

Desarrollo del sentido numérico en los primeros años de aprendizaje. Cálculo táctico



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

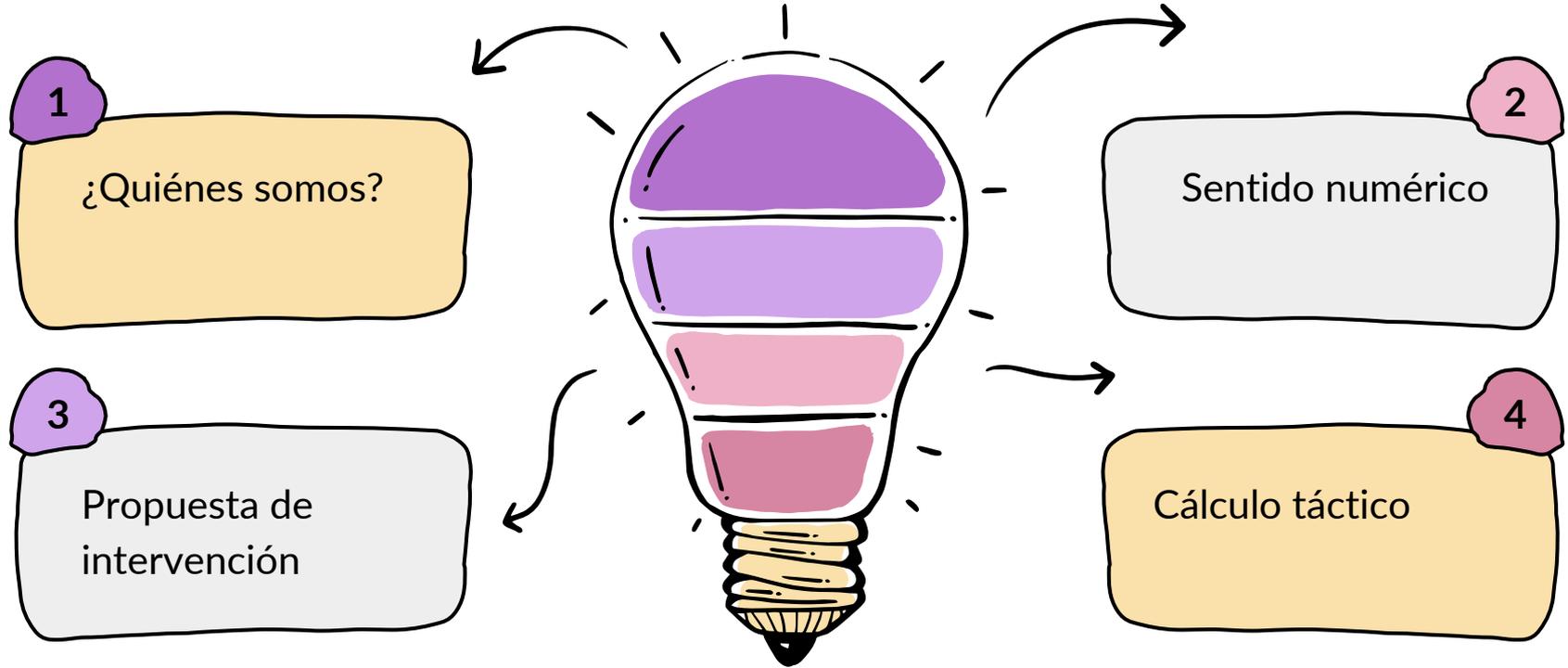
Natividad Adamuz Povedano
Universidad de Córdoba



FACULTAD DE
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Y PSICOLOGÍA

Conferencia Virtual UED
24 de febrero de 2024

Índice



¿Quiénes somos?



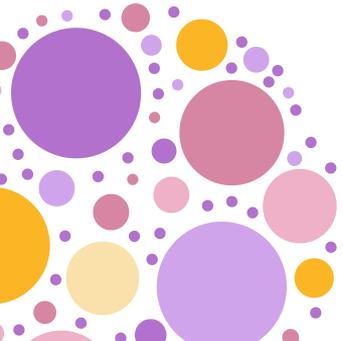
Rafael Bracho

Universidad de Córdoba,
España



M. Teresa García

CEIP Al-Ándalus,
España



¿Quiénes somos?

Educación basada
en Evidencias
Científicas



Rafael Bracho

Universidad de Córdoba,
España



M. Teresa García

CEIP Al-Ándalus,
España



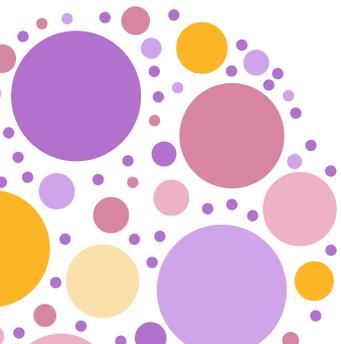
Elvira Fernández

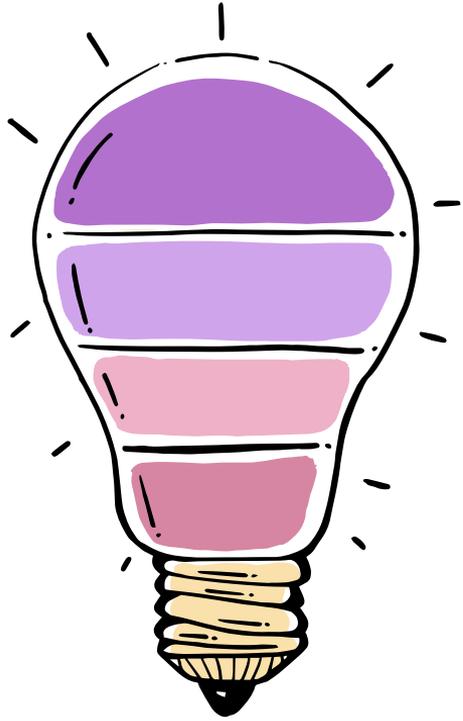
Universidad de Córdoba,
España



Natividad Adamuz

Universidad de Córdoba,
España





2

Sentido numérico



Sentido numérico

Sentido espacial

Sentido de la medida

Sentido estocástico

Sentido algebraico

SENTIDO MATEMÁTICO

Sentido numérico

McIntosh, Reys y Reys (1992)

El sentido numérico consiste en la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

Castro, Castro y Rico (2004)

En términos de estructura, se hace referencia a que el sentido numérico es una red conceptual bien organizada, propia de cada individuo, por la cual es capaz de relacionar números y propiedades de las operaciones para resolver problemas de manera flexible y creativa.

Sentido numérico



SN Aplicado

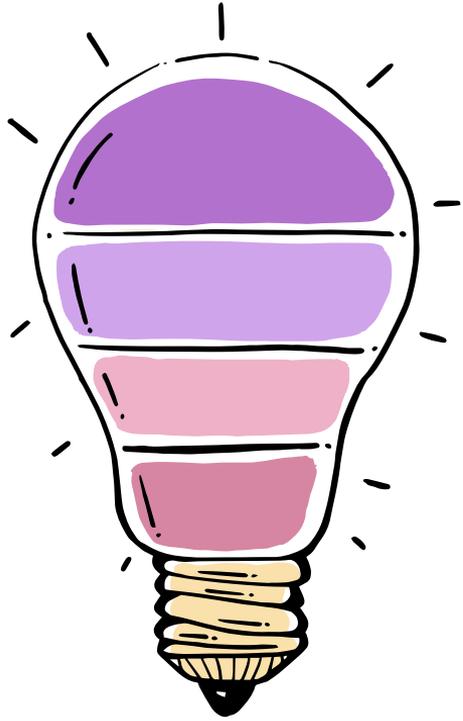
SN Fundacional

SN preverbal

(Andrews & Sayers, 2015)



(Andrews & Sayers, 2015)

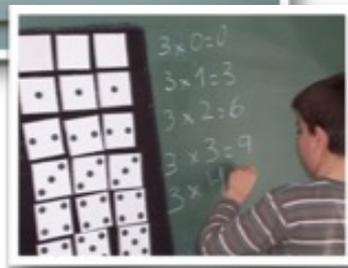


3

Propuesta de
intervención

Se basa en ...

Aprendizaje significativo del SND



Metodología de cálculo orientada al desarrollo del SN

$$76 + 16 =$$
$$76 + 10 + 4 + 2 = 92$$

Diagram showing the decomposition of 16 into 10, 4, and 2, and the addition of 76 + 10 = 86 and 86 + 4 = 90, leading to 92.

$$47 - 25 = 22$$
$$47 - 10 = 37$$
$$37 - 15 = 22$$

Diagram showing the decomposition of 25 into 10 and 15, and the subtraction of 47 - 10 = 37 and 37 - 15 = 22, leading to 47 - 25 = 22.

$$81 - 43 =$$
$$81 - 30 = 51$$
$$51 - 10 = 41$$
$$41 - 3 = 38$$

Diagram showing the decomposition of 43 into 30 and 10, and the subtraction of 81 - 30 = 51, 51 - 10 = 41, and 41 - 3 = 38, leading to 81 - 43 = 38.

¿Qué implica el desarrollo del SN?

Interacciones



Enfoque, secuenciación y tratamiento de los contenidos



Selección y uso de recursos didácticos



Diseño de actividades



Procedimiento de cálculo



El entorno de aprendizaje

Espacio físico

Distribución del tiempo

Clima emocional

Mirada al error

Apoyos visuales y manipulativos

Desarrollo de habilidades generales



Espacio físico

Distribución del tiempo

Clima emocional

Mirada al error

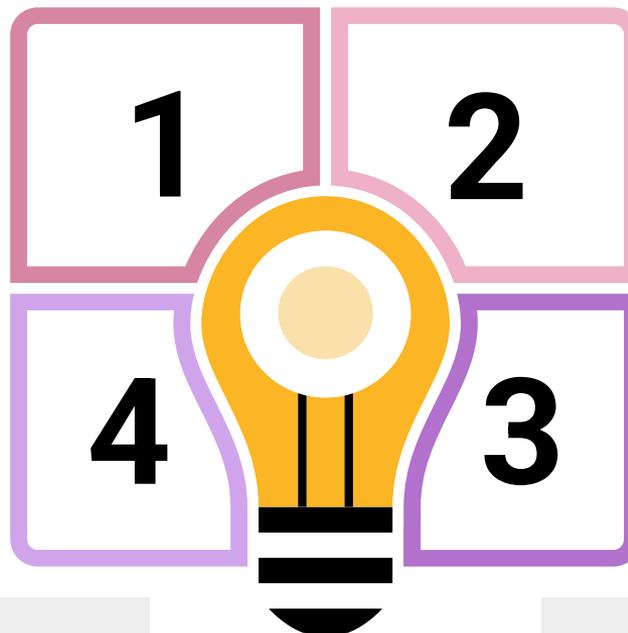
Apoyos visuales y manipulativos

Desarrollo de habilidades generales

El entorno de aprendizaje

Rutina

Trabajo grupal con material



Cierre

Trabajo individual

El entorno de aprendizaje

Espacio físico

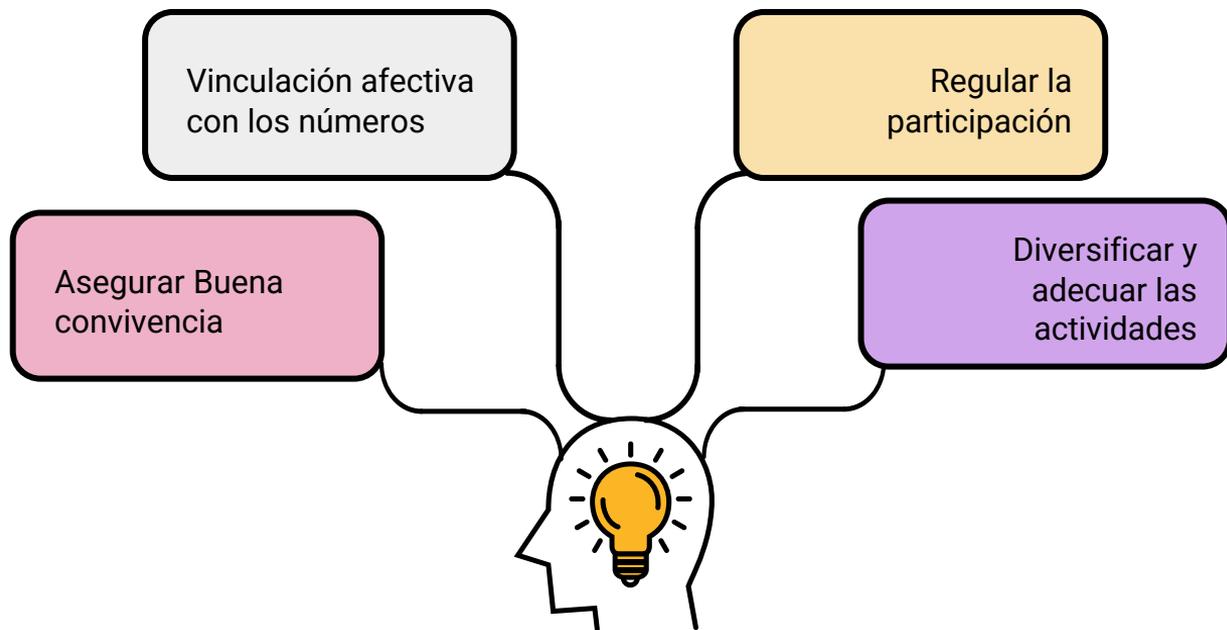
Distribución del tiempo

Clima emocional

Mirada al error

Apoyos visuales y manipulativos

Desarrollo de habilidades generales



El entorno de aprendizaje

Espacio físico

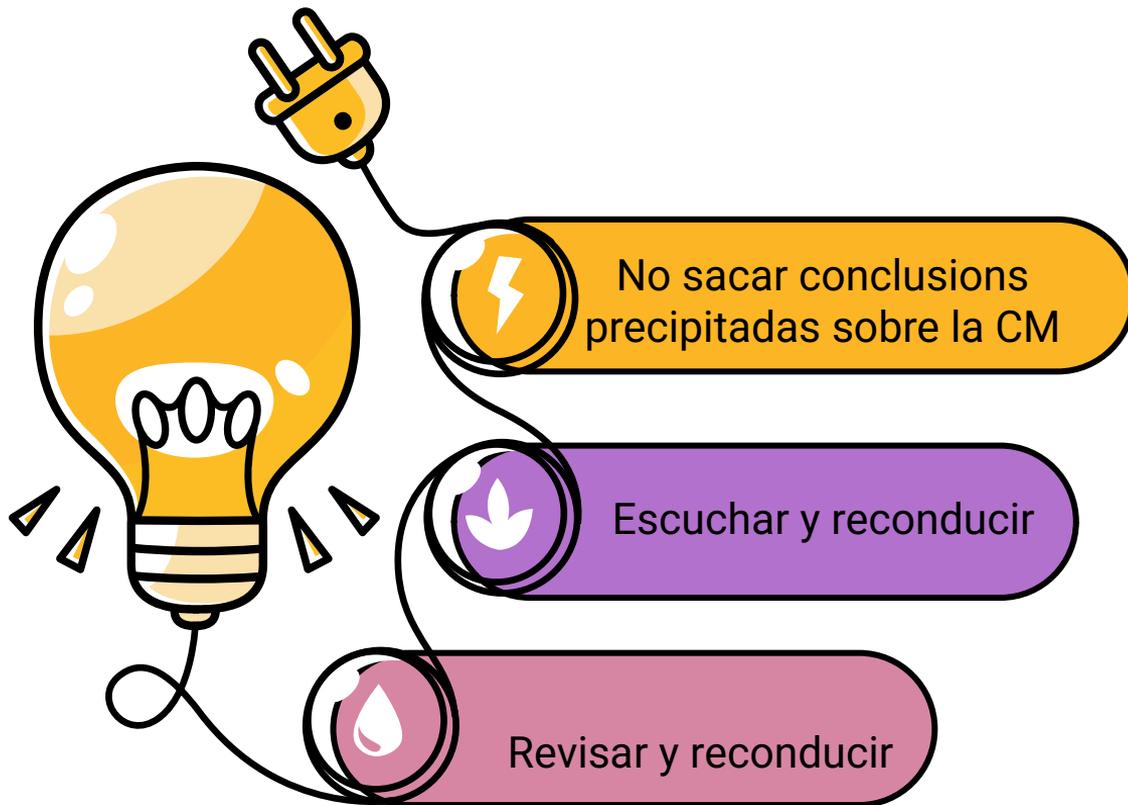
Distribución del tiempo

Clima emocional

Mirada al error

Apoyos visuales y manipulativos

Desarrollo de habilidades generales



Espacio físico

Distribución del tiempo

Clima emocional

Mirada al error

Apoyos visuales y manipulativos

Desarrollo de habilidades generales

El entorno de aprendizaje

Cinta numérica



Caja CDU



Panel 0-99

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Cuaderno 0-999

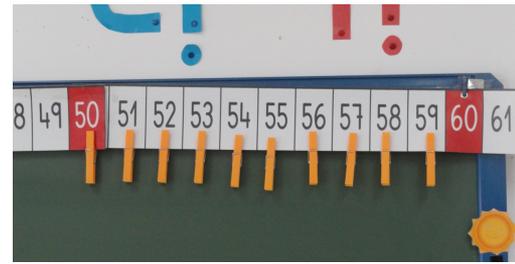


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

1. Presentar una nueva familia de números

- Diremos sus nombres lentamente, pronunciando bien, tomando conciencia de que el primero da nombre a los demás.
- Nos fijamos en los símbolos ¿qué tienen en común?
- Recordamos par-impar.
- Practicamos el tramo hacia adelante y hacia atrás a nivel oral.
- Llevamos el trabajo al cuaderno.

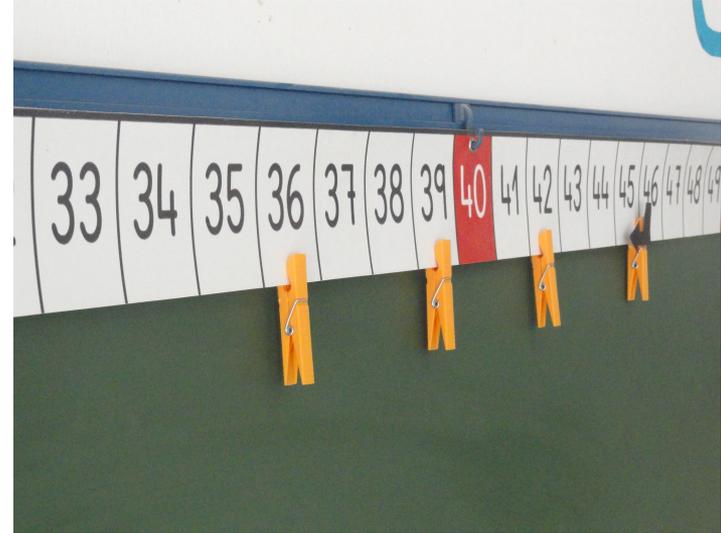
2. Situar a la nueva familia en la secuencia completa. Establecer relaciones de orden y de cantidad



- Marcamos en la cinta los números que componen la familia que vamos a trabajar.
- Vemos qué números están cerca o lejos, muy cerca o muy lejos.
- Aspecto ordinal: anteriores, posteriores, el anterior y el posterior. También en el panel.
- Aspecto cardinal: números mayores y menores que los de la familia. Escribimos en la pizarra con los signos correspondientes (<>).

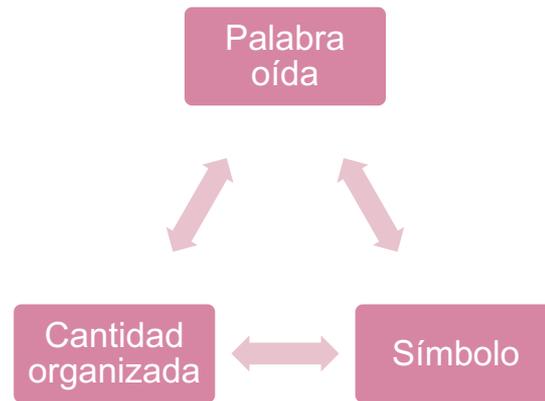
3. Contar a intervalos regulares

- Contar de uno en uno: ascendente y descendente.
- Contar de decena en decena.
- Contar de cinco en cinco, de dos en dos, tres en tres,...
- Terminamos llevando al cuaderno



4. Construir números con la estructura del SND

- Comenzamos introduciendo el primer número de la familia.
- Formamos todos los números que componen la familia, relacionándolos con el resto de representaciones:



4. Construir números con la estructura del SND



- Dictados manipulativos.
- Trabajo en cuaderno para conectar representaciones a nivel gráfico.



5. Expresar números como suma de unidades

- Trabajar la descomposición aditiva de los números según la estructura del SND.

$$30 + 2 = 32$$

Cantidad organizada



Descomposición aditiva en la pizarra

Símbolo en la cinta



6. Afianzar conocimiento de los números

- Dictados directos e indirectos:
 - El número 53
 - El posterior a 49
 - Un número que esté entre 48 y 53
 - Un número que esté entre 50 y 59, que sea par
 - Un número que tenga 5 decenas más que el 9
 - Un número que tenga dos unidades más que el 43
 - Un número que tenga una decena menos que 52

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

7. Tomar conciencia de lo que ya sabemos sobre los números

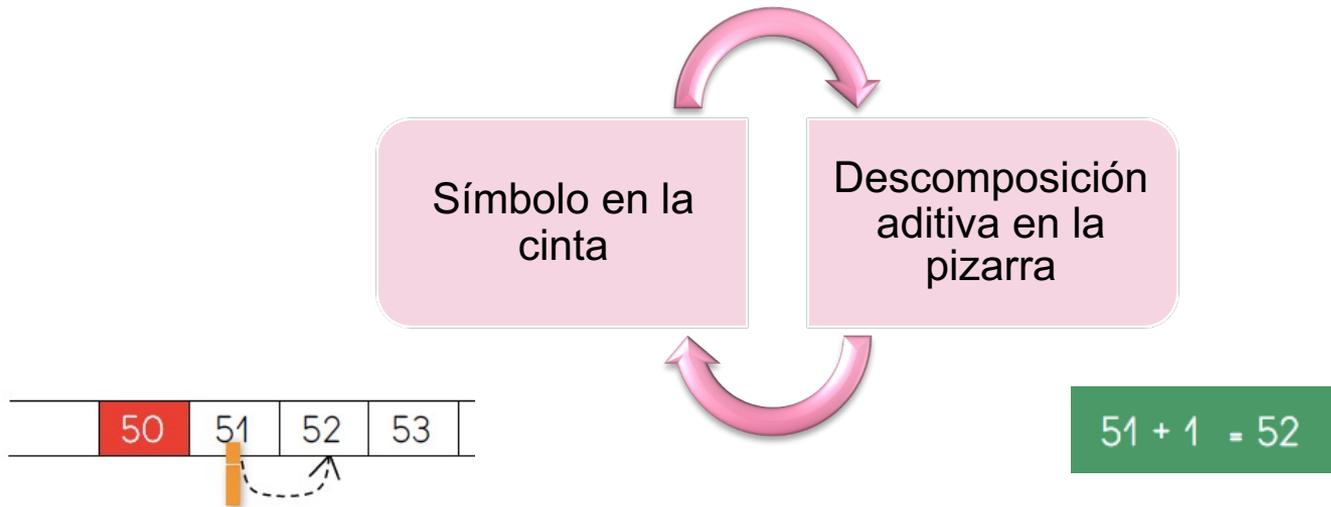
¿Qué sabes del número 57?	Tiene 5 decenas y 7 unidades.
Es el anterior al 58.	Es el posterior al 56.
Es impar.	Es menor que el 81.
Es mayor que el 51.	Le faltan 3 unidades para el 60.

- ¿Qué sabéis del número cincuenta y siete?



8. Automatizar el resultado de sumar y restar 1

- Es uno de los aprendizajes más elementales de la adquisición del sentido numérico: saber que si sumamos uno obtenemos el número siguiente de la secuencia.



9. Automatizar la suma de decenas exactas con números del 1 al 9

- Debemos conseguir que la suma de un número de una cifra a decenas exactas sea un hecho numérico.
- *Si a 50 le doy 1 tengo...*
- *Si a 50 le doy 2 tengo...*
- *Si a 7 le doy 50 tengo...*

10. Sumar y restar dentro de la familia

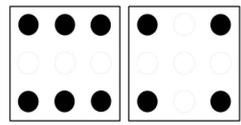
- Comenzamos recordando lo que ya saben:
 - La aritmética del 10

La aritmética del 10 como hecho numérico



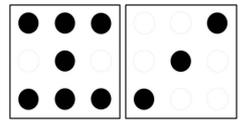
$6 + 4 = 10$

$4 + 6 = 10$



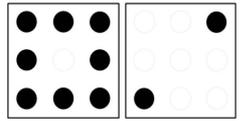
$7 + 3 = 10$

$3 + 7 = 10$



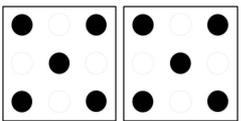
$8 + 2 = 10$

$2 + 8 = 10$

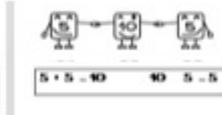
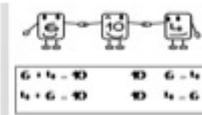
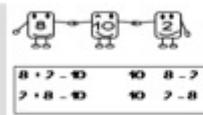
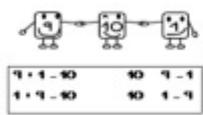


$9 + 1 = 10$

$1 + 9 = 10$



$5 + 5 = 10$



en la casa del 10...

Se va el 1 y queda el 9.

$10 - 1 = 9$

Se va el 9 y queda el 1.

$10 - 9 = 1$

Se va el 7 y queda el 3.

$10 - 7 = 3$

Se va el 4 y queda el 6.

$10 - 4 = 6$

Se va el 5 queda el 5.

$10 - 5 = 5$

Se va el 2 y queda el 8.

$10 - 2 = 8$

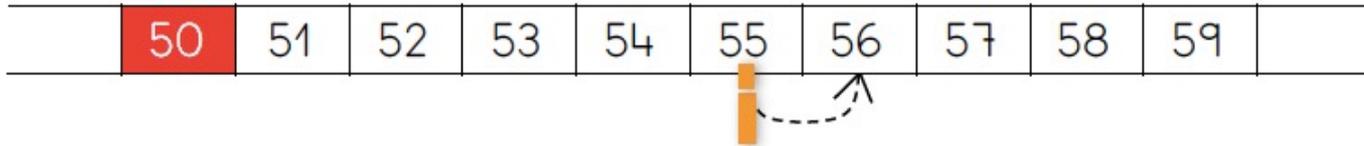
Se va el 3 y queda el 7.

$10 - 3 = 7$

contenta

10. Sumar y restar dentro de la familia

- Comenzamos recordando lo que ya saben:
 - La aritmética del 10
 - Sumas básicas



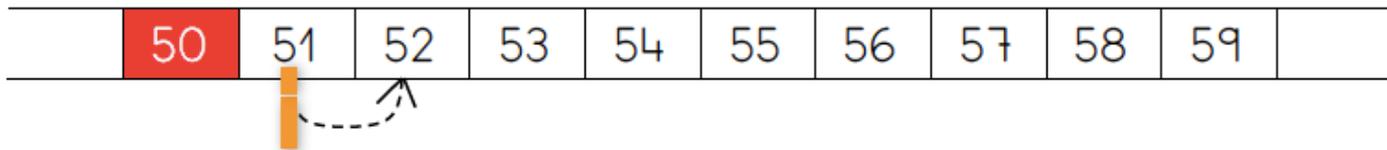
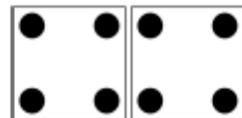
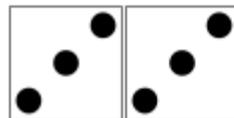
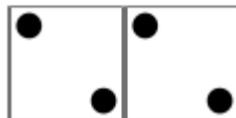
10. Sumar y restar dentro de la familia

- Comenzamos recordando lo que ya saben:

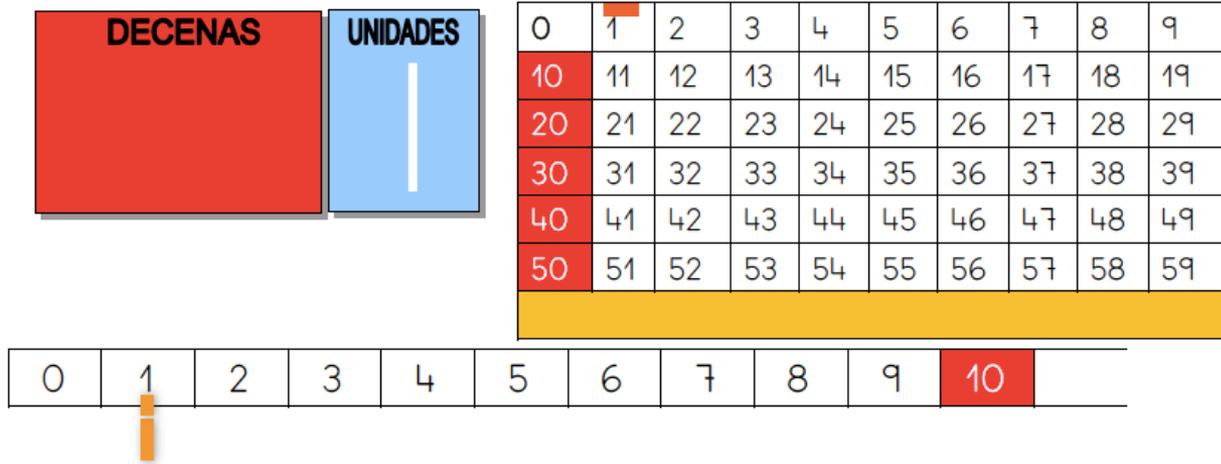
- La aritmética del 10

- Sumas básicas

- Dobles



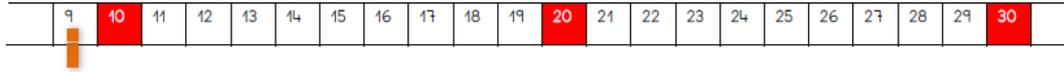
11. Comprobar la propiedad conmutativa de la suma



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

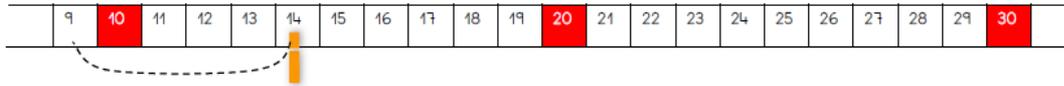


12. Realizar circuitos de operaciones sencillas

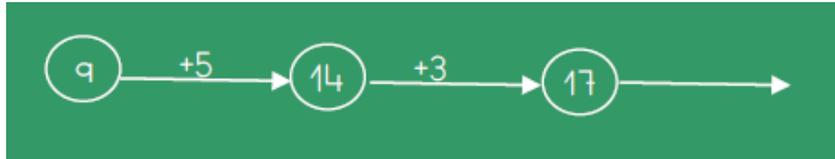


—¡Cinco puntos!...¿Dónde llegamos avanzando cinco?

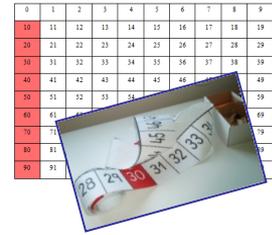
—¡Al catorce!...Claro, nueve más cinco son catorce.



—¿Y ahora?



Sumas y restas



13. Relacionar cada número de la familia con la decena siguiente

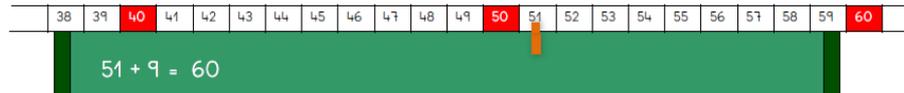
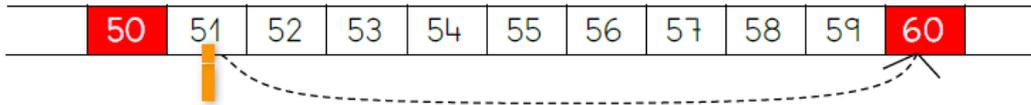
— *¿Recordáis cuánto le faltaba al 1 para llegar al 10?*



— *Nueve.*

— *Entonces...¿Cuánto le faltará al 51 para llegar al 60?¿Lo contamos uno a uno para comprobarlo?*

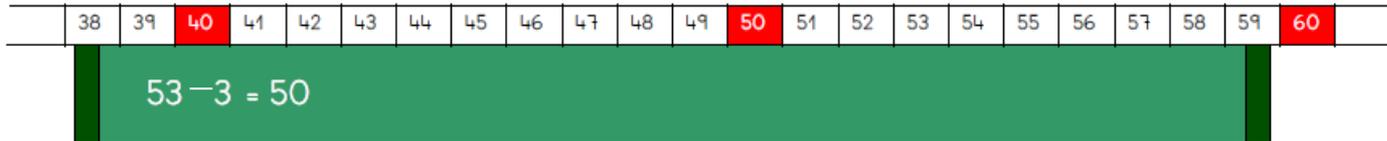
— *¡También es nueve! Entonces, si a 51 le doy 9 llegaré al 60.*



14. Relacionar cada número de la familia con la decena anterior

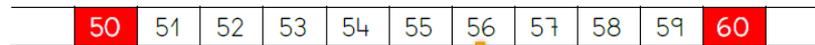


—“Tenemos cincuenta y tres. Quitamos tres. Nos quedan cincuenta”.



—Estamos situados en el número cincuenta y seis...¿Cuánto tenemos que retroceder para volver al cincuenta?

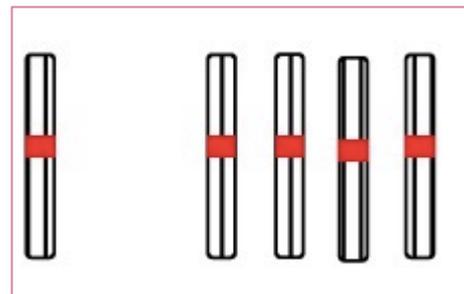
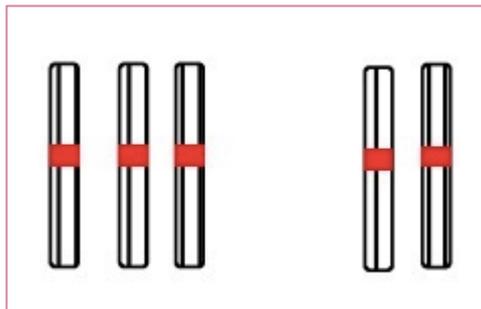
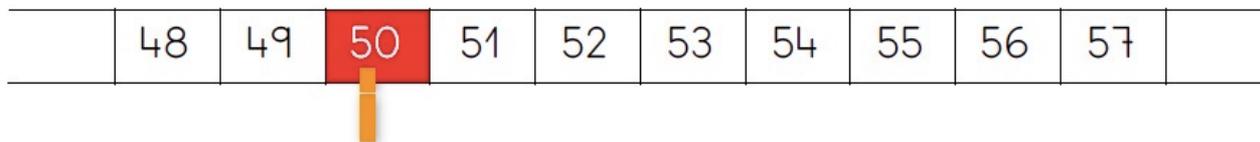
En la cinta lo marcamos como un retroceso



—Tenemos que retroceder seis.



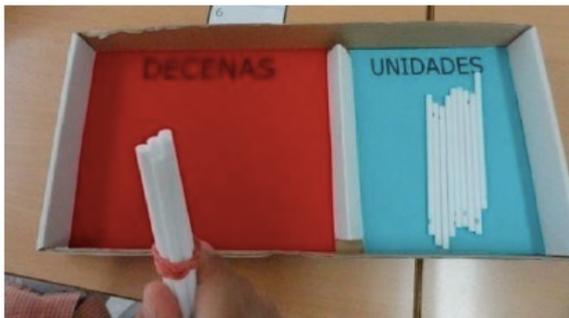
15. Descomponer en decenas exactas y expresar como suma



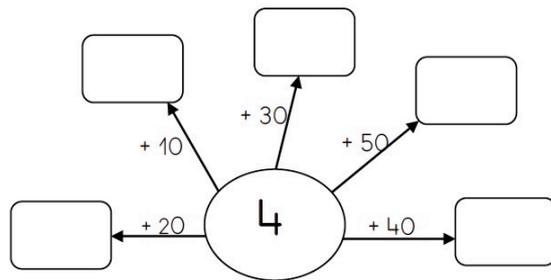
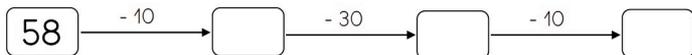
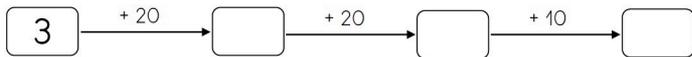


16. Sumar y restar decenas exactas a otros números

- Caja → Panel → Cinta → Escrito

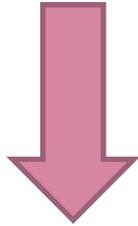


0	1	2	3	4	5	6	7	8
10	11	12	13	14	15	16	17	18
20	21	22	23	24	25	26	27	28
30	31	32	33	34	35	36	37	38
40	41	42	43	44	45	46	47	48
50	51	52	53	54	55	56	57	58



17. Sumar y restar 9, 19,...

- Sumar diez o múltiplos de diez en el panel



- Sobre esta certeza podemos sustentar la estrategia que consiste en compensar la demasía en una suma o en una resta.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

17. Sumar y restar 9, 19,...



Suma 9
sumando 10
y quitando 1

$$48 + 9 = 57$$

	48
57	58

$$46 + 9 = 55$$

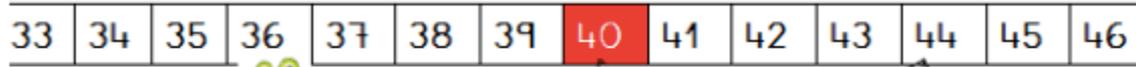
	46
55	56

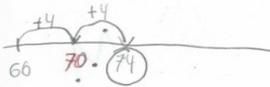
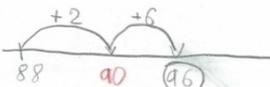
$$32 + 9 = 41$$

	32
41	42

18. Sumar y restar cantidades descompuestas

- Suma y resta con Saltarina



<p>Saltarina suma</p> <p>X X 8 X X</p> 	<p>$66 + 8 = 74$</p> 
<p>$25 + 8 = 33$</p> 	<p>$88 + 8 = 96$</p> 

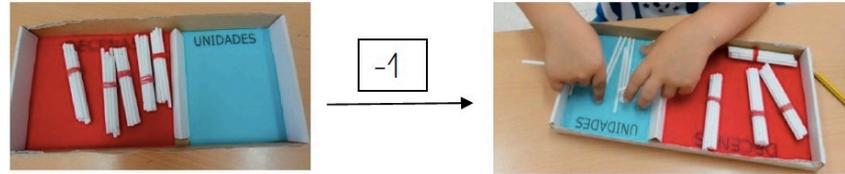


19. Restar desde decenas exactas

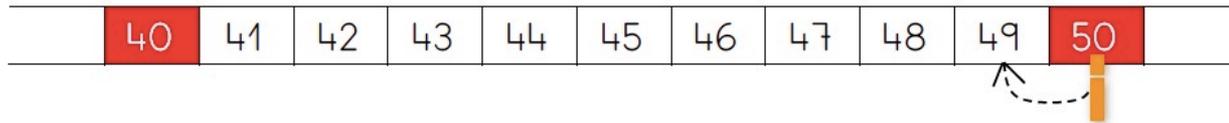
- Al proponer al alumnado estas experiencias distintas pero a la vez complementarias, conseguiremos:
 - Reforzar la comprensión de la suma y la resta como operaciones inversas.
 - Automatizar la cantidad que relaciona a cada número con la decena que le sigue.
 - Expresar con fluidez las expresiones de suma y resta que corresponden a esta relación.

19. Restar desde decenas exactas

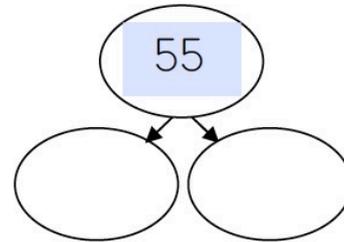
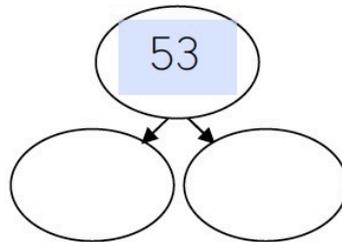
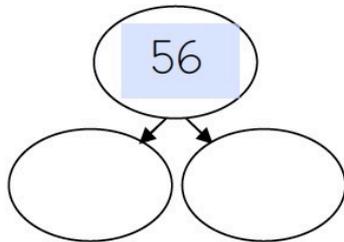
- Retomamos desde los amigos del 10 (manos, regletas, cinta,...)
- Trabajamos en la caja:



- Lo llevamos a la cinta:



20. Componer y descomponer cantidades de manera flexible



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

21. Generar operaciones de un modo creativo

- Consigue...

Consigue
29
Con + y =

$$29 = 10 + 19$$
$$10 + 19 = 29$$
$$80 - 51 = 29$$
$$39 - 10 = 29$$



21. Generar operaciones de un modo creativo

- El explorador despistado

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Nº INICIO Y COLOR	CONSIGNAS				Nº FIN	OPERACIONES
54 ROSA	↑ 4	→ 5	↓ 2	← 3		
99 AZUL	← 3	↑ 4	→ 3	↓ 2		
3 VERDE	← 1	↓ 7	→ 2	↓ 1		

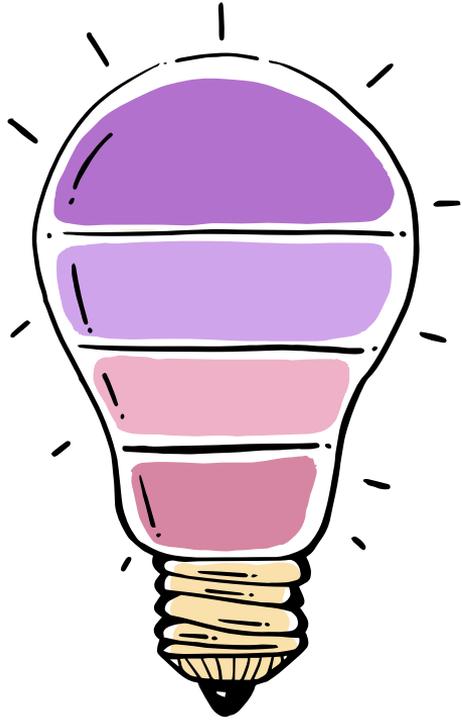
22. Resolver operaciones y problemas

- Estrategias:
 - Suma y resta “poco a poco”
 - Suma y resta “como en la caja”
 - Suma y resta “como saltarina”
 - Suma y resta “con el panel”
 - ¿Me pasas unidades?
 - ¡Atención al 9!



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99





4

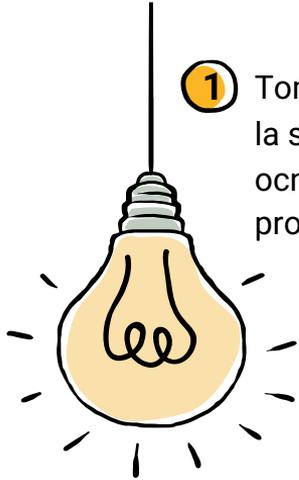
Cálculo táctico

Cálculo táctico

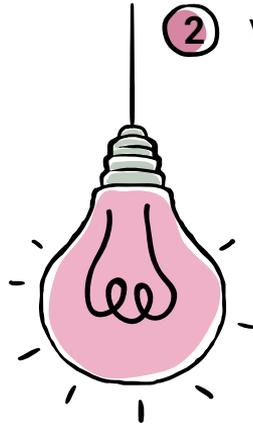
Táctica

Procedente del griego “poner en orden”. Sistema o método que se desarrolla ordenadamente para ejecutar un plan y obtener un objetivo particular (RAE, 2014).

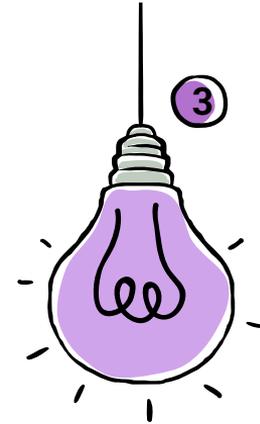
En una situación problemática...



- 1** Tomar conciencia de la situación y de los conocimientos propios

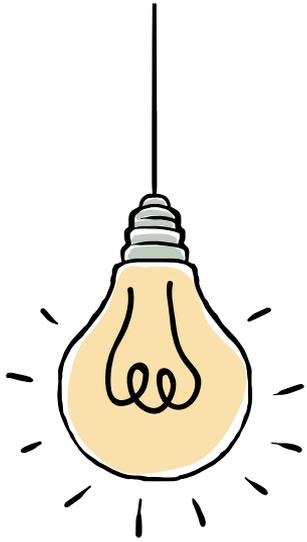


- 2** Valorar riesgos



- 3** Establecer camino a seguir

Sumas y restas con la caja de numeración



Táctica por
descomposición
decimal

$$76 + 16 =$$
$$76 + 10 + 4 + 2 = 92$$

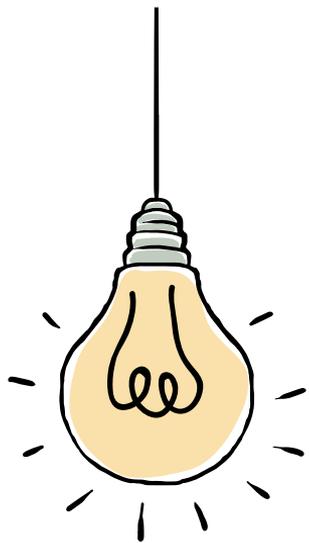
Diagram illustrating the decomposition of 16 into 10, 4, and 2. A bracket under 76 and 10 is labeled 86. A bracket under 86 and 4 is labeled 90. A bracket under 90 and 2 is labeled 92.

$$58 + 26 = 84$$
$$58 + 2 + 20 + 4 = 84$$

$$41 - 35 =$$
$$41 - 1 - 30 - 4 = 6$$

$$63 - 24 =$$
$$63 - 3 - 20 - 1 = 39$$

Sumas y restas con palillos fuera de la caja



Táctica por
descomposición libre

$$44 - 15 =$$

$$44 - 5 - 5 - 5 = 29$$

$$\begin{array}{r} 47 - 25 = 22 \\ 47 - 10 - 15 = 22 \\ \quad \quad \quad 37 \end{array}$$

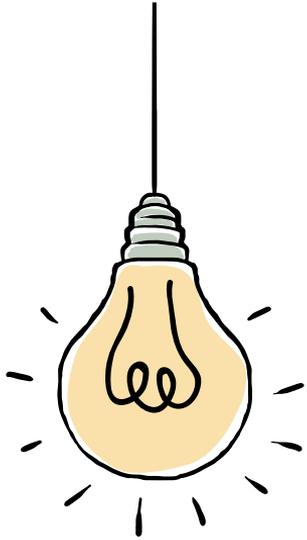
$$81 - 43 =$$

$$81 - 3 - 10 - 30 = 38$$

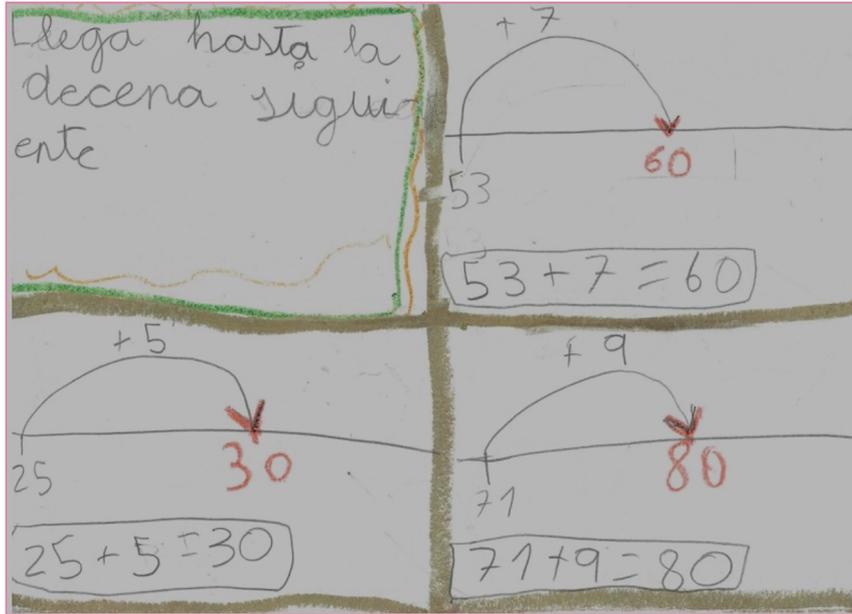
$$37 + 56 =$$

$$37 + 3 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 3 = 93$$

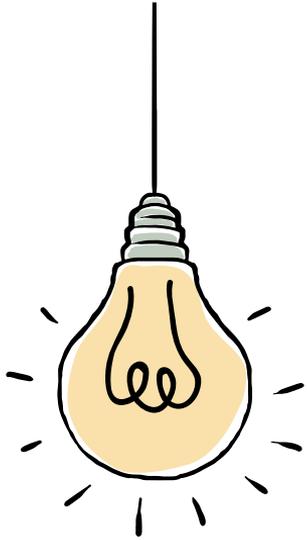
Sumas y restas en la Línea Numérica Vacía (LNV)



Táctica de desplazamiento



Sumas y restas en el tramo 0-999



Táctica de
descomposición

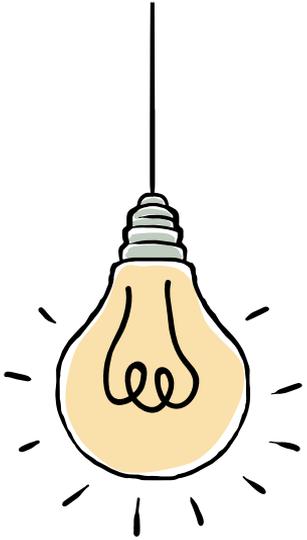
$$354 + 67 = 421$$
$$354 + 6 + 40 + 20 + 1 = 421$$

360 400

$$631 - 359 = 272$$
$$331 - 59 = 272$$
$$331 - 1 - 30 - 20 - 8 = 272$$

330 300 280

Sumas y restas en el tramo 0-999



Táctica de valor
posicional

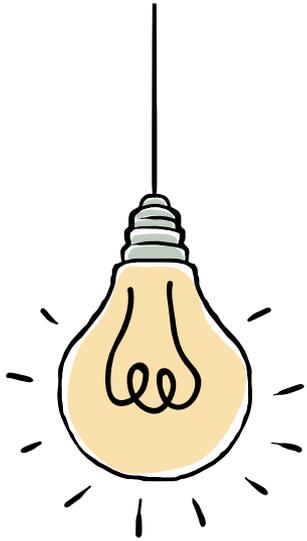
$$425 + 67 + 326 = 818$$

$$C - 400 + 300 = 700$$

$$D - 20 + 60 + 20 = 100$$

$$U - 5 + 7 + 6 = 18$$

Sumas y restas en el tramo 0-999



$$\begin{array}{l} 269 + 394 = 663 \\ 569 + 94 = 663 \\ 569 + 1 + 30 + 60 + 3 = 663 \\ \quad \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ \quad 570 \quad 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 631 - 359 = 272 \\ 331 - 59 = 272 \\ 331 - 1 - 30 - 20 - 8 = 272 \\ \quad \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ \quad 330 \quad 300 \quad 280 \end{array}$$

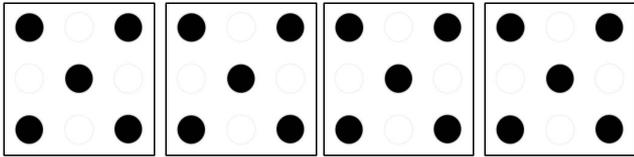
Combinación de
tácticas

Simplificación

Descomposición
conveniente

Multiplicación

Representar la multiplicación con materiales manipulativos generalizando a las decenas.



$$4 \text{ "veces" } 5 \rightarrow 4 \times 5 = 20$$



$$4 \text{ "veces" } 222 \rightarrow 4 \times 222 = 888$$

$$\begin{aligned} 6 \times 97 &= 582 \\ 6 \times 90 &= 540 \\ 6 \times 7 &= 42 \end{aligned}$$

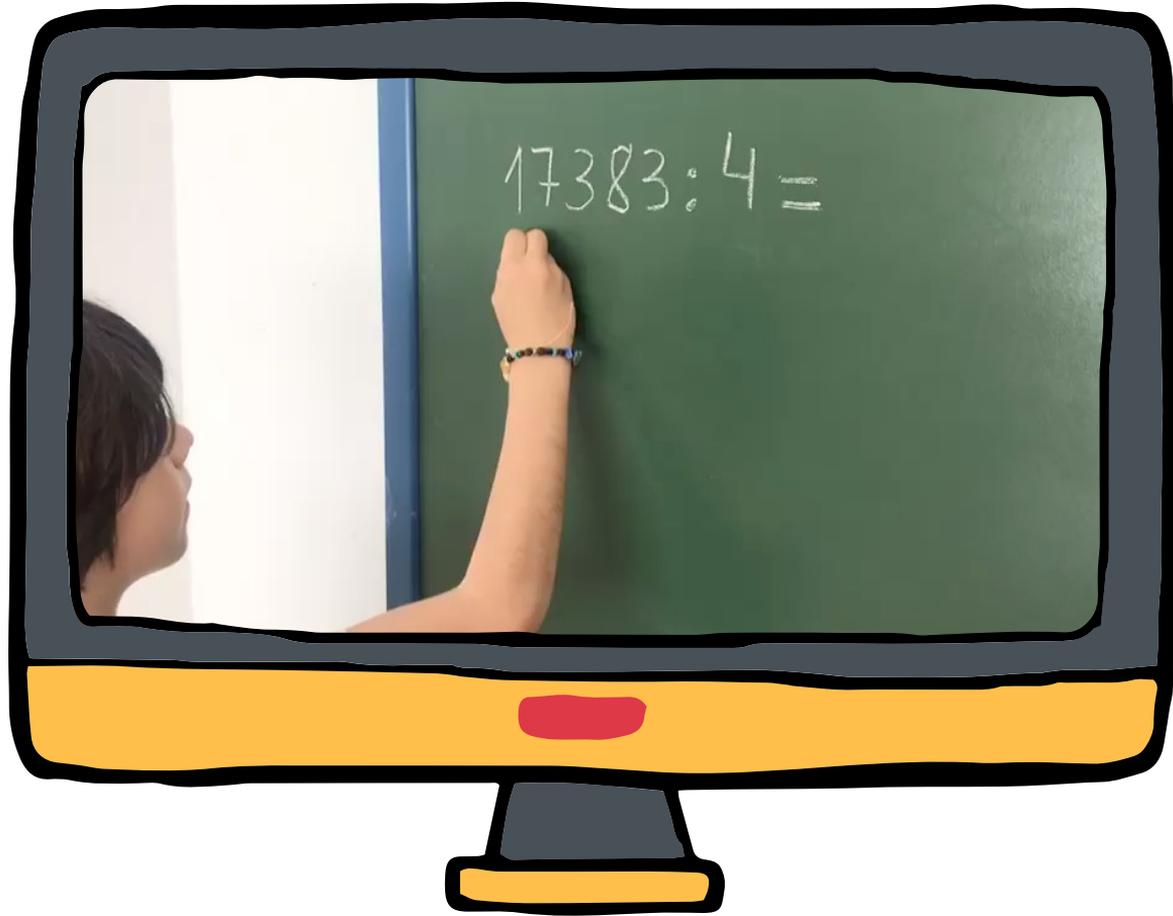
$$\begin{aligned} 4 \times 235 &= 940 \\ 4 \times 200 &= 800 \\ 4 \times 30 &= 120 \\ 4 \times 5 &= 20 \end{aligned}$$

División

Rutinas previas:
repartos

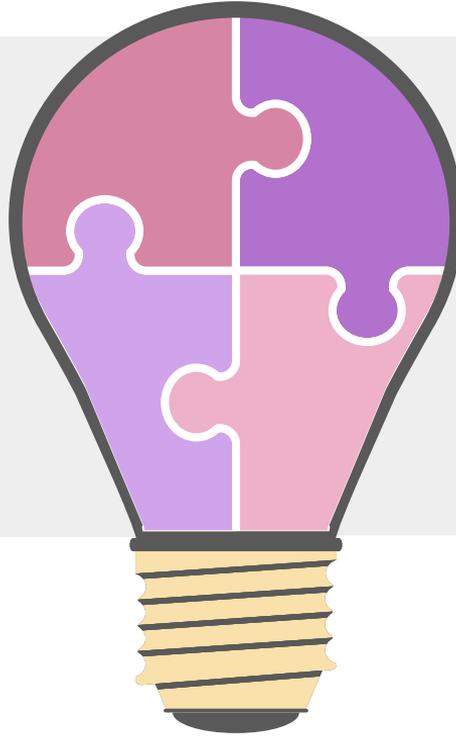


División



Para profundizar...

Publicaciones científicas



Recursos



Para profundizar...

Otras publicaciones

Blanco Nieto, L. J., Climent Rodríguez, N., González Astudillo, M. T., Moreno Verdejo, A. J., Sánchez-Matamoros García, G., de Castro Hernández, C. y Jiménez Gestal, C. (2022). *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática*. SEIEM, Universidad de Granada.

Calvo, C., Carrillo de Albornoz, A., de la Fuente, A., de León Rodríguez, M., González López, M. J., Gordaliza Ramos, A., Guevara Casanova, I., Lázaro del Pozo, C., Monzó del Olmo, O., Moreno Verdejo, A. J., Rodríguez Muñiz, L. J., Rodríguez Taboada, J. y Serradó Bayés, A. (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria*. CEMat. <https://fespm.es/index.php/2021/06/15/bases-para-la-elaboracion-de-un-curriculo-de-matematicas-en-educacion-no-universitaria/>

García-Pérez, M. T. y Adamuz-Povedano, N. (2019). *Del número al sentido numérico y de las cuentas al cálculo táctico*. Octaedro.



Desarrollo del sentido numérico en los primeros años de aprendizaje. Cálculo táctico



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Natividad Adamuz Povedano
nadamuz@uco.es



Conferencia Virtual UED
24 de febrero de 2024