



Institución Educativa Julumito

**SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA
PEDAGÓGICA: NIVELACIÓN DE LOS
CONOCIMIENTOS PREVIOS AL TEMA:
“RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE
PRIMERO Y SEGUNDO GRADO”**



**Quibano M.
ranados R.**

SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA: NIVELACIÓN DE LOS
CONOCIMIENTOS PREVIOS AL TEMA: “RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE
PRIMERO Y SEGUNDO GRADO”



Practicante:

GLORIA SELENE QUIBANO MUÑOZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2010

SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA: NIVELACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS PREVIOS AL TEMA: “RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMERO Y SEGUNDO GRADO”



Practicante:

GLORIA SELENE QUIBANO MUÑOZ

Orientadora:

MARGARITA GRANADOS RODRÍGUEZ.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2010

TABLA DE CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	5
JUSTIFICACIÓN.....	6
CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA.....	7
REFERENTES TEÓRICOS.....	10
OBJETIVOS.....	18
METODOLOGÍA DE LA SISTEMATIZACIÓN.....	19
RECUPERACIÓN HISTÓRICA Y ANÁLISIS CRÍTICO DE ERRORES.....	21
ACTIVIDAD DE MOTIVACIÓN Y DIAGNÓSTICO.....	22
SESIÓN 1: SUMA, RESTA, PRODUCTO Y CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD EN LOS NÚMEROS ENTEROS	32
SESIÓN 2: SUMA, RESTA Y PRODUCTO DE POLINOMIOS.....	48
SESIÓN 3: PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN.....	52
CONOCIMIENTOS PRODUCIDOS Y EVIDENCIA DEL APRENDIZAJES.....	63
CONCLUSIONES.....	66
RECOMENDACIONES.....	68
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	69
ANEXO: PROPUESTA PARA LA PREVENCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES DEL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS: SUMA, RESTA Y PRODUCTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.....	71

INTRODUCCIÓN

En las prácticas pedagógicas existen diversos contenidos que son importantes para el practicante como por ejemplo: la interacción que debe haber entre alumno-profesor, la preparación de actividades para desarrollar durante las clases, el cómo hacer para que los estudiantes aprendan con facilidad, etc.; es por esto que se hace necesario sistematizar la experiencia vivida, ya que es un excelente aporte y apoyo de orientación para los futuros docentes, para el mismo participante, para las personas que estén interesadas en el tema y por qué no decirlo para los actuales maestros, ya que esta sistematización está involucrando actividades innovadoras, y se sale un poco de la monotonía de las clases tradicionales que en algunos casos se sabe llegar, a la vez involucra nuevas teorías de enseñanza. Esta sistematización surgió tras el análisis crítico y evaluativo del desarrollo de la experiencia de la práctica pedagógica, del proceso de aprendizaje de los estudiantes de los grados 10º y 11º de la Institución Educativa Julumito Sede Principal, en el tema: nivelación de los conocimientos previos al tema “Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado”, para la cual fue necesario acudir a una recuperación histórica, teniendo en cuenta las actividades realizadas, exámenes, trabajos en grupo, cuadernos, talleres extra-clase, entre otros.

En esta sistematización se evidencian las dificultades y capacidades de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje del tema enunciado, con su respectivo análisis crítico de errores; con el fin de enriquecer y orientar las futuras experiencias pedagógicas y mejorar las prácticas docentes del mismo participante.

La elaboración de la sistematización se realizó durante el primer periodo del año 2010.

JUSTIFICACIÓN

La sistematización se realiza con el fin de apropiarse de la experiencia vivida en la Práctica Pedagógica III, para comprenderla, extraer enseñanzas y aprendizajes, para así darlas a conocer a las presentes y futuras generaciones de docentes en el área de matemáticas.

Como dice en la revista “Aportes: Sistematización de experiencias”, para llevar a cabo el proceso de sistematización fue o es necesario organizar, ordenar, reconstruir los procesos realizados durante la práctica directa, haciendo un análisis crítico de lo sucedido, dándole ciertas dimensiones que pueden explicar el curso que asumió el trabajo efectuado.

Por otra parte, la sistematización se hace para obtener una profunda comprensión de la experiencia con el fin de mejorarla, comprenderla y compartirla, además, para aportar reflexiones teóricas, que permitan renovar tanto la propia experiencia vivida como las futuras.

Por último, la sistematización se plasma en un documento escrito, para comunicarla a los docentes y a los estudiantes interesados en sistematizaciones de experiencias educativas.

CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA

La Institución Educativa Julumito se encuentra ubicada en la Vereda que lleva el mismo nombre, hacia el occidente de Popayán – Cauca, está dividida en cuatro sedes: La Principal, con los grados de 6º a 11º; La Julumito, con transición a 5º; Los Tendidos: transición a 4º y La Laja: transición a 5º.

Una muestra del personal de la Institución Educativa Julumito



Coordinadora: Gloria Fátima Vega Rodríguez, Rector: Jorge Arturo Manzo Ortiz, Secretaria: Ana Milena Alegría Martínez y el Profesor de Matemáticas: Alfredo Pérez.

La sede Principal cuenta con 10 cursos que trabajan en jornada de la mañana y de la tarde, con un total de 271 estudiantes y de 12 profesores. La sede Julumito tiene 8 cursos, trabajan en jornada de la mañana, con un total de 201 estudiantes y 9 profesores. En la sede Los Tendidos hay 5 cursos en la jornada de la mañana,

con un total de 43 estudiantes y 2 profesores. En la sede La Laja hay 6 cursos, laboran en la jornada de la mañana, con un total de 28 estudiantes y 2 profesores.

La sede en la que se realizó la práctica fue la Sede Principal, con una muestra de 7 estudiantes de los grados 10º y 11º. En convenio con los directivos de la institución se decidió trabajar los días sábados, del 27 de septiembre 2008 al 29 noviembre de 2008.

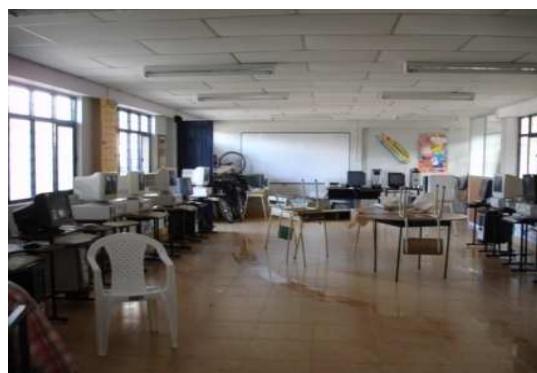
Establecimiento de la Sede Principal



Entrada, vereda Julumito



Secretaría y Rectoría



Sala de Informática



Bloques de las aulas de clase



Bloques de las aulas de clases



Campo deportivo



La parte de atrás de la Sede Principal está rodeada por una zona vegetativa



El contexto social y económico de las familias de la vereda Julumito, está relacionado en la mayor parte con la agricultura y el campo; hablando con algunos estudiantes de las aspiraciones que tenían después de terminar el bachillerato, decían que no pensaban escoger alguna carrera en particular, sino, que preferían quedarse realizando las mismas labores de sus padres, y por esta razón presentaban poco interés en la elección de alguna carrera profesional.

REFERENTES TEÓRICOS

Para esta sistematización se va ha tener en cuenta los siguientes conceptos:

SISTEMATIZACIÓN.

Según, Oscar Jara “la sistematización trata de hacer una recopilación de la experiencia pero sin olvidar un análisis critico, ya que sistematizar no trata de narrar algo acontecido, si no ir mas allá pasando de lo descriptivo a lo interpretativo”¹.

Teoría de las situaciones didácticas

El “conocimiento Matemático” se identifica con la “situación o juego que modeliza los problemas que sólo dicho conocimiento permite resolver de manera óptima”². La actividad matemática escolar se modeliza a partir de la noción de “situación fundamental”, que es un conjunto de situaciones específicas de conocimiento que permiten engendrar un campo de problemas (que proporciona una buena representación de conocimiento). El profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, que provoquen la emergencia de genuinos problemas matemáticos y en las cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima a dichos problemas, con la condición adicional de que dicho conocimiento sea construible por los alumnos.

Una situación didáctica (Maestro - Estudiante – medio didáctico) es un conjunto de relaciones explícita y/o implícitamente establecidas entre un estudiante o un grupo de alumnos y el profesor en el que este ultimo proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento.

¹ JARA H., Oscar. Dilemas y desafíos de la sistematización de experiencias. CEP Centro de Estudios y Publicaciones Alforja. Costa Rica.

² BROUSSSEAU, Guy. Teoría de las Situaciones Didácticas. (1986)

Esta situación didáctica estudia la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos; los cuales se ponen en práctica con los estudiantes y así se constituye la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. Hay que tener en cuenta otros dos conceptos que se encuentran inscritos en la Teoría de las Situaciones Didácticas como:

- ✓ **Situación a – didáctica (Estudiante y objeto del conocimiento):** Es el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica. En otras palabras, el estudiante se verá en una micro-comunidad científica resolviendo situaciones sin la intervención directa del docente, con el propósito posteriormente de institucionalizar el saber adquirido³.
- ✓ **Situación no – didáctica (Maestro y estudiante):** Se refiere a las situaciones en las que no participa el profesor en el proceso enseñanza-aprendizaje (maestro y estudiante no tienen una relación específica con el saber en juego y el maestro es el dueño del conocimiento y el estudiante es el receptor pasivo), no está directamente emparentado con el proceso enseñanza-aprendizaje⁴.

³ CHAVARRIA, Jesennia. Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2006, año 1, número 2. Escuela de Matemáticas, Universidad nacional. Bogotá-Colombia.

⁴ ibid.

PROBLEMA MATEMÁTICO

Se trabajará con la definición de Callejo (1994), citada por Remesal (1999), donde señala que “un problema es una situación cuya solución no es inmediatamente accesible al sujeto dado que no cuenta con un algoritmo que la resuelva de manera inmediata, esto implica que es un concepto relativo al sujeto que intenta resolverlo”⁵.

EJERCICIO MATEMÁTICO

“Un ejercicio matemático es un enunciado rutinario que sirve para comprender la teoría o los procedimientos generales. Se suele considerar que el enunciado de un ejercicio es más sencillo que el de un problema, aunque el problema se pueda reducir con facilidad a un ejercicio. En los ejercicios, además, no se suele hacer referencia al mundo real, sino sólo a los conceptos matemáticos”⁶.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

“Se entenderá por conceptos previos a la información sobre una realidad que tiene una persona almacenada en la memoria”⁷.

EL JUEGO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA⁸

Los psicólogos destacan la importancia del juego en la infancia como medio de formar la personalidad y en aprender de forma experimental a relacionarse en sociedad, a resolver problemas y situaciones conflictivas.

El proceso de enseñanza a través del juego implica que el niño debe transcurrir por una serie de pasos que le permita alcanzar los conocimientos propuestos para luego poder aplicarlos en la vida cotidiana y formarse íntegramente como

⁵ Alfaro C., Barrantes H., CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO? PERCEPCIONES EN LA ENSEÑANZA MEDIA COSTARRICENSE. 2008, Año 3, Número 4, pp. 83-98.

⁶ http://es.wikipedia.org/.../e/j/e/Ejercicio_matem%C3%A1tico.html

⁷ http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/conocimientosprevios.htm

⁸ www.emagister.com

personas; es por eso que es de gran importancia que el niño o el estudiante aprenda de una forma activa, donde pueda manipular los elementos, observar y reflexionar sobre los procesos implicados y los conceptos involucrados en dicha actividad.

Es deber como educador, crear estas instancias de aprendizaje significativo, motivando a los alumnos a ser los constructores de su propio conocimiento, utilizando materiales y juegos que sean de ayuda para una comprensión total y permanente de estos aprendizajes. Hay muchas situaciones cotidianas y juegos que son propicios para utilizar en matemáticas. Por ello, que es necesario dar actividades a los niños que impliquen acciones para reflexionar sobre las mismas.

El juego y la matemática tienen rasgos comunes. Es necesario tener en cuenta esto, al buscar los métodos más adecuados para transmitir a los alumnos el interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar, y para comenzar a familiarizarlos con los procesos comunes de la actividad matemática.

Al introducirse en la práctica de un juego, se adquiere cierta familiarización con sus reglas, relacionando unas piezas con otras, del mismo modo, el estudiante en matemáticas compara y hace interactuar los primeros elementos de la teoría unos con otros. Estos son los ejercicios elementales de un juego o de una teoría en matemáticas.

Pero se debe tener presente que “juego” no significa hacer algo entretenido, sin dirección ni fundamento, ni mucho menos plantear un juego en cualquier tema. No se selecciona un juego lógico, sino que se escoge un juego donde se encuentre y se esboce el tema que se quiere desarrollar de una manera lúdica. Hay que intentar alcanzar los objetivos que previamente se habían marcado y hacer que el niño adquiera los conocimientos señalados en estos objetivos de una manera entretenida y motivadora.

Motivar no sólo es invitar al alumno a una predisposición al aprendizaje, sino es mostrarle el gusto por la materia que se enseña, en este caso, las matemáticas.

ERROR EN MATEMÁTICAS

“Considerar el error no como una falta o una insuficiencia sino como una parte coherente de un proceso, ayuda al alumno a tomar conciencia de que puede aprender de sus errores y a nosotros mismos, los docentes, a aprender mucho de los errores de nuestros alumnos”. Roland Charnay.

“Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar”⁹.

El error es un conocimiento deficiente e incompleto, debido a que se presentan dificultades didácticas, epistemológicas, cognitivas, de actitudes, entre otras. Estos errores se pueden detectar en diversas situaciones: deberes escritos, borradores, observaciones del alumno que trabaja individualmente o en grupos y charlas con el estudiante.

CATEGORIAS DE ERRORES

Las siguientes categorías de errores ayudarán a encontrar con facilidad las deficiencias de los estudiantes tanto en los exámenes como en los trabajos y talleres que realizan durante su periodo de aprendizaje, las cuales fueron tomadas del documento “Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad”, por Marcel David Pochulu:

- ❖ Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas, generados por la aplicación de reglas y propiedades justificadas en esquemas similares, o por inferirse que son válidas en contextos parecidos o relacionados.

⁹ Godino, Batanero y Font (2003, p. 69).

Ejemplo: Cuando se están aplicando los casos de factorización, en especial en los trinomios (cuadrado perfecto, de la forma $x^2 + bx + c$ y de la forma $ax^2 + bx + c$). Se tiene lo siguiente: $4x^2 + 10x + 9$, la solución correcta del ejercicio es $(2x + 9)(2x + 1)$, el desarrollo del trinomio lo suelen confundir con trinomio cuadrado perfecto, es decir, que la solución que dan es $(2x + 3)^2$. Son contextos similares, pero llevan a confusión y a cometer errores en la solución.

- ❖ Errores debidos a la ausencia de conocimientos previos, causados por la carencia de aprendizajes relativos a hechos, destrezas y conceptos, que inhiben totalmente el procesamiento de la información e impiden dar una respuesta a la situación.

Ejemplo: Cuando los estudiantes están haciendo un proceso de solución en la suma de polinomios y se encuentran con el siguiente caso: $-7ab - 2ab$ y la respuesta que dan es $9ab$, es decir, hacen como si los signos se operaran con la ley de los signos para el producto y luego sí suman normalmente los coeficientes de los términos. Por lo tanto se puede deducir que al estudiante le falta interiorizar como se suman números enteros negativos.

- ❖ Errores debidos al lenguaje matemático, producidos por una traducción incorrecta de hechos descritos en un lenguaje natural a otro más formal, o de un lenguaje simbólico o icónico a otro simbólico o icónico distinto.

Ejemplo. Se tiene el siguiente problema: un motociclista sale de Popayán y se dirige hacia el oeste recorriendo 9km y después se dirige hacia el este recorriendo 13 km. ¿En qué punto se encuentra el motociclista respecto a Popayán?

En este caso si no se tiene claro hacia donde queda el este y el oeste se hace una traducción incorrecta en la interpretación matemática del problema y es de esperarse que la respuesta no sea la correcta.

- ❖ Errores debidos a dificultades para obtener información espacial, atribuidos a deficiencias en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales, que llevan a interpretaciones incorrectas de información o hechos matemáticos.

Ejemplo. Los estudiantes, algunas veces confunden un cubo con un cuadrado; una esfera con un círculo, etc.

Otra categoría de errores según Mulhern (1989) (citado por Rico, 1995)¹⁰:

- ❖ Errores que pueden ser sistemáticos o por azar: los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar son ocasionales.

Por ejemplo.

- ✓ Un estudiante que reiteradamente escribe $x^2(x) = x^2$, presentando de esta manera un error sistemático, mostrando que tiene una comprensión equivocada del producto de potencias.
- ✓ Si un estudiante alguna vez comete el siguiente error: $2(x + y) = 2x + y$, pero en procesos análogos, utiliza la propiedad distributiva correctamente se puede concluir que este es un error por azar.

Otros errores según Radatz (1979) (citado por Rico, 1995)¹¹:

¹⁰ Silvia Mónica del Puerto, Claudia Lilia Minnaard y Silvia Alejandra Seminara. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)

- ❖ Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.

Ejemplo. Cuando al calcular el área de un círculo, los estudiantes reemplazan a π por 180° .

- ❖ Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.

Otro tipo de errores es el que se presenta en el lenguaje:

- ❖ Errores por la dificultad para seguir instrucciones orales y por escrito¹².

¹¹ Ibid.

¹² ARRIETA, B. y Meza, R. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653), La comprensión lectora y la redacción en estudiantes universitarios.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Sistematizar el proceso de aprendizaje de una muestra de estudiantes de los grados décimo y once de la Institución Educativa Julumito, sede Principal; en la “Nivelación de los conocimientos previos al tema: “Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado” desarrollada en la práctica pedagógica III.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Analizar críticamente la experiencia desarrollada en el curso de práctica pedagógica III, donde se plasman los procesos vividos en cada una de las sesiones y los resultados obtenidos.
2. Hacer un análisis crítico de los errores cometidos por los estudiantes, en la nivelación de los conocimientos previos al tema: “Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado”; basado en las categorías de errores establecidas por diferentes autores, citados en los referentes teóricos considerados en este documento.
3. Elaborar un documento escrito con el fin de comunicar y dar a conocer resultados que pueden ayudar a futuras generaciones de nuevos docentes que quieran implementar la misma metodología que se ha realizado en el proceso de la docencia directa, junto con su análisis de errores y evaluación de dichos resultados.

METODOLOGÍA DE LA SISTEMATIZACIÓN

La metodología o pasos que se llevaron a cabo para realizar la sistematización fueron los siguientes:

- ✓ Recopilación y organización de registros de evaluaciones, talleres, trabajos en clase y observación directa, de la muestra de estudiantes con los que se realizó la propuesta didáctica.
- ✓ Revisión de documentos de práctica pedagógica I, II y III.
- ✓ Revisión del diseño de la situación didáctica para realizarla en la Práctica Pedagógica III.
- ✓ Reconstrucción histórica de la experiencia.
- ✓ Análisis crítico de la experiencia, basado en el análisis de los errores, según las categorías establecidas en los referentes teóricos en este documento.
- ✓ Elaboración del documento de sistematización, el cual contiene todo el análisis de la experiencia, junto con las conclusiones y recomendaciones; las cuales serán de gran utilidad a todas las personas interesadas en temas relacionados con la educación.
- ✓ Elaboración de una propuesta para la prevención y corrección de la categoría de errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas, generados por la aplicación de reglas y propiedades justificadas en esquemas similares, o por inferirse que son válidas en contextos parecidos o relacionados. Concretamente una propuesta para la prevención y corrección de errores del aprendizaje de las operaciones básicas: suma, resta y multiplicación de los números enteros.

El eje de la sistematización es el refuerzo de los conocimientos previos al tema:
resolución de ecuaciones de primero y segundo grado.

RECUPERACIÓN HISTÓRICA Y ANÁLISIS CRÍTICO DE ERRORES

A continuación se hace un análisis crítico de las actividades más relevantes que se desarrollaron en cada una de las sesiones. Esto se realiza de acuerdo a los temas que se trabajaron durante el proceso de docencia directa.

Cabe resaltar que al finalizar la mayoría de las sesiones, se realizaban actividades lúdicas o juegos didácticos que involucraban algún conocimiento matemático (no necesariamente relacionado con el tema expuesto en la sesión), estos fueron: cálculos mentales, análisis de situaciones donde tenían que razonar por medio de la lógica, pensar con agilidad, entre otras actividades; esto se hacía con el fin de motivar a los estudiantes y mostrarles que las matemáticas también pueden ser divertidas y motivadoras.

En ocasiones al iniciar las sesiones, se efectuaban algunos juegos de distintas dinámicas con el fin de motivar al estudiante antes de empezar con el tema de la sesión correspondiente. Por ejemplo unos de estos juegos fueron: el tres pum, cuatro pun, el cual consiste en reunirse en forma de círculo, cada persona debía decir un número empezando con uno, dos, cuando tocaba decir un número múltiplo de tres o terminado en tres no se mencionaba el número si no que se decía “pum” (este para el caso de tres pum, y para el caso de cuatro pum los números que se debía cambiar por “pum” eran los múltiplos de cuatro y los terminados en cuatro), la persona que se equivocaba debía cumplir una penitencia (correr, cantar, bailar, recitar, entre otras); otro tipo de juegos eran adivinanzas las cuales los estudiantes debían dramatizarlas para que sus compañeros lograran saber que estaba representando; y algún juego que ellos quisieran hacer para entrar de mejor actitud a la clase o la sesión que se tenía preparada para ese día.

A continuación se analizará lo más relevante de cada una de las sesiones.

Actividad de motivación y diagnóstico

Esta actividad se llevó a cabo gracias a la sugerencia de la Directora de la Práctica Pedagógica, la cual se realizó mediante una gymkana que consistió en evaluar a los estudiantes en los conocimientos previos del tema: Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado, los cuales son:

- ✓ Sistemas numéricos. Operaciones y propiedades.
- ✓ Polinomios. Operaciones: suma, resta, producto, productos notables y factorización.
- ✓ Operaciones con fracciones algebraicas: simplificación, suma y resta.
- ✓ Algunas definiciones de geometría: ángulo, triángulo, rectángulo, cuadrado, circunferencia y círculo.
- ✓ Área de: triángulo, rectángulo, cuadrado y círculo.
- ✓ Perímetro de: triángulo, rectángulo, cuadrado y circunferencia.

Dichos conceptos son necesarios para enseñar y aprender el tema de resolución de ecuaciones de primero y segundo grado. En esta actividad los estudiantes debieron correr, buscar respuestas, relacionar ejercicio - respuesta, debía haber buena comunicación con sus compañeros y tener claros los diferentes temas evaluados.

OBSERVACIÓN: La gymkana consistía en 6 estaciones y por ende había 6 grupos, en cada una de ellas había una dinámica que debían desarrollar para poder pasar a la siguiente estación, y para ello, los estudiantes contaban con 20 a 30 minutos de tiempo. Cabe resaltar que, por ser la primera sesión, y que el objetivo era trabajar con los grupos completos de décimo y once, entonces para esta actividad se contó con un gran número de estudiantes, pero al sábado siguiente solo llegaron 7 de ellos, con los cuales se desarrolló la práctica directa.

El objetivo de esta actividad era detectar las potencialidades y las falencias de los estudiantes en los temas evaluados. De acuerdo con los resultados del análisis de

la actividad, las dificultades que presentaron los estudiantes se muestran a continuación:

- ❖ No desarrollaban adecuadamente operaciones con números enteros. Se categorizará este error como: “Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas, generados por la aplicación de reglas y propiedades justificadas en esquemas similares, o por inferirse que son válidas en contextos parecidos o relacionados” Según Marcel David Pochulu.

Esto se pudo observar en las respuestas y soluciones que dieron los estudiantes en las estaciones 1 y 2 las cuales consistían en llenar un crucigrama y un cuadrado mágico teniendo en cuenta operaciones con números enteros, a continuación algunos resultados:

Estación 1: crucigrama

Enunciado.

En esta estación deben realizar las operaciones dadas y ubicar la respuesta en palabras sobre el crucigrama guiándose con la numeración dada.

$$1. 3 - 2 + 5 + 2 + 3 + 7 + 1 - 2$$

$$2. 22 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 - 7$$

$$3. 11 - 4 - 67 + 34 + 8 + 6 - 2$$

$$4. -22 + (-2) + 3 - 4 - (-5) - 6 - 7$$

$$5. 14 - (-12) + 45 - 22 + (-1) - 1 /$$

$$6. 4 - (-5) - 6 + 2 - 2 + (3) - 7$$

$$7. (3 + 5) - (8 - 1) + (3 + 1) - 8$$

$$8. (45 - 23) - (67 - 89 + 45) + 34 - (3 + 5)$$

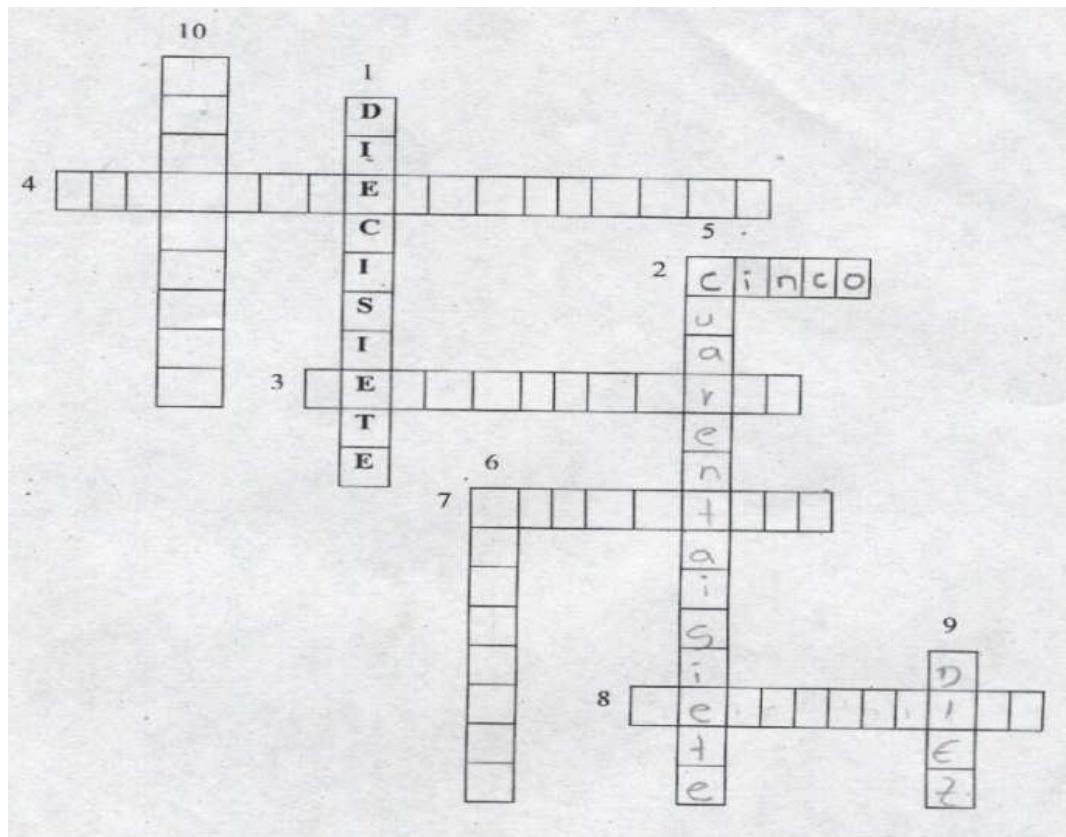
$$9. (25 - 11 + 2) \cdot \{3 + 5 + 2 - (7 - 2)\}$$

$$10. 2 \times (3 + 5) - (8 - 1) + (-1) \times (3 + 1) - 8$$

Como se puede observar las respectivas respuestas del crucigrama son:

- 1) 17 2) 5 3) -14 4) -33 5) 47
6) -1 7) -3 8) 25 9) 11 10) -3

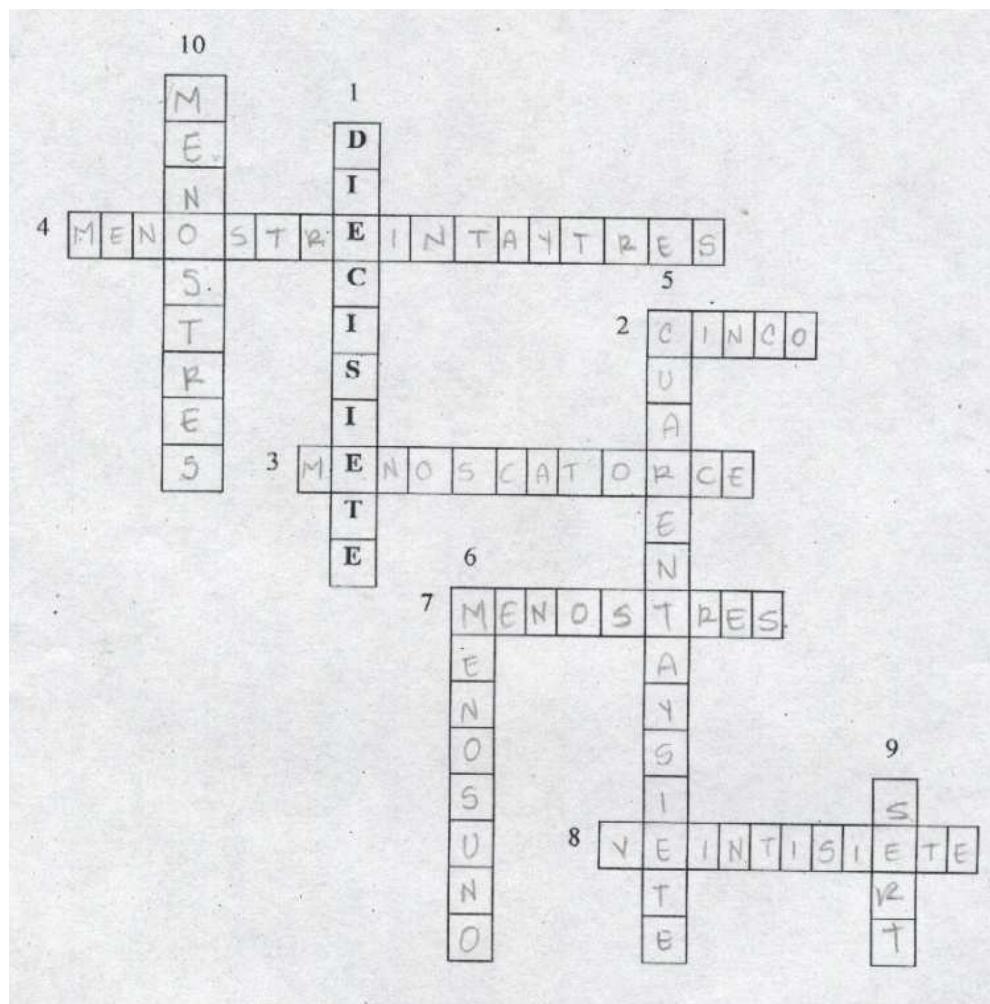
Registro 1. (Resuelto por uno de los grupos de estudiantes)



En este resultado se puede ver la deficiencia o la falta de operar (suma, resta y multiplicación) con los números enteros, ya que a cada grupo de la gymkana se le daba de 20 a 30 minutos, y en este transcurso solo resolvieron tres de los ejercicios formulados, de las cuales dos son correctos y uno incorrecto.

Así como esta solución hubo tres grupos más que dieron resultados similares, es decir, que el 66.6 % presentaban deficiencia en las operaciones básicas con números enteros; y se sabe que éste tema es básico para la temática a desarrollar en la propuesta didáctica. Uno de los grupos resolvió correctamente ocho de los diez ejercicios planteados para el crucigrama, como se muestra a continuación:

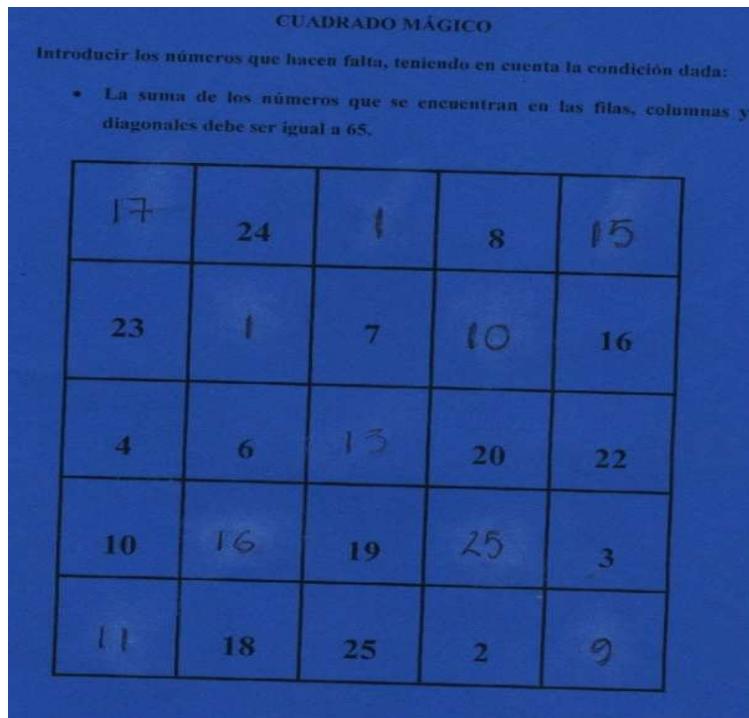
Registro 2:



En esta solución sólo hubo dos errores (8 y 9).

En la pregunta 9 todos los grupos se equivocaron. Es importante resaltar que este es el único ejercicio que incluye varios signos de agrupación y por esta razón a los estudiantes se les dificultó realizar este procedimiento.

Registro 3:



El enunciado es: Introducir los números que hacen falta, teniendo en cuenta la condición dada:

- La suma de los números que se encuentran en las filas, columnas y diagonales debe ser igual a 65.

En el registro 4, como se puede detallar solo hubo dos errores.

En general, los resultados del cuadrado mágico estuvieron en un nivel medio, ya que no hubo ninguno completo, lo cual no significa que no supieran sumar, si no que, por comentarios de los estudiantes, decían que les había hecho falta tiempo para completar esta actividad.

- Se les dificultaba diferenciar términos semejantes en polinomios. Se categorizará este error como: “Errores debidos a la ausencia de conocimientos previos, causados por la carencia de aprendizajes relativos a hechos, destrezas y conceptos, que inhiben totalmente el procesamiento de la información e impiden dar una respuesta a la situación”.

Esto se detectó en las estaciones 3 y 4 que involucraban términos semejantes y productos notables. Como se puede apreciar a continuación:

Registro 4:
utilizado

Proceso

The image shows handwritten work on a white background. On the left, a green cloud-shaped sticker contains the equation $IV. 3ab(a^3 - 4a^2 + 6a)$ and the answer $-9a^7b^2$. On the right, the process of simplification is shown: $3ab(a^3 - 4a^2 + 6a)$, then $3a^4b - 12a^3b + 18a^2b$, then $3a^4 - 12a^3b + 18a^2b$, then $-9a^5b + 18a^2b$, and finally $-9a^7b^2$.

Si se observa el proceso utilizado por los estudiantes en el ejercicio anterior, se detalla que hay errores de conocimientos previos al tema de suma de términos semejantes como lo son las propiedades de la potenciación, es decir, cuando se pueden sumar, restar y multiplicar los exponentes; que pasa cuando se tiene la misma base o diferente base.

Analizando el procedimiento que utilizaron los estudiantes en este ejercicio, el segundo paso lo resolvieron bien. Cuando pasan al tercer paso, cometen el error de pasar el término $3a^4b$ como $3a^4$, y es desde este paso que empiezan a resolver el ejercicio mal, sumando términos que no son semejantes, en forma incorrecta.

Registro 5:

Proceso

utilizado

The image shows handwritten work on a white background. On the left, a green cloud-shaped sticker contains the equation $III. a + [(b-a) - (b-c)]$ and the answer $-2a + 2b - c$. On the right, the process of simplification is shown: $a + [c(b-a) - (b-c)]$, then $a + (b-a) - (b-c)$, then $a + b - a - b + c$, and finally $-2a + 2b - c$.

En este caso se observa que hubo errores debidos a la mala utilización de los paréntesis y suma incorrecta de números enteros con distinto signo.

En los siguientes registros se escribieron diversas operaciones con fracciones algebraicas (suma, resta y simplificación) y sus soluciones, en esta etapa los estudiantes debieron organizarlas adecuadamente.

Registro 6: Resuelva y simplifique:

$$[(x - 1)/(x + 2)] + [3/(x - 2)] - [(3x + 4)/(x + 2)^2]$$

$$\frac{x-1}{x+2} + \frac{3}{x-2} - \frac{3x+4}{(x+2)^2} = \frac{x}{3x} + \frac{3}{\cancel{3x}} \quad \text{Fijo}$$
$$\frac{2x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x+1)}{(x+2)(x-2)}$$

Al resolver ejercicios con fracciones algebraicas el grupo de estudiantes no hallan el mínimo común denominador, en consecuencia la suma de fracciones es incorrecta, además cometen errores de simplificación.

Estos errores están en las categorías del uso inapropiado de reglas y procedimientos, además, errores debidos a la ausencia de conocimientos previos para realizar sumas de fracciones.

Registro 7: Resuelva:

$$(m^2 - 9) / (9m - m^3)$$

$$\frac{(m^2 - 9)}{9m - m^3} = \frac{m - 3}{m(9 - m^2)} \cdot \frac{m + 3}{m + 3} =$$

fijo.

Por lo anterior se observa que no hay uso adecuado de los paréntesis y además simplifican en forma incorrecta, mostrando de esta manera errores de las categorías mencionadas en el proceso anterior.

Registro 8: En esta estación se les dio el siguiente ejercicio, el cual debían resolver y buscar la respuesta correcta entre varias soluciones escritas en diferentes cartulinas dispersas en la cancha de baloncesto.

Registro 8: el ejercicio es: $3x(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$; el cual lo resolvieron de la siguiente manera:

$$3x(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2).$$

$$3x^3 + 12x \quad 3x^2 + 6x \quad 3x^2 - 6x.$$

$$3x^5 - 48x =$$

$$3x(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2).$$

En este proceso se presenta el mal uso de las propiedades distributiva y asociativa, además hay errores de factorización.

Esto lo podemos categorizar como: "errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos; son los cometidos por deficiencias en el algoritmo, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.

Lo anterior se observó en algunas de las estaciones, donde se les pedía resolver ejercicios utilizando algunos casos de factorización. Se puede observar los siguientes resultados:

Registro 9: Consistía en relacionar ejercicio y respuesta.

En este caso el ejercicio es: $[(x - 1)/(x + 2)] + [3/(x - 2)] - [(3x + 4)/(x + 2)^2] = (x^3 - x^2 + 10x + 24)/(x^3 + 2x^2 - 4x - 8)$

$$\begin{aligned} & \frac{x-1}{x+2} + \frac{3}{x-2} - \frac{3x+4}{(x+2)^2} = \\ & \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{3(x+2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{3x+4}{(x+2)^2} = \\ & \frac{x^2 - 2x - 2}{(x+2)(x-2)} = \\ & \frac{x^2 - 2(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} = \\ & \frac{x^2 - 2(x+2)^2}{x^2 - 4} = \\ & \frac{x^2 - 2(x+2)^2}{(x+2)^2} = \\ & \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 4} = \frac{x^2}{x^2 - 4} \end{aligned}$$

El error cometido en el desarrollo de este ejercicio, fue la falta conocimientos previos, primero como se operan números fraccionarios y por último como multiplicar binomios.

- Se habían olvidado de los conceptos de la geometría. Se categorizará como “errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas, generadas por la aplicación de reglas y propiedades justificadas en esquemas similares, o por inferirse que son válidas en contextos parecidos o relacionados.

Esto se observó en la estación 6, los estudiantes cometieron errores en la aplicación de fórmulas para el cálculo del área de un círculo.

Registro 10. El enunciado dice: ¿Cuál es el área de un círculo, si su radio es de 6cm?

¿Cuál es el área del círculo?
Si el radio (r) = 6 cm.
RTA: 2160 cm.

$A_O = 2\pi r$

$A_O = 360^\circ \cdot 6 \text{ cm.}$

$A_O = 2160 \text{ cm.}$

El proceso utilizado por el grupo de estudiantes para calcular el área de un círculo de radio 6 cm, fue reemplazando 2π por 360° , además, relacionaron mal, ya que la fórmula para el área del círculo es πr^2 y la que utilizaron fue $2\pi r$ la cual corresponde a la longitud de la circunferencia.

Lo anterior también se puede categorizar como “errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas”.

Registro 11: El enunciado del ejercicio dice lo siguiente:

¿Cuánto mide el lado b? Si el área del cuadrado es $A= 625 \text{ m}^2$

¿Cuánto mide el lado b?
Si el área del cuadrado es:
 $A = 625 \text{ m}^2$

$A_{\square} = b^2$

$A_{\square} = 625 \text{ m}^2$

$A_{\square} = \sqrt{625 \text{ m}^2}$

$b = 35 \text{ m}$

El proceso que utilizaron estuvo correcto hasta cierta parte, el problema ocurrió en la raíz cuadrada de 625, que en este caso es 25, esto se debió a una distracción. Otro error encontrado en el registro anterior es de la notación, donde escriben una raíz cuadrada de A \square , esto en escritura matemática es incorrecto.

Debido a las dificultades que se encontraron se tomó la decisión de aumentar el número de sesiones dispuestas para las actividades de nivelación acerca de los conocimientos previos, ya que en el diseño de la propuesta: “Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado en los grados décimo y undécimo del colegio Julumito (nivelación)” realizada en el curso de Práctica Pedagógica II se había previsto una sola sesión para la actividad de refuerzo, pero a raíz de las deficiencias, falencias y errores que se encontraron en la prueba de diagnóstico, se decidió cambiar en su totalidad la temática prevista por la nivelación de los conocimientos previos al tema de “Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado”. Además cabe resaltar que la nueva situación didáctica se diseñó simultáneamente con su desarrollo, debido a que no se contaba con el tiempo suficiente para realizarlo por separado.

Después de la actividad de diagnóstico se siguió con el primer tema de los conocimientos previos.

SESIÓN 1: SUMA, RESTA, PRODUCTOS Y CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVO: Reforzar los conceptos y procedimientos de las operaciones básicas de los números enteros, mediante problemas contextualizados, dinámicas y juegos lúdicos, donde se involucran los temas a tratar.

En vista de los resultados que se obtuvieron en la actividad de diagnóstico, se empezó con el tema de los números enteros con cada una de las operaciones básicas (suma, resta, producto y cociente) esto se dio por los vacíos que se encontraron en la prueba del crucigrama y del cuadrado mágico.

Se les explicó con ejemplos, teoría, actividades relacionadas con problemas contextualizados y juegos que involucraron conocimientos del tema que se estaba enseñando, las cuales fueron las siguientes:

En la primera actividad se propuso a los estudiantes algunos problemas como los siguientes:

En el colegio Julumito los estudiantes de 10º grado organizaron una fiesta de despedida a los estudiantes de grado 11º, para ello prepararon una ensalada de frutas. ¿Cuántas frutas compraron? Si la lista de compras es la siguiente:

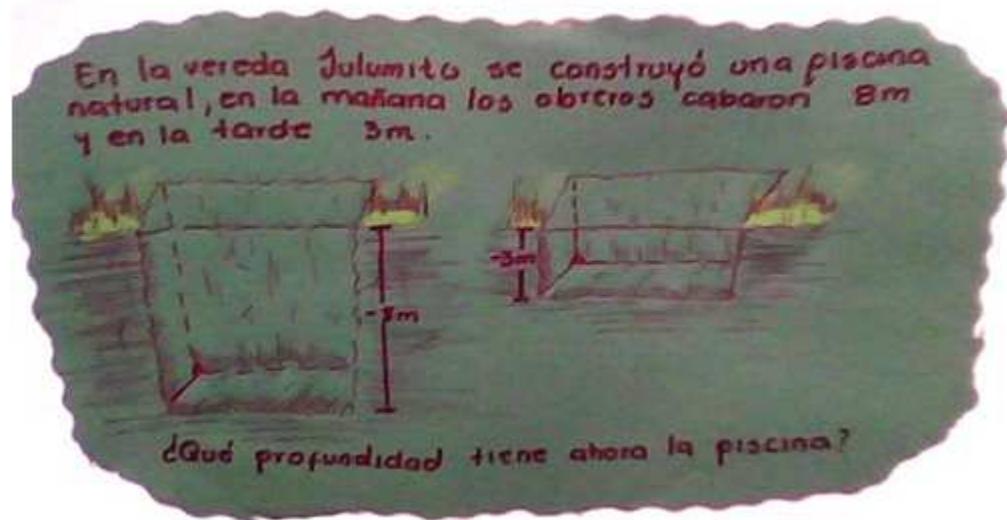
- 1 libra de queso rayado
- 7 manzanas
- 3 bananas
- 56 uvas
- 2 latas de crema de leche
- 8 peras
- 2 piñas
- 45 fresas

Por el estilo del problema anterior se entregaron tres más, con la única diferencia en que la cantidad de productos comprados variaban, esto con el propósito de que los estudiantes trabajaran individualmente y razonaran con atención, y no respondieran sin pensar y analizar lo pedido, ya que, si se observa con detalle en el problema hay un artículo que no pertenece a lo que se pide o lo que se está preguntando. A lo cual, algunos estudiantes respondieron rápida y equívocamente, ya que vieron que el problema era muy “sencillo”, pero no cayeron en cuenta del error que habían cometido por el simple descuido de no leer bien y entender lo que se les estaba pidiendo, es decir, sumaron el artículo que no pertenecía a las frutas. Este error se categoriza como “error que puede ser sistemático o por azar, los sistemáticos son más frecuentes y revelan el proceso mental que ha llevado el

estudiante a una comprensión equivocada y los cometidos por azar son ocasionales.

La segunda actividad consistía en resolver una serie de sumas y restas, las cuales se presentaron previamente elaboradas en cartulinas de colores, al igual que sus respuestas. Los estudiantes debían desarrollar las operaciones en sus respectivos cuadernos, después de resolverlas pasaban al tablero a ubicar la respuesta que consideraban adecuada en la operación dada. Cabe resaltar que en las cartulinas que contenían las respuestas no todas eran correctas. Los errores que se presentaron fueron de signo, sumas y restas mal resueltas, los cuales se categorizaron por los cometidos por la deficiencia en los conocimientos previos, los cuales lleva a utilizar mal el algoritmo, hechos básicos y conceptos matemáticos; por otra parte, también se deben a asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento.

La tercera actividad consistía al igual que la primera, en un problema contextualizado al ambiente que los rodea, estos estaban en cartulina de colores, pero en este caso el problema propuesto era para que lo desarrollaran en grupo y luego alguno de ellos salía, lo exponía y lo explicaba frente a sus compañeros. El problema es como se presenta a continuación:



El error que se cometió en este problema fue que al sumar les daba positivo y no se dieron cuenta que estaban sumando números enteros negativos. Al igual que el anterior problema se planteó uno similar, pero este se trataba de cavar un hueco para sembrar un árbol. El error aquí cometido se debió a asociaciones incorrectas, los cuales son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas y a errores de asimilación.

Había otro problema en la se hacía el mismo razonamiento, pero era sobre el de cavar un hueco para sembrar un árbol.

Los estudiantes mostraron interés ya que el problema se les hacia familiar a las actividades que normalmente desempeñan, lo que permitió abrir una discusión en la cual intercambiaron ideas y se llegó a la respuesta correcta.

Para concluir con la suma y resta de los números enteros, la siguiente actividad correspondía en un juego, en el cual se dividieron en grupos y se les dio tizas de distinto color, el juego consistía en: primero debían dibujar la recta numérica sobre la cancha de baloncesto (cabe resaltar que en esta actividad salieron cuatro equipos, los cuales se ubicaron cada uno de ellos en las diferentes esquinas de la cancha), ellos debían colocar una unidad a la escala que consideraran convenientes, en este caso la tomaron de un paso corto. Después de dibujada la recta se les dictaba una serie de ejercicios de suma y resta de números enteros para que los representaran en la recta numérica, sabiendo que a los enteros negativos les correspondían los pasos a la izquierda y los enteros positivos se representaban con pasos a la derecha. El proceso para hallar la solución consistía en que uno de los integrantes por medio de pasos sobre la recta encontrara la respuesta correcta, tenía que correr hacia una silla que estaba ubicada en el centro de la cancha, y el primero que llegaba se regresaba al sitio del grupo que le correspondía junto con la practicante, para revisar el proceso realizado por el equipo para hallar la respuesta y si éste era correcto se le sumaban puntos al grupo, en caso contrario se le daba la oportunidad al grupo del cual era integrante

el estudiante que había llegado de segundo, y así sucesivamente se procedía hasta encontrar o llegar al equipo que tuviera la solución correcta al ejercicio propuesto, al final ganaba el equipo que obtuviera el mayor número de puntos.

En esta actividad los estudiantes, además de divertirse, aprendieron a sumar en la recta numérica, también se consiguió que los estudiantes se dieran cuenta como se realizaba la suma de enteros especialmente en los enteros negativos, los cuales ocasionan confusión en la mayoría de los estudiantes.

En el desarrollo de la anterior actividad se observaron dificultades en la suma de los enteros negativos, ya que si ven un ejercicio como por ejemplo $-3 - 7$ donde el resultado correcto es -10 , los estudiantes razonaban diciendo menos por menos es más, entonces la respuesta es 10 positivo, luego este error se puede ubicar en la categoría de los errores sistemáticos o por azar, los cuales son los cometidos con más frecuencia llevando a procesos mentales de comprensión erróneos, son también cometidos por asociaciones incorrectas y a rigidez del pensamiento.

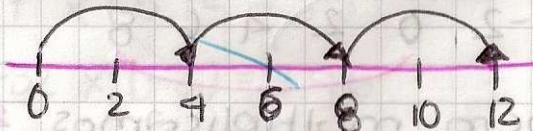
Terminando con la suma y resta de los números enteros se continuó con una explicación de cómo se multiplican números enteros teniendo en cuenta la ley de los signos y se les puso a llenar una pequeña tabla, la cual les servía para no olvidar cómo se multiplican los números enteros (\mathbb{Z}^+ y \mathbb{Z}^-).

La forma como se les explicó la multiplicación de enteros se muestra a continuación:

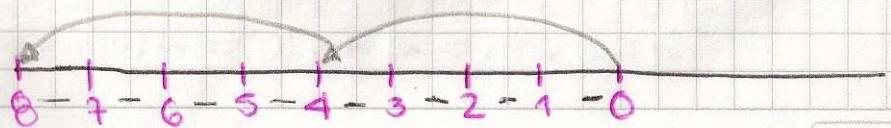
MULTIPLICACIÓN DE ENTEROS

- El producto de dos enteros positivos $(+a) \times (+b) = (+ab)$

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$



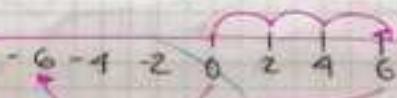
- Producto de 2 enteros ($+1$ y -1) $(+2) \times (-4) = -8$



NOTA:

- Producto de dos enteros $1-$ y $1+$
 $(-3) \times 2 = -6$

~~$-8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8$~~
NOTA: Primero realizamos el producto de 3×2 , luego hacemos una rotación de medio vuelta y se quedamos en -6 .



- Producto de dos enteros $-$
 $(-2) \times (-1) =$



NOTA: Primero multiplicamos $2 \times (-4) = -8$, luego giramos medio vuelta.

OBSERVACIONES		
1.	El producto de 2 enteros positivos es siempre otro entero positivo.	
2.	El producto de 2 enteros negativos es siempre un entero positivo.	
3.	El producto de 2 enteros uno positivo y otro negativo, es siempre un entero negativo.	
$\begin{array}{ c c c } \hline \times & + & - \\ \hline + & + & - \\ \hline - & - & + \\ \hline \end{array}$ <p>Tabla de los signos.</p>		
1.	$11 \times (-8) = -88$	
2.	$-7 \times 5 = -35$	
3.	$-32 \times (-3) = +96$	
4.	$-12 \times (-5) = +60$	
5.	$-15 \times 4 = -60$	

Luego se procedió a dejar unos ejercicios al lado izquierdo del tablero y al lado derecho se colocaron una cantidad de números escritos en cartulina de colores para que el estudiante que saliera a resolver el ejercicio tomara la respuesta correcta y la pegara al frente de ejercicio después de resolverlo; para que el alumno saliera voluntariamente se llevó una bolsa con varias canicas de colores (roja, verde y amarilla), el que sacara la canica roja era el que salía al tablero, el que sacara la canica verde le tocaba salir después del que hubiera sacado la roja y por ultimo el que sacara la amarilla no salía al tablero. En este proceso se detectó que los errores que cometían eran por falta de cuidado y por no hacer las cosas con calma. En este caso categorizó el error como en el anteriormente mencionado.

Terminada la actividad anterior se siguió con el tema de criterios de divisibilidad, aquí se les dio a conocer a los estudiantes algunos criterios de divisibilidad (los

más comunes, como, ¿cuándo un número es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12?).

Luego se le entregó a cada uno en papeles de colores un número sin algún dígito de él, por ejemplo: 12 \square 2 (es un número que le falta uno de sus dígitos), donde el alumno debía contestar la siguiente pregunta ¿Con qué cifra se completa el número para que sea divisible por a ? (donde a tomaba algún valor, que podía ser cualquier número de los mencionados anteriormente), alguno de los estudiantes pasaba al tablero y explicaba cómo había resuelto el ejercicio.

Los errores cometidos se categorizan en los errores cometidos por deficiencia en el algoritmo, procedimientos y conceptos previos; ya que confundían algunas reglas de los criterios de divisibilidad. Algunos de los resultados obtenidos se muestran a continuación:

CRITERIO DE DIVISIBILIDAD

Divisible por: Ejemplo:

2. 568 porque $8 = 4 \times 2$
~~723~~ no es divisible porque
no es divisible 2.

3. 276 porque $2 + 7 + 6 = 15 = 5 \times 3$
~~29~~ no es $\Rightarrow 2 + 9 = 11$
~~36~~ si es $= 3 + 6 = 9$

4. 1516 si es $16 = 4 \times 4$
~~832~~ si es $32 = 4 \times 8$
~~723~~ no es $23 =$

5. 2575 si es porque termina en 5
~~30~~ " " " " en 0
~~28~~ no es porque termina en 8.

7. 343
 $39 - 2 \times 3 = 39 - 6$
 $= 28 = 7 \times 4$

~~45~~
 $45 - 2 \times 5 = 45 - 10 = -6$ no es

$$1029 =$$

$$102 - 2 \times 6 = 102 - 18$$

$$= 84 = 12 \cdot$$

11 $\begin{array}{r} 1234 \\ 2817 \\ \hline 1 \end{array}$ P: P

$$(8+7) - (3+1) = 15 - 4 = 11$$

$$\begin{array}{r} 1234 \\ +1570 \\ \hline \end{array}$$

$$(6+0) - (7+1) = 6-8 = -2$$

EJERCICIOS

1. Con qué cifra complementarias para que el número sea múltiplo de 3?

1. $12 \square 2$ $a = 4$

2. $61 \square 95$ $a = 3$

3. $5 \square 25$ $a = 5$

4. $874 \square$ $a = 11$

5. $6 \square 24$ $a = 11$

2. ¿Qué cifra hay que poner para que el número 3670

sea múltiplo de 3 y de 5?

SOLUCIÓN

1. $12\circ 32 = 32 = 4 \times 8$

$12\circ 12 = 12 = 4 \times 3$

2. $6\circ 95 = 10 + 14 = 24 = 3 \times 8$

3. $5\circ 25 =$

4. $874\circ = (7+4) \cdot (1+1)$

5. $6\circ 24 =$

$6\circ 24 = (6+4) \cdot (2+1) = 8 \cdot 8 = 0$

2. $3675 = 21 = 3 \times 7$

En las preguntas del 1 al 5 se está pidiendo encontrar una cifra para que el número sea múltiplo o divisible por **a**, en este caso el estudiante solo ha encontrado una respuesta, sin darse cuenta que ésta no es única, así:

1. **12__2**, las cifras que pueden ir en el espacio cuando **a=4** son. 1, 3, 5, 7 y 9, porque un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son múltiplo de 4, entonces, $12 = 4 \times 3$, $32 = 4 \times 8$, $52 = 4 \times 13$, $72 = 4 \times 18$ y $92 = 4 \times 23$. En este caso, el estudiante solo encontró dos respuestas (1 y 2).
2. **64__95**, las soluciones que pueden ir en el espacio cuando **a=3** son: 0, 3, 6 y 9, porque un número es divisible por 3 cuando la suma de sus dígitos es múltiplo de 3, entonces, $6 + 4 + 0 + 9 + 5 = 24 = 3 \times 8$, $6 + 4 + 3 + 9 + 5 = 27 = 3 \times 9$, $6 + 4 + 6 + 9 + 5 = 30 = 3 \times 10$ y $6 + 4 + 9 + 9 + 5 = 33 = 3 \times 11$. En este caso, el estudiante solo encontró una respuesta (0).
3. **5__25**, cuando **a =5**, en este ejercicio puede ir cualquier dígito, ya que un número es divisible por 5 si termina en cero (0) o en 5, luego sin importar la cantidad que vaya, **5__25** siempre va ha ser divisible por 5, porque termina en 5. La respuesta que dio el estudiante fue 5.
4. **874__**, cuando **a=11** y un número es divisible por 11 cuando la diferencia de las sumas de los números que ocupan los lugares pares e impares es múltiplo de 11, luego la respuesta correcta es 5, porque **8 7 4 5** en los lugares pares están 7 y 5, en los impares 8 y 4, entonces $(7+5) - (8+4) = 12 - 12 = 0 = 11 \times 0$. En la cual el estudiante dio la respuesta correcta.
5. En este ejercicio corresponde el mismo procedimiento que en el caso anterior, el estudiante también dio la respuesta correcta.

Al finalizar se hizo la siguiente actividad como culminación del tema de los números enteros:

A cada uno de los alumnos se le dio un trozo de cartulina que contenía diferentes números como se muestra a continuación:

8	48	10	75	12
41	15	2	45	43
14	13	17	18	20

donde debían encontrar un único número que cumpliera simultáneamente las siguientes condiciones:

- No ser múltiplo de 15.
- Ser par.
- La suma de los dígitos es mayor que 5.
- Y ser mayor que 40.

Algunos estudiantes dieron rápidamente una respuesta y a otros se les presentó un poco de dificultad por no leer bien y no interpretar correctamente lo que se les pedía, como por ejemplo en la parte donde hubo confusión fue en la condición “no ser múltiplo de 15”, es decir, que se debía tachar o no tener en cuenta los múltiplos de 15, y lo que hicieron los estudiantes fue dejar los múltiplos de 15 como posibles opciones del número que se deseaba encontrar, al final obtenían resultados incorrectos, este error se debió a errores del lenguaje, ya que fue mas por mala interpretación que por otra cosa.

Es esta sesión se les dejó una tarea que debían traerla a la siguiente clase, esta consistía en completar el siguiente cuadro:

7	+		÷		=	3
-		-		-		X
4	+	1	+	3	=	
X		+		÷		÷
	X	2	÷		=	
=		=		=		=
9	-		+		=	

Esta actividad consistía en ubicar ciertos dígitos, los cuales al operar tanto vertical como horizontalmente debían cumplir con las operaciones y respuestas pedidas.

Algunas de estas respuestas están a continuación:

Respuesta 1: en este caso es una forma incorrecta de la solución.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
F1	7		5	÷	4	=	3
F2	-	-	-	-			X
F3	4	+	2	+	3	=	8
F4	X		+		÷		÷
F5	3	X	2	÷	1	=	X
F6	-	-	-	=			=
F7	9	-	5	+	7	=	4

En esta solución se observa que hubo errores en C3, C7, F3, F5 y F7, puede que en C3 esté correcta con las operaciones que ahí se piden, pero se puede detallar

que al hacer la respectiva suma de F3 no se obtiene la respuesta correcta; y en las demás se ve con claridad que los dígitos escogidos no son los correctos, por lo tanto, los errores ahí cometidos se deben a la ausencia de conocimientos previos que inhiben totalmente el procesamiento de la información ocasionando el impedimento de dar una respuesta a la situación.

Respuesta 2: la que a continuación se presenta es la solución correcta de la tabla.

7	+	0	÷	4	= 3
-	-	-	-	-	X
+	+	1	+	3	= 8
X	+	-	÷	-	÷
0	X	2	÷	-	= 6
÷	=	-	-	-	=
9	-	6	+	1	= 4

En este caso, se detalla que tanto horizontal como verticalmente coinciden las respuestas a las operaciones pedidas.

Para ver la solución algunos estudiantes lo resolvieron en el tablero con ayuda de los demás y se observó por qué no podía haber mas respuestas, es decir, la respuesta o la solución del cuadro era única.

Durante la construcción de la tabla, se observó que los estudiantes estaban respetando la opinión de sus compañeros, se presentó una buena discusión respecto a los números que debían ir y los que no.

En la siguiente actividad se desarrolló un juego evaluativo de la siguiente manera: en papeles de colores y diseños se habían escrito previamente distintos números enteros, luego cada estudiante escogía algunos de ellos y debían realizar las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Se presenció que los estudiantes todavía presentaban problemas para resolver operaciones con números enteros, cabe resaltar que en esta sesión llegaron estudiantes nuevos, en los cuales existían dificultades en el manejo del tema.

En general, el “juego” fue la evaluación de los temas de las clases que correspondían a los números enteros y sus operaciones; este método de evaluación les llamó mucho la atención ya que no era como los exámenes tradicionales, si no, que fue dinámico. A continuación algunas evaluaciones:

Evaluación 1:

UNIANA VELASCO VELASCO
GRADO: DECIMO
FECHA: 18/10/08

Sumas.
 ~~$77 + 5 + 35 - 11 = 40$~~
 ~~$37 + 45 + 33 = 775$~~

Resta
 ~~$46 - 39 = -386$~~
 ~~$-30 - 65 = -21$~~

ley de los signos!

Multiplicación.
 ~~$42 \times 12 = 274$~~
 ~~$\begin{array}{r} 42 \\ \times 12 \\ \hline 106 \end{array}$~~
 ~~$168 - 324$~~

~~$\begin{array}{r} -324 \\ \times 163 \\ \hline 2572 \\ 1944 \\ \hline 54032 \end{array}$~~

Criterio de Divisibilidad.
~~82 es divisible por 2 porque termina en par.~~

Como se puede ver en el examen, la estudiante se ha equivocado en la ley de los signos y al ocurrir esto, se sigue un proceso incorrecto, tanto en la suma como en la multiplicación, este error fue uno de los más comunes, y ocurrió otro error como se muestra la siguiente evaluación:

Evaluación 2:

① suma: $103 + 76 + 30 + (-13)$

$$\begin{array}{r}
 103 \\
 76 \\
 30 \\
 \hline
 209
 \end{array}$$

$$209 + (-13) = 196$$

② suma
 $185 + (-12) = 173$ eran 3 números
 ¿cuál es el otro?

③ resta
 1. $-64 - (-51) = 13$
 2. $-48 - (-38) = 10$ ¿Qué pasó con el signo?

④ Multiplicación
 $(-15)(-64) \cdot 37,45 = 345$

⑤ División
 42 → Es divisible por 2, ya que el número par.
 → Es divisible por 3 porque la suma de los dígitos
 absolutos es múltiplo de 3. $1+2=3$, 3 es divisor.

En esta evaluación ocurrió lo mismo que la anterior, referente a los operaciones con los signos, y otro problema que presentó fue algunas reglas de divisibilidad, (más bien falta de análisis de las reglas de divisibilidad, ya que en el examen se

dejó sacar los apuntes referentes al tema, y le faltó anotar que 42 es divisible por 6 y por 7).

Luego, los errores cometidos en los exámenes se debieron a asociaciones incorrectas y a propiedades justificadas en esquemas similares o por inferirse que son válidas en contextos parecidos o relacionados.

Cabe resaltar que no todos fueron errores, sino que también se presentaron buenos resultados como el presente:

Evaluación 3:

The image shows a handwritten math exam with the following content:

- Suma (4 números)**
 $-76 + 27 - 6 + 7 =$
 $-82 + 34 = -48$
- Suma (3 números)**
 $42 + 25 - 35 =$
 $67 - 35 = 32$
- Resta (2 números)**
 $55 - (-27) =$
 $55 + 27 = 82$
- Resta (2 números)**
 $-27 - (-35) =$
 $27 + 35 = 62$
- Multiplicación (4 números)**
 $390 \times (-25) \times 13 \times (-5) =$
 $-9750 \times (-39) = 380250$
- Divisibilidad (4 divisibilidad 1 número)**
4
• 2 por: $64 = 2 \times 2^6$
• 4 por: $64 = 16 \times 4$
• 8 por: $64 = 8 \times 8$

A handwritten grade 'C E' and the word 'Felicitaciones' are written on the right side of the paper.

El examen muestra que si se tiene cuidado con los signos y si se razona bien las reglas de divisibilidad se logra un buen resultado.

El siguiente tema a tratar fue:

SESIÓN 2: SUMA, RESTA Y PRODUCTO DE POLINOMIOS

OBJETIVO: Afianzar las operaciones de suma, resta y producto de polinomios, utilizando juegos didácticos, lúdicas, teoría y ejercicios tradicionales.

Para este tema se explicaron las definiciones previas para la suma, resta y producto de polinomios, las cuales son: términos semejantes, exponente, base y las partes de un término (coeficiente y parte literal). La explicación se realizó mediante la enseñanza normal, luego se ubicaron algunos términos en fomy en el tablero, con los cuales los estudiantes pasaban al frente y separaban los términos semejantes a un lado.

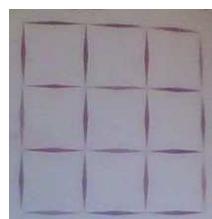
Otro aspecto para resaltar en esta sesión fue la forma de pre-evaluación que se les hizo a los estudiantes, cada uno escogía de una bolsa, de polinomios que se encontraban hechos en papel bond, y luego de otra bolsa sacaban un símbolo (ya fuera +, -, x) y debían pasar al frente y dar la respuesta con el procedimiento indicado para resolver dicha operación.

Al hacer la actividad anterior, los alumnos aclararon dudas respecto a los polinomios y sus operaciones.

Al finalizar este tema se les propuso un juego (no relacionado con el tema), en el cual se divirtieron bastante. Se hicieron tres grupos para realizar el siguiente juego:

Palillos y cuadrados

Observar cómo esta figura está formada por 24 palillos, constituye una cuadrícula de 3x3 cuadrados.



¿Es usted capaz de...

- a) ...quitar 4 palillos y conseguir cinco cuadrados?
- b) ... quitar 6 palillos y conseguir cinco cuadrados?
- c) ... quitar 8 palillos y conseguir cuatro cuadrados?
- d) ... quitar 8 palillos y conseguir tres cuadrados?

El grupo que encontrara primero la respuesta se anotaba un punto, y el grupo que reuniera mas puntos ganaba y se les daba un detalle.

Los resultados de algunas evaluaciones se muestran a continuación:

Evaluación 1:

Nombre : Disney Ojedónz
Grado : 9^o
Profesor : Selene Quimbano.

① Sean los polinomios

$$P = 7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15$$
$$Q = 5x^4y - 7x^3 + 9x^2y^5 - 6x$$
$$R = -10x^3 - 9x^2y^5 + 9x + 5$$
$$S = 6x^7y^3 + 24x^2y^5 - 13x - 1$$

Calcular:

~~X P - Q~~
~~R S + T~~
~~+ Q - R~~

② Sean los polinomios

$$V = 7x^7y - 5x^4y^3$$
$$T = -10x^3y^2 - 9x^2 + 8xy + 6$$

Solución

1) ~~$P = 7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15$~~
 ~~$Q = 5x^4y - 7x^3 + 9x^2y^5 - 6x$~~

$$(7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15) - (5x^4y - 7x^3 + 9x^2y^5 - 6x)$$
$$+ (-5x^4y + 7x^3 - 9x^2y^5 + 6x)$$
$$7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 + 7x^3 - 6x -$$
$$7x^7y^3 - 10x^4y + 6x^2y^5 + 7x^3 - 6x$$

2)

$$s = 6x^7y^3 + 2ax^2y^5 - 13x^4$$

$$p = 7x^7y^3 - 5x^9y + 3x^2y^5 - 13$$

R.

$$(6x^7y^3 + 2ax^2y^5 - 13x^4) + (7x^7y^3 - 5x^9y + 3x^2y^5 - 13)$$

$$\cancel{6x^7y^3 + 2ax^2y^5} - 13x^4 + \cancel{7x^7y^3 + 3x^2y^5} - 13$$

$$\cancel{13x^7y^3 + 28x^2y^5} - 13x^4 - 13$$

$$\cancel{-13x^4} = -16$$

3)

~~$$+a = 5x^4y - 7x^3 + ax^2y^5 - 6x$$~~

~~$$+b = -14x^3 - ax^2y^5 + 9x + 5$$~~

$$(-5x^9y + 7x^3 + 9x^2y^5 + 6x) + (+14x^3 + ax^2y^5 - 9x)$$

$$\cancel{-5x^9y + 7x^3 + 9x^2y^5 + 6x} + 14x^3 + \cancel{9x^2y^5} - 9x$$

~~$$-5x^9y + 7x^3 + 14x^3 + 3x - 5$$~~

②

~~$$7x^6y^2 + 7x^6y^2$$~~

~~$$-10x^3y^2 - ax^2y^5 + 8x^4y + 6$$~~

~~$$\cancel{7x^7y^3} - \cancel{5x^9y^3}$$~~

~~$$50x^7y^3 + 45x^6y^3 - 40x^5y^3 - 30x^4y^2$$~~

Como se puede observar en este examen los errores se deben a falta de los conocimientos previos, ya que en la operación de la resta, no operan los signos como debe ser.

A continuación se muestra un examen o evaluación donde se obtuvo un buen resultado.

Evaluación 2:

NOMBRE: AMANDA GUASCA

GRADO: DECIMO

FECHA: 8 NOV 2008

PROFESORAL: Silene Quibano

CHE

1 Sean los polinomios

$$P = 7x^3y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15$$

$$Q = 5x^4y - 7x^3 + 9x^2y^5 - 6x$$

$$R = -14x^3 - 9x^2y^5 + 9x + 5$$

$$S = 6x^3y^3 + 24x^2y^5 + 13x - 1$$

Calcular

$$\text{P} - \text{Q} =$$

$$\text{S} + \text{P} =$$

$$\text{P} - \text{Q} - \text{R} =$$

2. Sean los polinomios

$$V = 7x^3y - 5x^4y^3$$

$$T = -10x^3y^2 - 9x^2 + 8xy + 6$$

calcular

V.T.

SOLUCIÓN

$$\text{P} - \text{Q} = (7x^3y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15) - (5x^4y - 7x^3 + 9x^2y^5 - 6x)$$

$$\begin{aligned}
 P - Q &= (7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15) + (-5x^4y + 7x^3 - \\
 &\quad 9x^2y^5 + 6x) \\
 &\cancel{7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 - 15} \\
 &\quad - 5x^4y - 9x^2y^5 + 7x^3 + 6x \\
 &\underline{7x^7y^3 - 10x^4y - 6x^2y^5 - 15 + 7x^3 + 6x} \\
 2. S + P &= (6x^7y^3 + 24x^2y^5 - 13x - 1) + (7x^7y^3 - 5x^4y + 3x^2y^5 \\
 &\quad - 15) \\
 &\cancel{6x^7y^3 + 24x^2y^5 - 13x - 1} \\
 &\quad - 15 - 5x^4y \\
 &\underline{13x^7y^3 + 27x^2y^5 - 13x - 16 - 5x^4y} \\
 3. -Q - R &= -(5x^4y - 7x^3 + 9x^2y^5 - 6x) - (-14x^3 - 9x^2y^5 \\
 &\quad + 9x - 5) \\
 -Q - R &= (-5x^4y + 7x^3 - 9x^2y^5 + 6x) + (14x^3 + 9x^2y^5 - \\
 &\quad 9x - 5) \\
 R. & \quad -5x^4y + 7x^3 - 9x^2y^5 + 6x \\
 &\quad + 14x^3 + 9x^2y^5 - 9x - 5 \\
 &\underline{-5x^4y + 21x^3 - 0x^2y^5 - 3x - 5} \\
 2. V \cdot T &= (7x^7y - 5x^4y^3) \cdot (-10x^3y^2 + 9x^2 + 8xy + 6) \\
 &\cancel{7x^7y - 5x^4y^3} \\
 &\quad - 10x^3y^2 + 9x^2 + 8xy + 6 \\
 &\underline{42x^7y - 30x^4y^3} \\
 &\quad - 40x^5y^4 + 56x^5y^2 + 45x^6y^3 - 63x^9y \\
 &\quad + 50x^7y^5 - 70x^10y^3 \\
 &\underline{42x^7y - 30x^4y^3 - 40x^5y^4 + 56x^5y^2 + 45x^6y^3 - 63x^9y + 50} \\
 &\quad x^2y^6 - 70x^10y^3
 \end{aligned}$$

Nota: cabe resaltar que en esta ocasión los resultados fueron buenos, excepto el de la estudiante anteriormente mencionado.

Y por último, la sesión con la que se terminó la práctica directa fue:

SESIÓN 3: PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN.

OBJETIVO: Fortalecer los conocimientos sobre los productos notables y los casos de factorización, mediante la enseñanza cotidiana o tradicional; esto por la falta de

tiempo, ya que el año lectivo estaba por culminar y no quedaba el tiempo suficiente para realizar la práctica con problemas contextualizados y/o juegos lúdicos.

El desarrollo de esta sesión se realizó de forma tradicional ya que en la institución iban a entrar a exámenes finales y a culminar el año lectivo, entonces, fue necesario agilizar las actividades para poder terminar con lo propuesto en esta experiencia.

Los temas vistos durante esta sesión fueron:

➤ Productos notables

- Cuadrado de la suma de dos cantidades.
- Cuadrado de la diferencia de dos cantidades.
- Producto de la suma por diferencia de dos cantidades.
- Cubo de una suma
- Cubo de una diferencia.
- Factorización.

➤ Factor Común.

- Factor Común por agrupación de términos.
- Trinomio cuadrado perfecto.
- Trinomio de la forma x^2+bx+c .
- Trinomio de la forma ax^2+bx+c .
- Diferencia de cuadrados perfectos.

A continuación se presenta la explicación de los temas anteriormente mencionados:

6. Diferencia de cuadrados.

FACTORES COMÚN

Procedimiento

1. Se extrae el factor común de cualquier clase que viene a ser el primer factor.
2. El coeficiente es el máximo común divisor entre los coeficientes de los términos del polinomio.
3. La parte literal está formada por las letras que se repiten en todos los términos con su menor exponente.
4. Se divide cada término del polinomio entre el factor común y el conjunto viene a ser el segundo factor.

Ejemplo:

Factorizar

$$1. \underline{3x^2 + 9x^3}$$

a) máximo común divisor (3, 9) = 3

$$b) x^2$$

x^2 primer factor.

$$2. \frac{x^2}{x^3} = x^{2-3} = x^{-1}$$

$$\frac{x^3}{x^3} = x^{3-3} = x^0 = 1$$

$x^{-1} + 1 \rightarrow$ segundo factor.

$$x^2 + x^3 = x^2(x^{-1} + 1)$$

2. Ejemplo:

Factorizar

$$9a^6 + 8a^3$$

1. primer factor:

$$a. \text{ MCD (1, 8)} = 1.$$

$$b. a^3$$

primer factor: a^3

$$2. \frac{9a^6}{a^3} = a^3$$

$$\frac{8a^3}{4a^3} = 2a^{3-3} = 2a^0 = 2$$

$$\text{segundo factor: } a^2 + 2$$

$$4a^6 + 8a^3 = 4a^3(a^2 + 2).$$

3. Ejemplo:

$$24a^2xy - 36x^4y^3$$

1. primer factor:

$$a. \text{ MCD (24, 36)} = 12.$$

$$b. xy$$

primer factor: $12xy$

~~$$\frac{24a^2xy}{12xy} = 2a^2$$~~

$$\frac{36x^4y^3}{12xy} = 3x^{4-1}y^{3-1} = 3x^3y^2$$

primer factor $\rightarrow 12xy$

segundo factor $\rightarrow 3x^3y^2(2a^2 - 3x^2y^3)$

$$24a^2xy - 36x^4y^3 = 12xy(2a^2 - 3x^2y^3)$$

Ejercicios

factorizar.

1. $8n^2m + 12nm^3$
2. $15xy^2z^3 + 5x^2y^2 + xy^3z$.

Solución

$$8n^2m + 12nm^3$$

1. primer factor:

- a. MCD (8, 12) = 4
- b. $nm = 4nm$.

Segundo factor:

- a. $\frac{8n^2m}{4nm} = 2^{n-1}m^{1-1} = 2n$
- b. $\frac{12nm^3}{4nm} = 3n^{1+1}m^{3-1} = 3m^2$

$$8n^2m + 12nm^3 = 4nm(2n + 3m^2).$$

$$15xy^2z^3 + 5x^2y^2 + xy^3z$$

1. primer factor:

- a. MCD (15, 5, 1) = 1
- b. xy

2. Segundo factor:

- a. $\frac{15xy^2z^3}{xy} = 15z^3$
- b. $\frac{5x^2y^2}{xy} = 5y$
- c. $\frac{xy^3z}{xy} = y^2z$

$$15xy^2z^3 + 5x^2y^2 + xy^3z = xy(15z^3 + 5y + y^2z)$$

La metodología que se utilizó en esta sesión consistió en dar la teoría de un modo claro, dar ejemplos y por ultimo ejercicios, los cuales se resolvían en el cuaderno y luego salían al tablero a solucionarlo. Para evaluar estos temas se realizaron dos exámenes.

A continuación se presentan algunos resultados de los exámenes realizados:

Exámenes de Productos Notables:

Examen 1

VIVIANA VELASCO V.
Décimo
Fecha: 15/11/08

EJERCICIOS

1, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$= 4(a^2) + (4ab) + b^2$$

2, $(ax^2 + bx^3)^2 = (ax^2)^2 + 2(ax^2)(bx^3) + (bx^3)^2$

$$= 1 \cancel{a^2} + 2 \cancel{ab^3} (bx^3)^2$$

3, $(b-a)^2 = (b)^2 - 2(ba) + a^2$

$$= b^2 - 1ba + a^2$$

4, $(5a+10b)(5a-10b) = (5a)^2 - (10b)^2$

$$= 25a^2 - 100b^2$$

5, $(5x+2y)^2 = 125x^2 + 100x^2 + 60xy + 4y^2$

$$= 125x^2 + 50x^2 + 3(5x)(2y) + (2y)^2$$

6, $(3a)^3 = 3a \cdot 3a \cdot 3a = 27a^3$

7, $3(5a)^2 = 3(5a)(5a) = 25a^2$

8, $3(5x)(2y) = 3(5x)(5x)(2y) = 150x^2(2y)$

9, $2(5x)(2y)^2 = 15x(2y)(2y)$

$$= 15x(4y) = 60xy^2$$

10, $(2x)^3 = (2x)(2x)(2x) = 8x^3$

11, $6a^3 - 7xy \cdot 3(2+3)^3 - (7(a))^3 - 5y + 4a(6mn) + 3(3xy^4)$

$$= (3a)^3 - 2(3a)^3(3xy^4) - 3(3a)^3(3xy^4) - (3xy^4)^3$$

12, $(3a)^3 = (3a)(3a)(3a) = 27a^3$

13, $3(3a)^2 = 3(3a)(3a) = 9a^2$

14, $3(3a)(3xy^4) = 9a^2(3xy^4) = 27a^2xy^4$

15, $3(3xy^4)^3 = (3xy^4)(3xy^4)(3xy^4) = 27x^3y^{12}$

16, $(a+1)(a-6) = a^2 + (1+(-6))a + 6$

$$= a^2 + 1a \cancel{- 5a}$$

17, $(6xy^2z^3 + mn)^2 = (6xy^2z^3)^2 + 2(6xy^2z^3)(mn) + (mn)^2$

$$= 36x^2y^4z^6 + 12mn(6xy^2z^3) + m^2n^2$$

18, $(6xy^2z^3)^2 = (6xy^2z^3)(6xy^2z^3) = 36x^2y^4z^6$

19, $3(6xy^2z^3)(mn) = 3(6xy^2z^3)(6xy^2z^3)(mn) = 108x^4y^8z^6mn$

20, $3(6xy^2z^3)(mn)^2 = 3(6xy^2z^3)(6xy^2z^3)(mn)^2 = 108x^4y^8z^6m^2n^2$

21, $(mn)^3 = m^3n^3$

Examen 2:

Marton Andress Jopice

① $14x^2y^2 - 28x^3y + 56x^4$
 $\text{MCD}(14, 28, 56) = 7$

② $\frac{14x^2y^2}{7x} = 2xy^2$ ③ $\frac{56x^4}{7x} = 8x^3$

④ $\frac{28x^3}{7x} = 4x^2$

A) $2xy^2 - 4x^2 + 8x^3$

⑤

$\text{MCD}(9, 12, 15, 24) = 3$

$\frac{9a^2}{3a} = 3a$ $\frac{15a^3b}{3a} = 5a^2b$

$\frac{12ab}{3a} = 4b$ $\frac{24ab^3}{3a} = 8b^3$

Marton Andress Jopice

⑥ ~~$12x^3y^3 - 4x^2y^4 = xy(3x^2y^2 - 5x^2y^3)$~~

⑦ ~~$\text{mcd}(12, 4) = 4 \cdot 9 \cdot x^2y^3$~~

⑧ ~~xy~~

$\frac{12x^3y^3}{4xy} = 3x^2y^2$

$\frac{4x^2y^4}{4xy} = 4x^2y^3$

$3x^2y^2 - 5x^2y^3$

⑨ $3m - 2n - 2nx^4 + 3mnx^4$

⑩ $25z^4 + 30z^2 + 9$

$\sqrt{25z^4} = 5z^2$

$\sqrt{9} = 3$

$(5z^2 + 3)^2 = 25z^4 + 30z^2 + 9$

$$\textcircled{6} \quad 16m^2 - 96m + 144.$$

$$\sqrt{16m^2} = 4m$$

$$\sqrt{144} = 12 \quad \text{No es T.C.P.}$$

$$(4m - 12)(4m - 12)$$

$$\cancel{(4m - 12)^2}.$$

$$\textcircled{7} \quad m^2 + 7m - 14 = (m + 7)(m - 2)$$

$$\textcircled{8} \quad 12 - 8n + n^2 = (n - 2)(n + 6)$$

$$\textcircled{9} \quad (3x)^2 - 5(3x) + 6$$

$$\cancel{(3x+)} \frac{(3x-2)}{3}$$

$$\cancel{3(x+1) \cdot (3x-2)} = (x+1) \cdot (3x-2)$$

$$\textcircled{10} \quad 3abx^2 - 24^2 - 2x^2 + 3aby^2$$

①,

$$ab(3x^2 - 2ab^2) - ab(2x^2 + 3y^2)$$

$$ab(3x^2 - 2ab^2 - 2x^2 + 3y^2).$$

En el examen de productos notables los estudiantes presentaron pocas deficiencias considerables. Como se puede observar, los errores que se cometieron con más frecuencia fueron: el de las operaciones con los signos (especialmente en las operaciones en las cuales antecede un signo negativo antes de un paréntesis) y propiedades de los exponentes (producto de potencias y potencia de una potencia), los cuales se clasificarán como los debidos a

asociaciones incorrectas de hechos y destrezas de procedimientos en conceptos básicos.

Exámenes de Casos de Factorización:

Examen 3

Resuelva:

1. $(7a+b)^2$

$$\begin{aligned}\cancel{(7a+b)^2} &= (7a)^2 + 2(7a)(b) + b^2 \\ \cancel{(7a+b)^2} &= 49a^2 + 14ab + b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. (4ab^2 - 6xy^3)^2 &= (4ab^2)^2 - 2(4ab^2)(\cancel{-6xy^3}) \\ &\quad + (-6xy^3)^2 \\ &= 16a^2b^4 + \boxed{+} 48ab^2xy^3 + 36x^2y^6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3. (8-a)^2 &= 8^2 - 2(8)(a) + a^2 \\ &= 64 - 16a + a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4. (5a+10b)(5a-10b) &= (5a)^2 + \cancel{(10b)(-10b)} \\ &= 25a^2 + (-100b^2) \\ &= 25a^2 - 100b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5. (5x+2y)^3 &= (5x)^3 + 3(5x)^2(2y) + \\ &\quad 3(5x)(2y)^2 + (2y)^3 \\ &= 125x^3 + 150x^2y + 60xy^2 + 8y^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6. (3a^3 - 7xy^4)^3 &= (3a^3)^3 - 3(3a^3)^2(\cancel{-7xy^4}) \\ &\quad + 3(3a^3)(7xy^4)^2 - (\cancel{-7xy^4})^3 \\ &= 27a^9 - 189a^6xy^4 + 441a^3x^2y^8 - 343x^3y^{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}7. (a+9)(a-6) &= a^2 + (9-6)a + (9)(-6) \\ &= a^2 + 3a + (-54) \\ &= a^2 + 3a - 54\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8. (8xy^3z^3 - mn)^3 &= (8xy^3z^3)^2 - 3(8xy^3z^3)^2 \\ &\quad (mn) + 3(8xy^3z^3)(mn) \\ &\quad - (mn)^3 \\ &= 512x^3y^9z^9 - 192x^4y^6z^6m^2n^2 \\ &\quad + 24x^4y^6z^6m^2n^2 - m^3n^3\end{aligned}$$

Examen 4:

Alvaro Villa
 10^a 22-Noviembre-08

Examen de factorización

Factorizar los siguientes polinomios:

1. $14x^5y^2 - 28x^3 + 56x^4$ ✓ = E
2. $9a^3 - 12ab + 15a^3b - 24ab^3$
3. $12x^2y^3 - 4x^3y^4$
4. $3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4$
5. $25z^4 + 30z^2 + 9$
6. $16m^2 - 96m + 144$
7. $m^2 + 5m - 14$
8. $12 - 8n + n^2$
9. $3x^2 - 5x + 2$
10. $3abx^2 - 2y^2 - 2x^3 + 3aby^2$

Solución

1. $14x^2y^2 - 28x^3 + 56x^4$
- a. MCD (14, 28, 56) = 14
- b. x^2

~~$14x^2 \Rightarrow$ Primer término~~

* ~~$\frac{14x^2y^2}{14x^2} = y^2$~~

$$-2(x^2 + y^2) + 3ab(x^2 + y^2)$$

$$(x^2 + y^2)(-2 + 3ab)$$

$$3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2 = (x^2 + y^2)(-2 + 3ab)$$

$$\textcircled{2} \quad 9a^2 - 12ab + 15a^3b - 24ab^3$$

a. MCD (9, 12, 15, 24) = 3

b. a

$3a \Rightarrow 1^{\circ}$ factor

$$\ast \frac{9a^2}{3a} = 3a^{2-1} = 3a$$

$$\ast \frac{-12ab}{3a} = -4b$$

$$\ast \frac{15a^3b}{3a} = 5a^2b$$

$$\ast \frac{-24ab^3}{3a} = -8b^3$$

$$(3a - 4b + 5a^2b - 8b^3) \Rightarrow 2^{\circ} \text{ Factor}$$

$$9a^2 - 12ab + 15a^3b - 24ab^3 = 3a(3a - 4b + 5a^2b - 8b^3)$$

$$\textcircled{3} \quad 25z^4 + 30z^2 + 9$$

$$\sqrt{25z^4} = 5z^2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$(5z^2 + 3)(5z^2 + 3)$$

$$(5z^2 + 3)^2 = 25z^4 + 30z^2 + 9$$

$$\frac{-28x^3}{14x^2} = -2x^{3-2} = -2x^1 = -2x$$

$$\frac{56x^4}{14x^2} = 4x^{4-2} = 4x^2$$

$$(4^2 - 2x + 4x^2) \Rightarrow \text{Segundo término}$$

$$14x^2y^2 - 28x^3 + 56x^4 = 14x^2(4^2 - 2x + 4x^2)$$

$$3. 12x^2y^3 - 4x^3y^4$$

$$\text{a. MCD}(12, 4) = 4$$

$$\text{b. } x^2y^3$$

$$4x^2y^3 \Rightarrow \text{Primer término}$$

$$\frac{12x^2y^3}{4x^2y^3} = 3$$

$$\frac{-4x^3y^4}{4x^2y^3} = -1x^{3-2}y^{4-3} = -1x^1y^1 = -1xy$$

$$(3 - 1xy) \Rightarrow \text{Segundo término}$$

$$12x^2y^3 - 4x^3y^4 = 4x^2y^3(3 - 1xy)$$

$$4. 3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4$$

$$(3m - 2n) + (-2nx^4 + 3mx^4)$$

$$(3m - 2n) + x^4(-2n + 3m)$$

$$(3m - 2n)(1 + x^4)$$

$$3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4 = (3m - 2n)(1 + x^4)$$

$$6. 16m^2 - 96m + 144$$

$$\sqrt{16m^2} = 4m$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$(4m - 12)(4m - 12)$$

$$(4m - 12)^2$$

$$16m^2 - 96m + 144 = (4m - 12)^2$$

$$7. m^2 + 5m - 14 = (m + 7)(m - 2)$$

$$8. 12 - 8n + n^2 = (n - 6)(n - 2)$$

$$n^2 - 8n + 12 = (n - 6)(n - 2)$$

$$9. 3x^2 - 5x + 2 = \frac{(3x)^2 - 5(3x) + 6}{3}$$

$$= \frac{(3x-3)(3x-2)}{3}$$

$$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$$

$$10. 3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2$$

$$(-2y^2 - 2x^2) + (3abx^2 + 3aby^2)$$

En los exámenes de los casos de factorización los resultados fueron buenos, hubo muy pocos errores y los que se encontraban fueron los mismos que se presentaron en los productos notables, luego, los errores presentados en este tema se categorizan como en el caso anterior.

En conclusión, al finalizar los temas previstos para la nivelación que se realizó, a la mayoría de los estudiantes les fue muy bien, se obtuvieron buenos resultados, lo cual era lo que se deseaba al terminar con la práctica directa.

CONOCIMIENTOS PRODUCIDOS Y EVIDENCIA DE APRENDIZAJES

Aprendizajes disciplinarios

- ✓ En el tema de factorización se presentaron dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, ya que algunos de ellos manifestaban temor al abordar los distintos casos de factorización, dado que los confundían entre sí y carecían de los conceptos previos necesarios para la resolución de los mismos. Por esta razón, en un comienzo estaban desmotivados, pero a medida que se realizaron diferentes actividades tendientes a mejorar la comprensión del tema, los estudiantes vencieron las dificultades iniciales.

- ✓ En el transcurso de la práctica directa, la mayoría de los estudiantes obtuvieron mejores resultados académicos comparados con los anteriores, tanto en las sesiones de nivelación como durante el desarrollo de las clases del colegio, ya que la metodología que se implementó les permitió afianzar, confiar y desarrollar sus capacidades, sin temor a equivocarse.

Aprendizajes pedagógicos

- ✓ Es fructífera la enseñanza de las matemáticas con actividades de motivación con problemas contextualizados y juegos que involucran conocimientos matemáticos, con lo cual se nota el progreso y motivación de los estudiantes durante el desarrollo de las clases. Pero hay que tener en cuenta que no todos los temas se pueden enseñar mediante juegos.

- ✓ Es importante entender los cambios de actitud de los estudiantes durante el desarrollo de las prácticas, para que de este modo se vaya mejorando cada día más el oficio del maestro.

- ✓ Se estudió y se aprendió a realizar una sistematización, teniendo en cuenta que esta se desarrolló simultáneamente. Esto trajo algunas dificultades que se superaron exitosamente mediante el estudio del tema en cuestión, y con el constante acompañamiento y asesoramiento de la directora de nuestra práctica pedagógica, obteniéndose como producto el documento final, que contiene la sistematización de la experiencia.

- ✓ Al realizar este trabajo de sistematización se profundizó y se concientizó en la gran importancia del razonamiento crítico, reflexivo y análisis de errores (cometidos por los estudiantes) de la experiencia de la práctica pedagógica, ya que este trabajo proporcionará una gran ayuda a futuras prácticas y futuros maestros.

Aprendizajes axiológicos

- ✓ Al principio los estudiantes no respetaban a sus compañeros, se burlaban de ellos cuando salían al tablero o si daban una respuesta errónea, pero en el transcurso de las sesiones, los trabajos y juegos en grupo se fue valorando y respetando la opinión de los demás. Los estudiantes ya no sentían temor al salir al tablero y hablar en público, eran dinámicos y participativos.

- ✓ La importancia que hay, en no poner barreras entre estudiante y profesor, les permite a los estudiantes tener la confianza suficiente para dar a conocer sus opiniones, sus respectivas respuestas y preguntas, sin temor a equivocarse.

- ✓ Los estudiantes con la practicante siempre fueron muy respetuosos, dejando a un lado las distancias, siempre se resaltó la igualdad de condiciones y derechos tanto de los estudiantes como de la practicante.
- ✓ A la practicante, esta sistematización le ayuda a desenvolverse mejor ante un grupo, dejar los nervios frente al público, comprender y buscar alguna solución fructífera tanto en la relación personal como en la enseñanza a los estudiantes.

CONCLUSIONES

- Es de importancia tener en cuenta que no todo lo planeado se puede realizar, esto depende particularmente del contexto y la comunidad a quien va dirigida la propuesta, en este caso se tuvo que diseñar una nueva situación didáctica debido a que en la actividad de diagnóstico se presentaron muchas dificultades en los estudiantes respecto a los temas a tratar, los cuales son imprescindibles para el tema que se había propuesto en el diseño de la situación didáctica realizada en la práctica pedagógica II.
- La metodología que se implementó, contribuyó a que los estudiantes fortalecieran los conocimientos previos al tema: “Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado”, además estos conocimientos son importantes no solo para este tema sino para el resto de los temas venideros tanto en el colegio como en la universidad.
- Al implementar la resolución de problemas contextualizados en el medio en que viven, los estudiantes aprendieron a analizar con motivación los problemas propuestos por la practicante.
- Los alumnos le dieron más importancia a las matemáticas, ya que ésta les ayuda en el transcurrir de la vida diaria, esto se concluyó, cuando se trataba de responder en la pregunta ¿dónde hay y para qué sirve la matemática?, se les mostró que en la mayoría de las carreras se necesita de ella, como por ejemplo en la medicina, en las ingenierías, derecho, entre otras.

- Si se utiliza y/o se trabaja con problemas contextualizados, se pueden transformar y mejorar las experiencias del practicante, lo cual se concluyó mediante los conocimientos obtenidos en el proceso de sistematización.
- Durante la práctica se reflejó la importancia que se tiene al involucrar actividades didácticas innovadoras en el aula de clase, ya que esto permite que los estudiantes se motiven y pierdan el temor que se tiene a las matemáticas.
- Hay que saber entender varios aspectos con respecto a los estudiantes, los que se presentan durante la experiencia de maestro, como ser humano, sus capacidades mentales, qué los motiva, y así buscar las diferentes estrategias de enseñanza.
- Es primordial tener buena actitud ante los estudiantes ya que ellos se motivan y participan con más interés en el desarrollo de las actividades propuestas en las clases.
- Al analizar, ordenar y reconstruir la experiencia vivida, la practicante tuvo mayor afianzamiento en competencias interpretativas y argumentativas.

RECOMENDACIONES

- Para la elaboración de algún diseño de una propuesta pedagógica es necesario recibir recomendaciones y acudir a trabajos similares, para mirar y enterarse más de las problemáticas que se presentan en lo cotidiano.
- No poner barreras entre profesor y estudiante.
- Hacer una prueba de diagnóstico antes de implementar y/o diseñar alguna propuesta pedagógica, es decir, antes de realizarla hacer un análisis y observación en detalle a la población a quien va ha ser dirigida la propuesta, ya que esto permitirá una mejor práctica directa y buenos resultados.
- Motivar a los estudiantes, con actividades y/o juegos lúdicos que involucren algún conocimiento para que así vean a la matemática desde un punto de vista distinto al que se tiene ahora.
- Tener presente el contexto y las actividades que realizan los estudiantes, ya que esto permite observar y analizar ciertas actitudes de ellos.
- Implementar problemas contextualizados para que los estudiantes muestren más interés en la matemática, ya que los familiarizan con lo que a diario viven.
- Incentivar a los estudiantes a adquirir confianza en sus capacidades en las diferentes actividades que se desarrolle en el aula de clase.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALFARO C., Barrantes H., cuadernos de investigación y formación en educación matemática. ¿Qué es un problema matemático? percepciones en la enseñanza media costarricense. 2008, Año 3.

ARRIETA, B. y Meza, R. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653), La comprensión lectora y la redacción en estudiantes universitarios.

BROUSSEAU, Guy. Teoría de las Situaciones Didácticas. (1986)

CHAVARRIA, Jesennia. Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2006, año 1, número 2. Escuela de Matemáticas, Universidad nacional.

CHAVARRÍA Jesennia. Cuaderno de investigación y formación en Educación matemática: Teoría de las situaciones didácticas. En: un seminario teórico. Bogotá, 26 de Marzo del 2006. Universidad Nacional. Bogotá, Colombia. 2006.

CHAVARRÍA Jesennia. Resolución de problemas según Polya y Schoenfeld.

DEL PUERTO, Silvia Mónica, Claudia Lilia Minnaard y Silvia Alejandra Seminara. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)

JARA H., Oscar. Dilemas y desafíos de la sistematización de experiencias. CEP Centro de Estudios y Publicaciones Alforja. Costa Rica. (<http://www.grupochorlavi.org/webchorlavi/sistematizacion/oscarjara.PDF>)

POCHULU, Marcel D., Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad, Universidad Nacional de Villa, Argentina. 15p.

http://es.wikipedia.org/..../e/j/e/Ejercicio_matem%C3%A1tico.html

http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/conocimientosprevios.htm

www.emagister.com

ANEXO

PROPUESTA PARA LA PREVENCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES DEL
APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS: SUMA, RESTA
Y MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS



Practicante:
GLORIA SELENE QUIBANO MUÑOZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2010

PROPUESTA PARA LA PREVENCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES DEL
APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS: SUMA, RESTA
Y MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Practicante:
GLORIA SELENE QUIBANO MUÑOZ

Orientadora:
MARGARITA GRANADOS RODRÍGUEZ.
Docente de Matemáticas

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2010

TABLA DE CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	4
JUSTIFICACIÓN.....	5
OBJETIVOS.....	6
CONOCIMIENTOS PREVIOS.....	7
SERIE DE ACTIVIDADES, TEMA: “OPERACIONES BÁSICAS: SUMA, RESTA Y MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS”.....	8
ACTIVIDADES DE PROBLEMAS CON MATERIAL LÚDICO.....	18
JUEGO 1: JUEGO DE ¿QUIÉN TIENE...? YO TENGO...	18
JUEGO 2: JUEGO DE CALCULADOS 4	19
RECOMENDACIONES.....	22
BIBLIOGRAFÍA.....	23

INTRODUCCIÓN

Enseñar operaciones elementales a los estudiantes suele ser un poco complicado, aunque se presenta mayor dificultad al emprender el tema con números enteros de signos contrarios, la resta en particular presenta una gran dificultad cuando el sustraendo resulta ser menor que el minuendo; entender que el resultado arroja un número negativo no es algo que se entienda fácilmente a simple vista, por esta razón se prestará mayor atención en esta propuesta, la cual, dará opciones para que el aprendizaje de este tema sea mas factible.

Esta propuesta exhibe una manera de afrontar las dificultades que presentan los estudiantes en el momento de introducir la noción de operaciones con números enteros; dicha dificultad se puede superar acercándose de una manera natural a los estudiantes planteando situaciones cotidianas o por medio de juegos.

También se reflejan algunas actividades lúdicas para superar los errores que con mayor frecuencia se cometen en los números enteros, explicando su modo de desarrollo para dar una mayor visión y aprovechamiento dentro del aula de clase.

JUSTIFICACIÓN

De acuerdo con el análisis de errores de la sistematización de la experiencia pedagógica: “nivelación de los conocimientos previos al tema: Resolución de ecuaciones de primero y segundo grado”, y teniendo en cuenta también “los errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas, generados por la aplicación de reglas y propiedades justificadas en esquemas similares, o por inferirse que son válidas en contextos parecidos o relacionados”¹³; se hace esta propuesta para corregir esos errores en el tema de las operaciones básicas con los número enteros.

Esto con el interés de facilitar y dar un aporte a la enseñanza de las operaciones de los números enteros, a los profesores y practicantes que estén interesados en utilizar nuevas estrategias y dinámicas en el correspondiente tema.

¹³POCHULU, Marcel David, Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Corregir los errores cometidos en las operaciones con números enteros, mediante actividades lúdicas, juegos didácticos y con problemas contextualizados, para que el estudiante construya su propio conocimiento y descubra las reglas de los signos de dichas operaciones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Proponer actividades lúdicas, dinámicas y juegos didácticos que involucran operaciones básicas con números enteros.
- Formular problemas contextualizados a la vida cotidiana, de los estudiantes o a las personas a quienes vayan dirigidos éstos, para que se familiaricen, motiven y aprendan con claridad, la suma, resta y producto de números enteros.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Antes de abordar las operaciones básicas con los números enteros, es necesario que los estudiantes manejen o manipulen algunos temas esenciales, para que las actividades aquí propuestas sean desarrolladas y comprendidas factiblemente.

A continuación se enuncian algunos de los conocimientos previos:

- ✓ Números naturales.
- ✓ Suma, resta, multiplicación de números naturales.
- ✓ El conjunto de los números enteros.
- ✓ Ubicación en el plano cartesiano.
- ✓ Ubicación de coordenadas en el Plano Cartesiano.
- ✓ Definición y representación de rectas paralelas y perpendiculares.

SERIE DE ACTIVIDADES

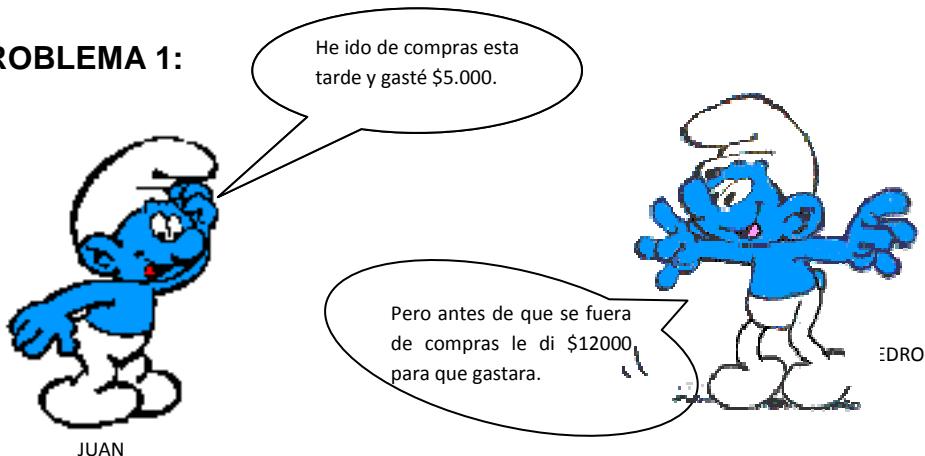
TEMA: “OPERACIONES BÁSICAS: SUMA, RESTA Y MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS”

En los siguientes problemas se va ha representar los números enteros de la siguiente manera:

- Los números enteros negativos.
- Los números enteros positivos.

SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

PROBLEMA 1:

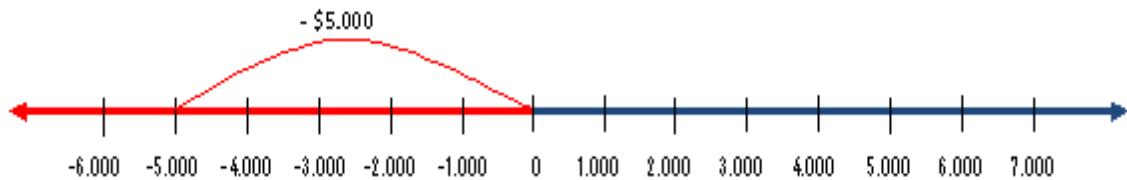


¿Cuánto dinero le queda a Juan después de realizar las compras?

Después de que el estudiante ha sacado conjeturas y ciertas conclusiones, el profesor procede a resolver el problema explicando que no se está pidiendo cuánto tenía Juan en la mañana.

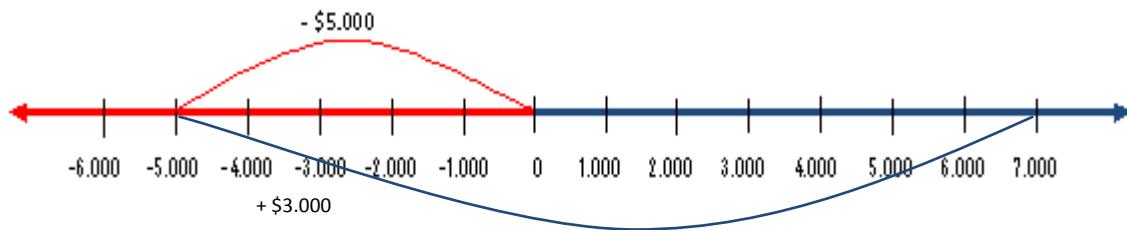
Solución:

Se procede a hacer una recta numérica dandole una unidad de medida como se muestra a continuación:



En este caso se ha ubicado en la recta los \$5.000 que gastó Juan, éstos se ubican contando 5.000 hacia la izquierda del cero.

Ahora se ubican los \$12.000 que le dio Pedro a Juan para que gastara, contando desde el punto en que se había quedado, en este caso - 5.000 y se cuenta hacia la derecha, ya que es lo que se le dio, (recibir y tener se entenderá como positivo), quedando de la siguiente manera:



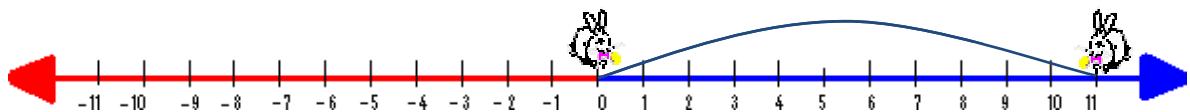
Y por último, se obtiene la solución correcta que en donde queda el segundo salto que se marcó, es decir en 7.000, luego la respuesta es: a Juan le queda \$7.000.

PROBLEMA 2:

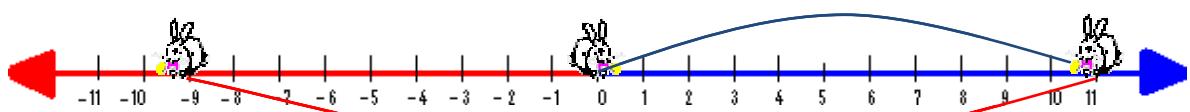
Una coneja brincó hacia la derecha 11 cm y luego brincó hacia la izquierda 20cm. ¿En qué punto está ahora respecto al punto de partida?

Solución:

Se procede a realizar el primer salto de la coneja, saliendo desde el punto de partida (0) hasta el 11 hacia la derecha ubicándose como lo muestra la figura.



Luego, se realiza el brinco de 20 cm hacia la izquierda, se cuenta veinte unidades desde el punto en que se encontraba la coneja después de realizar el primer salto, es decir desde el punto 11 positivo.



Por tanto la respuesta correcta es 9 cm hacia la izquierda, ya que la coneja quedó en el punto -9 de la recta numérica.

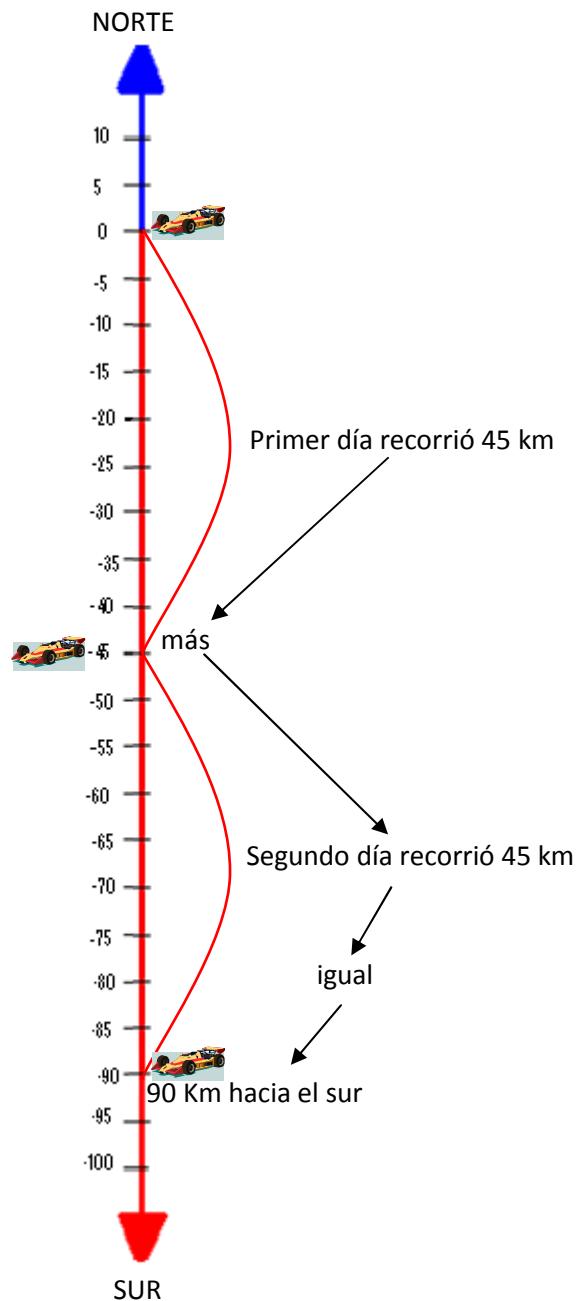
PROBLEMA 3:

Un automovilista viajó hacia el sur de la ciudad durante dos días, y cada día recorrió 45 km. ¿En qué punto se encuentra ahora?

Solución:

Como el automovilista salió por dos días hacia el sur recorriendo 45 km cada día, entonces se debe hacer una recta vertical como lo muestra la siguiente figura, en ella se ubica el recorrido realizado:

Nota: La escala se escoge a conveniencia.



En la recta se ubica el recorrido del primer día que son 45 km hacia el sur, pero en el segundo día sigue la misma dirección y con la misma distancia, entonces se cuenta 45 km más desde donde había quedado el primer día, luego el automovilista se encuentra en el punto 90 km hacia el sur.

Así como los problemas anteriores se pueden proponerse más, por ejemplo:

1. Un señor parte de un punto, camina 8 km hacia el sur y luego regresa 4 km hacia le norte. ¿En qué punto se encuentra ahora?
2. Una ranita dio dos saltos hacia el oeste de 20 cm cada uno y luego dio media vuelta. ¿En qué lugar se encuentra con respecto al punto de partida?
3. Un atleta corre durante tres horas hacia el sur, si cada hora en promedio corrió 4 km, ¿en qué punto está ahora?

A continuación algunos ejercicios de números enteros, los cuales se pueden solucionar mediante el concepto de temperatura.

Reglas para hallar la respuesta el concepto de temperatura

Sea n un número entero positivo y x la temperatura correspondiente, entonces:

- $n + x$ significa que la temperatura es x° y *SUBE* por n grados.
- $x - n$ significa que la temperatura es x° y *BAJA* por n grados.

Se trata de un *MOVIMIENTO*, mover n grados "arriba" o "abajo" en la escala del termómetro.

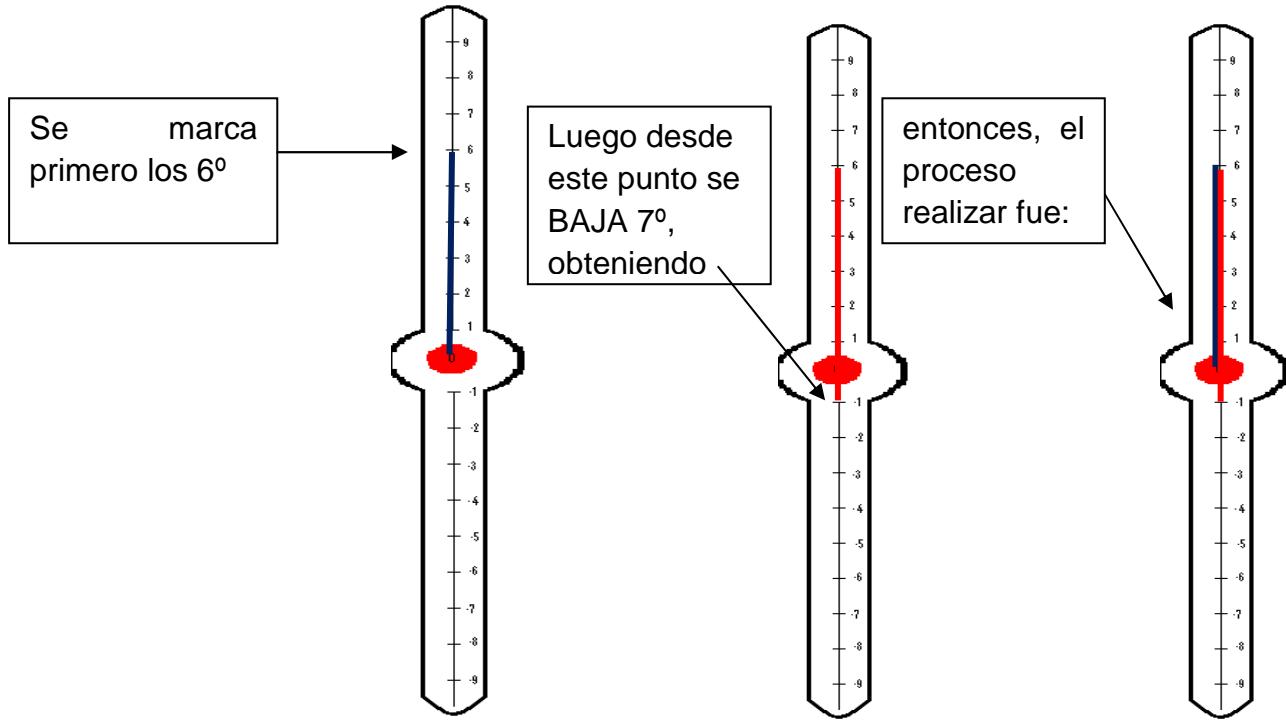
EJERCICIO 1:

Resolver $6 - 7$

Solución:

En este caso $n = 7$ y $x = 6^\circ$, es decir, la temperatura es primero 6° y baja 7 grados.

Gráficamente se tiene:



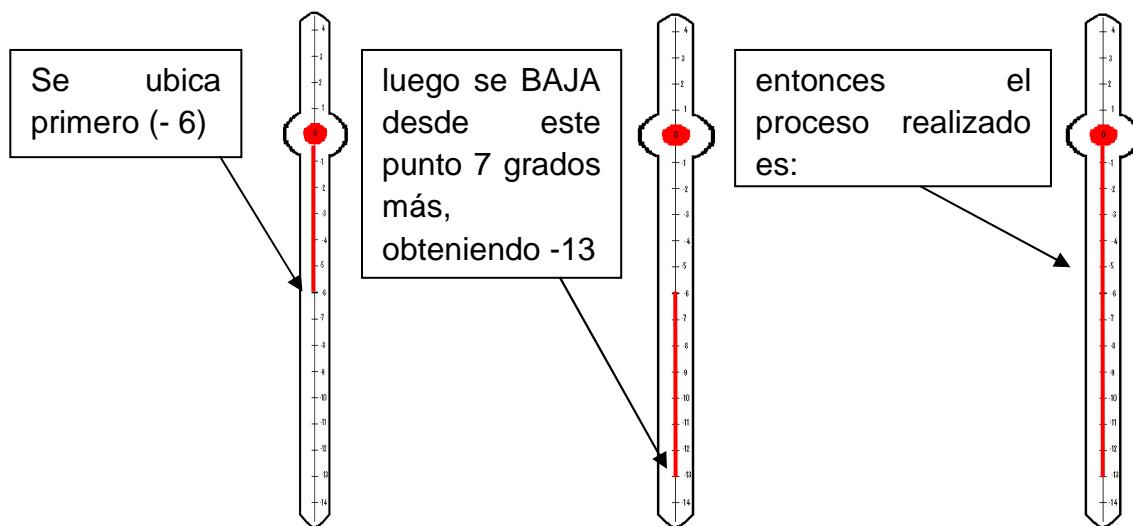
Por lo tanto, $6 - 7 = -1$.

EJERCICIO 2:

Resolver $(-6) - 7$

Solución:

$(-6) - 7$ significa: la temperatura es primero -6° y baja 7 grados (¡se hace aun más frío!).



Por lo tanto, $(-6) - 7 = -13$.

Así como los anteriores ejercicios se pueden proponer los siguientes:

1. $(-2) + 5$ significa: la temperatura es primero -2° y sube 5 grados.
2. $4 + 5$ significa: la temperatura es primero 4° y sube 5 grados.
3. $(-2) + (-5)$ significa: la temperatura es primero -2° y baja 5 grados.
4. $(-7) - (-3)$ significa: la temperatura es primero -7° y sube 3 grados.

Luego las reglas para sumar y restar números negativos son:

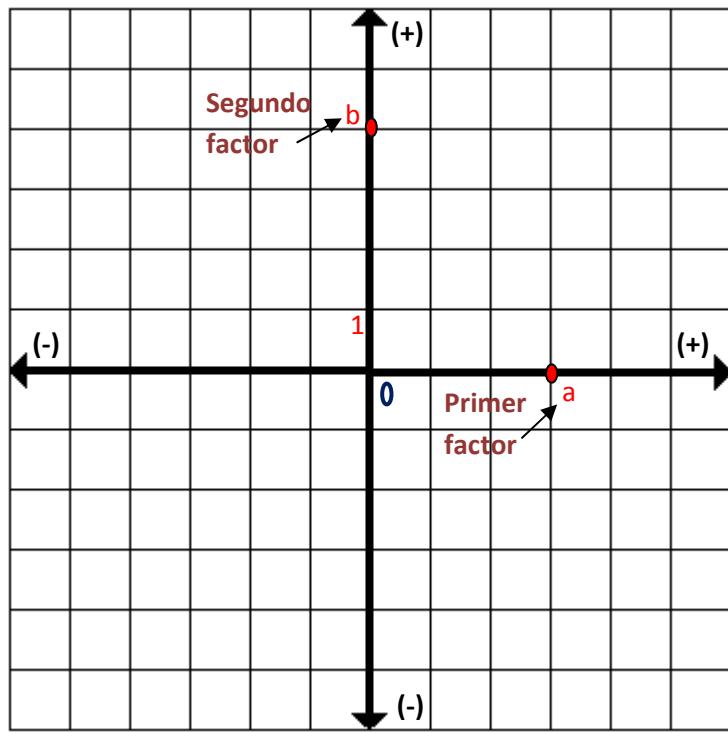
- Para sumar dos enteros del mismo signo, se suman sus valores absolutos y se coloca el mismo signo a la respuesta que tienen los números.
- Para sumar dos enteros del signo distinto, se restan sus valores absolutos, y la respuesta tendrá el signo del número de valor absoluto mayor.

PRODUCTO DE NÚMEROS ENTEROS

Ahora, se dará una forma de resolver operaciones a través de gráficos, en este caso una especie de plano cartesiano.

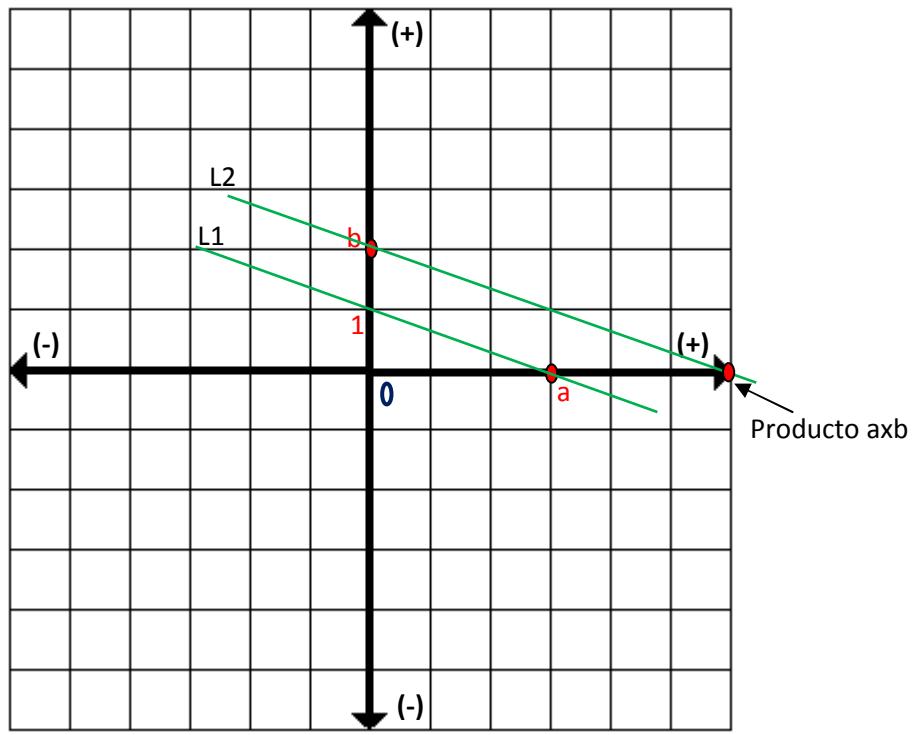
El método intuitivo gráfico que a continuación se presenta relaciona la parte numérica y gráfica, el cual considera los siguientes pasos.

1. Trazar dos rectas numéricas que sean perpendiculares y asignamos el cero al punto de intersección. Así lo podemos observar en la figura 1. la distribución para la multiplicación indicada $a \times b$.



A la distribución gráfica de este tipo se le llama sistema de coordenadas cartesianas, donde la recta horizontal se llama eje de las abscisas y la vertical eje de las ordenadas.

2. Se observa que el primer factor de la multiplicación indicada $a \times b$ es a , y está ubicado en el eje de las abscisas, mientras que el segundo factor se ubica en el eje de las ordenadas. El par ordenado $(0,1)$ es preciso nombrarlo como un elemento necesario para el trazado de las rectas que harán posible la multiplicación.
3. A continuación se va a trazar la recta L_1 que pasa por el par ordenado $(0,1)$ y por $(a,0)$ que corresponde al primer factor que se ubica en el eje de las abscisas, y L_2 correspondiente al segundo factor $(0,b)$ de tal forma que cumpla la condición necesaria que $L_1 \parallel L_2$ (es decir, L_1 es paralela a L_2 , luego éstas nunca se intersectan). El punto de intersección de L_2 con el eje de las abscisas será el producto buscado, como se indica en la figura.



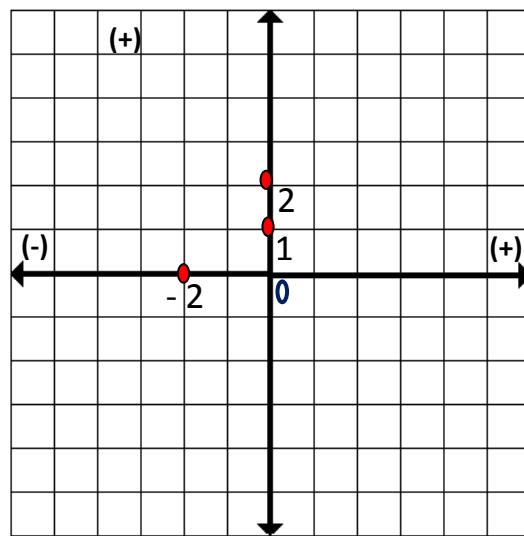
Nota: Como a y b son números enteros, entonces puede ocurrir que los dos factores tengan igual signo o signos diferentes. La ubicación en el sistema de coordenadas dependerá de dicho signo para los factores, a si mismo el producto obtenido tomará el signo que le corresponde de acuerdo a su ubicación.

EJERCICIO 3:

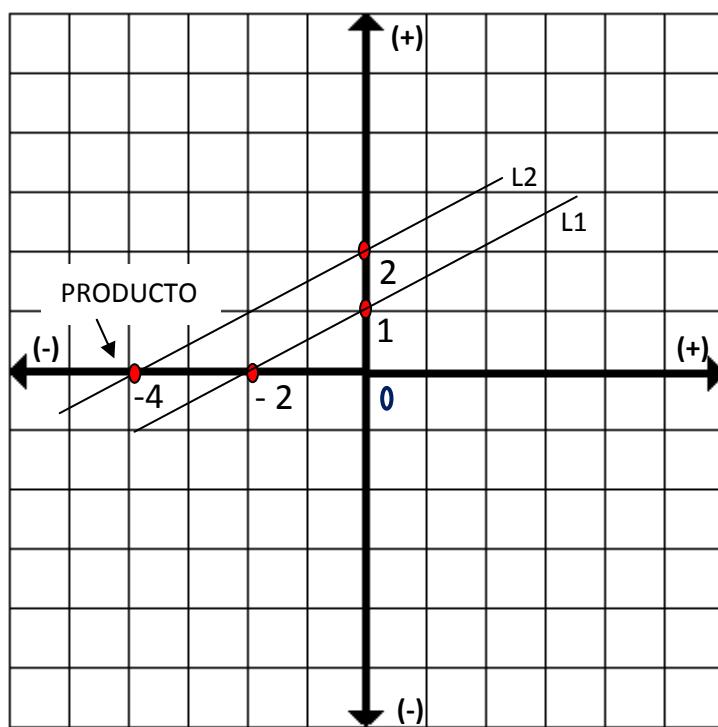
Resolver por el método anterior el siguiente ejercicio: -2×2

Solución:

Siguiendo los pasos 1 y 2 tenemos el primer gráfico, como se muestra a continuación,



A continuación se procede según el paso 3 y se observa que el producto resultante es -4, lo que coincide a su vez con la ubicación del signo en el eje de las abscisas.



El trazo de L1 y L2 se realiza respetando que se cumpla $L1 \parallel L2$ (es decir, L1 debe ser paralela a L2). **La recta L1 necesariamente tiene que pasar por (0,1)** a su vez por el primer factor que viene a ser (2,0).

Este método se aplica para la multiplicación de números enteros con igual signo o signos contrarios, obteniendo resultados correctos.

Se puede dejar como otros ejercicios los siguientes:

1. Multiplicar $(-4) \times (-2)$
2. Multiplicar 2×3
3. Multiplicar 6×0
4. Multiplicar $4 \times (-3)$

Después de realizar la actividad varias veces y con distintas cantidades se puede formalizar las reglas de los signos así:

- El producto de dos números enteros de igual signo es un número entero positivo. Ejemplo: $4 \times 5 = 20$; $-3 \times (-4) = 12$.
- El producto de dos números enteros de distinto signo es un número entero negativo. Ejemplo: $-3 \times 2 = -6$; $4 \times (-2) = -8$.

Reglas para multiplicar números enteros:

+	\times	+	=	+
-	\times	-	=	+
+	\times	-	=	-
-	\times	+	=	-

ACTIVIDADES DE PROBLEMAS CON MATERIAL LÚDICO

El propósito es desarrollar suma, resta y producto de números enteros para que el estudiante interiorice dichas operaciones.

JUEGO 1: JUEGO DE ¿QUIÉN TIENE...? YO TENGO...(Grupo Alquerque, 2000)

El presente juego consta de 40 tarjetas, en cada una de las cara tiene una pregunta y en la otra una respuesta que no corresponde a la pregunta que la acompaña al reverso.

Reglas del juego:

Se entrega una tarjeta a cada estudiante de la clase y se sigue la siguiente dinámica:

- a) Un estudiante elegido al azar, lee la pregunta que figura en su tarjeta, comenzando por la frase ¿Quién tiene...?.
- b) El estudiante que posea en su tarjeta la respuesta a esa pregunta la lee en voz alta, comenzando con las palabras Yo tengo...
- c) A continuación el estudiante que responde da la vuelta a su tarjeta y formula la pregunta que está en ella.
- d) El proceso se sigue hasta que se cierra el círculo, lo que sucede cuando se responde a la última pregunta que el estudiante lanzó en la primera pregunta.

El número de tarjetas puede ser el que se desee; basta hacer más o menos preguntas con sus respuestas. Si sobran se reparten a criterio del profesor pues todas deben de formar parte del juego.

Objetivo de la actividad:

Realizar un repaso rápido de los conceptos y operaciones estudiadas en el tema de los números enteros. Como la realización de la actividad requiere poco tiempo, en una sesión de clase se puede jugar varias veces, barajando las tarjetas y repartiéndolas de nuevo, con lo que cada estudiante tendrá que responder a preguntas distintas.

Muestra del juego de Yo tengo:

Pregunta 3 ¿Quién tiene el conjunto de los enteros negativos?	Respuesta del 2 Yo tengo: el conjunto de los enteros positivos 1, 2, 3, 4, ..., +∞
Pregunta 2 ¿Quién tiene el conjunto de los enteros positivos?	Respuesta del 1 Yo tengo: el conjunto de los enteros (-∞, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., +∞)
Pregunta 1 ¿Quién tiene el conjunto de los números enteros?	Respuesta del 3 Yo tengo: el conjunto de los enteros negativos -1, -2, -3, ..., -∞

JUEGO 2: JUEGO DE CALCUDADOS 4 (ÁNGELES EDITORES, 2006)

El presente juego consta de dos tableros, uno por cada hoja, con 15 casilleros cada uno, con un número entero (positivo o negativo, cuatro dados, dos con los números 6, -3, -1, 4, 2, -5 y los otros dos con los números 5, -2, -4, 3, -6, 1 en sus caras. 40 fichas, 10 de cada color para cada jugador.

Forma de jugar:

Tirar los cuatro dados y con los cuatro números que salen, hacer las operaciones convenientes (suma, resta, multiplicación o división) para llegar al número que corresponda en el tablero.

Reglas del juego:

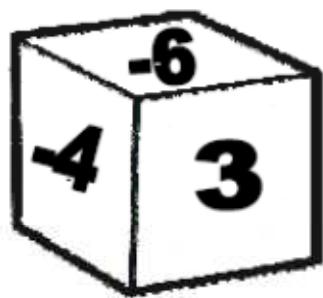
1. Se puede jugar entre dos, tres o cuatro jugadores. También se puede jugar solitario.

2. Para empezar, cada uno de los jugadores tira un dado. Empieza el juego el jugador que saque el número mayor. Le sigue el que esté a su derecha, y así sucesivamente.
3. Se deben usar siempre los cuatro números que salgan en los dados y no se debe usar un número dos veces.
4. Se puede usar una, dos o tres operaciones (diferentes o iguales) para llegar al resultado.
5. Se debe jugar en el orden en que aparecen los números en el tablero.
6. Cuando el jugador que tira los dados encuentra la respuesta correcta, coloca una de sus fichas en el casillero correspondiente.
7. Se recomienda jugar primero con el tablero que tiene los números menores (en valor absoluto), en este caso el que tiene en primer lugar el número 3, porque tiene menor dificultad. Por ejemplo, si se trata de obtener el número 3, y al jugador que tira le salen los números -4, -3, 5, 2, para obtener el 3 puede sumar números 5 y -2, da 3. Con los otros dos números, -4 y -3, puede calcular $-3 - (-4)$, da 1. Por último, multiplica 3×1 , obtiene 3, ¡que es el número buscado!
8. Si el jugador que tira los dados no encuentra mentalmente la respuesta correcta, y otros de los jugadores sí la encuentra, entonces este último coloca una de sus fichas en el casillero correspondiente. En el caso en que dos o más jugadores den un resultado correcto, se colocaran dos fichas o más en el mismo casillero.
9. Gana el jugador que haya puesto más fichas, cuando todos los casilleros estén ocupados por al menos una ficha.

Objetivo de la actividad:

Desarrollar la habilidad para calcular mentalmente, con números enteros positivos y negativos, conforme a la prioridad de las operaciones. También para decidir qué operaciones son más convenientes para llegar a un resultado.

-10	14	9
-13	-8	11
13	8	-14
-11	10	9
12	-12	-15



RECOMENDACIONES

- Es importante motivar el interés de los estudiantes, profesores y practicantes para desarrollar actividades matemáticas.
- Impulsar que el estudiante tome parte activa en la construcción de sus conocimientos, para que su aprendizaje sea significativo.
- Mostrar al estudiante que a partir de su intuición y nociones previas se pueden elaborar estrategias de resolución de problemas.
- Se hace necesario que el estudiante vea la importancia que tiene las Matemáticas en las situaciones de la vida diaria.
- Los problemas y ejercicios abordados en esta propuesta se puede desarrollar tanto en forma individual como en grupo, por lo que los estudiantes pueden interactuar y dar opiniones respecto a su resolución y respuesta.
- Los juegos presentados, se pueden repetir tantas veces crea necesario el profesor o el practicante, para que de esta manera los estudiantes tengan más claridad en las operaciones con los números enteros.

BIBLIOGRAFIA

BELL, A., Enseñanza por diagnostico. Algunos problemas sobre números enteros.
Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham

GÓNGORA V. Luis Ceferino. Aprender matemáticas, jugando con números y signo, Escuela Secundaria “Rafael Matos Escobedo”, Universidad Autónoma de Campeche (Méjico).

MONTOYA G. María Soledad. Una propuesta didáctica: adición y sustracción de números enteros, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso Chile.

POCHULU, Marcel David, Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad.

www.Mamutmatematicas.com

<http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/lco/Mateducativa/Modelopedagogico/Modelo.htm>

http://www.mamutmatematicas.com/lecciones/sumar_restar_enteros.php

<http://edumate.wordpress.com/2007/07/15/metodo-grafico/>

<http://www.jazztelia.com/nilsa/post/2006/02/25/reglas-multiplicar-numeros-enteros>