ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÉRICAS A TRAVÉS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

YARLY ALEJANDRA MÉNDEZ YUNDA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2014

ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÉRICAS A TRAVÉS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

YARLY ALEJANDRA MÉNDEZ YUNDA

Trabajo de grado para optar al título de Licenciada en Matemáticas

Directora:
Gabriela Inés Arbeláez Rojas

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2014

Nota de Aceptación

Aprobado

Yeny Leonor Rosero Rosero

Vo.Bo. Yeny Leonor Rosero

Coordinadora Licenciatura en Matemáticas

Vo.Bo. Gabriela Inés Arbeláez Rojas

Asesora

Aida P. González N.

Vo.Bo. Aida Patricia González Nieva

Evaluadora

Popayán, agosto de 2014

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE IMÁGENES

Pag.

INTRODUCCIÓN

La Práctica Pedagógica es un espacio curricular que tiene por objetivo brindar al estudiante del programa de Licenciatura en Matemáticas la formación en competencias profesionales como docente en matemáticas. Por lo tanto, es gracias a la realización de un proyecto de práctica pedagógica que el estudiante puede experimentar, directamente, el ejercicio docente.

El presente documento describe los aspectos más significativos de la aplicación del proyecto de práctica pedagógica titulado "*Enseñanza de sucesiones numéricas a través de resolución de problemas"*, desarrollado en la Escuela Normal Superior de Popayán, con un grupo de estudiantes de grado 11°, en el área de matemáticas.

Este trabajo es el resultado del análisis realizado al proceso de enseñanza y aprendizaje de las sucesiones numéricas a través de resolución de problemas.

El documento se divide en tres partes: el primer capítulo aborda el referente teórico que permitió conocer las técnicas, estrategias y heurísticas para la resolución de problemas. En consecuencia, se retoma al autor George Pólya y su obra "*Cómo plantear y resolver problemas*" (1965).

Este primer apartado también expone la estrategia metodológica que orientó el proceso de aplicación del proyecto, e, igualmente, da cuenta de las actividades propuestas en cada sesión de intervención en el aula.

Por su parte, el segundo capítulo ofrece información de contexto sobre la institución educativa y el grupo de estudiantes que hicieron parte del proyecto. Además, presenta las bitácoras que recopilan reflexiones generadas a partir de las diferentes actividades desarrolladas en cada sesión de trabajo.

Finalmente, en el tercer apartado, se ubica un ensayo que expone las reflexiones generales y conclusiones de la aplicación de la Práctica Pedagógica.

1 LO PLANEADO

1.1 Justificación

Para los jóvenes colombianos de estratos socioeconómicos 1, 2 y 3, que, generalmente, asisten a instituciones educativas públicas, las oportunidades de acceder a la educación superior son mínimas. Esto se ve reflejado en el municipio de Popayán, donde la única universidad pública, La Universidad del Cauca, semestralmente se ve obligada (por lo pocos recursos que brinda el Estado) a someter a miles de aspirantes a una prueba de admisión que solo pocos logran aprobar.

Ante esta situación, es inevitable preguntar: ¿Qué pasa con los miles de jóvenes que por más que insisten, no logran ingresar a una universidad pública?

Este interrogante despertó en mí el deseo de involucrar ejercicios con problemas de sucesiones numéricas en la Práctica Pedagógica. Lo anterior, porque la aparición de este tipo de problemas es muy frecuente en el contenido de los formularios de la prueba de admisión de Unicauca. Así las cosas, la principal intención que se persigue con el proyecto es aportar conocimiento significativo a los estudiantes, que contribuya, en gran medida, a alcanzar una de sus grandes metas dentro de sus proyectos de vida: ingresar a la universidad pública.

Por consiguiente, se consideró importante trabajar con estudiantes de grado 11 de una institución educativa pública de la ciudad; donde se seleccionó la Escuela Normal Superior de Popayán debido al particular interés que presentó el cuerpo docente por generar espacios idóneos para desarrollar la Práctica Pedagógica. Igualmente, incidieron en la decisión los deseos de aprender de los estudiantes y su empeño constante por encontrar oportunidades, que les permitieran alcanzar sus aspiraciones.

Por otro lado, las sucesiones numéricas han estado, están y estarán en la vida del ser humano siempre. Por ejemplo, el individuo aprende a contar a través de la sucesión de los números naturales, además las sucesiones numéricas se pueden ver en muchas aplicaciones de la vida diaria como las variaciones de intereses de las cuentas bancarias, los sucesivos ingresos familiares o la velocidad de un auto. También las sucesiones se pueden encontrar en varios fenómenos naturales como el desarrollo de los girasoles o en el proceso de reproducción de una pareja de conejos. Así que el individuo consciente o inconscientemente utiliza las sucesiones numéricas en su vida cotidiana.

En este sentido, se planteó trabajar con los estudiantes problemas de sucesiones numéricas, buscando que los estudiantes logren aproximarse a este conocimiento matemático. Así que se espera desarrollar en los estudiantes el concepto de sucesiones numéricas y además motivarlos a construir por si mismos el término enésimo de la sucesión que genera cualquier problema de progresiones aritméticas o progresiones geométricas.

Finalmente, se considera que la metodología de resolución de problemas permite que el estudiante construya por sí mismo el concepto matemático. Esto porque el estudiantes que se enfrenta a un problema matemático tiene la oportunidad de desarrollar plenamente su pensamiento, ya que cuenta con la libertad de aplicar y reflexionar todos sus conocimientos y experiencias en el área en cuestión para llegar a la solución del problema planteado.

1.2 Objetivos

Objetivo general:

Aportar conocimiento significativo a los estudiantes en el tema de sucesiones numéricas.

Objetivos específicos:

- Desarrollar en los estudiantes el concepto de sucesiones numéricas.

- Motivar a los estudiantes a construir por sí mismos el término enésimo de la sucesión que genera cualquier problema de progresiones aritméticas o progresiones geométricas.

1.3 Referentes Teóricos

En su obra *"Cómo plantear y resolver problemas"*, el matemático George Pólya (1965) expresa su interés por comprender la heurística de los resultados matemáticos, es decir, cuáles son los procesos mentales que construyen estos resultados. Indicó que para entender una teoría se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza se centró en el proceso de descubrimiento y no simplemente en desarrollar ejercicios apropiados. De tal manera que propone cuatro etapas para la resolución de problemas, como un método de descubrimiento:

1) Comprender el problema: En esta fase se plantean preguntas que permitan identificar las incógnitas, los datos y las condiciones del problema. Algunas de esas preguntas son:

- ¿Entiendes todo el enunciado del problema?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

2) Concebir el plan: Esta segunda fase plantea preguntas que llevan a examinar los conocimientos previos, relacionar el problema con problemas conocidos o problemas auxiliares, que ayuden a resolver el problema inicial, y así establecer un plan de solución. Algunas de esas preguntas son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado de manera ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con este?

- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Puede enunciar el problema de otra forma?

3) Ejecutar el plan: En esta fase se lleva a cabo el plan escogido y se plantean preguntas encaminadas a reflexionar sobre cada uno de los pasos, hasta solucionar el problema completamente. Algunas de esas preguntas son:

- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

4) Verificar la solución obtenida: Una vez obtenida la solución del problema, se realiza una revisión de cada uno de los pasos, para verificar que sean correctos. Luego se proponer ver si se puede resolver el problema de forma diferente y si se puede generalizar la solución. Algunas de las preguntas son:

- ¿Es la solución correcta?
- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Identificas una solución más sencilla?
- ¿Puede emplear el resultado en algún otro problema?
- ¿Puede ver cómo extender tu solución a un caso general?

La resolución de problemas es un aspecto importante que debe estar presente en la educación matemática. Lo anterior, porque a través de la resolución de problemas el estudiante puede aplicar todos sus conocimientos y experiencias del mundo matemático y además reflexionar a partir de sus propios errores en lugar de limitarse a reproducir contenidos pre elaborados.

1.4 Metodología

Los seres humanos vivimos constantemente resolviendo problemas, desde los más básicos en nuestra vida cotidiana, hasta los más complicados retos planteados por la ciencia y la tecnología. Así que, es evidente la importancia de la actividad de resolución de problemas, ya que indiscutiblemente todo el progreso científico, tecnológico y hasta la supervivencia de la especie humana depende de esta habilidad.

En este sentido, las matemáticas, además de estimular el razonamiento, deben ayudar al ser humano a resolver la diversidad de problemáticas que se le presentan en su vida diaria. Es decir, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de resolución de problemas debe brindarle al estudiante las herramientas necesarias que le permitan crear en él bases sólidas, bases que un futuro no muy lejano le admitan enfrentarse a sus propios desafíos y consolidarse dentro de una sociedad. De manera que, las situaciones pedagógicas que se le proponen al estudiante en el aula de clase, deben permitirle desarrollar plenamente su pensamiento matemático, es decir, el estudiante debe tener la libertad de aplicar y reflexionar todos sus conocimientos y experiencias en el área en cuestión para llegar a la solución del problema planteado.

De esta forma resolver un problema no solo permite la adquisición del concepto matemático, sino también, el uso de estrategias para usarlas en diversas situaciones.

1.5 Actividades Propuestas

Para lograr los objetivos propuestos en el Proyecto de Práctica Pedagógica "*Enseñanza de sucesiones numéricas a través de resolución de problemas*", se trabajaron 8 sesiones:

Sesión 1

- Prueba Diagnóstica (ver anexo Fig.1).

Sesión 2

- Socialización de la Prueba Diagnóstica.
- Taller Grupal N-1 sobre Progresiones Aritméticas (ver anexo Fig.4).

Sesión 3

- Corrección del Taller Grupal N-1 sobre Progresiones Aritméticas.
- Taller Grupal N-2 sobre Progresiones Aritméticas y Geométricas.

Sesión 4

- Taller Individual N-1 sobre Progresiones Aritméticas (ver anexo Fig.8).

Sesión 5

- Socialización del Taller Grupal N-2 sobre Progresiones Aritméticas y Geométricas.
- Taller Grupal N-3 sobre Progresiones Geométricas (ver anexo Fig.13).

Sesión 6

- Juego: Aprendiendo Progresiones Geométricas contra el tiempo.

Sesión 7

- Taller Individual N-2 sobre Progresiones Geométricas (ver anexo Fig.17).

Sesión 8

- Taller Grupal N-4 sobre la Sucesión de Fibonacci y la Sucesión de los Números Triangulares.

2 LO ACONTECIDO

2.1 Marco Contextual

La Práctica Pedagógica se realizó en la Escuela Normal Superior de Popayán, ubicada en la comuna No. 6 de la zona urbana del municipio de Popayán. Esta es una institución educativa pública que brinda sus servicios formativos en los niveles de preescolar, básica primaria, básica media y ciclo complementario.

La Escuela Normal Superior de Popayán como institución formadora de maestros, fundamenta la formación integral de cada estudiante a partir de la pedagogía como enfoque y como objeto de conocimiento, pretendiendo formar un individuo participante, crítico, responsable, cuestionador de la realidad que lo rodea e investigador del saber Pedagógico, Científico y Técnico.

El Proyecto se llevó a cabo con 28 estudiantes del grado 11-A de esta institución. En este grupo se encontró estudiantes con deseos de aprender y en búsqueda de una oportunidad que les permitiera alcanzar grandes metas en las que se proyectaron. Además, este fue un grupo de estudiantes disciplinados, activos, participativos y con grandes habilidades en el área de las matemáticas.

2.2 Bitácoras

Para lograr los objetivos propuestos en el Proyecto de Práctica Pedagógica *“Enseñanza de sucesiones numéricas a través de resolución de problemas”,* se realizaron ocho bitácoras que son la reflexión de las actividades desarrolladas en cada sesión. Es decir, cada bitácora contiene los objetivos de la sesión, el análisis detallado de los talleres trabajados y la reflexión general de la intervención en el aula.

2.2.1 Sesión 1

Introducción:

Los niños aprenden a contar a través de la sucesión de los números naturales, ya que contar consiste en relacionar los objetos de un conjunto con una parte de la secuencia de los números naturales. Es así, como nacen las secuencias de los días, de los meses, del número de diagonales de los polígonos regulares, de los sucesivos ingresos familiares o intereses de las cuentas bancarias, es decir, de muchas aplicaciones de la vida cotidiana.

En este sentido, es importante mencionar que el individuo consciente o inconsciente utiliza constantemente las sucesiones en su vida diaria. Así que, por medio de una prueba diagnóstica (ver anexo Fig.1) se pretende explorar los conocimientos previos que poseen los estudiantes relacionados con sucesiones, y específicamente sus conocimientos sobre la progresión aritmética la cual es una sucesión de números tales que la diferencia de dos términos consecutivos cualesquiera de la secuencia es una constante, llamada diferencia común.

Por ejemplo: Si a_1, a_2, a_3 ,… es una progresión aritmética, por definición debe cumplirse que: a_2-a_1=a_3-a_2=a_4-a_3=…=a_n-a_{n-1}=d, donde d es la diferencia común. Además tenemos que:

$a_{1=}a_1$,

$a_{2=}a_1$+d,

$a_{3=}a_2$+d=a_1+d+d=a_1+2d

$a_{4=}a_3$+d=a_1+2d+d=a_1+3d…

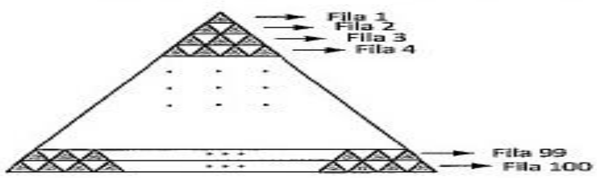
$a_{n=} = a_1 + (n-1)d \longrightarrow$ Término general de la progresión aritmética.

A continuación se realizará una reflexión sobre la prueba diagnóstica realizada a 26 estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

Para el primer punto de la prueba se estructuró el problema que se muestra en la siguiente imagen:

Imagen 1. Primer punto de la prueba diagnóstica

En la figura se muestra el patrón que se sigue en un triángulo equilátero T de lado 100 unidades al dividirlo en triángulos pequeños de lado 1 unidad, a los cuales llamaremos <u>celdas.</u>



De esta forma el triángulo T queda dividido en 100 filas. En la tabla se muestran algunos de los conteos de celdas por filas:

Número de fila	1	2	3	4	5	. . .	100
Cantidad de celdas sombreadas	1	2	3	4	.	. . .	100
Cantidad de celdas por fila	1	3	5	7	.	. . .	?

41. Completando el patrón en el triángulo T, el total de celdas (sombreadas y no sombreadas) desde la fila 1 hasta la fila 10, inclusive, es:
   A. 99
   B. 24
   C. 100
   D. 81

El anterior problema lo respondieron correctamente 18 estudiantes, la respuesta más común fue la siguiente: *"Nos piden hallar en total la cantidad de celdas por fila de la fila 1 a la 10 que está dada por la sucesión {1, 3, 5, 7,…}, se supone que debemos hallar el término general de la sucesión para así hallar los otros términos de la sucesión, que luego sumaremos para hallar la cantidad total de celdas. {1, 3, 5, 7,…}=2n-1.*

n·		
	1	*2(1)-1*
2	*3*	*2(2)-1*
3	*5*	*2(3)-1*
4	*7*	*2(4)-1*
5	*9*	*2(5)-1*
6	*11*	*2(6)-1*
7	*13*	*2(7)-1*
8	*15*	*2(8)-1*
9	*17*	*2(9)-1*
10…	*19…*	*2(10)-1…*
		2(n)-1

Sumando los términos de la sucesión desde n=1 hasta n=10

1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100

El total de celdas hasta la fila 10 es 100".

(Ver Anexos, Fig. 2)

Al analizar la anterior respuesta, se puede decir que la mayoría de los estudiantes comprendieron el problema ya que implícitamente lograron identificar la incógnita, los datos y la condición del problema. Además sus conocimientos previos sobre la sucesión de los números impares y su representación n-ésima los llevo a concebir un plan y ejecutarlo correctamente.

Por el contrario, 3 estudiantes que no llegaron a la respuesta correcta se equivocaron en el momento de realizar operaciones elementales como sumas o restas. También se tienen 5 estudiantes que no hicieron nada en esta parte, de hecho, esto estudiantes entregaron la hoja sólo con el primer enunciado del problema. Así que, se puede decir, que estos alumnos no entendieron el problema o no tienen deseos de trabajar en la actividad propuesta.

Siguiendo con el análisis de la prueba, en la segunda pregunta se pidió a los estudiantes trabajar las cuatro opciones (A, B, C, D), de manera que debían mostrar la veracidad o falsedad de cada una de ellas.

En este sentido, a la pregunta ¿La suma del número de celdas de las dos filas centrales del triángulo T es 199?, solamente 8 estudiantes respondieron correctamente. La respuesta más usual de los estudiantes fue:

- *"si tomamos la fila 49 y 50 ó 50 y 51, se tiene:*

2X49-1=97 2X50-1=99 196	2X50-1=99 2X51-1=101 200

Así que la suma del número de celdas de las dos filas centrales del triángulo T no es 199".

Por otro lado, 3 estudiantes respondieron mal la pregunta ya que no la comprendieron, esto se puede notar en la siguiente respuesta: *"Esta opción es falsa porque si el triángulo tiene 100 filas entonces las filas centrales serían entre 49 y 50 y como en el punto anterior hayamos que hasta la fila 10 existen 100 celdas entonces haciendo el cálculo o la suma hasta la fila 50 daría como resultado 500 celdas aproximadamente y no 199 como lo platea esta opción".*

Es necesario aclarar que el estudiante comprendió que se le estaba pidiendo el número total de celdas desde la fila 1 hasta la fila 50. Además, relacionando este problema con el anterior hace una afirmación errónea pues el número de celdas desde la fila 1 hasta la fila 50 no es aproximadamente 500 celdas.

En efecto, notemos que:

F1 F2 F3 F4 … F47 F48 F49 F 50

1+3+5+7+… …93+95+97+99

100

100

La suma de cada pareja es 100. Por lo tanto se tiene que 25(100)=2.500. Así que el número total de celdas desde la fila 1 hasta la fila 50 es 2.500 celdas.

También se tiene 15 estudiantes que no hicieron nada en esta parte. Ante esta situación es necesario preguntarse ¿por qué este grupo de estudiantes no hicieron el problema? No es posible responder con certeza el anterior interrogante pero se podría inferir que la mayoría de los estudiantes no entendieron el problema o si lo comprendieron no lograron ejecutar un plan para resolverlo, es decir, no consiguieron utilizar los datos que se tenían del problema inicial (2n-1: representación n-ésima de los números impares que en este problema representa el número de celdas por fila), o simplemente los estudiantes no quisieron hacer nada.

Continuando con el análisis, en la pregunta ¿El total de celdas sombreadas en el triángulo T es 5050?, sólo 3 estudiantes respondieron acertadamente. Una de las respuestas correctas es la siguiente:

1+2+3+… …98+99+100

101

“Como tenemos 50 parejas, formadas por los extremos donde la suma entre los miembros de una pareja es 101. Por lo tanto el número total de celdas sombreadas es 101X50=5050”

(Ver anexo Fig. 3).

Por el contrario, 9 estudiantes no respondieron correctamente la pregunta. Una de las respuestas incorrectas es la siguiente: *“Tenemos que hasta la fila 10 es 100, teniendo en cuenta que hay 100 filas entonces 100X100=10.000 entonces 10.000 es el número total de celdas y como el triángulo T solo están sombreadas la mitad de las celdas entonces 10.000/2=5050”.*

En la anterior respuesta se puede ver que el estudiante hace afirmaciones verdaderas ya que efectivamente el total de celdas del triángulo T es 10.000. Pero al afirmar que de estas 10.000 celdas sólo la mitad están sombreadas se puede notar que el educando aún no ha analizado con profundidad el problema. Además, por la presión de dar una respuesta “correcta” comete errores como 10.000/2=5050.

También se tienen 14 estudiantes que no hicieron nada en esta parte, en necesario resaltar que estos alumnos fueron los mismos que no lograron responder el anterior problema. Probablemente la mayoría de estos estudiantes tenía claro que resolver el problema era hacer la suma de los número del 1 al 100 pero ¿Cómo hacerlo? Considero que este fue realmente el problema de los estudiantes.

Prosiguiendo con el análisis, en la pregunta ¿El número de celdas en la fila 100 es 199?, 12 estudiantes respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera:

2n-1 donde n=fila 100

(2X100)-1=200-1=199

Así que, estos estudiantes tienen claro que la sucesión de los números impares representaban el número celdas por fila, es decir:

#-Celdas

Fila 1=1 $\longrightarrow$ f_1=1

Fila 2=3 $\longrightarrow$ f_2=3

Fila 3=5 $\longrightarrow$ f_3=5

Fila 4=7 $\longrightarrow$ f_4=7

Fila 5=9 $\longrightarrow$ f_5=9

Fila 6=11 $\longrightarrow$ f_6=11

Fila 7=13 $\longrightarrow$ f_7=13...

Fila n=2n-1 $\longrightarrow$ f_n=2n-1

Por el contrario, 7 estudiantes que no llegaron a la respuesta correcta se equivocaron en el momento de realizar operaciones elementales como sumas o restas. También se tienen 7 estudiantes que no hicieron nada en esta parte, es decir, no entendieron el problema o no quisieron hacer nada.

A la última pregunta ¿El total de celdas en el triángulo T es 10.000?, sólo 3 estudiantes respondieron acertadamente. Las respuestas son las siguientes:

Solución 1:

"En la última fila hay 199 celdas y en la primera 1 celda

$$1+3+5+7+\ldots+193+195+197+199$$

200

200

Como son 50 pareja, (200)50=10.000".

Solución 2:

f_1=1	T_1=1
f_2=3	T_2=1+3=4
f_3=5	T_3=4+5=9
f_4=7	T_4=9+7=16
f_5=9…	T_5=16+9=25
f_n=2n-1	T_n=n^2
	Así que
	T_{100}=100^2=10.000

Solución 3:

Celdas Sombreadas	*Celdas No sombreadas*
f_1=1 f_2=2 f_3=3 f_4=4 f_5=5… f_{100}=100 *El total de celdas sombreadas en el triángulo T es 5050*	f_1=0 f_2=1 f_3=2 f_4=3 f_5=4… f_{100}=100-1 *El total de celdas no sombreadas en el triángulo T es 5050-100=4950* *Por lo tanto el total de celdas del triángulo es 5050+4950=10.000*

Por otro lado, 16 de los estudiantes dan respuestas que no permiten verificar si realmente entendieron el problema. Esto se puede ver en el siguiente ejemplo:

> "*Total de celdas hasta la fila 10=100*
>
> *Total de celdas hasta la fila 100=10.000*"

Es necesario aclarar que para dar respuesta a este problema se requería de la información anteriormente obtenida, es decir, (2n-1: representación enésima de los números impares que en este problema representa el número de celdas por fila), el número de celdas en la fila 100 es 199, como hacer la suma de los números impares del 1 al 199, el total de celdas sombreadas en el triángulo T es 5050, El total de celdas no sombreadas en el triángulo T es 5050-100=4950, así que se necesitaba que el estudiantes comprendiera muy bien el problema desde el inicio para responder correctamente el último interrogante de la prueba.

También, se tiene 7 estudiantes que no hicieron nada en esta parte, es decir, no entendieron el problema.

Reflexión:

La prueba diagnóstica permite ver que se cuenta con un grupo diverso, donde se encuentran estudiantes con habilidades en el área de las matemáticas y algunos de estos tienen buenas bases en el tema de sucesiones numéricas. Pero también se tienen alumnos que hacen el esfuerzo por comprender y resolver cada uno de los problemas sin lograr llegar a la respuesta correcta. Es decir, se cuenta con estudiantes que quieren aprender matemáticas a pesar de las dificultades que presentan para comprenderla. Además, se tiene un pequeño grupo de estudiantes que no hacen ni el mínimo esfuerzo para realizar el problema y entregan la hoja sólo con el enunciado del primer punto del taller.

También, la prueba permite notar que a lo sumo 8 estudiantes tienen claro el concepto de progresión aritmética, ya que en la hoja de respuestas estos alumnos muestran procedimientos que sólo son posibles realizar si se comprende el concepto. De manera que, estos estudiantes logran resolver con éxito los problemas planteados sobre progresiones aritméticas. Es necesario resaltar que, de este grupo de 8 estudiantes sólo 3 de ellos resuelve correctamente toda la prueba y los 5 alumnos restantes presentan dificultades al tratar de sumar los números del 1 al 100 que es básicamente lo que se pide en un punto de la prueba. Así que, estos estudiantes presentan dificultades, pero estas dificultades no son conceptuales.

Por otro lado, se puede afirmar que a lo sumo 13 estudiantes presentan dificultades al interpretar los problemas y no cuentan con buenos conocimientos previos sobre sucesiones aritméticas, lo cual trae como consecuencia respuestas incoherentes a los problemas planteados.

2.2.2 Sesión 2

Introducción:

El docente de matemáticas para motivar a sus estudiantes y sembrar en ellos ese deseo de aprender, debe emplear en el aula de clase estrategias que capturen completamente la atención de los alumnos. Sin olvidar que estas estrategias deben permitir al estudiante pensar, actuar, criticar, reflexionar y potenciar sus cualidades y habilidades.

En este sentido, se considera que al plantear un buen problema en el aula de clase se puede capturar la atención de los estudiantes. Además, la resolución de problemas matemáticos al estilo de Pólya es una metodología que precisa la emergencia del concepto, es decir, el estudiante que se enfrenta y resuelve un problema matemático construye finalmente por sí mismo el concepto requerido. Esto porque el individuo tiene la oportunidad de desarrollar plenamente su pensamiento ya que cuenta con la libertad de aplicar y reflexionar todos sus conocimientos y experiencias en el área en cuestión para llegar a la solución del problema planteado. Así que, utilizando la metodología de Pólya en la resolución de problemas, se socializó en el aula de clase la prueba diagnóstica realizada la anterior sesión.

Por otro lado, los estudiantes cada vez generan ambientes diferentes en el aula de clase, haciendo que el maestro busque la forma de enfrentar con éxito cada situacion. Así que, se espera que el docente sea capaz de implementar estrategias acorde a las necesidades de los alumnos. En este sentido, el trabajo en grupo es la estrategia de labor en esta sesión, es decir, se pretende fomentar el trabajo en equipo y brindarles la oportunidad a los estudiantes de reforzar sus conocimientos y superar sus dificultades con la ayuda de sus propios compañeros, ya que se procura que el estudiante que entiende les explique a los otros.

La sesión 2, se inició con la socialización de la prueba diagnóstica realizada la anterior clase. De manera que, procurando utilizar la metodología de Pólya en la resolución de problemas, se pidió que cada estudiante intentara comprender el primer problema planteado en la prueba. En seguida, se hizo la siguiente pregunta: ¿Hay alguien que no entienda el problema? En esta oportunidad ningún estudiante se manifestó. Luego, se preguntó: ¿Quiere alguien decirnos que dice el problema?. En esta ocasión varios estudiantes participaron. Así que se concluyó que: el problema plantea que se tiene un triángulo equilátero con 100 filas, donde cada fila tiene un determinado número de celdas sombreadas y no sombreadas. Además este triángulo sigue un patrón de comportamiento que se muestra en la tabla.

En seguida, se planteó el siguiente interrogante: ¿Cuál es la incógnita del problema? Ningún estudiante respondió, así que de inmediato se preguntó: ¿Qué nos pide hallar el problema? En esta oportunidad varios estudiantes participaron, de manera que se pidió que uno de ellos saliera al tablero y escribiera la incógnita del problema (El total de celdas sombreadas y no sombreadas desde la fila 1 hasta la fila 10). Luego se preguntó si todos estaban de acuerdo y con diversos gestos manifestaron que sí.

Seguidamente, se planteó la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los datos del problema? Ningún estudiante se manifestó, así que de inmediato se preguntó: ¿Qué información me va a permitir hallar la incógnita del problema? En esta ocasión algunos estudiantes participaron, de manera que se pidió que uno de ellos saliera al tablero y escribiera los datos del problema (cantidad de celdas por fila, fila-1=1, fila-2=3, fila-3=5, fila-4=7…). Luego se preguntó si todos estaban de acuerdo y los estudiantes manifestaron que sí.

Luego se hizo la siguiente pregunta: ¿Cuál es la condición del problema? Ningún estudiante respondió, así que de inmediato se planteó el siguiente interrogante: ¿Cómo están variando los datos? En esta oportunidad un estudiante participó diciendo que: “el número de celdas por cada fila va aumentando de 2 en 2” de manera que se pidió que saliera al tablero y escribiera el número de celdas que tiene cada fila desde la fila 1 hasta la fila 10.

Fila 1=1

Fila 2=3

Fila 3=5

Fila 4=7

Fila 5=9

Fila 6=11

Fila 7=13

Fila 8=15

Fila 9=17

Fila 10=19

En seguida, se preguntó: ¿Cómo hallamos la incógnita del problema? (El total de celdas sombreadas y no sombreadas desde la fila 1 hasta la fila 10). De inmediato varios estudiantes respondieron que se deben sumar los datos anteriormente hallados por su compañero (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19), de manera que el resultado de esta suma es la solución correcta del problema.

Luego, se hizo notar al estudiante que el número de celdas por cada fila es un número impar, de manera que se hizo la siguiente pregunta: ¿Cómo represento en general un número impar? En esta oportunidad un estudiante inmediatamente respondió: “2n-1”.

Luego se plantearon los siguientes interrogantes: ¿De dónde sale esta fórmula?, ¿Cómo se llega a ella?

En esta oportunidad ningún estudiante respondió. Así que retomando el problema anterior, se introduce cuidadosamente la siguiente notación:

Fila 1=1 $\longrightarrow$ f_1=1

Fila 2=3 $\longrightarrow$ f_2=3

Fila 3=5 $\longrightarrow$ f_3=5

Fila 4=7 $\longrightarrow$ f_4=7

Fila 5=9 $\longrightarrow$ f_5=9

Fila 6=11 $\longrightarrow$ f_6=11

Fila 7=13 $\longrightarrow$ f_7=13

Fila 8=15 $\longrightarrow$ f_8=15

Fila 9=17 $\longrightarrow$ f_9=17

Fila 10=19 $\longrightarrow$ f_{10}=19…

Fila n $\longrightarrow$ f_n=2n-1

Además, se aclaró que se toma la letra f porque el problema habla de filas, pero en general se acostumbra a tomar la letra T ya que a cada f_1, f_2, f_3 ,… se le llama término.

Luego, se hizo que el estudiante notara que:

f_2-f_1=3-1=2

f_3-f_2=5-3=2

f_4-f_3=7-5=2…

Es decir, la diferencia entre términos consecutivos es una cantidad común.

Luego, se dice que cualquier término de una progresión aritmética se puede expresar utilizando únicamente el primer término de la progresión, la diferencia común y la posición del término de la sucesión. Por ejemplo:

Fila 1=1 $\longrightarrow$ f_1=1

Fila 2=3 $\longrightarrow$ f_2=3=1+2(1)

Fila 3=5 $\longrightarrow$ f_3=5=1+2(2)

Fila 4=7 $\longrightarrow$ f_4=7=1+2(3)

Fila 5=9 $\longrightarrow$ f_5=9=1+2(4)

Fila 6=11 $\longrightarrow$ f_6=11=1+2(5)

Fila 7=13 $\longrightarrow$ f_7=13=1+2(6)

Fila 8=15 $\longrightarrow$ f_8=15=1+2(7)

Fila 9=17 $\longrightarrow$ f_9=17=1+2(8)

Fila 10=19 $\longrightarrow$ f_{10}=19=1+2(9)

Fila n $\longrightarrow$ f_n=1+2(n-1) =1+2n-2=2n-1

Así que finalmente se llega a 2n-1 el cual es el término n-ésimo de la progresión aritmética de los números impares.

Para resolver la pregunta 42, se utilizó la misma metodología anterior. En esta oportunidad la mayoría de los estudiantes se animaron a participar, contribuyendo a la solución de cada problema.

Finalmente, se hizo un trabajo en grupos de 3 estudiantes, titulado “TALLER GRUPAL N-1 PROGRESIONES ARITMÈTICAS” (ver anexo Fig. 4).

A continuación se realizará una reflexión sobre el “Taller grupal N-1 Progresiones Aritméticas” realizada a 24 estudiantes, es decir, 8 grupos de 3 estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

El primer punto del taller consistía en el siguiente problema:

En un examen la primera pregunta valía dos puntos y cada una de las siguientes valía 3 puntos más que la anterior. ¿Cuál es el valor de la pregunta 25?

En el anterior problema los 8 grupos respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera:

“$p_1 \longrightarrow$ *2*   *3* $p_{=}pregunta$

$p_2 \longrightarrow$ *5*   *3*   ... $\Longrightarrow$ p_n*=3(n)-1*

$p_3 \longrightarrow$ *8* ...

p_{25}*=3(25)-1* $\Longrightarrow$ p_{25}*=74 puntos”* (ver anexo Fig. 5).

Teniendo en cuenta que los 8 grupos respondieron correctamente, se puede decir que la mayoría de los estudiantes comprendieron el problema. Además se puede ver que los educandos tienen ya una noción de progresión aritmética pues identifican la diferencia común y logran llegar al término n-ésimo de la progresión. También se puede notar que los estudiantes están utilizando la notación introducida en clase (p_1, $p_2, \ldots$, p_n=3(n)-1) lo cual se considera ya un gran avance puesto que la notación en progresiones aritméticas es fundamental para una buena comprensión.

Siguiendo con el análisis del taller, la segunda pregunta correspondía al siguiente problema:

El número de usuarios de un polideportivo los fines de semana comenzó siendo de 150 personas y aumento en 30 personas cada fin de semana a partir de entonces, ¿Cuántas personas asistieron al polideportivo a los 6 meses?

El anterior problema lo respondieron correctamente 5 grupos, la respuesta más usual de los estudiantes fue:

"$f_1 \longrightarrow$ *150* *30* *1 mes=4 semanas*

$f_2 \longrightarrow$ *180* *30* *6 meses=24 semanas*

$f_3 \longrightarrow$ *210* *...*

f_n*=30(n)+120*

f_{24}*=30(24)+120* $\Longrightarrow$ p_{24}*=840 personas*".

Por otro lado, 3 grupos respondieron mal la pregunta ya que no analizaron bien el problema, esto se puede notar en las siguientes respuestas:

Respuesta N-1:

"6 meses=12 fines de semana

Fin de semana	*# personas*
1	*150*
2	*180*
3	*210*
4	*240…*
n	*30n+150*

Por lo tanto: 30n+150 donde n=12

⇨ *30X12+150=360+150=510*

R//=510 personas" (ver anexo Fig. 6).

En la anterior solución se puede ver que los estudiantes entienden el problema ya que logran plantear algunos términos de la sucesión que genera este problema y además, saben que la respuesta correcta se halla, al evaluar en el término general de la sucesión el número de fines de semana que hay en 6 meses. Los educando no logran llegar a la solución correcta porque no analizan cuidadosamente cada paso que se hace en la solución del problema, lo cual trae como consecuencia afirmaciones erróneas como 6 meses son 12 fines de semana y el término n-ésimo de la sucesión es 30n+150.

Respuesta N-2: *"En el mes aumento 30.4=120*

En 6 meses 120.6=720 más los 150 =870 personas"

Notemos que:

$f_1 \rightarrow$ 150	30		
$f_2 \rightarrow$ 180	30		
$f_3 \rightarrow$ 210	30	120	
$f_4 \rightarrow$ 240	30		
$f_5 \rightarrow$ 270	30		
$f_6 \rightarrow$ 300	30		
$f_7 \rightarrow$ 330	30	120	
$f_8 \rightarrow$ 360	30		
$f_9 \rightarrow$ 390	30		
$f_{10} \rightarrow$ 420	30		
$f_{11} \rightarrow$ 450	30	120	$\Rightarrow$ (120X5)+90+150=840 personas
$f_{12} \rightarrow$ 480	30		
$f_{13} \rightarrow$ 510	30		
$f_{14} \rightarrow$ 540	30		
$f_{15} \rightarrow$ 570	30	120	
$f_{16} \rightarrow$ 600	30		
$f_{17} \rightarrow$ 630	30		
$f_{18} \rightarrow$ 660	30		
$f_{19} \rightarrow$ 690	30	120	
$f_{20} \rightarrow$ 720	30		
$f_{21} \rightarrow$ 750	30		
$f_{22} \rightarrow$ 780	30	90	
$f_{23} \rightarrow$ 810	30		
$f_{24} \rightarrow$ 840			

1 mes=4 semanas

6 meses=24 semanas

En esta respuesta se puede ver que los estudiantes hacen un análisis lógico del problema y proponen una solución donde la probabilidad de equivocarse es alta, ya que, en este procedimiento se debe ser muy cuidadoso para no sumar un término más en la solución el problema, como le sucedió a los estudiantes de la anterior respuesta.

El tercer punto del taller consta del siguiente problema:

Un esquiador comienza la pretemporada de esquí haciendo pesas en un gimnasio durante una hora. Decide incrementar el entrenamiento 10 minutos cada día. ¿Cuánto tiempo entrenará al cabo de 10 días?

En esta oportunidad, 5 grupos respondieron correctamente el problema y lo hicieron de la siguiente manera:

“*Como 1 hora=60 min*

“$f_1 \longrightarrow$ *60 min*   *10*

$f_2 \longrightarrow$ *70 min*   *10* $\Rightarrow$ f_n*=10(n)+50*

$f_3 \longrightarrow$ *80 min*

Entonces al cabo de 10 días:

f_{10}*=10(10)+50*

f_{10}*=100+50*

f_{10}*=150 min”.*

Por el contrario, 3 grupos no respondieron bien el problema ya que no lograron comprenderlo, esto se puede ver en las siguientes respuestas:

Respuesta N-1:

“10.10=100 minutos aumento en 10 días= 1hora 40 minutos

Entonces al cabo de 10 días entrenara 1 hora y 40 minutos”

En esta respuesta se puede notar que los estudiantes hacen un análisis lógico del problema, pero no alcanzan a comprenderlo en su totalidad ya que no tienen en cuenta el término inicial de la sucesión (60 min) que es esencial en la solución del problema.

Notemos que:

$f_1 \longrightarrow$ 60 min 10 1 hora=60 min

$f_2 \longrightarrow$ 70 min 10

$f_3 \longrightarrow$ 80 min 10

$f_4 \longrightarrow$ 90 min 10

$f_5 \longrightarrow$ 100 min 10 $\Longrightarrow$ (9X10) +60= 150 min

$f_6 \longrightarrow$ 110 min 10

$f_7 \longrightarrow$ 120 min 10

$f_8 \longrightarrow$ 130 min 10

$f_9 \longrightarrow$ 140 min 10

$f_{10} \longrightarrow$ 150 min

Respuesta N-2:

“1 día, 2 días, 3 días

1 hora, 2 horas, 3 horas

10 min 10 min $\longrightarrow$ *incrementa.*

1 hora tiene 60 minutos entonces 60 min + 10 min=70 min realiza por día.

Entonces en diez días tiene 70 min X 10 días=700 min $\longrightarrow$ *y esto equivale a 11 horas y 7 minutos que realiza un esquiador*”(ver anexo Fig. 7).

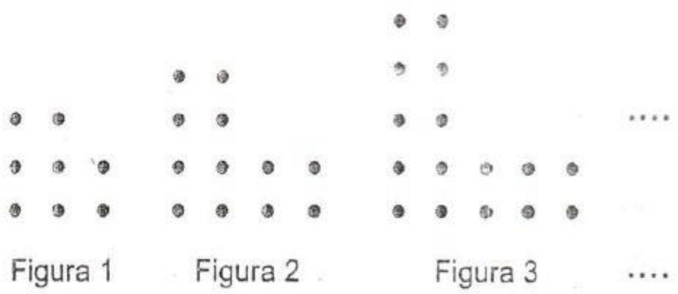
En esta respuesta se puede ver que el grupo de estudiantes no entendió el problema, lo cual derivo afirmaciones erróneas como: el esquiador hará pesas 70 minutos cada día entonces en 10 días hará 700 minutos de pesas. Además estos educandos cometen errores al hacer conversiones de minutos a horas ya que 700 minutos no son 11 horas y 7 minutos. En este sentido notemos que:

$\frac{700}{60}=\frac{35}{3}$~11.6666667

Luego 11X60=660, así que, 700 minutos son 11 horas y 40 minutos.

Continuando con el análisis, el cuarto punto consistía en el siguiente problema:

Conteste las pregunta a y b con la siguiente información:



a) Si se conoce que la cantidad de puntos que tiene cierta figura es 288, ¿entonces se trata de la figura número?
b) La cantidad de puntos que tendrá la n-ésima figura será?

En el anterior problema 4 grupos respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera:

“$f_{=}figura$ *En función del término n:*

“$f_1 \longrightarrow$ 8 puntos *4* *4(n+1)=4n+4*

$f_2 \longrightarrow$ 12 puntos *4* *Razòn=4*

$f_3 \longrightarrow$ 16 puntos

b*) $f_n \longrightarrow$ 4n+4 n-ésima figura* *a)* $f_n \longrightarrow$ *4n+4=288* $\Longrightarrow$ *4n=288-4* $\Longrightarrow$ *4n=284* $\Longrightarrow$ *n=* $\frac{284}{4}$ $\Longrightarrow$

n=71

R// En la figura 71 hay 288 puntos"

Por otro lado, 3 grupos respondieron incorrectamente el problema y 1 grupo no lo realizó. Los errores que cometieron los estudiantes en la solución de este problema son los siguientes:

Respuesta N-1:

"*4n+4=n*

Por lo tanto: 4n+4 donde n=288

Entonces 4(288)+4= 1156

R// 1156 puntos"

En la anterior solución se puede ver que algunos estudiantes aún no comprenden que representa el término general de una sucesión ya que en la respuesta anterior los educandos tienen el término n-ésimo de la sucesión que genera el número de puntos de cada figura, pero no logran encontrar la figura que tiene 288 puntos.

Respuesta N- 2:

"*Como la figura es un cuadrado entonces:*

$\frac{n}{4}$ *x 4*

Figura 1= $\frac{8}{4}$ *x 4=8…*

f_n= $\frac{288}{4}$ *x 4*

f_n*= 72x 4*

f_n*= 288*

Se trata de la figura 72 porque 72.4=288".

La anterior respuesta permite ver que estos estudiantes comprenden el problema, es decir, estos saben que deben hallar la figura que tiene exactamente 288 puntos, pero al tratar de hallar el término general hacen una afirmación que no es correcta: "como la figura es un cuadrado entonces: $\frac{n}{4}$ x 4", lo cual trae como consecuencia una mala solución al problema.

Finalmente, el quinto punto correspondía al siguiente problema:

El número de bacterias de un cultivo está aumentando 75.000 bacterias cada hora. Si al principio había 300.000 bacterias ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

En este último problema, sólo 3 grupos respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera:

“$f_{=}figura$

“$H_1 \longrightarrow$ *300.000* *75.000*

$H_2 \longrightarrow$ *375.000* *75.000* $\Longrightarrow$ $H_n \longrightarrow$ *75.000(n)+225000*

$H_3 \longrightarrow$ *450.000* $\dots$

$H_5 \longrightarrow$ *75.000(5)+225000* $\longrightarrow$ H_5*=600.000 bacterias*”.

Por el contrario, 5 grupos no respondieron bien el problema, veamos la solución más usual de estos grupos:

“75.000x5=375.000+300.000

Entonces bacterias al cabo de 5 horas=675.000”.

En la anterior solución se puede ver que los estudiantes hacen un razonamiento lógico del problema, pero el procedimiento que genera este análisis no permite llegar a la solución correcta del problema.

Notemos que:

“$H_1 \longrightarrow$ 300.000 75.000

$H_2 \longrightarrow$ 375.000 75.000

$H_3 \longrightarrow$ 450.000 75.000 $\Longrightarrow$ 75.000(4)+300.000=600.000 bacterias

$H_4 \longrightarrow$ 525.000 75.000

$H_3 \longrightarrow$ 450.000

Reflexión:

En esta sección, considero que logre cumplir varias de las expectativas proyectadas, ya que con la socialización del taller al estilo de Pólya, conseguí que un grupo de estudiantes se involucrara y participara constantemente en la clase, de tal manera que se notaban motivados con la actividad propuesta.

También, la socialización de la prueba diagnóstica ayudo a que algunos estudiantes complementaran y fortalecieran sus nociones sobre progresiones aritméticas ya que por medio de las continuas participaciones de los estudiantes en la clase se podía notar que algunos alumnos estaban comprendiendo mejor los conceptos y respondiendo cada una de sus dudas. Esto se puede evidenciar en las buenas respuestas que dan estos estudiantes en el taller grupal sobre progresiones aritméticas.

Además, por medio de este taller se logró ver, que se tienen estudiantes que proponen buenos procedimientos para solucionar el problema, aunque no logran llegar a la respuesta correcta. Lo anterior debido a que estos procedimientos se deben trabajar con mucho cuidado ya que la probabilidad de cometer errores con la utilización de estos procedimientos es alta.

Por otra parte, el análisis del taller grupal permitió notar que algunos estudiantes aún no comprenden que representa el término n-ésimo de una sucesión. Además algunos estudiantes presentan dificultades al momento de hacer la conversión de minutos a horas. Así que, se hace necesario seguir retomando los conceptos de progresiones aritméticas en clase, con el fin de garantizar que la mayoría de estudiantes adquiera estos conocimientos.

2.2.3 Sesión 3

Introducción:

Los autores María Castellanos y Jorge Obando retoman a Roland Charnay para afirmar que "considerar el error no como una falta o una insuficiencia sino como una parte coherente de un proceso, ayuda al alumno a tomar conciencia de que puede aprender de sus errores y a los docentes a aprender de los errores de los alumnos" (Castellanos y Obando, 2009). En este sentido, es esencial que el docente brinde a los estudiantes espacios que le permitan reconocer sus errores y asuman la necesidad de superarlos con el objetivo de obtener logros en su aprendizaje. De manera que, la primera actividad que se llevó a cabo en esta sesión permitió al estudiante hacer las correcciones pertinentes del "Taller grupal N-1, Progresiones Aritméticas".

Por otro lado, retomar los temas anteriormente visto con talleres distintos ayuda a fortalecer los conocimientos adquiridos. Por lo tanto, la segunda actividad propuesta en esta sesión permitió al estudiante retomar el concepto de progresión aritmética. Además esta actividad permitió ver si los estudiantes cuentan con conocimientos previos en progresiones geométricas.

Teniendo en cuenta, que en la anterior sesión algunos estudiantes presentaron dificultades en el "Taller grupal N-1, Progresiones Aritméticas", entonces en esta oportunidad se pidió a los alumnos que se organizaran nuevamente en sus grupos de trabajo y retomaran el taller grupal con el objetivo de hacer las correcciones pertinentes. Es necesario resaltar que, en esta actividad la docente pasó por todos los grupos para explicarle a cada grupo los errores que estaban cometiendo en algunos puntos del taller, de manera que los estudiantes corrigieron aquellos puntos y luego los sustentaron.

La sustentación de los puntos se hizo en el tablero, al estudiante que le correspondía explicar lo hacía frente a sus dos compañeros de grupo y la profesora, de manera que la mayoría de los estudiantes se veían tranquilos y muy seguros de lo que estaban diciendo y haciendo.

Para la siguiente actividad, se pidió a los estudiantes que se organizaran nuevamente en grupos de 3 procurando no trabajar con los mismos compañeros de la actividad anterior. De manera que, se planteó trabajar el "Taller grupal N-2, Progresiones Aritméticas y Geométricas" (ver Imagen 2), con el objetivo de fortalecer los conocimientos de los estudiantes en progresiones aritméticas y además conocer sus conocimientos previos en progresiones geométricas.

Imagen 2. "Taller grupal N- 2: Progresiones Aritméticas y Geométricas"

PRUEBA DE ADMISIÓN UNICAUCA I PERIODO 2012

Preguntas 63 a 66

Irene y Fernanda deben leer un libro de 255 páginas para su curso de lengua castellana (Las páginas del libro están numeradas desde 1 hasta 255). Ambas comenzaron su lectura el mismo día.

Fernanda lee solamente la primera página el primer día y en cada uno de los siguientes días lee dos páginas más que el día anterior.

Irene también solo lee una página el primer día, sin embargo, en cada uno de los días siguientes lee dos veces el número de páginas que leyó el día anterior.

63. Al final del día n, el número total de páginas leídas por Fernanda es:
   A. $2n$
   B. $1+3+5+...+(2n+1)$
   C. $1+3+5+...+(2n-1)$
   D. $1+3+5+...+n^2$

64. El número de días que necesita Irene para terminar de leer su libro está entre:

A. 3 y 5 días
B. 6 y 8 días
C. 9 y 10 días
D. Más de 11 días

65. El día que Irene acabó de leer su libro, el número de páginas que había leído Fernanda, al final de ese mismo día, era:

A. 64
B. 100
C. 128
D. 150

A continuación se realizará un análisis sobre el "Taller Grupal No. 2 Progresiones Aritméticas y Geométricas" realizada a 27 estudiantes, es decir, 9 grupos de 3 estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

A la primera pregunta del taller ¿Al final del día n, en número total de páginas leídas por Fernanda es? 8 grupos respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera:

" $d_1 \longrightarrow 1$ *2* *Por lo tanto la diferencia es 2*

$d_2 \longrightarrow 3$ *2*

$d_3 \longrightarrow 5$ *…*

d_n*=2(n)-1*

R/ La cantidad de hojas que leerá Fernanda al final del día n-ésimo será C=1+3+5+…+ (2n-1)".

Teniendo en cuenta que la mayoría de los grupos respondieron correctamente, se puede decir que la mayoría de los estudiantes comprendieron el problema. También se puede notar que los educandos tienen ya una noción de progresión aritmética pues identifican la diferencia común y logran llegar al término n-ésimo de la progresión.

Por el contrario, el grupo que respondió incorrectamente el problema afirmo que al final del día n, el total de páginas leídas por Fernanda era 2n-1 y no 1+2+3+…+2n-1.

Siguiendo con el análisis del taller, a la segunda pregunta ¿El número de días que necesita Irene para terminar de leer su libro está entre? sólo un grupo respondió correctamente y lo hizo de la siguiente manera: "

Ordinal	*En F del ordinal*	
1	*1*	$\boxed{1}$
2	*2*	$\boxed{2}$
3	*4*	$\boxed{4}$
4	*8*	$\boxed{8}$
5	*16*	$\boxed{16}$
6	*32*	

Enésimo término:

2^{n-1}

Total de páginas leídas hasta n día

n	*En F de n*
1	*1*
2	*3*
3	*7*

$\Rightarrow$

Enésimo termino:

$2^n - 1$

R/ $2^n - 1$*=255* $\Leftrightarrow$ *n=8*

$2^8 - 1$*=256-1=256*

Por lo tanto, entre 6 y 8 días Irene habrá acabado de leer el libro".

En la anterior respuesta se puede notar que al menos 1,2 o 3 estudiantes cuentan con buenos conocimientos previos en progresiones geométricas. Además se puede ver que estos educandos están entendiendo muy bien el problema y están proponiendo una muy buena solución a este.

Por otro lado, 4 grupos no respondieron la pregunta y 4 grupos no la respondieron correctamente, la respuesta usual en esta parte es la siguiente:

"Irene lee el primer día una página y cada día lee dos veces más que el día anterior. Por lo tanto tenemos 2^{n-1} *.*

Demostración:

1 día = 2^{1-1}*=1*

2 días= 2^{2-1}*=2* *Efectivamente cada día lee el doble que el día anterior.*

3 días= 2^{3-1}*=4*

2^{n-1} *=255*

Mediante el método de tanteo obtenemos:

2^{9-1} *=256 páginas, entonces Irene se lee el libro entre 9 y 10 días".*

En la anterior solución se puede ver que los estudiantes tienen la noción del concepto de progresión aritmética ya que en su gran mayoría logran llegar al término n-ésimo de la sucesión que genera el problema. Los educandos no logran llegar a la respuesta correcta porque no entienden realmente qué les está pidiendo el problema, ya que el problema pide hallar el número de días que Irene gasta leyendo 255 páginas y no el día en que Irene podría leer 255 páginas o más.

Finalmente, a la última pregunta ¿El día que Irene acabó de leer su libro, el número de páginas que había leído Fernanda, al final de ese día, era? Sólo un grupo respondió correctamente y su respuesta fue la siguiente:"

Total de páginas hasta n día por Fernanda

N	En f(n)
1	1
2	4
3	9

Enésimo término: n^2

Día en que Irene término el libro n=8
Es decir que en el octavo día Fernanda
Habrá leído n=8 $\Longrightarrow n^2=8^2$ *=64 páginas".*

Teniendo en cuenta que esta pregunta depende de la anterior, es lógico que los 4 grupos que respondieron mal la pregunta anterior en esta también lo hagan. Veamos una de las respuestas:

"Irene acabo de leer el libro en el día 10 mientras tanto Fernanda a leído

Día	N de Pág. 2n-1
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9
6	11
7	13
8	15
9	17
10	19
	100

Para cuando Irene acabo el libro Fernanda iba 100 Pág.".

Reflexión:

El anterior taller permite ver que la mayoría de los estudiantes tienen ya una noción de progresión aritmética, pues identifican la diferencia común y logran llegar con éxito al término n-ésimo de la sucesión que genera el problema planteado. Por el contrario, pocos alumnos tienen conocimientos previos en progresiones geométricas.

Por otro lado, conocer los errores que cometen los estudiantes en los talleres, permite al docente razonar sobre la forma de motivar al alumno hacia una postura de reflexión sobre sus ideas erróneas. Permitiendo así, que el estudiante logre orientarse hacia conceptos más amplios y correctos.

Por otra parte, tomar como punto de partida los conocimientos previos de los estudiantes en un determinado tema, ayuda al docente a planificar cada una de sus clases.

2.2.4 Sesión 4

Introducción:

La evaluación es esencial para la calidad educativa, ya que arroja distintas clases de información que permiten mejorar la práctica docente y entender mejor los procesos de enseñanza y aprendizaje que no son tan claros sin su aplicación.

Para que los docentes sean eficaces en reforzar el aprendizaje de los estudiantes, deben comprobar constantemente la comprensión que éstos vayan logrando. En este sentido, la actividad que se planteó en esta sesión fue un "TALLER INDIVIDUAL No. 1 PROGRESIONES ARITMÉTICAS" (ver anexo Fig.8).

A continuación se realizará una reflexión sobre el "TALLER INDIVIDUAL No. 1 PROGRESIONES ARITMÉTICAS" realizada a 28 estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

El primer punto del taller consistía en el siguiente problema:

Si se sigue con el patrón mostrado a continuación:

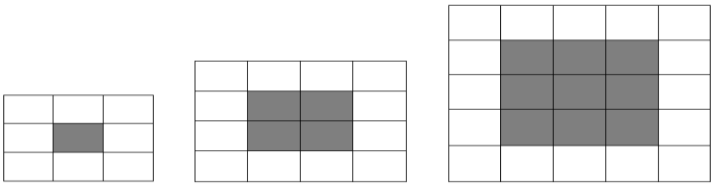


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

a) ¿Qué cantidad de cuadros blancos tiene la figura 28?
b) Si se conoce que la cantidad de cuadrados blancos que tiene cierta figura es 384, entonces se trata de la figura número?

En el anterior problema en la parte a), 22 estudiantes respondieron correctamente y lo hicieron de la siguiente manera:

“Figura Cuadrados blancos

f_1 = *8* *4* → *Diferencia común*

f_2 = *12*

f_3 = *16 …*

f_1*=8*

f_2*=12=8+4(1)*

f_3*=16=8+4(2)…*

f_n*=8+4(n-1)=8+4n-4=4+4n*

a) ¿Qué cantidad de cuadros blancos tiene la figura 28?

Término general=4n+4 ⇒ *n=28* → *Número de la figura*

Reemplazo n ⇒ *4X28+4=116* → *Cuadros blancos*” (ver anexo Fig.9).

Con la anterior respuesta se puede notar que, la mayoría de los estudiantes ya cuentan con una noción clara de progresión aritmética. Es decir, los estudiantes reconocen el patrón de comportamiento de este tipo de sucesiones, logrando así obtener la diferencia común y con esto el término general de la progresión.

Por el contrario, 6 estudiantes respondieron incorrectamente la parte a) del problema anterior. Las repuestas que dieron los alumnos en esta parte fueron las siguientes:

Respuesta N-1:

“Progresión contando los cuadros blancos

8,12,16,… la diferencia es 4

Por tanto: 4n+4

1) 4(1)+4=8
2) 4(2)+4=12
3) 4(3)+4=16
28) 4(28)+4=112

La figura 28, tendra 112 cuadros blancos”

Es necesario resaltar que 5 de los estudiantes que respondieron incorrectamente la parte a) de la primera pregunta, cometieron errores simples por no ser cuidadosos en el momento de realizar operaciones elementales como sumar o restar. Esto se puede ver en la respuesta anterior.

Respuesta N-2:

Fig.1 Fig.2 Fig.3 ⟹ *n + 2 Termino General*

3 4 5

1 1

1+2=3 Fig.1

2+2=4 Fig.2

3+2=5 Fig.3…

a)Fig.28=?

Cuántos cuadros blancos?

n+2

28+2=30 son los cuadros blancos en la Fig.28 (Ver anexo Fig.10).

En la anterior solución, es evidente que el estudiante no comprendió el problema ya que efectivamente la figura 1 tiene en algunas de sus filas o columnas 3 cuadrados blancos pero este no es el total de cuadrados blanco que tiene aquella figura. De manera que el estudiante desde el inicio está confundido con el problema, lo cual trae como consecuencias respuestas incorrectas al problema.

Por otro lado, en la parte b), 22 estudiantes respondieron correctamente y la solución más usual es la siguiente:

"Si c=384 $\Rightarrow$ *4n+4=384* $\Rightarrow$ *4n=384-4* $\Rightarrow$ *4n=380* $\Rightarrow$ *n=*$\frac{380}{4}$ $\Rightarrow$

n=95

*R// La Figura. 95 tiene 384 cuadrados blancos" (*Ver anexo Fig.11).

Además, en esta parte b), se tienen 4 estudiantes que dan respuestas incorrectas y 2 estudiantes que no dan ningún tipo de respuesta. Veamos las respuestas erróneas de algunos alumnos:

Respuesta N-1:

"b) Figura n=384   n=?

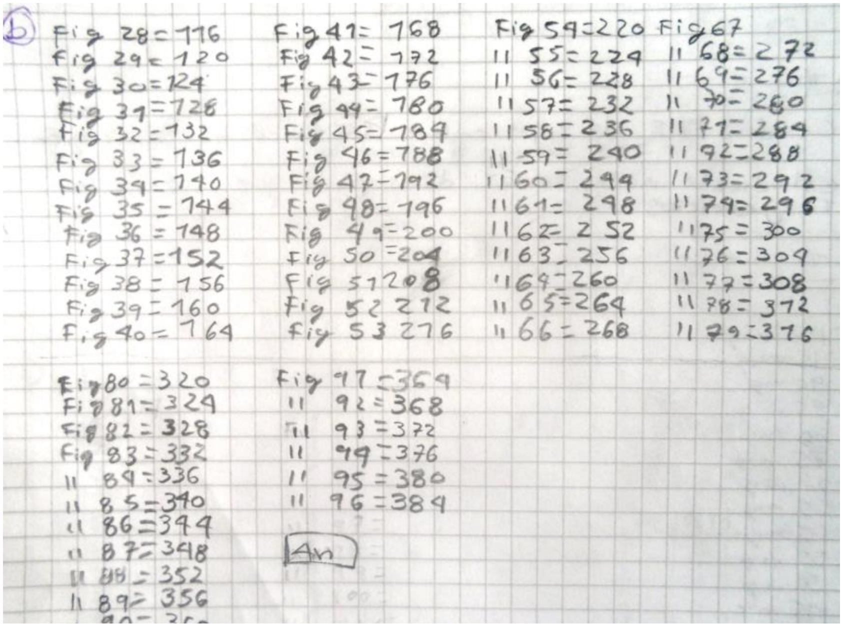
n+2=384

n=384-2

n=382 En la 382 hay 384 cuadros blancos".

Como el término general hallado por el estudiante es erróneo entonces la respuesta no es correcta.

Imagen 3. Respuesta No. 2.



La solución de la **Imagen 3** la proponen 3 estudiantes, la cual no es muy práctica ya que se tiende a cometer errores por el número elevado de cálculos. Esto se ve reflejado en la anterior imagen donde el estudiante olvida colocar el número de cuadrados blancos que tiene la figura 67, lo cual lo lleva a dar una respuesta incorrecta.

Siguiendo con el análisis del taller individual, la segunda pregunta correspondía al siguiente problema:

Una persona da limosna durante 15 días, cada día da $500 más que el día anterior. Si el primer día dio $1000 entonces ¿Cuánto dinero dio el último día?

El anterior problema lo resolvieron bien 26 estudiantes y la respuesta más usual fue: “

N-Días	Limosna dada	La diferencia común es 500
1 *2* *3…* *15*	*$ 1000 500* *$1500* *$ 2000…* *$8000*	 *500n+500 Término general* *Último día n=15 entonces reemplazamos:* *500(15)+500=7500+500=8000”*

Por el contrario, se tienen 2 estudiantes que respondieron incorrectamente la segunda pregunta, ya que cometen errores simples por no estar concentrados completamente en lo que se está haciendo. Esto se puede evidenciar en la siguiente respuesta.

“Limosna durante 15 días

La diferencia común es 500

1 día=1000 *500(1)+500=1000*

2 días=1500 $\Rightarrow$ *500n+500* $\Rightarrow$ *500(2)+500=1500*

3 días=2000… *500(3)+500=2000…*

A los 15 días: 500(15)+500=7500 ”.

El tercer punto del taller consta del siguiente problema:

Un estudiante de grado 11 se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?

b) ¿El número de días que necesita el estudiante para hacer 121 ejercicios es?

La pregunta de la parte a) del anterior problema, 23 la respondieron bien. La respuesta más frecuente fue: "

Día de septiembre *1* *2* *3…* *15*	*# de ejercicios* *1 2* *3* *5…* *29*	*La diferencia común es 2 por lo tanto* *2n-1 es el término general* *a)n=15, día 15 de septiembre entonces:* *2(15)-1=30-1=29* *R// El día 15 de septiembre le tocará hacer 29 ejercicios".*

Por el contrario, 5 estudiantes respondieron incorrectamente esta parte. Veamos algunas respuestas:

Respuesta N-1:"

Día	*# ejercicios*	*Diferencia común 2*
1	*1*	*n=Días*
2	*2*	*Por lo tanto:*
3…	*4…*	*2(15)-2= 28 ejercicios"*
N	*2n-2*	

En la anterior respuesta se puede ver que el estudiante no comprendió el problema ya que no logra hallar los términos correctos de la sucesión que genera el problema y por lo tanto llega a un término general que no es correcto.

Respuesta N-2:

“Día   Ejercicios

D_1 = *2* *2 Diferencia común*

D_2 = *4*

D_3 = *6* ...

Hallemos el término general:

D_1 = *2*

D_2 = *4= 2+2(1)*

D_3 = *6=2+2(2)...*

D_n = *2+2(n-1)=2+2n-2=2n* → *término general y n=15 días*

Reemplazando: 2(15)=30 ejercicios le tocará hacer el día 15”

Como el dato inicial que tomo el estudiante es erróneo entonces el término general hallado también es errado. Por lo tanto la respuesta no es correcta.

Respuesta N-3: “

15	*# Días*
x2	*# Ejercicios por día*
30	
+1	*1 ejercicio que fue con el que empezó*
31	*Ejercicios el 15 de septiembre”.*

La respuesta es errónea ya que el estudiante al multiplicar (15x2) está variando también el día 15. Así que se debía multiplicar (14x2)=28 y sumarle el término inicial 1 para un total de 29 ejercicios.

Respuesta N-4:

n	*Término*	*Ordinal*	*R// Entonces el día 15 de septiembre realizara:*
1	*1*	*2x0+1*	*a) 2x15+1=31 ejercicios.*
2	*3*	*2x1+1*	
3	*5*	*2x2+1*	*b) 2n+1=121*
4…	*7…*	*2x3+1…*	*2x60+1=121*
n		*2n+1*	*Necesita 60 días para hacer 121 ejercicios”*
			(Ver anexo Fig.12).

Esta respuesta es errónea ya que el estudiante no tiene presente que al iniciar con 2x0+1, 2x1+1,…, 2n+1, al día 15 de septiembre n no es igual a 15 sino n=14.

Por otro lado, en la parte b), sólo 4 estudiantes respondieron correctamente. Veamos una de las respuestas:

“Para hacer 121 ejercicios el estudiante necesita 11 días porque:

D_1 =1

D_2 =3

D_3 =5

D_4 =7

D_5 =9

D_6 =11 $\Rightarrow$ *1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21=121 ejercicios*

D_7 =13

D_8 =15

D_9 =17

D_{10} =19

D_{11} =21”

Por el contrario, 24 estudiantes respondieron incorrectamente esta parte. Veamos la respuesta más usual en los estudiantes:

Si F_n *=121*

⇨ *De* F_n *=2n-1*

⇨ $\frac{F_n+1}{2}$*=n*

⇨ *n=*$\frac{121+1}{2}$

⇨ *n=*$\frac{122}{2}$

⇨ *n=61".*

Los 24 estudiantes que respondieron incorrectamente la parte b) de la tercera pregunta "creyeron" que se les estaba pidiendo el término (día) donde el estudiante hace 121 ejercicios, como se muestra en la anterior respuesta.

Finalmente, el cuarto punto correspondía al siguiente problema:

La dosis de un medicamento es 100 mg el primer días y 5 mg menos cada uno de los siguientes días. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

El anterior problema lo resolvieron correctamente 18 estudiantes, la respuesta más frecuente fue la siguiente:

Día de tratamiento	*Dosis suministrada*	*Total*	
1	*100 mg* 5	*100*	*-5n+105 Término general*
2	*95 mg*	*195*	*Día n=12* ⇨ *-5(12)+105=45*
3	*90 mg*	*285*	*R// Durante todo el tratamiento el enfermo toma 870 mg.*
4	*85 mg*	*370*	
5	*80 mg*	*450*	
6	*75 mg*	*525*	
7	*70 mg*	*595*	
8	*65 mg*	*660*	
9	*60 mg*	*720*	
8	*55 mg*	*775*	
11	*50 mg*	*825*	
12	*45 mg*	*870*	

Por el contrario, 2 estudiantes no respondieron el problema y 8 estudiantes respondieron incorrectamente. Veamos una de estas respuestas:

$d_1 \longrightarrow$ 100 mg -5

$d_2 \longrightarrow$ 95 mg

$d_3 \longrightarrow$ 90 mg

$d_4 \longrightarrow$ 85 mg…

$d_n \longrightarrow$ 100-5(n-1) $\Longrightarrow$ d_{12} = 100-5(12-1)=45

R// La cantidad de miligramos que tiene que tomar el enfermo en el tratamiento son 45 mg".

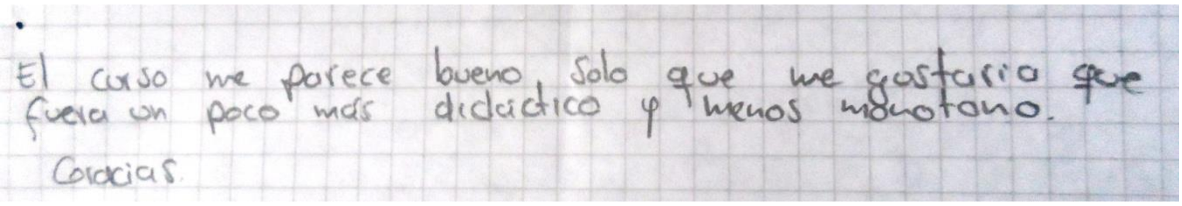
Los 8 estudiantes que respondieron incorrectamente la pregunta "creyeron" que se les estaba pidiendo el término donde se termina el tratamiento del enfermo, como se muestra en la anterior respuesta.

Finalmente, en esta sesión se pidió a los estudiantes dar por escrito sugerencias y opiniones del trabajo que se estaba realizando en el aula de clase.

De manera que, 27 estudiantes hacen las siguientes sugerencias:

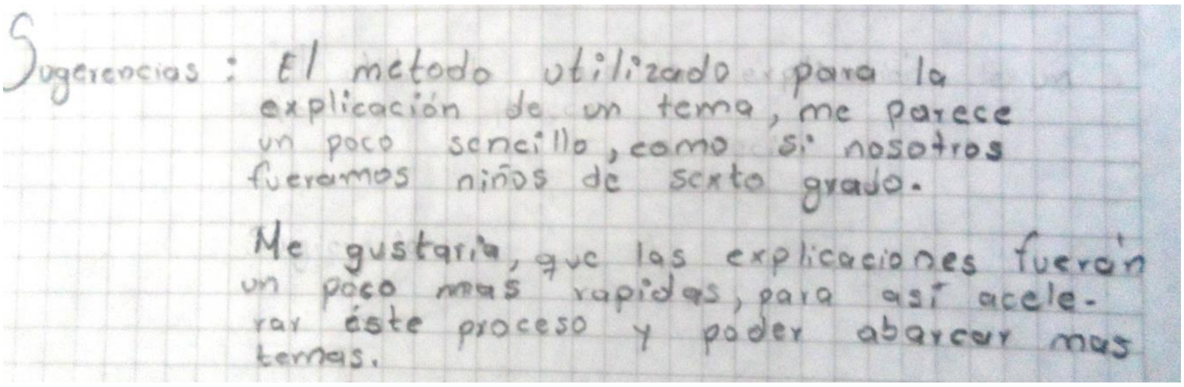
Sugerencias de 2 estudiantes:

Imagen 4. Sugerencia No. 1


El curso me parece bueno, solo que me gustario que fuera un poco más didáctico y menos monotono.
Gracias.

"El curso me parece bueno, solo que me gustaría que fuera un poco más didáctico y menos monótono."

Imagen 5. Sugerencia No. 2

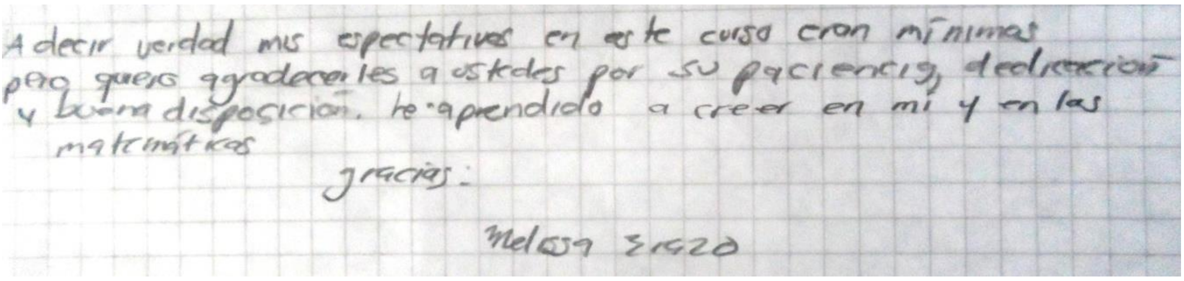

Sugerencias: El metodo utilizado para la explicación de un tema, me parece un poco sencillo, como si nosotros fueramos niños de sexto grado.

Me gustaria, que las explicaciones fueran un poco mas rapidas, para así acele-rar éste proceso y poder abarcar mas temas.

"El método utilizado para la explicación de un tema, me parece un poco sencillo, como si nosotros fuéramos niños de sexto grado. Me gustaría, que las explicaciones fueran un poco más rápidas, para así acelerar este proceso y poder abarcar más temas. "

25 estudiantes hacen casi las mismas sugerencias, las cuales son las siguientes:

Imagen 6. Sugerencia No. 3

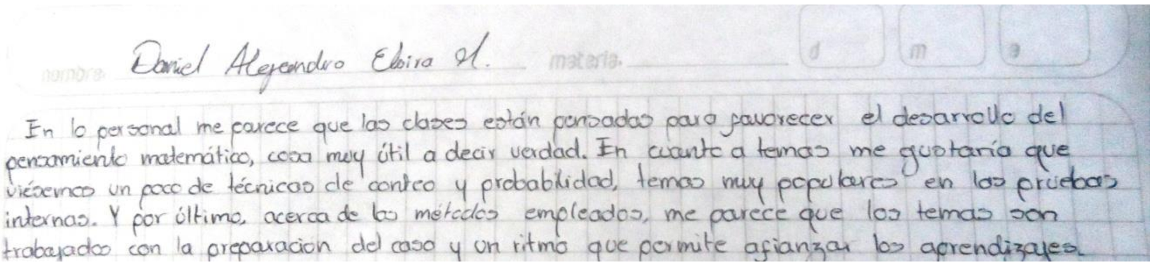

A decir verdad mis expectativas en este curso eran mínimas pero quiero agradecerles a ustedes por su paciencia, dedicación y buena disposición. he aprendido a creer en mí y en las matemáticas

gracias:

Melissa Erazo

"A decir verdad mis expectativas en este curso eran mínimas pero quiero agradecerles a ustedes por su paciencia, dedicación y buena disposición. He aprendido a creer en mí y en las matemáticas"

Imagen 7. Sugerencia No. 4

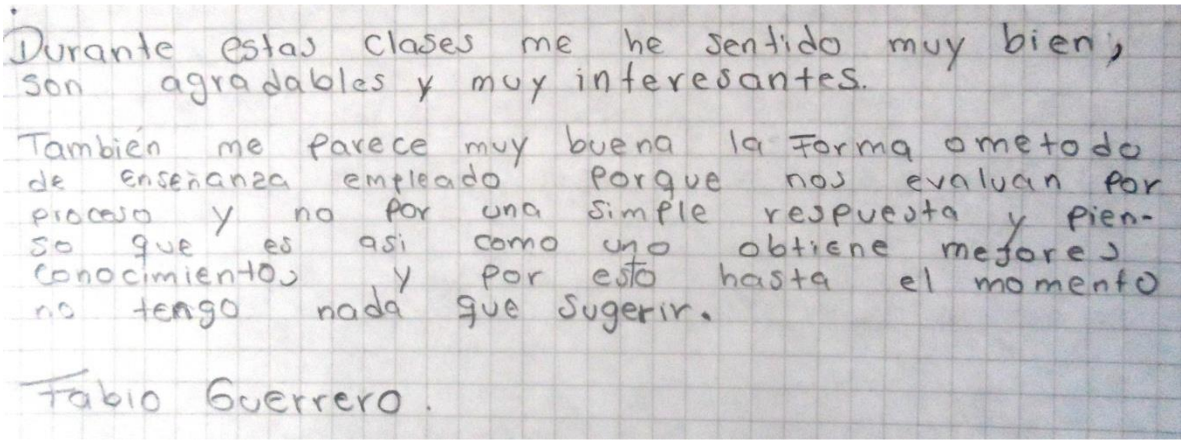


nombre Daniel Alejandro Elvira A. materia d m a

En lo personal me parece que las clases están pensadas para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, cosa muy útil a decir verdad. En cuanto a temas me gustaría que viéramos un poco de técnicas de conteo y probabilidad, temas muy populares en las pruebas internas. Y por último, acerca de los métodos empleados, me parece que los temas son trabajados con la preparación del caso y un ritmo que permite afianzar los aprendizajes.

"En lo personal me parece que las clases están pensadas para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, cosa muy útil a decir verdad. En cuanto a los temas me gustaría que viéramos un poco de técnicas de conteo y probabilidad, temas muy populares en las pruebas internas. Y por último, acerca de los métodos empleados, me parece que permite afianzar los aprendizajes. "

Imagen 8. Sugerencia No. 5



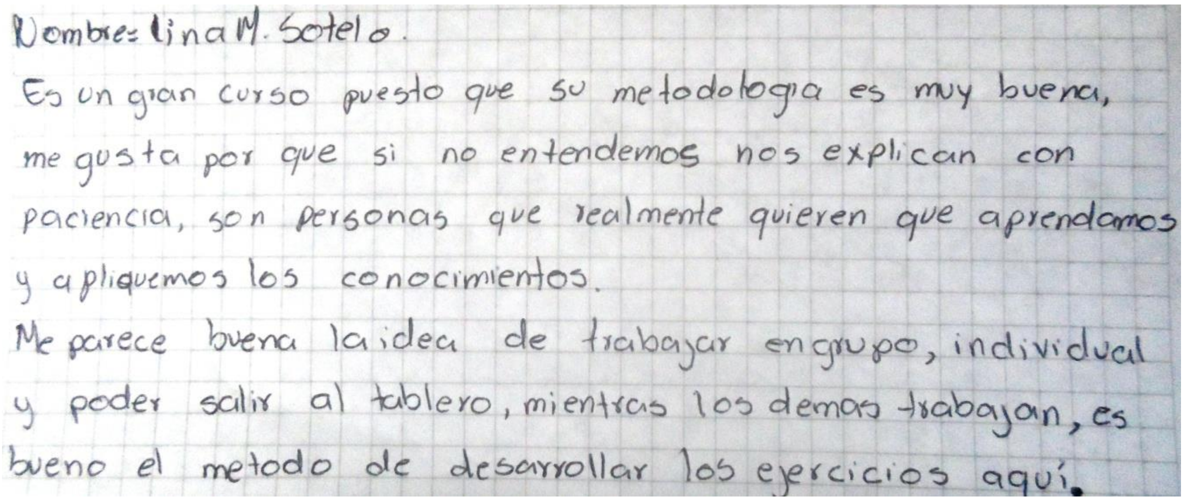
Durante estas clases me he sentido muy bien, son agradables y muy interesantes.

También me parece muy buena la Forma o metodo de enseñanza empleado porque nos evaluan por proceso y no por una simple respuesta y pienso que es asi como uno obtiene mejores conocimientos y por esto hasta el momento no tengo nada que sugerir.

Fabio Guerrero.

"Durante estas clases me he sentido muy bien, son agradables y muy interesantes. También me parece muy buena la forma o método de enseñanza empleado porque nos evalúa por procesos y no por una simple respuesta y pienso que es así como uno obtiene mejores conocimientos, y por esto hasta el momento no tengo nada que sugerir."

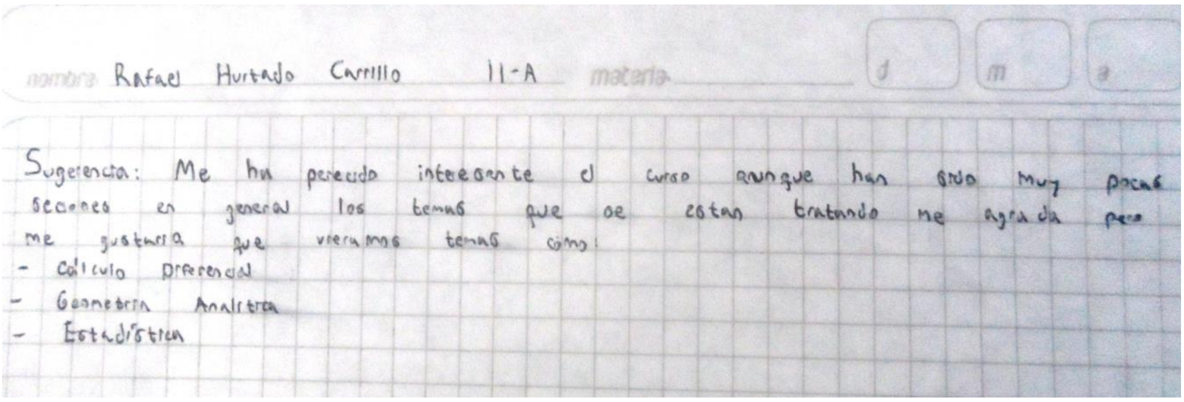
Imagen 9. Sugerencia No. 6



Nombre: lina M. Sotelo.
Es un gran curso puesto que su metodologia es muy buena, me gusta por que si no entendemos nos explican con paciencia, son personas que realmente quieren que aprendamos y apliquemos los conocimientos.
Me parece buena la idea de trabajar en grupo, individual y poder salir al tablero, mientras los demas trabajan, es bueno el metodo de desarrollar los ejercicios aquí.

"Es un gran curso puesto que su metodología es muy buena, me gusta porque si no entendemos nos explica con paciencia, son personas que realmente quiere que aprendamos y apliquemos los conocimientos. Me parece buena la idea de trabajar en grupo, individual y poder salir al tablero, mientras los demás trabajan, es bueno el método de desarrollar los ejercicios aquí."

Imagen 10. Sugerencia No. 7



nombre Rafael Hurtado Carrillo 11-A materia d m a

Sugerencia: Me ha parecido interesante el curso aunque han sido muy pocas seciones en general los temas que se estan tratando me agrada pero me gustaria que vieramos temas como:
- Calculo Diferencial
- Geometria Analitica
- Estadistica

"Me ha parecido interesante el curso aunque han sido muy pocas sesiones en general los temas que se están tratando me agrada pero me gustaría que viéramos temas como –calculo diferencial, -Geometría analítica, -Estadística."

Reflexión:

Considero que la prueba individual en general fue buena ya que la mayoría de los estudiantes respondieron a lo que se les estaba pidiendo, es decir, la mayoría de los educandos tienen ya una noción clara del concepto de progresión aritmética, de manera que logran aplicar este conocimiento en diversos problemas propuestos.

Por el contrario, los pocos estudiantes que presentan dificultades en esta prueba individual es consecuencia de una mala interpretación del problema o un mal cálculo hecho. Es necesario resaltar que fueron muy pocos los estudiantes que no respondieron algunas preguntas. De manera que se puede concluir que la mayoría de los estudiantes están construyendo por si mismos el término general de cada problema planteado sobre progresión aritmética.

Por otro lado, las sugerencias y opiniones que dan los estudiantes permiten ver que hasta el momento se ha hecho un buen trabajo en el aula, ya que los alumnos han acogido bien el proyecto, pues en su gran mayoría se sienten a gusto con lo que se está haciendo. También, se puede notar que a los estudiantes les agrado la metodología "resolución de problemas" pues consideran que permite afianzar los aprendizajes. Además, las estrategias utilizadas como el trabajar en grupo, individual y poder participar activamente dentro de la clase han sido acertadas, ya que los estudiantes manifiestan que son buenas estrategias de enseñanza y aprendizaje.

2.2.5 Sesión 5

Introducción:

Con el objetivo de reforzar el concepto de progresión aritmética e introducir el concepto de progresión geométrica se realizó la socialización del “TALLER GRUPAL N-2 PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS” trabajado en la sesión 3.

Inicialmente se pidió a los estudiantes que todos trataran de comprender el primer problema de la prueba. Luego se hizo la siguiente pregunta: ¿Hay alguien que no entienda el problema? En esta oportunidad ningún estudiante se manifestó. En seguida, se planteó el siguiente interrogante: ¿Qué nos pide hallar el problema? En esta oportunidad varios estudiantes participaron todos a la vez, (al final del día n, cuál es el número total de páginas leídas por Fernanda).

Ahora se planteó el siguiente interrogante: ¿Qué información o datos me permite hallar lo que pide el problema?

En esta oportunidad se pidió a un estudiante que saliera al tablero y escriba los datos que se necesitan para resolver el problema. Efectivamente, el estudiante salió al frente y escribió la sucesión de los números impares con su término general.

d_1=1

d_2=3

d_3=5

d_4=7

d_5=9…

d_n=2n-1

Luego, argumentó que Fernanda lee un libro de 255 páginas y que la secuencia que utiliza para leerlo diariamente corresponde a la sucesión de los números impares.

En seguida, se planteó las siguientes preguntas:

-¿Al final del día 3, el número total de páginas leídas por Fernanda es?

Algunos estudiantes de manera insegura respondieron 9 páginas.

-¿En el día 3, el número de páginas leídas por Fernanda es?

La mayoría de los estudiantes respondieron 5 páginas.

La anterior aclaración es necesaria ya que uno de los grupos presenta dificultades al responder este tipo de preguntas. Esto se puede ver en el taller grupal, donde uno de los grupos a la pregunta (al final del día n, el número total de páginas leídas por Fernanda es?) responden 2n-1 y no 1+2+3+…+2n-1.

Ahora se pidió a los estudiantes que todos trataran de comprender el problema de la pregunta 64. Luego se planteó el siguiente interrogante: ¿Hay alguien que no entienda el problema? En esta oportunidad ningún estudiante se manifestó. En seguida, se hizo la siguiente pregunta: ¿Qué nos pide hallar el problema? En esta oportunidad pocos estudiantes participaron (el número de días que necesita Irene para terminar de leer su libro está entre?).

Luego se preguntó: ¿Qué información o datos me permite hallar lo que pide el problema?

En esta oportunidad se pidió a otro estudiante que saliera al tablero y escribiera los datos que se necesitan para resolver el problema. Efectivamente, el estudiante salió al frente y escribió:

Irene lee un libro de 255 páginas y la sucesión es:

d_1=1

d_2=2

d_3=4

d_4=8

d_5=16

d_6=32

d_7=64

d_8=128

d_9=256…

d_n=2^{n-1}

Enseguida, se planteó las siguientes preguntas:

- el número de días que necesita Irene para leer 7 páginas de su libro es?

Pocos estudiantes de manera insegura respondieron 3 días.

- el número de días que necesita Irene para terminar de leer su libro es?

En esta oportunidad la mayoría de los estudiantes respondieron con seguridad 8 días.

Es necesario resaltar que en esta pregunta la mayoría de los grupos respondió incorrectamente (en 9 días Irene ya termino de leer su libro, ya que d_9 =256), de manera que los estudiantes no comprendieron la pregunta.

Luego se preguntó a los estudiantes como se llega al término general $d_n = 2^{n-1}$. La mayoría tiene claro que se trata de una progresión geométrica pero no saben cómo llegar al término general de una manera matemática y no a través del tanteo y error. Así que a continuación se hizo la introducción del concepto de progresión geométrica.

Notemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d_2}{d_1}=\frac{2}{1}=2 \\ \frac{d_3}{d_2}=\frac{4}{2}=2 \\ \frac{d_4}{d_3}=\frac{8}{4}=2 \end{array}\right\} \quad \boxed{\frac{d_2}{d_1}=\frac{d_3}{d_2}=\frac{d_4}{d_3}=\cdots=2} \longrightarrow$$

Es la razón entre dos términos consecutivos.

Luego, se dijo que cualquier término de la progresión geométrica se puede expresar utilizando únicamente el primer término de la progresión y la razón común. Por ejemplo:

$d_1=1$

$d_2=2=1(2^1)$

$d_3=4=1(2^2)\ldots$

$d_n=1(2^{n-1})=2^{n-1}$

De manera que una progresión geométrica, es una sucesión numérica $d_1, d_2, d_3, \ldots$ tal que la razón: q = $\frac{d_k}{d_{k-1}}$ entre dos términos consecutivos siempre es igual.

En seguida, se pidió a un estudiante que saliera al tablero y solucionara el problema de la pregunta 65.

Sin ninguna dificultad el estudiante rápidamente soluciona el problema:

-Irene acabó de leer su libro en 8 días.

-Fernanda

d_1=*1*

d_2=*3*

d_3=*5*

d_4=*7*

d_5=*9*

d_6=*11*

d_7=*13*

d_8=*15*

$$\boxed{1+3+5+7+9+11+13+15=64}$$

Así que el día que Irene acabó de leer su libro, Fernanda había leído 64 páginas.

Finalmente se hizo un “TALLER GRUPAL N-3 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS” (Ver anexo Fig.13) donde los grupos son organizados estratégicamente por la docente. Es decir, en un grupo de 3 se coloca un estudiante que ha mostrado un buen rendimiento y otros dos que por el contrario han tenido dificultades en este proceso. Lo anterior con el objetivo de fomentar el trabajo en equipo y brindarles la oportunidad a los estudiantes de reforzar sus conocimientos y superar sus dificultades con la ayuda de sus propios compañeros, ya que se pretende que el estudiante que entiende les explique a los otros.

Además se trata que el estudiante no trabaje con los compañeros que continuamente elige para trabajar en grupo, ya que casi siempre los buenos estudiantes se hacen con otros buenos y los estudiantes que presentan dificultades se hacen con otros en igual condición. Ante esto considero que esta situación no favorece a ninguno de los dos tipos de grupos ya que a través de este proceso he notado que el grupo de estudiantes con dificultades no logra avanzar en los talleres y el grupo de buenos estudiantes cuando cometen errores en los talleres es porque hacen las operaciones rápidamente y a veces suman, restan o multiplican mal. Esto no pasaría si estos estudiantes están concentrados explicándole a alguien más, pues cuando se le explica a alguien se procura no cometer errores.

A continuación se realizará una reflexión sobre el “TALLER GRUPAL N-3 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS” realizada a 28 estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

9 Grupos

8 Grupos- Cada grupo con 3 integrantes

1 Grupo- Con 4 integrantes

Total: 28 estudiantes

El primer punto del taller consistía en el siguiente problema:

A Luis y Aurora les han contado un secreto a las 9 de la mañana con la advertencia de que no se lo cuente a nadie. Está en la naturaleza humana la falta de discreción. El caso es que al cuarto de hora cada uno de ellos sòlo se lo ha contado a tres amigos, eso sí de absoluta confianza, que al cabo de un cuarto de hora se lo cuentan a otros tres y así sucesivamente cada cuarto de hora. ¿Cuánta gente se enteró del secreto a la 11 de la mañana?

El anterior problema lo resolvieron correctamente 7 grupos y la respuesta más frecuente fue la siguiente:

“9:00 9:15 9:30 9:45 10:00 10:15 10:30 10:45 11:00

2 6 18 54 162 486 1.458 4.374 13.122

Cociente=3 $\Longrightarrow$ *Término general:* $2(3^{n-1})$

R// A las 11:00 se enteraron 13.122 personas”.

Por el contrario, 1 grupo no dio respuesta al problema y un solo grupo respondió erróneamente. Veamos cual fue la respuesta:

“De 9 a 11 entonces 11-9=2 horas.

Luego 1h= tiene 4 $\frac{1}{4}$ *de hora entonces 2 horas tiene= 4(2)=8 cuartos de*

Cuartos de hora	Personas
n_1	2
n_2	6
n_3	18
$n_4 \ldots$	54
n	

n-ésimo término:

$2(3^{n-1})$

A las 11 de la mañana n=8 reemplazando:

$2(3^{8-1})=2(3^7)=$ *4374 personas”* (Ver anexo Fig.14).

El grupo respondió incorrectamente a esta pregunta, ya que olvido contar el término inicial como se muestra en la imagen anterior. Estos dicen que de 9-11 hay 2 horas que equivalen a 8 cuartos de hora. Así que para estos n=8, lo cual es incorrecto pues contando con el término inicial n=9.

Siguiendo con el análisis del taller, la segunda pregunta correspondía al siguiente problema:

Si se sigue con el patrón mostrado a continuación:

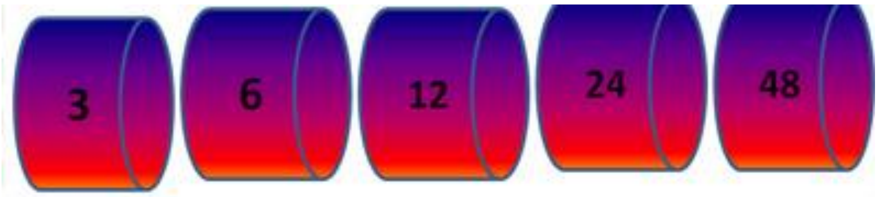


Fig.1 Fig.2 Fig.3 Fig.4 Fig.5

¿Qué número tiene la figura 8?

Este problema lo respondieron correctamente los 9 grupos y la respuesta más usual fue la siguiente:

Figuras	*Número*	*La razón es:* $\frac{f_2}{f_1}=\frac{f_3}{f_2}$ ⇨ $\frac{6}{3}=\frac{12}{6}$*=2* ⇨ *r=2*
f_1	*3*	⇨ f_1*=3=3(*2^{1-1}*)*
f_2	*6*	f_2*=6=3(*2^{2-1}*)*
f_3	*12*	f_3*=12=3(*2^{3-1}*)*
f_4	*24*	*n-ésimo termino: 3(*2^{n-1}*)*
f_5	*48*	⇨ f_8*=3(*2^{8-1}*)= 3(*2^{7}*)=3(128)=384”*
		(Ver anexo Fig.15).

Con la anterior respuesta es evidente que la mayoría de los estudiantes tiene ya una noción clara del concepto de progresión geométrica. Además los estudiantes están utilizando las herramientas brindadas en clase para resolver los problemas ya que utilizan frecuentemente una buena notación.

Finalmente, la pregunta N-3 consistía en el siguiente problema:

En el candelabro mostrado en la figura 1 se duplica la cantidad de brazos verticales del último nivel para generar el candelabro de la figura 2 y así sucesivamente, conservando dicho patrón de construcción. Se debe tener en cuenta que cada pareja de brazos verticales se sostiene de un brazo horizontal.

a) ¿El número de brazos verticales que tendrá el candelabro construido en la figura 5 manteniendo el patrón es?

b) ¿El número de brazos horizontales que tendrá el candelabro construido en la figura 5 manteniendo el patrón es?

c) ¿La cantidad de velas que tendrá el candelabro construido en la figura n-ésima conservando el patrón descrito es?

La parte a) del anterior problema la respondieron correctamente 7 grupos y las respuestas más frecuentes fueron:

Respuesta 1:

"Para brazos verticales:

T_1*= 3* *Brazos verticales en la figura5 (*T_5*)*

T_2*=7* $\Longrightarrow$ *n=5* $\Rightarrow$ 2^{5+1} *-1=* 2^6 *-1=63".*

T_3*=15*

T_4*=31…*

T_n=2^{n+1} *-1 Término General*

Respuesta 2:

“ $f_1 \rightarrow 2$ ⟹ *Los sumo y nos da: 62*

$f_2 \rightarrow 4$ *y se suma el brazo de base vertical*

$f_3 \rightarrow 8$ *62+1=63”.*

$f_4 \rightarrow 16\ldots$

$f_n=2^n$ Término General

Por el contrario, en esta parte a) del problema un grupo no dio respuesta y sólo un grupo dio una respuesta equivocada. Veamos cual fue esta respuesta.

“El término general de la figura del candelabro es $\mathbf{2^n}$, para los brazos verticales. Entonces en la figura 5 el número de brazos verticales es $\mathbf{2^5}$**=***32 brazos verticales”*

El grupo respondió incorrectamente la pregunta ya que “creyeron” que se les estaba pidiendo el número de brazos verticales que tiene el candelabro de la figura 5 en el último nivel, como se muestra en la anterior respuesta.

Por otro lado, en la parte b del problema se tienen 7 grupos que responden correctamente y la respuesta más usual es:

“Para brazos horizontales:

$T_1= 1$ ⟹ *Brazos horizontales en la figura5 (T_5)*

$T_2=3$ *n=5 ⟹ 2^5 -1= 2^5 -1=31”.*

$T_3=7$

$T_4=15\ldots$

$T_n=2^n$ -1 Término General

Por el contrario, en esta parte b) del problema, 2 grupos responden erróneamente. Veamos las respuestas:

Respuesta 1:

"El número de brazos horizontales es la mitad de los verticales en la figura 5 .Entonces 2^5 *=32* ⇨ $\frac{32}{2}$*=16 = al número de brazos horizontales*" (Ver anexo Fig.16).

El grupo respondió incorrectamente la pregunta ya que "creyeron" que se les estaba pidiendo el número de brazos horizontales que tiene el candelabro de la figura 5 en el último nivel, como se muestra en la anterior respuesta.

Respuesta 2:

f_1*= 1*

f_2*= 3*

f_3*=7 …*

f_n*=*2^n *-1* ⇨ 2^5 *-1 =16-1=15".*

La respuesta no es correcta ya que se cometen errores al hacer operaciones, (2^5=32), como se muestra en la respuesta anterior.

Finalmente en la parte c) de este problema se tienen 7 grupos que responden correctamente y 2 grupos que no dan respuesta. Veamos la respuesta más usual de los estudiantes en esta parte.

n	*Término*	*Ordinal*
1	*2*	2^1
2	*4*	2^2
3…	*8…*	2^3
N		2^n

La cantidad de velas que tendrá el candelabro en la figura n-ésima es: $\mathbf{2^n}$*".*

Reflexión:

En general los resultados de esta prueba grupal sobre progresiones geométricas son buenos, ya que de 9 grupos, 4 grupos resuelven con éxito toda la prueba y 5 grupos cometen errores sólo al hacer operaciones elementales como sumar o restar. Es decir, la mayoría de los estudiantes tienen una noción del concepto de progresión geométrica pues los alumnos reconocen el patrón de comportamiento de este tipo de sucesiones, logrando así obtener la razón de la progresión y con ello el término general. De manera que, los alumnos están utilizando con éxito este concepto en diversos problemas propuestos.

Por otro lado, note que al organizar los grupos algunos estudiantes quedaban inconformes, pero finalmente los observe trabajando cómodamente con sus nuevos compañeros. Así que este hecho emocionalmente no fue tan transcendente. Además los resultados en esta prueba grupal fueron muy buenos y algunos estudiantes expresaron que esta era una buena estrategia para unir más el grupo.

2.2.6 Sesión 6

Introducción:

Es deber del docente proponer estrategias que motiven a los estudiantes a construir los conocimientos matemáticos de una forma lúdica y práctica. En este sentido, en esta sesión se propone el juego como estrategia pedagógica para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Al iniciar la clase se informó a los estudiantes sobre la actividad a trabajar: “Juego: Aprendiendo Progresiones Geométricas contra el tiempo”. En seguida, se organizaron 6 grupos de 5 integrantes, los cuales ya están previamente establecidos estratégicamente por la docente. Es decir, cada grupo cuenta con dos estudiantes que se han destacado académicamente en todo este proceso. Además con un estudiante que frecuentemente participa y le gusta salir al tablero. Y por último para completar el grupo se escogen dos estudiantes que han presentado dificultades en el transcurso del proyecto.

Cuando se organizaron los grupos, algunos de estos quedaban incompletos ya que faltaron 5 estudiantes que frecuentemente asisten a las clases. Así que 2 grupos quedaron conformados con personas que pocas veces van a las clases o la mayoría han presentado dificultades en este proceso. Como consecuencia a lo anterior estos 2 grupos no pudieron ganar puntos en el transcurso de juego ya que no lograron resolver rápidamente los problemas.

Finalmente se organizaron 5 grupos, 3 de 6 integrantes y 2 de 5 integrantes para un total de 28 estudiantes.

Descripción del juego.

1) A cada grupo se le asigna un número 1, 2,3, 4, 5.

2) Se tienen 12 problemas de progresiones geométricas, los cuales algunos ya han sido trabajados por los estudiantes en todo este proceso. Para iniciar el juego se le pide al primer grupo que escoja un número del 1 al 12 para saber exactamente qué problema le toca resolver.

3) Después de saber exactamente el problema que se debe resolver, se entrega a todos los grupos el mismo problema, donde la oportunidad de salir a resolver el problema en el tablero y ganar el punto es del primer grupo. Es necesario resaltar que el primer grupo cuenta con 5 minutos para resolverlo. Si en el transcurso de ese tiempo hay grupos que tomaron menos de 5 minutos para resolver el problema, entonces estos tendrán la oportunidad de ganar ese punto sólo si el primer grupo sale al

tablero y resuelve mal el problema o no alcanza a terminarlo en los 5 minutos. Si se da el anterior caso, los grupos que terminaron en menos de 5 minutos participaran en el orden en el cual terminaron de resolver el problema.

4) Después de haber resuelto el primer problema, la oportunidad de obtener el siguiente punto es para el segundo grupo. Así que se le pide un número del 1 al 12 omitiendo el número del problema anteriormente resuelto. De manera que el juego sigue así sucesivamente y todos los grupos tendrán la oportunidad de ganar puntos.

5) Al final el grupo que tenga más punto será el ganador del juego.

Los objetivos de este juego: Aprendiendo progresiones geométricas contra el tiempo son:

- ✓ Reforzar el concepto de progresión geométrica.
- ✓ Incentivar el trabajo en equipo.
- ✓ Fortalecer la agilidad mental.
- ✓ Habituarse a trabajar contra el tiempo.

Problemas:

1) El padre de Juan decide guardar $2000 el día que Juan cumple un año. Ira duplicando la cantidad todos los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado el día que Juan cumpla 10 años?

2) Un equipo de ciclismo prepara su entrenamiento semanal en 5 etapas. En la primera se recorre una distancia de 40km y cada una de las etapas restantes es 5/4 veces más larga que la anterior. ¿Cuántos kilómetros recorre el equipo en una semana?

3) Una célula se reproduce por bipartición cada 6 horas. ¿Cuántas células habrá al paso de 48 horas?

4) Un sabio, inventor del ajedrez, pidió al rey como pago por su invento, un grano de trigo por la primera casilla del ajedrez, 2 por la segunda, 4 por la tercera y así sucesivamente, siempre doblando la cantidad de granos, hasta la última de las 64 casillas. ¿Cuántos granos le tendría que dar el rey por la casilla 64?

5) El nùmero inicial de moscas de una población es de 50 y cada día el número de moscas se triplica. ¿Cuántas moscas habrán el día 10?

6) En una progresión geométrica T_{10} =64 y la razón es igual a 0.5. Hallar el término octavo.

7) En una progresión geométrica T_1 =2 y T_4 =54 encontrar la razón y los 4 primeros términos.

8) La dosis de un medicamento es 100mg el primer día y 5mg menos cada uno de los siguientes días. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

9) Una máquina costó inicialmente $26.200.000. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente. ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?

10)**)** Dado un cuadrado de 1m de lado, se unen dos a dos los puntos medios de sus lados, obteniendo un nuevo cuadrado en el que se vuelve a efectuar la misma operación y así sucesivamente. ¿Cuál es la sucesión formada por la longitud de los lados y cuál es su término general?

11) A Luis y Aurora les han contado un secreto a las 8 de la mañana con la advertencia de que no se lo cuente a nadie. Está en la naturaleza humana la falta de discreción. El caso es que al cuarto de hora cada uno de ellos sólo se lo ha contado a tres amigos, eso sí de absoluta confianza, que al cabo de un cuarto de hora se lo cuentan a otros tres y así sucesivamente cada cuarto de hora. ¿Cuánta gente se enteró del secreto a la 11 de la mañana?

12) El segundo término de una progresión geométrica es 6 y el quinto término es 48. Escribir la progresión.

En esta sesión se alcanzaron a trabajar 8 problemas, de estos problemas, los 5 grupos no pudieron resolver sólo uno, el cual es el siguiente:

En una progresión geométrica T_{10} =64 y la razón es igual a 0.5. Hallar el término octavo.

Es necesario resaltar que este fue el primer problema a trabajar en la sesión, donde la mayoría de los grupos dio soluciones a este problema, aunque no lograron llegar a la respuesta correcta. Veamos algunas de estas soluciones:

Respuesta 1:

“razón=0.5 entonces:

0.5 (8)+59=63

0.5 (9)+59=63.5

0.5 (10)+59=64”

Respuesta 2:

“$n=10 \longrightarrow$ 64x2=128 $\Longrightarrow \frac{1}{2}(2^{10-3})$

$r=0.5=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}(2^{8-3})=\frac{1}{2}(2^{5})=16$*”*

Después de varios intentos fallidos de algunos grupos por resolver el problema, la docente dio a conocer la siguiente solución:

Inicialmente, tomemos un ejemplo de una progresión geométrica:

r=3

$T_{1=}$2

$T_{2=}6 = 2(3^1)$

$d_{3=}18 = 2(3^2)$

$T_{4=}54 = 2(3^3)$

$T_n = 2(3^{n-1})$ es decir, $T_n = T_1(r^{n-1})$

Ahora sí resolvemos el problema:

T_{10}=64, r=0.5=$\frac{1}{2}$, T_8=?

$T_{n=}T_1(r)^{n-1}$

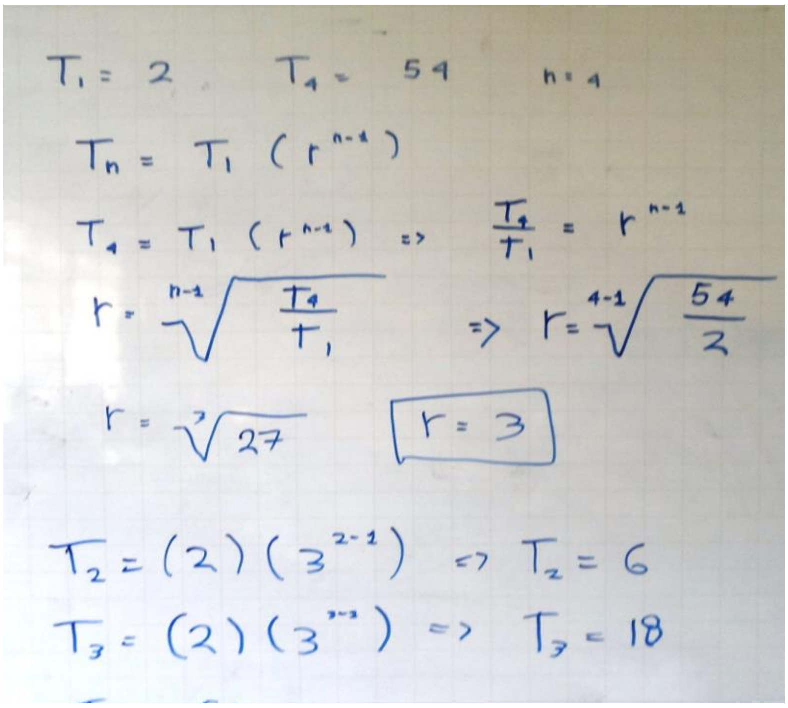
$T_{10=}T_1(\frac{1}{2})^{10-1}$Luego T_1=32.768

Por lo tanto $T_{8=}32.768(\frac{1}{2})^{8-1}$=256

Considero que proponer este problema no fue pertinente ya que prácticamente se obliga al estudiante a memorizar la fórmula general de la progresión geométrica para lograr resolver el problema. Sin embargo, después de la explicación los estudiantes lograron resolver sin dificultad problemas similares como el siguiente:

En una progresión geométrica T_1 =2 y T_4 =54 encontrar la razón y los 4 primeros términos.

Imagen 11. Respuesta de un estudiante al anterior problema



Con la anterior respuesta se puede notar que los estudiantes asimilan rápidamente todo los conocimientos que el docente le pueda brindar.

Es necesario resaltar que de los 12 problemas se alcanzaron a trabajar 8 problemas.

Reflexión:

Considero que en esta sesión se cumplieron las expectativas que se tenían frente a la actividad "Juego: Aprendiendo Progresiones Geométricas contra el tiempo", ya que los estudiantes trabajaron en equipo con compañeros distintos a los usuales. También la mayoría de los grupos reforzaron los conceptos de progresiones geométricas, pues resolvieron la mayoría de los problemas propuestos sin dificultad. Además pienso que gran parte de los estudiantes en esta sesión aprendieron matemáticas de una manera divertida.

Por otro lado, en esta sesión aprendí que el maestro puede cometer errores, ya que en esta oportunidad a pesar de haber preparado muy bien la clase, propuse en el aula un par de problemas que obligaban al estudiante a memorizar fórmulas para poder llegar a la solución, todo lo contrario a lo que se busca con este proyecto, pues se espera que el alumno construya por sí mismo la fórmula o el término general de cada problema.

2.2.7 Sesión 7

Introducción:

La evaluación no tiene como fin "calificar" a cada uno de los estudiantes, sino más bien conocer las fortalezas y debilidades de los educandos, con el objetivo de buscar estrategias que permitan al alumno complementar sus fortalezas o superar sus limitaciones. En este sentido, la actividad propuesta en esta sesión es un "TALLER INDIVIDUAL N-2 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS" (ver anexo Fig.17).

En esta oportunidad por cuestiones de tiempo se elaboraron dos pruebas diferentes, cada prueba constaba de 2 puntos. La idea era evaluar el tema (Progresiones Geométricas) procurando que los estudiantes tomaran como máximo una hora para resolverla y poder continuar con las otras actividades. Además, se hacen dos pruebas distintas buscando ver el procedimiento de 4 problemas y no sólo de 2.

Cuando elabore las pruebas creía que ambas tenían el mismo nivel de complejidad. Pero al ejecutar esta actividad se notó que una prueba era más compleja que la otra ya que en una de ellas la mayoría de los estudiantes presento dificultades y por el contrario en la otra prueba la mayoría la resolvió sin problema.

Además hubieron algunos estudiantes que tardaron aproximadamente 2 horas para resolver la prueba. Así que no fue posible terminar con todas las actividades planeadas para esta sesión.

A continuación se realizará una reflexión sobre el "TALLER GRUPAL N-2 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS" realizada a 28 estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

Prueba individual (1) $\longrightarrow$ 16 estudiantes

Prueba individual (2) $\longrightarrow$ 12 estudiantes

$\boxed{\text{Total de 28 estudiantes}}$

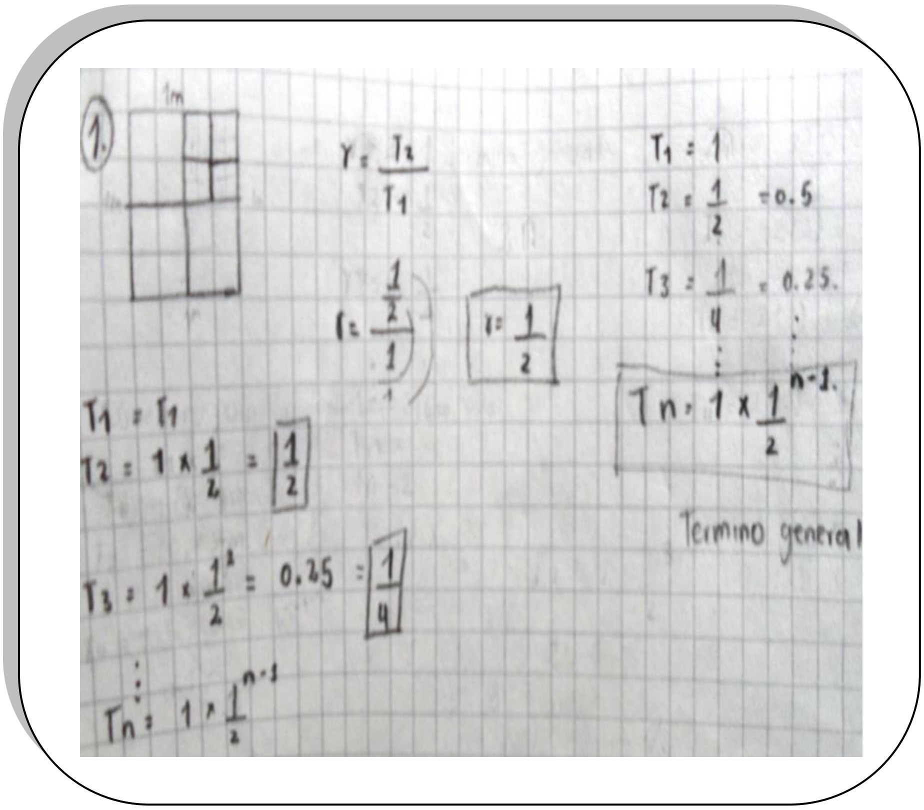
Análisis de la prueba individual (1)

El primer punto de esta prueba consistía en el siguiente problema:

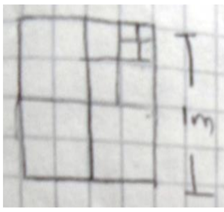
Dado un cuadrado de 1m de lado, se unen dos a dos los puntos medios de sus lados, obteniendo un nuevo cuadrado en el que se vuelve a efectuar la misma operación y así sucesivamente. ¿Cuál es la sucesión formada por la longitud de los lados y cuál es su término general?

El anterior problema lo resolvieron correctamente 13 estudiantes y la respuesta más frecuente fue la siguiente:

Imagen 12. Respuesta más frecuente de los estudiantes al anterior problema



Por el contrario, se tiene un estudiante que no da respuesta al problema y dos estudiantes que responden incorrectamente. Veamos alguna de estas respuestas:

“ 	*1n(4) término general por lado* *Si n=1⇨ 1(1).4=4* *2⇨ 1(2).4=8* *3⇨ 1(3).4=12* *4⇨ 1(4).4=16…*	*Para el cuadrado como A=L.L* *Si n=1⇨ A=4X4=16* *2⇨ A=8X8=64* *3⇨* *A=12X12=144* *…”*

Los 2 estudiantes que respondieron incorrectamente esta pregunta cometieron el mismo error, ya que el término general para estos es (1n(4) o 4n). Lo cual quiere decir que los estudiantes no comprendieron el problema pues estos entendieron que la sucesión estaba formada por la cantidad de cuadrados en el que se estaba dividiendo el cuadrado inicial y no por la longitud de los lados del cuadrado. Esto se puede ver en la respuesta anterior.

Continuando con el análisis de la prueba, el segundo punto correspondía al siguiente problema:

Un sabio, inventor del ajedrez, pidió al rey como pago por su invento, 2 granos de trigo por la primera casilla del ajedrez, 6 por la segunda, 18 por la tercera y así sucesivamente, siempre triplicando la cantidad de granos, hasta la última de las 64 casillas. ¿Cuántos granos le tendría que dar el rey por la casilla 64?

El anterior problema lo resolvieron correctamente los 16 estudiantes que presentaron esta prueba. Veamos cual fue la respuesta más común de los educandos en este punto: “

$n_{1=}2$

$n_{2=}6 = 2X3^1$

$n_{3=}18 = 2X3^2$

$n_{4=}54 = 2X3^3$

$n_{5=}162 = 2X3^4 \ldots$

$n_n = 2(3^{n-1})$

Entonces $n_{64} = 2(3^{64-1})$ $=2(3^{63})$ $=2289122547X10^{30}$" (Ver anexo Fig.18).

Análisis de la prueba individual (2)

El primer punto de esta prueba hacía referencia al siguiente problema:

Un equipo de ciclismo prepara su entrenamiento mensual en 15 etapas. En la primera se recorre una distancia de 40km y cada una de las etapas restantes es 5/4 veces más larga que la anterior. ¿Cuántos kilómetros recorre el equipo en un mes?

El anterior problema sólo lo realizaron bien 4 estudiantes de los 12 que presentaron esta prueba. Veamos algunas de estas respuestas: "

$T_{1=}40$

$T_{2=}40X\ (\frac{5}{4})^{2-1}$

$T_{3=}40X\ (\frac{5}{4})^{3-1}$

$T_{4=}40X\ (\frac{5}{4})^{4-1}$

$T_{5=}40X\ (\frac{5}{4})^{5-1} \ldots$

$T_n = 40X\ (\frac{5}{4})^{n-1} \Longrightarrow T_{15} = 40X\ (\frac{5}{4})^{15-1} = 40X\ (\frac{5}{4})^{14} \sim 909.49$ Km".

Por el contrario, los 8 estudiantes restantes respondieron incorrectamente este punto. Veamos alguna de estas respuestas:

Respuesta N-1:

“1 mes $\longrightarrow$ *28 días*

1 $\longrightarrow$ *40 km* $\Longrightarrow$ *40+*$\frac{5}{4}$*X1-*$\frac{10}{8}$

2 $\longrightarrow$ *41.25 km* $\Longrightarrow$ *40+*$\frac{5}{4}$*X2-*$\frac{10}{8}$

3 $\longrightarrow$ *42.5 km* $\Longrightarrow$ *40+*$\frac{5}{4}$*X3-*$\frac{10}{8}$*…*

n $\longrightarrow$ *40+*$\frac{5}{4}$*Xn-*$\frac{10}{8}$ $\Longrightarrow$ *Término General*

Como un mes tiene 28 días entonces:

28 $\longrightarrow$ *40+*$\frac{5}{4}$*X28-*$\frac{10}{8}$*=73.75 Km en un mes”* (ver anexo Fig.19).

En la anterior respuesta se puede notar que el estudiante no comprende el problema ya que se le dificulta comprender que significa “$\frac{5}{4}$ veces más larga que la anterior”. Además utiliza afirmaciones “1 mes $\longrightarrow$ 28 días” que no son necesarias en el problema. Aunque hay que reconocer que el alumno hace un buen razonamiento lógico.

Respuesta N-2:

"1 mes – 15 etapas 1 etapa $\longrightarrow$ 40 Km Km= 15 etapas

… $\longrightarrow$ $\frac{5}{4}$ Veces

r=$\frac{5}{4}$

1 $\longrightarrow$ 40 km $\Rightarrow$ 40+ (1.25X (1-1))

2 $\longrightarrow$ 41.25 km $\Rightarrow$ 40+ (1.25X (2-1))

3 $\longrightarrow$ 42.5 km $\Rightarrow$ 40+ (1.25X (3-1))

4 $\longrightarrow$ 43.75 km $\Rightarrow$ 40+ (1.25X (4-1))…

n $\longrightarrow$ 40+ (1.25 X(n-1)) $\Rightarrow$ Término General

15 $\longrightarrow$ 40+ (1.25 X (15-1))=57.5 Km

El estudiante responde incorrectamente a esta pregunta ya que pretende utilizar el mismo procedimiento para hallar el término general de las progresiones aritméticas, es decir, el estudiante no comprende el problema pues presenta dificultan en entender el significado de "$\frac{5}{4}$ veces más larga que la anterior".

Respuesta N-3:

"15 *Etapas*

d=40 Km $\Rightarrow$ 40X$\frac{5}{4}$=$\frac{200}{4}$=50

r=$\frac{5}{4}$

1 40 Km

2 50 Km

3 60 Km

4 70 Km

5 80 Km $\Longrightarrow$ *Ahora necesitamos conocer durante un mes=30 días*

6 90 Km *En 30 días=360 Km han recorrido en la carrera.*

7 100 Km

8 110 Km

9 120 Km

10 130 Km

11 140 Km

12 150 Km

13 160 Km

14 170 Km

15 180 Km

La anterior respuesta la dan 3 estudiantes, en la cual se puede notar que los educandos no comprenden el problema por lo tanto al ver que entre el término 1 y el termino 2 hay una diferencia de 10 inmediatamente afirman que esta es la diferencia entre todos los término de la sucesión, es decir, estos alumnos aún están pensando en progresiones aritméticas.

Respuesta N-4:

"1 mes $\longrightarrow$ 15 Etapas

Cada etapa aumenta $\frac{5}{4}$ *entonces:*

En la primera etapa recorrió 40 Km$+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}+\frac{5}{4}=$61.25 *Km en 15 días al mes recorre 122.5 Km".*

En la anterior respuesta se puede notar que el estudiante aún sigue pensando en progresiones aritméticas.

Siguiendo con el análisis de la prueba, el segundo punto correspondía al siguiente problema:

Una célula se reproduce por bipartición cada 6 horas. ¿Cuántas células habrá al paso de 48 horas?

El anterior problema sólo lo resolvieron correctamente 5 estudiantes de los 12 que presentaron esta prueba. Veamos la respuesta más usual de los estudiante: "

$T_{1=}1$ *Teniendo en cuenta que cada termino son cada 6 horas*

$T_{2=}2$ *entonces a las 48 horas, será el término 9 así que:*

$T_{3=}4$ $T_{9=}\ 2^{9-1}$=256 *células a las 48 horas"* (Ver anexo Fig.20).

$T_{4=}8\ldots$

$T_{n=}\ 2^{n-1}$

Por el contrario, los 7 estudiantes restantes respondieron incorrectamente este punto de la prueba. Veamos algunas de estas respuestas:

Respuesta N-1:

C	h
1	0:00 h
2	6:00 h
4	12:00 h
8	18:00 h
16	24:00 h
32	36:00 h
64	42:00 h
128	48:00 h

R//: *Habrán 128 células al pasar 48 horas".*

En la anterior respuesta se puede notar que el estudiantes por descuido hace mal una operación, lo cual trae como consecuencia una respuesta incorreta.

Respuesta N-2:

Hora	Cèlula
0	2
1	4
2	8

$\frac{T_2}{T_1}=\frac{8}{4}=2$ razón y como $\frac{48}{6}=8$ *entonces*

$2(2)^0=2$

$2(2)^1=4$

$2(2)^2=8 \longrightarrow 2(2)^{n-1}$ *Término general, asi* $2(2)^{8-1}=511$"

(ver anexo Fig.21).

El estudiante responde incorrectamente a esta pregunta ya que no tiene claro cuál es el término inicial, así que el término general no es correcto.

Respuesta N-3:

"T=6 horas

U=48 horas, cuantas habrán

Bipartición=2

6	*12*	*18*	*24*	*30*	*36*	*42*	*48*
2	*4*	*6*	*8*	*10*	*12*	*14*	*16*

Entonces al cabo de 48=16 Células en bipartición".

El estudiante responde incorrectamente a esta pregunta ya que no tiene claro cuál es el término inicial, y además no comprende "una célula se reproduce por bipartición", es decir, se multiplica cada vez por 2.

Reflexión:

El análisis de esta prueba permite ver que hay estudiantes que aún no tienen la noción clara de progresiones geométricas, ya que presentan dificultades en hallar el término general de la sucesión que genera el problema propuesto. Además algunos educandos están confundiendo el concepto de progresión aritmética con el de progresión geométrica. También, varios alumnos muestran dificultad en la interpretación de los problemas relacionados con progresiones geométricas.

Así que esta prueba permite notar que son pocos los estudiantes que están manejando bien el concepto de progresión geométrica, es decir, están construyendo por si mismos el término general de cada problema planteado y están utilizando este conocimiento en la resolución de diversos problemas.

Por otro lado, en esta sesión aprendí que realizar dos tipos de pruebas para evaluar un determinado tema no es muy recomendable, ya que los perjudicados claramente son los estudiantes pues puede suceder que una prueba sea más trabajable que la otra.

2.2.8 Sesión 8

Introducción:

Las sucesiones numéricas no sólo son progresiones aritméticas y progresiones geométricas, existen sucesiones con comportamientos distintos como lo son la sucesión de Fibonacci y la sucesión de los números triangulares. En este sentido, en esta sesión se planteó trabajar un taller grupal titulado: “TALLER GRUPAL N-4 LA SUCESIÓN DE FIBONACCI Y LA SUCESIÓN DE LOS NÚMEROS TRIANGULARES”.

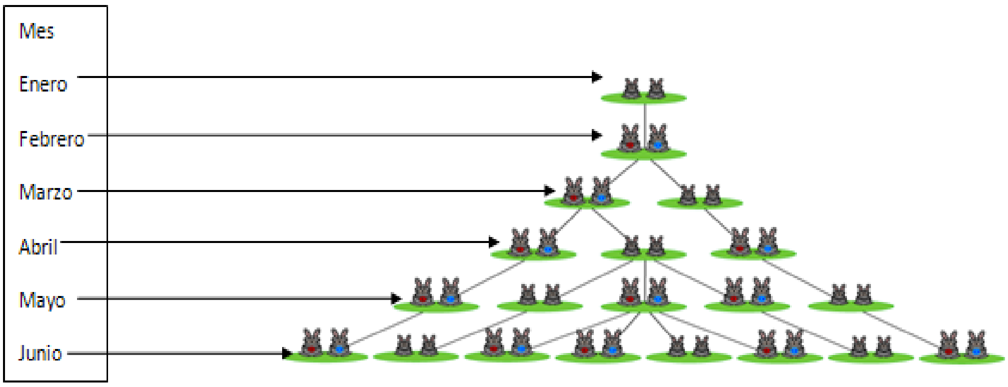
Así que el objetivo de esta actividad es que el estudiante comprenda que inicialmente se trabajaron progresiones aritméticas que son sucesiones cuyos términos consecutivos difieren siempre de una diferencia común. Luego se trabajó progresiones geométricas que son sucesiones tal que la razón r entre términos consecutivos siempre es igual. Y finalmente se va a trabajar otro tipo de sucesiones como lo son la sucesión de Fibonacci y la sucesión de los números triangulares cuyos términos consecutivos tienen un patrón de comportamiento muy diferente a los términos de las sucesiones trabajadas anteriormente. Además el educando podrá ver la importancia de las sucesiones para modelar problemas de la vida diaria.

Imagen 13. “Taller Grupal N- 4, La sucesión de Fibonacci y la sucesión de los Números Triangulares”.

ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÉRICAS A TRAVÉS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

LA SUCESIÓN DE FIBONACCI

El proceso de reproducción de una pareja de conejos se explica de la siguiente manera: Una pareja tarda un mes en alcanzar la edad fértil, a partir de ese momento cada vez engendra una pareja de conejos, que a su vez, tras ser fértiles engendrarán cada mes una pareja de conejos.



La gráfica muestra el proceso de reproducción de una pareja de conejos (pareja inicial) y sus respectivas crías a partir de enero de 2007.

1) ¿La cantidad de parejas de conejos que hay al finalizar el mes de agosto de 2007 es?

2) ¿Al finalizar el año 2007 el número de conejos que se tendrá es?

LA SUCESION DE LOS NUMEROS TRIANGULARES

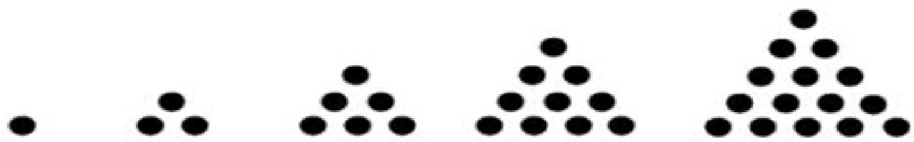


Fig 1 Fig 2 Fig 3 Fig 4 Fig 5

1) ¿La cantidad de puntos que tiene la figura 12 es?

2) Si se conoce que la cantidad de puntos que tiene cierta figura es 325, entonces se trata de la figura nùmero?

A continuación se realizará una reflexión sobre el "TALLER GRUPAL N-4 LA SUCESIÓN DE FIBONACCI Y LA SUCESIÓN DE LOS NÚMEROS TRIANGULARES "realizada a 14 parejas de estudiantes es decir 28 alumnos del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán.

A la primera pregunta del primer punto ¿La cantidad de parejas de conejos que hay al finalizar el mes de agosto de 2007 es? Sólo un grupo no respondió nada y los 13 grupos restantes respondieron correctamente. Veamos cual fue la respuesta más usual de los estudiantes: "

Enero → 1
Febrero → 1
Marzo → 2
Abril → 3
Mayo → 5
Junio → 8
Julio → 13
Agosto → 21
Septiembre → 34
Octubre → 55
Noviembre → 89
Diciembre → 144

Como una pareja de conejos se reproduce cada mes descubrimos que al sumar los dos meses anteriores nos da el tercer mes. Así que la cantidad total de parejas al finalizar el mes de agosto es de 21 parejas de conejos". (Ver anexo Fig.22).

Continuando con el análisis a la segunda pregunta del primer punto ¿Al finalizar el año 2007 el número de conejos que se tendrán es? 13 grupos respondieron correctamente y sólo uno no dio respuesta. Veamos la más frecuente de los estudiantes:

"Agosto + Julio = 21 +13 = 34 = Septiembre

Septiembre + Agosto = 34 + 21 =55 = Octubre

Octubre + Septiembre = 55 + 34 = 89 = Noviembre

Noviembre + Octubre = 89 + 55 = 144 = Diciembre

Por lo tanto 2x144=288 conejos".

Con las anteriores repuestas se puede notar que la mayoría de los estudiantes comprendieron el patrón de crecimiento de las poblaciones de conejos, es decir, los alumnos entendieron la secuencia de la sucesión de Fibonacci.

Siguiendo con el análisis del taller, a la primera pregunta del segundo punto ¿La cantidad de puntos que tiene la figura 12 es? Sólo 2 grupos no respondieron y los 12 grupos restantes respondieron correctamente. Veamos la respuesta más común en los estudiantes: "

fig. Puntos

$\downarrow \quad \downarrow$

$1 \longrightarrow 1 \quad (\frac{1(1+1)}{2})$

$2 \longrightarrow 3 \quad (\frac{2(2+1)}{2})$

$3 \longrightarrow 6 \quad (\frac{3(3+1)}{2})$

$4 \longrightarrow 10 \quad (\frac{4(4+1)}{2})$

$5\ldots \longrightarrow 15 \quad (\frac{5(5+1)}{2})$

$n \longrightarrow (\frac{n(n+1)}{2})$

$Fig_{12}= (\frac{12(12+1)}{2})= \frac{12(13)}{2}=\frac{156}{2}=$ 78 puntos" (Ver anexo Fig.23).

En esta pregunta la mayoría de los estudiantes comienza con la fórmula de los números triangulares $(\frac{n(n+1)}{2})$, es decir, no se encuentra evidencia de la manera cómo estos llegaron a la fórmula. De tal manera que se podría inferir que los estudiantes se “copiaron” de algún alumno que ya conocía de antemano la fórmula.

Finalmente, a la segunda pregunta del segundo punto ¿Si se conoce que la cantidad de puntos que tiene cierta figura es 325, entonces se trata de la figura número? 12 grupos respondieron correctamente y sólo 2 no dieron respuesta. Veamos la respuesta más usual en los estudiantes:”

T_n= 325 $\Longrightarrow$ $(\frac{n(n+1)}{2})$= 325

$\Longrightarrow$ n^2 + n = 325(2) $\Rightarrow$ n^2 + n = 650 $\Rightarrow$ n^2 + n – 650=0

$\Longrightarrow$ $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Fórmula cuadrática

$\Longrightarrow$ $\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(1)(-650)}}{2(1)}$

$$\Longrightarrow \frac{-1\pm\sqrt{2601}}{2} = \frac{-1\pm51}{2} \begin{cases} \frac{-1+51}{2} = 25 \\ \frac{-1-51}{2} = -26 \end{cases}$$

R// T_{25}= 325” (Ver anexo Fig.24).

Cuando los estudiantes estaban respondiendo esta pregunta manifestaron no recordar ni comprender como se aplica la ecuación de la fórmula cuadrática, de manera que se hizo una corta explicación general de este tema.

Finalmente, se pidió que cada estudiante hiciera la evaluación del curso respondiendo el siguiente cuestionario:

Imagen 14. Formato de la evaluación del curso

ENSENANZA DE SUCESIONES NUMERICAS A TRAVES DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Por: Alejandra Méndez

Tus comentarios nos ayudan a mejorar cada dia nuestra labor docente. Por eso te invito a responder de una manera sincera

1) ¿Qué le pareció el curso?

2) ¿Cómo se sintió en el curso?

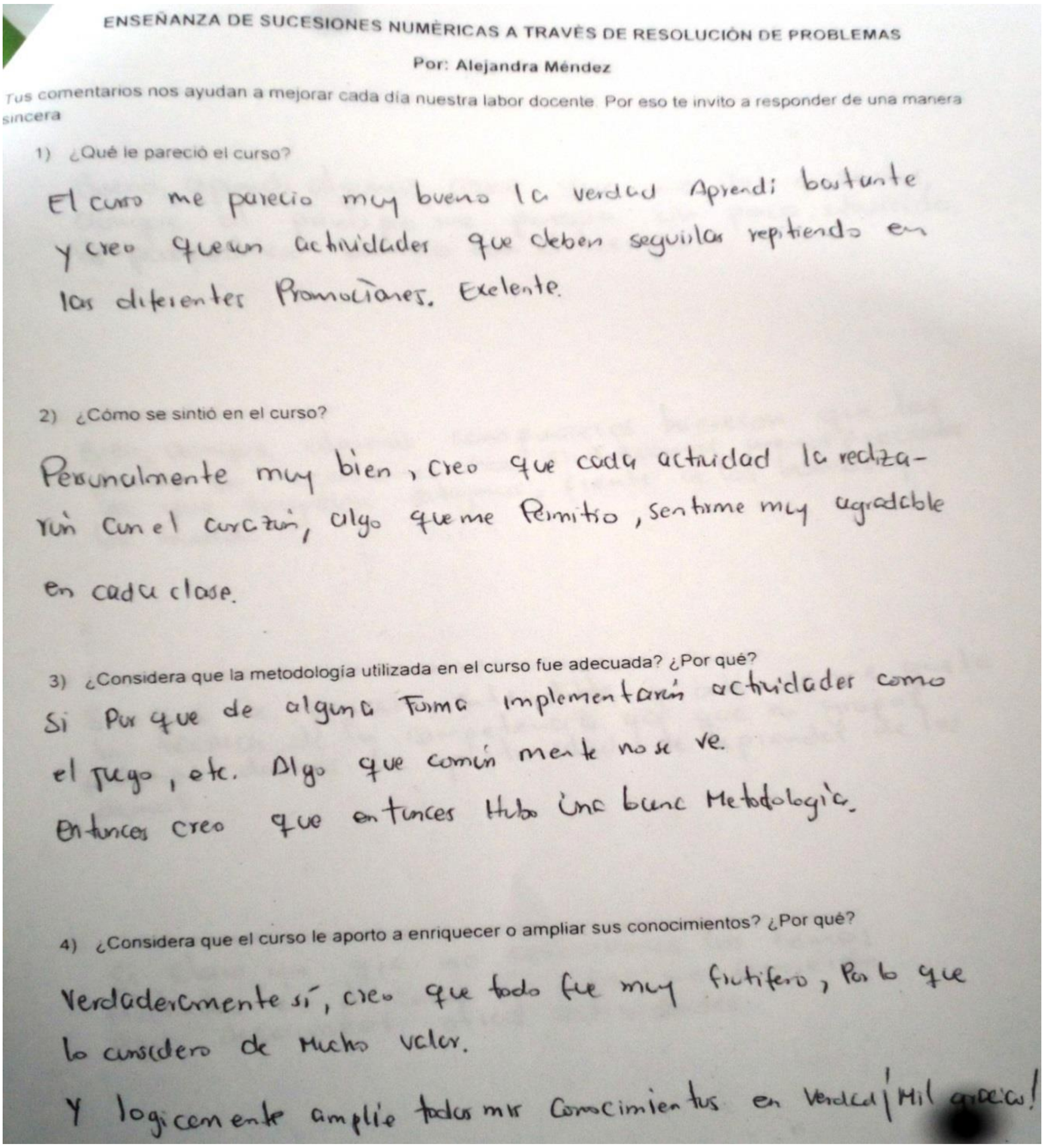
3) ¿Considera que la metodología utilizada en el curso fue adecuada? ¿Por qué?

4) ¿Considera que el curso le aporto a enriquecer o ampliar sus conocimientos? ¿Por qué?

En General, los 28 estudiantes que respondieron el cuestionario opinan que el curso lleno sus expectativas, pues reforzaron y aprendieron conocimientos y además la metodología fue muy acertada para satisfacer las necesidades de la mayoría de los estudiantes.

Esto se puede ver en los siguientes cuestionarios:

Imagen 15. Cuestionario No. 1



ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÉRICAS A TRAVÉS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Por: Alejandra Méndez

Tus comentarios nos ayudan a mejorar cada día nuestra labor docente. Por eso te invito a responder de una manera sincera

1) ¿Qué le pareció el curso?

El curso me parecio muy bueno la verdad Aprendi bastante y creo que son actividades que deben seguirlas repitiendo en las diferentes Promociones. Exelente.

2) ¿Cómo se sintió en el curso?

Personalmente muy bien, creo que cada actividad la realiza-ron con el corazón, algo que me Permitio, sentirme muy agradable en cada clase.

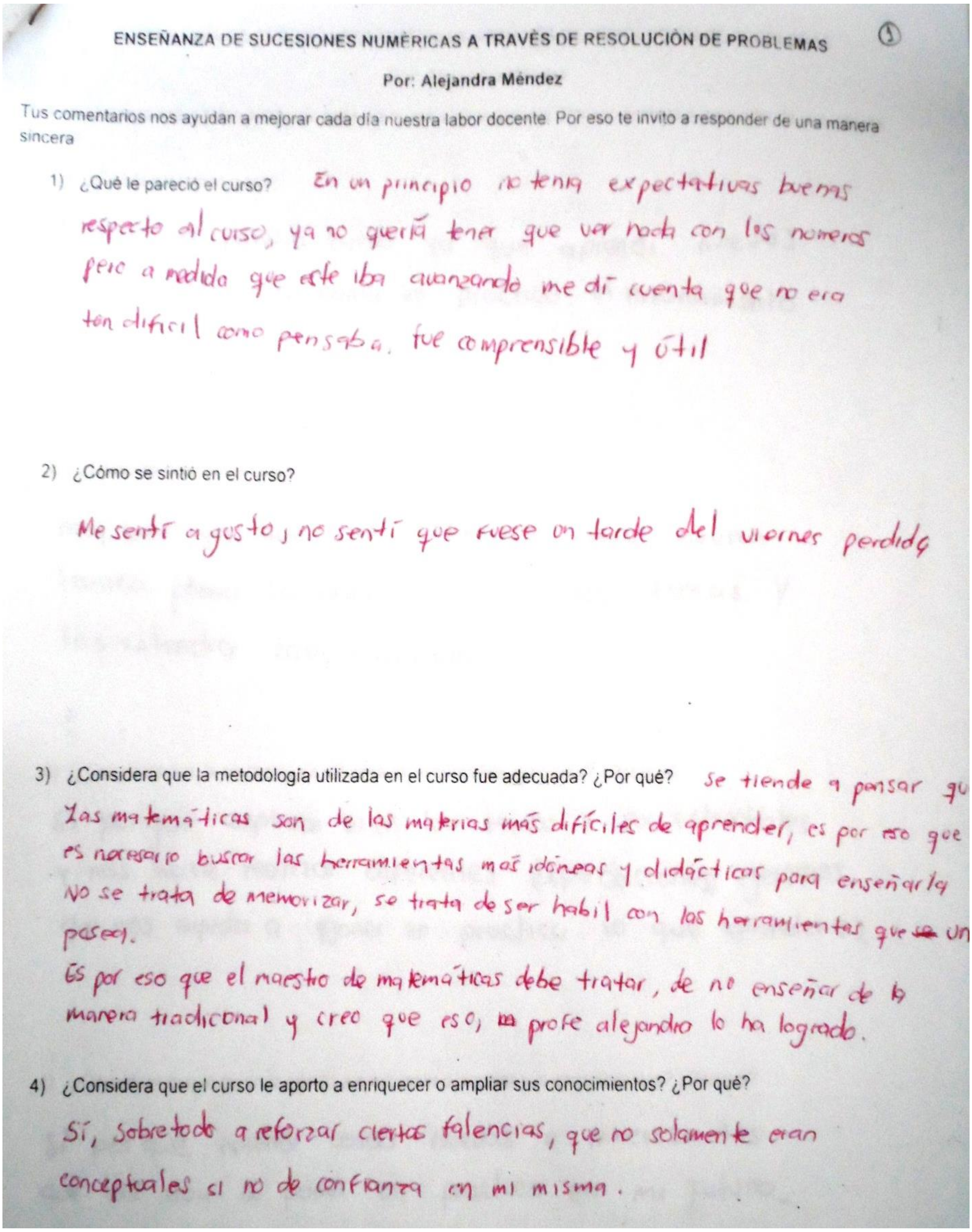
3) ¿Considera que la metodología utilizada en el curso fue adecuada? ¿Por qué?

Si Por que de alguna Forma implementarón actividades como el juego, etc. Algo que común mente no se ve. Entonces creo que entonces Hubo una buena Metodologia.

4) ¿Considera que el curso le aporto a enriquecer o ampliar sus conocimientos? ¿Por qué?

Verdaderamente sí, creo que todo fue muy fructifero, Por lo que lo considero de Mucho valor.
Y logicamente amplie todos mis conocimientos en verdad ¡Mil gracias!

Imagen 16. Cuestionario No. 2



ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÉRICAS A TRAVÉS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Por: Alejandra Méndez

Tus comentarios nos ayudan a mejorar cada día nuestra labor docente. Por eso te invito a responder de una manera sincera

1) ¿Qué le pareció el curso? En un principio no tenía expectativas buenas respecto al curso, ya no quería tener que ver nada con los números pero a medida que este iba avanzando me dí cuenta que no era tan difícil como pensaba, fue comprensible y útil

2) ¿Cómo se sintió en el curso?

Me sentí a gusto, no sentí que fuese un tarde del viernes perdida

3) ¿Considera que la metodología utilizada en el curso fue adecuada? ¿Por qué? Se tiende a pensar que las matemáticas son de las materias más difíciles de aprender, es por eso que es necesario buscar las herramientas más idóneas y didácticas para enseñarla. No se trata de memorizar, se trata de ser hábil con las herramientas que ~~se~~ un posea.

Es por eso que el maestro de matemáticas debe tratar, de no enseñar de la manera tradicional y creo que eso, ~~la~~ profe alejandra lo ha logrado.

4) ¿Considera que el curso le aporto a enriquecer o ampliar sus conocimientos? ¿Por qué?

Sí, sobretodo a reforzar ciertas falencias, que no solamente eran conceptuales si no de confianza en mi misma.

Reflexión:

En esta sesión considero que se logró el objetivo, ya que los estudiantes por medio del taller comprendieron que las sucesiones numéricas no sólo son progresiones aritméticas y progresiones geométricas, que existen sucesiones con comportamientos distintos como lo son las sucesión de Fibonacci y la sucesión de los números triangulares. Además, los estudiantes pudieron ver un ejemplo donde se utilizan las sucesiones para modelar problemas de la vida diaria como lo es la reproducción de los conejos.

Finalmente, con la evaluación que hacen los estudiantes del curso se puede ver que se hizo un buen trabajo en el aula, ya que se logró alcanzar varias expectativas que tenían los educandos, es decir, estos reforzaron y aprendieron conocimientos y además la metodología fue muy acertada para satisfacer las necesidades de la mayoría de los estudiantes.

3 REFLEXIÓN GENERAL DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, UNA ALTERNATIVA GENERADORA DE CAMBIOS

Mientras en Colombia la educación sea un privilegio y no un derecho, el pueblo siempre estará sometido a vivir en la ignorancia. Lo anterior se ve reflejado en el municipio de Popayán, donde la única universidad pública "La Universidad del Cauca" semestralmente se ve obligada por los pocos recursos que brinda el estado a someter a miles de aspirantes a una prueba de admisión que sólo pocos logran aprobar.

Es necesario resaltar que la mayoría de las personas que buscan la oportunidad de ingresar a una universidad pública, son personas para las cuales este hecho representa la única posibilidad de continuar una carrera universitaria.

Ante esta situación es inevitable preguntarse ¿Qué pasa con los miles de jóvenes que por más que insisten, no logran ingresar a una universidad pública?

¿Dónde quedan esas grandes aspiraciones de muchos jóvenes que dependen de esta prueba?

Este tipo de interrogantes despierta sentimientos de inconformidad, tristeza pero a la vez esas ganas de hacer algo que contribuya a mejor esta situación. En este sentido, se plantea la iniciativa de trabajar en la práctica pedagógica varios tipos de formularios de la prueba de admisión de la Unicauca en la parte del razonamiento lógico, con el fin de contribuir en el progreso de la educación. Pero a medida que transcurre el tiempo se comprende que dicho propósito enmarcado en una investigación educativa es muy amplio y poco favorable para desarrollar en un proyecto, así que procurando no perder el objetivo se elige de la prueba un tema matemático en específico con el cual me siento a gusto. De manera que el resultado final como proyecto de práctica pedagógica se titula “Enseñanza de sucesiones numéricas a través de resolución de problemas”.

En este sentido, es importante preguntarse ¿Por qué enseñanza de sucesiones numéricas a través de resolución de problemas?, considero que al plantear un buen problema en el aula de clase se puede capturar la atención de los estudiantes. Además, la resolución de problemas matemáticos es una estrategia que precisa la emergencia de concepto matemático, es decir, el estudiante que se enfrenta y resuelve un problema matemático construye finalmente por sí mismo el concepto requerido. Esto porque el educando tiene la oportunidad de desarrollar plenamente su pensamiento matemático ya que cuenta con la libertad de aplicar y reflexionar todos sus conocimientos y experiencias en el área en cuestión para llegar a la solución del problema planteado.

Luego, decido implementar este proyecto en la Escuela Normal Superior de Popayán, una institución pública que cuenta con docentes muy comprometidos con el sistema educativo y que seguramente estarán dispuestos a colaborar y contribuir en la formación de un futuro maestro. Además, tengo la convicción que en este lugar se pueden encontrar estudiantes con deseos de aprender y en búsqueda de una oportunidad que les permita alcanzar grandes metas en las que se han proyectado.

La práctica pedagogía es la oportunidad de sentir por primera vez lo que es ser docente. Es inevitable mencionar en la profesión docente los sentimientos de temor y ansiedad que despiertan en muchos de nosotros el primer día de clase, pues es grato recordar aquella primera intervención donde los nervios son protagonistas por un instante haciendo que las manos te tieblen, se te corte un poco la voz, pero al final es sólo un corto episodio que te hace un educador cada vez más seguro y confiado en si mismo.

Por otro lado, los estudiantes cada vez generan ambientes diferentes en el aula de clase, haciendo que el maestro busque la forma de enfrentar con éxito cada situacion. Es decir, se espera que nosotros los docente seamos capaces de implementar estrategias y metodologías acorde a las necesidades de los estudiantes.

En este sentido, las estrategias de trabajo en la práctica pedagógica consistían en dar la oportunidad al estudiante de participar activamente en la clase, es decir, el alumno tiene la libertad de pensar, actuar, criticar, reflexionar y salir al tablero si lo desea. Además del trabajo individual, se da un lugar importante al trabajo en grupo, lo anterior con el objetivo de fomentar el trabajo en equipo y brindarles la oportunidad a los estudiantes de reforzar sus conocimientos y superar sus dificultades con la ayuda de sus propios compañeros, ya que se pretende que el estudiante que entiende les explique a los otros.

Al mismo tiempo, se trata que el estudiante no trabaje con los compañeros que continuamente elige para trabajar en grupo, ya que casi siempre los estudiantes que presentan dificultades se hacen con otros en igual condición y no logran avanzar en las diferentes actividades.

El docente debe tener en cuenta que las condiciones sociales, afectivas y culturales tienen cierta influencia en el aprendizaje. Lo anterior porque estos factores pueden influenciar positiva o negativamente al individuo en su formación intelectual y personal, ya que éstos son fuertes estímulos que llevan al sujeto a pensar y actuar de una determinada manera. Es en este punto donde saber la disciplina (matemáticas) no es suficiente ya que en el aula de clase se pueden presentar problemas generados por estos factores que deben ser solucionados inmediatamente. De tal manera que nosotros los docentes debemos tener una fundamentación teórica más allá de la disciplina que nos permita solucionar diversidad de problemas en el aula de clase. Esto se puede evidenciar en las clases donde la intervención se torna complicada ya sea porque los estudiantes están inquietos, distraídos y se hace necesario tener conocimientos pedagógicos que nos permitan controlar el grupo y terminar con éxito la intervención.

Por otra parte, el trabajar con estudiantes activos, disciplinados y con habilidades en el área de las matemáticas, requiere de mucho cuidado, dedicación y buena preparación de cada clase, ya que son estudiantes que constantemente preguntan y esperan una buena respuesta de su maestro. Claro está que nosotros los docentes no siempre estamos preparado para dar buenas respuestas pues la inteligencia de los estudiantes puede considerar aspectos que el docente aún no ha considerado.

Sin duda alguna, la educación es la puerta que conduce al conocimiento, los valores, las costumbres y las diversas formas de actuar del ser humano. En este sentido, se hace necesario que los sistemas educativos planteen cambios, donde la enseñanza sea un proceso donde el maestro como mediador del conocimiento permite al estudiante interactuar, participar, crear y ser un sujeto activo pues de esta manera se logrará una alta calidad de formación, posibilitando así un mejor futuro económico, social y político para las generaciones venideras.

Así pues, esta práctica se concluye con la ilusión de haber aportado conocimiento significativo a los estudiantes contribuyendo en gran medida a alcanzar una de sus grandes metas dentro de su proyecto de vida, como lo es ingresar a la universidad pública y con ello buscar un cambio en el sistema educativo colombiano.

Finalmente, se cree que el ser maestro es una profesión que permite plantearse retos constantemente. De esta manera, dentro de la Práctica Pedagógica un docente busca guiar, orientar y brindar a sus estudiantes las herramientas necesarias que le permitan crear en él bases sólidas, bases que en un futuro no muy lejano le admitan enfrentarse a sus propios desafíos y consolidarse dentro de una sociedad.

CONCLUSIONES

La Práctica Pedagógica es una experiencia que me ha permitido comprender que un docente debe tener carisma, ser profesional, ser dedicado, ser paciente y sobre todo debe mostrar amor por lo que hace.

También, esta oportunidad me ha permitido entender que pasar de la teoría a la práctica no es tarea fácil, ya que la escuela y los niños que describen los libros y tenemos en nuestra imaginación no existen. Así que, es en este momento donde comprendemos que el ser maestro no es sólo dar clase. Es decir, nosotros los docentes con la ilusión de hacer un buen trabajo y alcanzar los objetivos planeados, preparamos con mucha dedicación cada una de las actividades con las que pretendemos transmitir el conocimiento que se desea a los estudiantes. Pero al implementar la actividad planeada en el aula de clase, podemos ver que no es fácil capturar la atención de todos los estudiantes, ya que probablemente vamos a encontrar un grupo de alumnos que no muestran interés en participar en la actividad propuesta. De manera que, la anterior situación nos lleva a reflexionar cada actividad que se lleva al aula, tratando de implementar estrategias acordes a las necesidades de los estudiantes con el fin de motivarlos.

En este sentido, la resolución de problemas fue una estrategia acertada dentro de la Práctica Pedagógica, ya que esta estrategia permitió al estudiante precisar la emergencia del concepto matemático, es decir, el sujeto se enfrentó y resolvió problemas matemáticos logrando con ello construir por sí mismo el concepto requerido.

Además, la socialización de algunos talleres en el aula de clase al estilo de Pólya, es decir, por medio de preguntas, también fue una estrategia acertada ya que permitió al estudiante participar activamente en la clase.

De manera que, el alumno tuvo la oportunidad de aportar libremente sus ideas, construyendo finalmente entre todos la solución del problema. Asimismo esta actividad me permitió resaltar los aciertos y corregir los errores que los estudiantes presentaron en la solución del respectivo taller, de manera que complemente y fortalecí las nociones de los alumnos en el tema en cuestión.

También, el trabajo en grupo me permitió fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, ya que esta estrategia brindo la oportunidad a los educandos de reforzar sus conocimientos y superar sus dificultades con la ayuda de sus propios compañeros.

Por otra parte, esta experiencia me ha permitido ver que esos conocimientos que al parecer son triviales para el maestro, en el estudiante pueden representar un concepto complejo de asimilar. De manera que, estos son los retos constantes que debe enfrentar el docente, pues tiene la responsabilidad de buscar la mejor manera de llevar ese conocimiento al aula y garantizar que la “mayoría” de los estudiantes logren asimilarlo.

Además, en esta práctica aprendí que el maestro puede cometer errores, ya que a pesar del esfuerzo que hice por preparar muy bien cada clase, acepto que me equivoque en dos ocasiones, la primera fue cuando propuse en el aula un par de problemas que obligaban al estudiante a memorizar fórmulas para poder llegar a la solución, todo lo contrario a lo que se busca con este proyecto, pues se espera que el alumno construya por sí mismo la fórmula o término general de cada problema. La segunda falta fue cuando propuse dos tipos de pruebas para evaluar un determinado tema, ya que una prueba estaba más trabajable que la otra, lo cual trajo como consecuencia muy buenas notas para un grupo y muy malas notas para el otro.

Por otro lado, este proyecto me permitió conocer un grupo de estudiantes colmados de sueños, deseos, problemas e inquietudes. Un grupo de personas que desean ser educados con la mayor calidad posible, aspirando de esta manera tener oportunidades que les permitan alcanzar sus sueños. Es decir, tuve la fortuna de trabajar con estudiantes activos, disciplinados y con habilidades en el área de las matemáticas. Así que, este fue un trabajo que me exigió dedicación en la preparación de cada clase, ya que debía estar preparada para las constantes preguntas de los estudiantes que esperan una buena respuesta de su maestro. Claro está que el docente no siempre estará preparado para dar buenas respuestas, pues la inteligencia de los estudiantes puede considerar aspectos que el docente aún no ha considerado.

Por otra parte, considero que se logró que los estudiantes resolvieran problemas de progresiones aritméticas y progresiones geométricas sin necesidad de conocer previamente las fórmulas generales de este tipo de sucesiones. De manera que, el estudiante en el transcurso del proceso fue construyendo por sí mismo el término general de cada problema propuesto. Es decir, con esta parte se alcanzó uno de los objetivos planteados.

Además, en todo este proceso logre notar que la mayoría de los estudiantes presenta pocas dificultades al enfrentarse a problemas relacionados con progresiones aritméticas. De manera que, cuando se cometen errores en estos talleres, en su gran mayoría son consecuencia de una mala interpretación del problema o malos cálculos en operaciones elementales. Por el contrario, los estudiantes presentan varias dificultades al afrontar problemas de progresiones geométricas, ya que al parecer los alumnos no comprenden el problema, así que no logran identificar la razón de la sucesión y por lo tanto no logran hallar el término general del problema planteado. También algunos educandos están confundiendo el concepto de progresión aritmética con el de progresión geométrica.

Por otro lado, la evaluación que hicieron los estudiantes del curso permite ver que hice un buen trabajo en el aula, pues la mayoría de los estudiantes manifestaron que además de haberse sentido a gusto con el curso, se lograron alcanzar varias expectativas que tenían, como reforzar y aprender conocimientos. Además, los alumnos expresaron que la metodología "resolución de problemas" fue acertada en este proyecto, pues le permitió afianzar los aprendizajes. También, las estrategias utilizadas como el trabajar en grupo, individual y poder participar activamente dentro de la clase han sido acertadas, ya que los estudiantes manifestaron que son buenas estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Finalmente, creo que esta Práctica Pedagógica cambio en mi ese sentimiento de inconformidad al verme como una futura docente. Esto, porque antes creía que la enseñanza era un mecanismo rutinario, donde los docentes siempre se limitaban a dar los mismos cursos, con los mismos contenidos siguiendo siempre el mismo libro o cuaderno. Así que, al fin comprendí que estar en un aula no es un simple trabajo, al contrario, es una tarea fundamental con la que podríamos remediar algunos de los males de la sociedad colombiana.

BIBLIOGRAFÍA

Pólya, George (1965): *Cómo plantear y resolver problemas*. México, Editorial Trillas.

Pérez Ortiz Patricia (Junio de 2009): *Trabajo con sucesiones en el aula.* IES Torreblanca, Sevilla.

Pérez ortega Manuel (07/02/2012*): Unidad didáctica. Sucesiones Matemáticas. Progresiones aritméticas y geométricas*. Trabajo de Master de educación segundaria. Especialidad matemática.

Cecilia Parra e Irma Saiz (1994): Didáctica de las matemáticas aportes y reflexiones. Editorial Paidos Educador. Buenos Aires.

Razonamiento Lógico – *Libro 2 Taller 0018-2011. Preuniversitario Instruimos*.

Razonamiento Lógico – *Libro 1 Preuniversitario Instruimos*. Código: 100047.

Examen de admisión. I periodo de 2012. Jornada 1: Mañana. Universidad del Cauca.

Examen de admisión. I periodo de 2012. Jornada 2: Tarde. Universidad del Cauca.

Examen de admisión. II periodo de 2012. Jornada 1: Mañana. Universidad del Cauca.

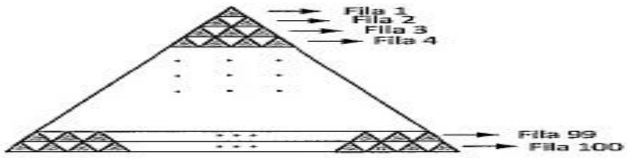
Examen de admisión. II periodo de 2012. Jornada 1: Tarde. Universidad del Cauca.

ANEXOS

PRUEBA DIAGNÓSTICA: PRUEBA DE ADMISIÓN UNICAUCA II PERIODO 2012

Preguntas 41y 42

En la figura se muestra el patrón que se sigue en un triángulo equilátero T de lado 100 unidades al dividirlo en triángulos pequeños de lado 1 unidad, a los cuales llamaremos celdas.



De esta forma el triángulo T queda dividido en 100 filas. En la tabla se muestran algunos de los conteos de celdas por filas:

Número de fila	1	2	3	4	5	. . .	100
Cantidad de celdas sombreadas	1	2	3	4	.	. . .	100
Cantidad de celdas por fila	1	3	5	7	.	. . .	?

41. Completando el patrón en el triángulo T, el total de celdas (sombreadas y no sombreadas) desde la fila 1 hasta la fila 10, inclusive, es:
   - A. 99
   - B. 24
   - C. 100
   - D. 81

42. Entre las siguientes afirmaciones, la única falsa es:
   - A. La suma del número de celdas de las dos filas centrales del triángulo T es 199
   - B. El total de celdas sombreadas en el triángulo T es 5050
   - C. El número de celdas en la fila 100 es 199
   - D. El total de celdas en el triángulo T es 10.000

Fig. 1

Respuesta correcta de algún estudiante al punto 41

41- Nos piden hayar en total la cantidad de celdas por filas de la fila 1 a la 10 que esta dada por la sucesion {1,3,5,7,...}, se supone que debemos hallar el termino general de la sucesion para así hallar los otros terminos de la sucesion que luego sumaremos para hallar la cantidad total de celdas.

→ {1,3,5,7,...} = 2n-1.

n°		
1	1	2(1)-1
2	3	2(2)-1
3	5	2(3)-1
4	7	2(4)-1
5	9	2(5)-1
6	11	2(6)-1
7	13	2(7)-1
8	15	2(8)-1
9	17	2(9)-1
10	19	2(10)-1
⋮	⋮	⋮
		2n-1

→ Sumando los terminos de la sucesion desde 1 hasta n = 10

⇒ 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 100

→ El total de celdas hasta la fila 10 es 100.

Fig. 2

Respuesta de algún estudiante a la opción B de la pregunta 42

B.) la ultima fila tiene 199 y la primero 1 celda sombreada

1,2,3 98,99,100

101

101

101

⋮

Como tenemos 50 parejas, formadas por los estremos. donde la suma entre los miembros de una pareja es 101

Por lo tanto el numero total de celda sombreadas es

101 x 50 = $\boxed{5050}$

Fig. 3

“TALLER GRUPAL N-1 PROGRESIONES ARITMÈTICAS”

ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÈRICAS A TRAVÈS DE RESOLUCIÒN DE PROBLEMAS

TALLER GRUPAL N-1 PROGRESIONES ARITMÈTICAS

Escuela Normal Superior de Popayán

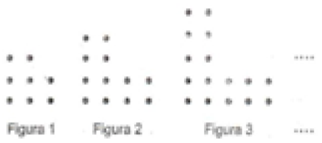
Por: Alejandra Méndez

1)En un examen la primera pregunta valìa dos puntos y cada una de las siguientes valìa 3 puentos màs que la anterior.¿Cuàl es el valor de la pregunta 25?

2)El nùmero de usuarios de un polideportivo los fines de semana comenzò siendo de 150 personas y aumento en 30 personas cada fin de semana a partir de entonces, ¿Cuàntas personas asistieron al polideportivo a los 6 meses ?

3) Un esquiador comienza la pretemporada de esquì haciendo pesas en un gimnasio durante una hora. Decide incrementar el entrenamiento 10 minutos cada dìa. ¿Cuànto tiempo entrenarà al cabo de 10 dias?

4) Conteste las preguntas a y b con la siguiente informaciòn:



a) Si se conoce que la cantidad de puntos que tiene cierta figura es 288, entonces se trata de la figura número?

b) La cantidad de puntos que tendrá la enésima figura será?

5) El número de bacterias de un cultivo está aumentando 75.000 bacterias cada hora. Si al principio había 300.000 bacterias ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

Fig. 4

Respuesta correcta más usual de los estudiantes al primer punto del taller Fig.4

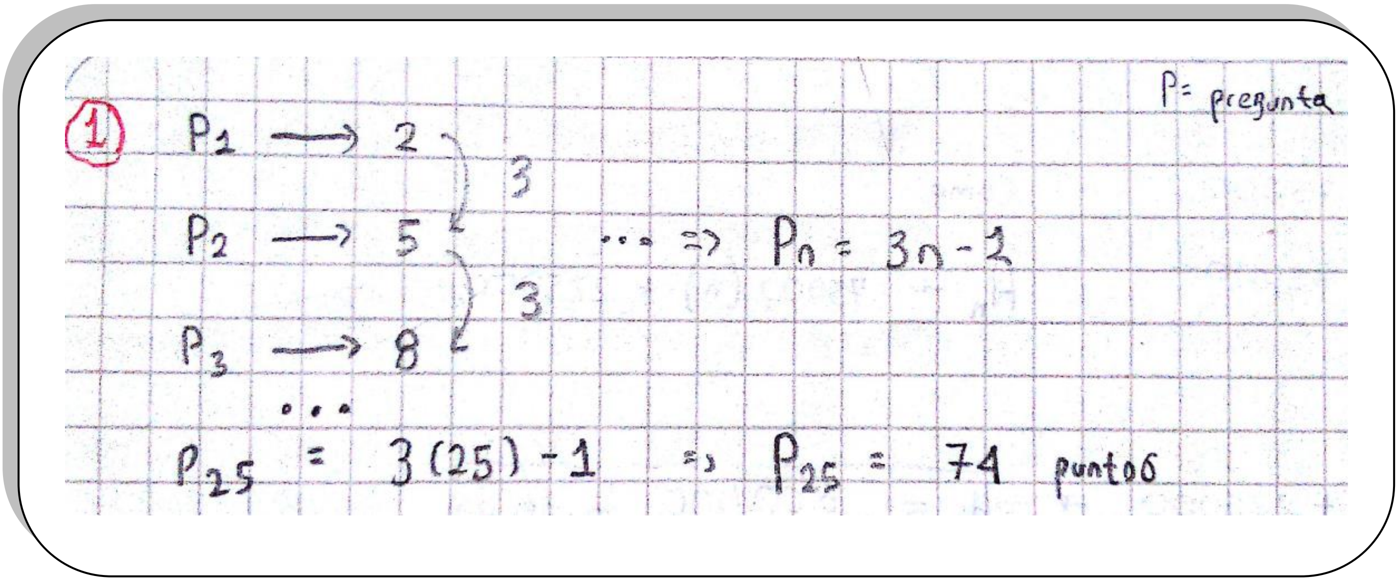


Fig. 5

Errores de los estudiantes en el punto 2 del taller Fig.4

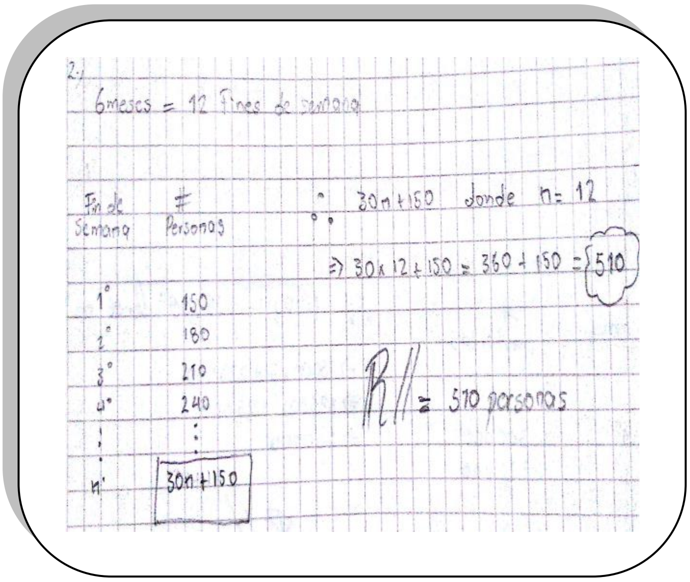


Fig. 6

Errores de los estudiantes en el punto 3 del taller Fig.4

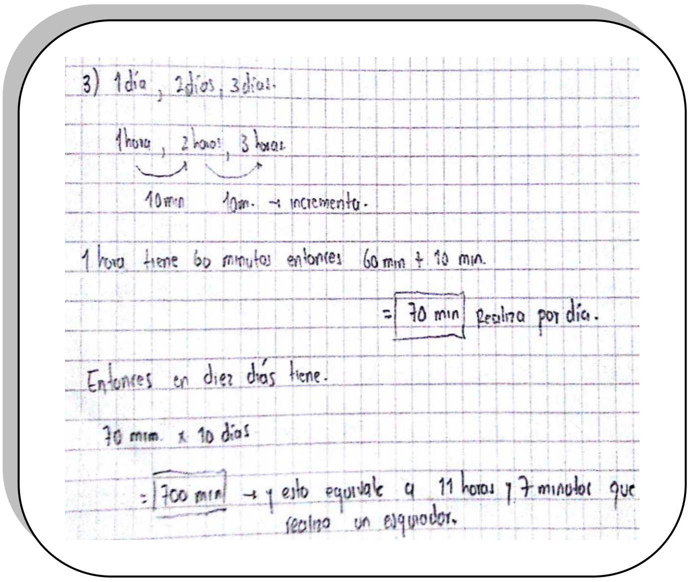


Fig. 7

“TALLER INDIVIDUAL N-1 PROGRESIONES ARITMÈTICAS”

ENSENANZA DE SUCESIONES NUMERICAS A TRAVES DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

TALLER N-1(INDIVIDUAL) PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Escuela Normal Superior de Popayán

Por: Alejandra Méndez

1) Si se sigue con el patrón mostrado a continuación:

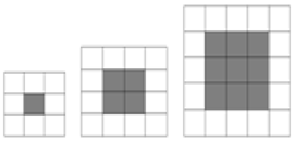


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

a) ¿Qué cantidad de cuadrados blancos tiene la figura 28?

b) Si se conoce que la cantidad de cuadrados blancos que tiene cierta figura es 384, entonces se trata de la figura nùmero?

2) Una persona da limosna durante 15 días, cada día da $500 más que el dìa anterior. Si el primer día dio $1000 entonces ¿Cuánto dinero dio el último día?

3)Un estudiante de grado 11 se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?

b) ¿El número de días que necesita el estudiante para hacer 121 ejercicios es?

4) La dosis de un medicamento es 100mg el primer dìa y 5mg menos cada uno de los siguientes días. El tratamiento dura 12 dias. ¿Cuàntos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

Fig. 8

Respuesta del punto 1, la parte a del taller Fig. 8

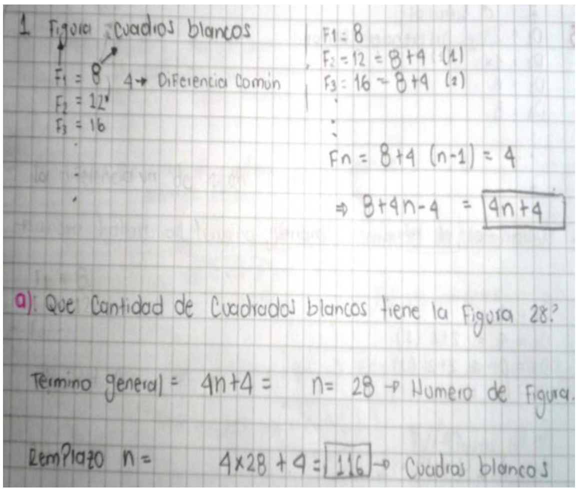


Fig. 9

Errores de los estudiantes en el punto 1 del taller Fig.8

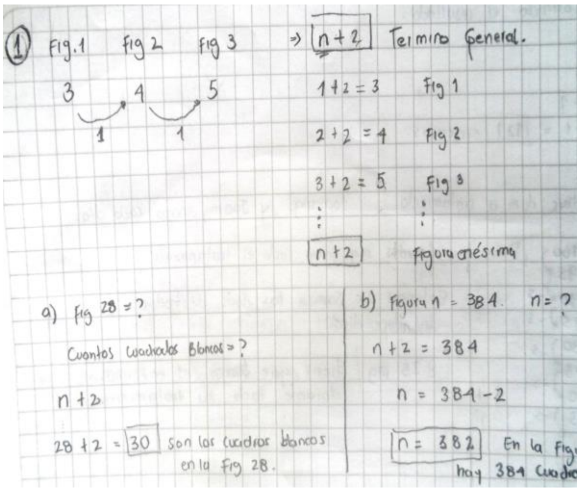


Fig. 10

Respuesta del punto 1, la parte b del taller Fig. 8

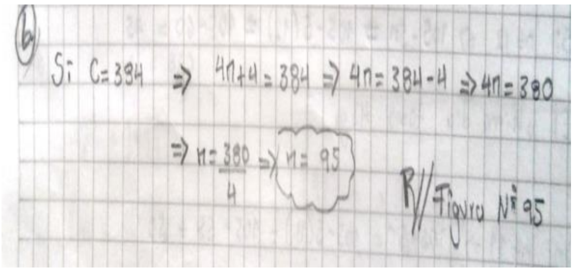


Fig. 11

Errores de los estudiantes en el punto 3 del taller Fig.8

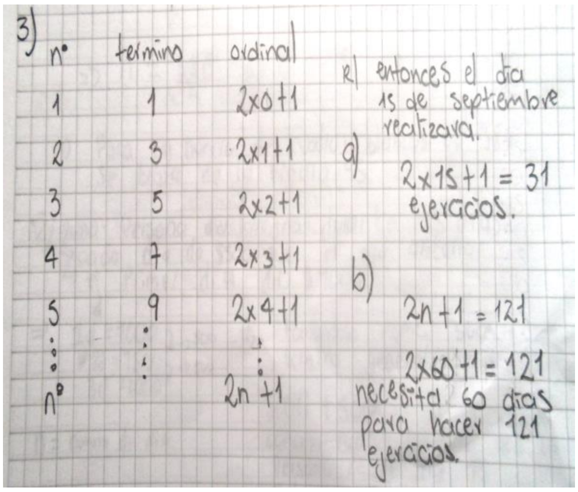


Fig. 12

“TALLER GRUPAL N-3 PROGRESIONES GEOMÈTRICAS”

ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÈRICAS A TRAVÈS DE RESOLUCIÒN DE PROBLEMAS

TALLER N-3(Grupal) PROGRESIONES GEOMÊTRICAS

Escuela Normal Superior de Popayán

Por: Alejandra Méndez

1) A Luis y Aurora les han contado un secreto a las 9 de la mañana con la advertencia de que no se lo cuente a nadie. Está en la naturaleza humana la falta de discreción. El caso es que al cuarto de hora cada uno de ellos sòlo se lo ha contado a tres amigos, eso sí de absoluta confianza, que al cabo de un cuarto de hora se lo cuentan a otros tres y así sucesivamente cada cuarto de hora. ¿Cuánta gente se enteró del secreto a la 11 de la mañana?

2) Si se sigue con el patrón mostrado a continuación:

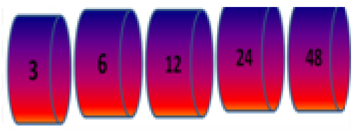
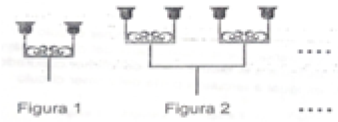


Fig.1 Fig.2 Fig.3 Fig.4 Fig.5

¿Qué número tiene la figura 8?

3) En el candelabro mostrado en la figura 1 se duplica la cantidad de brazos verticales del ùltimo nivel para generar el candelabro de la figura 2 y asì sicesivamente, conservando dicho patròn de construcciòn. Se debe tener en cuenta que cada pareja de brazos verticales se sostiene de un brazo horizontal.



a)El nùmero de brazos verticales que tendrà el candelabro construido en la figura 5 manteniendo el patròn es?

b)El nùmero de brazos horizontales que tendrà el candelabro construido en la figura 5 manteniendo el patròn es?

c)La cantidad de velas que tendrà el candelabro construido en la figura enèsima conservando el patròn descrito es?

Fig. 13

Errores de los estudiantes en el punto 1 del taller Fig.13

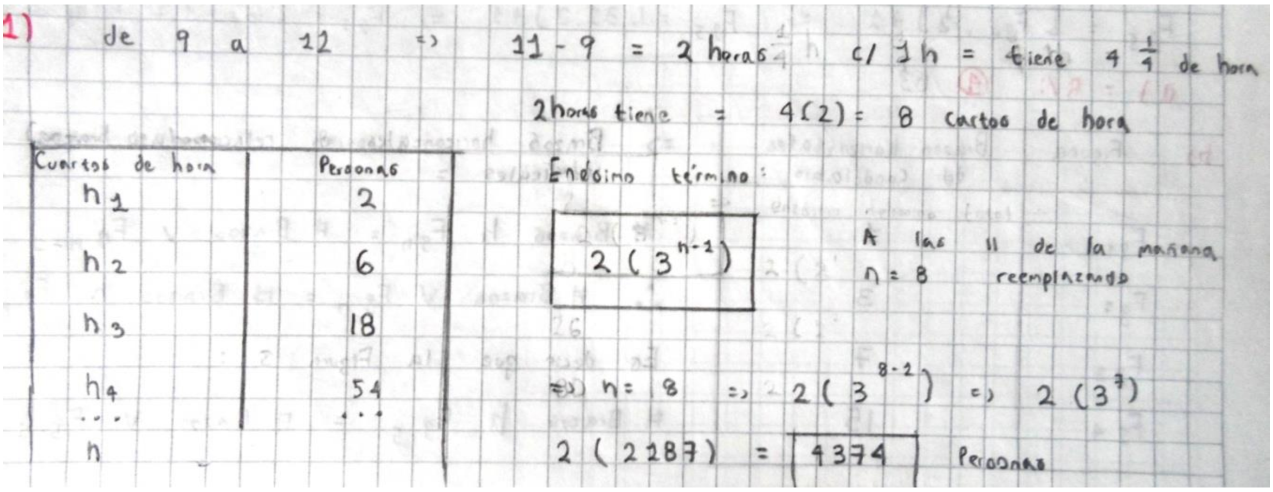


Fig. 14

Respuesta de los estudiantes del punto 2 del taller Fig.13

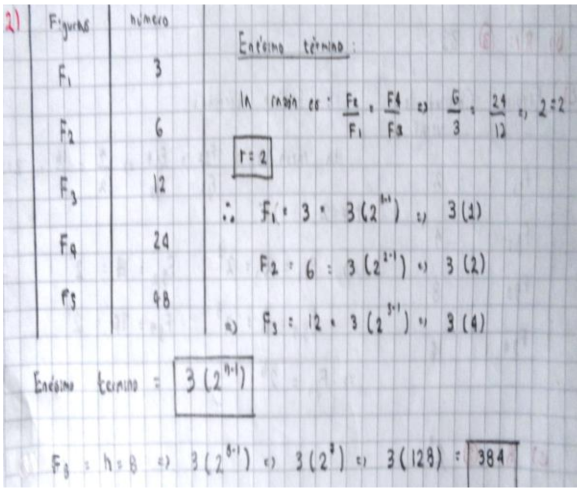


Fig. 15

Errores en el punto 3 del taller Fig.13

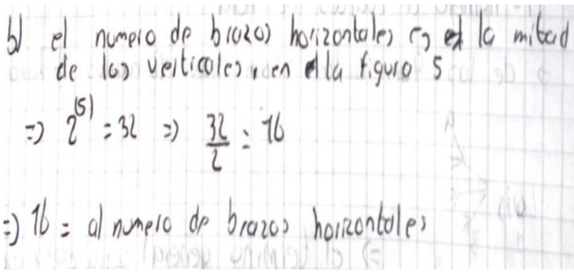


Fig. 16

“TALLER INDIVIDUAL N-2 PROGRESIONES GEOMÈTRICAS”

Prueba individual (1)

ENSENANZA DE SUCESIONES NUMERICAS A TRAVES DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Prueba individual- Progresiones Geométricas

1) Dado un cuadrado de 1m de lado, se unen dos a dos los puntos medios de sus lados, obteniendo un nuevo cuadrado en el que se vuelve a efectuar la misma operación y así sucesivamente. ¿Cuál es la sucesión formada por la longitud de los lados y Cuál es su término general?

2) Un sabio, inventor del ajedrez, pidió al rey como pago por su invento, 2 granos de trigo por la primera casilla del ajedrez, 6 por la segunda, 18 por la tercera y así sucesivamente, siempre triplicando la cantidad de granos, hasta la última de las 64 casillas. ¿Cuántos granos le tendría que dar el rey por la casilla 64?

Prueba individual (2)

ENSENANZA DE SUCESIONES NUMERICAS A TRAVES DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Prueba individual- Progresiones Geométricas

1) Un equipo de ciclismo prepara su entrenamiento mensual en 15 etapas. En la primera se recorre una distancia de 40km y cada una de las etapas restantes es 5/4 veces más larga que la anterior. ¿Cuántos kilómetros recorre el equipo en un mes?

2) Una célula se reproduce por bipartición cada 6 horas. ¿Cuántas células habrá al paso de 48 horas?

Fig. 17

Respuesta del punto 2, de la prueba 1 del taller Fig. 17

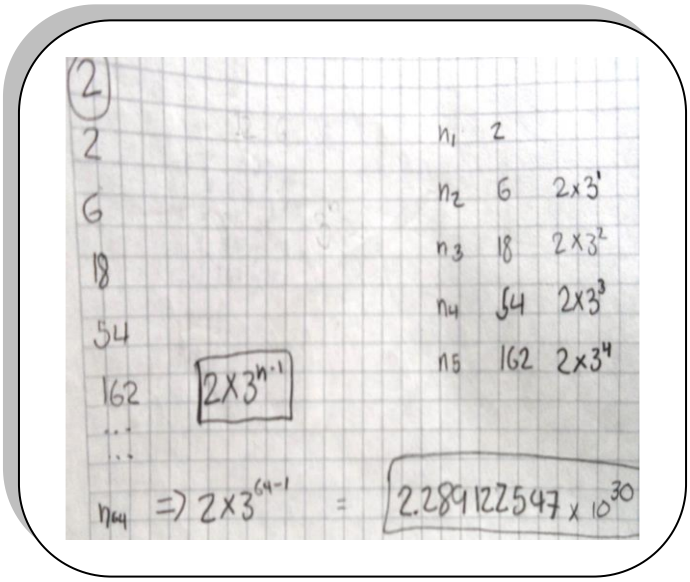


Fig. 18

Errores en el punto 1, de la prueba 2 del taller Fig. 17

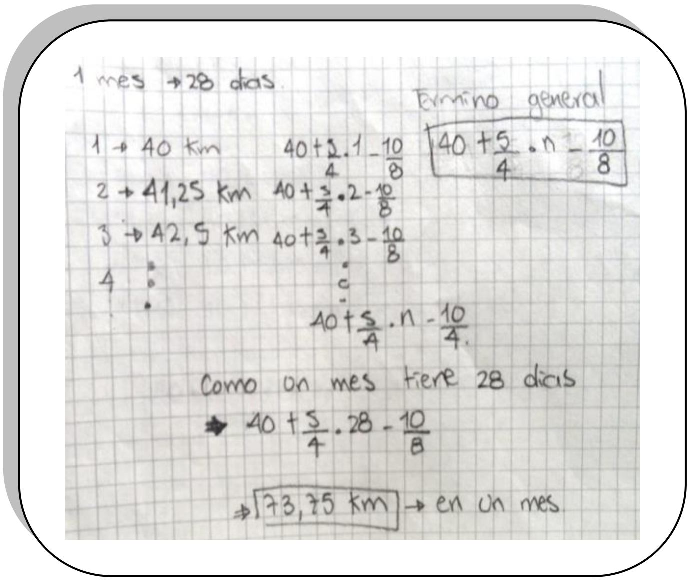


Fig. 19

Respuesta del punto 2, de la prueba 2 del taller Fig. 17

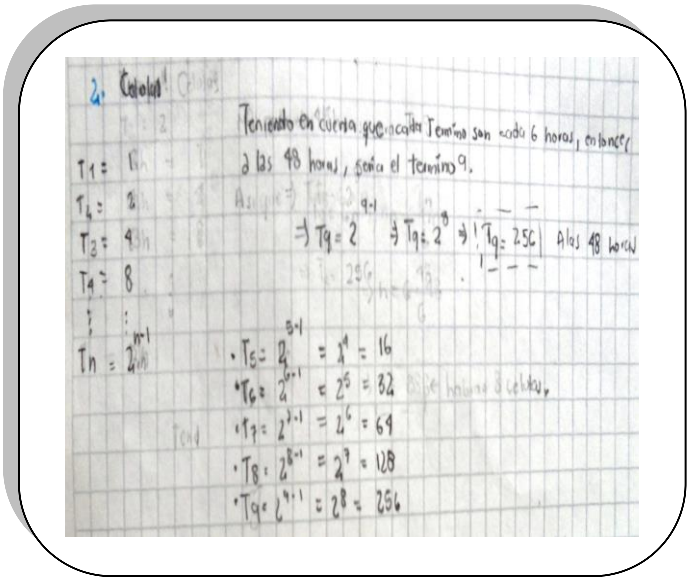


Fig. 20

Errores en el punto 2, de la prueba 2 del taller Fig. 17

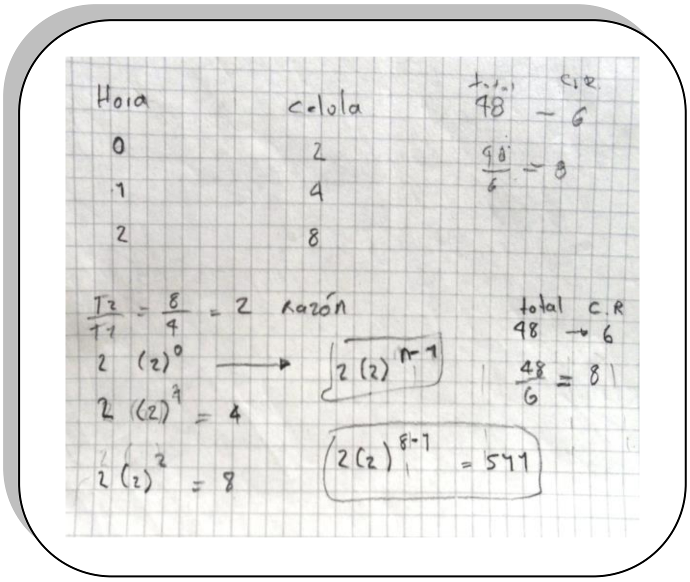


Fig. 21

“TALLER GRUPAL N-4 LA SUCESIÓN DE FIBONACCI Y LA SUCESIÓN DE LOS NÚMEROS TRIANGULARES”.

Respuesta correcta más usual de los estudiantes al primer punto del Taller Grupal N-4

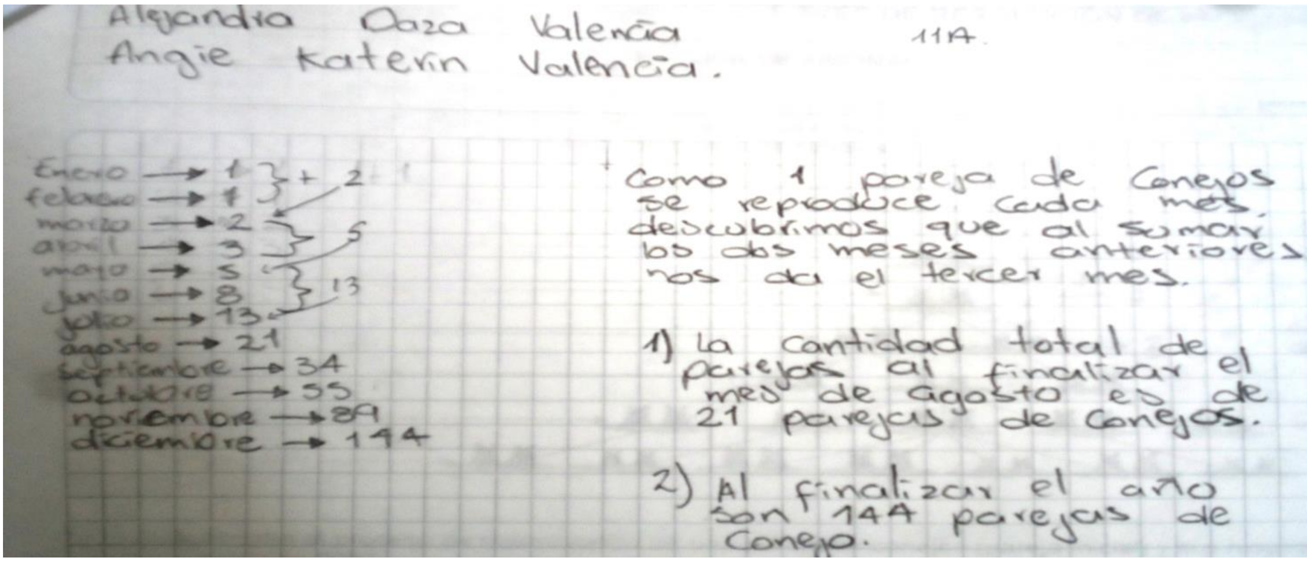


Fig. 22

Respuesta correcta más usual de los estudiantes al segundo punto del Taller Grupal N-4

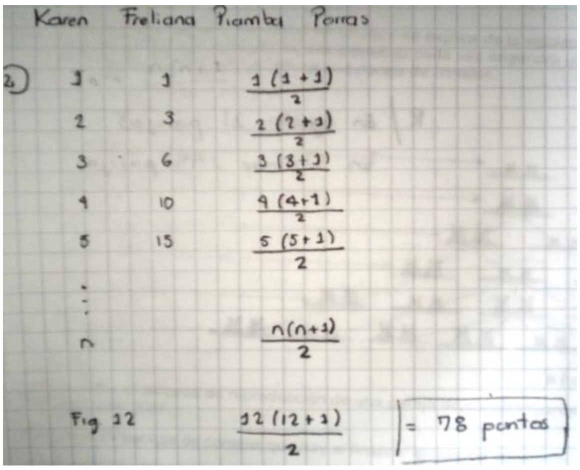


Fig. 23

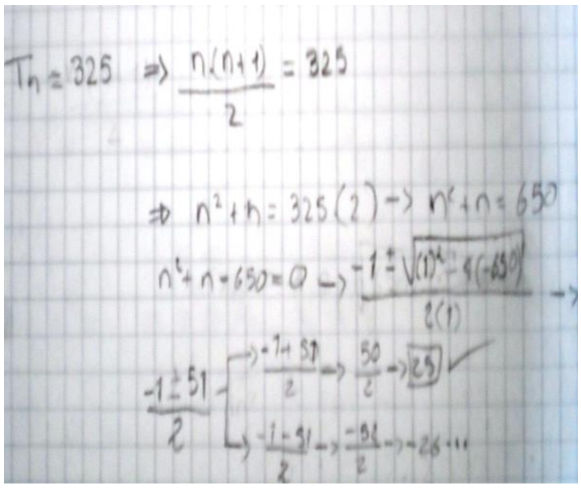


Fig. 24

Imagen 17. Estudiantes del grado 11-A de la E.N.S.P

Imagen 18 .Intervención en el aula de clase (20 septiembre de 2013)

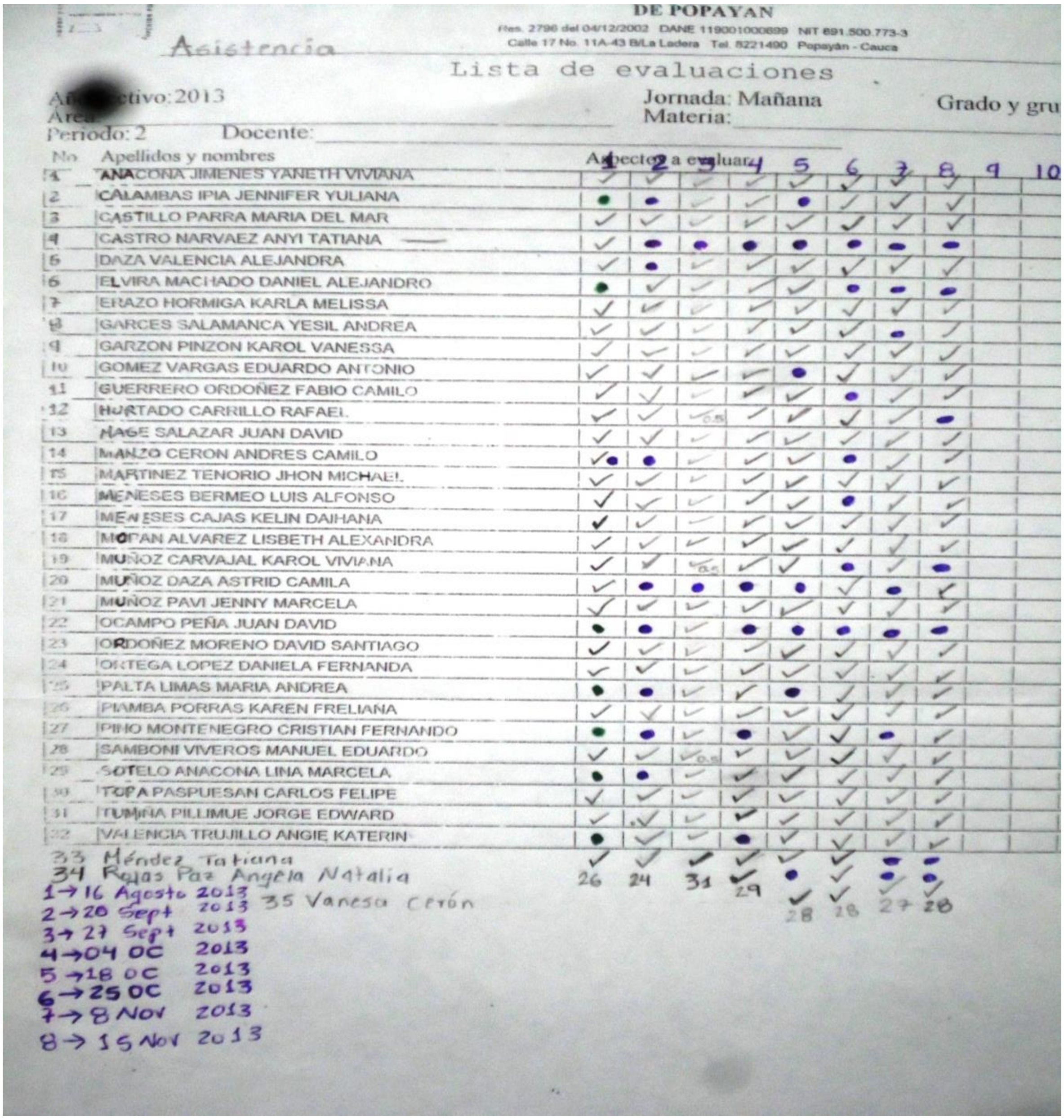
Imagen 19. Taller individual (15 noviembre de 2013)

Imagen 20. Taller Grupal (20 septiembre de 2013)

Imagen 21. Participación del estudiante (18 octubre de 2013)

Imagen 22. Participación del estudiante (8 noviembre de 2013)

Imagen 23. Lista de asistencia



DE POPAYAN

Res. 2796 del 04/12/2002 DANE 119001000699 NIT 891.500.773-3

Calle 17 No. 11A-43 B/La Ladera Tel. 8221490 Popayán - Cauca

Asistencia

Lista de evaluaciones

A[redacted]ctivo: 2013 Jornada: Mañana Grado y gru

Are[redacted] Materia:

Periodo: 2 Docente:

No	Apellidos y nombres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	ANACONA JIMENES YANETH VIVIANA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
2	CALAMBAS IPIA JENNIFER YULIANA	•	•	✓	✓	•	✓	✓	✓		
3	CASTILLO PARRA MARIA DEL MAR	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
4	CASTRO NARVAEZ ANYI TATIANA	✓	•	•	•	•	•	•	•		
5	DAZA VALENCIA ALEJANDRA	✓	•	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
6	ELVIRA MACHADO DANIEL ALEJANDRO	•	✓	✓	✓	✓	•	•	•		
7	ERAZO HORMIGA KARLA MELISSA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
8	GARCES SALAMANCA YESIL ANDREA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	•	✓		
9	GARZON PINZON KAROL VANESSA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
10	GOMEZ VARGAS EDUARDO ANTONIO	✓	✓	✓	✓	•	✓	✓	✓		
11	GUERRERO ORDOÑEZ FABIO CAMILO	✓	✓	✓	✓	✓	•	✓	✓		
12	HURTADO CARRILLO RAFAEL	✓	✓	✓ 0.5	✓	✓	✓	✓	•		
13	MAGE SALAZAR JUAN DAVID	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
14	MANZO CERON ANDRES CAMILO	✓•	•	✓	✓	✓	•	✓	✓		
15	MARTINEZ TENORIO JHON MICHAEL	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
16	MENESES BERMEO LUIS ALFONSO	✓	✓	✓	✓	✓	•	✓	✓		
17	MENESES CAJAS KELIN DAIHANA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
18	MORAN ALVAREZ LISBETH ALEXANDRA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
19	MUÑOZ CARVAJAL KAROL VIVIANA	✓	✓	✓ 0.5	✓	✓	•	✓	•		
20	MUÑOZ DAZA ASTRID CAMILA	✓	•	•	•	•	✓	•	✓		
21	MUÑOZ PAVI JENNY MARCELA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
22	OCAMPO PEÑA JUAN DAVID	•	•	✓	•	•	•	•	•		
23	ORDOÑEZ MORENO DAVID SANTIAGO	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
24	ORTEGA LOPEZ DANIELA FERNANDA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
25	PALTA LIMAS MARIA ANDREA	•	•	✓	✓	•	✓	✓	✓		
26	PIAMBA PORRAS KAREN FRELIANA	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
27	PINO MONTENEGRO CRISTIAN FERNANDO	•	•	✓	•	✓	✓	•	✓		
28	SAMBONI VIVEROS MANUEL EDUARDO	✓	✓	✓ 0.5	✓	✓	✓	✓	✓		
29	SOTELO ANACONA LINA MARCELA	•	•	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
30	TOPA PASPUESAN CARLOS FELIPE	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
31	TUMIÑA PILLIMUE JORGE EDWARD	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
32	VALENCIA TRUJILLO ANGIE KATERIN	•	✓	✓	•	✓	✓	✓	✓		
33	Méndez Tatiana	✓	✓	✓	✓	✓	✓	•	•		
34	Rojas Paz Angela Natalia				✓	•	✓	•	•		
35	Vanesa Cerón					✓	✓	✓	✓		
		26	24	31	29	28	28	27	28		

1→16 Agosto 2013
2→20 Sept 2013
3→27 Sept 2013
4→04 OC 2013
5→18 OC 2013
6→25 OC 2013
7→8 Nov 2013
8→15 Nov 2013