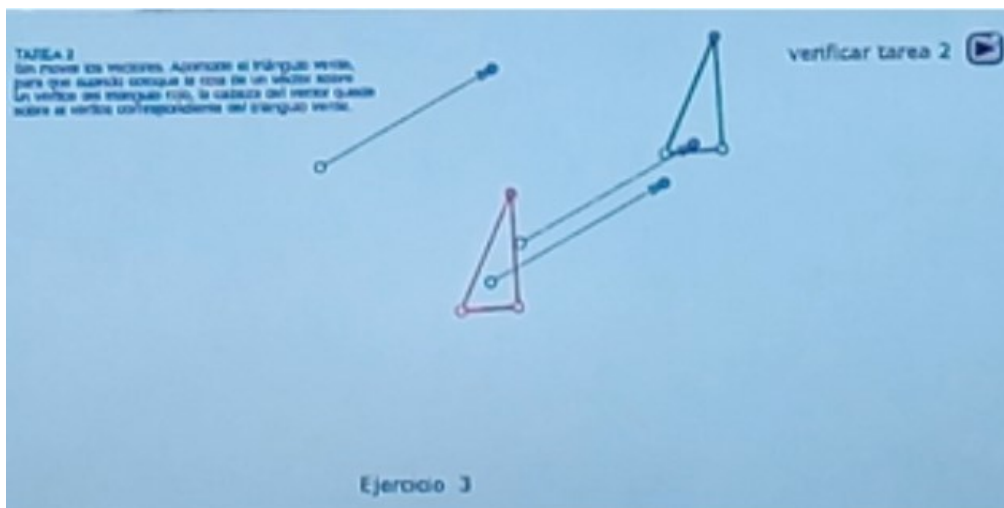


Ilustración 254. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 1—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.



Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda lejos del vértice B'). Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda lejos del vértice A').

Llevar el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza queda lejos del vértice C').

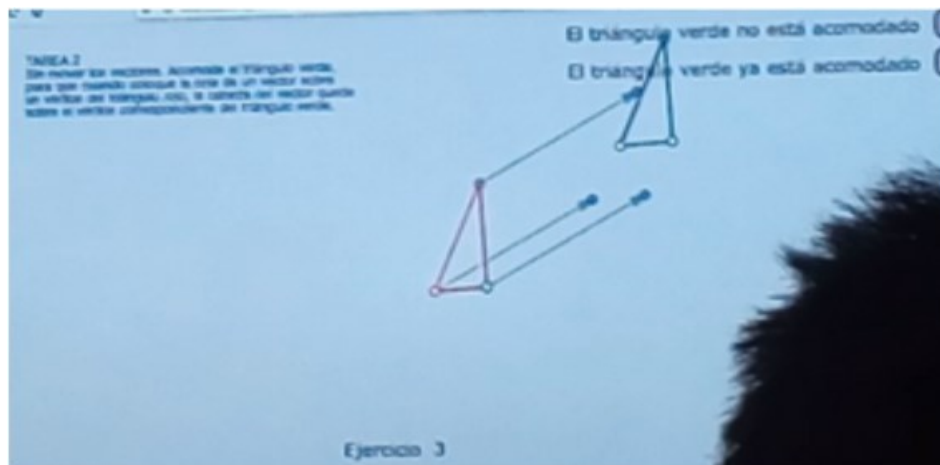


Ilustración 255. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 1—Verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado* aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2*.

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

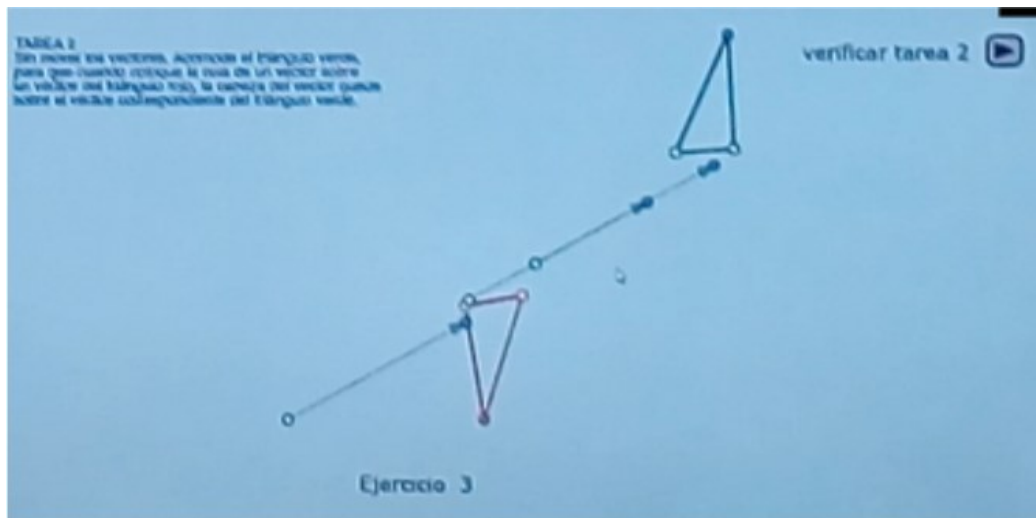


Ilustración 256. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2–segundo intento.

Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo (los lados de los triángulos quedan aproximadamente paralelos). Llevar el cursor al segmento a' y lo arrastra hasta superponer el triángulo verde con el triángulo rojo.

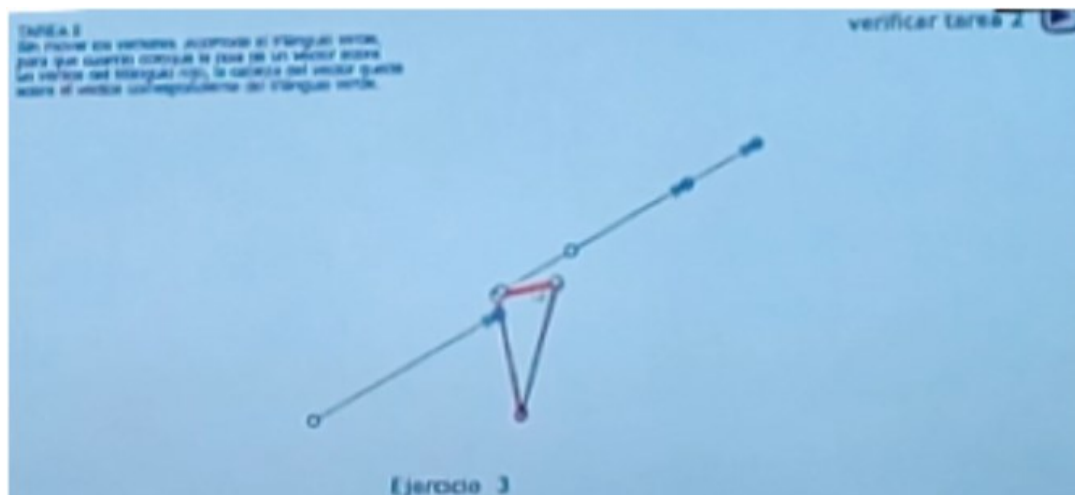


Ilustración 257. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2–intento 2–acciones 1.

E1 lleva la mano derecha sobre la pantalla coloca el dedo medio sobre la cabeza del vector 1 y el dedo índice sobre la cola del vector 1, manteniendo la forma de la mano la desliza sobre la pantalla hasta colocar el dedo índice sobre el vértice C.

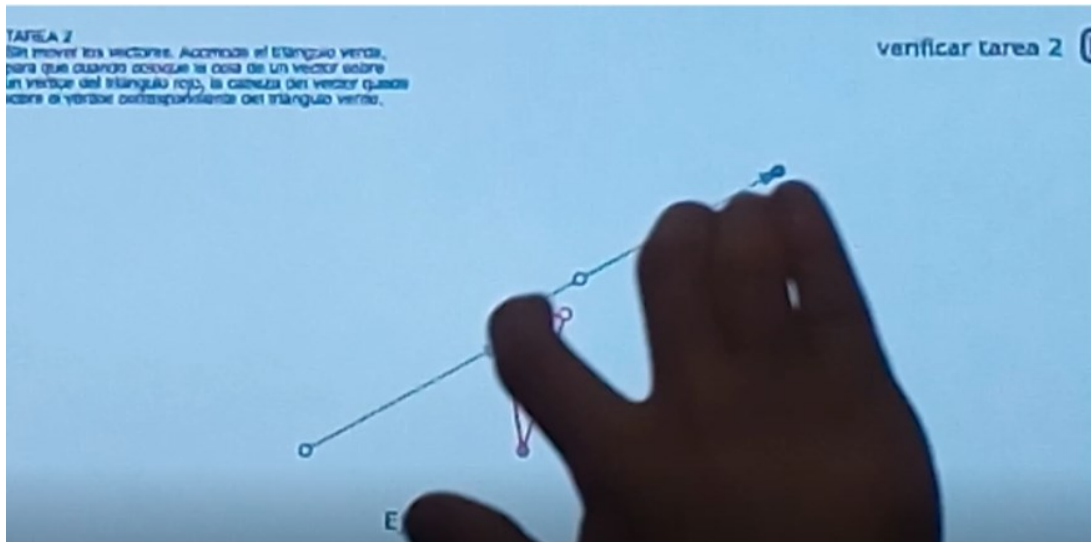


Ilustración 258. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 2—acciones 2.

Llevar el cursor al segmento a' y arrastran el triángulo verde hasta colocarlo donde indica el dedo medio.

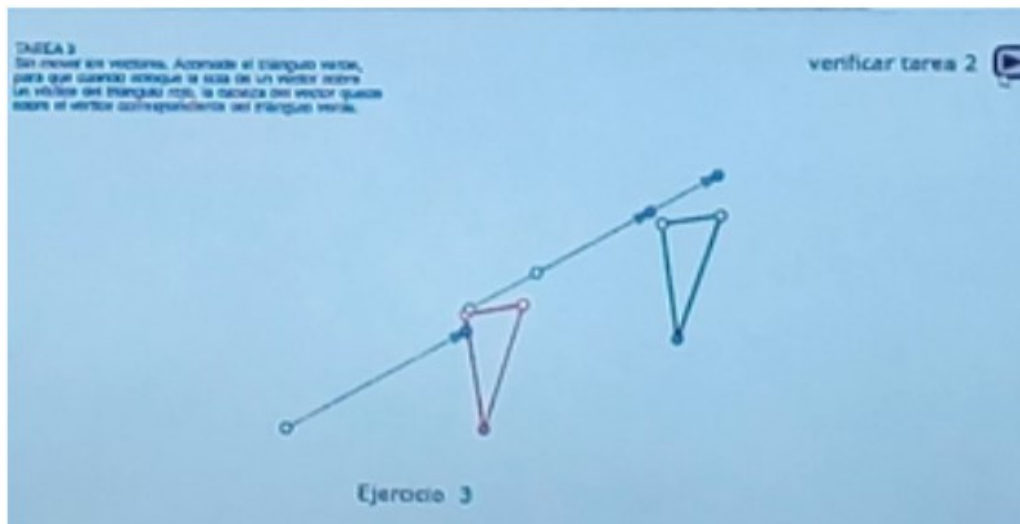


Ilustración 259. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 2—acciones 3.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde”. Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la

cabeza queda lejos del vértice B'). Llevan el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda lejos del vértice B'. La cola del vector 1 ya estaba sobre el vértice C).

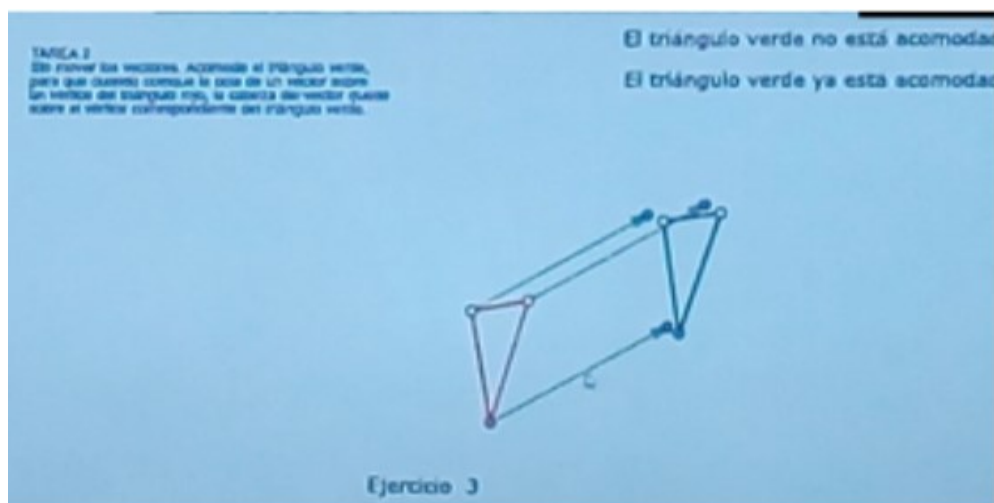


Ilustración 260. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 2—respuesta.

Oprimen *El triángulo verde aún no está acomodado* aparece el mensaje “No ha verificado ninguna pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2*.

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

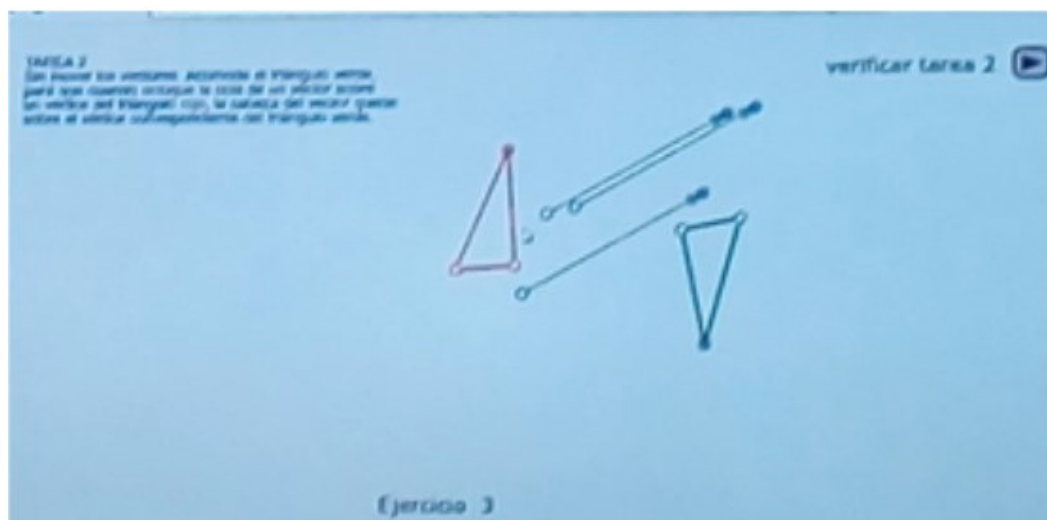


Ilustración 261. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—tercer intento.

Llevan el cursor al vértice B' y giran en triángulo (los lados de los triángulos quedan aproximadamente paralelos). Llevan el cursor al segmento a' y lo arrastran hasta

superponer el triángulo verde con el triángulo rojo.

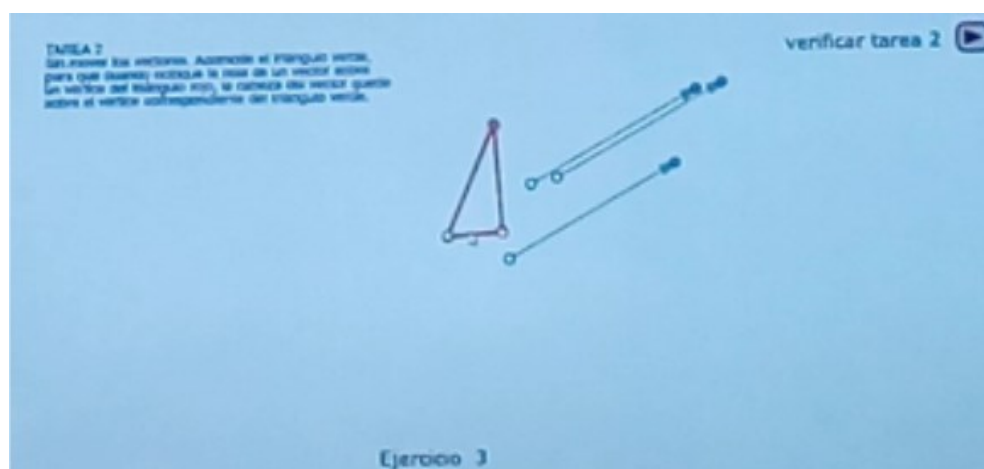


Ilustración 262. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 3—acciones 1.

Llevar el cursor al segmento  $a'$  y lo arrastran hacia arriba (la relación entre los vértices C y C' corresponde aproximadamente a la relación representada por los vectores). Llevar el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde.

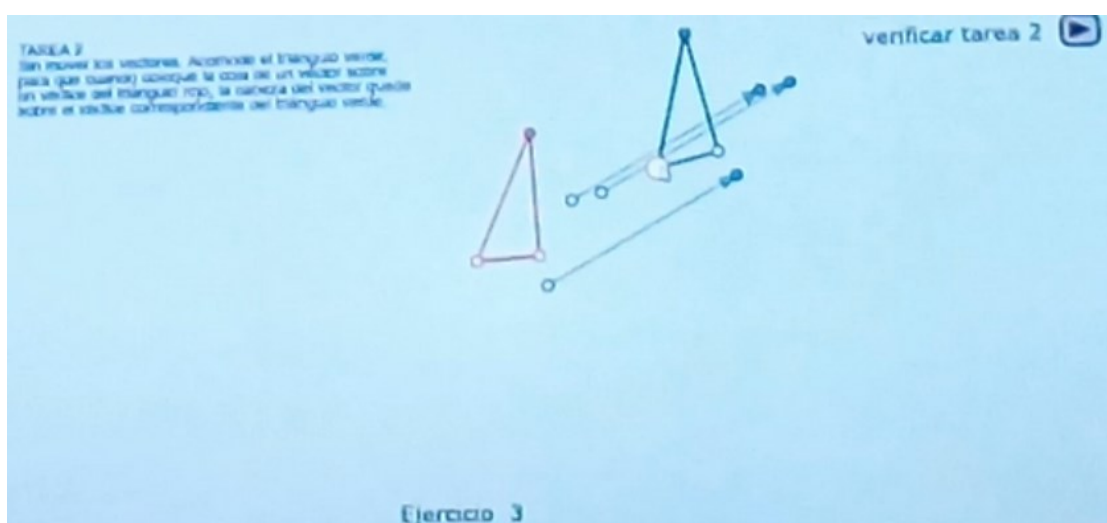


Ilustración 263. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 3—acciones 2.

E1 lleva la mano derecha sobre la pantalla coloca el dedo medio sobre la cabeza del vector 1 y el dedo índice sobre la cola del vector 1, manteniendo la forma de la mano la desliza sobre la pantalla hasta colocar el dedo índice sobre el vértice C (no modifican el triángulo verde).

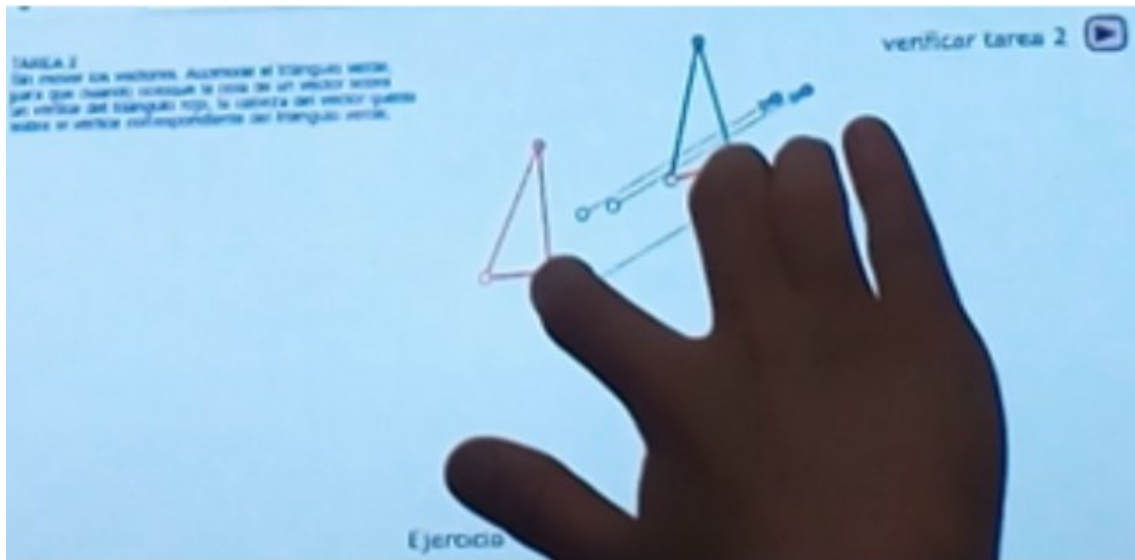


Ilustración 264. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2–intento 3–respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde” Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda cerca al vértice B'). Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A (la cabeza queda lejos al vértice A'). Llevar el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza queda cerca al vértice C').

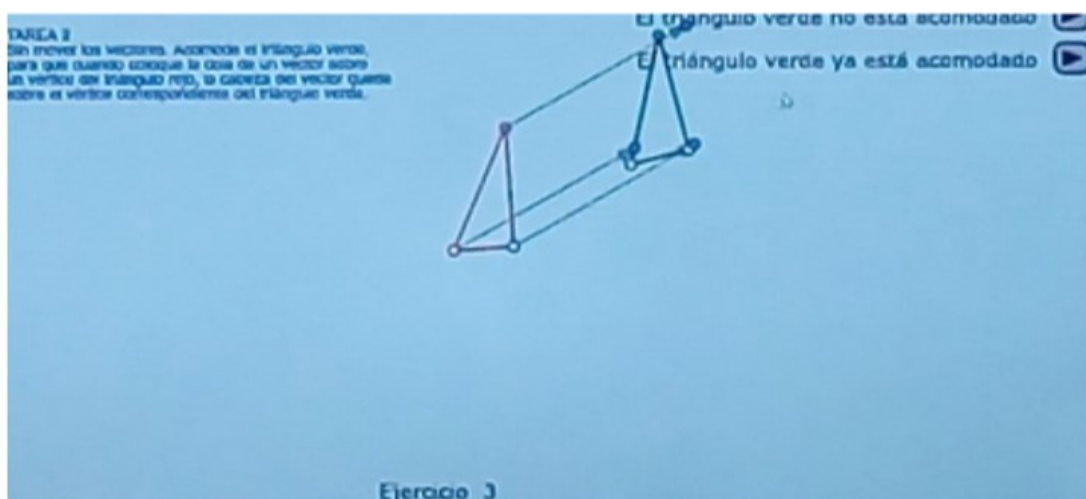


Ilustración 265. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 3—verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado* aparece el mensaje “Solo ha verificado una pareja de vértices. Reintente hacer la tarea”. Se ocultan los botones y aparece uno nuevo *reintente hacer la tarea 2*.

Oprimen *reintente hacer la tarea 2*. Se oculta *reintente hacer la tarea 2*. Aparece el botón *verificar tarea 2* y se cambia el vector de base. Los triángulos cambian de posición.

Los estudiantes hacen las mismas acciones durante dos intentos más. Observamos que al colocar la mano sobre la pantalla les quita visibilidad sobre la ubicación de los triángulos, lo cual no les permite la precisión requerida en la ubicación del triángulo verde para solucionar la tarea.

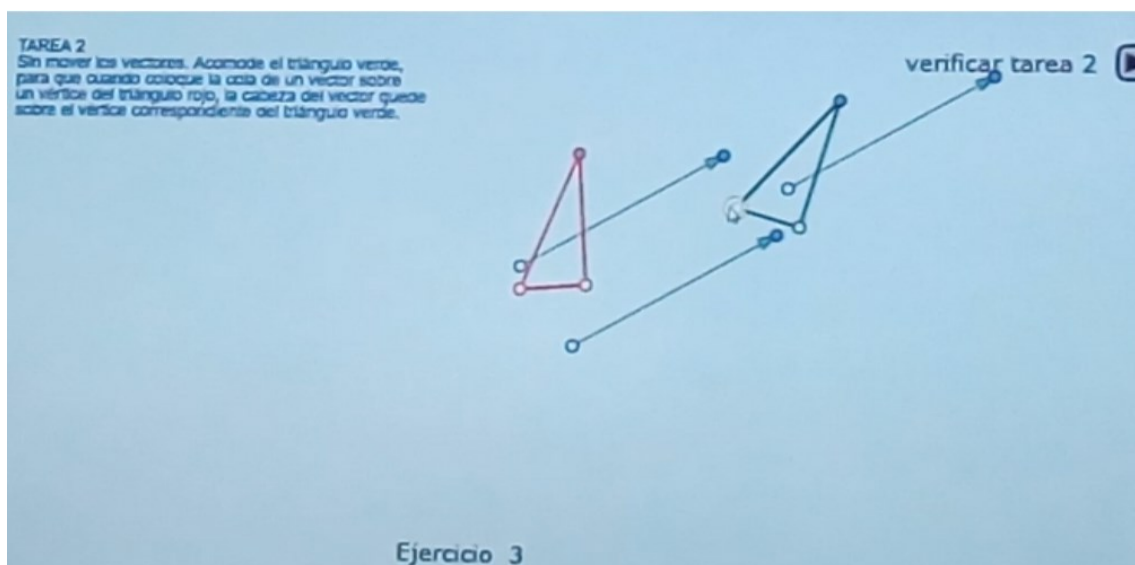




Ilustración 266. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2– sexto intento.

Llevar el cursor al vértice C' y lo arrastran hasta superponer el vértice B' con el vértice B.

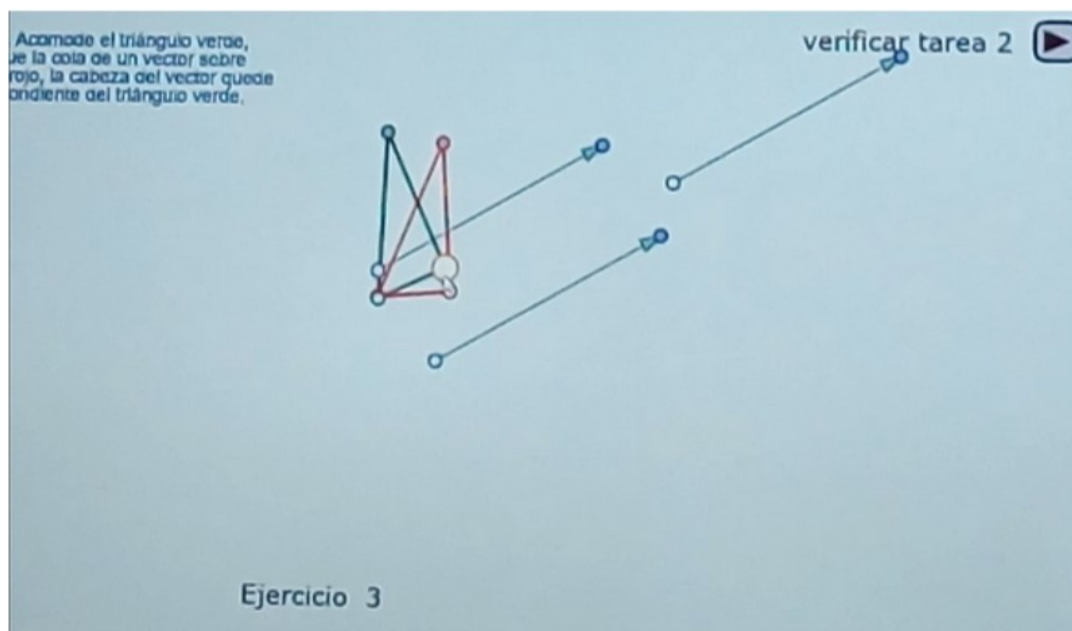


Ilustración 267. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2–intento 6–acciones 1.

Llevar el cursor al vértice C' y lo arrastran hasta superponerlo con el vértice C. Llevan el cursor al vértice B' y giran el triángulo verde hasta que los triángulos quedan superpuestos.

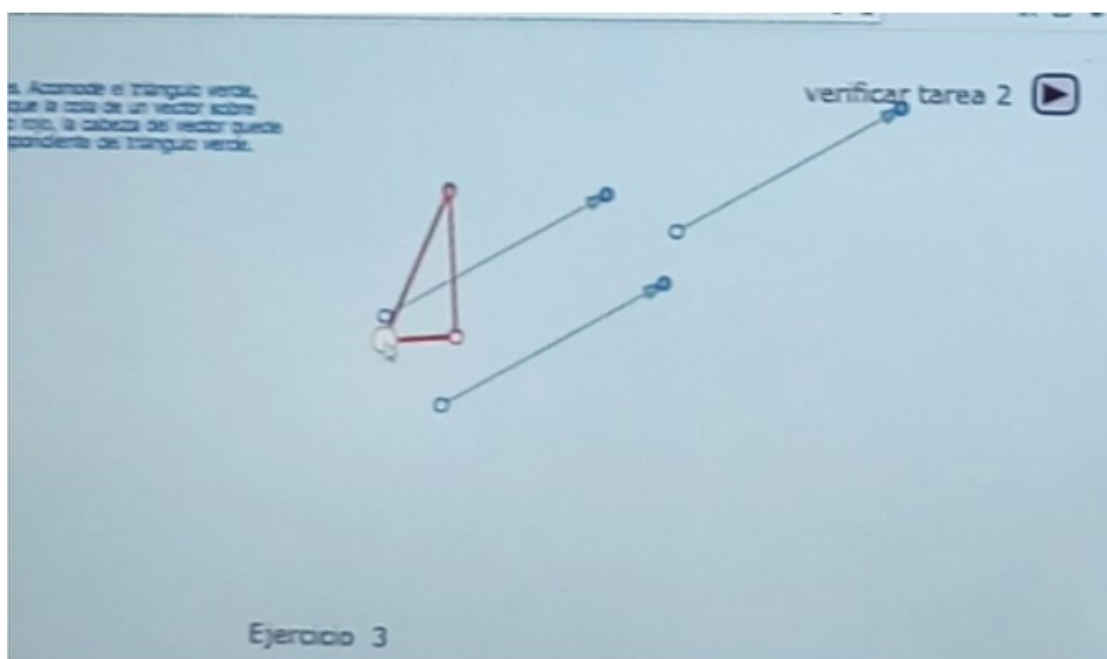


Ilustración 268. Ejercicio 3–actividad 3–tarea 2–intento 6–acciones 2.

Llevar el cursor al segmento a' y lo arrastran hasta que el triángulo verde representa



aproximadamente la traslación del triángulo rojo según los vectores dados.

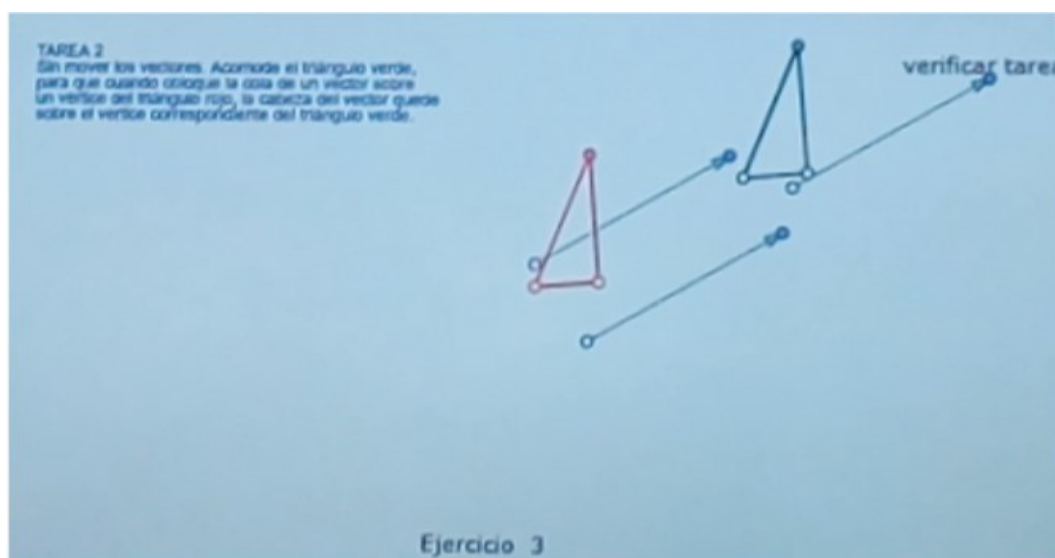


Ilustración 269. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 6—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 2*. Aparece una ventana con el letrero “Para verificar la tarea, coloque sobre cada vértice del triángulo rojo la cola de un vector. Su tarea está bien si cuando coloca la cola de un vector sobre un vértice del triángulo rojo la cabeza del vector queda sobre el vértice correspondiente en el triángulo verde” Se oculta el botón *verificar tarea 2* y aparecen los botones *El triángulo verde aún no está acomodado* y *El triángulo verde ya está acomodado*.

Llevar el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta que la cola queda superpuesta con el vértice A (la cabeza queda cerca al vértice A'). Llevar el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C (la cabeza queda cerca del vértice C'). Llevar el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B (la cabeza queda cerca del vértice B').

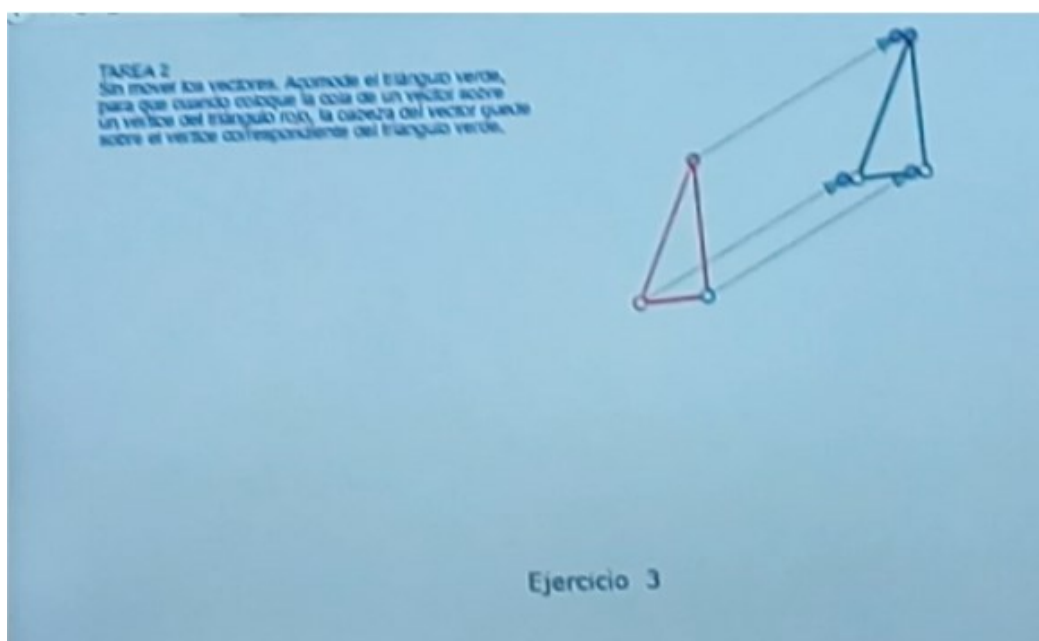


Ilustración 270. Ejercicio 3—actividad 3—tarea 2—intento 6—verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado* aparece el mensaje “Dibuje la posición de los triángulos y el vector.”, se ocultan los botones y aparece uno nuevo *pasar a siguiente tarea*.

### Conclusiones tarea 2

En varias ocasiones los estudiantes oprimen el botón el triángulo verde ya está acomodado, aun cuando el triángulo verde no representa la traslación del triángulo rojo. La retroacción didáctica correspondiente evalúa negativamente el trabajo de los estudiantes y los obliga a recomenzar.

Poco a poco los estudiantes comprenden que deben anticipar la posición del triángulo verde de manera que la pareja de vértices correspondientes represente la traslación. Sin embargo, se limitan a lograr esta relación con una sola pareja de vértices correspondientes. Inicialmente utilizan una estrategia de visualización, luego utilizan su mano para “copiar” el vector. Finalmente, descubren que es posible superponer los triángulos para garantizar el paralelismo de los lados y luego separar el triángulo verde y con esta estrategia resuelven la tarea.

Los estudiantes utilizan las mismas acciones que les permitieron solucionar la tarea en los ejercicios 1 y 2, pero esta estrategia no les permite suficiente precisión. Es posible

que para resolver el ejercicio hayan utilizado la estrategia de comparar las posiciones relativas de un vértice del triángulo rojo y la cola de un vector y del vértice correspondiente del triángulo verde y la cabeza del mismo vector.

Los estudiantes identifican que el triángulo que representa la traslación del triángulo rojo además de ser congruente debe tener los lados correspondientes paralelos a los lados del triángulo rojo. Al utilizar los dedos para copiar las medidas de un vector y luego tratar de replicarlas con una pareja de vértices, los estudiantes reconocen que el vector es quien da las condiciones de la traslación.

Durante el desarrollo de los tres ejercicios de la tarea 1 y 2 se observa que los estudiantes no colocan el triángulo verde en sentido contrario al indicado por los vectores, evidencia que los estudiantes tienen claro el sentido de la traslación.

### **Tarea 3**

Después de dibujar. Oprimen *pasar a siguiente tarea*. Aparece la tarea 3.

Enunciado de la tarea: “construya un triángulo y acomódelo, para que cuando coloque la cola de un vector sobre el vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo que construyó”.

El triángulo y los vectores se pueden arrastrar libremente por la pantalla, pero no se pueden modificar sus medidas. La tarea consiste en construir un triángulo y luego acomodarlo para que represente la traslación del triángulo rojo según el vector que se muestra, la verificación de esta tarea es la misma de la tarea 1.

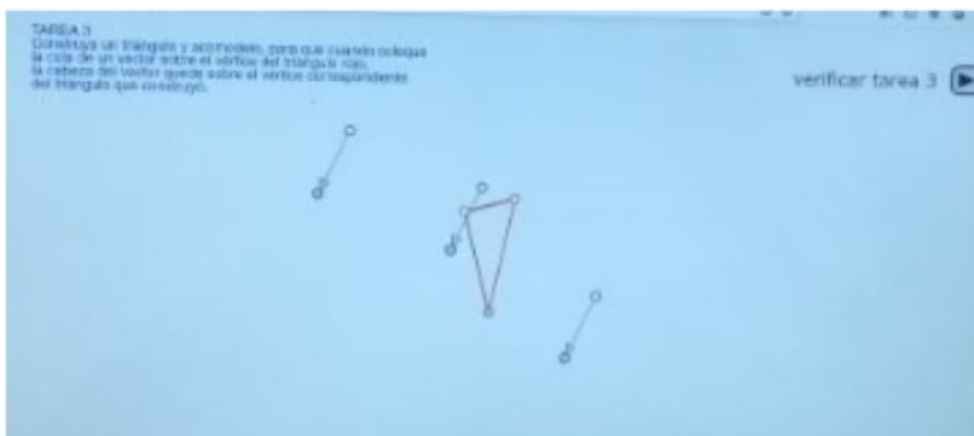


Ilustración 271. Actividad 3—tarea 3—primer intento.

E3: “construya un triángulo y acomódelo, para que cuando coloque la cola de un vector sobre el vértice del triángulo rojo, la cabeza del vector quede sobre el vértice correspondiente del triángulo que construyó”.

Los estudiantes llevan el cursor al vector 1 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice C. Llevan el cursor al vector 2 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice B. Llevan el cursor al vector 3 y lo arrastran hasta superponer la cola con el vértice A.

Construyen un punto cerca a la cabeza de cada vector.

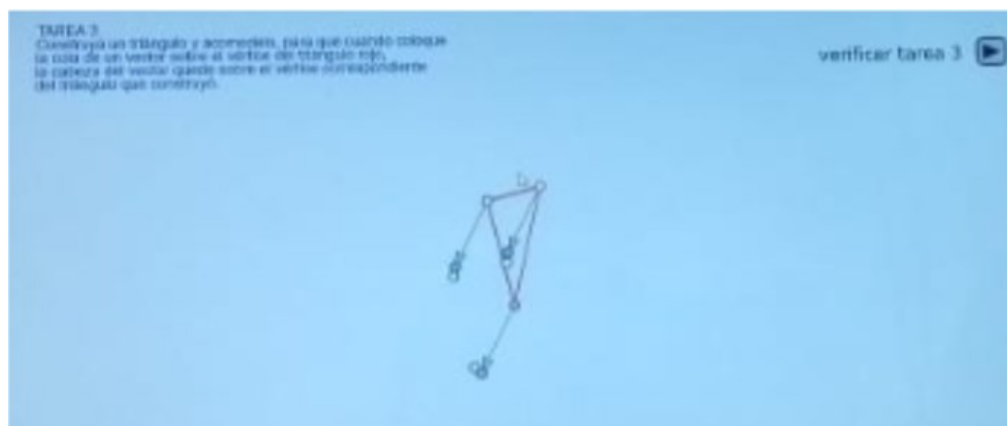


Ilustración 272. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 3—intento 1—acciones 1.

Utilizan la herramienta segmento para unir los puntos construidos.



Ilustración 273. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 3—intento 1—respuesta.

Oprimen *verificar tarea 3*. Aparece una ventana con el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”. Aparece un nuevo vector igual a los dados, cuya cola se desplaza sobre el triángulo rojo y cuya cabeza va dibujando un triángulo verde. Se oculta el botón *Verificar tarea 3*. Aparecen tres botones diferentes: *El triángulo verde aún no está acomodado*, *El triángulo verde ya está acomodado* y *reintentar tarea 3*.

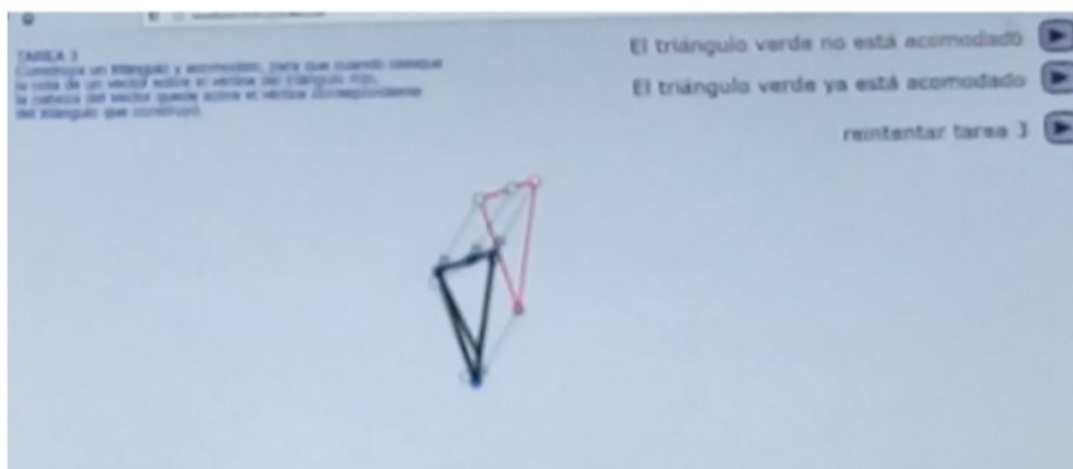


Ilustración 274. Ejercicio 1—actividad 3—tarea 3—intento 1—verificación.

Oprimen *El triángulo verde ya está acomodado*, se muestra el mensaje “Bravo dibuje la posición de los triángulos y el vector” y aparece el botón *Pasar a tarea 4*. Oprimen *Pasar a tarea 4*.

Los estudiantes utilizan lo aprendido en las tareas pasadas para construir el triángulo que representa la traslación del triángulo rojo según los vectores dados. Colocan la cola de un

vector en cada vértice del triángulo rojo y hacen un punto cerca a cada cabeza de un vector, los estudiantes: reconocen que los vectores dan las condiciones para hacer la traslación y evidencian que tienen claro el sentido de la traslación.

## Tarea 4

Oprimen *Pasar a tarea 4*. Aparece el producto final de la tarea con el enunciado “Este es el producto final de la tarea 4. Su tarea consiste en reconstruir el triángulo verde, para que cuando se modifique el vector, el triángulo verde se mueva con el vector” y el botón *Iniciar tarea 4* (los vectores y el triángulo verde están en movimiento).



Ilustración 275. Actividad 3–tarea 4–primer intento–figura 1.

E3: “este es el producto final de la tarea 4. Su tarea consiste en reconstruir el triángulo verde, para que cuando se modifique el vector, el triángulo verde se mueva con el vector”.

Oprimen *Iniciar tarea 4*. Se ocultan el enunciado, el triángulo verde y los vectores. Se muestra un nuevo vector y el enunciado “construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector”. El triángulo puede arrastrarse a cualquier lado de la pantalla, pero las medidas no se pueden modificar (el vector no se puede arrastrar).

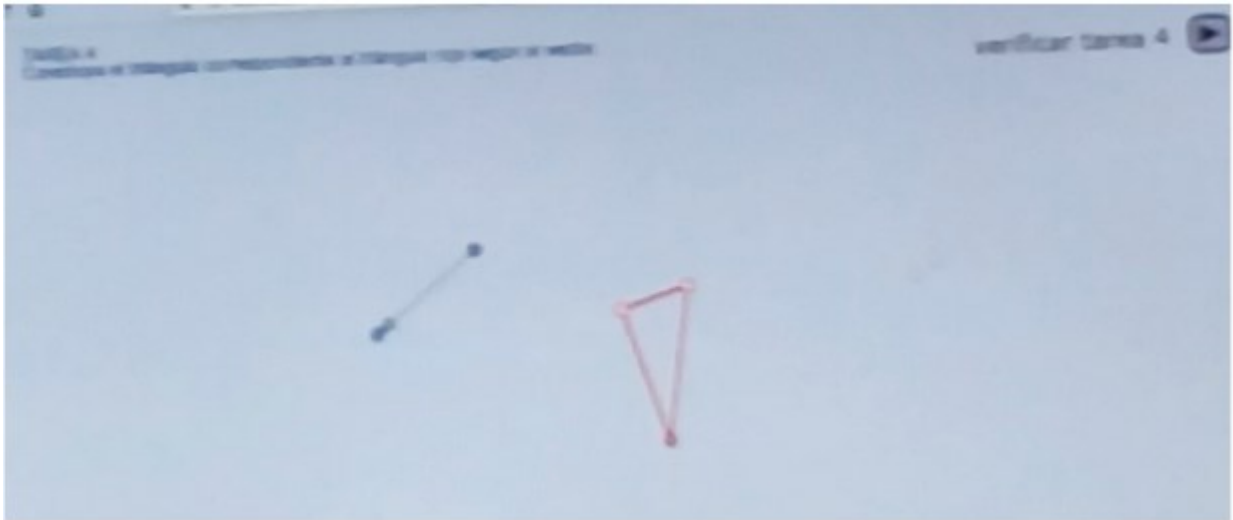


Ilustración 276. Actividad 3–tarea 4–primer intento–figura 2.

E1: “construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector” Llevan el cursor a la cola del vector 1 y arrastran (el vector no se mueve). Llevan el cursor al vértice C y lo arrastran hasta superponerlo con la cola del vector y construyen un punto cerca a la cabeza del vector.

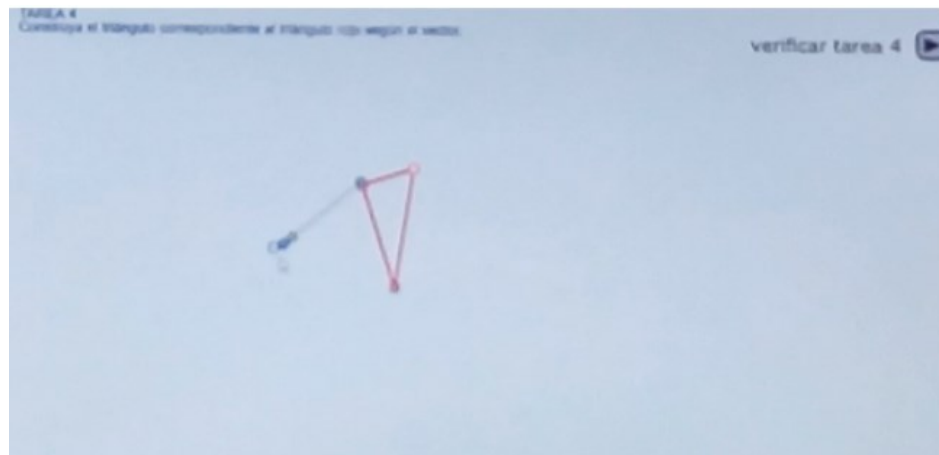
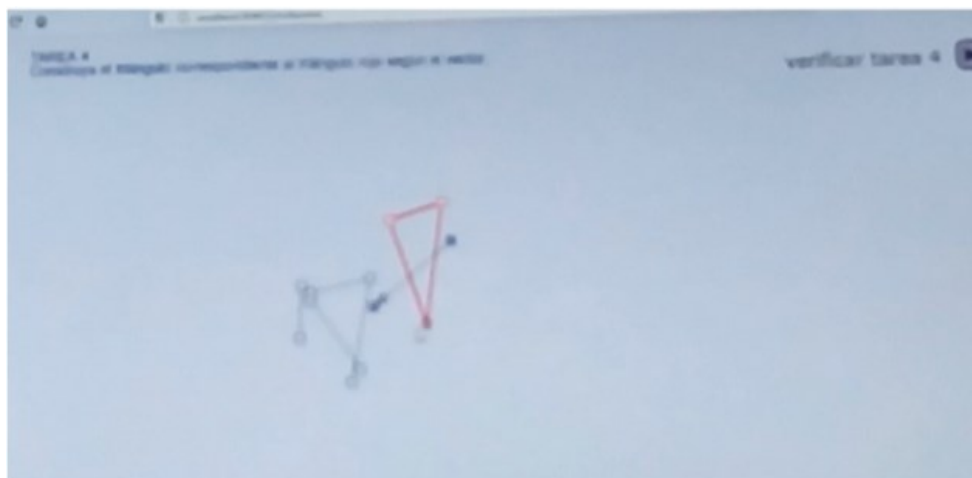


Ilustración 277. Actividad 3–tarea 4–intento 1–acciones 1.

Llevan el cursor al vértice C y lo arrastran hasta superponer el vértice B con la cola del vector, continúan arrastrando hasta superponer el vértice C con la cola del vector. Sueltan el triángulo y construyen dos puntos más, hacen clic sobre un punto y seleccionan la herramienta segmento y arrastran el cursor hacia el punto correspondiente al vértice A', sueltan antes de seleccionar este último punto (los estudiantes presentan dificultad con el uso de la herramienta, soltando la herramienta antes de seleccionar el punto deseado).

Hacen clic en el punto correspondiente al vértice B' y seleccionan la herramienta segmento y arrastran el cursor hacia el punto correspondiente al vértice C', sueltan antes de seleccionar este último punto (los estudiantes presentan dificultad con el uso de la herramienta, soltando la herramienta antes de seleccionar el punto deseado).



*Ilustración 278. Actividad 3–tarea 4–intento 1–acciones 2.*



Oprimen *verificar tarea 4*. Aparece el mensaje “la tarea 4 consta de dos verificaciones” y aparece el botón *primera verificación*. Llevan el cursor al vértice C y lo arrastran hasta superponerlo con la cola del vector 1. Los estudiantes mejoran la construcción del triángulo construido.

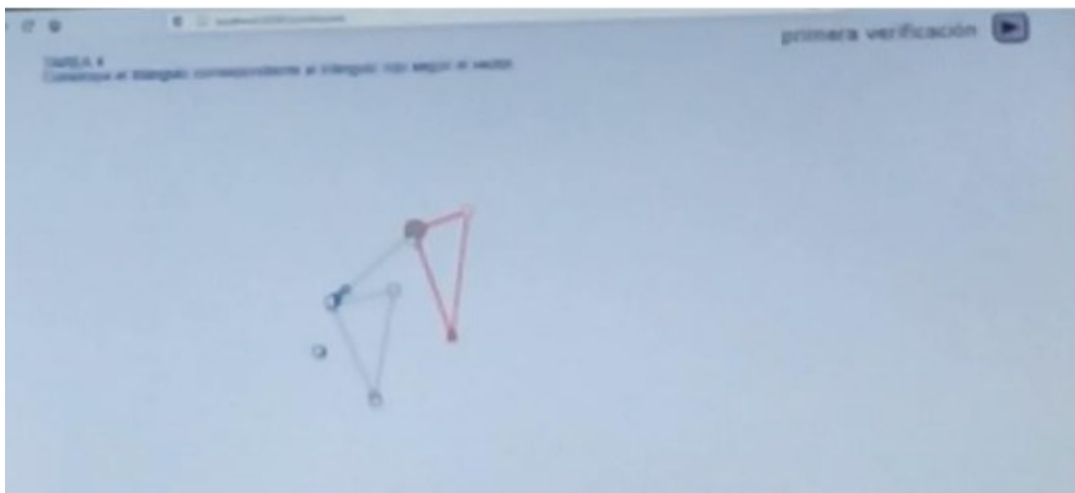


Ilustración 279. Actividad 3–tarea 4–intento 1–acciones 3.

Llevan el cursor al vértice C y lo arrastran hasta superponer el vértice A con la cola del vector 1.

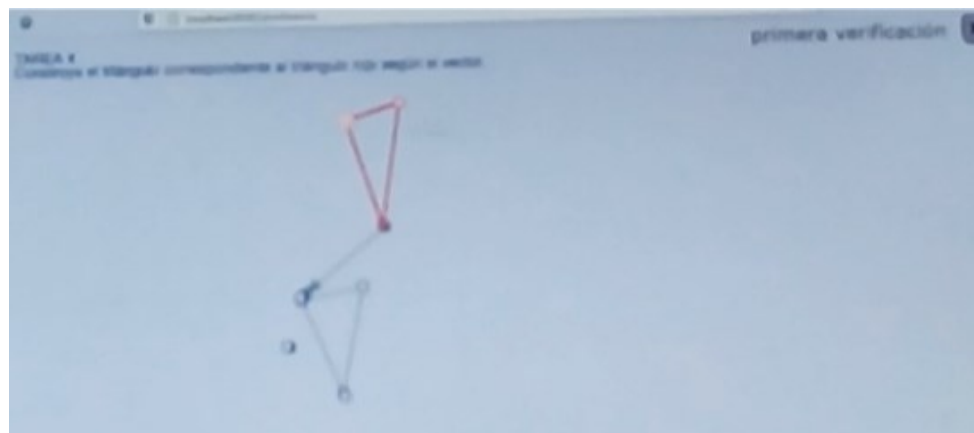


Ilustración 280. Actividad 3–tarea 4–intento 1–acciones 4.

Oprimen *primera verificación*. Aparecen el letrero “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”; y el botón *OK*. Oprimen este último botón desaparece el letrero y comienza a moverse la cola de un vector 2 sobre el triángulo rojo, dibujando un triángulo verde y aparecen dos botones *reintentar tarea 4* y *Segunda verificación*.

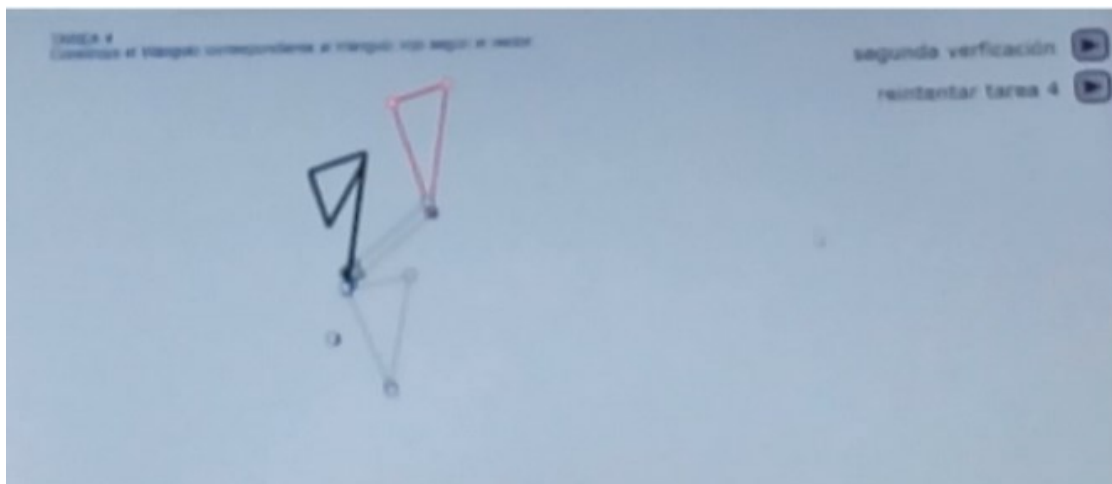


Ilustración 281. Actividad 3–tarea 4–intento 1–primera verificación 1.

Llevar el cursor al vértice C y lo arrastran hacia abajo hasta que la cabeza del vector 2 queda sobre un lado del triángulo que construyeron (los estudiantes al observar que el triángulo que construyeron y el triángulo que se está dibujando no coinciden deciden arrastrar el triángulo rojo).

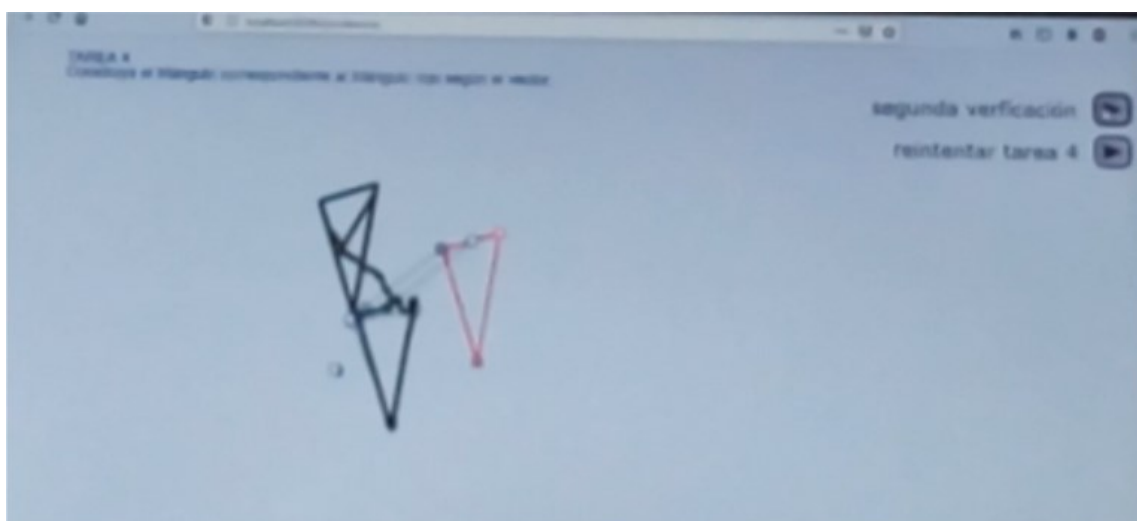


Ilustración 282. Actividad 3–tarea 4–intento 1–primera verificación 2.

Oprimen *segunda verificación* el vector empieza a variar (cambiando de sentido, dirección y magnitud) y se muestra el mensaje “La segunda verificación consiste en modificar el vector y verificar si el triángulo que construyó se mueve con el vector”.

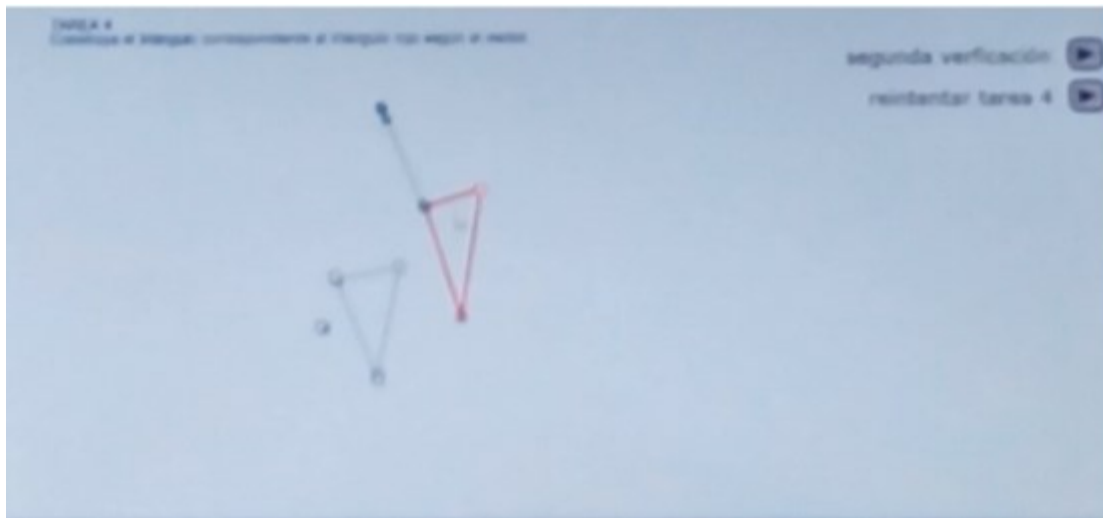


Ilustración 283. Actividad 3–tarea 4–intento 1–segunda verificación.

P: ¿Ese triángulo que tienen ahí? ¿Es el triángulo que se les está pidiendo en la tarea?

E3: no.

P: ¿Usted que dice E3?

E1: no.

P: ¿Por qué?

E1: Porque tiene que ser igual.

E3: Porque tiene que moverse, conforme se mueva el vector.

P: Entonces tiene que cumplir esas dos cosas: que sean iguales y que se mueva según el vector. ¿Cuándo usted dice que sean iguales a qué se refiere E1? ¿Puede explicar eso?

E1: por ejemplo: este está más gordito (señala el triángulo “verde”) este está como más angosto (señala el triángulo rojo). O sea, tienen que ser iguales.

P: la medida de los lados de los triángulos tiene que ser iguales.

E1: si y la acomodación.

P: dice E3 que se tiene que mover con el vector y ese triángulo que acaban de dibujar ustedes está fijo, no se está moviendo cuando el vector se mueve. ¿Cómo creen que pueden mejorar esa construcción que tienen ahí?

E3: borrar los puntos y las líneas y volver a hacer otro triángulo parecido al triángulo rojo con la misma medida que tiene. Midiendo los lados de cada línea que tiene el triángulo rojo.

P: ¿Usted que dice, E1? ¿Entendió lo que dijo E3?

E1: borrar todo y volver a hacer el triángulo.

E3: y que tenga la misma medida de las líneas.

P: garantizando que todos los segmentos sean iguales.

Oprimen *reintentar tarea 4*. Aparece el producto final de la tarea con el enunciado “Este es el producto final de la tarea 4. Su tarea consiste en reconstruir el triángulo verde, para que cuando se modifique el vector, el triángulo verde se mueva con el vector” y el botón *Iniciar tarea 4*.

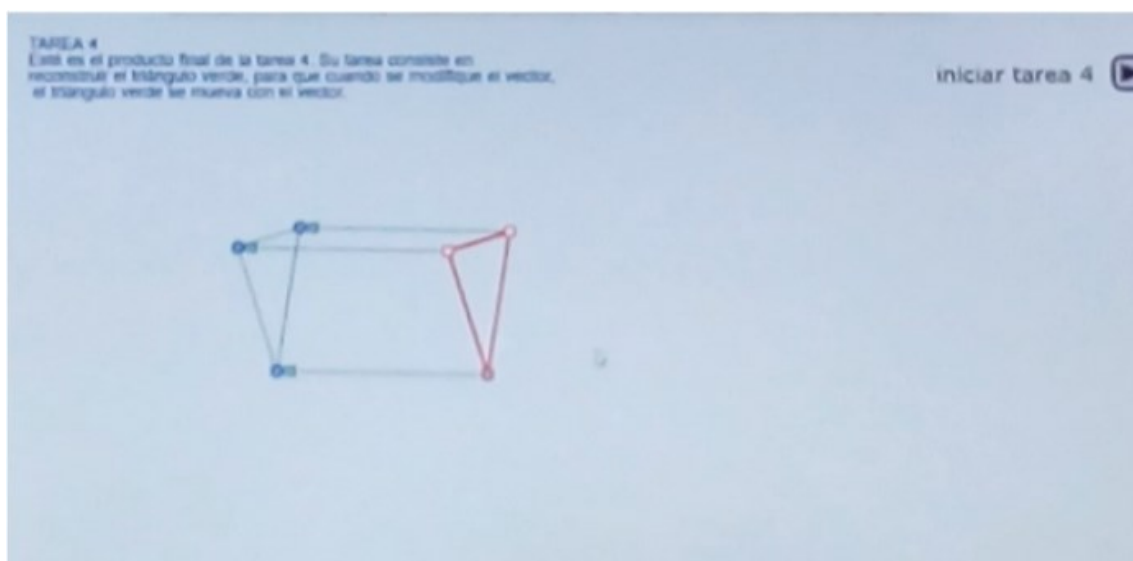


Ilustración 284. Actividad 3–tarea 4–segundo intento–figura 1.

E3: de esta misma manera es cómo se mueve el que está más adelante.

P: sí, como se está moviendo el vector. Ustedes lo que tienen que lograr es que el triángulo que ustedes construyan cuando varíe o cuando cambie el vector, también se mueva el triángulo verde de la misma forma como se está moviendo, cambiando o variando el vector.

Oprimen *Iniciar tarea 4*. Se ocultan el enunciado, el triángulo verde y los vectores. Se muestran un nuevo vector y el enunciado “construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector”.

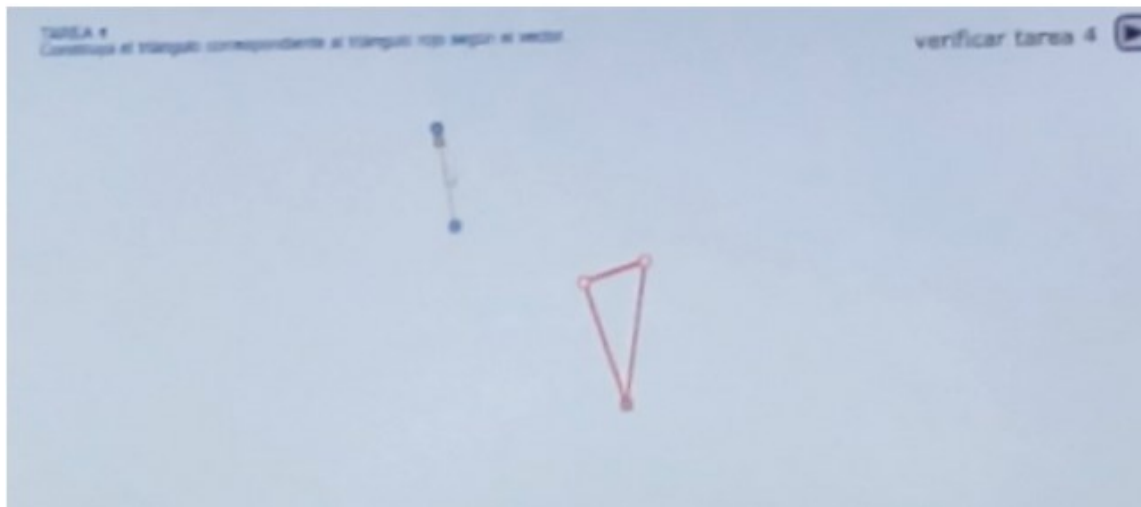


Ilustración 285. Actividad 3–tarea 4–segundo intento–figura 2.

Llevar el cursor al vértice C y lo arrastran hasta superponerlo con la cola del vector 1  
 Utilizan la herramienta *propiedades* para mostrar la medida de los lados del triángulo.

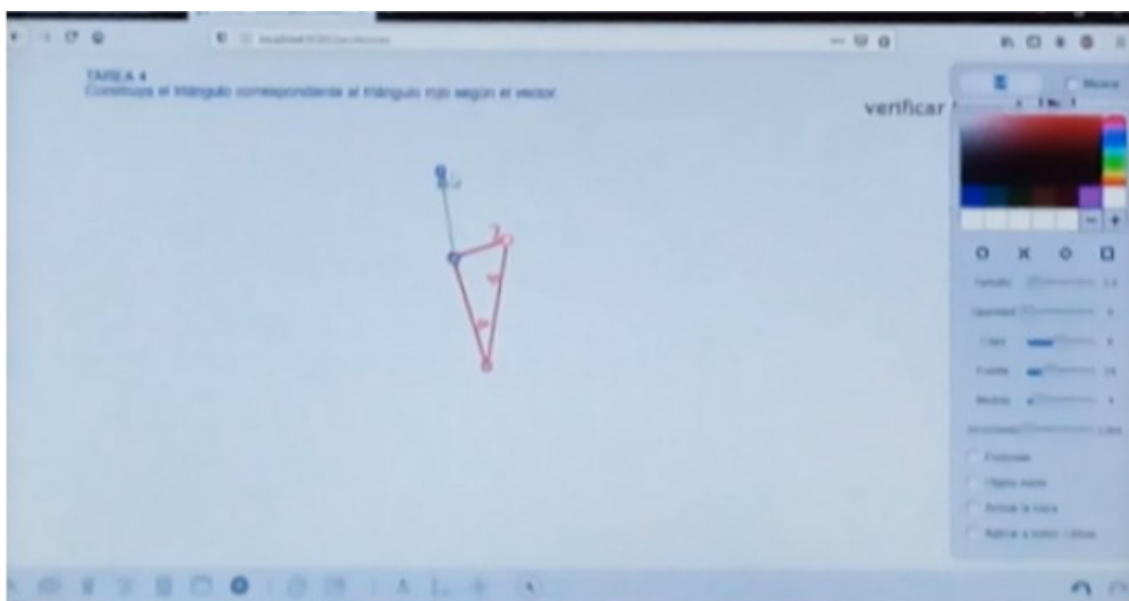


Ilustración 286. Actividad 3–tarea 4–intento 2–acciones 2.

E3: el de arriba mide dos y estos miden cuatro.

Hacen tres puntos (aproximadamente cada punto queda a la misma distancia de un vértice del triángulo).

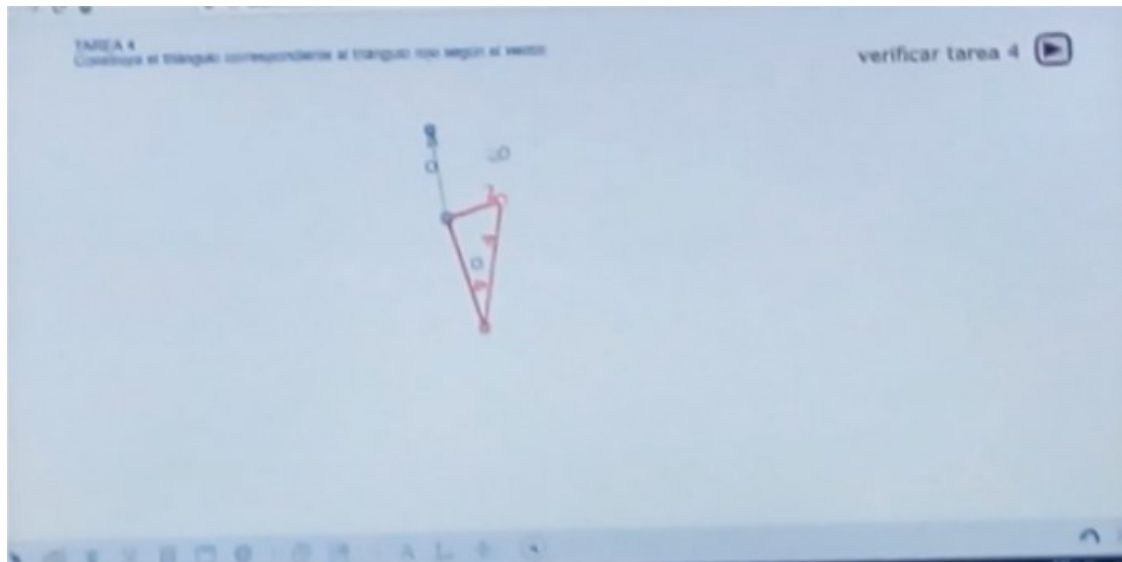


Ilustración 287. Actividad 3–tarea 4–intento 2–acciones 3.

Utilizan la herramienta segmento para unir los puntos y arrastran el punto equivalente al vértice C' hasta superponerlo con la cola del vector 1.

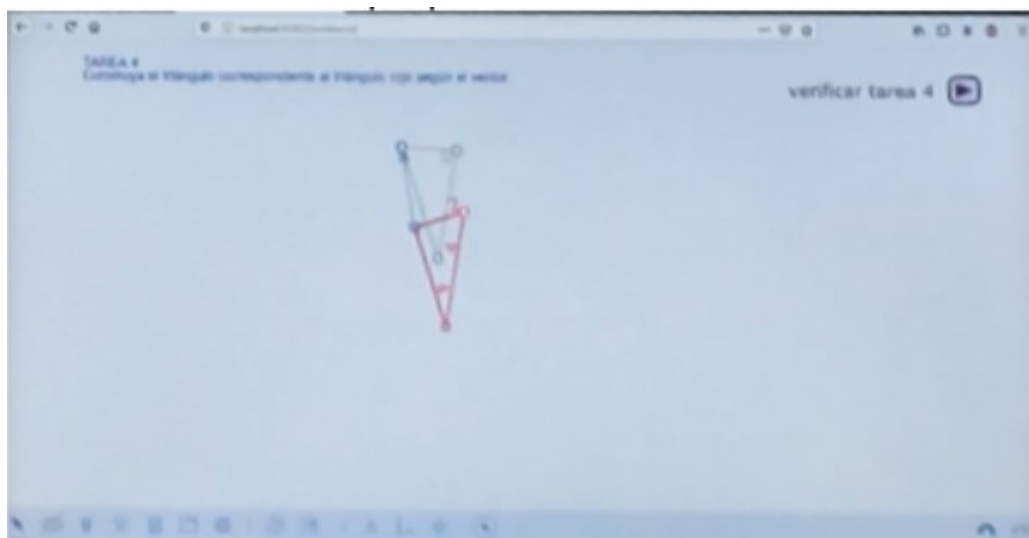


Ilustración 288. Actividad 3–tarea 4–intento 2–acciones 4.

Muestran la medida de los lados del triángulo que construyeron (muestran la medida con cero decimales) y mueven los vértices del triángulo que construyeron hasta que las medidas quedan “iguales” a las medidas del triángulo rojo.

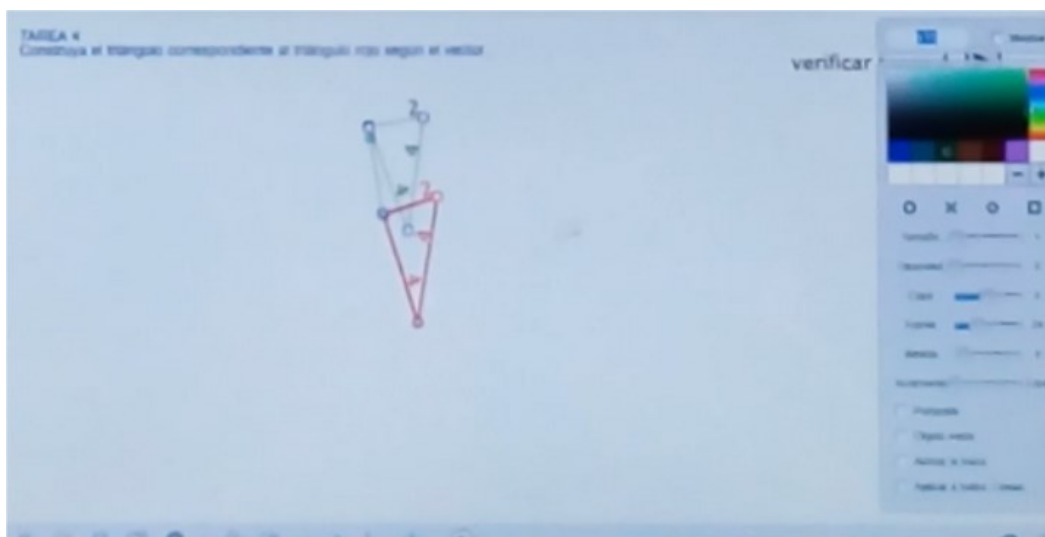


Ilustración 289. Actividad 3–tarea 4–intento 2–acciones 5.

Oprimen *verificar tarea 4*. Aparece el mensaje “la tarea 4 consta de dos verificaciones” y aparece el botón *primera verificación*. Los estudiantes guardan silencio y hacen pequeñas modificaciones a las posiciones de los vértices del triángulo que construyeron.

P: Tienen que hacer clic en el botón primera verificación.

Oprimen *primera verificación*. Aparecen el letrero. “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”; y el botón *OK*. Oprimen este último botón, desaparece el letrero y comienza a moverse la cola de un vector sobre el triángulo rojo, dibujando un triángulo verde y aparecen dos botones *reintentar tarea 4* y *Segunda verificación* (el mensaje que se muestra no es adecuado puesto que dice “acomodó” y esta tarea se trata de una construcción exacta).

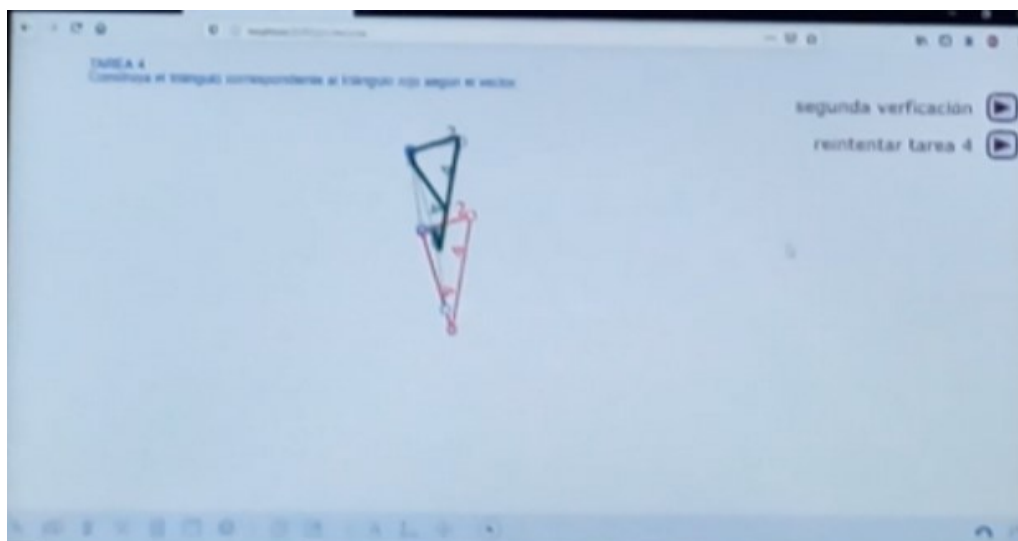


Ilustración 290. Actividad 3–tarea 4–intento 2–acciones 6.

E3: sí. Es el mismo.

P: la primera verificación está cumpliendo. Es correcto el triángulo que dibujaron ustedes y el triángulo que está dibujando el vector coinciden. Ahora pasemos a la segunda verificación.

Oprimen *segunda verificación* el vector empieza a variar (cambiando de sentido, dirección y magnitud) y se muestra el mensaje “La segunda verificación consiste en modificar el vector y verificar si el triángulo que construyó se mueve con el vector.”

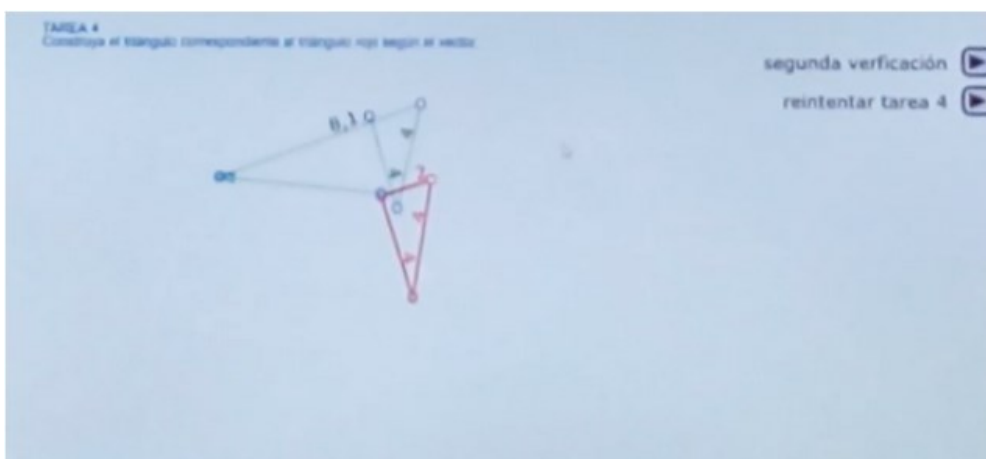


Ilustración 291. Actividad 3–tarea 4–intento 2–acciones 7.

Al cambiar el vector también cambia un lado del triángulo, esto sucede porque los estudiantes tomaron la cabeza del vector para construir un lado del triángulo.



P: ¿Qué está pasando ahí? Solamente se está moviendo un solo...

E3: un solo vector.

P: un solo lado del triángulo. Los otros dos lados del triángulo no se están moviendo. Esta segunda parte de la verificación la construcción no la está cumpliendo ¿tienen otra estrategia?

Después de un momento en silencio.

P: ¿No? a E3 se le ocurre otra.

E3: antes de todo eso conectar vectores con las partes del triángulo para que se muevan con el vector.

P: esa podría ser una buena estrategia. Antes de eso ¿Por qué esa construcción no está cumpliendo?

E3: Porque el vector sólo está conectado a un lado del triángulo.

P: ¿podría decir otra propiedad de por qué no cumple con las condiciones? ¿Qué propiedades tendría que cumplir para que correspondiera o se moviera con ese vector?

E2: que hubiera otros vectores conectados que se movieran de la misma forma cómo se mueve ese vector.

P: vamos a hacerlos, a ver. Entonces reintentar tarea.

Oprimen *reintentar tarea 4*. Aparecen el producto final de la tarea y el enunciado “Este es el producto final de la tarea 4. Su tarea consiste en reconstruir el triángulo verde, para que cuando se modifique el vector, el triángulo verde se mueva con el vector” y el botón *Iniciar tarea 4*.

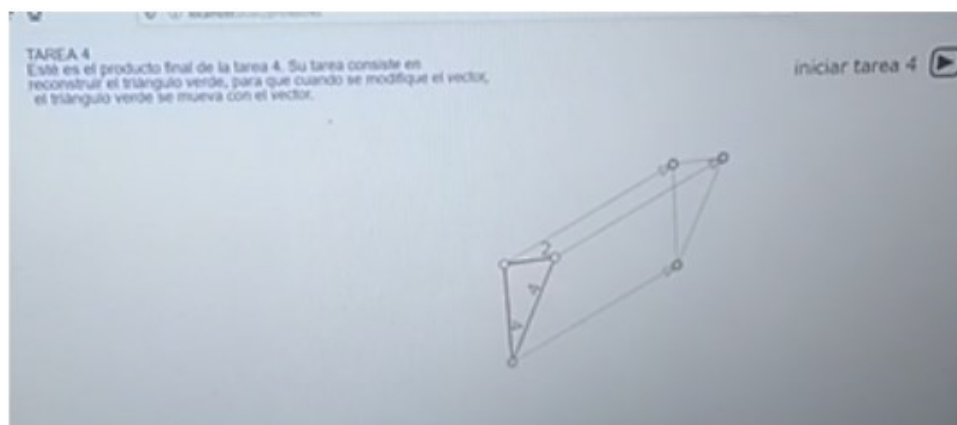


Ilustración 292. Actividad 3–tarea 4–tercer intento–figura 1.

Oprimen *Iniciar tarea 4*. Se ocultan el enunciado, el triángulo verde y los vectores. Se muestran un nuevo vector y el enunciado “construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector”.

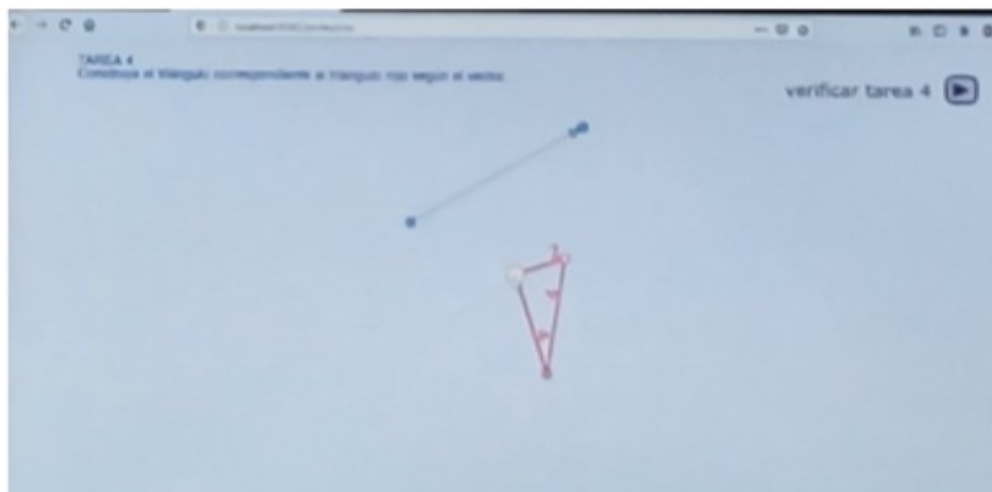


Ilustración 293. Actividad 3–tarea 4–tercer intento–figura 2.

P: ¿Cómo construiríamos esos vectores o son cualesquiera vectores?

E3 y E1: no.

P: ¿Qué propiedades tienen que cumplir esos vectores?

E1: que se muevan al momento de verificar la tarea.

P: bueno y aparte de esa condición ¿Qué otra condición debe cumplir esos vectores?

E3: el movimiento.

P: aparte del movimiento.

Después de un momento en silencio. P: haga clic en verificar tarea 4

Oprimen *verificar tarea 4*. Aparece el mensaje “la tarea 4 consta de dos verificaciones” y aparece el botón *primera verificación*.

P: primera verificación.

Oprimen *primera verificación*. Aparecen el letrero. “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”; y el botón *OK*. Oprimen *OK* desaparece el letrero y comienza a moverse la cola de un vector sobre el triángulo rojo, dibujando un triángulo verde y aparecen dos botones *reintentar tarea 4* y *Segunda verificación*.

P: opriman reintentar tarea.

Oprimen *reintentar tarea 4*. Aparecen el producto final de la tarea y el enunciado “Este es el producto final de la tarea 4. Su tarea consiste en reconstruir el triángulo verde, para que cuando se modifique el vector, el triángulo verde se mueva con el vector” y el botón *Iniciar tarea 4*.



*Ilustración 294. Actividad 3–tarea 4–cuarto intento–figura 1.*

P: ¿Qué propiedades podemos decir de esos vectores, que se están mostrando en esa construcción?

E3: que están conectados con un punto creando un triángulo que permanece en movimiento.

P: ¿Qué otra condición podríamos decir? (después de un momento de silencio)

¿Qué propiedades podemos decir de esos vectores E1? (después de un momento de silencio) ¿Tratemos de describir lo que estamos viendo ahí?

E3: lo que yo veo es que el triángulo verde está totalmente quieto, los únicos que lo están desplazando son los vectores.

P: A cada pareja de vértices le corresponde un vector. Entonces la pregunta que yo hago es ¿Qué propiedades? ¿Qué afirmaciones podemos decir sobre esos vectores que se están mostrando ahí en la pantalla? entre ellos comparemos los vectores ¿Qué condiciones? ¿Qué propiedades tienen?

E3: que cada uno tiene diferente trayectoria de movimiento. Que todos apuntan al triángulo verde.

P: para eso se podría hacer...

E1: yo tengo una pregunta ¿Hay alguna herramienta para que se muevan así?

P: no. No hay una herramienta que nos permita hacer eso. ¿Que se les ocurre hacerles a

los vectores para compararlos entre ellos? E3 dijo que se movían por lados diferentes, voy a hacer una cosa.

P activa la traza de la cabeza de un vector.

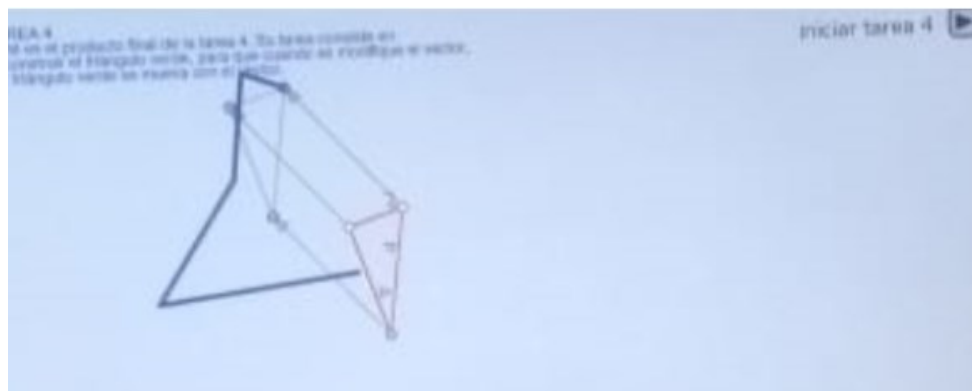


Ilustración 295. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 1.

P: si activamos la traza a los otros vectores ¿Hacen la misma figura? Los estudiantes activan la traza a los demás vectores

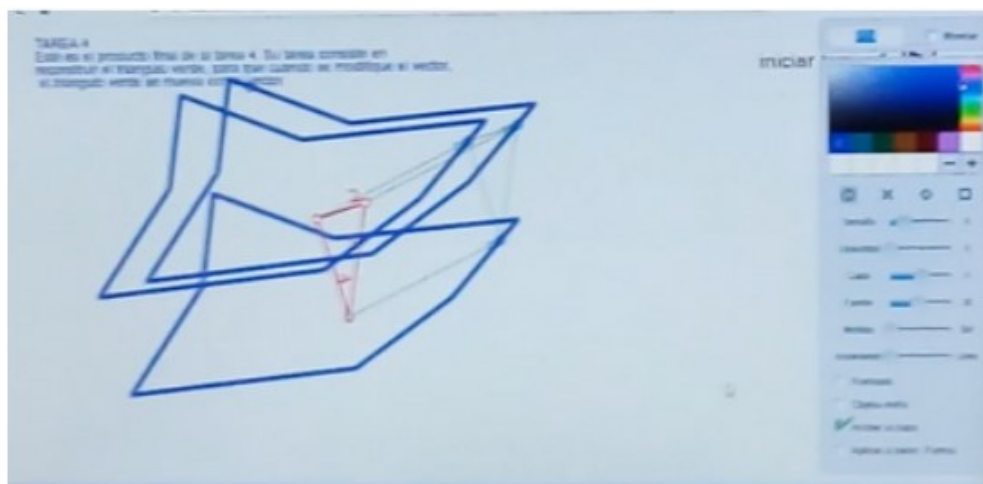


Ilustración 296. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 2

P: ¿Todos los vectores están dibujando la misma figura?

E3: sí. Pero cada figura está en diferente lado.

P: ¿Qué otra cosa era la que me estaba diciendo E3? ¿Hacia dónde apuntaban los vectores?

E3: hacia el triángulo.

P: había dicho, en palabras tuyas lo voy a repetir: todos los vectores apuntan hacia el mismo lado ¿fue eso lo que dijo? Todos los vectores que salen del triángulo rojo apuntan hacia el triángulo verde.

E3: sí.

P: esa es una propiedad que podríamos tener en cuenta, para cuando tratemos de reconstruir esos vectores. ¿Qué otra propiedad podemos decir?

E1: se mueven hacia el mismo lado.

P: ¿Qué otra cosa? apuntan hacia el mismo lado, se mueven hacia el mismo lado.

E3: mueven el triángulo.

P: sí. Mueven el triángulo. Voy a lanzarles una propiedad que ya hemos venido trabajando ¿Qué pasará si medimos los vectores?

E1: van cambiando no va a tener una medida cierta, segura. Los estudiantes muestran la medida de los vectores.

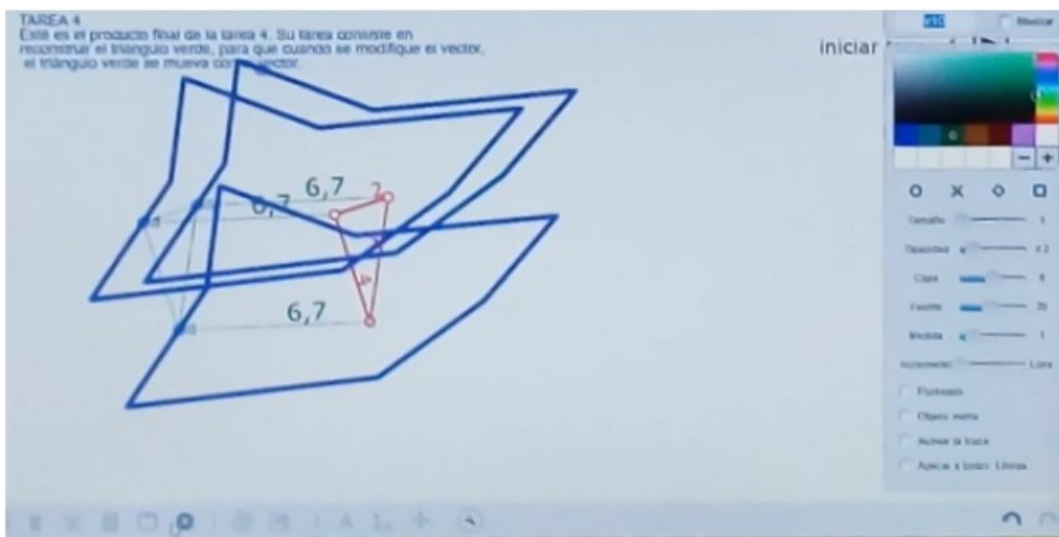


Ilustración 297. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 3.

E3: cuando se mueven tienen la misma medida que tiene el otro.

P: todos tienen la misma medida. Todos apuntan hacia el mismo, todos se mueven hacia el mismo lado. ¿Qué otra cosa podríamos afirmar de esos vectores que se están mostrando ahí?

E1: todos hacen la misma figura, si no que en diferente lugar.

Profesor abre una pestaña de DGPad y hace un vector y un punto. Pide a los estudiantes hacer el punto correspondiente al punto según el vector dado.

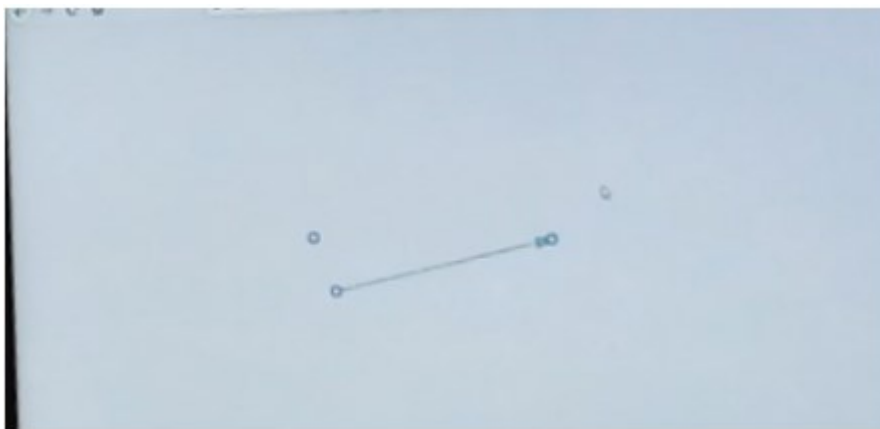


Ilustración 298. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 4.

P: dibujen un punto cualquiera y lo acomodamos, señalen dónde quedaría el punto.  
Los estudiantes mueven el vector a diferentes lados de la pantalla. P: ¿fue clara la pregunta que hice?

E3: no.

P hace un punto y lo coloca de color rojo.

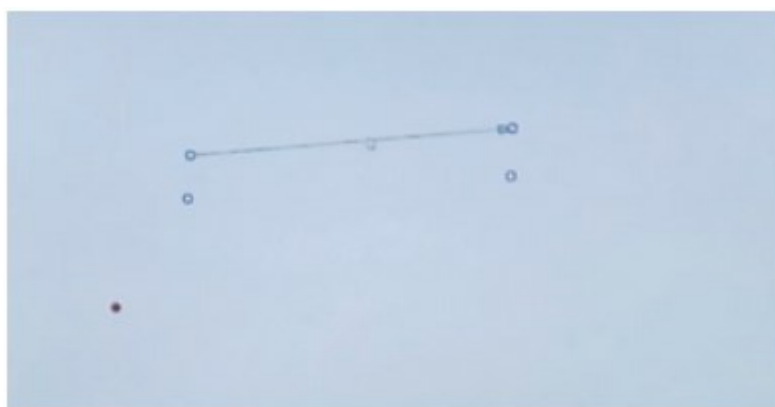


Ilustración 299. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 5.

P: yo les doy ese punto rojo y según el vector que les di ¿Dado ese punto rojo y ese vector dónde estaría el punto verde? como lo estamos tratando ¿Cómo harían para construir el punto verde dado el punto rojo y el vector que se les está mostrando? Según lo que ya dijeron: debe estar hacia el mismo lado ¿Hacia dónde está apuntando el vector?

E3: hacia la derecha

P: según lo que hemos dicho el punto debe estar hacia el mismo lado ¿Qué otra cosa faltaría por cumplir?

E1: la misma medida.

P: para eso voy a mostrar una herramienta (P explica cómo utilizar la herramienta compás, además explica que la distancia de cualquier punto que esté sobre una circunferencia a el punto centro de la circunferencia siempre es la misma).

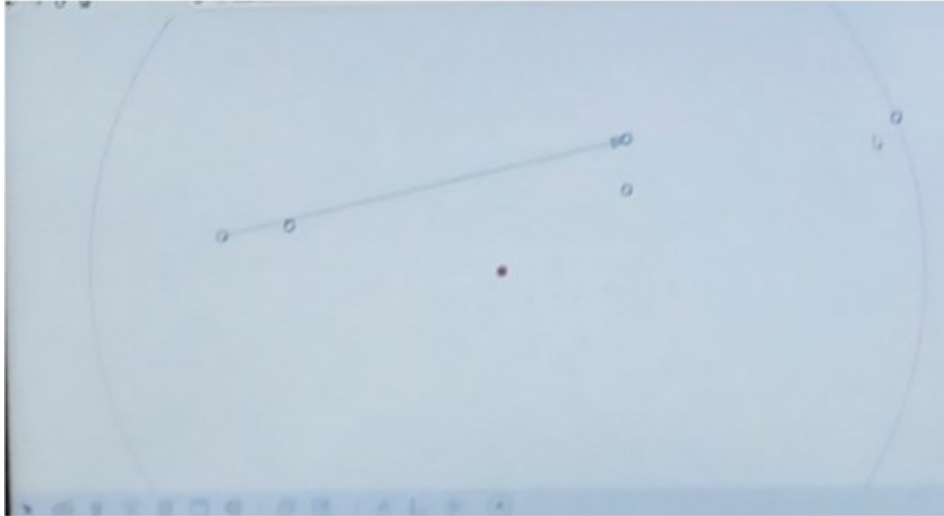


Ilustración 300. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 6.

P: ¿faltaría otra condición?

E1: ¿Que haya más vectores?

P: ¿Los podría construir E1?

E1 construye otros dos vectores aproximadamente igual al dado inicialmente.

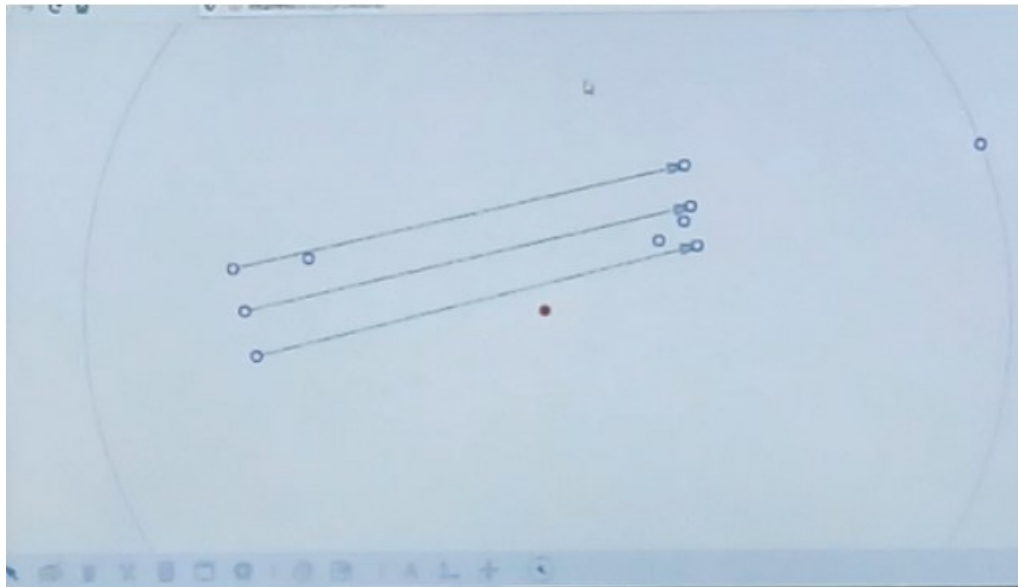


Ilustración 301. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 7.

P: ¿Qué tuvo en cuenta para dibujar esos vectores? E1: las medidas.

P: que todos tengan la misma distancia ¿Qué otra cosa? (después de un momento de

silencio) ¿Podría dibujar el vector que tenga como cola el punto de color rojo?

E1: o sea que la cola sea roja

P: un vector que salga de este punto (señala el punto rojo que está en la pantalla).

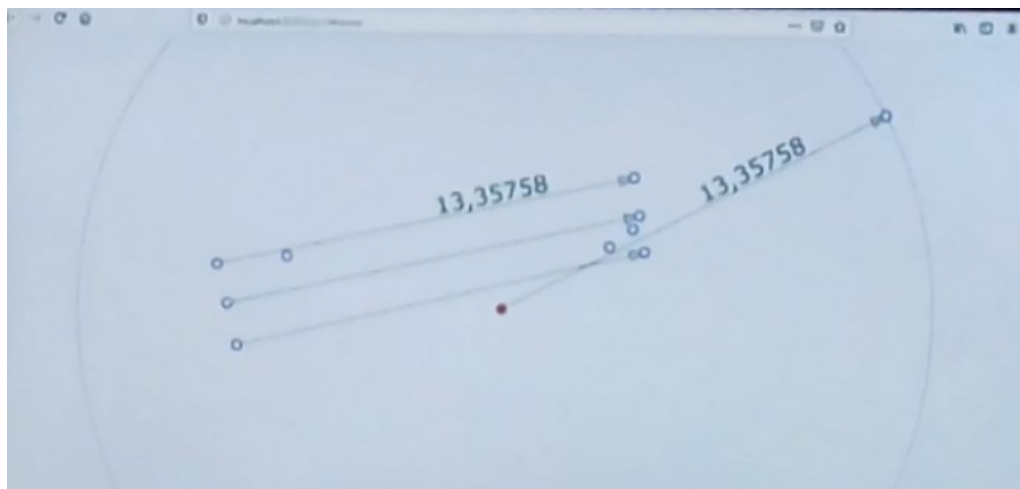


*Ilustración 302. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 8.*

E2: ¿Así?



P: este vector está apuntando hacia el mismo lado y tiene la misma distancia. Pero este que está acá también está cumpliendo esas condiciones: tiene la misma distancia y está apuntando hacia el mismo lado (mueve el punto que está sobre la circunferencia cambiando la dirección del vector que tiene como cola el punto rojo. Muestra las medidas del vector dado y el vector que tiene como cola el punto rojo)



*Ilustración 303. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 8.*

P: esos dos vectores están apuntando hacia la derecha y tienen la misma medida  
 ¿Qué condición hace falta o qué propiedades hacen falta para que esos dos vectores sean iguales? ¿cómo lo acomodarían para que ustedes digan que esos dos vectores ya son iguales o ahí esos dos vectores ya son iguales?

P cambia el color a los vectores colocando el vector dado de color café y el vector cuya cola es roja de color azul.

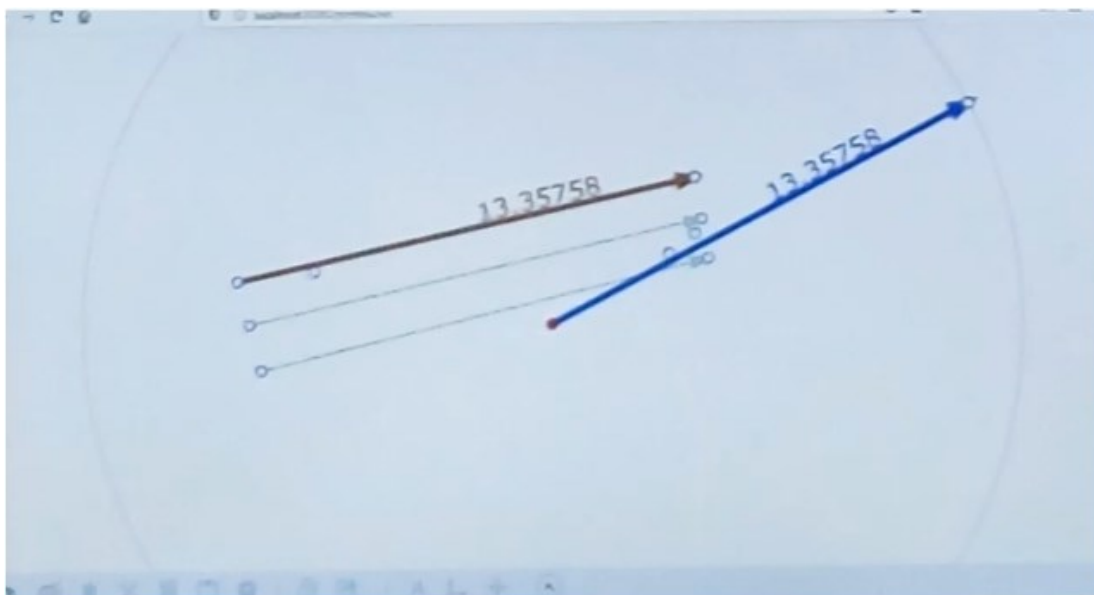


Ilustración 304. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 9.

E3: ¿Qué este apuntando al mismo lado?

E1: los dos están apuntando a la derecha. Sería que queden igual.

P: ¿Igual cómo?

Arrastran el punto que está sobre la circunferencia hasta que los vectores quedan aproximadamente paralelos.

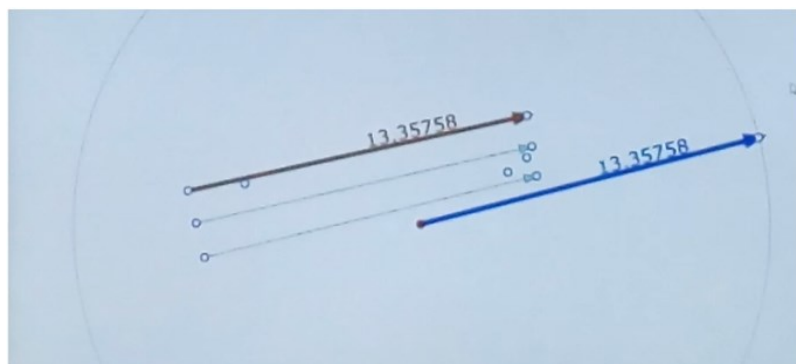
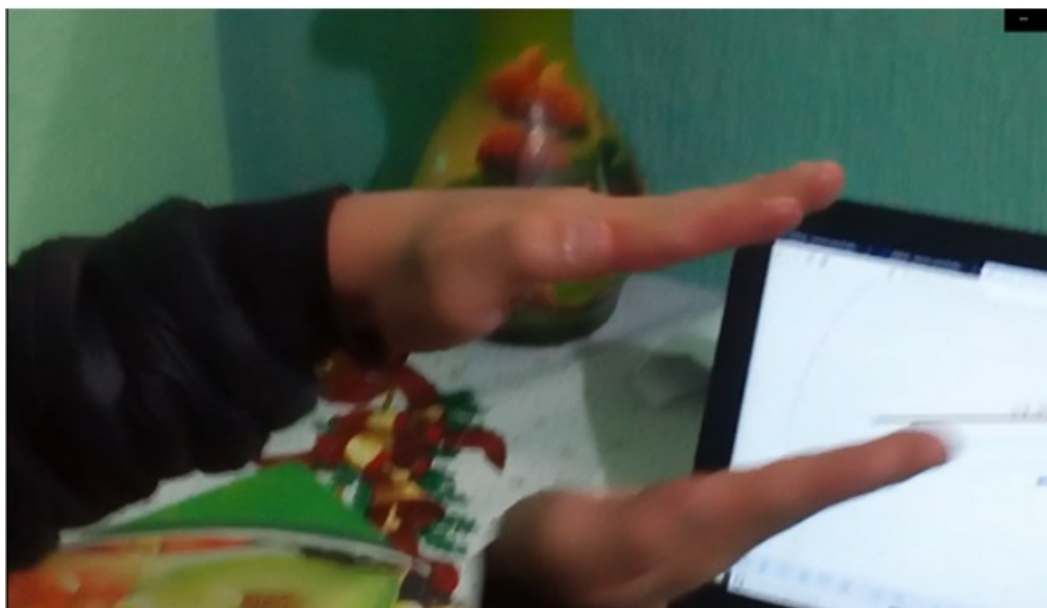


Ilustración 305. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 10.

P: ¿Quedaron igual en qué sentido?

E3: como en línea recta (coloca sus manos una encima de la otra señalando paralelismo)



*Ilustración 306. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 11.*

P abre la pestaña donde se encuentra la tarea 4.



*Ilustración 307. Actividad 3—tarea 4—cuarto intento—figura 2.*

P: vamos a construir los vectores que nos hacen falta usando las propiedades que acabamos de decir: Que todos apunten al mismo lado, que tengan la misma distancia ¿Cuáles fueron las otras que dijeron?

E3: que tengan la misma medida.

P: y la última que nos señaló E1. Ya les dije que herramienta se utiliza para que tengan la misma medida y no tengamos que acomodar.

Hacen un vector 2 en la pantalla.

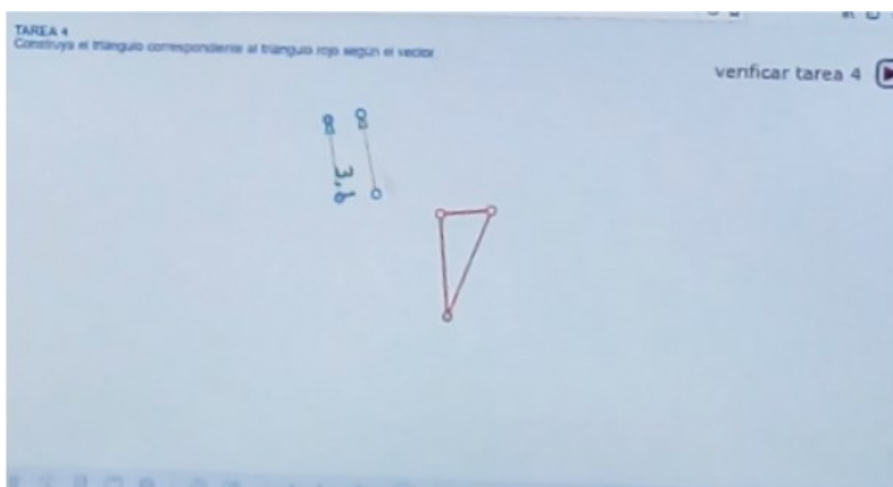


Ilustración 308. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 12.

P: ¿Se acuerdan cómo era, se acuerdan de que era con la herramienta compás? (da instrucciones de cómo utilizar la herramienta compás)

Utilizan la herramienta compás para hacer una circunferencia de radio igual a la magnitud de vector 1 y de centro el vértice C.

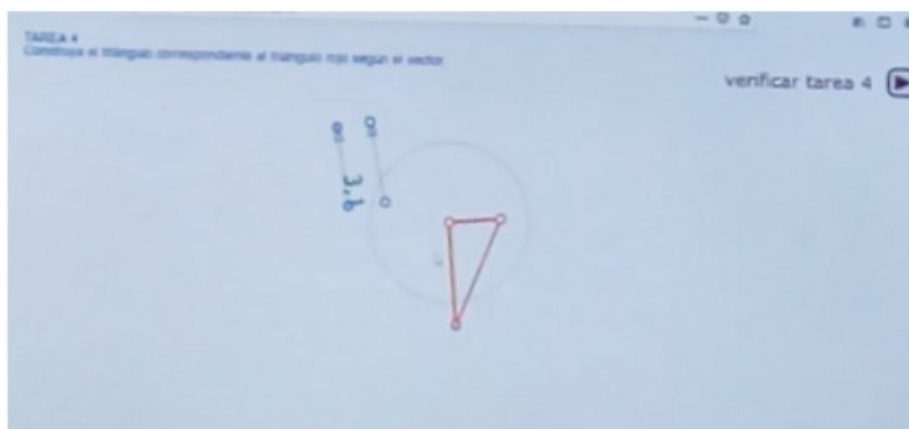


Ilustración 309. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 13.

E3: y ¿ahora qué? otra vez.

P: ¿Qué nos hace falta para saber dónde va a estar la cabeza del vector? Sabemos que cualquier punto que coloquemos sobre esta circunferencia (señala la circunferencia que construyeron los estudiantes) va a estar a la misma distancia del vértice (señala el vértice C) ¿Cualquier punto nos sirve? ¿Qué pasa si yo coloco un punto acá? (señala un punto sobre la circunferencia en sentido contrario al vector).

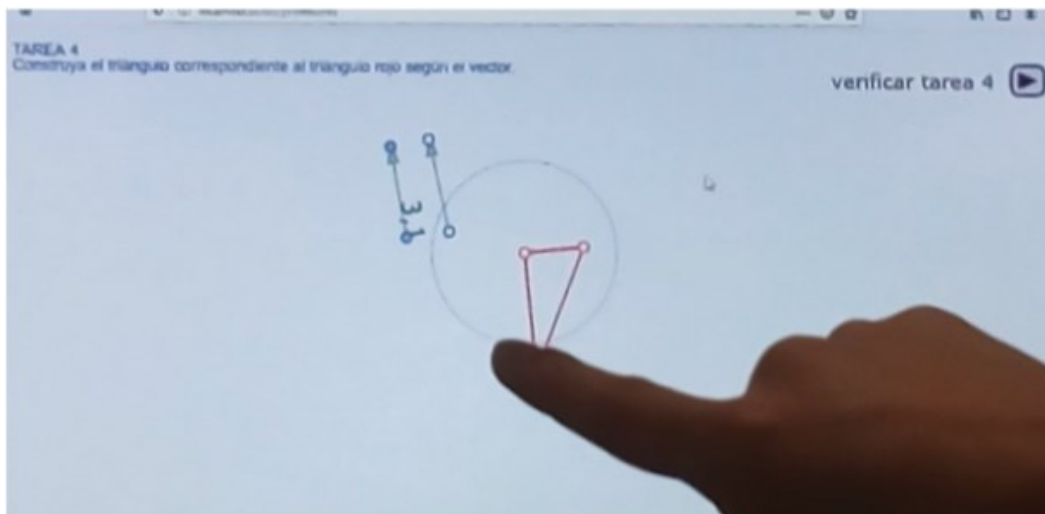


Ilustración 310. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 14.

P: ¿Qué pasa?

E3: no está a la misma dirección (entendemos que cuando E3 dice dirección se refiere a sentido).

P: cuando dice la misma dirección ¿Cómo la podemos describir?

E3: que no está apuntando hacia arriba como estos (señala los vectores)

P: ¿Cuál fue la última propiedad que nos dijo E3?

E3: que tienen que quedar en línea recta (coloca las manos señalando paralelismo).

P enseña cómo utilizar la herramienta *recta paralela*. Mientras los estudiantes van utilizando la herramienta para construir una recta paralela al vector 1 que pasa por el vértice C.

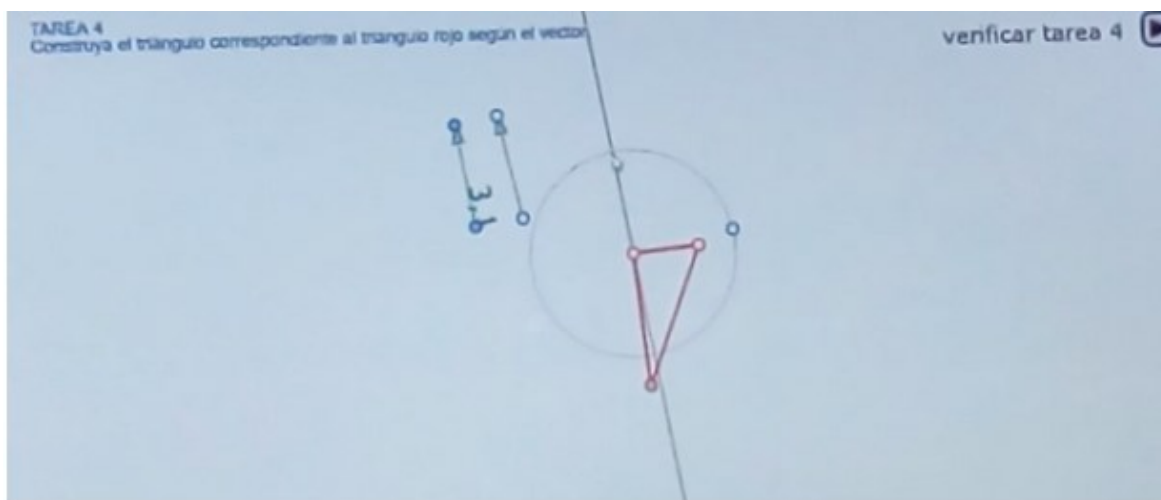


Ilustración 311. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 15

Los estudiantes construyen el vector 3 utilizando como cola el vértice C y como cabeza el punto de intersección, entre la circunferencia y la recta paralela, que se encuentra en el sentido que indica el vector 1.

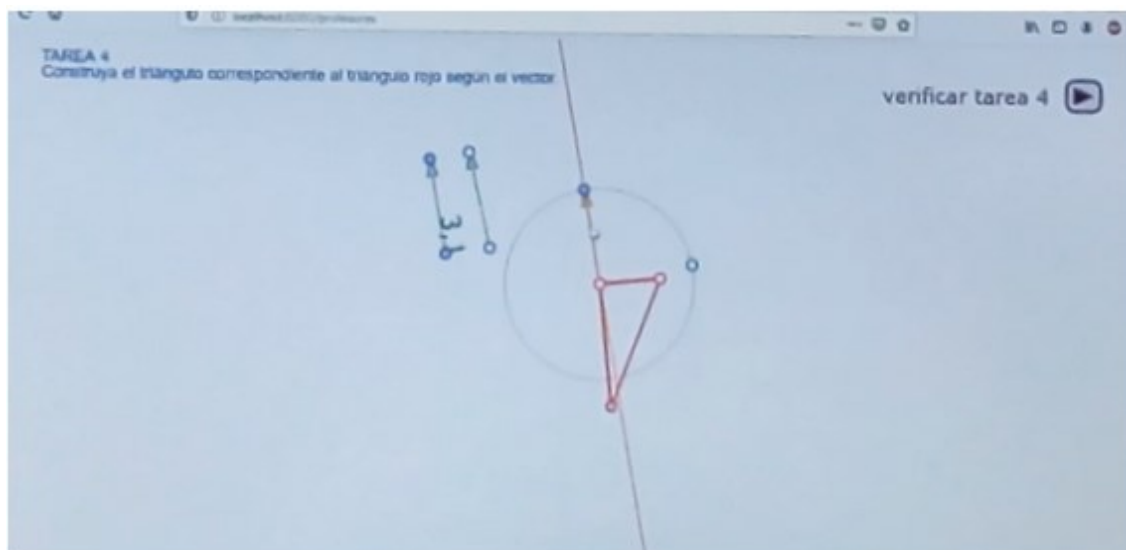


Ilustración 312. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 16.

P: ¿Ese vector es igual al que se nos estaba mostrando?

E3: pues para verificarlo, sería medir cuánto mide.

Muestran la medida de los vectores.

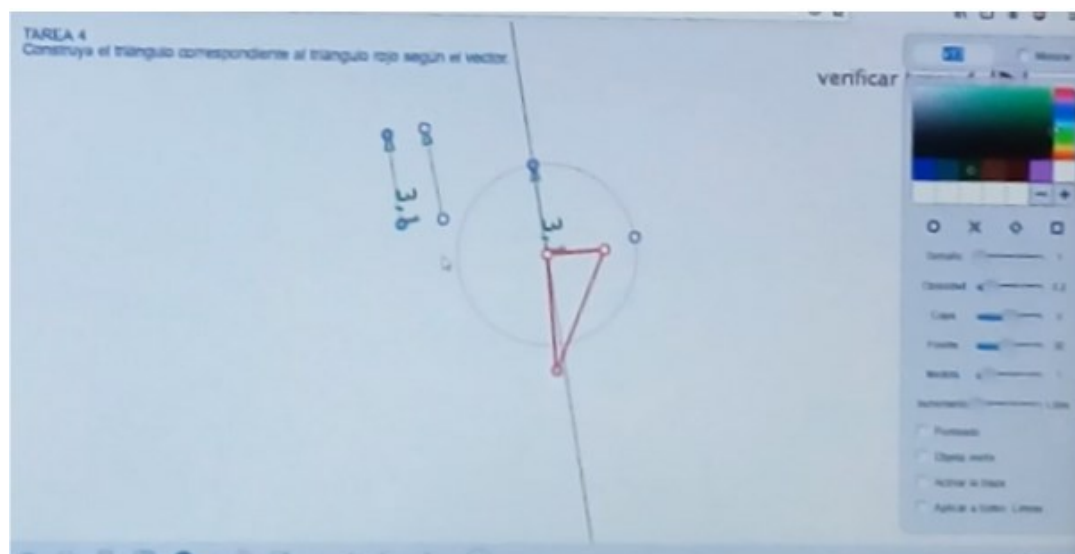


Ilustración 313. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 17.

E3: mide tres comas uno y este mide tres coma uno. Entonces miden lo mismo.

P: ¿Con ese solo vector podemos reconstruir el triángulo verde que se nos estaba mostrando?

E3: no. Sería construir diferentes vectores conectados, como hemos construido este (señala el vector 3).

Al construir los otros vectores los estudiantes presentaron errores como no tomar la circunferencia y la recta correspondientes al mismo vértice. Al mostrar la medida del vector invalidan la construcción.

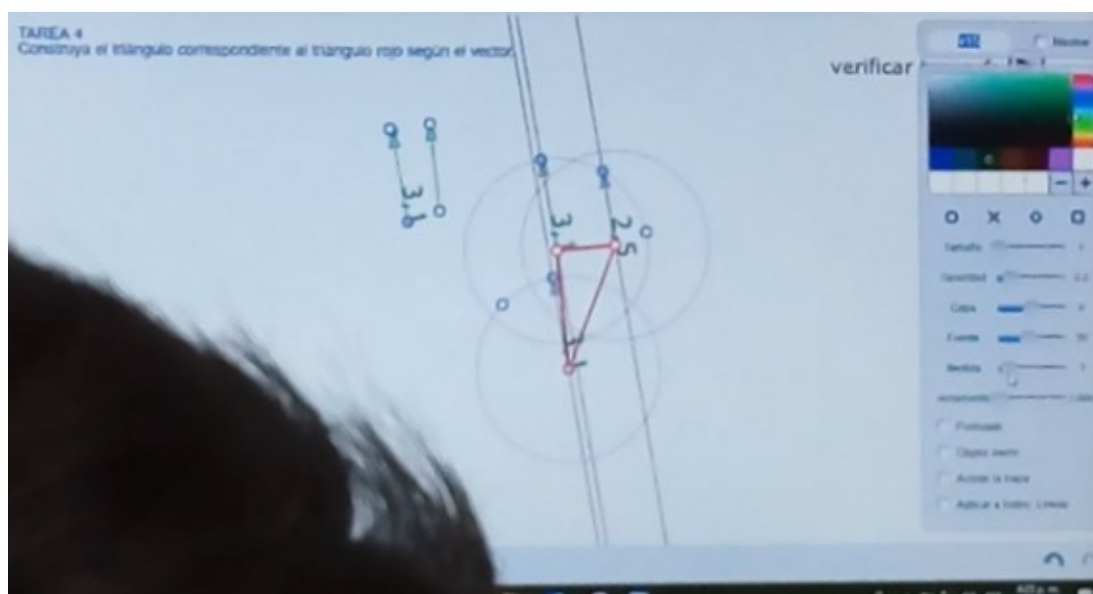


Ilustración 314. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 18.

E3: mide dos punto cinco.

P: por qué creen que mide dos coma cinco y no tres coma uno cómo los otros.

E3: ahhh ya. porque seleccionamos el compás de este lado y no del otro.

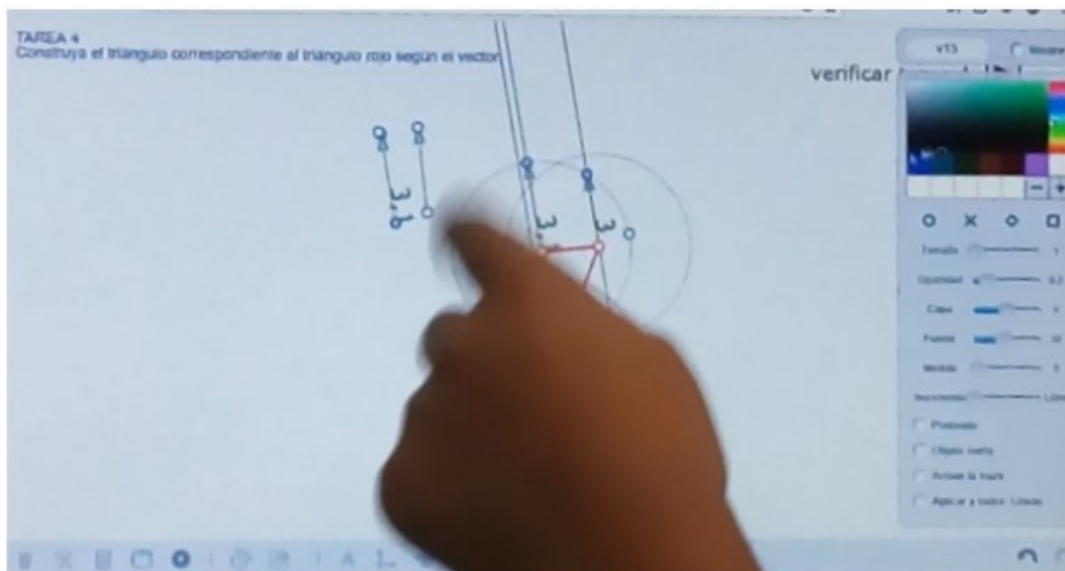


Ilustración 315. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 19.

borran el último vector y lo vuelven a construir, al medir notan que no tienen la misma medida. Esta Vez mide tres coma dos.

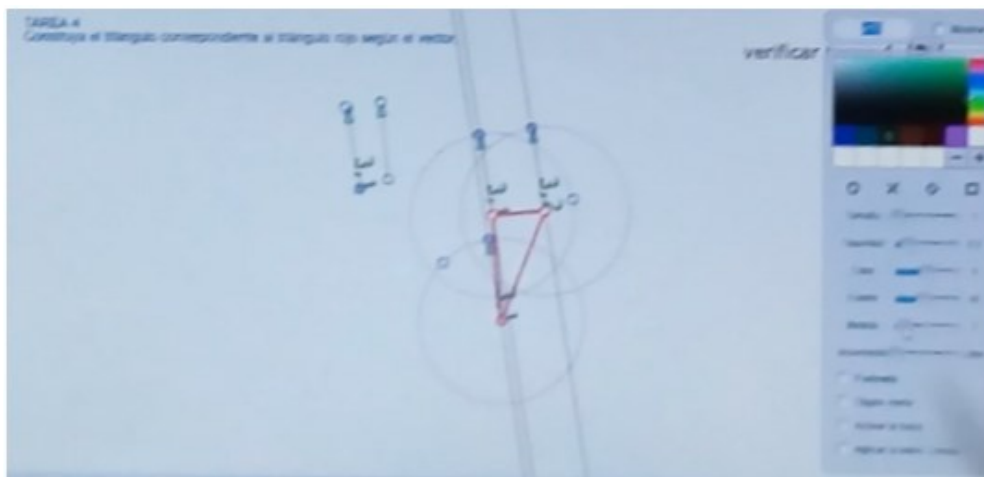


Ilustración 316. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 20.

E1: ¡que!

E2: ¿por qué tres coma dos?

E1: ¡si lo hicimos igual!

P: ahhh ya. Fue que acá creo otro punto (señala la cabeza del vector 1).



Ilustración 317. Actividad 3—tarea 4—intento 4—acciones 21.

Llevar el cursor al punto que habían creado sobre la cabeza del vector 1 y arrastran.

E3: ¿Por qué se agrandó? (señala con la mano la última circunferencia hecha)

P: Porque lo habían hecho sobre el punto que arrastró.

E3: ahhh entonces toca borrarlo.



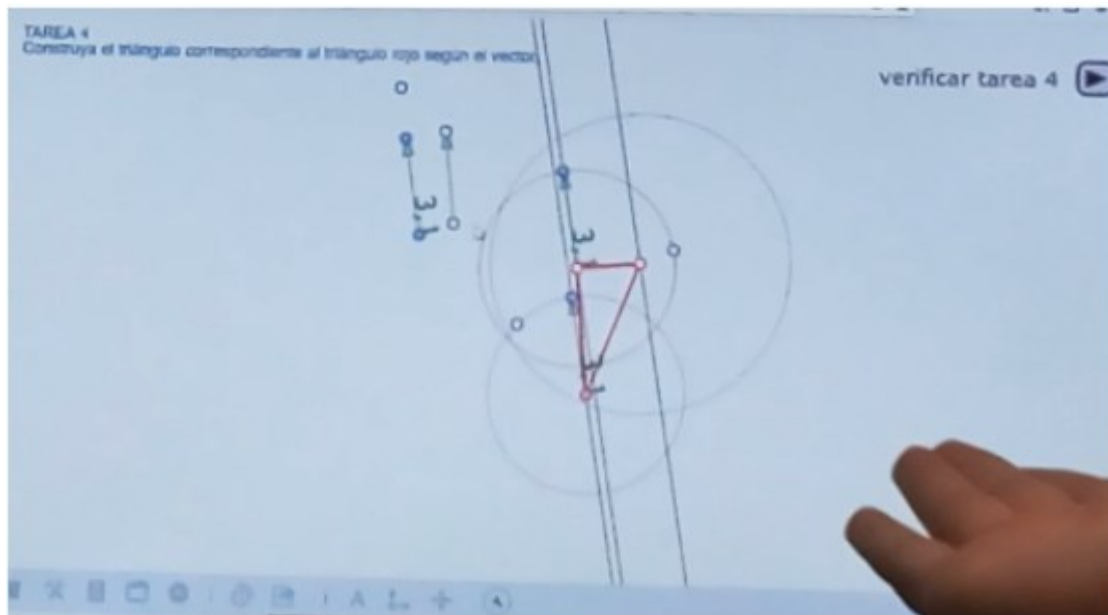


Ilustración 318. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 22.

Construyen los tres vectores utilizando las herramientas de *compás* y *recta paralela*.

E3: listo.

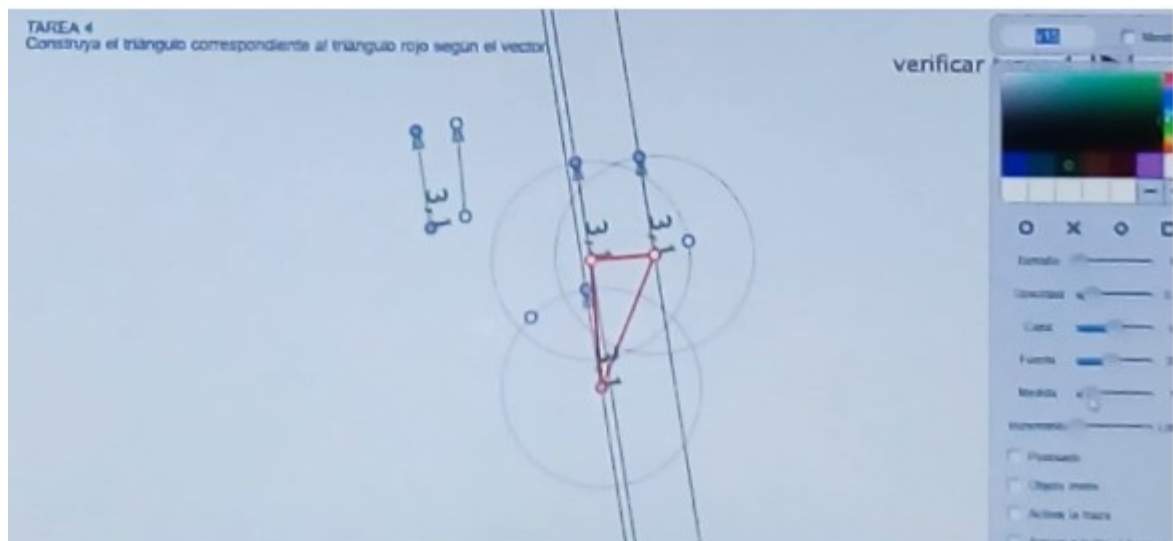


Ilustración 319. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 23.

P: ¿Ya está resuelta la tarea? Leamos el enunciado.

E3: “construya el triángulo correspondiente al triángulo rojo según el vector”. A hora sería con los puntos donde están los vectores, sería crear otro triángulo.

P: lo podemos hacer.

Utilizando la herramienta *segmento* unen las cabezas de los vectores que crearon.

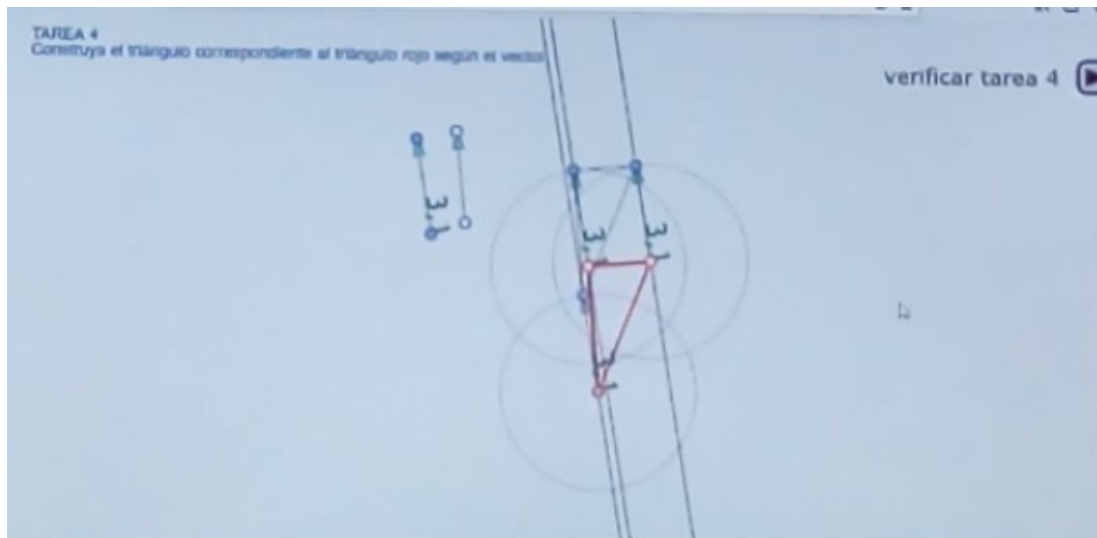


Ilustración 320. Actividad 3–tarea 4–intento 4–acciones 24.

E3: pero no sabría si falta algo más.

P: ¿Cómo sabríamos para saber si falta algo más?

E1: verificar.

Oprimen *verificar tarea 4*. Aparece el mensaje “la tarea 4 consta de dos verificaciones” y aparece el botón *primera verificación*.

Oprimen *primera verificación*. Aparecen el letrero. “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted acomodó coincide con el que se va a dibujar”; y el botón OK. Oprimen este último botón, se oculta el letrero y comienza a moverse la cola de un vector sobre el triángulo rojo, dibujando un triángulo verde y aparecen dos botones *reintentar tarea 4* y *Segunda verificación*.

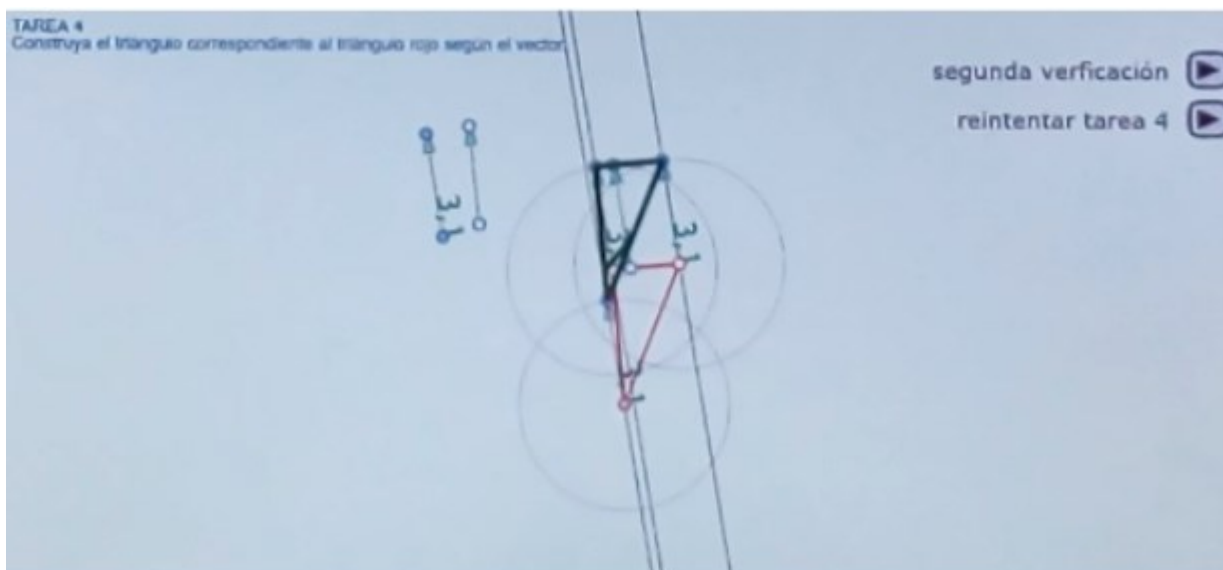


Ilustración 321. Actividad 3—tarea 4—intento 4—verificación 1.

P: ¿cumple con la primera verificación?

E1 y 3: sí.

E3: ahora sería segunda.

Oprimen *segunda verificación* el vector empieza a variar (cambiando de sentido, dirección y magnitud) y se muestra el mensaje “La segunda verificación consiste en modificar el vector y verificar si el triángulo que construyó se mueve con el vector.”

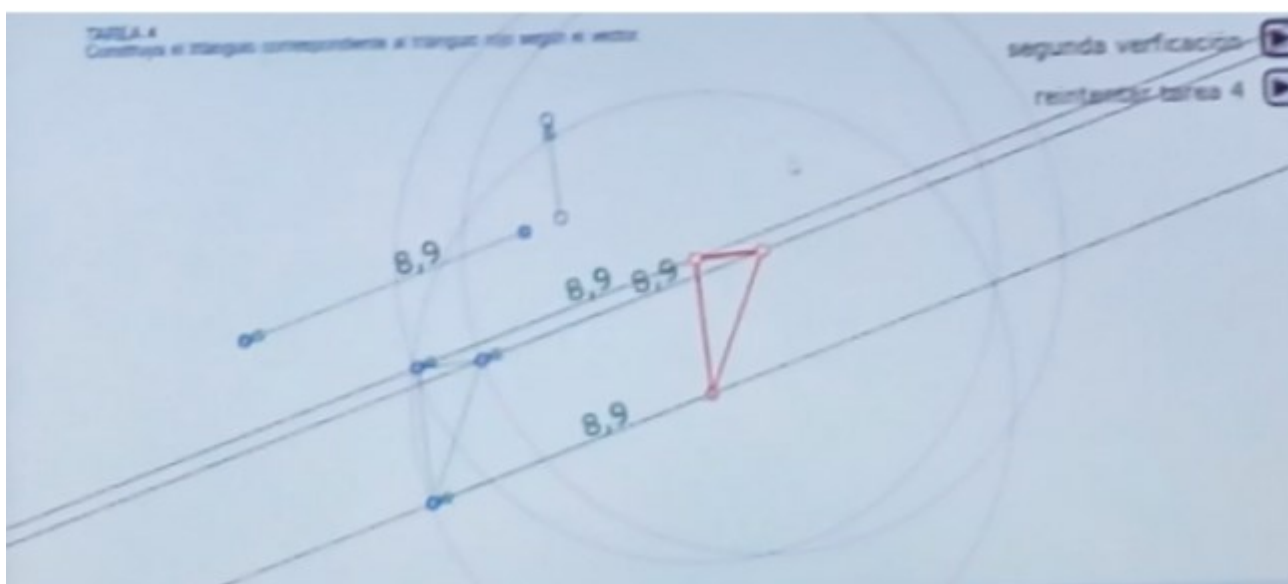


Ilustración 322. Actividad 3—tarea 4—intento 4—verificación 2

E1: sí. Si cumple.

P: ¿Cómo podríamos definir eso que acabamos de hacer? después de un momento de silencio. ¿Qué propiedades tiene que cumplir para que el triángulo verde se comporte de la misma manera que está indicando el vector?

E1: las mismas medidas.

E3: las condiciones ya están dadas porque el vector, es el mismo que habíamos tenido antes entonces ya están conectados con los vectores que tenemos ahora mismo y se están moviendo de la misma forma cómo se mueve el vector.

P: lo que le entiendo a E3 es: las condiciones las está dando el vector y los tres vectores tienen que ser iguales al vector dado. Entonces esas condiciones son misma medida ¿Qué otra cosa?

E3: lado hacia donde está apuntando.

E1: las rectas que pusimos (entendemos que se refiere a que los vectores tienen que ser paralelos).

## **Conclusiones**

Es evidente que los estudiantes reconocen que deben construir tres vectores iguales al dado. Para que esa construcción sea exacta y los vectores sigan siendo iguales cuando el vector dado se mueva, es necesario construir de manera explícita el paralelismo, la equidistancia y el mismo sentido. Sin embargo, los estudiantes tienen fija su atención en el movimiento y quieren reproducir el movimiento. El profesor interviene para tratar que cambien su atención hacia las propiedades que deben cumplir los vectores. Es evidente que los estudiantes no consideran de manera consciente esas propiedades y por lo tanto no pueden nombrarlas. El profesor interviene con ejemplos y contraejemplos para lograr que los estudiantes reconozcan las propiedades. La primera que reconocen es el sentido, que ellos llaman dirección. La segunda que reconocen es la magnitud. La última en ser reconocida es el paralelismo.

Después de haber reconocido y nombrado las propiedades de la traslación, y de haber reconocido y utilizado las herramientas correspondientes del software, los estudiantes resuelven la tarea.

La intervención del profesor es necesaria para centrar la atención de los estudiantes en las propiedades de los vectores y lograr que las nombren. No creemos que sea posible alcanzar esa toma de conciencia y esa formulación por los estudiantes al presentarles más tareas en el software.

Los estudiantes utilizan y mencionan conocimiento adquiridos en tareas pasadas, al decir que los triángulos tienen que ser iguales y tener la misma “acomodación”. Reconocen que el triángulo rojo y el triángulo verde tienen que ser congruentes y tener los lados respectivos paralelos (sin embargo, no nombran esta última propiedad). Cuando mencionan la misma “dirección” o “que apunte al mismo lado”, los estudiantes reconocen el sentido de traslación. Cuando los estudiantes dicen misma medida y extienden los dedos de la mano para medir la magnitud del vector, los estudiantes reconocen la magnitud de la traslación. Cuando los estudiantes dicen “línea recta” y colocan sus manos expresando el paralelismo, reconocen la dirección de la traslación. Cuando los estudiantes deciden construir un vector por cada vértice del triángulo rojo reconocen la univocidad de la traslación, donde a cada punto del triángulo rojo le corresponde un único punto en el triángulo verde.

Los estudiantes utilizan las retroacciones del medio para validar su tarea; por ejemplo, cuando deciden medir la longitud de cada vector para constatar que son iguales.

### **Defectos del diseño**

El vector no se puede mover en la tarea 4, esto impide que los estudiantes hagan construcciones aproximadas de la solución de la tarea.

El mensaje que se muestra en la primera verificación de la tarea 4 “Se moverá el vector sobre el triángulo rojo y se va a dibujar un triángulo verde. Su tarea está bien si el triángulo que usted *acomodó* coincide con el que se va a dibujar”. La tarea 4 es una tarea de construcción exacta, al decir acomodó da el carácter de que fuera una tarea de experimentación.

## Conclusiones generales

Realizamos un rediseño a las actividades de la ingeniería didáctica “conceptualización de la traslación con la mediación Cabri ELEM” en el software DGPad-Colombia, para la enseñanza del objeto matemático traslación.

Las potencialidades identificadas del uso del software para la enseñanza de la geometría son:

- La manipulación de figuras dinámicas, las cuales son imposibles en dibujos hechos a lápiz y papel. La programación del software garantiza que las propiedades dadas a la figura se mantengan al arrastrar, permitiendo a los estudiantes visualizar propiedades de una construcción y validar construcciones hechas por ellos.
- La automatización de retroacciones didácticas y matemáticas que invalidan estrategias no relacionadas con el saber matemático permite a los estudiantes desarrollar estrategias en las que se utilice conocimiento matemático para solucionar una tarea.

Se hace notorio como la TSD sirve para orientar el uso del software, buscando el aprendizaje por adaptación, producto de la interacción entre los estudiantes y el medio. Las potencialidades del software nos permitieron crear un medio adecuado para plantear tareas a los estudiantes, automatizando actos de devolución reduciendo la intervención directa del profesor.

En el análisis a priori se prevén acciones que los estudiantes realizan para solucionar las tareas, con el fin de programar retroacciones matemáticas y didácticas que validen las acciones relacionadas con la traslación e invaliden las que no corresponden a la traslación, logrando promover el aprendizaje por adaptación del objeto matemático traslación en los estudiantes que resuelvan las actividades.

En el diseño se utilizaron actos de devolución relacionados con la comprensión de la tarea y con controlar procesos intermedios. Por ejemplo, intervenir para que los estudiantes discutan entre ellos sobre la estrategia de solución de una tarea o enseñar a utilizar

herramientas del software.

El pilotaje permitió confirmar algunas hipótesis hechas en el análisis a priori. Por ejemplo, el refuerzo y abandono de acciones, que se evidencia con la disminución de intentos en los ejercicios para solucionar una tarea.

Los aprendizajes obtenidos por los estudiantes con el desarrollo de las tareas son:

- La dependencia entre una figura original y su traslación. En la primera actividad los estudiantes se dieron cuenta que al mover una manzana roja la correspondiente manzana verde, también se movía conservando la traslación. En la actividad dos los estudiantes lograron reconocer la correspondencia entre manzanas verdes y rojas, ya que percibieron las parejas de manzanas como una sola por medio de las relaciones con el vector.
- El sentido de la traslación. En la puesta en común de la actividad uno cuando se les propuso a los estudiantes comparar los ejercicios 1 y 2, y luego, 3 y 4, los estudiantes diferenciaron el cambio de sentido en la traslación de las manzanas mencionando la posición de las verdes respecto de las rojas.
- La magnitud. Esta propiedad de la traslación se evidencio en la segunda actividad, cuando los estudiantes utilizaron sus dedos para copiar las medidas de los vectores y las replicaron con las parejas correspondientes de vértices. En la actividad 2 y en la actividad 3 se observó que los estudiantes reconocieron que el triángulo original (rojo) y el triángulo imagen de la traslación (triángulo verde) son congruentes y tienen los lados correspondientes paralelos.
- La dirección de la traslación. Esta propiedad fue evidenciada en la actividad 3 cuando los estudiantes se enfrentaron a la construcción de la traslación de un triángulo según un vector dado. Ellos dijeron que los vectores tienen que quedar en línea recta y señalaron con las manos el paralelismo. Entendemos que los estudiantes mediante estas acciones hicieron referencia a la dirección de la traslación.

El desarrollo de la secuencia de las actividades y la programación de las retroacciones en el software de geometría dinámica son trabajos enriquecedores para nuestra futura labor docente, porque nos brindan herramientas metodológicas enfocadas en el uso de la

tecnología. El análisis a priori, el pilotaje y análisis de las retroacciones de las actividades nos hacen reflexionar sobre la planeación y la puesta en acción de las tareas propuestas.

Este trabajo puede hacerse con otros objetos matemáticos, como la rotación, y complementarse con tareas de verificación y justificación. Puede darse la descripción de una construcción, en lugar de una figura dinámica, pedirse a los estudiantes que decidan y argumenten si la descripción entregada corresponde a una construcción de traslación.

### **Recomendaciones.**

En el análisis del pilotaje se pusieron en evidencia errores de programación y de diseño como:

- En las tres actividades, se incluyeron series de ejercicios con diferentes vectores. En cada serie, había tareas de exploración (en las que los estudiantes podían identificar relaciones invariantes al manipular los objetos) y tareas de anticipación (en las que los estudiantes ya no podían manipular libremente los objetos y debían utilizar los conocimientos adquiridos en las tareas de exploración para resolver la tarea).

En el pilotaje, observamos dos dificultades: (1) como el enunciado de las tareas de exploración y de anticipación es el mismo, los estudiantes se demoran en comprender que en realidad son tareas diferentes. (2) una vez que los estudiantes desarrollan una estrategia de anticipación, volver al ejercicio de exploración era innecesario. Por lo tanto, prevemos dos cambios necesarios en el diseño: (1) separar dos series de ejercicios con vectores diferentes; una serie para las tareas de exploración y otra serie para las tareas de anticipación. (2) modificar el enunciado de las tareas de anticipación para mostrar la diferencia con las tareas de exploración.

- Las tareas de anticipación se dividen en dos: un primer momento para proponer la



solución de la tarea y un segundo momento para verificar esta solución. Esta verificación debía hacerse con las tres parejas de objetos (manzanas o puntos) en juego. En algunos casos, después de proponer una solución correcta, los estudiantes verificaban con una sola pareja de objetos. La retroacción programada les impedía continuar la verificación o pasar a la siguiente tarea. La única opción disponible era reiniciar el ejercicio, invalidando de esta manera la estrategia correcta.

- En el diseño se previó una transición entre el punto de vista global y el punto de vista puntual de la transformación. En un primer momento, se asumía el punto de vista global trabajando con objetos como globalidades (manzanas); luego se pasaba a un punto de vista puntual trabajando con triángulos en los que era necesario individualizar los vértices. La transición se daba en la actividad dos, presentando triángulos cuyos vértices eran manzanas y luego pasando a una representación normal de los vértices. El pilotaje mostró que esa transición no fue suficiente y los estudiantes no transfirieron los conocimientos adquiridos en el trabajo con las manzanas a las tareas con los triángulos. Por lo tanto, creemos que es necesario diseñar una tarea de exploración antes de la tarea 3 de la actividad 2, en la que permita a los estudiantes la estrategia de superposición y reconocer elementos puntuales en los triángulos como vértices y lados.

## **Bibliografía**

Acosta, M. y Fiallo, J. (2017). Enseñando geometría con tecnología digital. Una propuesta desde la Teoría de las situaciones Didácticas. Énfasis. Bogotá D.C.

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. Bogotá D.C.

Margolinas, C. (2009). La importancia de lo verdadero y lo falso en la clase de matemáticas. (Acosta, M. y Fiallo, J, trad.). Ediciones Universidad Industrial de Santander. (Trabajo original publicado en 1993)

Puentes, J. (2018). Automatización en los actos de devolución en CarMetal. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá D.C.