

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN
DE PROBLEMAS



Universidad
del Cauca

JOHANNA ALEXANDRA AGREDO.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN 2013

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN
DE PROBLEMAS



Universidad
del Cauca

JOHANNA ALEXANDRA AGREDO.

ASESORA:

GABRIELA INÉS ARBELÁEZ ROJAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN 2013

NOTA DE ACEPTACIÓN.

El presente trabajo
De grado fue aprobado
Por la asesora
Y respectivo evaluador

V_{o.} B_{o.} Wilmer Libardo Molina Yépez
Coordinador Licenciatura en Matemáticas

V_{o.} B_{o.} Gabriela Inés Arbeláez Rojas
Directora de grado

V_{o.} B_{o.} Yilton Ovirne Riascos Forero
Evaluador

AGRADECIMIENTOS

GRACIAS A DIOS

Por darme la fortaleza, sabiduría y perseverancia para poder llegar a este momento de mi vida.

GRACIAS A MI FAMILIA

Especialmente a mi madre que me ha brindado la oportunidad de cumplir una meta más y ha estado presente en todo el proceso de formación con su apoyo incondicional. A mi abuela, por sus sabios consejos. A mis tías que con sus palabras de aliento no me dejaron caer. A mi hermana, que siempre ha estado allí dándome motivos para seguir adelante.

GRACIAS A MI HIJO GEORGI STEVEN AGREDO

Gracias le doy por tanta paciencia, por tanta comprensión y por tanta madurez; porque a pesar de su corta edad ha sacrificado muchos momentos de su niñez para que yo pueda cumplir mi deseo de ser una profesional.

GRACIAS A MI DIRECTOR DE PRÁCTICA

Gracias a la profesora GABRIELA ARBELÁEZ ROJAS, por conducirme con su paciencia y sabiduría en mi proceso de formación permitiéndome llegar a este punto de mi carrera.

GRACIAS A MI NOVIO

Porque cuando tenía un obstáculo en mi carrera, con cada palabra de apoyo, me devolvía las fuerzas para seguir luchando y no darme por vencida tan fácilmente. Y siempre estar a mi lado.

GRACIAS A LOS ESTUDIANTES

A los estudiantes del grado noveno A de la institución educativa Julumito gracias les doy por permitirme llegar a ellos a desarrollar mi propuesta de práctica pedagógica.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO I	
1. MI PRIMER ENCUENTRO CON LA INSTITUCIÓN	11
CAPÍTULO II	
2. REFERENTES TEÓRICOS	16
2.1. APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS	20
2.2. LAS DIFERENTES FASES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	22
CAPÍTULO III	
3.DISEÑO DE LA ACTIVIDAD EN EL AULA	24
CAPÍTULO IV	
4. BITÀCORAS	30
4.1. BITÀCORA 1: ACERCÁNDOME AL CONOCIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES	31
4.2. BITÀCORA 2: REFORZANDO LOS CONOCIMIENTOS DE LOS ESTUDIANTES	44
4.3. BITÀCORA 3: BUSCANDO ESTRATEGIAS	48
4.4. BITÀCORA 4: HACIENDO UN BALANCE DEL CONOCIMIENTO ADQUIRIDO	54
4.5. BITACORA 5: CUMPLIENDO EL PROPÓSITO CENTRAL DE MI PROYECTO DE AULA.....	56
CAPÍTULO V	
5. CONCLUSIONES	60
5.1. CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA METODOLOGÍA	60

5.2.CONSIDERACIONES PARTICULARES SOBRE LOS PROPÓSITOS DEL PROYECTO.....	61
5.3. PROBLEMAS E INCONVENIENTES	62
6. ANEXOS.....	63
7. BIBLIOGRAFÍA.....	68

INTRODUCCIÓN.

En este escrito se pretende sistematizar el proceso de la Práctica Pedagógica que tuvo cuatro fases. En la primera fase nos aproximamos a la metodología de resolución de problemas. Esta etapa nos permitió elaborar nuestra intervención en el aula y retomar de allí los elementos teóricos en los que se enmarcaría nuestro proyecto de aula; proyecto que diseñamos en la segunda fase. En la tercera fase lo pusimos a prueba con estudiantes de la educación media de Popayán, y reflexionamos alrededor de esta intervención a través del concepto de cuaderno de Bitácora, que más adelante aclararemos. Finalmente en la cuarta fase recopilamos toda la información previa y la consignamos en el presente documento. Para facilitar su lectura, se ha dividido este documento de la siguiente manera:

En el primer capítulo se dará a conocer la institución en la que se llevó a cabo el proyecto y los estudiantes con los que tuve oportunidad de interactuar. Es muy importante saber con qué grupo de jóvenes se va a trabajar, puesto que ello nos permitirá saber cuáles son los talleres más apropiados. El acercarnos un poco más a su vida tanto académica como cotidiana, también nos permitirá tener una mejor empatía y conocer sus fortalezas y debilidades en el campo escolar.

En el segundo capítulo se hablará sobre los referentes teóricos, donde se ha tomado como base el libro: *cómo plantear y resolver problemas* de George Polya, este libro nos brinda una manera diferente de conocer las matemáticas, mediante la resolución de problemas. Para la mayoría de estudiantes de educación media la matemática es la asignatura que más dificultad les ocasiona. Se piensa que las matemáticas son la pesadilla que se presenta en el colegio y el

profesor el “ogro”. Este libro nos brinda la posibilidad de ver la matemática desde otro punto de vista, pues está enfocado en abordar problemas de matemáticas que le permitirán al estudiante crear estrategias de solución. Pero es conveniente aclarar que en este tema no hay reglas fijas ni estrategias que sirvan para todos los problemas, es decir es un libro que nos da unas pautas para que los estudiantes se involucren de una manera más activa en las matemáticas. En este marco teórico se retomarán fundamentalmente las tesis de George Polya, y se mencionarán de soslayo otros autores que trabajan la misma metodología.

En el tercer capítulo se expondrá el diseño de las actividades. Aquí se propone el proyecto de aula y el por qué se abordó el tema de las ecuaciones de segundo grado. Para nadie es un secreto que este tema es difícil de abordar para los estudiantes, pues la escritura matemática con letras y números plantea un problema de significación: los estudiantes manipulan las ecuaciones de manera mecánica desconociendo el papel que juegan esos símbolos en la representación de esos objetos matemáticos. Para ello se diseñaron talleres que involucran esta problemática.

En el cuarto capítulo haré algunas reflexiones sobre mi participación como docente y los problemas que tuve al enfrentarme con cada punto del taller. Estas reflexiones están encerradas en una serie de bitácoras que realice después de haberme enfrentado con los estudiantes en cada sesión. Una bitácora o cuaderno de bitácora es aquel en el que se plasman las impresiones que deja el taller tanto en las respuestas de los estudiantes como en mi manera de interactuar con ellos a lo largo de la sesión. Aquí se analiza con más detalle lo que sucede a la hora de enfrentarnos a estudiantes y al enfrentarnos a una realidad que no

se puede conocer a través de ninguna teoría sino en el acto. Allí me percaté de que no es sencillo ser docente, qué es una profesión muy linda pero que tiene tropiezos los cuales debemos saber enfrentar lo cual se consigue con la experiencia y la teoría recibida durante mi proceso de formación.

En el último capítulo se expondrán las conclusiones de mi proyecto las cuales he dividido en tres partes, dándole una clasificación a mi experiencia.

CAPÍTULO I.

1. MI PRIMER ENCUENTRO CON LA INSTITUCIÓN...



Sede San Miguel Arcángel (fundada en el año 2006).

La práctica docente fue realizada en la sede San Miguel Arcángel de la institución educativa Julumito, con la colaboración de los profesores Fernando Yanza y Jimmy Samboní, docentes de matemáticas en la institución. Gracias a la ayuda de estos dos profesores, se logró implementar el proyecto en horas extra clases, debido a que mi propuesta no estaba planeada para trabajar los temas usuales del curso, sino plantear una serie de actividades con el propósito de construir el concepto de solución de una ecuación cuadrática. La práctica fue realizada durante 14 semanas con un periodo de 26 horas, a estudiantes del grado noveno A, del cual conté con una participación de 16 estudiantes en un principio y termine con 11 de

ellos, entre los cuales había 10 niñas y un niño que oscilaban entre 13 y 15 años.

La institución educativa Julumito nace de fusionar dos escuelas y un colegio. La Escuela Rural Mixta Julumito, la Escuela Rural Mixta Los Tendidos y el Colegio Básico de Julumito. La Escuela Rural Mixta de Julumito en un principio fue solo de niños y posteriormente ingresaron niñas por lo cual se denominó Escuela Rural Mixta Integrada de Julumito. Luego de gestiones tanto de la junta de acción comunal, padres de familia y cuerpo docente se logró orientar hasta el grado noveno. A partir del año 2005 pasa a ser la “Institución Educativa Julumito” con todos sus niveles de estudio. Y en el año 2006 fundaron la sede “San Miguel Arcángel”.

Los estudiantes con los cuales compartí mi experiencia, son de zonas rurales, de escasos recursos económicos. Por las distancias de la institución a sus casas, algunos de ellos prefirieron no participar de mi proyecto de aula, ya que se les dificultaba ir a sus casas a almorzar y volver en un tiempo propicio. El ambiente social en que se mueven estos estudiantes parece sugerir que no tienen el propósito de continuar sus estudios más allá del bachillerato. Algunos de ellos solo esperan graduarse para darle gusto a sus padres, y dedicarse a lo mismo que ellos hacen: labrar la tierra, volverse amas de casas, conducir el bus de su papa, etc. Pero son pocos los que quieren seguir estudiando; aunque siempre enfatiqué lo importante que era estudiar, pues el estudio te permite acceder a nuevas oportunidades de trabajo, enriquecer tu intelecto; aun son niños que solo piensan en lo aburrido que es estudiar. No han madurado lo suficiente, o como nos decía el profesor Jimmy están enseñados al campo y que éste les de todo.

La mayoría de los estudiantes que tuve a mi cargo manifestaron su dificultad para asistir al colegio y estudiar. Las razones que ellos esgrimían tenían que ver con la lejanía de sus casas y con el hecho de que algunas asignaturas les parecían muy complicadas. Me gustaría citar textualmente una de las afirmaciones que se hicieron: *“no es fácil llegar a casa luego de hora y media caminando con estos soles, con sed, con hambre, y tener que hacer tareas, estudiar y peor aún entender lo que me dio el profesor”*. Estos comentarios los escuche de boca de los mismos estudiantes cuando tuve la oportunidad de entablar un diálogo con ellos. De otra parte, los que vivían cerca expresaban que *“estudiar era solo cumplir con algo o con alguien “sus padres”*. Bajo esta situación sentí que me enfrentaba a un reto muy duro; pues debería cambiar sus perspectivas acerca de la importancia de estudiar y hacerles entender que ello cambiaría sus vidas y su futuro de una manera importante.

La experiencia que viví con ellos en las clases de matemáticas fue inolvidable. La seguridad que perdí en la primera clase debido a mis nervios, ya que el enfrentarme a un grupo del cual desconocía su interés sobre la materia y cómo llegar a ellos mediante problemas me ocasionaba dudas, me di cuenta que era normal sentir nervios pero los cuales debía dominar para transmitir a mis estudiantes seguridad.

La propuesta que implementé con los estudiantes del Colegio Julumito, les pareció interesante y de alguna manera novedosa pues en sus clases de matemáticas estaban acostumbrados a la metodología usual de exposición de un tema, luego un ejemplo para aclarar el mismo y posteriormente se dejaban ejercicios para resolver. Así que encaminarlos a resolver problemas no fue una tarea fácil, pero a mi

favor tenía unos estudiantes con expectativas y a la espera de encontrar algo diferente.

Sin embargo la metodología de resolución de problemas causó cierta resistencia cuando se enfrentaron por primera vez a ella. Ciertos términos causaron dificultad y cierto malestar entre el grupo. Por ejemplo, cuando les pedí que sacaran los datos del problema, esa palabra “dato” causó cierto ruido entre ellos y alguien expresó: “¿Esto es dato profe?, ¿qué es dato?, ¿cómo sé que esto sí es un dato?”, dudas que a primera vista resultaban fáciles, pero difíciles de explicar para que ellos las entendieran. Su malestar también se percibió cuando expresaban inquietudes como la siguiente: “¿profe todas las clases serán de problemas y no nos dará teoría?” “nosotros estamos enseñados a resolver ejercicios y no esta clase de problemas”. Aquí me enfrenté a un gran dilema y a una serie de dudas sobre mi trabajo con el grupo de estudiantes: ¿Qué hacer?, ¿Qué responderles? Es un problema con el cual no había contado. Esto se convirtió para mí en un problema más difícil que la misma resolución de problemas matemáticos.

Para darle salida a esta situación opté por hacer suficiente énfasis en que se realizara una lectura cuidadosa de cada enunciado del problema, que comprendieran los datos que aporta el mismo y las incógnitas o los datos desconocidos que se pide buscar, y luego que intentaran llevar todo esto a un lenguaje matemático.

Además en estas sesiones los estudiantes adquirieron unos compromisos que se pueden resumir así: asistencia a cada sesión, plantear de manera abierta sus dudas y no darse por vencidos en los primeros intentos. De esta manera logré construir con mis estudiantes

una buena relación, ya que tenían confianza para preguntarme, dejaron la pena a un lado y nadie se burlaba de nadie por más sencilla que pareciera la pregunta.

Aunque no tengo muchas herramientas conceptuales para abordar esta situación y además es mi primera experiencia en el aula, de alguna manera pude corroborar el hecho de que los profesores no debemos dar la espalda y realizar nuestro trabajo al margen de la situación social y económica de los estudiantes que tenemos a nuestro cargo. Muchos de ellos llegaban al curso sin almuerzo después de una larga jornada de caminata y ello me hizo pensar que todos no pueden ser tratados como estudiantes que tienen las condiciones idóneas para estudiar. De ninguna manera se trata de discriminar sino de aproximarse a una realidad compleja, sensibilizarnos y tener en cuenta estos aspectos en nuestra labor docente, no deben ser secundarios.

CAPÍTULO II.

2. REFERENTES TEÓRICOS

El origen de las ecuaciones de segundo grado y su solución viene de épocas remotas. Desde hace por lo menos 3.500 años, se resuelven problemas que dan lugar a ecuaciones. En los escritos de los antiguos babilonios y egipcios, se han descifrado tales problemas y la forma de resolverlos. Es bien sabido que los babilonios conocían un método de resolver ecuaciones de segundo grado, aunque no tenían una notación algebraica para expresarlo. Este conocimiento pasó a los egipcios que lo utilizaban para redefinir los límites de las parcelas inundadas por el Nilo, en sus crecidas. Ellos resolvieron ecuaciones de segundo grado, con métodos geométricos, algunos de estos se encuentran en las antiguas tablillas y en los papiros como lo es el papiro de Rhind y el de Moscú.

En la cultura griega las ecuaciones de segundo grado fueron desarrolladas por el matemático Diofanto de Alejandría quien le dio grandes aportes a este tema. Según algunos historiadores matemáticos, el matemático judeo español Abraham bar Hiyya, en su libro “Líber Embadorum” introdujo en Europa la solución de éstas. En los siguientes ejemplos se ilustra algunos métodos usados por los antiguos matemáticos.¹

¹ Ecuaciones de segundo grado. [en línea][citado 10 de septiembre 2012]. Disponible en : www.cipre.info./resources/HIT_La_Ecuacion_de_Segundo_Grado

1. Para resolver la ecuación $x^2 - 10x = -9$, el matemático indio Brahmagupta² (ca. 628 d.C.) propuso el siguiente procedimiento: Multiplica el número absoluto, -9 , por el [coeficiente del] cuadrado, 1 ; el resultado es -9 .
2. El matemático árabe Mohamed ibn Musa al-Khowarizmi³ (s. IX) utilizó la siguiente estrategia para resolver la ecuación $x^2 + 10x = 39$. Debes tomar la mitad del número de las raíces, que es 5 , y multiplicarlo por sí mismo y obtienes 25 al que le sumas el número 39 , con el resultado 64 . Tomas la raíz cuadrada de este número, que es 8 , y le restas la mitad de las raíces, 5 , y obtienes 3 , que es el valor buscado.

Pero sin duda uno de los métodos más usados a la hora de encontrar raíces es mediante la fórmula proporcionada por el matemático hindú Bhaskara (1114-1185). La fórmula es la siguiente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

² **Brahmagupta** (598- 660) fue un matemático y astrónomo indio. Está considerado el más grande de los matemáticos de esta época, fue el primero en dar una solución general para la ecuación diofántica lineal $ax + by = c$ con $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

³ Matemático árabe. Escribió una obra titulada *Libro de la reducción*, En ella indicó las primeras reglas del cálculo algebraico: la transposición de los términos de uno a otro miembro de una ecuación, previo cambio de signo, y la anulación de términos idénticos en ambos miembros. También estudió las ecuaciones de segundo grado y otras cuestiones matemáticas.

Luego de este brevísimo recuento histórico de las ecuaciones de segundo grado, pasemos a observar su importancia actual en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica y media.

Las ecuaciones de segundo grado para muchos estudiantes de educación media son solo fórmulas, y métodos de factorización, las cuales son usadas en el momento de un examen y luego olvidadas. Lo anterior se puede corroborar al indagar estudiantes que ingresan a la universidad, ya que la mayoría de ellos manifiestan haber olvidado cómo se hallan las raíces a una ecuación de segundo grado; en pocas palabras se han olvidado de la fórmula. Pero el fin de este trabajo no es llegar a soluciones mediante algoritmos, se pretende que los estudiantes involucren su imaginación y creatividad permitiéndoles una mayor apropiación del tema. Para llevar a cabo mi proyecto tendré en cuenta el libro de George Polya, como plantear y resolver problemas.

Como todos sabemos, una ecuación de segundo grado es aquella en la que la incógnita aparece elevada al cuadrado, y al simplificarla, se puede expresar de la siguiente manera: $ax^2 + bx + c = 0$. Entonces decimos que la hemos escrito en su **forma general**. Los términos a , b y c son valores numéricos conocidos que reciben el nombre de **coeficientes**, donde $a \neq 0$ y c el término independiente. Al resolver una ecuación de segundo grado encontramos los valores de x que hacen que el valor numérico de la expresión sea cero.⁴

Esta definición en ningún momento se dará a los estudiantes de forma explícita, sino que se irá soslayando de manera implícita mediante la resolución de problemas. Con el fin de encontrar resultados satisfactorios, este trabajo se basará en los cuatro pasos que plantea

⁴ Microsoft ® Encarta ® 2007. © 1993-2006 Microsoft Corporation.

George Polya en su libro, acerca de cómo tratar un problema y algunos consejos de cómo abordarlos.

Un problema por más sencillo que sea necesita de dedicación, de interés por parte del estudiante, y una buena guía de su profesor. Según Polya el estudiante y el profesor deben tener una buena relación para poder hacer un buen grupo de trabajo. Un problema es una cuestión, una duda, algo que lleva al estudiante a pensar, a analizar, el cual no solo requiere de buena intención de resolverlo, sino de buenos conocimientos; consiguiendo en el estudiante criterio. Como dice Polya “el alumno debe llegar por su propio criterio, a lo que quiere conseguir el problema con él”⁵.

⁵ Polya, G: como plantear y resolver problemas. Pág. 68

2.1. APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS:

Para Polya, en la resolución de problemas juega un papel fundamental el concepto de “heurística”. Inicialmente éste tenía por objeto el estudio de las reglas, métodos de descubrimiento e invención. Pero en el contexto en que lo plantea este autor, nos dice que *“la heurística trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso”*⁶.

De lo anterior podemos preguntarnos ¿Qué es un problema? para dar una definición de problema citemos a Polya, y a dos educadores de las matemáticas Krulik y Rudnik (1980)⁷:

- Un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata (Polya).
- Para krulik y Rudnik un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma⁸.

Podemos percatarnos que para Polya un problema, es concebido por el sujeto como las acciones que éste desarrolla en su mente para dicha solución. Sin embargo para los otros autores es algo que se le presenta al sujeto y éste debe resolverlo. Aunque las concepciones de problema son diferentes, se tiene un mismo propósito “buscar una solución” la cual requiere un camino no visible para muchos. Pero se debe tener

⁶ Polya, G: como plantear y resolver problemas. Pág. 102

⁷ Krulik y Rudnik: problem solving in school mathematics. Pág. 28

⁸ La resolución de problemas en matemáticas. Estrategias. Importancia histórica.pag3

claro que para la búsqueda de aquella solución debe existir un compromiso formal, tanto del estudiante como del profesor, de querer resolver el problema. Los primeros intentos al abordar un problema de pronto no son satisfactorios y por ello debemos tomar nuevos caminos, los cuales nos ayuden a movilizar nuestros conocimientos. De los errores que se cometen a la hora de resolver un problema, se puede rescatar de ellos, pasos lógicos que pueden servirnos a la hora de una nueva estrategia de solución.

Finalmente, un problema nos permite indagar, crear, descubrir,... y aunque todos los estudiantes no puedan ver la solución con la misma facilidad que otros, ellos están dispuestos a intentarlo, ya que los problemas son un reto y a los estudiantes les gustan los retos. Como nos dice Polya, “Admitiendo incluso que los alumnos son muy lentos e indiferentes y que hayan sido incapaces de adivinar nada hasta la fecha, finalmente estarán obligados a cooperar en una cierta medida por pequeña que ésta sea”⁹. A lo anterior, depende en gran medida la motivación que el profesor brinde a sus estudiantes.

⁹ Polya, G: como plantear y resolver problemas. Pág. 39

2.2. LAS DIFERENTES FASES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Las fases que nos sugiere George Polya a la hora de solucionar problemas, son cuatro:

- ♦ **COMPRENDER EL PROBLEMA.** Es posible que al presentarse un problema el estudiante, no se tome el tiempo para hacer una buena lectura y quiera proceder a resolverlo, sin tener claro lo que se le pide. Por eso es importante que el estudiante entienda cada expresión del enunciado, diferencie los datos de la incógnita, lo cual Polya nos sugiere que se les presente a los estudiantes una serie de interrogantes como los siguientes: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
- ♦ **CONCEBIR UN PLAN.** Es donde el estudiante, mediante su intuición, percibe o presiente un camino de llegada. ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Podría enunciar el problema de otra forma? ¿Ha empleado todos los datos?
- ♦ **EJECUTAR EL PLAN.** En este proceso es donde el estudiante liga las dos anteriores fases, y pone en marcha las estrategias de solución para su problema. Es en este momento que Polya nos sugiere la siguiente pregunta para los estudiantes ¿Son correctos los pasos dados?, la cual puede ser formulada de la manera que creamos conveniente.
- ♦ **EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA.** Luego de haberle dado una solución al problema es importante verificar que todos los datos que fueron suministrados por éste, hayan sido utilizados, para

ello se pueden formular las siguientes preguntas: ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?

Cada fase trae preguntas que se pueden plantear a la hora de solucionar un problema, pero en ningún momento Polya nos da un recetario o reglas las cuales debamos seguir al pie de la letra, ni mucho menos en su libro nos da estrategias, ni métodos los cuales nos sirvan para todos los problemas, es decir en nuestras manos tenemos una guía no una solución.

Polya nos habla también de esa relación que debe tener el profesor con su alumno, la cual es importante a la hora de interaccionar en un tema. De esa relación depende la buena comunicación e interpretación, de ahí que fluya un buen intercambio de conocimiento. Aunque al estudiante se le debe dar su autonomía al resolver problemas, nos dice Polya que el profesor no debe ni dejarlo tan solo ni mucho menos ayudarlo demasiado, pero lo más importante es que el estudiante indague sobre su creatividad y saque a flote su imaginación. Finalmente el problema es de ambos y los frutos de éste dependen de la buena guía de su maestro.

CAPÍTULO III.

3. DISEÑO DE LA ACTIVIDAD EN EL AULA

Los profesores debemos ser conscientes de que el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas requieren de estrategias que conlleven al estudiante a interiorizar los conocimientos, y no sólo quedarse en la parte mecánica y repetitiva. Lograremos una mejor calidad de enseñanza, si cada día nos preocupamos por estar, ideando nuevas estrategias. Como nos dice Polya “los problemas de rutina, incluso empleados en gran numero, pueden ser útiles en la enseñanza de la matemática, pero sería imperdonable proponer a los alumnos exclusivamente problemas de este tipo. Limitar las matemáticas a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es rebajarlas por debajo del nivel de un “libro de cocina” ya que las recetas culinarias reservan una parte a la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa”¹⁰. Por esta razón es importante que los profesores mejoremos la calidad de enseñanza y ¿qué mejor medio para buscar estrategias en la implementación de la resolución de problemas?

Uno de los problemas más frecuentes en la enseñanza de las matemáticas es que los estudiantes salen memorizando información; pero realmente no hay una interiorización de conocimiento. Un ejemplo clásico es el de memorizar fórmulas y en muchas ocasiones sin realmente saber lo que éstas significan, como es el caso de la fórmula

¹⁰ Polya, G: como plantear y resolver problemas. Pág. 163

de Bhaskara¹¹, utilizada a la hora de encontrarle las raíces a una ecuación de segundo grado.

Con respecto a este tema me han surgido algunas inquietudes que son los detonantes para el diseño de las actividades en el aula. Los interrogantes que voy a poner en voz alta son las siguientes: ¿es necesario usar la fórmula de Bhaskara para encontrar raíces?, ¿los estudiantes al usar la formula saben para que la están usando? Mediante la resolución de problemas se quiere que los estudiantes no memoricen una formula sino por el contrario que la deduzcan y teniendo en cuenta que muchos problemas pueden ser resueltos usando ecuaciones, entonces ¿Por qué es tan difícil, traducir del lenguaje natural a un lenguaje algebraico? ¿Por qué no enseñar a deducir la fórmula de Bhaskara sin necesidad de memorizarla? ¿Cómo interpretar el resultado para responder al problema?

A lo planteado anteriormente se orientarán los talleres de ecuaciones de segundo grado. Los problemas les permitirán a los estudiantes desarrollar sus razonamientos, conocimientos, podrán analizar, encontrar diferentes estrategias y de pronto, hasta disfrutar de las matemáticas.

Los talleres que se proponen contendrán problemas que se abordarán bajo la metodología de Polya. El propósito es que los estudiantes

¹¹ Bhaskara es también conocido como Bhaskara II o como Bhaskaracharya, que significa "Bhaskara el maestro". Bhaskaracharya es probablemente el matemático hindú de la antigüedad mejor conocido. Descubrió el doble signo de los radicales cuadráticos y el carácter anormal de los mismos cuando el radicando es negativo.

trabajen en parejas y que discutan entre ellos la manera de abordar los mismos y las posibles soluciones. Luego un integrante del grupo presentará sus estrategias de solución, y observaremos qué tan apropiadas resultaron, qué inquietudes se presentaron a la hora de resolver el problema y cuáles fueron los errores, si estos se cometieron. Y en el caso de que no se dé solución al problema, intentaré dar unas pocas pautas que se vaya acercando a dicha solución.

En cada sesión saldrá un integrante diferente, con el fin de que todos pierdan el miedo a enfrentarse al público, no se aceptarán comentarios des-obligantes, ni críticas destructivas. Como lo dije anteriormente en cada problema se tendrán en cuenta las siguientes fases:

1. Leer y releer el problema: El estudiante debe hacer una lectura minuciosa le permita comprender el enunciado, lo que éste pide, y el significado de cada término usado.
2. Determinar los datos que aporta el problema.
3. Encontrar la incógnita o el dato desconocido.
4. Plantear una ecuación.
5. Verificar la solución, comprobando que cada dato se cumpla.

Antes de abordar el primer taller, daré a conocer a los estudiantes el propósito del proyecto de aula a implementar, el de construir la fórmula de Bhaskara. Les explicaré el método de trabajo anteriormente mencionado y hablaremos sobre el contenido de los talleres y lo que espero conseguir con éstos. Si es necesario antes de cada taller se

darán definiciones y ejemplos que se necesiten a la hora de desarrollar algún punto.

El primer taller, será desarrollado con el fin de hacer un sondeo sobre los conocimientos previos que los estudiantes poseen sobre el tema de ecuaciones. Además en este taller se consideran dos puntos (3, 2) cuyo objetivo era examinar la manera como abordan un problema matemático.

Cada día nos vemos enfrentados a posibilidades diferentes, posiblemente me gane la lotería, existe la posibilidad de que hoy llueva, etc. Con el segundo punto quiero que mis estudiantes se den cuenta de que jugando parques también tenemos diferentes posibilidades; de perder, de ganar y en este caso de cuantas veces podemos superar un número con diferentes lanzamientos de nuestros dados.

Con este primer taller busco empapar a mis estudiantes en mi proyecto de aula. En cada punto de este taller el propósito es observar las dificultades o destrezas que tengan los estudiantes en determinado tema. Con este primer encuentro también se quiere que ellos disfruten un rato de las matemáticas.

El segundo taller, será de refuerzo, necesito que los estudiantes afiancen el tema de ecuaciones lineales. Se quiere ver reflejado el interés de los estudiantes y el compromiso de ellos, es sabido que las capacidades de los estudiantes varían de acuerdo a sus conocimientos previos y la capacidad de abstraer éstos. Si es el caso contrario, con el primer problema daré estrategias de solución además recordaré conceptos y daré ejemplos los cuales les permitan visualizar de otra forma un camino para llegar a la solución. Esto me permitirá observar donde están las debilidades, y qué hacer para ir las combatiendo, y así

fortalecer sus conocimientos. Este taller también servirá de introducción para el tema propuesto en mi proyecto.

En el tercer taller, el objetivo de esta actividad es que los estudiantes construyan estrategias de solución. Que mediante pasos lógicos puedan llegar a la solución de un problema, sin necesidad de usar fórmulas para encontrar las raíces reales, complejas o que determinen que la ecuación no tiene solución. Para este fin usaré el método de completar cuadrados. Este método puede garantizar que ellos puedan deducir la formula sin necesidad de aplicar la fórmula. Además estos problemas tienen por objeto, que el estudiante se involucre y se motive con la matemática. Al tratarse de problemas de geometría, quiero concientizarlos de que ésta, está inmersa en nuestra vida cotidiana, por ejemplo una casa, vemos en ella rectángulos, triángulos, paralelogramos entre otras figuras geométricas. Para resolver los problemas planteados en el taller recordaré las siguientes definiciones: números consecutivos, el teorema de Pitágoras, triángulo rectángulo, proporcionalidad.

El cuarto taller, tendrá como objetivo que los estudiantes relacionen todo lo planteado anteriormente. Este taller será la base para deducir la fórmula, ya que en cada ecuación plantearé los siguientes interrogantes: ¿Qué pasa si cambiamos los coeficientes por letras?, daré un tiempo propicio para ver si pueden trabajar con su nueva ecuación. Terminando con el taller escogeré un grupo al azar, los cuales plantearán la solución de su problema, las estrategias utilizadas y sus inconvenientes y posteriormente haré algunas modificaciones a su ecuación, es decir cambiaré sus coeficientes por letras. En ese momento pretendo que entre todos se construya la fórmula.

El quinto taller, busca que el proyecto se haya implementado, esto implica que los estudiantes no solo hayan deducido la fórmula sino que también interioricen, analicen los conocimientos brindados. Además, que consideren la posibilidad, de que el resolver problemas es el camino que abre puertas a nuevos conocimientos involucrando la imaginación y la creatividad...

Luego de haber presentado brevemente el propósito de cada taller, recogeré todos los datos obtenidos en cada sesión y los anotaré en unos escritos que denominamos bitácoras.

CAPÍTULO IV

4. BITÁCORAS.

Una bitácora o cuaderno de bitácora es para los marineros aquel escrito donde registran el estado de la atmosfera, los vientos que reinan, la velocidad del buque entre otras cosas. Es donde registran las acciones realizadas en sus viajes, incluyendo todos los sucesos que se llevaron a cabo. En este proyecto de aula las bitácoras, serán el escrito que se realice, después de cada encuentro con los estudiantes, en éstas se anotaran las reflexiones, inconvenientes, resultados satisfactorios, no satisfactorios después de cada sesión, se plasmarán los análisis que los estudiantes realizaron en cada punto del taller. A continuación presentaré las cinco bitácoras que realicé luego de cada encuentro en el colegio Julumito.

4.1 Bitácora 1:

ACERCÁNDOME AL CONOCIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES.

Para esta actividad tener en cuenta el taller del anexo 1.



La primera actividad que tuve con los estudiantes del colegio Julumito del grado noveno A, me permitió conocer, los conocimientos previos que ellos manejaban hasta el momento. En esta actividad se les dio a conocer la metodología con la que se iba a trabajar.

Las experiencias que se pueden tener con los estudiantes de básica y media son satisfactorias para nuestro nivel personal, puesto que ellas nos aportan estrategias en la enseñanza. Debido a los errores que cometemos a la hora de implementar un tema por nuestra inexperiencia. Se aprende que hay diferentes maneras de cómo llegar a un estudiante, es en ese momento donde nuestra imaginación y

creatividad nos debe permitir innovar en nuevas estrategias. La experiencia que viví con los estudiantes del colegio Julumito del grado noveno A, me enseñó que por más preparada que se tenga una clase siempre se cometen errores. Entonces es donde aquella teoría recibida en nuestros cursos de pedagogía, entra a jugar.

Los estudiantes resolvieron los problema del taller, con ciertas dificultades, como: asimilación de temas, manejo algebraico, problemas de comprensión de lectura, dificultad a la hora de diferenciar entre una variable y un número, claridad en algunos conceptos. Afortunadamente como ellos no habían visto ecuaciones de segundo grado, puesto que es un tema que está estipulado para el tercer periodo escolar y mi intervención se llevó a cabo en el segundo periodo. Lo cual me permitirá llevar a cabo mi proyecto de una manera satisfactoria, puesto que al no conocer la fórmula para encontrar raíces, ellos no caerían en la tentación de usarla.

Antes de resolver el primer problema se les recordó la definición de ecuaciones lineales, presentada a continuación:

Ecuación lineal, ecuación polinómica de primer grado, es decir, ecuación en la cual las incógnitas aparecen con grado 1: $ax + by + cz + \dots = k$, en donde $a, b, c, \dots, k$ son números reales y $x, y, z, \dots$ son las incógnitas.

Las ecuaciones lineales con dos incógnitas son de la forma $ax + by = c$

Con a y b no nulos. Se representan mediante rectas cuyos puntos son las soluciones de la ecuación.¹²

¹² Microsoft ® Encarta ® 2007. © 1993-2006 Microsoft Corporation.

Algunos de los estudiantes resolvieron el problema al tanteo, aunque el método a utilizar no es erróneo, ni mucho menos su respuesta, sí es un método dispendioso cuando las cantidades numerables son muy grandes y es allí donde se tiende a tener más errores¹³. Luego observé que plantear la ecuación no era tan sencillo como había imaginado. Al dar las pautas de cómo llegar a esa ecuación sentí que estaba cayendo en lo que Brousseau (1986) denomina efecto topaze¹⁴. Después de llegar a la ecuación pensé que el trabajo estaba hecho, pero como dije anteriormente mis estudiantes no saben diferenciar un número de una variable, como se ve reflejado en los siguientes ejemplos:

¹³ En un problema posterior se dará un ejemplo para que los estudiantes puedan observar lo que les estoy planteando.

¹⁴ Efecto Topaze: Ocurre cuando el profesor sugiere la respuesta disimuladamente, eligiendo cuestiones cada vez más transparentes y más fáciles. (Brousseau)

Ejemplo 1.

① gansos x
gallinas $= 2x = 2, 12$
patos $= x - 1 = 11$
perdices $= 7 + x$

$66 = x + 2x + x - 1 + 7 + x$
 $5x = 66 - 6$
 $5x = 60$
 $x = 60 : 5$
 $x = 300$ gansos

$2 \cdot 300 = 24$ gallinas
 $300 - 1 = 11$ patos
 $7 + 300 = 19$ perdices

En el anterior ejemplo podemos observar que el estudiante empezó bien su solución, pero en el momento de despejar tuvo un inconveniente. Se puede apreciar que éste método no fue bien asimilado por él. Se es fácil decir que cuando se suma se pasa a restar y viceversa y cuando se multiplica se pasa a dividir o al contrario se pasa a multiplicar. Pero si no se muestra realmente lo que pasa, al estudiante no le quedara más que memorizar lo dicho y no interiorizará la definición y no sabrá utilizarla. Se es conveniente que el estudiante comprenda que cuando hay multiplicación, lo que se hace es multiplicar a ambos lados por el inverso que acompaña a la variable es decir, el inverso de su coeficiente. Aunque el estudiante no llegó a una respuesta correcta se ve que tenía claro el procedimiento a seguir y el cómo verificar su solución.

Ejemplo 2.

$$\begin{aligned} \text{Gansos} &= 12 \\ \text{Gallinas} &= 24 \\ \text{Patos} &= 11 \\ \text{Perdices} &= 19 \end{aligned} = 66.$$

$$\begin{aligned} \text{Gansos} &= x \\ \text{Gallinas} &= 2x \\ \text{Patos} &= x - 1 \\ \text{Perdices} &= 7 + x \end{aligned} = 66 \text{ aves}$$

$$66 = x + 2x + x - 1 + 7 + x$$

$$11x = 66$$

$$11x = 60$$

$$x = \frac{60}{11}$$

$$x = 16 \text{ gansos.}$$

$$2 \cdot 6 = 12 \text{ Gallinas.}$$

$$16 - 1 = 15 \text{ Patos}$$

$$7 + 6 = 13 \text{ Perdices.}$$

$$\underline{75}$$

Por lo que se pudo ilustrar ellos suman cantidades sin tener en cuenta las variables. Para ellos la variable que acompaña el coeficiente, es un adorno, puesto que no es tenido en cuenta a la hora de realizar la operación. Es posible que esto se deba a una mala definición y a una mala interpretación de ésta en su explicación.

Finalmente llegué a la conclusión que la mayoría de los estudiantes no saben plantear ecuaciones o mejor que no saben pasar de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, lo cual se convierte en un trabajo arduo, pero un reto alcanzable.

El segundo punto del taller, se les facilitó un poco más. Partiendo que el color de los dados fue un dato indispensable, permitiéndoles no llegar a respuestas equivocadas, puestos de que si los dados fueran del mismo color las posibilidades serian menores. Algunos de ellos hicieron diagramas para no confundirse y así no repetir la posibilidad de que la suma de los dados sea mayor que 7, otros se limitaron en hacer las cuentas sin mirar la relación que se va dando a medida que se va disminuyendo el número de uno de los dados. Es decir, cuando un dado cae 6 las posibilidades de que la suma con el otro dado sea mayor que 7 es 5, o como dijo una niña “si dejo el dado en 6 y lanzo el otro tendré 5 lanzamientos en que la suma sea mayor que 7, y si dejo el dado en 5 tendré 4 lanzamientos y así se me va disminuyendo las posibilidades y al final sumo los lanzamientos y obtengo 15 posibilidades, y esto se da independientemente de que dado dejo”.

A continuación se ilustran los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1.

②

$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 5 \\ \text{Verde} = 3 \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 5 \\ \text{Verde} = 4 \\ \hline 9 \end{array}$	
$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 5 \\ \text{Verde} = 5 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 5 \\ \text{Verde} = 6 \\ \hline 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 4 \\ \text{Verde} = 4 \\ \hline 8 \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 4 \\ \text{Verde} = 5 \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 4 \\ \text{Verde} = 6 \\ \hline 10 \end{array}$	
$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 3 \\ \text{Verde} = 5 \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 3 \\ \text{Verde} = 6 \\ \hline 9 \end{array}$	
$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 2 \\ \text{Verde} = 6 \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 6 \\ \text{Verde} = 2 \\ \hline 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 6 \\ \text{Verde} = 3 \\ \hline 9 \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 6 \\ \text{Verde} = 5 \\ \hline 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 6 \\ \text{Verde} = 6 \\ \hline 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rojo} = 6 \\ \text{Verde} = 4 \\ \hline 10 \end{array}$

hay 15 posibilidades

Como nos podemos percatar, en el anterior ejemplo, el estudiante fijó un número del dado y adicionó el número, que sobrepasara la suma a 7. Además, al colocar el color al lado de cada número le permitió no repetir y mirar cuales posibilidades no había tenido en cuenta. Ésta estrategia le permitió llegar de una manera más eficiente a su solución, contemplando cada posibilidad.

Ejemplo 2.

2. Ej:  

$4 + 4 = 8 > 7$

verde   rojo
 $5 + 3 = 8 > 7$ ✓

verde -  +  → rojo
 $6 + 3 = 9 > 7$ ✓

verde -   rojo.
 $6 + 6 = 12 > 7$ ✓

verde -   rojo
 $2 + 6 = 8 > 7$ ✓

verde -  +  rojo
 $4 + 5 = 9 > 7$ ✓

verde   rojo
 $5 + 6 = 11 > 7$ ✓

verde   rojo
 $4 + 6 = 10 > 7$ ✓

verde   rojo
 $5 + 5 = 10 > 7$ ✓

verde   → rojo.
 $6 + 2 = 8 > 7$

verde   → rojo.
 $6 + 4 = 10 > 7$

verde   rojo
 $5 + 4 = 9 > 7$

verde   rojo
 $3 + 5 = 8 > 7$

verde   rojo.
 $3 + 6 = 9 > 7$

hay 15 posibilidades

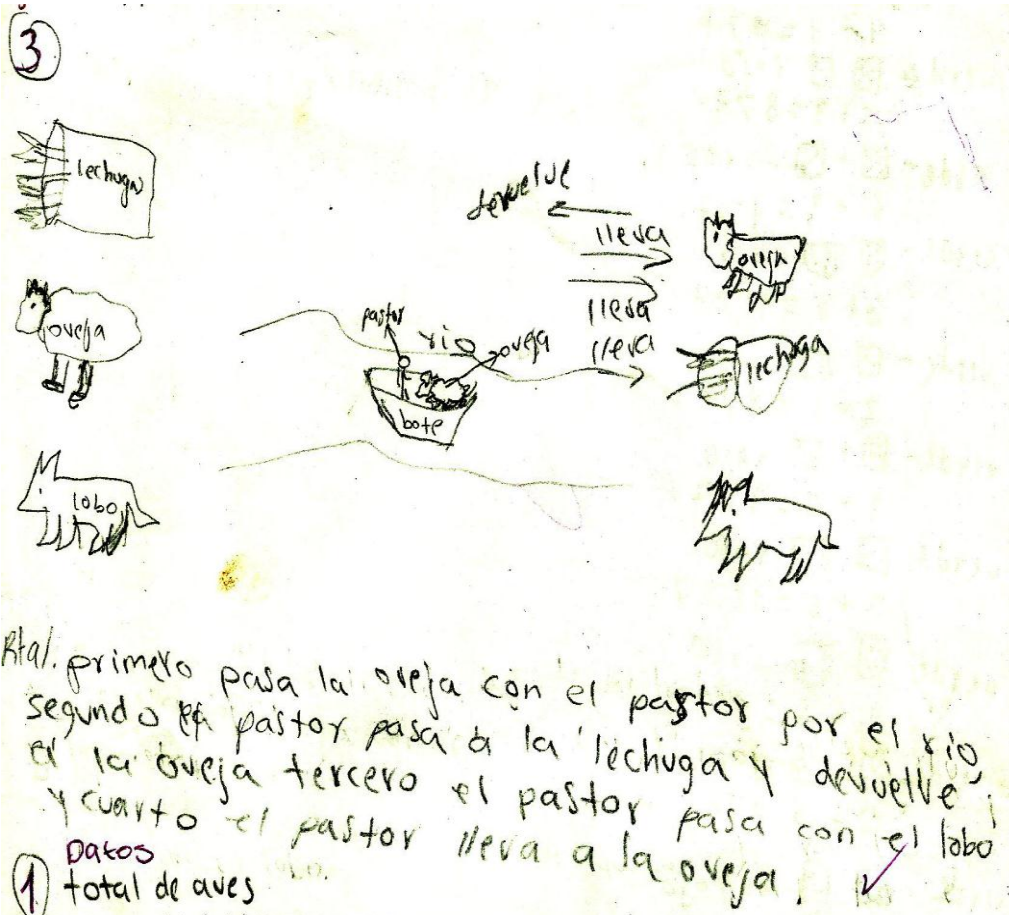
El estudiante que presentó esta solución, utilizó un recurso gráfico en donde consignó no sólo los registros numéricos sino dibujó los dados “físicos” y al lado el color de cada uno. Esto le permitió observar que combinaciones no había usado en el momento. Esta solución no parece tan eficiente como la anterior, puesto que se toman sumas al azar, y no se ve una manera ordenada de hacer los registros. Esta forma desorganizada de trabajar puede permitir que no se tengan en cuenta todas las posibilidades, perder casos y dar una respuesta equivocada. Al contrario del ejemplo anterior en donde la manera sistemática de contar no permite que se escape alguna posibilidad.

Ambas estrategias utilizadas en los dos ejemplos les permitieron llegar a la solución y teniendo en cuenta que ellos no han tenido un curso de estadística y que tampoco fue necesario para este fin, lograron encontrar estrategias apropiadas, involucrándose con el problema, y de alguna manera sacándole gusto al proceso de solución.

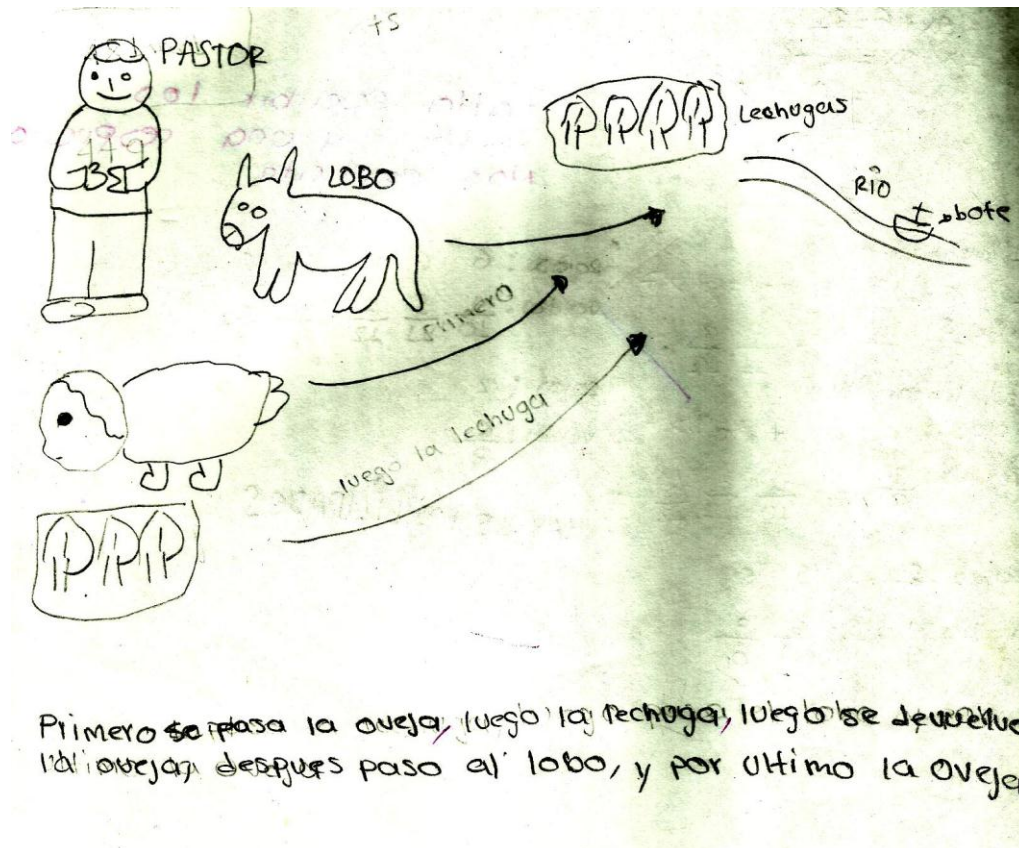
En el tercer punto, observé que los estudiantes no están acostumbrados a trabajar con problemas de acertijos. Este tipo de razonamientos no es del todo familiar para ellos, por lo que se les dificultó entender en qué consistía el problema y poder encontrar una respuesta. Pero hubo estudiantes que se acercaron a la respuesta, puesto que éste problema ya lo habían escuchado.

En los siguientes ejemplos podemos percatarnos, que se les dificulta redactar, y el gráfico del ejemplo 1 nos da una representación de la solución más detallada, mientras que el gráfico del ejemplo 2 es más la ilustración del enunciado.

Ejemplo 1:



Ejemplo 2:



Luego de haber analizado los comportamientos que se tuvieron durante la sesión y al revisar sus soluciones, me di cuenta, que más que no entender un problema de este tipo, es que los estudiantes están acostumbrados a trabajar con ejercicios que contengan cálculos, en vez de problemas de analizar.

Como se dijo anteriormente, puesto los estudiantes no han visto el tema de ecuaciones de segundo grado decidí que el cuarto punto sea visto en otro taller.

Finalmente esta actividad me ayudó a percatarme, que todo lo que se planea y se escribe en un papel no se puede llevar al pie de la letra a

los estudiantes. Debemos estar preparados a enfrentarnos a dificultades que se presentan en el camino como: que los estudiantes no te entiendan, que se les olvide los temas ya vistos, el que tengas que repetir una y otra vez una definición. Debido a esto ¿Cómo debemos afrontar esas dificultades y otras que se nos pueden presentar en el camino?, la respuesta a esa pregunta, se puede encontrar en la teoría dada en nuestros cursos de educación matemática, pero la práctica es algo muy diferente y aunque se es claro que sin teoría no hay practica, también se puede decir, que la experiencia es la que nos ayuda a implementar esa teoría.

4.2 BITACORA 2:

REFORZANDO NUESTROS CONOCIMIENTOS.

Para esta actividad se debe tener en cuenta el taller del anexo 2.

Con la actividad anterior observé que los estudiantes, se les debe reforzar más en ecuaciones lineales. Es preciso que ellos comprendan bien la definición de ésta, que identifiquen la variable o incógnita de los coeficientes. Así el proceso de resolver ecuaciones y los métodos que hay para ésta, sean más trabajables

Resolver una ecuación no es trabajo sencillo para estudiantes de colegio, implica tener conocimientos básicos, tener una apropiación del tema en este caso ecuaciones de segundo grado y por último un manejo de las ecuaciones lineales. Por otra parte el tema de las variables es un tema complicado para los estudiantes. El haber trabajado durante varios años las matemáticas con operaciones que involucran solo números, y mostrarles que hay números representados por una letra, y que ésta, mediante un cierto proceso debe ser hallada para que se satisfaga la ecuación presentada. No es tan sencillo, puede decirse que es el mismo inconveniente que se tiene cuando en el curso de análisis nos muestras que las bolas también pueden ser cuadradas.

Como se planteó en la metodología, esta segunda actividad será de refuerzo. El primer problema es de ecuaciones lineales, el cual intentaron relacionarlo con el primer punto del taller anterior. Se empezó sacando los datos y planteando la ecuación, con menos dificultad que la primera vez. Los estudiantes al intentar resolverla tuvieron algunas dificultades que no se esperaban, la primera se les

olvidó sumar fracciones así que tuve que recordarles algunos algoritmos para la solución de éstos, lo segundo no sabían cómo agrupar las variables, tercero la dificultad a la hora de despejar, y finalmente el de comprobar la respuesta, algunas de estas dificultades las veremos en el siguiente ejemplo.

Tulipanes Rojos: $\frac{1}{3}$

Tulipanes blancos: 4

" Negros: 6

" Amarillos: 6

Plantar 3 bulbos de tulipanes Rojos.

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x + 3 = x$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x + 3 = \frac{4+3+2+2}{12}x + 3$$

$$\left(\frac{4+3+2+2}{12} \right) x + 3 = x \quad \checkmark$$

$$\frac{11}{12}x + 3 = \frac{12}{12}x = \frac{7}{6}x$$

$$x \cdot \frac{7}{6} - x = \frac{6}{6}x = 1$$

¿Qué esperaba con el problema?, que los estudiantes tuvieran presente la definición de ecuaciones lineales, y los métodos para resolverlas, que lograran diferenciar las variables de los números. Pero me di cuenta que estas dificultades no se pueden solucionar con dos problemas, se debe enfatizar más sobre este tema.

¿Qué conseguí con el problema?, que los estudiantes se familiarizaran con el tema de ecuación lineal, que se relacionaran con el problema y resolver algunas de sus dificultades.

El segundo problema me tomó un poco más de tiempo. Este problema involucra el tema de mi proyecto de aula y como es un tema no visto se empezó dando algunas definiciones como: la definición de ecuación de segundo grado, los tipos¹⁵, y algunos ejemplos. Dando paso al problema sugerí trabajarlo con la misma metodología anterior agregando que antes de solucionarlo lo trabajaran con respecto a su edad, para así darse una idea. Después de compararlo con sus edades, se empezó a desarrollar el problema. Se sacaron los datos, asumieron que la variable que debían introducir correspondía a la edad de Juanito. Luego pasaron a plantear la ecuación y a la hora de resolver me di cuenta que aún hay que fortalecer lo de despejar variables. Bueno, la ecuación que se encontró se podía dar solución con uno de los métodos de factorización, así que permití esta solución, ya que en mi próxima sección la dedicaré a explicar cómo completar cuadrados ya que éste será mi método a seguir para llegar a la

¹⁵ Si $b \neq 0, c = 0$ entonces es del tipo $ax^2 + bx = 0$, Si $b = 0, c \neq 0$ entonces es del tipo $ax^2 + c = 0$, Si $b = 0, c = 0$ entonces es del tipo $ax^2 = 0$.

construcción de fórmula para encontrar las raíces a las ecuaciones de segundo grado.

Finalmente al terminar los problemas, pasé a explicarles en qué consistía el método de completar cuadrados, lo cual ilustré con ejemplos particulares, resolviendo 3 ejemplos y 2 más los propuse para que alguno de ellos pasara al tablero, para observar si este tema era fácil de asimilar.

Llegando a la reflexión que este es un trabajo dispendioso, pero que los estudiantes están dispuestos a aprender, que a ellos siempre, les cautiva las cosas nuevas y más si ven que éstas se están convirtiendo en retos, para algunos más alcanzables que para otros. Como nos dice Polya el alumno frente a esos problemas que le parecen difíciles aprende a perseverar pese a sus fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a ser un llamado a toda su fuerza de concentración.¹⁶ En conclusión el alumno está siempre dispuesto a aprender y el profesor debe dar esas herramientas que no permitan que él se desmotive.

Por ultimo la solución de la ecuación encontrada se retomará, después para que los muchachos se den cuenta de que se pueden seguir diferentes caminos y llegar a una misma solución.

¹⁶ Polya, G: como plantear y resolver problemas. Pág. 39

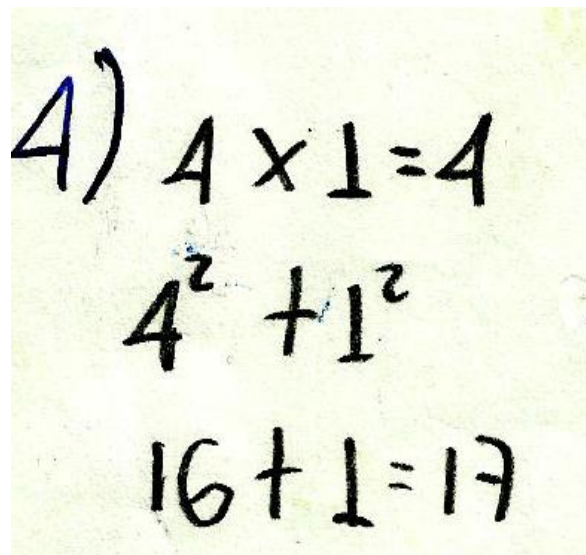
4.3 BITACORA 3:

BUSCANDO ESTRATEGIAS.

En esta actividad ver anexo3.

Después fortalecido algunas de las insuficiencias de los estudiantes en ecuaciones lineales, incluí en esta actividad el punto cuarto del primer taller, para dar paso al tema de mi proyecto.

Con este problema tuve dificultades, llevo más tiempo que el de los anteriores problemas, el plantear las ecuaciones aún era un proceso que les causaba dificultad. Algunos de los estudiantes le dieron solución al problema utilizando el método del tanteo como se muestra en la siguiente ilustración.


$$\begin{array}{l} 4) \quad 4 \times 1 = 4 \\ \quad \quad 4^2 + 1^2 \\ \quad \quad 16 + 1 = 17 \end{array}$$

Aunque ya se les había mencionado que era un método bastante dispendioso cuando se trata de cantidades grandes les ilustré el siguiente ejemplo:

Encuentre dos números que al multiplicarlos me den 40 y que la suma de sus cuadrados me de 1312.

Con este ejemplo los estudiantes se percataron de que no era tan fácil como el problema inicial, así que con descontento me plantearon las ecuaciones. Pero como dije al principio esto no era fácil, no lo digo por las ecuaciones sino por lo dispendioso que fue su solución, empezando tocó recordarles qué se debía hacer cuando se tenía un sistema de ecuaciones y cuáles eran los métodos que se podían emplear para su solución.

En una ecuación el hecho de despejar, el reemplazar son métodos que aunque se le habían hecho una retroalimentación aún se presentaban algunas dificultades. El estar pendientes de cuanto avanzan nuestros estudiantes, nos permiten observar qué tan bien o mal esta nuestro ejercicio de maestros, pero me queda la duda ¿qué tanto conocimiento se debe brindar a los estudiantes?, ¿será necesario dar más herramientas que las planteadas en el problema? pero si no les damos esas bases y no les recordamos los temas que han olvidado y que necesitan en el momento, lo más seguro es que me entreguen una hoja en blanco y que muchos de ellos prefieran no volver a las clases.

Posteriormente al resolver el sistema de ecuaciones se llegó a una ecuación con una sola variable. En este momento los estudiantes se dieron cuenta que obtuvimos un polinomio de cuarto grado, dando algunas sugerencias se llegó a la conclusión que debíamos convertirla en una ecuación de segundo grado, pero esto no fue tarea fácil porque involucraba una nueva variable. Pero soy consciente de que aún no era hora de haber trabajado este punto con los chicos, creo que debí haberlos preparado más. Cuando se llegó a la ecuación de segundo

grado, se trabajó el procedimiento explicado en la sección anterior el de completar cuadrados, este trabajo fue menos dispendioso, pero se volvió a tener problemas al devolverse, los estudiantes se confundieron por un momento me percaté de que no le estaban llevando el ritmo al problema, así que explique de nuevo todo el proceso de solución, dando así una respuesta al problema.

Reflexionando sobre lo que se trabajó en clase me percaté de que aún les falta dominio en el tema, y que manejar ecuaciones con diferentes variables es dispendioso, ya que a los estudiantes no están acostumbrados. Los estudiantes están enseñados a trabajar con ejercicios los cuales se desarrollen con el mismo procedimiento, trabajar problemas no es su fuerte y encaminarlos a esta nueva aventura será un reto. Son muy pocos los estudiantes que al finalizar un problema den una respuesta, para ellos la solución solo consta de números.

Analiqué que cometí un error como lo dije anteriormente este problema no era para ellos aún, tenía que haberlos relacionado con el tema, las dos anteriores actividades no fueron suficientes para ello.

Pasando al segundo punto de la actividad me percaté que el haber recreado el punto del segundo taller les permitió usar estrategias más acertadas para llegar al planteamiento de la ecuación, así que sacar los datos y plantear la ecuación se realizó de manera más satisfactoria. Al ver la solución de ésta pude darme cuenta que realizar la solución de la ecuación necesitaba más tiempo; así que decidí abandonar el problema por un momento y dar una clase magistral, que constaba de definiciones y de un compendio de ejercicios, con el propósito de que ellos se ejercitaran en el proceso de completar cuadrados.

El pensar que los estudiantes están más relacionados con ejercicios fue lo que me llevo a tomar esta decisión. En este proceso caí en cuenta que el explicar paso por paso de lo que sucede permite que el estudiante llene esos vacíos, por ejemplo por qué cancelamos cuando tenemos una expresión a cada lado de la igualdad.

Luego de este compendio de ejercicios (ver anexo3.1) dimos terminado el problema inicial.

Los siguientes problemas tuvieron por objeto, que el estudiante se involucrara y se motivara, además que se concientizara que la geometría está inmersa en nuestra vida cotidiana, como se verá reflejado en la siguiente actividad. Para resolver los siguientes problemas se tienen que tener claras las siguientes definiciones: números consecutivos, teorema de Pitágoras, triángulo rectángulo, para ello se dio una clase aclarando en qué consistía cada definición.

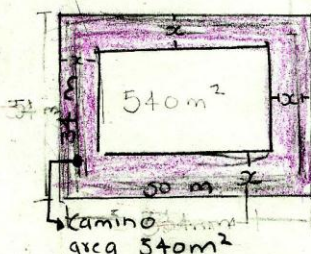
Con el problema tres luego de haber dado la definición de triángulo rectángulo y números consecutivos, fue más trabajable ya que al sacar los datos y hacer un dibujo respectivo, les permitió darse una idea de su solución. Los estudiantes aplicaron el teorema de Pitágoras y posteriormente completaron cuadrados con menos dificultad que los anteriores problemas. Con este problema me di cuenta que la geometría es un área de interés para los muchachos pero lastimosamente se ha dejado de un lado en los colegios. Los muchachos me manifestaron que les gustaría que esta materia se les diera con más frecuencia ya que a ellos les gustan todo lo que tenga que ver con figuras geométricas y que les interesaría saber más sobre las propiedades que éstas tienen; pero desafortunadamente en su

colegio solo se les daba una hora de geometría y después del segundo periodo y a partir del grado noveno.

Con el cuarto punto pasó algo similar al anterior, podría decir que el dibujo es otra herramienta útil a la hora de solucionar problemas ya que su creatividad e imaginación salen a relucir. El dibujo visto como tal no es una solución del problema pero les da las luces de cómo abordarlo. Además lo que pude observar es que a la mayoría se les facilita más un bosquejo o estrategia de solución luego de haber manipulado el problema no solo sacando los datos sino aplicándolos en su ilustración (ver figura 1).

Figura1.

Problema N° 6



50 m de largo
34 m de ancho
540m² de área de la anchura del camino

A. b.

$$540 = L \times h$$

$$540 = (50 + 2x) \cdot (34 + 2x) - 50 \cdot 34$$

$$540 = 1700 + 100x + 68x + 4x^2 - 1700$$

$$540 = 168x + 4x^2$$

$$4x^2 + 168x - 540 = 0$$

$$4 + 4x^2 + 4 \div 168x - 4 \div 540 = 0$$

$$x^2 + 42x - 135 = 0$$

$$x^2 + 42x + \left(\frac{42}{2}\right)^2 = 135 + \left(\frac{42}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 42x + 21^2 = 135 + 21^2$$

$$(x + 21)^2 = 576$$

$$\sqrt{(x + 21)^2} = \pm \sqrt{576}$$

$$x + 21 = \pm 24$$

$$x = \frac{\pm 24}{-21}$$

⊕ $x = 24 - 21 = 3$

⊖ $x = -24 - 21 = -45$

Rta/: No puede ser $x = -45$ porque no existen medidas negativas, entonces el resultado es $x = 3$

Esta actividad me otorgó estrategias de enseñanza para un futuro, y para mis próximas clases con ellos. Entendí que no puedo a ser que mis estudiantes caminen a mi paso, pues sus mentes aún no están enseñadas a que se les forcé por alguna manera decirlo, con ellos hay que ir a una velocidad más constante, aún no se puede dar saltos por el contrario se deben llevar de la mano y poco a poco irlos soltando.

4.4 BITACORA 4

HACIENDO UN BALANCE DEL CONOCIMIENTO ADQUIRIDO.

Para la actividad presentada en esta sesión ver taller en anexo4.

Estos cuatro problemas también están relacionados con geometría fueron problemas por alguna manera decirlo más trabajables, pues como dije anteriormente el dibujar les permitió relacionarse más con los problemas y así buscar estrategias de solución; aunque siempre la ecuación planteada era una ecuación de segundo grado podemos decir que en cada problema surgían dudas con respecto a la solución de esta.

Como los tres primeros puntos necesitaban más de definiciones para poder ser resueltos, ya que el sacar datos y plantear la ecuación se estaba convirtiendo en trabajo sencillo, así que lo único que puedo dar como reflexión es que como profesora de matemáticas a un me falta mucho. La experiencia es algo que no podemos improvisar, y el trabajar con jóvenes adolescentes me enseñó que todos esos artículos que leímos en las primeras pedagogías de cómo trabajar con ellos en el aula se quedan cortos, sino sabemos cómo aplicarlos a nuestra vida personal. En conclusión debemos interaccionar con el estudiante para que él se sienta cómodo en las clases y no intimidarlo presumiendo que sabemos más que él.

El cuarto problema no lo pude implementar como hubiera querido, puesto que eran estudiantes de noveno y apenas estaban acabando segundo periodo; el tema de semejanza aun no era visto y como es sabido este tema debe ser bien explicado para no llevar a confusiones con el tema de congruencia. Así que decidí desarrollar este punto con

ellos explicando lo que era necesario para su solución y aunque sé que estuvo mal de mi parte por querer hacerle el quite a algo que se había podido dar, pero el miedo de mi poca experiencia o nada no me dejó dar esta definición. Además como dice Poincare “una buena definición es aquella que es entendida por el estudiante”, y como lo dije anteriormente mi falta de experiencia hizo que me diera miedo de confundir a los estudiantes en vez de darles bases sólidas, es decir que preferí que su profesor de geometría les diera este tema y me limite a dar una solución.

Creo que este error no lo vuelvo a cometer pero lo único que tengo claro es que si me vuelve a pasar algo similar les diré a mis estudiantes que en el momento no podré solucionar el inconveniente pero que en la próxima clase les resolveré las dudas.

Finalmente concluí esta actividad y aprendí que se necesita más que de buenas intenciones por enseñar.

4.5 BITACORA 5:

CUMPLIENDO MI PROPÓSITO CENTRAL DE MI PROYECTO DE AULA.

Para esta actividad ver anexo 5.

Con esta actividad estoy dando terminado mi proyecto de aula pues con estos problemas quiero ver reflejado lo que hemos venido trabajando. Son problemas en los cuales quiero que sus estrategias de solución sean más espontaneas que mi ayuda solo sea para dar aportes que enriquezcan sus conocimientos, y no guía que termine resolviendo el problema.

Sé que cada estudiante tiene una forma de resolver un problema, pero me di cuenta que los estudiantes de colegio siempre terminan siguiendo a su maestro. Es muy difícil con unas cuantas horas de clase inculcar a los estudiantes un amor por las matemáticas, que sea este la base que les permita indagar, buscar, crear e imaginar estrategias y más para problemas de matemáticas. Mis estudiantes terminaron siguiéndome relacionaron los demás problemas con estos nuevos, y en vez de buscar una estrategia de solución optaron por coger los problemas anteriores como ejemplo, igual como hacen en sus clases normales.

Pero vi con mucho entusiasmo las ganas de aprender, de resolver un problema, y entendí que es poco a poco como se aprende. Soy consciente que mis estudiantes no terminaron estas clases siendo unos duchos en resolver problemas, pero como dice Polya se aprende a resolver problemas resolviendo más problemas.

Volviendo al taller de esta actividad pude rescatar lo siguiente: primero que ya saben que es un dato y que lo pueden diferenciar de la incógnita del problema, segundo que el plantear la ecuación se convirtió para ellos en un reto y que afortunadamente a los adolescentes les encantan los retos, permitiéndoles no darse por vencidos. El poder encontrar la ecuación era su mayor satisfacción y aunque se guiaban en lo anterior, siempre terminaban dando un paso más, y tercero el completar cuadrados les ocasionó y les seguirá ocasionando algunas dificultades.

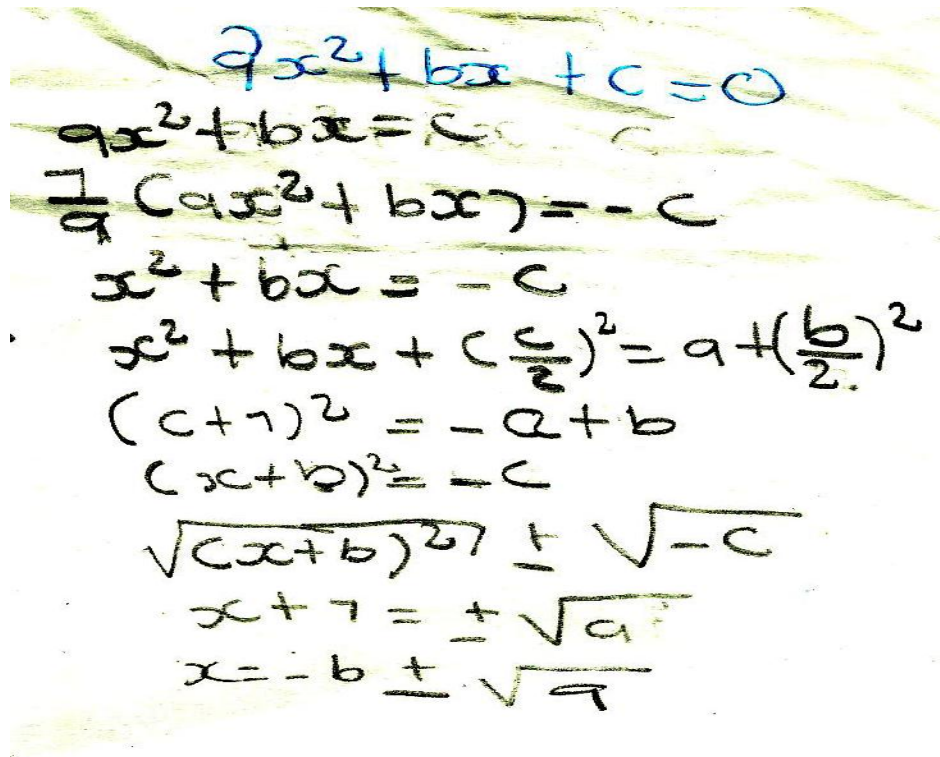
Terminando estos problemas les planteé una nueva ecuación la cual pedí que encontraran los valores donde ella se volvía cero, la ecuación era la siguiente $ax^2 + bx + c = 0$, algunos solo la relacionaron con las anteriores y se limitaron a seguir los pasos construyendo la fórmula, pero con otros estudiantes no fue un proceso tan comprensible, se enredaron al ver las letras (ver figura 2), dándome cuenta que ellos estaban siguiendo un proceso y que realmente no eran tan conscientes de sus estrategias. Pero sé que esto también se debió a que me faltó más motivación, lograr que ellos se apropiaran de los problemas, y el de cómo llegar a la solución de una ecuación, no era solo completar cuadrados, sino construir unos pasos lógicos los cuales les permitirían analizar e imaginar lo que iba ocurriendo.

Como se dijo anteriormente la construcción para llegar a la fórmula, llevo su tiempo. Primero les pedí que identificaran los coeficientes, en este paso algunos se devolvieron a sus apuntes para recordar que era un coeficiente, luego de identificarlos les pedí que despejaran el término independiente, y les pregunté que debíamos seguir haciendo,

la respuesta de uno de ellos fue *debemos seguir los mismos pasos que si estuviéramos trabajando con una ecuación normal*, al cual le respondí y tú qué piensas. En este momento hubo un silencio, no sé si sus miradas me estaban diciendo si profe es lo mismo o por el contrario se sentían más confundidos.

Al pasar un tiempo, uno de los estudiantes dijo: *es lo mismo, a, b y c nos representan los números que trabajamos en las anteriores ecuaciones, esas letras pueden ser 1, 2, 3,.. Cualquier número y por lo tanto debemos seguir los mismos pasos, es como si tuviéramos una ecuación normal*. Al escuchar esto sentí que ese silencio lo necesitaban para comprobar lo que dudaban. Aunque algunos seguían con dudas como *¿se despeja de la misma manera?, ¿también debemos sacar raíz cuadrada a ambos lados?* A lo cual intente dar una buena respuesta la cual despejara sus dudas y no los confundiera más.

Figura 2.



The image shows a handwritten derivation of the quadratic formula on lined paper. The steps are as follows:

$$\begin{aligned} & ax^2 + bx + c = 0 \\ & ax^2 + bx = -c \\ & \frac{1}{a} (ax^2 + bx) = \frac{-c}{a} \\ & x^2 + bx = -\frac{c}{a} \\ & x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \\ & (x + \frac{b}{2})^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4} \\ & (x + \frac{b}{2})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ & \sqrt{(x + \frac{b}{2})^2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}} \\ & x + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}} \\ & x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}} \end{aligned}$$

Aquellos inconvenientes que se tuvieron se debió también al poco tiempo, a esa disponibilidad que no tenemos como docentes de implementar nuevas estrategias y sé que no todas las definiciones se pueden dar mediante problemas, pero si se nos permitiera salirnos un poco más de la rutina como docentes y que el llenar tableros se nos convirtiera en algo más didáctico nuestros estudiantes explorarían esas capacidades de crear.

Aunque se logró construir la fórmula de Bhaskara y que los estudiantes de alguna manera llegaran a ella, sé que este proyecto de aula lo podre implementar en un futuro cuando esté dando clases de matemáticas en un determinado colegio y los errores que cometí sé cómo mejorarlos.

CAPITULO V.

5. CONCLUSIONES.

De acuerdo a la experiencia que viví con el grupo de alumnos del Colegio Julumito, en torno a mi proyecto de aula, me permito hacer las siguientes reflexiones que voy a dividir en tres grupos: consideraciones generales sobre la metodología usada, consideraciones particulares sobre los propósitos que se perseguían con este proyecto y finalmente expondré algunos de los problemas e inconvenientes a los que debí enfrentarme como neófito en esta actividad.

5.1 CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA METODOLOGÍA USADA

La resolución de problemas puede convertirse en una herramienta importante para fomentar el pensamiento matemático en los estudiantes de la educación básica y media, porque se ponen en juego una serie de elementos cognitivos que son fundamentales en el quehacer de esta disciplina. Las actividades que moviliza en el alumno un enunciado matemático que no tiene respuesta inmediata, sino que se debe descifrar se pueden agrupar en los ítems siguientes: lectura cuidadosa, búsqueda de estrategias mediante la creatividad y la imaginación, pensamiento reflexivo, verificación de la coherencia entre el enunciado y su solución, razonamiento crítico, apropiación de conocimiento significativo.

Con el proceso de la solución de los problemas se consiguió que los estudiantes se apropiaran de la metodología que nos propone Polya en su libro. Así, que en cada actividad se logró con menos dificultad

que los estudiantes sacaran los datos, identificaran la incógnita, plantearan una ecuación, ejecutaran un plan, y verificaran su solución.

5.2 CONSIDERACIONES PARTICULARES SOBRE LOS PROPÓSITOS DEL PROYECTO

El resolver ecuaciones de segundo grado mediante problemas no fue tarea fácil de abordar. Los estudiantes les costó trabajo familiarizarse con ello, pues no están acostumbrados a analizar de una forma más cautelosa. Por el contrario están más involucrados con ejercicios en los cuales los procesos a utilizar sean algoritmos similares para todos.

Al enfrentar a los estudiantes a la solución de ecuaciones de segundo grado mediante la resolución de problemas, me percate que el manejo de ecuaciones lineales es un aspecto importante ya que este será la base para hacer algunos procesos como despejar y asociar términos semejantes.

El objetivo de mi proyecto de aula era llegar a la fórmula para encontrar las raíces a las ecuaciones de segundo grado, lo cual no fue un proceso fácil. A algunos estudiantes se les dificultó más que a otros el proceso de completar cuadrados ya que este no es un tema fácil de asimilar. Con estos estudiantes se trabajó más para llegar a la fórmula y necesitaron de mis ideas para llegar a una solución. Pero me satisface saber que otros sí pudieron llegar por si solos, que aquellas actividades presentadas anteriormente les dieron esas luces para construir con pasos lógicos la fórmula. Se puede asegurar que muchos estudiantes de educación media solo se aprenden la fórmula en el momento del examen. Los estudiantes a los cuales les implemente el

proyecto, estoy más que segura que también la olvidaran, pero no el proceso para llegar a ella.

5.3 PROBLEMAS E INCONVENIENTES

La práctica tuvo algunos inconvenientes como: manejo de tiempo, algunos errores que se cometieron por falta de experiencia, la utilización del tablero. Pero de todo esto se consiguió algo positivo aprender más sobre aquellas estrategias de enseñanza que aún no tenemos. También aprendí que aquellos problemas que ante mi vista son fáciles, para los estudiantes no lo son tanto, pues su simple comprensión ya les ocasiona un problema.

Finalmente aprendí que me falta mucho camino por recorrer. Que la tarea de ser educador no es sencilla y más si nos enfrentamos con muchachos y muchachas de colegio. En nuestras manos tenemos la responsabilidad de promover el entusiasmo y contagiar de interés a nuestros estudiantes por la matemática, ya que depende de nuestras estrategias de enseñanza que los estudiantes encuentre gusto en esta materia y no sea vista como la materia que se creó para fastidiarlos.

6. ANEXOS

Anexo 1.

TALLER NÚMERO 1

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA. FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS.

1. En un corral hay 66 aves. Gallinas hay el doble que gansos, patos hay uno menos que gansos y perdices hay siete más que gansos. Encuentre el número de aves de cada especie.
2. Al lanzar dos dados uno rojo y uno verde ¿Cuántas posibilidades hay de que la suma de los números sea mayor que 7?
3. Un pastor, acompañado de un lobo, una oveja y un bulto de lechugas, debe cruzar un río, para lo cual debe usar un bote en el cual solo hay espacio para él y uno de los animales o para él y las lechugas. Es claro que sin la presencia del pastor, el lobo se comería a la oveja y esta las lechugas. Dado que el lobo no es vegetariano, el pastor puede dejar al lobo con las lechugas. ¿Qué debe hacer el pastor para cruzar el río con cada una de sus cargas?
4. El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

Anexo 2.

TALLER NÚMERO 2
ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS
UNIVERSIDAD DEL CAUCA. FACULTAD DE EDUCACIÓN,
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS.

PROBLEMA 1

Un jardinero planta bulbos de tulipanes en un terreno. Un tercio de esos bulbos serán tulipanes rojos, la cuarta parte serán blancos, una sexta parte serán negros y otra sexta parte amarillos. Finalmente, planta 3 bulbos de tulipanes rosas. ¿Cuántos bulbos ha plantado el jardinero?

PROBLEMA 2.

Juanito le comenta a su mejor amigo, la edad de mi padre es el cuadrado de la edad mía. Dentro de 24 años la edad de mi padre será el doble de mi edad. Juanito le hace la siguiente pregunta a su amigo ¿Cuál será la edad de mi padre y la mía?

Anexo 3.

TALLER NÚMERO 3 ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA. FACULTAD DE EDUCACIÓN,
CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS.

PROBLEMA 1. Se acerca el cumpleaños de Pedro y sus amigos desean celebrárselo, pero necesitan saber su edad para comprarle las velas de la torta, deciden preguntarle a su padre el cual les responde, dentro de 11 años la edad de mi hijo será la mitad de la edad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Entonces cual es la edad de mi hijo.

PROBLEMA 2. Se tiene un triángulo rectángulo, el cual sus lados tienen por medidas en centímetros tres números consecutivos. Encuéntrese dichos valores.

PROBLEMA 3. Un rectángulo la base mide el triple que la altura. Si disminuimos en 1 cm. cada lado, el área inicial disminuye en 15 cm. Calcular las dimensiones y el área del rectángulo inicial. (Sugerencia: Realiza un dibujo del problema).

Anexo 3.1.

1. $6x^2 - 12x + 24 = 0$

2. $7x^2 - 49x - 154 = 0$

3. $9x^2 + 81x + 36 = 0$

4. $2x^2 + 4x = -8$

5. $9x^2 + 27 = -18x$

6. $-24x + 36 = -4x^2$

7. $8x^2 - 48x - 360 = 0$

8. $x^2 - 57x + 234 = 0$

Anexo 4.

TALLER NÚMERO 4
ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS
UNIVERSIDAD DEL CAUCA. FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIAS
NATURALES Y EXACTAS.

PROBLEMA 1. Para cercar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de cerca. Sabiendo que los lados laterales de la finca se merman en alambre 55m del lado de mayor diámetro ¿Calcular las dimensiones de la finca?

PROBLEMA 2 Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m^2 .

PROBLEMA 3. Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m^2 .

PROBLEMA 4. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

Anexo 5.

TALLER NÚMERO 5
ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO MEDIANTE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS
UNIVERSIDAD DEL CAUCA. FACULTAD DE EDUCACIÓN, CIENCIAS
NATURALES Y EXACTAS.

PROBLEMA 1.

Hallar tres números impares consecutivos, tales que si al cuadrado del mayor se le restan los cuadrados de los otros dos se obtiene como resultado 7.

PROBLEMA 2.

Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es $\frac{26}{5}$

PROBLEMA 3.

Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

PROBLEMA 4.

Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda a cada uno separadamente?

PROBLEMA 5.

Halla una fracción equivalente $\frac{5}{7}$ cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1184

6. BIBLIOGRAFÍA.

- ⊙ Bhaskara. Bhaskara –universidad de Granada. [En Línea]. Consultado (5, Junio, 2012).
Disponible en www.ugr.es/eaznar/Bhaskara.htm
- ⊙ Biografía de Muhammad ibn Musa al-jwarizmi. [En Línea]. Consultado (23, Agosto, 2012).
Disponible en www.biografiasyvidas.com/biografia/jwarizmi.htm
- ⊙ Conceptos fundamentales de la didactique de Brousseau-El contrato didáctico, la teoría de las situaciones y los fenómenos didácticos. [En Línea]. Consultado (25, Agosto, 2012).
Disponible en eduardochavesbarboza.wordpress.com/.../conceptos-fundamentales
- ⊙ Ecuaciones de segundo grado. [En línea]. Consultado (10 de Septiembre de 2012).
Disponible en:
www.cipri.info./resources/HIT_La_Ecuación_de_Segundo_Grado.pdf
- ⊙ Krulik, S y Rudnick, K. (1980). Problem solving in school mathematics. National Council of teachers of mathematics, Year Book. Virginia. Reston.
- ⊙ La resolución de problemas en matemáticas. Estrategias. Importancia histórica. [En línea]. Consultado (4,Febrero, 2012)
Disponible en www.educajob.com/xmoned/temarios.../tem69.pdf

- Mayer, R.E (1987). Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Ed. Ediciones peidos. México.
- Polya, G. (1979): *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Problemas resueltos de ecuaciones de segundo grado. [En Línea]. Consultado (25, Enero, 2012).
Disponble en www.vitutor.com/ecuaciones/2/p_e.htm ,
www.vadenumeros.es/tercero/problemas segundo-grado.htm
- Santos, Triagos, L.M (1994). La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Departamento de matemáticas educativa. Cinvestav. México.