

**¿Es el mismo contenido didáctico el de los
libros de texto y videos tutoriales?
el caso de los sistemas de ecuaciones lineales.**

Juan Manuel Álvarez Galvis

Director: Jhon Helver Bello Chávez
Magister en docencia de las matemáticas

Monografía para optar al título de licenciado en
Educación básica con énfasis en matemáticas

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultada de Ciencias y Educación
Proyecto Curricular Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas
Bogotá D.C
2016

Agradecimientos

Se agradece al profesor Jhon Helver Bello Chávez, Magister en docencia de las matemáticas, que dirigió, acompañó e hizo posible la realización de éste documento, dando su apoyo desinteresado y aportando su valioso conocimiento para la construcción de ésta monografía, permitiendo de ésta manera estructurar una productiva investigación para optar por un título profesional, pero más que eso para optar como un futuro docente en educación matemática.

A su vez, a Claudia Galvis Rojas y Juan Manuel Álvarez Rivero padres del autor, quienes apoyaron la vinculación al proyector curricular LEBEM, ya que con su acompañamiento fue posible el desarrollo de la carrera profesional y realización del sueño de ser un profesor, un docente profesional en educación matemática.

De igual forma se agradece a los compañeros Miller Alexander López y Yeison Andrés Guerrero, quienes acompañaron al autor desde el primer semestre y brindaron su incondicional ayuda para el desarrollo y culminación de la carrera. Gracias a ellos por brindar una excelente amistad, compañía y apoyo que permitió un paso significativo y gratificante por el proyecto curricular.

Para finalizar se agradece a la profesora Martha Vidal quien en el primer semestre guió y apoyó al autor de esta tesis, cuando se encontraba en una crisis de carrera, ya que permitió reconocer los aspectos significativos que tiene ésta gratificante profesión, propiciando así alcanzar éste sueño.

Tabla de contenido

Capítulo 1	4
Introducción	6
Justificación.....	8
Planteamiento del problema	9
Objetivos	12
General	12
Específicos	12
Capítulo 2.....	12
Antecedentes	13
Marco teórico	14
Metodología	24
Capítulo 3	26
Análisis.....	26
Hipertexto editorial Santillana.....	26
Matemáticas para pensar para grado noveno editorial norma.....	37
Sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por método de igualación.....	45
Sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por método de eliminación.....	48
Capítulo 4	56
Conclusiones	56
Lista de referencias.....	57
Bibliografía.....	57

Lista de tablas

Tabla 1. Conversiones de representaciones semióticas de las funciones	17
Tabla 2. Congruencia entre registros de representación, registro gráfico.	20
Tabla 3. Congruencia entre registros de representación, registro simbólico.	20
Tabla 4. Congruencia entre registros de representación, registro tabular.	20
Tabla 5. Congruencia entre registros de representación, registro verbal.	21
Tabla 6. Conversión de representaciones semióticas de los sistemas de ecuaciones lineales.	22

Lista de figuras

<i>Ilustración 1.</i> Ejemplo uno, hipertexto 9.....	28
<i>Ilustración 2.</i> Definición, Hipertexto 9.....	29
<i>Ilustración 3.</i> Ejemplo dos, hipertexto 9.....	30
<i>Ilustración 4.</i> Ejemplo tres, Hipertexto 9.....	31
<i>Ilustración 5.</i> Ejemplo cuatro, hipertexto 9.....	32
<i>Ilustración 6.</i> Ejemplo cinco, hipertexto 9.....	33
<i>Ilustración 7.</i> Ejemplo seis, hipertexto 9.....	34
<i>Ilustración 8.</i> Ejercicio uno, Hipertexto 9.....	35
<i>Ilustración 9.</i> Ejercicio dos, Hipertexto 9.....	35
<i>Ilustración 10.</i> Ejercicio tres, Hipertexto 9.....	36
<i>Ilustración 11.</i> Definición, MPP9.....	37
<i>Ilustración 12.</i> Definición dos, MPP9.....	38
<i>Ilustración 13.</i> Ejemplo uno, MPP9.....	38
<i>Ilustración 14.</i> Ejemplo dos, MPP9.....	39
<i>Ilustración 15.</i> Definición tres, MPP9.....	40
<i>Ilustración 16.</i> Ejemplo tres, MPP9.....	40
<i>Ilustración 17.</i> Definición cuatro, MPP9.....	41
<i>Ilustración 18.</i> Ejemplo cuatro, MPP9.....	42
<i>Ilustración 19.</i> Ejercicio uno, MPP9.....	43
<i>Ilustración 20.</i> Ejercicio dos, MPP9.....	44
<i>Ilustración 21.</i> Ejercicio tres, MPP9.....	44

Capítulo 1

Resumen

Esta monografía se centra en, de qué forma manejan el contenido los videos que tratan objetos de la matemática en la plataforma YouTube. Para éste fin se realiza un análisis comparativo a través de unas categorías, de dos libros escolares con videos de la plataforma mencionada, y así poder visualizar qué tratamiento didáctico tiene el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas en éstos cortometrajes, de ésta manera la monografía da cuenta de los resultados obtenidos en su análisis y conclusiones.

Abstract

This monograph focuses on, how handle content the videos that treat mathematical objects on the YouTube platform. For this purpose a comparative analysis is performed through some categories, two school books with videos of the platform mentioned, so you can visualize what didactic treatment has the mathematical object systems of linear equations in two unknowns in these short films, this way monograph realizes the results of its analysis and conclusions.

Palabras clave: Representaciones semióticas, videos, tratamiento, sistemas, métodos e intercepto.

Keywords: semiotic representations, videos, treatment, systems, methods and Intercept.

Introducción

En el tiempo que ha transcurrido en éste siglo, las plataformas de Streaming han tomado gran importancia en el ciberespacio. Páginas como YouTube, es vista diariamente por gran cantidad de personas en busca de cualquier tipo de contenido; de éstos contenidos, se destaca la popularidad de los videos tutoriales que tratan objetos de la matemática, para ilustrar ésto se aprecia el crecimiento del canal math2me que en el año 2011 poseía 29 000 000 de vistas (Periodismoenred, 2012), ahora en el 2016 posee 157 736 687 de vistas (YouTube, 2016), es

decir un crecimiento de más del 500% en cinco años; canales como éste y varios más, con contenido similar suben videos constantemente, lo que lleva a preguntarse ¿Si el contenido que presentan éstas grabaciones está siendo evaluado y rectificado por profesionales en el área? o ¿Son filmaciones caseras?

A raíz de éstos cuestionamientos nace el propósito de ésta monografía, el cual radica en, de qué forma manejan el contenido éstos videos. Cómo YouTube cuenta con gran cantidad de videos de ésta índole es necesario centrar ésta investigación; se toman dos, los más populares y se comparan con la fuente de información en matemáticas por excelencia, los libros de texto. Por tal motivo se centra la comparación a dos videos y dos libros bajo un mismo objeto matemático, el cual es sistemas de ecuaciones lineales, debido que las herramientas tecnológicas facilitan el trabajo con las representaciones semióticas de éste objeto matemático, por ejemplo el uso de la representación gráfica es más sencillo en un programa de geometría dinámica que en una hoja de papel.

Para éste fin se establece una estructura de cuatro capítulos, donde cada uno trata aspectos para el desarrollo de ésta investigación, el primer capítulo contiene los fundamentos metodológicos de éste trabajo, como lo son: la justificación, donde se establece la importancia de la monografía; el planteamiento del problema, da cuenta de manera más profunda que factores generaron el trabajo realizado y para finalizar los objetivos, los cuales encaminan el desarrollo de la monografía.

En el segundo capítulo se encuentran los antecedentes, trabajos de investigación que guardan relación con lo planteado; marco teórico, donde se encuentra la conceptualización de teorías necesarias para éste trabajo, en el se trata con detenimiento la teoría de representaciones semióticas de Raymond Duval, que presta herramientas didácticas a la investigación, junto con las concepciones Vicenç Font sobre los registros de representaciones de las funciones; para

finalizar se encuentra la metodología, la cual determina la manera en que se realizó la comparación del contenido, a través de categorías de análisis, éstas dan cuenta de diferentes aspectos didácticos que se quieren identificar, como lo son las representaciones semióticas, la conversión de representaciones, el tratamiento de representaciones, entre otros.

En el tercer capítulo, se encuentra el análisis del contenido de los libros y de los videos; éste análisis hace uso de las categorías propuestas en la metodología. En el cuarto y último capítulo se encuentran las conclusiones de la investigación, en éstas se da cuenta de los resultados obtenidos en el análisis y se da cierre al propósito de esta monografía.

Justificación

El presente trabajo pretende considerar los aportes didácticos de los libros de texto y los videos tutoriales como fuentes de información del aprendizaje (se tienen en cuenta los videos más populares de la plataforma YouTube).

Para reconocer los aportes didácticos de libros de texto, es necesario resaltar la incidencia de los mismos, se considera lo dicho por González y Sierra (2004) “los docentes utilizan los libros de texto como objeto de estudio, material de consulta y registros de actividades del alumno”. En consecuencia, la idea que nos menciona (Azcarate y Serrado, S.f) se complementa con lo anteriormente dicho, donde afirman que la herramienta más utilizada por los profesores para su planeación académica son los libros, debido a la contribución que los textos han tenido en la educación matemática, como la variedad de sus elementos y su función como transmisor de contenidos socialmente aceptados; en los libros se desarrollan de varias maneras la forma de cómo abordar un concepto o un objeto matemático, por ende se destaca la importancia que tiene éste tipo de recurso en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en ellos se encuentra concepciones, aplicaciones, imágenes, ejemplos, interpretaciones de fenómenos, etc. En éste

orden de ideas, los textos contemplan elementos que permiten la comprensión del objeto matemático, como lo son distintas representaciones que posea el concepto, entre otros.

Ahora bien, la consideración de los aportes didácticos de los videos tutoriales como fuente de información radica en lo dicho por Saucedo y Perera (2013) “los videos como tecnología de información y comunicación, están teniendo un peso cada vez mayor en la participación dentro de la educación” (p. 1991) debido al apoyo que proporcionan, dado que permiten realizar variedad de acciones diversificando así situaciones habituales, otorgando a los profesores alternativas metodológicas dentro del aula de clase que permiten innovar y motivar, desligando así a la actividad matemática de la visión de ser un edificio viejo e inamovible, planteada por (Pérez, 1998); en consecuencia Cabero (como se citó en Saucedo y Perera, 2013) propone al video tutorial como trasmisor de información, instrumento de conocimiento, evaluador del aprendizaje, herramienta de investigación, instrumento de alfabetización y medio para la formación de actitudes del alumno. Por lo tanto los videos tutoriales que contengan elementos que aporten a procesos de comprensión, como lo son distintas representaciones, ejemplos, guías, entre otros; permiten la comprensión de un objeto matemático.

Hechas las consideraciones anteriores sobre los videos tutoriales y los libros como fuentes de información se plantea la siguiente hipótesis: “Si los videos tutoriales de la plataforma YouTube aportan los mismos elementos didácticos que los libros”, recordando que una hipótesis es una suposición basada en información previa, se propone un análisis comparativo del contenido expuesto en videos y libros, con fin de desarrollarla y sustentarla.

Planteamiento del problema

Las cuatro millones de visitas diarias que tiene la plataforma más grande de videos en internet, YouTube (Engadget, 2015) y su interminable contenido multimedia que cuenta con gran

variedad de videos en temas que van desde cómo preparar una comida, hasta videos tutoriales de corte académico, donde se puede encontrar información a la cual se puede acceder desde cualquier dispositivo multimedia que posea internet; lo anterior propicia el uso de éste medio virtual como portal de búsqueda debido al fácil acceso de su información y la interconexión de su plataforma, para constatar se visualiza las estadísticas de YouTube donde más de la mitad de las vistas provienen desde dispositivos móviles (YouTube, 2016). En éste sitio web se encuentran videos tutoriales que tratan objetos de la matemática, los cuales tienen gran popularidad debido a la cantidad de sus suscriptores, un ejemplo son canales como JulioProfe y Math2me que tratan videos de ésta índole, donde cuentan 1 027 054 y 708 294 de suscritores respectivamente y los videos más populares de éstos canales poseen 1 713 017 y 5 793 426 vistas respectivamente (YouTube, 2016).

Por lo anterior, no es sorpresa que cada día aumente la cantidad de vistas de éste tipo de videos, se evidencia en el crecimiento de las visualizaciones de canales como Julio profe, en el año 2012 contaba con 27 302 139 visualizaciones totales (visualizaciones totales, se entiende como todas las vistas que suman los videos del canal) (ALEY, 2015), ahora en el año 2016 cuenta con 181 317 952 visualizaciones totales (YouTube, 2016) es decir, ha tenido en cuatro años un aumento de más del 600%; es evidente entonces, que plataformas como YouTube se han convertido en una nueva fuente de información con respuestas instantáneas para niños, jóvenes y adultos.

Ésta situación no pasa desapercibida para quien trabaja en didáctica de las matemáticas, dado que éste nuevo contenido en que la gente consulta y aprende nuevos conocimientos, no siempre es revisado y avalado por verdaderos profesionales en el área; se puede decir que los videos subidos a la red son la construcción de una producción profesional o una filmación casera; ahora bien, haciendo un contraste de éste medio audiovisual con los libros, donde los textos en el

siglo pasado eran la fuente tradicional del saber debido que contenían información completa de las diferentes disciplinas, revisada y rectificada por expertos, se logra apreciar que en la actualidad la principal fuente de información de las personas ya no es el conocimiento en papel, incluyendo los textos de índole matemática que eran muy utilizados para la consulta, el aprendizaje, la planeación educativa, entre otros usos, debido a la masificación de la tecnología en la sociedad, para ilustrar ésto, se tiene en cuenta lo dicho por Jorge Cauz presidente de Encycloædia Britannica Inc compañía que imprimía la enciclopedia británica (ahora realizada de manera digital) fuente de información por antonomasia, donde expone para el periódico El Clarin lo siguiente:

“En tiempos de Google, recurrir a la biblioteca para evacuar una duda suena arcaico. En muchos casos, hacer una búsqueda por computadora en un sitio es mucho mas rápido que buscar en los índices de las enciclopedias, y luego ir al volumen determinado para dar con el tema buscado” (Clarin, 2012).

Opinión como ésta, permiten cavilar como la digitalización de la información ha cambiado donde las personas buscan contenido, ahora es más sencillo realizar una búsqueda en Google o YouTube, en vez de buscar página a página en un libro de texto.

Partiendo de consideraciones anteriores, nace el cuestionamiento ¿Hay un tratamiento diferente del objeto matemático en los libros de texto, en relación con los videos tutoriales? En éste orden de ideas, éste trabajo de grado supone que los videos tutoriales de YouTube son una fuente de información para los estudiantes y a través de ellos acceden a un tipo conocimiento, debido a lo expuesto (Pérez, 1998) donde en los videos encuentran alternativas metodológicas que pueden cambiar su forma de ver las matemáticas desde punto de vista riguroso y tradicional, lo que permite tener facilidad de acceso a un entendimiento y aplicación.

Por consideraciones anteriores, el objetivo de ésta monografía se focalizará en desarrollar y sustentar la hipótesis expuesta en la justificación de éste trabajo de grado. En éstos momentos las plataformas virtuales cuentan variedad de videos asociados a temas concernientes a las matemáticas, la monografía ligará sus objetivos al objeto matemático de los sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas.

La elección de éste objeto matemático en particular se debe a lo expuesto por (Herrero, 2014), donde se plantea, que la dificultad de los sistemas de ecuaciones lineales se atribuye al uso de un solo tipo de registro de representación y la transición entre distintas representaciones es casi nula (todo lo concerniente a representaciones, registros y paso entre las mismas será tratado en el marco teórico de éste trabajo); ésta dificultad se relaciona con lo expuesto por (Duval, 1999) donde se manifiesta que un mismo objeto matemático puede darse a través de distintas representaciones, por lo tanto la comprensión de éste objeto se ve limitada a la representación simbólica.

Objetivos

General

Analizar y comparar el contenido de sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas que aparece en los libros: Hipertexto para grado noveno de la editorial Santillana y Matemáticas para pensar para grado noveno de la editorial Norma, con los dos videos tutoriales más populares que aparece en la plataforma YouTube relacionados con sistemas de ecuaciones lineales 2x2 método de eliminación y sistemas de ecuaciones lineales 2x2 método de igualación.

Específicos

- Interpretar el tratamiento didáctico que se hace al objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas en los libros y videos seleccionados.

- Formular categorías que posibiliten el análisis de la descripción y abordaje del objeto matemático en los libros de texto escogidos.
- Analizar el tipo de ejercicios, ejemplos y representaciones propuestas en los dos videos tutoriales de la plataforma YouTube seleccionados.

Antecedentes

Para éste estudio se tuvieron en cuenta dos investigaciones, la primera sobre videos tutoriales y la segunda enmarcada en la teoría de representaciones semiótica, ligando los registros de representación de las funciones y los sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas; éstas contribuyeron directamente al estudio realizado, por un lado proporcionaron información metodológica y por otro aportaron a la construcción del marco teórico de la investigación.

Saucedo y Perera (2013): Éste artículo trata la elaboración de un video tutorial como alternativa metodológica; plantea, qué la intención del mismo sea facilitar el acceso de los a estudiantes a cualquier tipo de información, desde cualquier lugar con el fin de hacer al estudiante el actor principal en su aprendizaje.

Lo planteado por Saucedo y Perera aporta consideraciones sobre los videos tutoriales, de cómo éstos son transmisores de información, instrumentos de conocimiento y alternativas metodológicas para los estudiantes.

Font (2001): Éste artículo contempla los fundamentos teóricos de los registros de representación de las funciones basados en la teoría de Janvier. Se exponen, qué aspectos cognitivos trata cada registro de representación y la tabla de traducciones que tiene en cuenta las posibles traducciones entre distintos registros de representación de las funciones.

Lo planteado Font proporciona aspectos didácticos (registros de representación) cercanos al objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales, junto con la tabla de traducciones de

representación propuesta por Janvier; ésto es útil, debido a que los sistemas comparten los mismos registros con las funciones, posibilitando así la estructuración de la tabla no. 2 de traducciones, la cual es un pilar fundamental en el análisis de ésta investigación.

García, Moreno, y Guerrero, (2014): En ésta monografía la problemática se focaliza en la descripción del tratamiento didáctico de los productos notables, teniendo en cuenta todos sus casos, como lo son: cuadrado de la suma de dos términos, producto de expresiones de la forma $(x + a)(x + b)$, producto de la suma por la diferencia, en el libro Hipertexto para el grado octavo.

El objetivo del trabajo de grado se enmarca en el análisis comparativo de textos con videos, la anterior investigación permite visualizar de qué manera se analiza el libro Hipertexto 8 y utiliza categorías para el análisis del libro mencionado. Éstas cuatro categorías permiten contemplar el tratamiento didáctico de cada uno de las comunicaciones a analizar (dos libros, dos videos) teniendo en cuenta la definición del concepto matemático y las representaciones semióticas del mismo, las cuales cumplen un papel fundamental para la comprensión de un objeto matemático y para el cumplimiento de los objetivos planteados de ésta monografía.

Marco teórico

La conceptualización teórica necesaria para ésta monografía, inicia con las ideas sobre las representaciones semióticas propuestas por Duval (1999), continuando con algunas concepciones de las representaciones de función partiendo de lo expuesto por Font (2001) en su artículo, para finalizar se plantea un paso de la teoría de Janvier expuesta en el artículo anteriormente mencionado sobre funciones a los sistemas de ecuaciones lineales, objeto matemático fundamental de éste trabajo de grado.

La semiótica, se puede entender según Páez Chávez (2012) como: “las relaciones entre los signos a través de los cuales piensan los individuos y el contexto cultural”(p.23), lo anterior deriva en la importancia de las representaciones semióticas las cuales según Duval (1999) “son producciones constituidas por el empleo de signos, es decir el medio del cual dispone el individuo para exteriorizar sus representaciones mentales”(p. 14), las representaciones mentales son la interiorización de los preceptos y éstas se desarrollan con el uso de representaciones semióticas (Duval, 1999), en otras palabras las RS(representaciones semióticas) son un medio indispensable para la comunicación. Lo anterior se relaciona con las representaciones que debe poseer un objeto matemático, “ya que la particularidad del aprendizaje de las matemáticas requiere de la utilización de sistemas de expresión y representación” (Duval, 1999, p. 13) en consecuencia al no poseer objetos de la misma naturaleza para exhibir en su lugar, hace necesario la conceptualización a través de registros representativos (D’Amore, 2011).

A su vez las representaciones de un objeto matemático se pueden entender según Janvier (1987, citado en Páez, 2012) como “la correspondencia entre dos objetos, de manera que uno de ellos se pone en lugar del otro. Ésta relación puede darse entre objetos del mismo mundo o entre mundos diferentes” (p. 25). Éstas representaciones en los objetos matemáticos son de suma importancia, pues, son útiles para fines comunicativos, pero en primera medida necesarias para el desarrollo de la actividad matemática, ya que cumplen primordialmente como transformadoras de la información para exteriorizar las unidades de significación (Duval, 1999, p. 29), de igual forma la pluralidad de registros semióticos de representación (figuras, gráficos, escritura, lenguaje natural, lenguaje algebraico, entre otros) constituyen el dominio de las matemáticas (Duval, 1999, p. 13).

Éste dominio matemático, es posible cuando el individuo puede hacer una conversión entre representaciones, la cual se puede entender según (Duval, 1999) “La transformación de una

representación en un registro distinto al de la representación inicial” (p. 40) es decir cuando se posee un discernimiento entre una representación y lo que representa.

Así, es pertinente estudiar las representaciones semióticas y características que éstas poseen; partiendo de lo expuesto por Vicenç Font en su artículo (Font, 2001), en éste se tienen en cuenta las RS de las funciones, como lo son la representación gráfica la cual es una imagen donde de manera sencilla se pueden apreciar factores y características de la función como lo son: su pendiente, su intercepto en el eje y Λ en el eje x, etc. De igual forma es de vital importancia tener en consideración las otras representaciones, ya que éstas interactúan entre sí permitiendo un entendimiento completo del concepto (Azcarate & Deulofeu, 1996 citado en Páez, 2012, p.30).

Las imágenes representativas (representaciones) cumplen un papel fundamental en la concepción de los conceptos de función, pues éstas permiten entender los distintos objetos matemáticos que se ponen en juego; las representaciones más usuales que se pueden encontrar de la función lineal según Font (2001, p. 182) son:

- Representación verbal: Se relaciona con la capacidad lingüística de las personas.
- Representación tabular: Se relaciona con el pensamiento numérico.
- Expresión analítica (Formula de la función): Se conecta con la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el álgebra.
- Representación gráfica: se conecta con las potenciales conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría y topología.

Janvier (1987 citado en Font, 2001) considera que las representaciones del concepto de función, aunque de forma ideal podrían contener el mismo tipo de información, ponen en juego varios procesos cognitivos, cada uno de ellos con cercana relación.

Teniendo en cuenta lo anterior junto con la consideración de Janvier (1987, citado en Font, 2001), se arguye que el aprendizaje de las funciones no debe estar limitado por un solo registro (una sola forma de representación), sino que se debe poder realizar la traducción de información de una representación a otra distinta, se entiende traducción entre representaciones según (Duval, 1999) como “El cambio de la forma en que uno conocimiento es representado”(p. 27); con el fin de tener presente la mayoría de traducciones posibles entre las cuatro representaciones principales, se hará muestra de la adaptación realizada por Janvier (1987):

Tabla 1

conversiones de representaciones semióticas de las funciones.

Desde \ Hacia	Situación, descripción verbal	Tabla	Gráfica	Expresión analítica
Situación, descripción verbal	Distintas descripciones	Estimación/ calculo de la tabla	Boceto	Modelo
Tabla	Lectura de las relaciones numéricas	Modificación de la tabla	Trazado de la gráfica	Ajuste numérico
Gráfica	Interpretación de la gráfica	Lectura de la gráfica	Variaciones de escalas, unidades, origen, etc.	Ajuste gráfico

Expresión analítica	Interpretación de la formula (interpretación de parámetros)	Cálculo de la tabla dando valores	Representación gráfica	Transformaciones de la formula
--------------------------------	--	---	---------------------------	-----------------------------------

La tabla pone en juego las posibles traducciones entre representaciones y también las traducciones entre las mismas formas de representación (diagonal), destacando éstas propiamente en la movilización entre representaciones asociadas al concepto de función.

Ahora bien, siguiendo el curso planteado desde un principio para ésta conceptualización teórica, se procede a aclarar el ¿Cómo? Y el ¿Por qué? Una teoría planteada para funciones es concerniente para una investigación en sistemas de ecuaciones lineales, donde dos objetos matemáticas son símiles pero que poseen las suficientes diferencias como para plantear éste paso entre representaciones.

Las ideas de Duval (1999, p. 16) plantean que el pasaje de una representación a otra es realizado de manera espontanea, aclarando que éstas sean congruentes entre si; entiéndase congruencia entre representaciones semióticas cuando cumplen tres condiciones de correspondencia semántica entre las unidades significantes que las constituyen, éstos tres criterios son los siguientes según (Duval, 1999, p. 50):”

- 1) Posibilidad de una correspondencia “semántica” de los elementos significantes: a cada unidad signficante simple de una de las representaciones, se puede asociar una unidad signficante elemental. Se considera como unidad signficante elemental toda unidad que depende del “léxico” de un registro.

- 2) Univocidad “semántica” terminal: A cada unidad significativa elemental de la representación de salida, no le corresponde más que una única unidad significativa elemental en el registro de la representación de llegada.
- 3) Orden del arreglo de las unidades que componen cada una de las dos representaciones: las organizaciones respectivas de las unidades significativas de las dos representaciones comparadas, conduce a que las unidades en correspondencia semántica sean aprehendidas en el mismo orden en las dos representaciones. “

Cuando las dos representaciones comparadas cumplen los tres criterios se dice que son congruentes entre sí. Todo lo anterior es pertinente ya que las representaciones de los sistemas de ecuaciones lineales guardan los mismos registros de representación con la funciones, es decir registro verbal, registro gráfico, registro simbólico y registro tabular, lo cual se puede apreciar en el artículo de (Herrero, 2014, p. 48). Cabe aclarar que sus RS son diferentes debido a que el objeto a representar es distinto, por tal motivo es pertinente tener en cuenta el tratamiento entre representaciones, entiéndase tratamiento de representaciones según Duval (1999) como: “cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro” (p. 40). Como la propiedad fundamental de las RS subyace en sus transformaciones de representaciones que guardan el contenido inicial, o bien parte de su contenido (Duval, 1999, p. 40). Se establece un puente entre la teoría de Janvier expuesta en el artículo de (Font, 2001) con éste trabajo.

En éste orden de ideas y teniendo en cuenta lo expuesto por (Herrero, 2014) el tratamiento entre representaciones ya es existente, debido a que se produjo una nueva representación manteniendo el mismo registro, por tal motivo es necesario establecer una relación de las representaciones semióticas de ambos objetos para determinar la congruencia entre ellas, con el fin de cumplir la dirección planteada; se aborda la correspondencia entre las

representaciones de los objetos matemáticas a partir de tablas, las cuales solo relacionan representaciones bajo el mismo registro y ponen en juego las unidades de significación de la función lineal y de los sistema de ecuaciones lineales. Se toma como punto de partida los tres criterios de congruencia propuestos por Duval (1999) ya mencionados con anterioridad:

Tabla 2.

Congruencia entre registros de representación, registro gráfico.

Criterios	Registro Gráfico	
	Unidades funciones	Unidades sistemas
Criterio #1	Recta - pendiente Ejes-corte eje y	Recta 1-pendiente 1 Recta 2-pendiente 2 Ejes-intercepto
Criterio #2	Pendiente \longrightarrow Corte eje y \longrightarrow	Pendiente 1 intercepto
Criterio #3	1. Recta 2. Pendiente 3. Corte eje y	1. Recta 1 1. Recta 2 2. Pendiente 1 2. Pendiente 2 3. Intercepto

Tabla 3.

Congruencia entre registros de representación, registro simbólico.

Criterios	Registro simbólico	
	Unidades funciones	Unidades sistemas
Criterio #1	Pendiente-variable x Corte eje y-variable y	coeficientes-incógnitas $x \wedge y$ Soluciones-incógnitas en $x \wedge y$
Criterio #2	Variable x \longrightarrow Variable y \longrightarrow	Incógnita en x Incógnita en y
Criterio #3	1. pendiente. 2. Corte. 3. Variable x 4. Variable y	1. coeficientes. 2. Incógnitas x 3. Incógnitas y 4. Independientes 5. Punto solución

Tabla 4. *Congruencia entre registros de representación, registro tabular.*

Criterios	Registro tabular	
	Unidades funciones	Unidades sistemas

Criterio #1	Letra x-variaciones en x Letra y-variaciones en y	Letra x-variaciones en x Letra y-variaciones en y
Criterio #2	Variaciones en x \rightarrow Variaciones en y \rightarrow	Variaciones en x Variaciones en y
Criterio #3	1. Letra x 2. Letra y 3. Variación en x 4. Variación en y	1. Letra x 2. Letra y 3. Variación en x 4. Variación en y 5. Misma variación en dos funciones.

Tabla 5.

Congruencia entre registros de representación, registro verbal.

Criterios	Registro verbal	
	Unidades funciones	Unidades sistemas
Criterio #1	-Coeficientes-variable. - Coeficientes-relación de producto entre pendiente y variable x	- Coeficientes-variables. - Coeficientes-relación de producto entre coeficientes y variables. -Ecuaciones-relación de producto.
Criterio #2	Variable x \rightarrow	Variables $x \wedge y$
Criterio #3	Relación de producto. \rightarrow	Relación de producto.
Criterio #3	1. Coeficientes. 2. Variable. 3. Relación.	1. Coeficientes. 2. Variables. 3. Relación. 4. Ecuaciones.

Como se aprecia en las tablas donde se relacionan las unidades de significación de cada representación semiótica bajo el mismo registro de representación, se establece que las RS de cada objeto matemático tratado (función lineal y sistemas de ecuaciones lineales) son congruentes entre sí, dado que cumplen los criterios de congruencia propuestos por Duval (1999), por tal motivo es concerniente utilizar en ésta investigación la teoría de Janvier sobre funciones contemplada en el artículo de (Font, 2001). En consecuencia se hace una adaptación de la tabla de traducciones para los registros de representación de funciones propuesta por Janvier, a una

tabla que considera las posibles traducciones entre los mismos registros bajo el objeto matemática sistemas de ecuaciones lineales.

Tabla 6.

Conversión de representaciones semióticas de los sistemas de ecuaciones lineales.

Desde \ Hacia	Situación, descripción verbal	Tabla	Gráfica	Expresión analítica
Situación, descripción verbal	Análisis de la situación problema, para determinar el producto entre los coeficientes conocidas y las variables desconocidas.	Estimado de los puntos que componen las gráficas.	Estimación de la unidad y de los valores de las variables x y y , también hallar la solución del sistema.	Interpretación de los productos entre los coeficientes conocidas y las variables desconocidas para determinar un modelo solución.

Tabla	Interpretación de los productos entre variables y coeficientes para determinar relación entre ellos.	Análisis de la variación entre x \wedge y , determinar con exactitud el único valor igual entre funciones (punto solución).	Trazado de la gráfica, y visualización del intercepto.	Ajuste de valores entre ambas variables.
Gráfica	Determinar las características de las rectas y la existencia del punto solución.	Lectura del intercepto (mismo valor entre tablas) y de la gráfica punto a punto.	Análisis puntual de las ecuaciones algebraicas, su variación, sus pendientes e intercepto.	Reconocer el intercepto y las pendientes de las funciones.
Expresión analítica	Interpretación y estructuración de las ecuaciones algebraicas.	Construcción de la tabla evaluando las funciones para determinar el punto igual entre ellas (misma coordenada en	Construcción del sistema, para determinar con exactitud quienes son las funciones y el punto solución de las mismas.	Utilizar la transformación lineal (producto por escalar y suma de ecuaciones) para buscar una equivalencia

		ecuación 1 y ecuación 2).		entre ecuaciones.
--	--	------------------------------	--	-------------------

Tabla No. 2

La anterior tabla pone en juego las posibles traducciones entre las representaciones de los sistemas de ecuaciones lineales y también las traducciones entre las mismas representaciones las cuales están dadas en la diagonal de la tabla, cabe resaltar que ésta tabla debe ser leída de las filas a las columnas debido a que su construcción fue realizada de ésta manera.

Metodología

Se realiza el análisis del tratamiento de los sistemas de ecuaciones lineales en los libros: Hipertexto para grado noveno de la editorial Santillana y Matemáticas para pensar para grado noveno de la editorial Norma; junto con los videos: Sistema de ecuaciones lineales 2x2 por método de eliminación (Ríos Gallego, 2009) y sistema de ecuaciones lineales 2x2 por Método de igualación (Ríos Gallego, 2009) Es pertinente utilizar el análisis de contenido propuesto por Piñuel (2002, citado en García, Moreno, y Guerrero, (2014). (Ríos Gallego, YouTube, 2009)

Para comenzar, se puede entender el análisis como lo plantea Blanco y Chaves (2010):

”Una técnica que sirve para recoger o acopiar datos pre-elaborados, secundarios, que se considera de interés en la investigación. Específicamente es una técnica para analizar e interpretar la información contenida en un texto que se expresa mediante algún tipo de lenguaje que, generalmente, es gramatical, pero puede ser icónico o gráfico”.(p.30)

En consecuencia se utiliza éste método, puesto que su uso es de suma efectividad en cuanto al análisis se refiere, ya que dispone de aspectos que permiten realizar un efectivo trabajo; de igual forma es usual éste método para el análisis de textos.

Así, la metodología asumida para esta monografía, es planteada por Piñuel (2002, citado en García, Moreno, y Guerrero, (2014):

- Selección de la comunicación (libro y video).

La selección de los libros se debe a la gran importancia que tienen en el mercado actual de textos escolares, lo anterior se encuentra sustentado por lo propuesto en (GARCÍA JIMÉNEZ, 2012) en su artículo: “*Así funciona el millonario negocio de los textos escolares*”. Donde los textos de Santillana y Norma fueron los más vendidos en el año 2012. La selección de los videos de plataforma de YouTube está dada por la cantidad de visualizaciones que tiene cada uno; el primer video: “Sistema de ecuaciones lineales 2x2 por Método de eliminación” posee 1 178 949 visualizaciones para el 20 de abril del 2016, el segundo video: “Sistema de ecuaciones lineales 2x2 por Método de igualación” posee 1 070 568 visualizaciones para el 20 de abril del 2016.

- Selección de las categorías a utilizar.

Las categorías utilizadas tienen estrecha relación con la tabla No. 2 de la página 21 donde se encuentran las traducciones para las representaciones contempladas para los sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas.

Éstas categorías serán tomadas y adaptadas del trabajo de García, Moreno, y Guerrero, (2014), en el que utilizan las categorías propuestas por Beltrán y Vergel (2012), para el estudio sobre fracciones. Es posible el uso de éstas categorías en ésta investigación, gracias a contemplan varios aspectos didácticos como el tipo de ejemplos que utilizan para explicar un objeto matemático, de qué manera presentan éstos ejemplos al lector, entre otros. Éstos aspectos posibilitan un análisis oportuno de los textos y de los videos.

Dado éste preámbulo, las categorías son las siguientes:

- Definición para el concepto de sistema de ecuación lineal.

- Ejemplos propuestos relacionados con el concepto tratado.
- De qué manera el texto presenta el concepto de sistema de ecuación lineal en relación a los problemas y ejercicios.
- Significación operatoria de los registros de representación semiótica del concepto tratado.
- Análisis del tratamiento del objeto matemático.

El trabajo se encamina en la comparación entre los textos y los videos previamente elegidos, posterior a eso se comprueba si cumplen las categorías planteadas y para finalizar se establece el análisis con el propósito de visualizar el tratamiento didáctico del objeto matemático de ésta investigación.

Capítulo 3

Análisis

El análisis del tratamiento didáctico de los sistemas de ecuaciones lineales se hace a través del planteamiento de García Niño, Moreno Prieto y Guerrero Garay (citando a Beltrán y Vergel, 2012), donde se exponen las siguientes categorías (previamente adaptadas para el objeto matemático de esta investigación, debido a que en un principio son categorías utilizadas para productos notables):

Definición presentada para los sistemas de ecuaciones lineales.

Ésta categoría contempla la definición del objeto matemático, y de qué manera es presentada dada la estructura propuesta por la comunicación.

Ejemplos propuestos relacionados con el concepto

Ésta categoría tiene en cuenta los ejemplos utilizados para la explicación del concepto, las representaciones explícitas y la traducción entre registros.

Cómo presenta el texto el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con respecto a problemas y ejercicios.

Ésta categoría tiene en cuenta la forma en que presentan los ejercicios y de qué manera son expuestos.

Significación operatoria de los registros de representación semiótica de los sistemas ecuaciones lineales.

Ésta categoría contempla la significación operatoria de los ejercicios propuestos por las comunicaciones.

Hipertexto para grado noveno de la editorial santillana

Definición presentada para los sistemas de ecuaciones lineales

Se inicia con el siguiente ejemplo, el cual utiliza lenguaje natural, algebraico y una gráfica:

- Primero, se hace la representación gráfica de las ecuaciones, para ello, se escribe cada ecuación en forma explícita, así:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 & \Rightarrow y = -2x + 1 \\ 3x + 4y = 14 & \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} \end{cases}$$

- Luego, se representan las rectas en el mismo plano y se ubica el punto de corte. Como las rectas se cortan en $(-2, 5)$, entonces, la solución del sistema es $x = -2$ y $y = 5$ (figura 2).

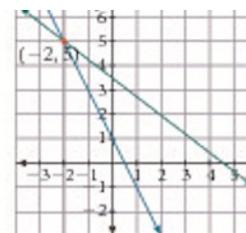


Figura 2

Ilustración 1. Ejemplo uno, hipertexto 9

El libro comienza con el anterior ejemplo, donde dirige a la representación de las ecuaciones en el plano, es decir aborda en primera medida el objeto matemático desde la representación gráfica; ésta permite un análisis puntual de las ecuaciones lineales y una conexión con las capacidades conceptualizadoras. Para éste objetivo, dispone la incógnita x en términos de la incógnita y haciendo uso de las propiedades de igualdad; implícitamente hace una conversión entre el registro gráfico y el simbólico encaminando al reconocimiento del intercepto (solución) y características de las rectas. Lo anterior se hace presente en el paso dos, donde ubica el corte entre rectas y dando la coordenada de éste punto.

Cabe mencionar que la coordenada del punto ésta dada en el conjunto de los enteros, la solución del ejemplo solo funciona trabajando en éste conjunto numérico.

Toda ecuación lineal con dos incógnitas es una ecuación indeterminada y un conjunto formado por dos o más ecuaciones lineales es llamado **sistema de ecuaciones lineales**.

Por ejemplo, el conjunto cuyas ecuaciones son:

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 2y = 14 \end{cases}$$

corresponde a un **sistema 2×2** porque está formado por dos ecuaciones con dos incógnitas.

La solución de este sistema es la pareja (2, 4), ya que satisface las dos ecuaciones simultáneamente. Es decir,

$$\begin{aligned} 2(2) - 4 &= 4 - 4 = 0 \\ 3(2) + 2(4) &= 6 + 8 = 14 \end{aligned}$$

Ilustración 2. Definición, Hipertexto 9

El libro toma la organización ejemplo-definición; ésta es la definición de sistemas de ecuaciones lineales presentada por el libro, aclaran cuales elementos componen un sistema de ecuación lineal y cuándo es 2×2 , existe una conversión entre el registro verbal al analítico a través de un ejemplo específico, permitiendo así la interpretación de la relación de producto entre coeficientes e incógnitas.

El libro presenta la solución del ejemplo con una coordenada perteneciente a los enteros, se hace énfasis en éste único punto (intercepto) para dar significado a que éste resuelve el sistema; es necesario resaltar que solo trabaja coordenadas enteras, es decir la aproximación al concepto se estructura en éste conjunto numérico, de igual forma al presentar explícitamente la solución del sistema no permite estructurar un modelo para la solución del sistema.

Ejemplos propuestos relacionados con el concepto

Al terminar el ejemplo y la definición se da paso a la explicación de los métodos de solución, se muestran los siguientes:

① Resolver el sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$2x - y = 5$$

$$y = 2x - 5$$

Se despeja y en la primera ecuación.

$$3x - 2y = 7$$

$$3x - 2(2x - 5) = 7$$

Se reemplaza y por $2x - 5$ en la segunda ecuación.

$$3x - 4x + 10 = 7$$

Se resuelven las operaciones.

$$-x + 10 = 7$$

Se simplifica.

$$x = 10 - 7$$

Se despeja x

$$x = 3$$

$$2x - y = 5$$

Se reemplaza el valor de x por 3 en la primera ecuación.

$$2(3) - y = 5$$

Se resuelven las operaciones.

$$6 - y = 5$$

$$y = 1$$

Se despeja y.

Por lo tanto, la solución del sistema es $x = 3$ y $y = 1$.

Ilustración 3. Ejemplo dos, hipertexto 9

El método por sustitución, se encuentra explicado a través del lenguaje natural, algebraico y utiliza un único registro de representación semiótica, una expresión analítica; el ejemplo no involucra valores racionales o irracionales, es decir se encuentra estructurado bajo los números enteros, utiliza propiedades de igualdad para disponer la ecuación

$2x - y = 5$ en términos de y , para así buscar solución; en éste caso los valores las incógnitas, no son dispuestos como una coordenada. Adicionalmente utiliza el lenguaje natural para mecanizar los pasos a realizar en el método, de igual forma, no existe tratamiento del registro de representación, en consecuencia no hay traducción entre representaciones semióticas.

El método por igualación, utiliza lenguaje natural, algebraico y un único registro de

- ① Encontrar la solución del sistema por el método de igualación.

$$\begin{cases} 4x + y = 13 \\ -2x + 3y = -17 \end{cases}$$

Primero, se halla al valor de x , así:

$$4x + y = 13$$

$$y = 13 - 4x$$

$$-2x + 3y = -17$$

$$3y = -17 + 2x$$

$$y = -\frac{17}{3} + \frac{2}{3}x$$

Se despeja y en las dos ecuaciones.

De $y = 13 - 4x$ y $y = -\frac{17}{3} + \frac{2}{3}x$, se tiene

$$13 - 4x = -\frac{17}{3} + \frac{2}{3}x$$

Se igualan las expresiones.

$$-4x - \frac{2}{3}x = -\frac{17}{3} - 13$$

Se resta $\frac{2}{3}x$ y 13.

$$\frac{-12x - 2x}{3} = \frac{-17 - 39}{3}$$

Se resuelven las operaciones.

$$-14x = -56$$

Se multiplica por 3 y se simplifica.

$$x = 4$$

Se despeja x .

Luego, se halla el valor de y así:

$$y = 13 - 4x$$

Se reemplaza $x = 4$.

$$y = 13 - 4(4)$$

Se despeja y .

$$y = -3$$

representación semiótica, expresión analítica; involucra valores racionales para las ecuaciones, por lo que rompe el esquema planteado hasta el momento por el libro, el trabajo con enteros para los coeficientes, constantes y soluciones del sistema.

Utiliza propiedades de las ecuaciones, para expresar ambas ecuaciones lineales en términos de la incógnita y e igualar, para así buscar solución; en éste caso dada por valores enteros. Adicionalmente, utiliza el lenguaje natural para mecanizar los pasos realizados durante el método; para finalizar no existe tratamiento del registro de representación, en consecuencia no hay traducción entre

Ilustración 4. Ejemplo tres, hipertexto 9 representaciones.

Cómo presenta el texto el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con respecto a problemas y ejercicios.

Siguiendo con la estructura planteada por el documento, se hacen presentes los problemas y ejercicios para la realización del lector.

② Encontrar las resistencias R_1 y R_2 de un circuito que cumple lo siguiente:

$$\begin{cases} R_1 = 2R_2 \\ R_1 + R_2 = 300 \end{cases}$$

Como $R_1 = 2R_2$, entonces,

$$R_1 + R_2 = 300$$

Se reemplaza R_1 por $2R_2$

$$2R_2 + R_2 = 300$$

$$3R_2 = 300$$

Se resuelven las operaciones.

$$R_2 = \frac{300}{3}$$

Se despeja R_2

$$R_2 = 100$$

En $R_1 = 2R_2$

$$R_1 = 2(100)$$

Se reemplaza R_2

$$R_1 = 200$$

Por lo tanto, las resistencias del circuito son $R_1 = 200$ y $R_2 = 100$.

Ilustración 5. Ejemplo cuatro, hipertexto 9

El ejemplo utiliza lenguaje natural, algebraico y un único registro de representación, expresión analítica; el ejemplo se encuentra estructurado bajo los enteros tanto los coeficientes, como las constantes y la solución del sistema. Sustituye las incógnitas independientes con las dependientes y así buscar la solución, en éste caso valores para las resistencias, no involucra la respuesta como una coordenada, solo como valores para incógnitas por lo que se remite al trabajo con las expresiones simbólicas.

Cabe resaltar que utiliza el lenguaje natural como indicador, para mecanizar los pasos a realizar durante la solución de un ejercicio; no existe tratamiento del único registro de representación, en consecuencia no hay traducción entre la representación, solo se privilegia el trabajo con expresiones analíticas.

Siguiendo con los ejemplos del documento, se encuentra el siguiente:

- a. La suma de dos números es el doble de su diferencia. El número mayor es 6 unidades mayor que el doble del más pequeño. Hallar los números.

x : número mayor

y : número menor

Primero, se plantean las ecuaciones y se numeran

$$\begin{cases} x + y = 2(x - y) & (1) \\ x = 6 + 2y & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 + 2y & (2) \end{cases}$$

Segundo, se reemplaza $x = 6 + 2y$ en la ecuación (1).

$$(6 + 2y) + y = 2(6 + 2y - y)$$

$$6 + 3y = 2(6 + y)$$

$$6 + 3y = 12 + 2y$$

$$3y - 2y = 12 - 6$$

$$y = 6$$

Tercero, se reemplaza $y = 6$ en la ecuación (2).

$$x = 6 + 2y$$

$$x = 6 + 2(6) = 18$$

Finalmente, se comprueban las soluciones así: para ello, se reemplazan los valores hallados en cada ecuación.

$$x + y = 2(x - y) \quad (1)$$

$$18 + 6 = 2(18 - 6)$$

$$24 = 2(12)$$

$$24 = 24$$

$$x = 6 + 2y$$

$$18 = 6 + 2(6)$$

$$18 = 6 + 12$$

$$18 = 18$$

Por lo tanto, el número mayor es 18 y el número menor es 6.

El ejemplo comienza con una

representación verbal, dirige la explicación a

representar el problema con expresiones

simbólicas, por tal motivo identifica las incógnitas

del problema y hace explícitas las ecuaciones

lineales. Implícitamente hace una traducción de la

representación verbal a una expresión analítica,

ésta conversión entre registros permite un análisis

puntual de la situación problema, para así

determinar las relaciones de producto entre

coeficientes e incógnitas. Utiliza propiedades de las

ecuaciones para disponer las ecuaciones en

términos de una sola incógnita y reemplazar lo

igualado en y en la incógnita x . Se finaliza el

ejercicio evaluando las ecuaciones bajo los valores

Ilustración 6. Ejemplo cinco, hipertexto 9

encontrados, en éste se paso se busca un trabajo con el algoritmo e implícitamente un trabajo con

la solución para reiterar que ésta satisface la igualdad del sistema y es única. Cabe mencionar que

éste ejemplo solo trabaja con números enteros, siguiendo la propuesta planteada por el libro

desde el principio de la unidad.

- ② La oferta y la demanda de cierto producto están determinadas por las expresiones: Oferta $y = 3x + 10$; Demanda $y = -2x + 50$. Donde x es el precio en miles de pesos y y es la cantidad de productos. ¿Cuántos productos debe haber y cuál debe ser el precio para que la oferta y la demanda sean iguales?

Como se desea conocer el valor de x y y para que la oferta y la demanda sean iguales, entonces, se tiene que:

$$\text{Oferta: } y = 3x + 10$$

$$\text{Demanda: } y = -2x + 50$$

$$3x + 10 = -2x + 50 \quad \text{Se igualan las expresiones.}$$

$$3x + 2x = 50 - 10 \quad \text{Se suma } 2x \text{ y se resta } 10.$$

$$5x = 40 \quad \text{Se resuelven las operaciones.}$$

$$x = 8 \quad \text{Se despeja } x.$$

$$y = 3(8) + 10 = 24 + 10 = 34$$

Por tanto, la oferta y la demanda son iguales para 34 productos a \$8.000 cada producto.

La gráfica que muestra la situación es:

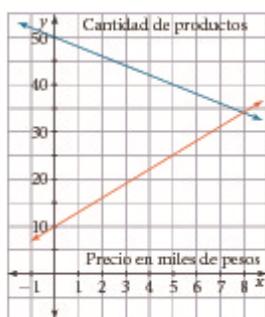


Ilustración 7. Ejemplo seis, hipertexto 9

traducción propicia la construcción del sistema y permite visualizar el punto solución del sistema; para finalizar, se promueve una conversión entre las representaciones verbal y gráfica, por las palabras “la gráfica que muestra la situación es”, las cuales, son una referencia al encabezado del problema; tácitamente promueven la estimación de los valores $x \wedge y$, y visualización del intercepto entre rectas.

El último ejemplo comienza con una representación verbal, dirige la explicación a representar el problema a través de expresiones simbólicas, por tal motivo hace explícitas las ecuaciones lineales. La conversión entre registros de representación verbal a analítico es truncada, dado a qué la RS verbal contiene elementos primigenios del sistema (contiene explícitamente las ecuaciones lineales). Se utiliza el método por igualación para resolver el sistema, pero no se promueve un tratamiento de la representación simbólica. Se hace una conversión entre la expresión analítica y la representación gráfica, debido que las ecuaciones se encuentran dispuestos en términos de la incógnita y desde un principio y son graficadas en el plano, ésta

Significación operatoria de los registros de representación semiótica de los sistemas ecuaciones lineales.

El ejercicio plantea la invención de un enunciado para cada ecuación lineal, es decir en éste ejercicio no se involucran sistemas de ecuaciones lineales, solo ecuaciones lineales. El

1 Escribe un enunciado en el lenguaje usual para cada expresión algebraica.

a. $x + y = 30$

c. $4x - 2y = 16$

b. $5x + y = 12$

d. $5.000x + 4.000y = 6$

Ilustración 8. Ejercicio uno, hipertexto 9

objetivo del ejercicio implica una conversión del registro de representación simbólico al verbal,

implícitamente busca la interpretación de la relación entre coeficientes e incógnitas, también potenciar las capacidades lingüísticas, debido a los elementos que contempla el registro verbal en si mismo.

Para finalizar, cabe mencionar que el trabajo que debe realizar el lector sigue el curso planteado por el libro, es decir el trabajo con cantidades enteras.

3 Plantea un sistema de ecuaciones según las condiciones de cada problema y resuelve.

a. La suma de dos números es -50 y su diferencia es 10 . Halla los números.

b. Halla las dimensiones de un rectángulo si su perímetro mide 60 cm y el ancho es el doble de la altura.

c. En un taller hay 50 vehículos entre motos y autos. Si el número de ruedas es 140 , ¿cuántos vehículos hay de cada tipo?

d. Halla la medida de dos ángulos suplementarios si uno de ellos mide tres veces y media más que el otro.

Ilustración 9. Ejercicio dos, hipertexto 9

El siguiente ejercicio plantea la estructuración del sistema de ecuaciones lineales partiendo de un enunciado. El objetivo implica una conversión del registro verbal al simbólico, implícitamente busca la interpretación de la relación de producto entre coeficientes e incógnitas, estructurar el sistema de

ecuaciones lineales y determinar un modelo para solucionar el problema; para finalizar el ejercicio sigue la línea impuesta por el texto, es decir el trabajo con cantidades enteras.

1 Despeja la variable que se indica en cada caso.

a. En $-\frac{5}{3}x + 4y = 8$ despeja x .

b. En $t - \frac{4t + 3}{6} = \frac{m + 5}{2}$ despeja t .

c. En $\frac{3}{4}m - \frac{5}{3}y = \frac{m + 1}{2}$ despeja m .

d. En $\frac{y - 1}{3} + \frac{x - 3}{4} = \frac{5}{4}$ despeja y .

e. En $\frac{2w + 3y - 3}{3w + 2y - 4} = \frac{6}{11}$ despeja w .

Ilustración 10. Ejercicio tres, hipertexto 9

solicitadas se encuentra contenida en los enteros.

Resumen del análisis: El libro hipertexto 9, en primera medida hace la aproximación al objeto matemático a través del registro de representación gráfico, es decir busca un análisis puntual de las ecuaciones algebraicas, su variación y la visualización del intercepto (punto que soluciona el sistema). Dirige ésta aproximación a la conversión de un registro de representación simbólico, por tanto en éste primer abordaje evidencia la estructura planteada por el texto, una conversión de lo gráfico a lo analítico y la comprensión del concepto bajo los registros de representación mencionados.

De igual forma, es necesario mencionar que solo utiliza el conjunto numérico de los enteros. Lo anterior se aprecia en todos los ejemplos y ejercicios planteados por el texto, dado que, todas las coordenadas solución se encuentran contenidas en el conjunto numérico mencionado; para finalizar, se concluye que la propuesta didáctica del libro Hipertexto 9 se

Éste ejercicio busca disponer en las ecuaciones lineales, en términos de la incógnita indicada, utiliza la representación simbólica pero no establece un tratamiento en el registro. Se busca un trabajo en el algoritmo, para finalizar las constantes y coeficientes se encuentran contenidas en los racionales, pero, el valor de las incógnitas

encuentra estructurada bajo la relación gráfico-simbólica trabajando con números Z , con énfasis en la creación del algoritmo, debido que a cada ejemplo posee evaluación de las incógnitas con las soluciones encontradas.

Matemáticas para pensar para grado noveno editorial norma

Definición presentada para los sistemas de ecuaciones lineales

Siguiendo con lo propuesto para ésta monografía, se procede a analizar el libro

Matemáticas para pensar para grado noveno de la editorial Norma.

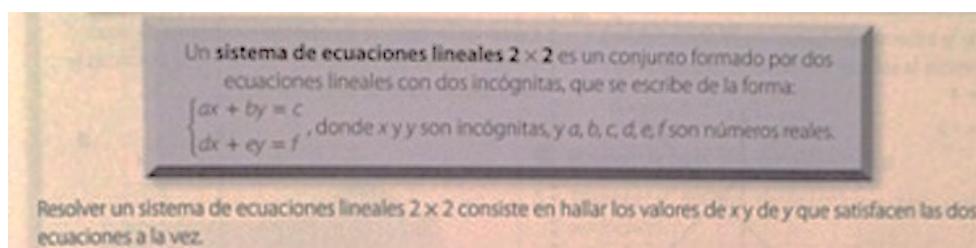


Ilustración 11. Definición, MPP9

La anterior imagen es la definición del objeto matemático presentada por el libro, en primera medida expresan el sistema con una representación verbal y hacen implícitamente una conversión de registro, a una representación simbólica, centran la interpretación del objeto matemático en ésta representación debido que, aclaran explícitamente que x y y son incógnitas y los demás valores numéricos pertenecientes al conjunto de los Reales. Para finalizar se menciona que resolver el sistema consiste en hallar los valores de las incógnitas, en consecuencia la definición presentada por el libro se dirige a la solución del sistema como valores para cada incógnita, es decir la solución del sistema recae en una representación simbólica.

Siguiendo la estructura propuesta por el documento, se mencionan los tipos de sistema:

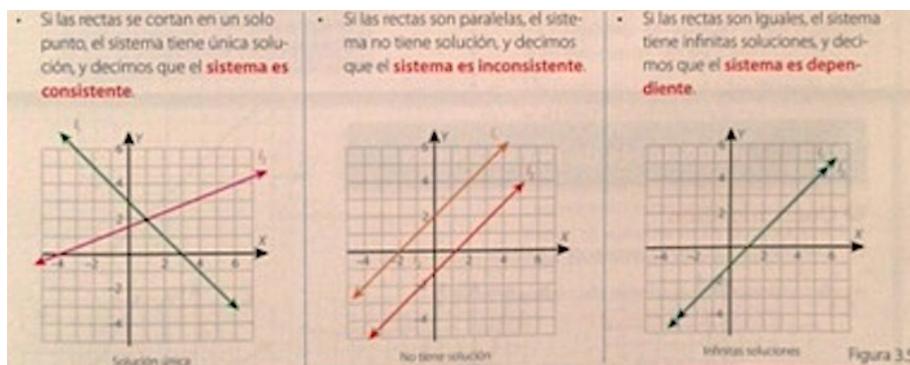


Ilustración 12. Definición dos, MPP9

Se presentan los tres tipos de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 que existen, a través de un registro de representación grafica.

El primero se le denomina consistente, se aclara que si existe un único punto de corte éste tiene única solución es decir hacen énfasis en el intercepto, punto que satisface la igualdad de las ecuaciones; el segundo se le denomina inconsistente, se explica que si las rectas son paralelas no existe una solución; el tercero y último se le denomina dependiente aclaran que al cortarse las rectas existen infinitas soluciones. Cabe mencionar que en éste apartado solo se trabaja un registro de representación y NO se hace un tratamiento del mismo.

Ejemplos propuestos relacionados con el concepto

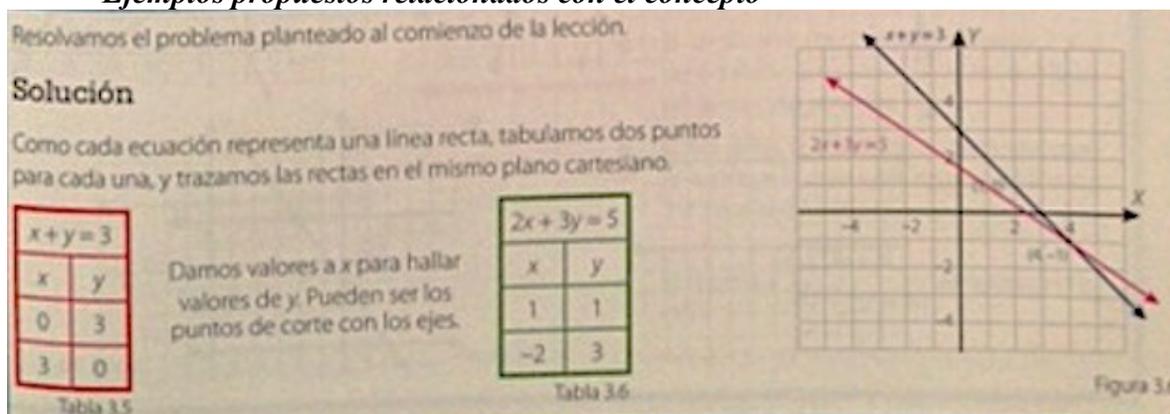


Ilustración 13. Ejemplo uno, MPP9

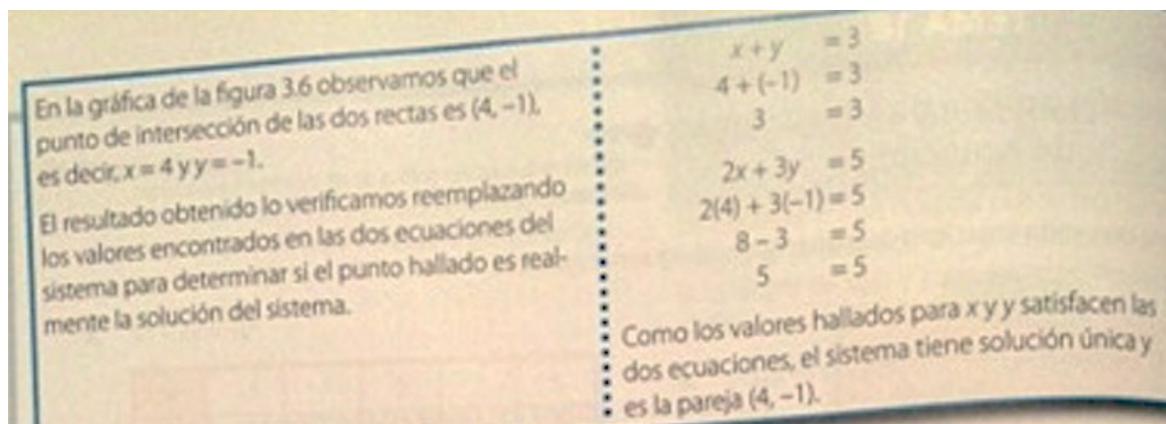


Ilustración 14. Ejemplo dos, MPP9

Al terminar la definición se presenta éste ejemplo, el libro dirige el primer acercamiento al concepto a través de las ecuaciones lineales del sistema, es decir aborda en primera medida el objeto matemático desde la representación simbólica; ésta permite entender los elementos que componen el sistema y qué modelo tomar para encontrar la pareja ordenada. Para éste objetivo tabula las ecuaciones lineales que componen el sistema; implícitamente hace una conversión entre el registro simbólico y el tabular, encaminando a la construcción de las rectas a través de los valores encontrados en la tabulación. Al terminar éste paso utiliza los valores determinados y se construyen las rectas en el plano, propiciando una conversión entre el registro tabular y el registro gráfico, ésta traducción permite la visualización del intercepto (el punto que da solución al sistema).

El ejemplo se encuentra dividido en dos partes, en la segunda se aprecia la importancia dada por el libro al punto solución (intercepto), éste se visualiza en la representación gráfica, de igual forma el libro encamina su propuesta en el uso de parejas ordenadas, es decir el ejemplo se encuentra dado desde el entendimiento de la representación simbólica. adicionalmente se evalúan los valores encontrados en las ecuaciones lineales para comprobar las respuestas, ésta acción

permite un trabajo sobre el algoritmo del objeto matemático; para finalizar, la respuesta se encuentra contenida en el conjunto de los números enteros.

Cómo presenta el texto el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con respecto a problemas y ejercicios.

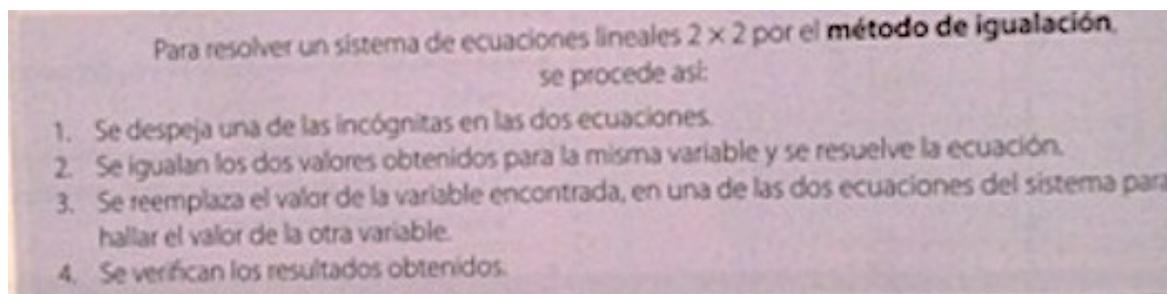


Ilustración 15. Definición tres, MPP9

Con ésta indicación se busca una mecanización para el algoritmo, de igual forma éstas indicaciones son dadas mediante lenguaje natural, no se hace alusión ni explícita una representación semiótica de los sistemas ecuaciones de ecuaciones lineales; posterior se plantean varios ejemplos, los cuales presentan el concepto con respecto a problemas y ejercicios.

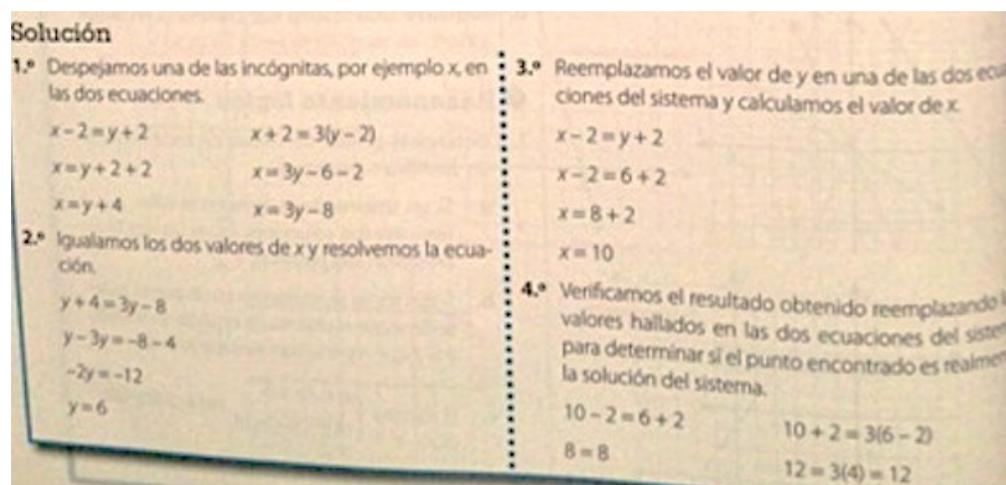


Ilustración 16. Ejemplo tres, MPP9

El ejemplo ilustra el método por igualación, utiliza lenguaje natural, algebraico y un único registro de representación semiótica, expresión analítica; no involucra valores racionales o

irracionales, es decir se encuentra estructurado bajo los números enteros. Utiliza propiedades de igualdad, para expresar las dos ecuaciones lineales en términos de una misma incógnita e igualar, para así buscar la solución; adicionalmente, utiliza el lenguaje natural para mecanizar los pasos realizados durante el método. La solución del sistema ésta dada por valores en ambas incógnitas; siguiendo la línea planteada por el texto donde se busca la comprensión del concepto bajo la representación simbólica; por otro lado se evalúan las ecuaciones lineales bajo los valores encontrados, desarrollando así el trabajo con el algoritmo del objeto matemático.

Para finalizar no existe tratamiento del registro de representación, en consecuencia no hay traducción entre representaciones.

Ahora bien siguiendo con el análisis de la categoría, el texto enuncia nuevamente los pasos de realización de método de solución:

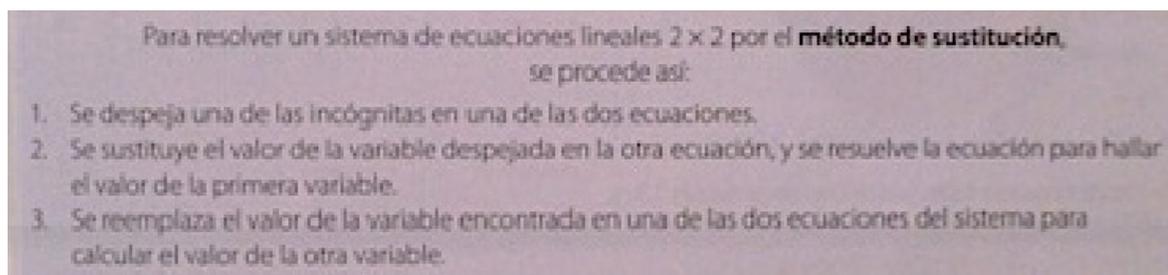


Ilustración 17. Definición cuatro, MPP9

La indicación busca generalización del algoritmo, por otro lado las indicaciones son dadas mediante lenguaje natural, no existe representación semiótica de los sistemas de ecuaciones lineales; posterior, se plantea un ejemplo que ilustra el método tratado.

Solución

1.º Despejamos una de las incógnitas, por ejemplo x , en una de las dos ecuaciones.

$$5x + 3y = 4180$$

$$5x = -3y + 4180$$

$$x = \frac{-3y + 4180}{5}$$

2.º Sustituimos el valor de x en la otra ecuación y calculamos el valor de y .

$$8x + 9y = 6940$$

$$8 \cdot \left(\frac{-3y + 4180}{5} \right) + 9y = 6940$$

$$y = 60$$

3.º Reemplazamos el valor de y en una de las dos ecuaciones del sistema y hallamos el valor de x .

$$5x + 3y = 4180$$

$$5x + 3 \cdot 60 = 4180$$

$$5x + 180 = 4180$$

$$5x = 4000$$

$$x = 800$$

Ilustración 18. Ejemplo cuatro, MPP9

Éste ejemplo ilustra el método por sustitución, utiliza lenguaje natural, algebraico y un único registro de representación semiótica, expresión analítica; utiliza propiedades de la igualdad, para expresar una ecuación lineal en términos de una sola incógnita, sustituye ésta igualdad de la incógnita dependiente en la segunda ecuación y busca solución; adicionalmente, utiliza el lenguaje natural para generalizar los pasos realizados durante el método. Por otro lado la solución del problema ésta dada por valores en ambas incógnitas; siguiendo la línea planteada por el texto donde se busca la comprensión del concepto bajo el registro de representación simbólico; para finalizar no existe tratamiento del registro de representación, en consecuencia no hay traducción de representaciones.

Significación operatoria de los registros de representación semiótica de los sistemas ecuaciones lineales.

Resuelve cada sistema de ecuaciones lineales empleando el método de igualación. En cada caso, **escribe** si el sistema es consistente, inconsistente o dependiente.

a.
$$\begin{cases} 8x - 5 = 7y - 9 \\ 6x - 3y = 6 \end{cases} \quad x = 3, y = 4 \text{ Consistente}$$

b.
$$\begin{cases} x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 9 \end{cases} \quad x = 3, y = 4 \text{ Consistente}$$

c.
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 6x - 4y = 12 \end{cases} \quad \text{Infinitas soluciones Dependiente}$$

d.
$$\begin{cases} 15x - 11y = -87 \\ -12x - 5y = -27 \end{cases} \quad x = -\frac{2}{3}, y = 7 \text{ Consistente}$$

Ilustración 19. Ejercicio uno, MPP9

Este ejercicio busca resolver el sistema de ecuaciones lineales, utiliza la representación simbólica, pero no establece un tratamiento en el registro, dado que los sistemas deben ser resueltos bajo un método determinado, en consecuencia se busca un trabajo con el algoritmo. Por otro lado, busca una conversión del registro simbólico al gráfico, al verificar que tipo de sistema se resuelve; condiciona a realizar un cambio de representación, promoviendo así una conversión entre representaciones. Para finalizar, el planteamiento de los ejercicios involucra la solución del sistema, por ende todos los contenidos didácticos que promueve el ejercicio se ven truncados por contener la respuesta sin la realización del sistema de ecuaciones lineales 2x2.

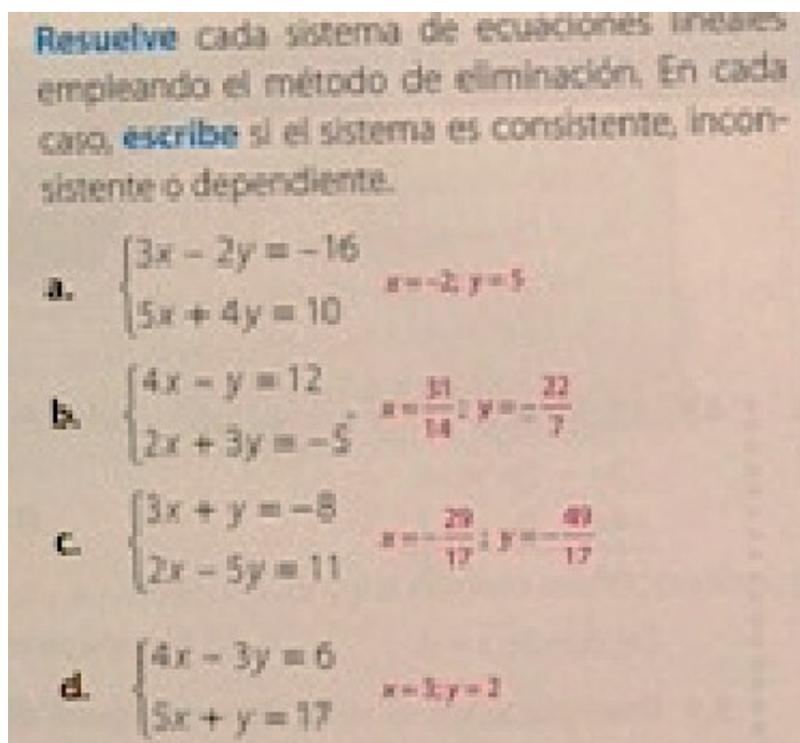


Ilustración 20. Ejercicio dos, MPP9

Este ejercicio plantea el mismo objetivo del ejercicio anterior, busca resolver el sistema de ecuaciones lineales, utiliza la representación simbólica pero no establece un tratamiento en el registro, dado que los sistemas deben ser resueltos bajo un único método, en consecuencia se busca un trabajo con la representación simbólica.

En este orden de ideas, busca una conversión del registro simbólico al gráfico, al verificar que tipo de sistema se resuelve. Para finalizar, en el planteamiento de los ejercicios involucra la solución del sistema, por ende todos los contenidos didácticos que promueve el ejercicio se ven truncados por contener la respuesta sin la realización del sistema de ecuaciones lineales.

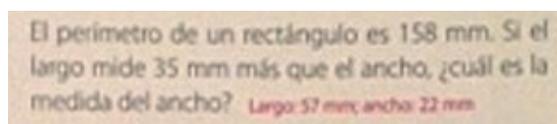


Ilustración 21. Ejercicio tres, MPP9

Este ejercicio plantea la construcción del sistema de ecuaciones lineales partiendo de una situación problema. El objetivo implica una conversión de los registros de representación verbal y simbólico, implícitamente busca la interpretación de la relación de producto entre coeficientes e incógnitas, estructurar el sistema de ecuaciones lineales y determinar un modelo para la solución del mismo; para finalizar el ejercicio trabaja con cantidades enteras.

Resumen del análisis: El libro matemáticas para pensar del grado noveno, en primera medida hace la aproximación al objeto matemático a través del registro simbólico, es decir busca una interpretación de los elementos que componen un sistema de ecuación lineal 2×2 . Dirige ésta aproximación sobre la pareja ordenada xy que satisface la igualdad del sistema, por tanto en éste primer abordaje evidencia la estructura planteada por el texto, un trabajo sobre las soluciones del sistema y la comprensión del concepto bajo las expresiones simbólicas.

Por otro lado, es necesario mencionar que solo utiliza el conjunto numérico de los enteros, así en la definición se haya planteado que la constantes, coeficientes y soluciones son pertenecientes a los Reales. Lo anterior, se evidencia en todos los ejemplos y ejercicios planteados por el texto, dado que todas las parejas ordenadas solución se encuentran en el conjunto numérico mencionado; para finalizar, se concluye que la propuesta didáctica del libro matemáticas para pensar grado noveno se encuentra estructurado bajo el trabajo con las expresiones simbólicas contenidas en los enteros, con énfasis en la creación del algoritmo y en la pareja ordenada que satisface la igualdad del sistema.

Sistema de ecuaciones lineales 2×2 por método de igualación

Definición presentada para los sistemas de ecuaciones lineales

El video comienza con las siguientes palabras: “*vamos a resolver éste sistema de ecuaciones de 2×2 por el método de igualación*” después se da paso a la explicación de cómo

resolver un sistema mediante éste método mencionado, no presenta una definición de manera explícita o implícita comenzando el video; después sigue para resolver el ejemplo

$$\text{propuesto: } \begin{cases} (1) 3x + 2y = 3 \\ (2) -x + 5y = 16 \end{cases}$$

$$(1): 2y = 3 - 3x$$

$$y = \frac{3 - 3x}{2} : (3)$$

$$(2): 5y = 16 - x$$

$$y = \frac{16 + x}{5} : (4)$$

$$(3) = (4)$$

$$\frac{3 - 3x}{2} = \frac{16 + x}{5}$$

$$5(3 - 3x) = 2(16 + x)$$

$$15 - 15x = 32 + 2x$$

$$-15x - 2x = 32 - 15$$

$$-17x = 17$$

$$x = -1$$

$$(4): y = \frac{16 - 1}{5}$$

$$y = \frac{15}{5}$$

$$y = 3$$

No se hace mención de una definición formal del concepto durante el desarrollo del video, tan solo la mención del nombre del objeto matemático, por lo que ésta categoría no aplica para éste primer video.

Ejemplos propuestos relacionados con el concepto

El video comienza con la mención de qué se explicara el método por igualación de un sistema de ecuación lineal, la explicación del mismo comienza con las siguientes palabras: “*se enumeran las ecuaciones, ecuación número 1 y ecuación número 2 las etiquetamos, el método de igualación dice que debemos despejar la misma letra en las dos ecuaciones, por ejemplo podríamos despejar la letra y*”

Dirige la explicación a la representación simbólica, es decir aborda en primera medida el objeto matemático desde éste registro de representación; ésta permite entender los elementos que componen el sistema y qué modelo tomar para encontrar la pareja ordenada. Para éste objetivo desarrolla el ejemplo propuesta, como se visualizó en la categoría anterior. Arguye que x tiene valor -1 , por ende el sistema es compatible, menciona que la solución es el corte de dos rectas y realiza una mímica con las manos para indicar lo dicho; implícitamente hace una conversión entre el registro simbólico y el grafico, encaminando a la visualización del intercepto como coordenada en el plano.

Cabe mencionar que hace énfasis en la respuesta del sistema como valores para las incógnitas, se remite a la representación simbólica, pero no realiza un tratamiento de la misma, en consecuencia solo hay una conversión de registros de representación del simbólico al grafico durante todo el video, para finalizar las constantes, coeficientes y respuestas están dadas en los enteros.

Cómo presenta el texto el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con respecto a problemas y ejercicios.

En el video se comienza con la explicación mencionada en categorías anteriores y el desarrollo del ejemplo propuesto en un principio, termina el desarrollo del ejemplo y terminar el video. Por tal situación no se proponen problemas, ejercicios o más ejemplos, en consecuencia no

existe presentación del concepto con respecto a problemas y ejercicios en el video, por ende la categoría no aplica.

Significación operatoria de los registros de representación semiótica de los sistemas ecuaciones lineales.

El proceso de significación operatoria en cuanto al video se desarrolla superficialmente, no se proponen problemas o ejercicios; por otro lado, se utiliza un único registro de representación de manera explícita (registro simbólico) y solo se visualiza un trabajo en el algoritmo al desarrollar el método propuesto y evaluar los valores encontrados en las ecuaciones.

Resumen del análisis: El primer video tutorial de YouTube trata el método por igualación, en primera medida presenta el objeto matemático con una representación simbólica, pero no promueve una interpretación de los elementos que componen un sistema de ecuación lineal 2×2 y la resolución del mismo, debido al discurso que maneja, dado que la descripción del sistema y del algoritmo para resolverlo en éste método es rutinaria dificultando así una conversión entre los registros que maneja, por otro lado dirige la explicación a una técnica algorítmica y no a la comprensión del objeto matemático. Para finalizar, se concluye que el video no permite un tratamiento ni conversión de las representaciones semióticas del objeto matemático, debido a la dirección que toma el mismo, ésta es una resolución de un ejercicio enfocándose en el algoritmo.

Sistema de ecuaciones lineales 2×2 por método de eliminación

Definición presentada para los sistemas de ecuaciones lineales

El video comienza con las siguientes palabras: “*vamos a resolver éste sistema de ecuaciones lineales de 2×2 es decir dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de eliminación*” después da paso a la explicación de cómo resolver un sistema mediante éste método mencionado.

Ésta definición es mencionada verbalmente y es eclipsada por la resolución del problema propuesto, por tanto no existe un entendimiento de los elementos que integran un sistema de ecuación lineal, como lo son sus constantes y coeficientes pertenecientes a reales, sus incógnitas, la igualdad y la solución del sistema que puede verse desde los cuatros registros de representación de manera distinta, por tanto, la comprensión del concepto es truncada, debido a que el entendimiento de un objeto matemático es posible cuando existe el discernimiento de lo que representa y su representación Duval (1999).

Ejemplos propuestos relacionados con el concepto

El video propone el siguiente ejemplo para ser resuelto a través del método por eliminación:

$$\begin{cases} (1) 5x + 6y = 20 \\ (2) 3x + 8y = 34 \end{cases}$$

$$3 \cdot (1): 15x + 18y = 60$$

$$-5 \cdot (2) = -15x - 40y = -170$$

$$-22y = -110$$

$$y = \frac{-110}{-22}$$

$$y = 5$$

$$(1): 5x + 6(5) = 20$$

$$5x + 30 = 20$$

$$5x = 20 - 30$$

$$5x = -10$$

$$x = -\frac{10}{5}$$

$$x = -2$$

El video comienza la explicación del método por eliminación de un sistema de ecuación lineal mencionando las siguientes palabras:

“se enumeran las ecuaciones, ecuación número 1 y ecuación numero 2 las etiquetamos, el método de eliminación buscamos cancelar una de las incógnitas por lo que vamos elegir eliminar la x ”

Dirige la explicación a una expresión analítica, es decir aborda en primera medida el objeto matemático desde el registro de representación simbólica; ésta permite entender cuales elementos componen el sistema y qué modelo utilizar para su resolución. Para el objetivo desarrolla el ejemplo anterior, Arguye tiene valor 5, por ende el sistema es compatible, dirige el entendimiento de la respuesta como valores de las incógnitas, es decir trabaja desde la representación simbólica, por otro lado no existe tratamiento del registro de representación, en consecuencia no hay traducción entre representaciones. Para finalizar es necesario mencionar que trabaja el ejemplo desde una técnica algorítmica y con valores contenidos en enteros.

Cómo presenta el texto el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con respecto a problemas y ejercicios.

En el video se comienza con la explicación mencionada en categorías anteriores y el desarrollo del ejemplo propuesto en un principio, termina el desarrollo del ejemplo y termina el video. Por tanto no se proponen problemas, ejercicios o algún otro ejemplo, en consecuencia no existe presentación del objeto matemático con respecto a problemas y ejercicios en el video, por ende la categoría no aplica.

Significación operatoria de los registros de representación semiótica de los sistemas ecuaciones lineales.

El proceso de significación operatoria en cuanto al video se desarrolla superficialmente, no se proponen ejercicios o problemas; por otro lado, se utiliza un único registro de representación de manera explícita (registro simbólico) y solo se visualiza un trabajo en algoritmo al desarrollar el método propuesto y evaluar los valores encontrados en las ecuaciones.

Resumen del análisis: El segundo video tutorial de YouTube trata el método por eliminación, para comenzar aborda el objeto matemático desde una expresión analítica, pero no promueve una comprensión de los elementos que integran un sistema de ecuación lineal de dos incógnitas y la solución del mismo, debido al discurso manejado, dado que la descripción del sistema de ecuaciones y el algoritmo que lo resuelve es rutinaria, al enumerar cada paso de manera precisa; por otro lado dirige la explicación a una técnica algorítmica y no a la interpretación del tema tratado. Para finalizar, se concluye del video, que no permite un tratamiento del registro de representación por la dirección que toma el mismo, ésta es una solución dada por pasos enfocándose en el algoritmo.

comparación de resultados.

Libro 1: Hipertexto 9.

Libro 2: Matemáticas para pensar 9.(MPP9)

Video 1: Sistemas de ecuaciones lineales método por igualación.

Video 2: Sistemas de ecuaciones lineales método por eliminación.

Libro 1- Libro 2

Ambos libros comienzan y abordan el objeto matemática de manera distinta; el libro de hipertexto inicia con un ejemplo específico y el primer abordaje es desde una representación gráfica, por ende encamina la interpretación del concepto desde un análisis puntual de las

ecuaciones algebraicas, su variación y la visualización del intercepto en el plano, es decir la solución del sistema es abordada como una coordenada, al terminar éste ejemplo definen el concepto desde un ejemplo específico en el registro simbólico. Por otro lado el libro MPP9 inicia con la definición general del concepto para enfatizar que la solución de un sistema subyace en valores numéricos, es decir aborda el concepto desde el registro simbólico, por ende encamina la interpretación del objeto matemático a partir de los elementos que componen los sistemas de ecuaciones lineales y la relación entre ellos, de igual forma hace la acotación sobre las constantes, coeficientes y soluciones de un sistema de ecuación, pertenecientes al conjunto de los números Reales (aspecto no presentado por hipertexto 9). Al terminar la definición presenta a través de la representación gráfica los tipos de sistemas de ecuaciones lineales que existen (aspecto no presentado por Hipertexto 9), después hace explícito un ejemplo específico en donde utiliza tres registros de representación y promueve una conversión entre ellos. Como resultado, ambas propuestas didácticas toman caminos distintos, la propuesta de Hipertexto 9 se encuentra estructurada en una relación gráfico-simbólica y presenta el concepto partiendo de ejemplo-definición, mientras que la MPP9 se encuentra estructurada en el trabajo con las representaciones simbólicas y presenta el concepto partiendo de definición-ejemplo.

Para finalizar ambos libros comparten similitudes como lo son: Todos los ejemplos y ejercicios contienen sus respuestas en los enteros y hacen énfasis en la creación del algoritmo al comprobar las respuestas en la mayoría de ejemplos.

Libro 1-Video 1

Ambas comunicaciones aborden el concepto de manera distinta, el libro hipertexto 9 posee definición del concepto, varios ejemplos que contienen a lo menos una representación semiótica del objeto matemático, ejercicios propuestos para desarrollar por el lector y una propuesta didáctica para la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales, que tiene en

cuenta las representaciones semióticas del tema. Por otro lado el video 1 no posee una definición formal del concepto, un ejemplo con un único registro de representación explícito y otro mencionado verbalmente, no contiene ejercicios para la realización del espectador, no posee una propuesta didáctica que contemple las representaciones semióticas del objeto matemático y que permitan una comprensión del concepto; en consecuencia el video se remite a una técnica algorítmica en las expresiones simbólicas.

Libro 1-Video 2

Ambas comunicaciones aproximan el concepto de manera distinta, el libro hipertexto 9 posee definición del concepto, varios ejemplos que contienen a lo menos una representación semiótica del objeto matemático, ejercicios propuestos para desarrollar por el lector y una propuesta didáctica para la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales, que tiene en cuenta las representaciones semióticas del tema. Por otro lado, el video 2 contiene una definición del concepto mencionada de manera verbal pero eclipsada por el ejemplo, que contiene un único registro de representación, no posee ejercicios para la realización del espectador, no tiene una propuesta didáctica que contemple las representaciones semióticas del objeto matemático y que permitan una comprensión del concepto; en consecuencia el video se remite a una técnica algorítmica en las expresiones simbólicas.

Libro 2-Video 1

El libro y el video aborden el concepto de manera distinta, el libro MPP9 posee definición del concepto, ejemplos que contienen a lo menos una representación semiótica del objeto matemático, ejercicios propuestos para desarrollar y una propuesta didáctica para la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales, que tiene en cuenta las representaciones semióticas del tema. Por otro lado el video 1 no posee una definición formal del concepto, un ejemplo con un único registro de representación explícito y otro mencionado verbalmente, no contiene ejercicios

para la realización del espectador, no posee una propuesta didáctica que contemple las representaciones semióticas del objeto matemático y que permitan una comprensión del concepto; en consecuencia el video se remite a una técnica algorítmica en las expresiones simbólicas.

Libro 1-Video 2

El libro y el video aproximan el concepto de manera distinta, el libro MPP9 posee definición del concepto, ejemplos que contienen a lo menos una representación semiótica del objeto matemático, ejercicios propuestos para desarrollar por el lector y una propuesta didáctica para la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales, que tiene en cuenta las representaciones semióticas del tema. Por otro lado, el video 2 contiene una definición del concepto mencionada de manera verbal pero eclipsada por el ejemplo, que contiene un único registro de representación, no posee ejercicios para la realización del espectador, no tiene una propuesta didáctica que contemple las representaciones semióticas del objeto matemático y que permitan una aproximación al concepto; en consecuencia el video se remite a una técnica algorítmica en las expresiones simbólicas.

Video 1-Video 2

Ambos videos, abordan el objeto matemático de manera similar; los videos inician con la mención del método que se va a utilizar para resolver el ejemplo propuesto, el primer abordaje es desde una representación simbólica, por ende encaminan la interpretación del objeto matemático a partir de los elementos que componen los sistemas de ecuaciones lineales y la relación entre ellos, pero, ésta interpretación es truncada por el discurso manejado, dado que la descripción del sistema y del algoritmo para resolverlo es rutinaria, la explicación se convierte en una indicación de pasos, debido que es enumerado cada uno de ellos; por otro lado dirigen la explicación a una técnica algorítmica y no a la comprensión del objeto matemático. En consecuencia los videos no

promueven el tratamiento de la única representación semiótica que manejan, se enfocan en la resolución del algoritmo y en el trabajo de las expresiones simbólicas.

Capítulo 4

Conclusiones

Partiendo de los objetivos propuestos para ésta investigación, se concluye lo siguiente:

- El análisis no permite identificar una idea didáctica a desarrollar en los videos, más allá de la técnica algorítmica.
- El análisis permite identificar una estructura en los libros que trabaja en torno a la comprensión del objeto matemático, de igual forma, lo propuesto por los textos carece de extenso contenido didáctico en cuanto a representaciones semióticas se refiere.
- Las categorías utilizadas permiten visualizar que tanto los libros como los videos basan el desarrollo de sus ejemplos y ejercicios en los números enteros.
- El análisis de los videos permite evidenciar que así, éstos posean a lo más dos representaciones semióticas no existe ni el tratamiento, ni la conversión de las mismas.
- las categorías de análisis permiten evidenciar que el registro de representación verbal es mal utilizado, dado que hacen explícitos elementos primigenios de las ecuaciones.
- El análisis permite visualizar como la representación semiótica tabular es la menos empleada, a causa de su única utilización en un solo libro de texto.
- El contenido de los libros de texto no permite un óptimo dominio de las matemáticas, debido que, a lo más manejan dos registros de representación y el dominio de las matemáticas se constituye por la pluralidad de los mismos.
- Para finalizar, la hipótesis planteada en los inicios de la monografía, decía: “ Si los videos aportan los mismos elementos didácticos de los libros” al terminar el análisis se concluye que lo dicho por éste supuesto es negativo, dado que los videos solo desarrollan una técnica algorítmica. Por un lado es necesario mencionar que los registros de representación se ven limitados a uno y según Duval (1999) no puede haber una comprensión de las matemáticas si

no distinguen varios registros de representación de un mismo objeto matemático, por tanto la aprensión del concepto se remite al trabajo en las expresiones simbólicas.

Lista de referencias

- García Niño, L., Moreno Prieto, A., & Guerrero Garay, D. (2014).
Un Análisis del Tratamiento Didáctico del Producto Notable en el Libro de Texto Hipertexto de Matemáticas 8. Bogotá.
- González Astudillo, & Sierra Vásquez. (2004).
Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. Enseñanza de las ciencias.
- Pérez Sanz, A. (1998, febrero).
El video didáctico: recurso en la enseñanza de las matemáticas. Revista suma.
- Páez Chávez, I. (2012).
Las representaciones de las funciones polinomiales en el conocimiento didáctico que tienen los estudiantes del proyecto LEBEM: Un estudio de caso. Bogotá, Cundinamarca, Colombia.
- D'Amore, B. (2011).
Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución .
- Azcarate, C., & Deulofeu, J. (1996).
Funciones y graficas . Madrid, España: Síntesis.
- Font, V. (2001).
Reflexiones didácticas desde y para el aula. EMA.
- García, B. (2012).
<http://www.elmostrador.cl>. Recuperado el 20 de abril de 2016, de El Mostrador:
<http://www.elmostrador.cl/noticias/pais/2012/02/21/asi-funciona-el-millonario-negocio-de-los-textos-escolares/>
- Duval, R. (1999).
Semiosis y pensamiento humano. (M. V. Restrepo, Trad.) Peter Lang.
- YouTube. (2016).
Estadísticas de YouTube. Recuperado el 2016, de YouTube:
<https://www.youtube.com/yt/press/es-419/statistics.html>
- ALEY, P. (9 de enero de 2015).
EL TIEMPO. Recuperado el 11 de junio de 2016, de ELTIEMPO:
<http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-12119072>
- Clarín. (14 de 03 de 2012).
Clarín.com. Recuperado el 11 de 06 de 2016, de
http://www.clarin.com/sociedad/Enciclopedia-Britanica-deja-imprimirse_0_663533856.html
- Periodismoenred. (30 de 11 de 2012).
www.4vientos.net. Obtenido de www.4vientos.net: <http://www.4vientos.net/?p=2206>

Bibliografía

Ríos Gallego, J. (23 de diciembre de 2009).

YouTube. Recuperado el 18 de junio de 2016, de Youtube:

<https://www.youtube.com/watch?v=v6iKv3QXqNs>

Ríos Gallego, J. (19 de Diciembre de 2009).

YouTube. Recuperado el 18 de junio de 2016, de YouTube:

<https://www.youtube.com/watch?v=ITRANviJWEY>

Chávez López, H., Castañeda Murcia, N. Y., Gómez Bello, M., Joya Vega, A., Chizner Ramos , J., y Gómez Bello, M. (2010).

HIPERTEXTO matemáticas 9. Bogotá, Colombia: Santillana.

Silva Calderón, L., y Romero, G. (2011)

Matemáticas para pensar 9: Norma.