

**CARACTERIZACIÓN DE LA COMPRENSIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN DE  
FRACCIONES A PARTIR DEL MÉTODO GRÁFICO EN ESTUDIANTES DE GRADO  
7° DEL GIMNASIO ACADÉMICO REGIONAL DE SUBA**



DIANA MARITZA MARÍN CASTIBLANCO  
JEIMMY ALEXANDRA MARTINEZ GÓMEZ

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**BOGOTÁ D. C. PRIMER SEMESTRE-2016**

**CARACTERIZACIÓN DE LA COMPRENSIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN DE  
FRACCIONES A PARTIR DEL MÉTODO GRÁFICO EN ESTUDIANTES DE GRADO  
7° DEL GIMNASIO ACADÉMICO REGIONAL DE SUBA**



**DIANA MARITZA MARÍN CASTIBLANCO  
JEIMMY ALEXANDRA MARTINEZ GÓMEZ**

Trabajo de grado para obtener el título de Licenciada en Educación Básica con Énfasis en  
Matemáticas

**DIRECTOR: FERNANDO GUERRERO  
MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, ÉNFASIS EN RELACIONES PEDAGÓGICAS**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**BOGOTÁ D. C. PRIMER SEMESTRE-2016**

**“DEDICATORIA”**

**AL ESFUERZO Y APOYO DE TODA MI  
FAMILIA PARA PERMITIRME LOGRAR ESTE  
TRIUNFO.**

## ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	9
<b>1. CAPÍTULO I: ANTEPROYECTO .....</b>	<b>15</b>
<b>1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>15</b>
<b>1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>17</b>
<b>1.3. OBJETIVOS .....</b>	<b>18</b>
<b>1.3.1. Objetivo General .....</b>	<b>18</b>
<b>1.3.2. Objetivos Específicos.....</b>	<b>18</b>
<b>1.4. ANTECEDENTES.....</b>	<b>19</b>
<b>1.5. JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>22</b>
<b>2. CAPITULO II: GENERALIDADES Y CONCEPTOS EN TORNO A LA COMPRESIÓN DE LA FRACCIÓN .....</b>	<b>24</b>
<b>2.1. NOCIÓN DE COMPRESIÓN EN MATEMÁTICAS .....</b>	<b>24</b>
<b>2.1.1. Comprensión conceptual .....</b>	<b>24</b>
<b>2.1.2. Desarrollo de destrezas procedimentales (<i>saber cómo</i>).....</b>	<b>25</b>
<b>2.2. PROCESOS MATEMÁTICOS.....</b>	<b>26</b>
<b>2.2.1. Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente .....</b>	<b>26</b>
<b>2.2.2. Capacidad de formular, representar y resolver problemas .....</b>	<b>27</b>
<b>2.3. FRACCIÓN .....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.1. Parte-Todo .....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.2. Operador.....</b>	<b>30</b>
<b>2.4. MODOS DE REPRESENTACIÓN .....</b>	<b>30</b>
<b>2.4.1. Concreto.....</b>	<b>31</b>
<b>2.4.2. Oral .....</b>	<b>32</b>
<b>2.4.3. Simbólico .....</b>	<b>32</b>
<b>2.4.4. Gráfico.....</b>	<b>32</b>
<b>2.5. MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES.....</b>	<b>33</b>
<b>2.5.1. Significado de la palabra “de” .....</b>	<b>33</b>
<b>2.5.2. Suma abreviada.....</b>	<b>34</b>
<b>2.6. TIPOS DE TAREA O SITUACIONES COMO INSTRUMENTOS DE APRENDIZAJE .....</b>	<b>34</b>
<b>3. CAPÍTULO III: EL MÉTODO .....</b>	<b>36</b>
<b>3.1. POBLACIÓN DE ESTUDIO .....</b>	<b>36</b>

3.2.	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN .....	36
3.2.1.	Fases de la Investigación .....	38
3.3.	GUIAS DEL PROFESOR: DESCRIPCIÓN DE LAS INTERVENCIONES .....	39
I.	GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO .....	39
	PROTOCOLO N.1: ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO .....	51
	CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES .....	65
II.	GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 1	
	CONJUNTO UNIDAD .....	72
	PROTOCOLO N.2: ACTIVIDAD 1	
	CONJUNTO UNIDAD .....	76
	CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES .....	80
III.	GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 2	
	UNIDAD.....	84
	RECONSTRUCCIÓN DE LA	
	UNIDAD.....	84
	SESIÓN 2.....	88
	PROTOCOLO N 3: ACTIVIDAD 2	
	UNIDAD.....	90
	CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS.....	94
IV.	GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 3	
	EQUIVALENTES .....	99
	FRACCIONES	
	PROTOCOLO N.4: ACTIVIDAD 3	
	EQUIVALENTES .....	105
	FRACCIONES	
V.	GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 4	
	.....	115
	GRUPOS IGUALES	
	PROTOCOLO N.5: ACTIVIDAD 4	
	IGUALES .....	119
	GRUPOS	
	CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES .....	124
VI.	GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 5	
	PRODUCTO DE FRACCIONES .....	127
	PROTOCOLO N. 6: ACTIVIDAD 5	
	FRACCIONES.....	134
	PRODUCTO DE	
	FRACCIONES.....	134
4.	CAPÍTULO IV: EL ANÁLISIS DE DATOS.....	147
4.1.	SISTEMA DE CATEGORÍAS .....	147
4.1.1.	Tipos De Variables Didáctica .....	149
5.	CONCLUSIONES.....	150

<i>ESTRATEGIAS USADAS POR LOS ESTUDIANTES</i> .....	150
<i>CONCLUSIONES GENERALES</i> .....	153
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	158
<b>ANEXOS</b> .....	159
<b>PRUEBAS APLICADAS</b> .....	159

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. <i>Técnicas y componentes de la investigación</i> .....	37
Tabla 2. <i>Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad Diagnóstico</i> .....	45
Tabla 3. <i>Cronograma Actividad Diagnóstico</i> .....	50
Tabla 4. <i>Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad Introdutoria</i> .....	73
Tabla 5. <i>Cronograma Actividad 1: Introdutoria</i> .....	75
Tabla 6. <i>Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 2: Reconstrucción de la Unidad</i> .....	86
Tabla 7. <i>Cronograma Actividad 2: Reconstrucción de la Unidad</i> .....	89
Tabla 8. <i>Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 3: Fracciones Equivalentes</i> .....	102
Tabla 9. <i>Cronograma Actividad 3: Fracciones Equivalentes</i> .....	104
Tabla 10. <i>Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 4: Grupos Iguales</i> ...	117
Tabla 11. <i>Cronograma Actividad 4: Grupos Iguales</i> .....	118
Tabla 12. <i>Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 6: Producto de Fracciones</i> .....	130
Tabla 13. <i>Cronograma Actividad 5: Producto de Fracciones</i> .....	133
Tabla 14. <i>Sistema de Categorías</i> .....	147
Tabla 15. <i>Combinación de los tipos de variables didácticas inmersas en la formulación de preguntas de las actividades propuestas</i> .....	150

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Categorización por Niveles Actividad Diagnóstico .....	70
Gráfica 2. Categorización por Niveles Actividad 1: Introdutoria .....	82
Gráfica 3. Categorización por Niveles Actividad 2: Reconstrucción de la Unidad.....	97
Gráfica 4. Categorización por Niveles Actividad 3: Fracciones Equivalentes .....	113
Gráfica 5. Categorización por Niveles Actividad 4: Grupos iguales.....	125
Gráfica 6. Categorización por Niveles Actividad 5: Producto de Fracciones .....	144
Gráfica 7. Organigrama Sistema de Categorías .....	148



## **RESUMEN**

### **CARACTERIZACIÓN DE LA COMPRENSIÓN DE LA MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES A PARTIR DEL MÉTODO GRÁFICO EN ESTUDIANTES DE GRADO 7° DEL GIMNASIO ACADÉMICO REGIONAL DE SUBA**

#### **AUTORAS**

DIANA MARITZA MARÍN CASTIBLANCO  
JEIMMY ALEXANDRA MARTINEZ GÓMEZ

#### **DIRECTOR**

FERNANDO GUERRERO

**2016**

El presente trabajo pretende indagar sobre la comprensión de la multiplicación de fracciones, de los estudiantes de grado séptimo, a partir de desarrollar una secuencia de actividades que involucre el trabajo con material manipulativo en contextos de medida y reparto, de tal forma que sean capaces de representar fracciones tanto verbal, como numérica y gráficamente.

Para desarrollar esta propuesta, se toma como base la interpretación de la fracción como parte-todo, teniendo en cuenta que, generalmente las dificultades que manifiestan los estudiantes en el trabajo con fracciones giran en torno al reconocimiento de la unidad. Según lo señalado por Hunting (1980), así el estudiante puede llegar al concepto de número fraccionario y por tanto, de número racional.

La propuesta es trabajar la multiplicación de fracciones con estudiantes de 7 grado del Gimnasio Académico Regional de Suba, teniendo presente que el concepto de número según lo planteado por Piaget implica las nociones de adición y multiplicación como consecuencias de la inclusión de clase, los niños entre estas edades ganan una agilidad en el pensamiento que les permite invertir mentalmente las operaciones físicas; esta reversibilidad les da acceso a reconocer los números fraccionarios a partir del conocimiento de los naturales.

En el trabajo se hace una propuesta de actividades que involucra el desarrollo de situaciones problema con tipos de tarea que implican el uso de material manipulativo de tipo concreto en los contextos de medida y reparto; estas situaciones se convierten en la herramienta que fomenta la comprensión de la multiplicación de fracciones en los estudiantes a partir de la implementación de objetos que simbolicen por un lado el contexto continuo, donde los estudiantes utilizaran

rectángulos como representaciones gráficas de hojas y dobleces; y por otro lado el contexto discreto (botones), donde los estudiantes se valdrán de conjuntos como representación.

En cuanto al método de forma cualitativa se hace un análisis interpretativo con el propósito de describir conceptos de datos ya adquiridos y organizarlos en un esquema explicativo; donde su característica principal se encuentra determinada por casos particulares a través de la observación, la entrevista y el análisis documentado utilizando los datos recogidos, los procedimientos utilizados para interpretar los mismos creando así un sistema de categorías en términos de propiedades y dimensiones.

En cuanto al problema se puede observar que los estudiantes muestran dificultad a la hora de solucionar situaciones que deban aplicar la multiplicación de fracciones debido a que no comprenden el proceso utilizado y la ruptura del campo de los naturales a los racionales.

En cuanto al ambiente de aprendizaje, es necesario mostrar un espacio que propicia en los estudiantes, el desarrollo de procesos de indagación y exploración a través de la implementación de estrategias pedagógicas que se dinamizan con las actividades propuestas y rompen con las rutinas y la fragmentación del conocimiento donde los estudiantes son constructores de su propio conocimiento y asumen el rol de mediador y orientador de la experiencia de aprendizaje. En cambio, el docente estimula a los estudiantes a interrogarse, indagar, formular hipótesis, entre otras, y no conformarse con los conocimientos adquiridos en los grados anteriores.

Finalmente se concluye que la mayoría de los estudiantes sujetos al estudio reconocen tanto los atributos como las generalidades de la fracción desde la interpretación parte-todo y la emplean para resolver tanto gráfica como simbólicamente el producto de fracciones.

## 1. CAPÍTULO I: ANTEPROYECTO

### 1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A partir de las prácticas docentes que se han llevado a cabo en algunos colegios Distritales con respecto a la enseñanza de las fracciones en grados séptimos, sextos y cuartos, hemos evidenciado que los hechos que rodean la comprensión de la multiplicación de fracciones en los estudiantes están vinculados con la necesidad de ver la ruptura de la unidad, visto desde el aprendizaje de *aritmética limitado a un modelo de suma reiterada se desemboca en errores en los estudiantes a enfrentarse a los conceptos que entrañan meramente lo multiplicativo, como por ejemplo, el denominado efecto MADA*<sup>1</sup> (Romero & Rojas, 2006). Por esta razón cuando los estudiantes abordan el producto de fracciones proceden a trabajarlas de la misma forma que con los naturales pasando por alto el sentido que se le da al algoritmo desde la interpretación parte todo.

Al respecto, Llinares y Sánchez (1997) afirman que “lógicamente si el estudiante está manejando reglas sin sentido para él, resulta bastante natural que a lo largo del tiempo deje de utilizarlas y las sustituya por otras más naturales o, que olviden o modifiquen algún paso en el algoritmo, convirtiéndolo en un procedimiento erróneo.” (Llinares S. &., 1997, pág. 132)

En este sentido, el primer conflicto al que se enfrentan los estudiantes es el hecho de tener que considerar números mayores y menores que la unidad, donde prevalece el uso de los algoritmos de la multiplicación de números naturales. En el caso de las fracciones menores que la unidad, se observa una dificultad con relación a la comprensión del resultado, puesto que, al momento de multiplicarlas el resultado para los estudiantes debe ser una cantidad más grande que los multiplicandos, tomados tanto el numerador como el denominador como números independientes, en este caso, encontramos el denominado efecto MADA (MESCUD, 2005). En este caso los estudiantes comúnmente se ubican en el campo de los naturales, en el cual se trabaja el producto como un número más grande que los multiplicandos de modo que ellos intentan realizar el producto de fracciones con el mismo criterio.

---

<sup>1</sup> Efecto MADA “multiplicación agranda, división achica”

Para esta propuesta, en la enseñanza de la multiplicación se identifica un obstáculo, en el que los estudiantes solamente se limitan a ver el algoritmo sin abordar otras situaciones que les permitan observar lo que sucede al realizar el proceso de otras maneras posibles, por ejemplo, el trabajo de fracciones en contextos de medida o reparto.

Por tanto, *para abordar el conflicto entre la modelación de la multiplicación de fracciones que posiblemente puede estar en la similaridad entre notaciones que existen entre las fracciones y los números naturales*, (procediendo a operar siempre con naturales, tal y como hemos indicado anteriormente); es indispensable el manejo de material manipulativo en distintos contextos (medida y reparto), con el interés de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje de forma manipulativa, que les permite a los estudiantes conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones (Molina, 2012), con lo que se pretende dotar de significado al algoritmo, es decir, poder establecer el correlato entre el trabajo a nivel de los símbolos y su representación gráfica.

En sí, no hay una comprensión del concepto si solo se va a profundizar con la simbología numérica, es indispensable tener en cuenta la representación gráfica y/o concreta. Según Llinares y Sánchez (1998) “la enseñanza de la fracción se da a partir del contexto de medida y contexto de reparto, así como su reconocimiento verbal”. Es decir, la intención es que el estudiante pueda establecer una relación simultánea entre las diferentes representaciones: gráfica, simbólica, concreta y verbal. *Se enfatiza el trabajo con objetos concretos presta una atención particular a la traslación entre las diferentes representaciones, tomando como eje los modelos concretos y luego los diagramas* (Llinares S. &., 1997)

Está entonces lo estipulado para la enseñanza del producto de fracciones desde dos referentes, en primer lugar los Lineamientos Curriculares de Matemáticas afirman la necesidad de fomentar comprensión de los algoritmos tanto formales como informales en su aplicación para la resolución de problemas, pues, lo esencial es la búsqueda de algoritmos válidos, para compararlos, modificar los ya existentes y saber cuándo aplicarlos, pero realmente la enseñanza de las operaciones entre fracciones desde la escuela está delimitando el quehacer del estudiante, puesto que se lleva a los niños a adquirir destrezas en ejercicios memorísticos utilizando algoritmos sin escenarios que aporten comprensión a los estudiantes que les permita saber aplicarlos a situaciones ni problemas que modelen la realidad; al respecto Llinares menciona *No se aprecia ninguna indicación específica para su introducción, sino que parece subyacer la idea de que sea la práctica repetitiva*

*la que lleve a su comprensión y a un dominio, de carácter rutinario, de las reglas de cálculo.*  
(Llinares & Sánchez, Las fracciones en la escuela, 1988)

Y por otro lado, están los Estándares curriculares de Matemáticas, los cuales especifican lo mínimo que el estudiante debe ser capaz de hacer para su formación. Los estándares están dados sobre distintos pensamientos y sistemas; y para el trabajo de fracciones, ubicamos el pensamiento numérico y sistemas numéricos, donde se especifica, que el estudiante debe trabajar con fluidez las relaciones numéricas a partir de estrategias, habilidades y conocimientos adquiridos previamente, para resolver un problema dado, en lo cual se evidencia la concordancia con los lineamientos y a la vez con la realidad escolar, pues se mantiene el conflicto al involucrar operaciones que no tienen sentido para los estudiantes porque la enseñanza no se fundamenta en la comprensión. A esto se une que, para el trabajo de fracciones, se debe hacer una transición desde los números naturales, es decir, se debe concebir la ruptura de la unidad, teniendo en cuenta que el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y de utilizarlos en contextos significativos.

Por ese motivo se presenta una tensión, entre lo dispuesto legalmente con la realidad escolar, es decir, según los estándares, es necesario hacer una transición desde los números naturales a los fraccionarios, dando a conocer las mismas relaciones, es decir, las mismas operaciones y cada una de las propiedades que se cumplen, pero realmente se identifican conflictos en los estudiantes en el sentido algorítmico, dado que al momento de operar no se hace un reconocimiento de la ruptura de la unidad, y generalmente no se hace uso de material manipulativo para acercar a los estudiantes a la comprensión de tal concepto.

De acuerdo con lo dicho con todo lo expuesto hasta el momento surge la siguiente pregunta de investigación.

## **1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

*¿Cuáles son las características de la comprensión que propician la secuencia didáctica propuesta para la multiplicación de fracciones, enfatizando en las distintas representaciones y las relaciones entre ellas, en contextos de medida y reparto en los estudiantes de grado 7° del Gimnasio Académico Regional de Suba?*

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1. Objetivo General**

Caracterizar la comprensión de los estudiantes de grado séptimo a partir desarrollar tareas de multiplicación de fracciones en su interpretación como parte-todo usando material didáctico.

#### **1.3.2. Objetivos Específicos**

- Diseñar, implementar y describir una secuencia de actividades que promueva en los estudiantes de grado séptimo la comprensión de la multiplicación de fracciones.
- Diseñar e implementar instrumentos de investigación para la recolección de la información en torno a la comprensión de la multiplicación de fracciones a partir del método gráfico.
- Caracterizar las estrategias usadas por los estudiantes en el manejo de los atributos de la fracción, la reconstrucción de la unidad y producto de fracciones.
- Describir elementos del proceso que siguen los estudiantes para el paso entre diferentes representaciones en el producto de fracciones en los diferentes contextos.
- Indagar y observar algunas de las dificultades o errores conceptuales y procedimentales de los estudiantes al abordar tareas de la fracción vinculándolo con tres variables didácticas tipo de tarea, contexto y magnitud.
- Elaborar una reflexión didáctica en el marco de la comprensión (Desarrollo de destrezas procedimentales y conceptuales) que describa el estado cognitivo inicial y final de cada estudiante, antes, durante y después de implementar la secuencia didáctica.

#### 1.4. ANTECEDENTES

Fundamentando el interés de que el estudiante haga un reconocimiento de la fracción desde la interpretación parte todo, se cita a Hunting quien afirma que “los niños tienen dificultades con la idea de unidad, por lo tanto, se hace importante trabajar con la relación parte todo para llegar a superar las dificultades presentadas, con esto los estudiantes pueden llegar a la construcción del concepto del número racional”. (Hunting, 1984, págs. 379-386)

En el sentido del algoritmo que los estudiantes aplican al producto de fracciones, se hace mención a lo señalado por Hart (1981) quién introduce la idea de obstáculo cognitivo explicando los conflictos en el aprendizaje de fracciones afirmando que: “los niños al interesarse en el campo de las fracciones, lo hacen intentando extender las reglas de los números naturales, ya que las fracciones en muchos casos, no son vistas como una relación sino como un par de números independientes que pueden manejarse por separado” (Hart, 1981).

De la misma forma, al establecer la multiplicación de fracciones a partir de representaciones concretas Dickson y Brown (1991) señalan que “una de las dificultades que plantean las operaciones con fracciones es que la adición y la sustracción resultan más fáciles de relacionar con la medición mientras que la multiplicación y la división se comprende mejor con el uso de operadores. Esto significa que si se centra en un solo modelo concreto con que se representan las fracciones puede suceder que el modelo resulte inadecuado para el desarrollo.” (Dickson, Brown, & Gibson , 1991)

El interés de fundamentar el trabajo de fracciones con diferentes contextos en situaciones reales, se sustenta en lo señalado por Streefland “hay inconsistencias y limitaciones que han incidido en la enseñanza de las fracciones entre las cuales las más importantes son el tratamiento mecanizado de la operatoria de la fracción el cual se aplica al momento de desarrollar los algoritmos de las fracciones correspondientes a los que por otro lado se llegaba con mucha rapidez y la ausencia de contextos significativos como “fuentes o dominios para la aplicación de las fracciones” ya que es necesario utilizar un contexto concreto o significativo en la enseñanza de las fracciones para que los alumnos las empleen en situaciones concretas” (Streefland, 1982).

La enseñanza del producto de fracciones se enfocará desde el planteamiento de situaciones creadas a partir de la realidad en que se desenvuelva el estudiante, a lo que Freudenthal (1973) indica que “la fracción debe ser contextualizada en un ámbito real en el que las fracciones puedan llegar al alumno mediante un lenguaje que entienda. Son indispensables las aproximaciones cotidianas y el contexto social que los estudiantes manejen en lo cotidiano porque a partir de ello se sentarán las bases con la representación de la fracción”. (Freudenthal, 1973, p. 68).

La interpretación de la fracción como parte todo es la más amplia en términos de permitir a los estudiantes la apropiación futura del número racional y del reconocimiento de la unidad, además las situaciones propuestas se modelan con material concreto que según Kerslaske y Lesh “para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, se deben plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcione a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones.” (Kerslaske y Lesh, 1983, p. 86).

Por otra parte investigaciones nacionales hechas por autores como Guevara en su monografía de grado, se encuentra que cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones que involucran variables como el tipo de tarea, tipo de magnitud y modo de representación influyen positivamente en la comprensión de los estudiantes; la variable modo de representación tiene un alto efecto sobre el desempeño en los estudiantes facilitando su comprensión, además que “el modo de representación gráfica respecto de las otras dos variables, tipo de tarea y magnitud de la fracción, es la que tiene el menor grado de influencia al momento de dar una respuesta a los distintos ítems.” (Guevara, 2006). Por esta razón vamos a manejar el tipo de representación utilizada por los niños para implementar su significado en la operatoria de la multiplicación.

Kieren (1993) opina al respecto que “la manera como las representaciones y el lenguaje se utilizan, ayuda a dotar de significado a los símbolos y su manipulación”. (Kieren, 2003), que es lo que se pretende implementar y trabajar en el aula de clase: el material manipulativo y los diferentes tipos de representación.

También se abordará el problema central de la presente propuesta, tras pretender abolir la idea de que la multiplicación agranda y la división achica para ambas familias de números tanto enteros como racionales. En el contexto escolar suele pasarse muy rápidamente del trabajo con los algoritmos usuales de las cuatro operaciones en el mundo de los enteros (positivos), y de una



brevísima referencia a las magnitudes, al trabajo en el mundo de las fracciones, privilegiando aquí los algoritmos usuales de las operaciones entre ellas; sin reconocer las imágenes que traen los escolares, y su necesidad de adecuarlas a nuevos y necesarios significados de tales operaciones para enfrentarlas comprensivamente. Por ejemplo, ¿con qué esquema interpretar la división  $\frac{1}{2}$  entre  $\frac{1}{4}$  y que su resultado sea 2?, ¿y con qué esquema interpretar la multiplicación  $\frac{1}{2}$  por  $\frac{1}{4}$  y que su resultado sea  $\frac{1}{8}$ ? Aquí no funciona que la multiplicación y la división sean suma o resta repetida, respectivamente, y en el contexto escolar se evade la posibilidad de una contrastación entre lo que acontece en estos mundos, reduciendo el trabajo a la memorización de procedimientos de cálculo. (MESCUUD, 2005).

## 1.5. JUSTIFICACIÓN

Al emprender la tarea de enseñar la multiplicación de fracciones a los estudiantes, se debe considerar el cómo abordar y dotar de significado este hecho, mediante situaciones que promuevan comprensión y requieran utilizar el material manipulativo.

Gracias a las intervenciones docentes que se han hecho en torno a la enseñanza del tema propuesto en este trabajo, se identifica que el proceder usual que siguen algunos estudiantes al operar fracciones menores que la unidad, es efectuar la multiplicación de fraccionarios, multiplicando numerador con numerador y denominador con denominador para obtener el resultado, donde insinúan que este resultado es un número más grande que el normalmente tomado. Sin embargo, durante el transcurso del aprendizaje los estudiantes tienden a confundirse provocando errores cognitivos que evocan el procedimiento de operar como números naturales.

Existen problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones debido a que se están reduciendo a la memorización del algoritmo, sin detenerse a analizar el proceso que se genera para obtener ese resultado, proceso que se pretende hacer evidente en tareas que requieren de la representación gráfica, en formas concretas o en situaciones cotidianas que se relacionen con estos procesos, con fin de que se comprenda el proceso de multiplicar fracciones desde diferentes tipos de representación.

En este sentido, (Llinares y Sánchez, 1998 p.133) señalan “la razón de que los algoritmos se puedan convertir en reglas sin sentido puede ser debido a una introducción demasiado temprana en la escuela (translación demasiado rápida hacia el manejo de símbolos sin la existencia de un esquema conceptual), pero también en algunos casos por una introducción desvinculada de un fundamento suficientemente concreto y natural a la operación (falta de la existencia de un modelo de comprensión)”, donde “los algoritmos deben ser el resultado final de la síntesis de evolución de las estrategias personales”. (p.140).

Por otro lado, uno de los principales problemas que se presentan al enseñar multiplicación de fracciones está relacionado con la relación de orden, tal como fracción mayor y menor que otra, pues al estudiante le cuesta trabajo entenderlo; en situaciones gráficas y concretas el estudiante ve que el resultado es un poco mayor que las unidades tomadas, pero no comprende porque es así, y

de manera similar ocurre concretamente ya que usualmente se ha dotado de significado únicamente a la representación simbólica.

Este hecho hay que tenerlo presente al secuenciar los pasos que debemos dar al ayudar a los estudiantes, para que se trasladen desde la utilización de sus procedimientos personales al estipulado; la secuencia de enseñanza lo único que debe hacer es afianzar el proceder que de forma incipiente han empezado a utilizar los niños” (Llinares y Sánchez, 1998 p.143). Por ello, ésta investigación se hará con el fin de indagar si la propuesta es una forma adecuada para enseñar el producto de fracciones, basadas en la comprensión de los estudiantes, usando como pretexto la relación parte todo, de tal forma que identifiquen las características que le permiten llegar a la comprensión de la multiplicación de fracciones, a partir de modelos concretos como hojas, fichas y también en contextos de medida como la representación del área, y contextos de reparto como fichas u objetos, diseñando una secuencia didáctica donde se hará énfasis en las diferentes representaciones, para que el estudiante de cuenta del proceso que ocurre en el algoritmo, con su respectiva justificación verbal, oral y escrita.

## **2. CAPITULO II: GENERALIDADES Y CONCEPTOS EN TORNO A LA COMPRESIÓN DE LA FRACCIÓN**

### **2.1. NOCIÓN DE COMPRESIÓN EN MATEMÁTICAS**

#### **2.1.1. Comprensión conceptual**

La comprensión conceptual que un estudiante puede llegar a desarrollar depende de cómo representa mentalmente y relaciona las diferentes partes del contenido matemático y lo usa en la resolución de problemas. Se manifiesta como la capacidad de vincular las partes del conocimiento matemático para dar solución a la situación planteada.

Esta dimensión da la posibilidad de provocar diferentes procedimientos de resolución de las tareas matemáticas propuestas que a su vez estimulen presentar y discutir aquellos procedimientos que pongan de manifiesto relaciones entre los conceptos que se convierten en herramientas para resolver una situación en particular.

El proponer situaciones que estén fundamentadas en la manipulación de materiales que fomenten la aprehensión de un concepto matemático como lo es el producto de fracciones, permite la generación y discusión de diferentes procedimientos, proporciona un espacio para el aprendizaje significativo al poder mostrar la relación entre diferentes nociones matemáticas como instrumentos de la resolución del problema propuesto. En este sentido, según Llinares el significado de fases como "comprender bien" está vinculado a las relaciones entre las partes del conocimiento que se establezcan y usen. (Llinares S. , Fracciones, decimales y razón. , 2003)

La presente propuesta pretende que los estudiantes den cuenta de las conexiones que establecen entre diferentes conceptos y procedimientos relativos a la multiplicación de fracciones, relación parte-todo, parte-parte, además de proporcionar argumentos o razones (Novillis, 1976) del por qué pueden usar dichos conceptos o interpretaciones para llegar a hacer la construcción sugerida.

*Una inferencia que podemos hacer es que los alumnos pueden estar construyendo nuevo conocimiento al establecer relaciones entre diferentes conceptos y procesos matemáticos y*

*generando una comprensión más amplia que esta parte de las matemáticas escolares.* (Llinares S. , Fracciones, decimales y razón. , 2003).

Desde el tipo de trabajo a desarrollar, el estudiante debe relacionar muchos de los contenidos numéricos elaborados durante el aprendizaje de la aritmética con los nuevos conceptos a abordar desde la propuesta; la capacidad que él tenga de reestructurar los contenidos y utilizarlos como herramientas debe generar discusión de los diferentes procedimientos que maneja, proporcionando un espacio para aprender, debido a la capacidad de poder mostrar relación entre diferentes nociones matemáticas como instrumentos de resolución de problemas.

### **2.1.2. Desarrollo de destrezas procedimentales** (*saber cómo*)

El desarrollo de destrezas procedimentales se manifiesta en dos momentos, en primer lugar se evidencia cuando el estudiante manifiesta saber *cómo* y cuándo utilizar apropiadamente un proceso matemático, acudiendo particularmente a aquellas destrezas que permiten realizar procesos de construcción. En segundo lugar, tiene la capacidad de ser flexible ante la posibilidad de adaptar los procedimientos a las diferentes tareas propuestas. Se refiere a la aplicación de algoritmos, los cuales se vinculan directamente con la comprensión conceptual de las concepciones que fundamentan los procedimientos.

La habilidad de identificar el tipo de procedimiento a utilizar según la situación, se relaciona con la caracterización de la fracción como parte –todo y la representación según el tipo de tarea. La naturaleza de las matemáticas implica lazos entre nociones matemáticas y contenidos procedimentales, los cuales se comportan como herramientas que apoyan la resolución de problemas; Citando a Llinares: *En el dominio de la aritmética, una de las características del desarrollo del sentido numérico está vinculado a la capacidad de realizar juicios razonados sobre la idoneidad de los resultados* (Llinares S. , Fracciones, decimales y razón. , 2003).

Otro aspecto que ayuda a caracterizar el desarrollo de las destrezas procedimentales además del uso flexible y claro de los algoritmos, es la posibilidad de que los estudiantes puedan usar una variedad de estrategias mentales al hacer uso de material manipulativo. Por tanto, cuando un estudiante comprende, la apropiación y aplicación de los procedimientos es más flexible e incluso valen como instrumentos de resolución de problemas. El desarrollo de destrezas procedimentales

va de la mano con la comprensión conceptual, pues cuando un estudiante no tiene comprensión de los algoritmos requieren de mucha práctica y deben memorizar los pasos.

A propósito, uno de los principales intereses de esta propuesta radica en abolir la idea de memorizar el algoritmo de producto de fracciones, debido a que se convierten en pasos sin fundamento que los niños olvidan con facilidad. Al respecto Llinares señala *“la razón de que los algoritmos se puedan convertir en reglas sin sentido puede ser debido a una introducción demasiado temprana en la escuela, pero también en algunos casos por una introducción desvinculada de un fundamento suficientemente concreto y natural a la operación (falta de la existencia de un modelo de comprensión)”*, lo cual se pretende abordar a hacer uso de material que modele situaciones en las que se trabaje el producto de fracciones. (p.140) (Llinares y Sánchez, 1998 p.133)

Una de las consecuencias de provocar en los estudiantes aprehensión memorística de los procesos algoritmos, o aprendizaje de las destrezas procedimentales de manera aislada y sin sentido, estimula a los estudiantes a ignorar la necesidad de comprender el por qué un procedimiento en una situación en particular. Además entorpece el aprendizaje de nuevas ideas matemáticas y se convierte en una labor ardua, en términos de Llinares (2003) *“con estos planteamientos se transmite una concepción sobre las matemáticas escolares como si fueran una colección de recetas y procedimientos matemáticos sin relación y que la única forma de aprenderlos es memorizando”* (pág. 17).

## **2.2. PROCESOS MATEMÁTICOS**

### **2.2.1. Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente**

Se deben provocar momentos en los que el estudiante tenga la oportunidad de hablar de los conceptos y procedimientos que ha utilizado, dando razones de lo que hacen al multiplicar fracciones. Esta habilidad se apoya en la capacidad de poder establecer relaciones entre las nociones matemáticas y los procedimientos que se llevan a cabo en el desarrollo de algún tipo de tarea, sugiere que el estudiante explique y justifique los procesos y resultados obtenidos. La resolución de problemas indica al docente proporcionar espacios para que los niños puedan expresar verbalmente los procesos los que recurren y los conceptos de los que se valen para resolver una situación, que expliquen y den argumentos de lo que hacen y como lo hacen.

El hecho que el estudiante se permita buscar razones que justifiquen y expliquen las ideas que emergieron durante su proceder en el desarrollo de una situación matemática, aclara sus ideas y mejora su comprensión conceptual. “...La capacidad de comunicar, explicar y argumentar matemáticamente, significa que los estudiante deben llegar a ser capaces de proporcionar suficientes razones para que sus compañeros y el profesor puedan llegar a intuir «por qué han hecho lo que han hecho»».

Por tal razón, la propuesta permite que en las interacciones provocadas en debate se permita a los estudiantes usar conceptos y procedimientos para explicar y justificar la forma en que dan respuesta a las situaciones planteadas, al establecer relaciones con lo que ya conocen.

Desarrollar las destrezas de comunicar y justificar los procesos es un aspecto que:

- ✓ *Apoya y ayuda a desarrollar la comprensión conceptual al ser un contexto en el que se establecen relaciones entre procesos y conceptos.*
  
- ✓ *Desarrolla las destrezas procedimentales por ser un contexto que favorece la clarificación y justificación de los procedimientos empleados.*

En sí la comunicación se convierte en otra herramienta que propicia comprensión en los estudiantes al tener que reflexionar sobre cómo justificar los procesos y significados que evoca para solucionar una tarea matemática.

### **2.2.2. Capacidad de formular, representar y resolver problemas**

Cuando un estudiante adquiere la capacidad de plantearse, representar y resolver problemas, debe valerse de las capacidades nombradas anteriormente, es decir, manifiesta comprensión conceptual, aplica destrezas procedimentales y tiene la capacidad para explicar y argumentar matemáticamente el proceso que realiza.

Para que un estudiante adquiriera la capacidad de formular un problema, debe tener la habilidad de identificar condiciones regulares en las situaciones, infiriendo lo que es más importante y relacionando los datos inmersos. En sí el permitirse plantear una situación debe estar

fundamentado en poder identificar aquello que puede ser relevante y de establecer relaciones. Los estudiantes llegan a ser capaces de identificar estructuras generales en diferentes situaciones.

Plantear y resolver un problema requiere pensar estratégicamente, aspecto importante que genera flexibilidad en la resolución de problemas no rutinarios, caracterizados por la necesidad de inventar una forma de afrontar el problema valiéndose de las nociones existentes. El proponer situaciones que para los estudiantes no tengan un solo camino de solución, propicia el razonamiento matemático dada la búsqueda de un modo o una forma de afrontar el problema, el ser *capaz matemáticamente* implica que el estudiante elija entre diferentes aproximaciones para la resolución del problema, al inventarse la forma de enfrentarse a él.

La propuesta de enseñanza de producto de fracciones que se propone está fundamentada en la realidad del estudiante con el fin de propiciar en ellos diferentes soluciones la situación. Al respecto Freudenthal (1973) indica “la fracción debe ser contextualizada en un ámbito real, las fracciones deben acercarse al alumno mediante un lenguaje que entienda, es indispensable aproximaciones cotidianas y el contexto social que los estudiantes manejen en lo cotidiano porque a partir de ello se sentaran las bases con la representación de la fracción” (Frudenthal, 1973).

## **2.3. FRACCIÓN**

### **2.3.1. Parte-Todo**

La fracción como parte-todo indica la relación existente entre un número de partes (de un total de partes) y el total de las partes. Además, independientemente del contexto (continuo o discreto), esta situación se presenta cuando un «todo» se divide en partes iguales o «congruentes» (de una superficie o un grupo de objetos). El todo se denomina unidad, sobre la cual se hacen las divisiones. *Esta relación parte todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales.* (Llinares & Chamorro, 2003).

Para una comprensión operativa se requiere tener la habilidad de:

- Tener interiorizada la inclusión de clases (según la terminología de Piaget)
- El reconocimiento de la unidad
- Manejar el concepto de área
- Realizar divisiones congruentes.



Que exista la interpretación como parte todo es otra de las categorías propuestas, entendida su interpretación como uno de los pilares que fundamentan la propuesta de actividades. Uno de los principales objetivos se establece en trabajar el tipo de interpretación que los estudiantes hacen de la fracción, con la intención de propiciar la relación parte- todo

Teniendo en cuenta la pretensión de determinar las características de la comprensión que propicia esta propuesta para la multiplicación de fracciones, se partirá de considerar lo señalado por Llinares y Sánchez (1988), a partir de algunos argumentos dados por estudios propiamente comprobados: la enseñanza – aprendizaje de las fracciones, debe iniciarse a partir de la relación parte todo ya que “*en la relación parte todo se encuentra el origen de las demás interpretaciones del número racional.*” (Llinares & Sánchez pág. 83), por tanto, su uso la convierte en generadora de lenguaje y símbolos, lo cual dotaría de significado el algoritmo de la multiplicación de fracciones.

La presente propuesta se fundamenta en el manejo de la relación parte-todo en la cual es necesario reconocer los atributos que acarrearán la estructura cognitiva del concepto de esta relación; además, Llinares menciona “que tanto la idea de que las partes se puedan considerar a su vez como todos (señaladas por Piaget), como la noción de las subdivisiones equivalentes (señaladas por Payne) están estrechamente relacionadas con la noción de fracciones equivalentes” de esta forma se percibe que para la comprensión operativa de las fracciones es importante tanto la adquisición del concepto de fracciones equivalentes como la habilidad de reconocer cuando hay distintas partes de un mismo todo, obtenidas con diferentes divisiones; por ello se hace necesario la comprensión de los atributos mencionados a continuación, en los cuales se fundamentan cada una de las actividades creadas en la presente secuencia.

### ***Atributos de la fracción***

1. Un todo está compuesto por elementos separables
2. La separación se puede realizar en un número de terminado de partes
3. Las subdivisiones cubren el todo
4. El número de partes no coincide con el número de cortes.
5. Los trozos o partes son iguales o congruentes.
6. Las partes se pueden considerar como totalidad.
7. El todo se conserva.

8. Control simbólico de las fracciones
9. Las relaciones parte todo en contextos continuos y discretos.
10. Fracciones mayores que la unidad
11. Subdivisiones equivalentes.

(Llinares & Sánchez, Las fracciones en la escuela, 1988).

### 2.3.2. Operador

Como nuestro principal objetivo es caracterizar la comprensión de los estudiantes en la multiplicación de fracciones y bajo la interpretación de las mismas como operador se observa la transformación que hace una fracción sobre otra, tanto gráfica como simbólica y verbalmente, de esta forma se describe bajo dos interpretaciones según Llinares “describiendo un orden, una acción a realizar (operador) y describiendo un estado de cosas, es decir, describiendo una situación”.

Por ejemplo si en un contexto discreto tomamos como una situación de partida (estado – unidad) el conjunto formado por 24 pelotas de futbol; al tomar los  $\frac{2}{3}$  (dos tercios) de ese conjunto se puede representar al estado final (16 pelotas), también recibe el nombre de estado (dos tercios) como la descripción de un estado de cosas.

“Por tal razón hay que insistir en que el operador lleva implícito un convenio primero actúa la división y luego la multiplicación, identificándose así como la relación parte todo” según Llinares y Sánchez, esto se observa al operar  $\frac{2}{3} * \frac{1}{2}$  donde (según el contexto en el que se encuentre la fracción) se gráfica  $\frac{1}{2}$ , es decir, la unidad se divide en 2 y se colorea una de ellas. En la parte coloreada se representa la fracción  $\frac{2}{3}$ , donde al colorear 2 de las 3 partes representadas, se obtiene dos veces sombreadas 2 de 6 partes en que quedó dividida la unidad, de esta forma se observa la multiplicación.

## 2.4. MODOS DE REPRESENTACIÓN

La categoría **Modos de representación** tiene gran importancia en la presente propuesta, dado que se pretende que los estudiantes logren comprender el producto de fracciones fundamentado en la

manipulación de materiales (discreto) y elaboración de gráficas (continuo), entre otras representaciones. Teniendo en cuenta lo señalado por Llinares y Sánchez (1998), una inferencia que se debe hacer en el desarrollo de las secuencias didácticas de enseñanza de la fracción es el cuidado especial que hay que tener en identificar las manipulaciones concretas, la expresión verbal, los diagramas, la expresión escrita y los símbolos que se manejan en estas situaciones (Llinares y Sánchez, 1998 p.85), que en sí serán los tipos de representación utilizados en la secuencia de actividades.

La representación será el producto de modelar la situación con el material manipulable, por esto son de vital importancia los recursos que ayuden a los niños a comprender tanto las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a situaciones del mundo real. Los materiales manipulativos (piedras, hojas, entre otros) potencian el razonamiento, que al ser tangibles ponen en juego la percepción táctil.

Uno de los intereses de trabajar a partir de los contextos de medida y reparto, es que permiten un reconocimiento de los contextos continuo y discreto, los cuales se expresan con las diferentes representaciones mencionadas, Llinares y Sánchez (1998) al respecto indican que “la enseñanza de la fracción se da a partir del contexto de medida y contexto de reparto, así como su reconocimiento verbal” y Coxford (1998) concluye en su investigación que “se debe utilizar en un primer momento el modelo referido a contextos continuos, en particular el modelo rectangular, puesto que es más fácil para los niños el uso de esta forma, para lograr partes congruentes y para identificarlas.” (Coxford, 1998, p 96.). El énfasis en la representación permite que el estudiante parta de la representación gráfica y establezca la representación simbólica, conectándolas mentalmente con la representación verbal, oral y/o escrita.

#### **2.4.1. Concreto**

Como primera instancia Coxford menciona que el material utilizado debe ser un modelo continuo, como en la presente propuesta las hojas de papel en forma de rectángulos, pensadas con el fin de que el estudiante identifique que las partes deben ser congruentes al momento dividir las hojas. En segunda instancia se menciona la representación por círculos (tortas). Ya después de adquirida la habilidad en contexto continuo, es necesario representar el contexto discreto, pues es indispensable permitir a los estudiantes entender que las fracciones también representan partes

iguales de conjuntos o grupos, como lo representamos en la propuesta con útiles como lápices o borradores, material utilizado en su alrededor o en este caso el ámbito escolar.

#### **2.4.2. Oral**

Como segunda instancia Llinares menciona que “el niño debe ir diciendo que fracción representa al sostener el profesor una hoja de papel en la que tiene fracciones sombreadas” ya que el estudiante va conceptualizando y empieza a construir una red de relaciones con respecto a la noción de fracción.

Además Llinares menciona que “de esta forma ayuda para la preparación para la noción de multiplicación de un número natural por un fracción”. Mostrando una parte de la fracción como suma reiterada de términos semejantes.

#### **2.4.3. Simbólico**

Para la representación simbólica, se toma como base Payne (1975) quien menciona que “se puede evitar cometer errores en el orden de los números que hemos estado manejando, Es decir, el escribir  $4/3$  por tres cuartos, introduciendo antes de la representación simbólica la forma oral escrita potenciando verbalmente” y de esta forma se introduce la simbología matemática enfatizando en la equivalencia de color frente a la cantidad de partes y así el estudiante conceptualiza y relaciona lo dicho verbalmente al escribirlo simbólicamente.

#### **2.4.4. Gráfico**

En cuanto al método gráfico Llinares menciona que “finalmente cuando se hayan cerrado todas las direcciones (en ambos sentidos) entre las formas de representación concreto, oral y simbólico se deben introducir los diagramas como (dibujos) del material concreto utilizado hasta el momento” de esta forma se plantean en nuestra propuesta, actividades en las que el estudiante siempre tenga contacto con el material concreto y posteriormente se plantean tipos de tarea que se apoyan en las representaciones oral y/o escrita dado que muestran una conceptualización del concepto. La finalidad es hacer un traspaso entre los distintos tipos de representación fortaleciendo la comprensión de la relación parte todo al realizar representación gráfica, de datos y procesos llevados a cabo en la solución de cada situación.

## **2.5. MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES**

Se considera la Multiplicación de fracciones como otra de las categorías de análisis, dado el énfasis de la propuesta en propiciar comprensión en el producto de fracciones a partir de materiales manipulativos. Principalmente se consideran las dificultades de los estudiantes al asociar lo que entienden por multiplicación de naturales con multiplicación de fraccionarios. Según el documento publicado por el grupo Mescud, que refiere la multiplicación como cambio de unidad el estudiante en sus primeros años escolares desarrolla diferentes tipos situaciones problemas de multiplicación como problemas multiplicativos de grupos iguales, pero en cuarto de primaria, a partir del trabajo con fracciones, “trabaja problemas de medidas iguales, parte todo, conversión de medidas” (Mescud 2005), a lo cual la MADA pierde eficacia, puesto que en este tipo de situaciones la multiplicación tiene una connotación disímil, pues ahora el producto no es un número mayor a los multiplicandos.

Por otro lado, se tiene el tipo de algoritmo que aplica el estudiante en el producto de fracciones, el cual se ve dominado por la aprendido en relación con los números naturales, es decir, al operar producto de fracciones se asume el mismo algoritmo, al respecto Mescud (2006) plantea “Cuando el resolutor se encuentra con la situación, el tiempo de resolución es escaso, empieza a actuar con las primeras imágenes que le llegan; éstas pueden provenir de varias fuentes y con distintas persistencias”.

El no tener una contextualización de la ruptura de la unidad para pasar de la interpretación del producto de números naturales al producto de números racionales, implica que los estudiantes operen incorrectamente con los números racionales incurriendo en MADA, asumiendo la fracción como dos números naturales independientes y no como una parte del todo.

### **2.5.1. Significado de la palabra “de”**

Llinares en su libro menciona que se deben iniciar por situaciones donde el estudiante haga las comparaciones entre una unidad y o que se toma de esta unidad así; el fomentara el cambio de

concepto entre la multiplicación de números naturales y racionales; puesto que comprende que se toma una parte de otra parte dada por ello en las situaciones planteadas siempre se les da a conocer una parte de la unidad ellos la reconstruyen y toman una nueva parte de la anteriormente tomada (Llinares S. , Fracciones, decimales y razón. , 2003)

### **2.5.2. Suma abreviada**

Llinares menciona que “el primer contacto con la operación de multiplicación está vinculada a representar la suma de fracciones iguales (numero natural por fracción)” de esta forma al repetir varios fracciones cierta cantidad de veces y sumarlas se obtiene el mismo resultado que multiplicar el número natural por la fracción dada; así el concepto que tiene os estudiantes no es modificado ni diferenciado en cuanto al proceso de multiplicación de números naturales. Donde los estudiantes van observando las similitudes en los dos campos numéricos (Llinares S. , Fracciones, decimales y razón. , 2003)

## **2.6. TIPOS DE TAREA O SITUACIONES COMO INSTRUMENTOS DE APRENDIZAJE**

Como última categoría se tiene Tipos de tarea o situaciones como instrumentos de aprendizaje, que se fundamenta desde las subcategorías: Dadas las partes encontrar la unidad que se tomó como referencia, Dada una unidad de referencia, encontrar partes de ella, Multiplicación entre: Fracciones unitarias, fracciones menores que la unidad y fracciones mayores que la unidad; que pretenden de manera global que los estudiantes en primer lugar reconozcan los atributos de la fracción , y en segundo lugar, que manejen la interpretación de la fracción como parte –todo, para afianzar el algoritmo del producto de fracciones dotándolo de significado a partir de manipulación de material concreto, y no como una regla mecánica sin sentido alguno en términos de lo que el producto de fracciones obtiene de la unidad.

En un sentido verbal, se quiere dotar de significado el término “de” al formular un producto de fracciones, valiéndose de material manipulativo que permita al estudiante comprender su significado y efecto durante el proceso de solución. Se pretende en primer lugar, que el estudiante reestructure sus nociones y comprenda en sí la diferencia entre producto de naturales y producto de fracciones.

Descrito así, los tipos de tarea a considerar en la secuencia de actividades propuestas son las siguientes:

- Dadas las partes encontrar la unidad que se tomó como referencia
- Dada una unidad de referencia, encontrar partes de ella

Multiplicación entre:

- Fracciones unitarias
- Fracciones menores que la unidad
- Fracciones mayores que la unidad

### **3. CAPÍTULO III: EL MÉTODO**

#### **3.1. POBLACIÓN DE ESTUDIO**

La institución donde se pretende realizar la investigación corresponde al Gimnasio Académico Regional de Suba, ubicado al noroccidente de la ciudad de Bogotá, localidad de Suba. La población seleccionada para realizar las intervenciones serán estudiantes de séptimo grado, dado que según en el plan de estudios propuesto para este nivel basado en los estándares curriculares de matemáticas, el concepto de fracción es elemental. Las pruebas se aplicarán a 5 estudiantes seleccionados al azar del nivel para realizar el análisis de resultados de las pruebas.

Los estudiantes a los que se les aplicarán las pruebas se encuentran entre 11 y 13 años de edad, pertenecientes a estrato 3. Un promedio de la mitad de los estudiantes tienen características emocionales y familiares no estables, su desempeño académico es normal y su proceso de normalización sobresaliente. Son niños que están en la pre-adolescencia y se caracterizan porque su motivación está en el juego, en divertirse y en establecer relaciones sociales buenas con la mayoría de compañeros.

#### **3.2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**

La siguiente investigación se encuentra definida dentro del enfoque de Investigación cualitativa. Entendido el término “investigación cualitativa” como cualquier tipo de investigación que produce hallazgos a los que no se llega por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cuantificación; es decir, a los datos se les hace primordialmente un análisis interpretativo. El análisis cualitativo, se refiere no a la cuantificación de los datos cualitativos, sino al proceso no matemático de interpretación, realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico.

Los métodos cualitativos pueden usarse para explorar áreas sustanciales en las cuales se conoce poco o mucho pero se busca obtener un conocimiento nuevo. Además los métodos cualitativos se pueden usar para obtener detalles complejos de algunos fenómenos, tales como sentimientos,



procesos de pensamiento y emociones, difíciles de extraer o de aprehender por métodos de investigación más convencionales.

La investigación cualitativa se caracteriza por ser:

- Inductiva, se procede desde casos particulares, es generalizable y no generalizable.
- Holística, pues el fenómeno se estudia como totalidad.
- Particularizante.
- Va a la esencia de las cosas.
- Tener fundamentos etnológicos y casuísticos.
- El objeto se construye bajo la mediación del lenguaje como instrumento fundamental.
- El método lo constituye el investigador.

Se ha seleccionado el tipo de investigación cualitativa denominado *Estudio de Caso*, a partir de técnicas como la observación participante, la entrevista semiestructurada y a grupos focales, el análisis documental, entre otras.

Para la selección de los casos se ha seguido el método de los informantes claves, dado que un muestreo a gran escala no facilita la aplicación de las distintas técnicas seleccionadas.

Básicamente se tendrán en cuenta tres componentes primordiales en la investigación cualitativa. Primero, están los datos que serán recogidos a partir de entrevistas, observaciones y registros; segundo, están los procedimientos utilizados para interpretar y organizar los datos, los cuales parten de la elaboración de un sistema de categorías en términos de sus propiedades y dimensiones; tercero, los informes escritos y verbales.

**Tabla 1. Técnicas y componentes de la investigación**

TÉCNICAS	COMPONENTE	INSTRUMENTOS
<b><i>OBSERVACIÓN PARTICIPANTE</i></b>	Registros	Material físico
	Informes	Protocolos orales o escritos
<b><i>LA ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA</i></b>	Entrevistas	Cuestionario o guión
<b><i>SISTEMATIZACIÓN DE DATOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS</i></b>	Organizar datos	Parrillas para la organización de la información

Para esta investigación se tomarán como criterios de investigación la pertinencia, fiabilidad, constancia interna y validez externa e interna de la información.

La pertinencia en tanto los datos recogidos sean representativos para los objetivos de la investigación.

La fiabilidad, si toma en cuenta los criterios de los informantes en tiempo de observación, triangulación de la información desde fuentes diversas.

El criterio de constancia interna está relacionado con si los datos recogidos tienen que ver o no con el marco de referencia teórico, y el ajuste que se haga a los mismos.

La validez interna está determinada por la construcción teórica y los objetivos de investigación.

### **3.2.1. Fases de la Investigación**

A continuación se describen las fases sobre las cuales se fundamenta el desarrollo de la presente propuesta:

- Fase de exploración y sensibilización. Presentación de la propuesta al grupo de profesores participantes desde su concepción teórica.
- Fase de comprensión teórica. Formación de los investigadores a partir de la elaboración de un sistema de categorías que respondan a los objetivos y la pregunta de investigación.
- Fase de elaboración de los instrumentos y técnicas de recolección de información. Elaboración de cuestionarios, diseño de registros de campo y rejillas de análisis.
- Fase de Implementación y sistematización de la información. Pilotaje de los instrumentos y construcción de ideas núcleo para la construcción de categorías emergentes con los datos recolectados.
- Fase de interpretación teórica. Contrastación de datos de la experiencia y datos teóricos.
- Fase de elaboración del informe final de la investigación y sustentación pública.

(Corvin, 2002, págs. 72-89)

### 3.3. GUIAS DEL PROFESOR: DESCRIPCIÓN DE LAS INTERVENCIONES

#### I. GUIA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO

##### JUSTIFICACIÓN

Uno de los principales intereses expresados en los estándares en competencias de matemáticas es que los estudiantes en séptimo grado logren conceptualizar la noción de número racional junto con sus propiedades, a partir de las diferentes interpretaciones de la fracción y de las operaciones entre ellos en diferentes contextos, por tal razón se propone la presente actividad. En ella se proponen situaciones que pongan de manifiesto el reconocimiento de los contextos de medida y reparto, el manejo de los atributos de la fracción (citado por Llinares y Sánchez, págs. 80 y 81) y la idea que tengan los estudiantes del concepto de unidad. Estos aspectos son indispensables en el desarrollo de la propuesta, dado que con las actividades posteriores se pretende por un lado potenciar estos conceptos y por otro dotar de significado el producto de fracciones.

##### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

En la organización para el trabajo en el aula se privilegiará el trabajo individual y colectivo que promuevan ambientes de aprendizaje en torno a la noción de fracción. El instrumento está compuesto de la siguiente manera:

*Los ítems 1, 2, 3, 4 5, 6, 7 y 8, se vinculan con tareas en el contexto de medida*

1<sup>er</sup> Ítem:


Escriba en palabras y en números la parte de la unidad que corresponde la región sombreada.

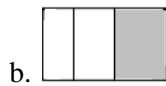
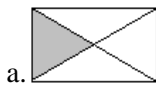


Presenta un rectángulo subdividido en partes no congruentes, una de las cuales está sombreada y se pide determinar a qué parte corresponde la región sombreada, con la intención de que el

estudiante indique la relación existente entre el número de partes sombreadas y el número total de partes, dando a conocer su interpretación, de modo oral y simbólico. Atributos a reconocer: *Las relaciones parte–todo en contextos continuos, el cual implica reconocer: Una región o superficie es vista como divisible, Las subdivisiones cubren el todo, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, Control simbólico de las fracciones, y Subdivisiones equivalentes.*

2º Ítem:


Si  es la unidad, la parte de la unidad que representa  $\frac{1}{3}$  es



Justifique su respuesta. Explique cómo lo hizo.

Se indica al estudiante la unidad (rectángulo) y se sugiere seleccionar de cuatro representaciones gráficas diferentes, la que representa  $\frac{1}{3}$  de la unidad, con la intención de que en primer lugar reconozcan los atributos: *Subdivisiones equivalentes y el todo se conserva*, además de: *Una región o superficie es vista como divisible, El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El número de partes no coincide con el número de cortes.*

3er Ítem:

Si  es la unidad, indique sobre el rectángulo qué parte de la unidad es la parte pedida

a. un quinto de rectángulo


b. Un sexto del rectángulo.



Se presenta un rectángulo sin divisiones como la unidad y se solicita en el ítem a. Formar una parte fraccionada de la misma ( $\frac{1}{5}$ ), con lo cual se pretende que el estudiante represente la fracción pedida, de tal modo que evidencie el reconocimiento de que la separación se puede realizar en un número determinado, El “todo” puede ser dividido en el número de partes pedido”. En el ítem b. se pretende el estudiante haga lo mismo pero con una unidad ya dividida en un número de partes

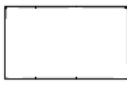
diferentes a la pedida. Atributos a reconocer: *Las relaciones parte–todo en contextos continuos, el cual implica reconocer: Una región o superficie es vista como divisible, El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El número de partes no coincide con el número de cortes, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Subdivisiones equivalentes.*

4° Ítem:

Si  es la unidad. Indique ¿Cuánto son los  $\frac{2}{3}$  de la unidad?

Se da al estudiante un área con cortes no congruentes como unidad y se solicita que el estudiante represente de esta los  $\frac{2}{3}$ , con la intención de que realice cortes congruentes teniendo en cuenta que tiene que ser el mismo número de cortes. Atributos a reconocer: *Una región o superficie es vista como divisible, Las subdivisiones cubren el todo, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, Las relaciones parte –todo en contextos continuos y Subdivisiones equivalentes.*

5° Ítem:

Si  es la unidad, ¿cuántos son los  $\frac{6}{5}$  de la unidad?

En este ítem se da un rectángulo sin subdivisiones como unidad y se pide al estudiante graficar una fracción mayor que la unidad. La intención es que el estudiante reconozca la necesidad de hacer uso de otra unidad para poder representar la fracción. Los atributos que se pretende el estudiante maneje son: *Las relaciones parte –todo en contextos continuos, donde reconoce: Una región o superficie es vista como divisible, El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Subdivisiones equivalentes.*

6° Ítem:

Mariana y su mamá van a comer una pizza, pero solo alcanzan a comerse la mitad. El resto de pizza lo llevan a su casa y su padre se come la tercera parte de la parte que le dieron.



- ¿Qué parte de pizza comieron los tres y que sobró?
- ¿Representa con un dibujo como lo hiciste?
- Escribe con palabras y números la fracción pedida

En este punto se presenta al estudiante una situación real en la que el estudiante tiene que valerse de una representación gráfica para justificar las acciones de tomar partes de la unidad (pizza). Es posible que acudan a la suma de fracciones para representar el total de comer un medio de la pizza y de la parte resultante comerse la tercera parte. Se pretende reconozcan los atributos: *Una región o superficie es vista como divisible, El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Las relaciones parte –todo en contextos continuos, Subdivisiones equivalentes.*

7° Ítem:



Se tiene un corte de tela en forma rectangular, se necesitan  $\frac{6}{5}$  para confeccionar un vestido. Justifique con un dibujo como se toma la fracción pedida. Explique cómo lo hizo.

Se presenta una situación real en la que la unidad es un trozo de tela en forma rectangular con la intención de que el estudiante represente sobre él una fracción mayor que la unidad. Se solicita representar  $(\frac{7}{4})$  de la unidad por medio de gráficas con la intención de que se valga de una justificación a su proceder en términos de reconocer los atributos: *Las relaciones parte –todo en contextos continuos, donde reconoce: Una región o superficie es vista como divisible, El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Subdivisiones equivalentes, fracciones mayores que la unidad.*

Los ítems 8, 9, 10 y 11 se vinculan con tareas en el contexto de reparto


8° Ítem:

El siguiente conjunto de dulces representa la unidad, indique cuántos dulces son un tercio de la unidad:



Se da al estudiante un conjunto de nueve dulces (unidad) y se solicita formar una parte fraccionada de la misma indicando la cantidad de dulces que representan  $\frac{1}{3}$  de la unidad, con esta pregunta se pretende que el estudiante represente la fracción pedida, de tal modo que evidencie el reconocimiento de los atributos: *El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El número de partes no coincide con el número de cortes, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Las relaciones parte –todo en contextos discretos, Subdivisiones equivalentes.*

9° Ítem:

Si  (cuatro canicas) es  $\frac{2}{3}$  de la unidad. ¿Cuál es la unidad? Justifique su respuesta.

Se presenta una parte de la unidad en representaciones gráfica (cuatro círculos como los  $\frac{2}{3}$  de la unidad) y simbólica de tal forma que el estudiante reconstruya la unidad. Atributos a reconocer: *El todo se puede dividir en el número de partes pedida. Las subdivisiones cubren el todo, El número de partes no coincide con el número de cortes, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, Las partes también se pueden considerar como totalidad, El todo se conserva, Las relaciones parte –todo en contextos discretos, Subdivisiones equivalentes.*

10° Ítem:

*Luis, Mateo, Juan y Yesid salen a pasear y de regreso a casa, compraron 16 galletas del mismo tamaño, de las cuales 8 son de chocolate, 4 son de avena y 4 son chips de arequipe. Se quiere repartir entre ellos la totalidad de las galletas en partes iguales.*

- a. ¿Cuántas galletas le corresponden a cada niño, si todos quieren probar cada tipo de galleta?*
- b. ¿Qué parte de la unidad representaría la cantidad de galletas que correspondió a cada niño?*

*Explica en cada caso como lo hiciste*

Se presenta una situación en la que se menciona un conjunto de dieciséis galletas como unidad, la cual se reparte en partes iguales y se sugiere al estudiante representar con una fracción cada una de las partes del conjunto y a la vez la cantidad entera de galletas que representa dicha fracción. Se sugiere además justificar el proceso que se sigue para propiciar el uso de la competencia comunicativa y argumentativa de las que hace uso el estudiante. Atributos a reconocer: *Un todo está compuesto por elementos separables, El número de partes no coincide con el número de cortes, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, Las partes también se pueden considerar como totalidad, El todo se conserva. Control simbólico de las fracciones, Subdivisiones equivalentes, fracciones mayores que la unidad.*

11° Ítem:

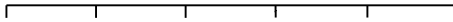
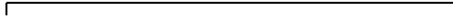
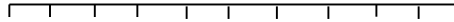
*Juan y Carolina tienen en total 32 canicas en total. Si su objetivo es completar  $\frac{5}{4}$  del conjunto de canicas. ¿Cuántas canicas tendrían en total?*

Se presenta una situación real en la que se tiene un conjunto de canicas, y el estudiante debe representar una fracción impropia ( $\frac{5}{4}$ ) del conjunto; se debe hacer un manejo de interpretación, de modo oral y simbólico. Atributos a reconocer: *El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El número de partes no coincide con el número de cortes, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, Las partes también se pueden considerar como totalidad, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Las relaciones parte – todo en contextos continuos, Subdivisiones equivalentes.*



12° Ítem:

*Dado el siguiente segmento, indique los tres quintos en cada caso*

- a. 
- b. 
- c. 

En este ítem nos trasladamos al contexto de medida en el que sugerimos al estudiante indicar una fracción menor que la unidad en tres segmentos de igual longitud pero con distintos cortes sobre ellas. Se pretende reconozcan los atributos: *Las relaciones parte –todo en contextos continuos, la cual involucra reconocer: Una región o superficie es vista como divisible, El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Subdivisiones equivalentes.*

## VARIABLES DIDÁCTICAS

**Tabla 2. Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad Diagnóstico**

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
1	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte
2	Menor que la unidad	Medida	Parte-Parte
3	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte
4	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte
5	Mayor que la unidad	Medida	Todo-Parte
6	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte
7	Mayor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
8	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
9	Menor que la unidad	Reparto	Parte-Todo
10	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
11	Mayor que la unidad	Reparto	Parte-Todo
12	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte

## OBJETIVO GENERAL

Caracterizar algunos de los elementos de la comprensión vinculándola con el desarrollo de destrezas procedimentales y conceptuales puestos en juego por los estudiantes en la solución de tareas de la fracción, en su interpretación como parte-todo, en contextos de medida y reparto.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Indagar y analizar algunas de las dificultades y errores conceptuales y procedimentales de los estudiantes para abordar tareas de la fracción vinculándolo con tres variables didácticas tipo de tarea, contexto y magnitud.

Organizar y sistematizar la información que emerge con las tareas a partir de vincular las tres variables didácticas.

Elaborar una reflexión didáctica en el marco de la comprensión (Desarrollo de destrezas procedimentales y conceptuales) que describa el estado cognitivo inicial y final de cada estudiante, antes, durante y después de implementar la secuencia didáctica.

## CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Para cada una de las categorías se proponen cinco niveles de comprensión para poder categorizar al analizar las respuestas dadas por los estudiantes.

### ITEM 1- CM

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Representa numérica y verbalmente la relación existente entre el número de partes sombreadas y el todo, al reconocer que las subdivisiones deben ser equivalentes.</i></b>
<b><i>Nivel 0</i></b>	No indica ni verbal ni numéricamente la relación existente entre el número de partes sombreadas y el total de partes en la unidad. No responde.
<b><i>Nivel 1</i></b>	No realiza subdivisiones del mismo tamaño que le permitan identificar la relación existente entre la parte sombreada y el total de partes de la unidad.
<b><i>Nivel 2</i></b>	Indica la relación existente entre las partes sombreadas y el total de partes en que está dividido el todo, sin embargo, al realizar la representación simbólica, no hay conexión con la representación verbal y gráfica.
<b><i>Nivel 3</i></b>	Indica la relación existente entre las partes sombreadas y el total de partes, sin embargo al realizar la representación verbal, no hay conexión con la representación simbólica y gráfica.
<b><i>Nivel 4</i></b>	Realiza subdivisiones para observar relaciones existentes entre el número de partes coloreadas y el número de partes dadas representando tanto simbólica como verbal las fracciones menores a la unidad.

### ITEM 2-CM

**CATEGORÍA** *Dado el todo como un rectángulo, representa gráficamente una fracción menor que la unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No manifiesta comprensión para simbolizar la fracción gráficamente. No responde.
<i>Nivel 1</i>	No identifica la relación entre el todo y la parte, dividiendo en 4 y coloreando una parte; ya que pone los números en contra 1 coloreada de 3 en blanco.
<i>Nivel 2</i>	Reconoce la relación entre la parte y el todo dividiendo entre 3 partes y coloreando 1, pero no reconoce que las partes deben ser congruentes.
<i>Nivel 3</i>	Reconoce la relación entre la parte y el todo dividiendo entre 3 partes y coloreando 1, de tal forma que las divisiones son de igual tamaño justificando su respuesta de forma verbal.

#### ITEM 3-CM

**CATEGORÍA** *Representa fracciones en una región sin divisiones y en una unidad con divisiones que no coinciden con el número de partes.*

<i>Nivel 0</i>	No realiza la representación, debido a que no sabe representar una fracción en una unidad que tiene divisiones diferentes a la fracción dada. No responde.
<i>Nivel 1</i>	Responde a la representación gráfica del enunciado A donde la unidad se encuentra en blanco y así representan $\frac{1}{5}$ sin dificultad, pero en el punto B donde la unidad se encuentra dividida y el número de cortes no coincide con el de partes no saben cómo cumplir el enunciado. O viceversa, resuelve el enunciado B ignorando los cortes y no representa el enunciado A.
<i>Nivel 2</i>	Realizan la representación gráfica del punto A sin dificultad y en el punto B agregan una parte para completar así la unidad y representar correctamente $\frac{1}{6}$ alterando la unidad.
<i>Nivel 3</i>	Representa el numeral A de forma adecuada y en el B decide realizar las divisiones sin importar que la unidad ya se encuentre dividida y sin modificar la unidad para así representar $\frac{1}{6}$ .

#### ITEM 4-CM

**CATEGORÍA** *Dado el todo en una representación gráfica con una parte indicada, determina otra parte de la misma unidad.*

<i>Nivel 0</i>	Ignoran la parte sombreada y sobre la parte descubierta representan la fracción
<i>Nivel 1</i>	Realiza cortes congruentes pero no representa la fracción pedida.
<i>Nivel 2</i>	Representa de forma simbólica (a través de una multiplicación) las partes, pero el resultado es una fracción impropia. La representación gráfica no coincide con la simbólica.
<i>Nivel 3</i>	Vuelve a dibujar la unidad, la divide en tres partes y colorea dos de estas.

#### ITEM 5-CM

**CATEGORÍA** *Dada la unidad, representa gráficamente fracciones mayores que la unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No responde debido a que no muestra comprensión sobre la representación gráfica de las fracciones mayores que la unidad.
<i>Nivel 1</i>	Divide en dos unidades el rectángulo que representa la unidad y sobre la primera sección hace 5 cortes y de la segunda sección hace cinco cortes y toma uno representando así $\frac{6}{5}$ .
<i>Nivel 2</i>	Representa la fracción subdividiendo la unidad en 5 partes y coloreándolas junto a una nueva unidad con las mismas divisiones y solo una parte coloreada, justifica con un producto.
<i>Nivel 3</i>	La unidad se divide en 5 partes y se colorean, se crea una nueva unidad con las mismas divisiones y colorean una más. Se representa simbólicamente la fracción impropia con un número mixto.

**ITEM 6-CM**

**CATEGORÍA** *Representa gráfica, numérica y verbalmente una situación problema en contexto de medida que involucra un área circular. Se apoya de procesos algorítmicos para resolverla.*

<i>Nivel 0</i>	No responde debido a que no tiene claro el proceso de graficar y representar procesos de quitar partes.
<i>Nivel 1</i>	Relaciona todas las fracciones en un solo gráfico indicando en la unidad un número de partes que no coincide con el proceso. Ignora que el enunciado sugiere quitar partes.
<i>Nivel 2</i>	Identifica que la mamá y la hija se comen la mitad de la pizza y que la otra parte es del padre, pero no relaciona la tercera parte con $\frac{1}{3}$ y trata de representar la situación en forma simbólica.
<i>Nivel 3</i>	Representa simbólica y gráficamente la parte tomada por la mamá y la hija, e identifica la parte que toma el padre en los distintos tipos de representación.

**ITEM 7-CM**

**CATEGORÍA** *Representa gráfica y verbalmente una situación problema con fracciones mayores que la unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No responde debido a que no tiene claro el proceso de graficar una fracción mayor que la unidad.
<i>Nivel 1</i>	Divide la tela en 5 partes y menciona que hace falta una parte igual a las divididas para completar la tela pero no da respuesta de tomar otra unidad.
<i>Nivel 2</i>	Realiza la representación gráfica tomando seis partes de dos unidades divididas cada una en cinco partes pero no justifica el proceso llevado a cabo.
<i>Nivel 3</i>	Realiza la representación gráfica tomando seis partes de dos unidades divididas cada una en cinco partes y justifica el proceso indicando la necesidad de dos unidades iguales.

**ITEM 8-CR**

**CATEGORÍA** *Representa tanto gráfica como verbal y simbólicamente una situación problema con fracciones menores que la unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No responde, dado que se le dificulta llevar a cabo la representación de fracciones en conjuntos.
<i>Nivel 1</i>	Divide el conjunto en tres partes y de cada subconjunto decide tomar una unidad. No se vale de ningún tipo de representación.
<i>Nivel 2</i>	Divide en tres grupos iguales y de estos coge un grupo explicando en el campo gráfico pero no hace la representación simbólica.
<i>Nivel 3</i>	Divide en tres grupos iguales y de estos coge un grupo, usando como justificación los tipos de representación gráfica, verbal y simbólica.

**ITEM 9-CR**

**CATEGORÍA** *Reconstruye la unidad, dada una parte y la representa gráfica y verbalmente.*

<i>Nivel 0</i>	No responde ya que identifica que la parte está dada y no necesita hallar la unidad. Menciona que la unidad son los cuatro círculos y agregan otros ocho, cada uno en
<i>Nivel 1</i>	grupos de a cuatro, omitiendo la parte que representa los $\frac{2}{3}$ . Indica que la parte dada es un tercio de la unidad.
<i>Nivel 2</i>	Representa por medio de regla de tres la respuesta, ya que son 4 elementos los $\frac{2}{3}$ del conjunto y el reconstruir la unidad obtiene como resultado 6 círculos.
<i>Nivel 3</i>	Realiza el proceso en forma gráfica identificando que existe una relación proporcional inmersa en el proceso y mostrándolo en los tipos de representación gráfico, verbal y simbólico.

**ITEM 10-CR**

**CATEGORÍA** *Representa una situación de la cotidianidad verbal, gráfica y numéricamente.*

<i>Nivel 0</i>	No responde debido a no comprender lo planteado en la situación.
<i>Nivel 1</i>	Representa por medio de dibujos las galletas y las reparticiones pero no en forma equitativa por ende no opera correctamente las situaciones.
<i>Nivel 2</i>	No realiza la representación gráfica ni simbólica pero si realiza las reparticiones de forma verbal. No da respuesta al compararlas con la unidad.
<i>Nivel 3</i>	Representa gráfica, verbal y numéricamente las reparticiones equitativas hechas con el conjunto de galletas, pero solo compara con la unidad la parte correspondiente a las galletas por cada niño.
<i>Nivel 4</i>	Representa gráfica, verbal y numéricamente las reparticiones equitativas hechas con el conjunto de galletas, y establece relaciones correctas entre la unidad y cada tipo de galleta por niño.

### ITEM 11-CR

**CATEGORÍA** *Dado el conjunto unidad, determina gráficamente la cantidad de elementos correspondientes a una fracción mayor que la unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No responde, debido a falta de herramientas para ver la unidad como un conjunto de elementos.
<i>Nivel 1</i>	Realiza una representación gráfica del conjunto de canicas y divide el conjunto en 5 grupos y toma 4, aclarando que sobra cierta cantidad.
<i>Nivel 2</i>	Realiza un producto para determinar el número de total de elementos en la parte sugerida. No representa gráficamente el proceso.
<i>Nivel 3</i>	Realiza las divisiones formando 4 grupos de a ocho elementos cada uno y como sabe que le están pidiendo otro conjunto suma la cantidad de cada subconjunto obteniendo como resultado 40 canicas.
<i>Nivel 4</i>	Realiza las divisiones formando 4 grupos de 8 elementos y agrega un subconjunto y sustenta matemática y verbalmente a través de una regla de tres simple

### ITEM 12-CM

**CATEGORIA** *Dado un segmento como unidad, presentado sin cortes, con cortes iguales a la fracción y con el doble de cortes, determina gráficamente una fracción propia.*

<i>Nivel 0</i>	No responde, debido al no reconocimiento de un segmento de recta como unidad.
<i>Nivel 1</i>	Intenta representar la fracción en una de las partes del segmento cuyas partes coinciden con el número de cortes, ignorando la unidad.
<i>Nivel 2</i>	Determina la fracción propia en la unidad que tiene los cortes iguales a la fracción dada y la que no tiene corte, pero no reconoce la unidad cuando esta tiene un número mayor de cortes.
<i>Nivel 3</i>	Representa gráficamente la fracción en la unidad sin cortes y con cortes iguales a la fracción. El segmento con mayor número de cortes es tomado como dos unidades y determina los tres quintos de la primer parte del segmento alterando la unidad.
<i>Nivel 4</i>	Representa gráficamente la fracción en la unidad sin cortes y con cortes iguales a la fracción. El segmento con mayor número de cortes es tomado como dos unidades y determina los tres quintos de las dos partes, obteniendo en total $\frac{6}{10}$ .

### METODOLOGÍA

**Tabla 3. Cronograma Actividad Diagnóstico**

Organización en el aula	10 min
Trabajo individual	1:20 hora
Socialización	15 min
Puesta en común	15 min

## **MATERIAL DIDÁCTICO**

Para esta actividad se presenta un instrumento de evaluación adaptado con las tareas propuestas, la cual será entregada a cada estudiante para resolver de forma individual, con el interés de que el estudiante acuda a fundamentarlo con las representaciones gráfica, textual y verbal, que permita evidenciar la comprensión que poseen los estudiantes con relación a la fracción como parte-todo en los contextos continuo y discreto.

### **Roles de la Profesora y roles del estudiante**

**Profesora:** Es responsable de

- Dar las indicaciones para la resolución de la actividad de tal forma que los estudiantes la aborden de forma individual y organizada.
- Ayudar al estudiante a que tome conciencia de sus propias heurísticas y de los demás al abordar tareas de la fracción como parte todo.
- Estimular en el estudiante la producción de lenguaje simbólico en relación con la fracción como parte todo.

**Estudiante:** Es responsable de

- Resolver de forma individual y autónoma cada uno de los ítems propuestos en la actividad diagnóstico.
- Resolver con claridad la forma en que aborda cada item con apoyo en las representaciones sugeridas desde sus conocimientos previos de la fracción, vinculándolo con los distintos atributos, los tipos de tarea y tipos de representación.
- Evidenciar los procesos que lleva a cabo en el manejo de fracciones y el reconocimiento de sus atributos.

## **PROTOCOLO N.1: ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO**

### **Condiciones Iniciales:**

Dado que ya existe previo conocimiento de los estudiantes con la metodología de la docente, no es necesaria la aplicación de una actividad de reconocimiento.

Siendo las 11:25 am se da inicio a la actividad diagnóstico con la presencia de los treinta estudiantes pertenecientes al grado séptimo b del Gimnasio Académico Regional de Suba. Se expresa la necesidad e importancia de la solución comprometida y responsable de las situaciones propuestas en cada una de las actividades. Además se puntualizó la relevancia del uso del material concreto para abordar algunas de las tareas propuestas.

Seguidamente se hace la elección de cinco estudiantes del grado, quienes serán sujetos de la investigación, pues sus respuestas y argumentos dados durante la solución de la secuencia de actividades nos permitirán observar el desarrollo y objetividad de la propuesta a nivel general. Los estudiantes son:

- Santiago Santofimio, Natalia Baracaldo, Catalina Rueda (nivel promedio)
- Sidu Alejandra Rubiano (nivel alto)
- Juan Sebastián Carreño (nivel bajo)

En seguida se enuncian las condiciones para un óptimo desarrollo de la actividad y se ubican de tal forma que sea posible el desarrollo del trabajo propuesto que es de carácter individual.

Se hace entrega de la guía y se realiza la lectura de cada uno de los ítems a desarrollar con la intención de solucionar dudas que surjan en cuanto a las situaciones problema propuestas en la actividad. En las indicaciones se sugiere a los estudiantes resolver las tareas de acuerdo a los conceptos que saben procurando justificar verbal o simbólicamente. Se da por terminada la solución de la actividad a las 12:30 pm.

### **Descripción, análisis y caracterización de la comprensión del estudiante en el desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**

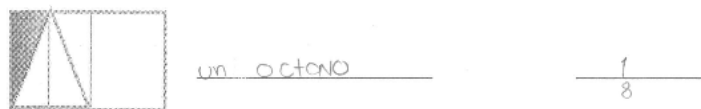
ITEM 1. En el primer ítem se observó que la mayoría de los estudiantes identifican la relación existente entre las partes y el todo, uno de ellos traza las divisiones no existentes (Ilustración 1.) y otros dos no las trazan (Ilustración 2.), ignorando que las partes deben ser congruentes en la gráfica. Dos estudiantes ignoran las partes congruentes y toma el número de cortes como el total de partes (Ilustración 3.).





**Ilustración 1.**

Santiago reconoce la relación entre la representación simbólica, verbal y gráfica, haciendo en esta última que los cortes de la unidad sean congruentes.



**Ilustración 2.**

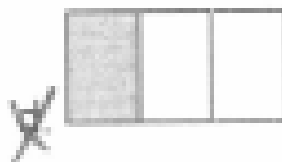
Catalina y Natalia no realizan las divisiones en la unidad para que las partes se vean congruentes, pero indican que la parte sombreada corresponde a un octavo de la unidad. No hay concordancia entre la representación verbal y simbólica con la representación gráfica.



**Ilustración 3.**

Dos estudiantes, Sidu y Sebastián mencionan que hay cinco partes y colorean una sin importar que no sean congruentes.

ITEM 2. En el segundo ítem todos los estudiantes identificaron la respuesta *d*. tercera parte de la unidad en una gráfica (Ilustración 4.), en cada una de las justificaciones (Ilustraciones 5,6, y 7), se evidencia que los estudiantes comprenden que la unidad está dividida en partes iguales y de esta se toma una.



**Ilustración 4.**

Sidu:

Justifique su respuesta. Explique cómo lo hizo. *rt/d porque esta dividida en partes iguales y corresponde a la fracción*

**Ilustración 5.**

Catalina:

*la unidad se divide en 3 partes y de estas se sombrea una.*

**Ilustración 6.**

Natalia:

*Porque se divide en 3 y se cose 1, y porque las 3 unidades están igual*

**Ilustración 7.**

ÍTEM 3. En el tercer punto, la opción *a.* fue resuelta por la mayoría de los estudiantes de forma óptima (Ilustración 8.), dado que se debía indicar la fracción sobre el rectángulo sin subdivisiones. En la opción *b.* un bajo porcentaje de los estudiantes ignoró el hecho de conservar la unidad (atributo *el todo se conserva*<sup>2</sup>), pues aumentaron un quinto a la unidad para que hubiera seis partes.

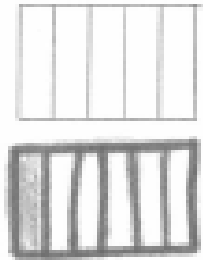


**Ilustración 8.**

En el ítem *a.* Natalia, Santiago, Sebastián y Catalina sombreamon una parte de las cinco en que dividieron la unidad para representar el  $\frac{1}{5}$

---

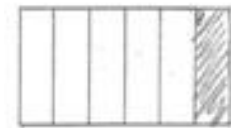
<sup>2</sup> El séptimo de los atributos propuestos por Syudam (1979).



**Ilustración 9.**

Sebastián en el ítem *b*, decide realizar una unidad igual en la parte inferior y realiza las subdivisiones correspondientes para representar un sexto sin alterar la unidad (Ilustración 9.).


En el punto *b* Santiago y Catalina agregaron una parte  $\left(\frac{1}{5}\right)$  a la unidad para que en total fueran 6 partes y se puedan representar la fracción un sexto, coloreando una de estas. Evidentemente se alteró la unidad (Ilustración 10.).



**Ilustración 10.**

Natalia no soluciona el ítem *b* debido a que las partes divididas no coinciden con las enunciadas por consiguiente no supo cómo replantearlo: - *Es que no entendí como hacerlo porque no estaba dividido en seis sino en cinco partes.*

Sidu no responde nada en este ítem, explicando que creía que de las dos opciones debía escoger una y decidió seleccionar el  $\frac{1}{6}$  en el ítem *b*.

ITEM 4. Se da la unidad  y se solicita indicar los  $\frac{2}{3}$  de la misma. Los estudiantes realizan varias operaciones debido a que en la representación gráfica no se observa la unidad completamente dividida.

La Ilustración 11. Corresponde a la respuesta de Sidu, la cual argumenta que escucho a la docente decir - *siempre que se toma una parte de otra, es una multiplicación*, así que se imagina que son dos unidades por separado y las dos partes sombreadas se multiplican por la parte que necesitamos tomar. Representa la parte pedida en otro rectángulo, pero no coincide con las partes obtenidas en el producto.



**Ilustración 11.**



Catalina y Sebastián ignoran la parte coloreada y toman de nuevo la unidad y la dibujan representando los  $\frac{2}{3}$ . (Ilustración 12.)

**Ilustración 12.**

Santiago menciona que - *la parte que me piden tomar como unidad es la que se encuentra en blanco*, para él la parte coloreada ya se encuentra representada y lo que queda es la unidad sobre la cual se representa los  $\frac{2}{3}$ .



**Ilustración 13.**

(Ilustración 13.)



**Ilustración 14.**

Natalia por su parte hace cortes iguales obteniendo la unidad dividida en ocho partes, de las cuales colorea dos, para obtener la fracción  $\frac{6}{8}$ . (Ilustración 14.) Y justifica su respuesta con una división:

$$\frac{2}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{2}{4} * \frac{3}{2} = \frac{6}{8}$$

Justifica que esta situación se debe resolver con una operación y menciona que - *La más coherente es la de división, ya que hay  $\frac{2}{4}$  y como debo tomar otra fracción es necesario dividir en  $\frac{2}{3}$  y realiza el proceso forma adecuada obteniendo como resultado los  $\frac{6}{8}$ . Pero el cociente no coincide con el resultado.*

ITEM 5. En este ítem se pide graficar una fracción mayor que la unidad. En su mayoría los estudiantes crean una nueva unidad y sobre ésta toman la parte que falta, mientras que los estudiantes restantes no mostraron esta comprensión e intentaron solucionar la tarea modificando la unidad o realizando una operación.



**Ilustración 15.**

Sebastián, Santiago y Catalina crean una nueva unidad y la dividen en 5 partes coloreando seis de estas, aunque Santiago escribe la fracción en forma de número mixto al costado, precedido por un signo igual, haciendo paralelo entre la representación gráfica y simbólica. (Ilustración 15.)

Natalia divide la unidad en dos partes y cada parte la divide en 5; toma las seis partes y menciona que para ella - *la unidad es la mitad de ese rectángulo*. (Ilustración 16.)



**Ilustración 16.**



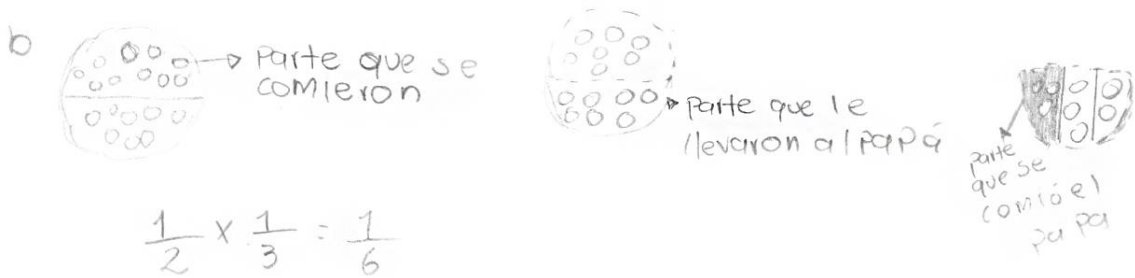
**Ilustración 17.**

Sidu realiza las divisiones en la unidad y toma una nueva colorea de cada unidad dividida una parte y menciona que esto se desarrolla con una operación que es la multiplicación (Ilustración 17.).

ÍTEM 6. Este ítem sugiere la primera situación problema de la secuencia didáctica. Es perceptible que para la mayoría de estudiantes cuando no se les da la unidad en ningún tipo de representación gráfica se les dificulta mostrarla de forma autónoma.

Natalia dibuja la representación de la pizza e indica la parte tomada por la mamá y por la niña. En un segundo gráfico indica que al papá le corresponde la mitad restante. En un tercer gráfico divide la parte en tres trozos que no son del mismo tamaño y colorea uno de ellos. Se representa simbólicamente a través de una multiplicación de fracciones para indicar la parte que come el padre, sin embargo, no da respuesta de la parte que comieron en total todos (Ilustración 18.).

Argumenta: -Los 3 se comieron la sexta parte y sobró la cuarta parte (Ilustración 19.).



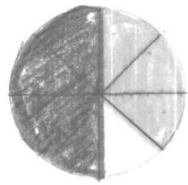
**Ilustración 18.**

a. Los tres se comieron la sexta parte y sobró la cuarta parte

**Ilustración 19.**

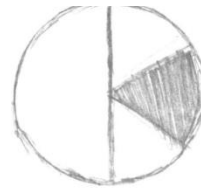
Catalina indica: - La parte que se comieron los tres, fue  $\frac{7}{8}$  de la pizza.

Ella grafica la pizza a través de una diagrama circular y colorea la parte que se comieron la mamá y la niña realizando en una mitad de la pizza. En la otra mitad corresponde lo que se come el padre, pero da por entendido que al hablar de un tercio, se debe divide en cuatro y se toman tres partes; cuando se le pregunta informa *que entendi6 los  $\frac{3}{4}$  de la otra mitad no manifest6 comprensi6n de que era  $\frac{1}{3}$* . (Ilustraci6n 20.)



$\frac{7}{8}$  - siete de ocho

**Ilustraci6n 20.**



$\frac{1}{6}$  = Un sexto

**Ilustraci6n 21.**

Sidu no responde, argumenta que - *No sabía c6mo representar dos fracciones en un c6rculo.*

Sebasti6n no responde, y argumenta: -*No sabía c6mo hacer la operaci6n de las partes.*

ITEM 7. Se sugiere la representaci6n rectangular para resolver la situaci6n propuesta. Para los estudiantes es conocida como figura ic6nica para representar el contexto continuo. La mayoría de los ni6os la solucionan de forma correcta, sin embargo algunos modifican la unidad o no grafican la parte sugerida.

Catalina y Sebasti6n representan la tela en forma rectangular y hacen uso de otra unidad para tomar la parte que hace falta y explican el proceso tanto verbal como gr6ficamente (Ilustraci6n 22.).

Natalia solo hace el proceso gr6fico.



Sebasti6n:

c6ji dos rect6ngulos los dividí en cinco partes y coloreé seis

RTA/ se cogen 2 unidades las cuales  
se dividen en 5 de la primera  
unidad se toman 5 y de la 2  
se toma 1.

Catalina:

**Ilustración 22.**

Santiago tiene en cuenta que la tela necesaria es mayor a la mencionada en la situación, pero no hace uso de otra unidad para tomar la parte que le hace falta (Ilustración 23.).

Santiago:

Del rectangulo se tomaran  
las 5 partes pero le falta  
una parte



**Ilustración 23.**

Sidu no responde. Argumenta que pensó realizarlos después porque era algo enredado y finalmente se le olvidó.

ITEM 8. En este ítem todos los estudiantes identifican el conjunto de dulces como la unidad y hacen la agrupación en subconjuntos para indicar que tres dulces son un tercio.

En este caso Santiago argumenta por escrito la representación gráfica, sin embargo no hace paralelo con la representación simbólica (Ilustración 24.).

Santiago:

Este conjunto posee 9 elementos  
se pide un tercio y para ello  
se divide en grupos de 3 y se  
toma uno de estos



**Ilustración 24.**

Sidu, Natalia y Sebastián representaron un tercio del conjunto gráficamente, respondiendo que  $\frac{1}{3}$  del conjunto eran tres dulces. (Ilustración 25.) Catalina solo hizo la representación gráfica.



**Ilustración 25.**

ITEM 9. En este ítem la mayoría de estudiantes responden a lo pedido por el enunciado, pero unos lo hacen de forma gráfica y otros de forma operatoria (a través de una regla de tres).

Sebastián y Catalina hacen la hacen la representación gráfica (Ilustración 26.), y argumentan su respuesta según se evidencia en la ilustración 27:



**Ilustración 26.**

Catalina: la unidad es 000 cada parte: equivale a 2 círculos.  
4 círculos equivalen a 2 partes

Sebastián: esta es la unidad porque se repiten dos veces de dos y un grupo sobra. para los  $\frac{2}{3}$

**Ilustración 27.**

Sidu acude a representar la situación con operaciones para determinar el conjunto, estableciendo una relación proporcional entre número de elementos sombreados y el total de elementos. (Ilustración 28.)

Si  $\begin{matrix} 00 \\ 00 \end{matrix}$

$$\frac{4}{6} \times \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{4}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{12} = 1$$

6 porque se x  
4 x 3 se ÷ 2 es  
nos da el resulta  
do y se x en x

**Ilustración 28.**

Por su parte Natalia realiza un producto pero durante el proceso invierte los números para realizar el cociente (Ilustración 29.)



$\frac{12}{0} \frac{12}{6}$ 
 $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}$   
 La unidad es 6, por que se multiplica y se convierte en entero.

**Ilustración 29.**

Ella explica que se confundió al creer que  $\frac{2}{12}$  era lo mismo que  $12 \div 2$ .

-Yo sabía que el conjunto debía ser más grande por eso cuando me dio 6 me di cuenta que esa era la respuesta porque cuatro bolitas si eran  $\frac{2}{3}$ .

Finalmente Santiago solo hace una representación gráfica, pero no explica su proceso ni simbólicamente ni por escrito. Al hacerle la pregunta *¿Cuántos elementos crees que tiene la unidad? Si  $\frac{2}{3}$  de la unidad son cuatro círculos.*

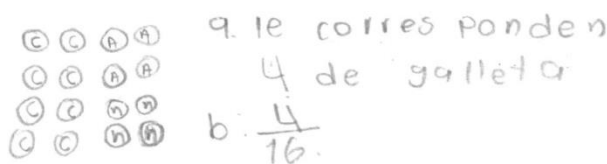
Santiago: - Para mí esos 4 elementos pertenecían a un conjunto y debían representar tres conjuntos para poder crear la unidad y representar dos de tres. (Ilustración 30.)



**Ilustración 30.**

ITEM 10. En este ítem, descrito bajo el contexto discreto la mayoría de estudiantes grafican el conjunto de galletas de forma distinta y pueden mostrar la representación gráfica y hacer el traspaso a los otros tipos de representación.

Natalia hace representación gráfica, reconociendo el contexto discreto. Establece relación con representación simbólica y justifican verbalmente el proceso (Ilustración 31).



**Ilustración 31.**

Santiago al igual que su compañera hace uso del contexto discreto y justifica su representación verbalmente pero no acude a fracciones para representar la cantidad de galletas con respecto a la unidad (Ilustración 32.).

Santiago: 4 galletas para cada uno 2 de chocolate, 1 de avena y 1 de chips de arequipe.



**Ilustración 32.**

Por su parte Sidu y Sebastián, explican verbal y numéricamente la solución a la situación, sin apoyarla en la representación gráfica (Ilustración 33.).

Sebastián:

$\frac{1}{4}$  parte cada uno de avena       $\frac{1}{4}$  parte cada uno de chips de trigo       $\frac{2}{8}$  parte cada uno de chocolate  
 $\frac{4}{16}$  suma la cantidad de galletas que hay

Sidu:

a  $16 \overline{) 4}$  RT/4      b  $\frac{4}{16}$  de 4 niños, 4 para cada uno lo cual de 16 a cada uno le toca de a 4

**Ilustración 33.**

Catalina fue la única estudiante que optó por representar el conjunto de galletas desde el contexto de medida. (Ilustración 34.)

a cada niño le corresponden 2 galletas de chocolate, 1 de avena y 1 de chips de trigo

**Ilustración 34.**

Indica - 4 a cada niño; y habían 16 por tanto a cada uno le tocó de a cuatro.

Dividí las 8 galletas de chocolate en 4 niños, las de avena en 4 y las de chips en 4; el total de galletas es de 16 entonces al dividirlo en 4 se obtiene 4.

En general, todos los estudiantes realizan la tarea pedida e intentan representarlas de forma gráfica. Uno de ellos representa en contexto continuo y los otros en discreto pero al realizar el traspaso a la representación simbólica (fracciones) 3 estudiantes lo hacen de forma verbal no escriben la fracción; por tanto, dos estudiantes representan las fracciones de cada tipo de galleta comparándolas con la unidad total.

ÍTEM 11. Este ítem es graficado por la mayoría de los estudiantes, manifestando comprensión en cuanto a la necesidad de acudir a más de un conjunto unidad para representar una fracción impropia. Algunos de ellos acuden a la representación simbólica para justificar su proceso (Ilustración 35.).

Catalina:

$$\begin{array}{l} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \\ \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \\ \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \\ \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \\ \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \textcircled{\circ} \end{array} = \frac{32}{4} = \frac{4}{4} = 8 \text{ canicas} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

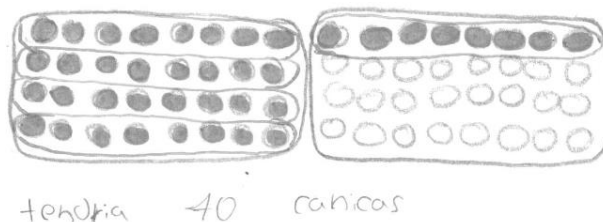
$$32 \text{ canicas} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 8 \text{ canicas} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

R/A/ Juan y Carolina tendrían en total 40 canicas y q  
que  $\frac{4}{4}$  equivalen a 32 canicas y cada parte son  
8 canicas, debemos agregar otra parte a la unidad  
que serían 8 canicas más:  $32 + 8 = 40 = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

### Ilustración 35.

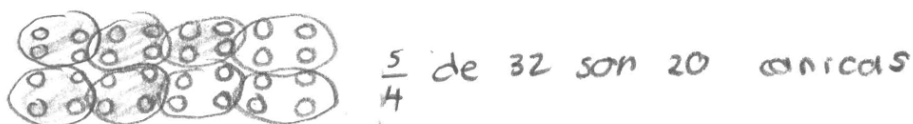
La estudiante Catalina justifica por medio de la representación del conjunto el número de canicas que conforman cada cuarto del conjunto y con la suma de fracciones homogéneas determina los  $\frac{5}{4}$  del conjunto.

Sebastián hace la representación de los  $\frac{5}{4}$  del conjunto pero no justifica con procesos matemáticos. (Ilustración 36.).



### Ilustración 36.

Sidu por su parte realizó un conjunto de treinta y dos canicas y los agrupó en subconjuntos de cuatro canicas (Ilustración 37.).



### Ilustración 37.

Durante su justificación verbal, explicó: - Yo dividí en grupos de cuatro porque la unidad debía estar en cuartos por la fracción, y luego coloreé cinco, que son veinte canicas en total.

En este caso Sidu no tomó el conjunto total de 32 canicas como unidad, por eso no coincide la respuesta con la situación planteada, pues ignoró el hecho de que son 4 grupos los que se deben formar en total y no de 4 elementos cada grupo.

Natalia en esa situación no realizó representación gráfica, en su lugar hizo un producto para determinar el total de canicas en  $\frac{5}{4}$  del conjunto. (Ilustración 38.).

$$\frac{32}{1} \times \frac{5}{4} = \frac{160}{4} \quad \frac{160}{4} \frac{4}{40} \text{ tendrían en total } 40 \text{ canicas.}$$

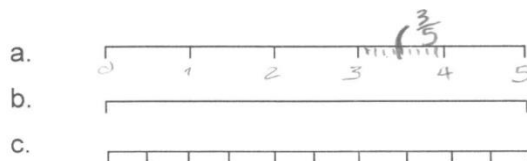
**Ilustración 38.**

Santiago no resolvió la situación y expresó que no la terminó por falta de tiempo.

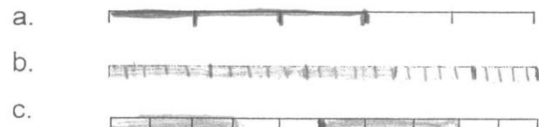
ÍTEM 12. Bajo el contexto de medida se plantea este ítem, en el que se proponen tres segmentos para que el estudiante represente en cada uno, una fracción impropia. El primer segmento tiene cinco cortes, el segundo no presenta cortes y el tercero tiene diez cortes.

En este caso Sidu no reconoce el segmento como unidad y toma una de las secciones como unidad. (Ilustración 39.) Los ítems *b* y *c* no son resueltos. Durante la explicación verbal, expresa que no sabía como representar fracciones en una línea.

Para el ítem *a* Natalia reconoce el segmento como unidad y al estar dividido en cinco partes iguales, la estudiante sombrea tres de estas. En el ítem *b* realiza cinco cortes procurando que fueran congruentes y toma tres de estas partes. Cada una de estas partes esa dividida en cinco, pero no las tiene en cuenta al momento de representar la fracción. En el tercer y último ítem el segmento está dividido en diez partes y ella sombrea seis de estas en desorden, acción que sustenta verbalmente: *- tres quintos es lo mismo que seis decimos, por eso coloree seis.* (Ilustración 40.).



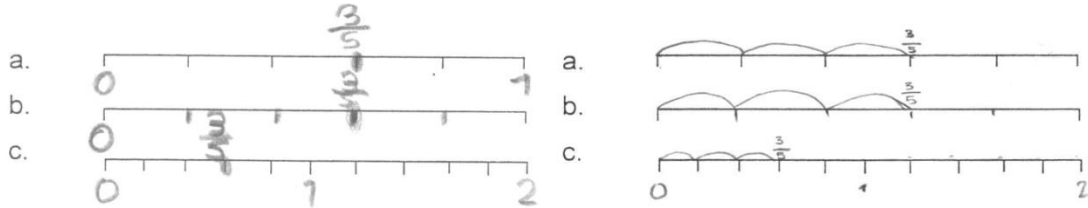
**Ilustración 39.**



**Ilustración 40.**

En este caso los estudiantes Sebastián y Santiago toman como unidad un segmento de recta. Sebastián ubica el cero y el uno en cada segmento. Al estar dividido en cinco partes iguales, los

estudiantes ubican  $\frac{3}{5}$  sobre la tercer parte. Realizan el mismo ejercicio en el ítem *b* y ubican los  $\frac{3}{5}$ . Para el último segmento dividen la unidad en dos y se ubica los  $\frac{3}{5}$  de la primer parte. (Ilustración 41).



**Ilustración 41.**

La estudiante Catalina realiza los ejercicios del mismo modo que Sebastián y Santiago, la diferencia radica en que Catalina no utiliza representación numérica. Su representación gráfica tiende a parecerse a la representación rectangular, sin embargo, en la justificación verbal asegura que no trato de formar rectángulos porque sabe que son rectas (Ilustración 42.).



**Ilustración 42.**

## CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES

### Primer ítem.

Sidu y Sebastián no hacen las subdivisiones pertinentes para que las partes de la unidad sean congruentes y representan la fracción sin tener en cuenta este criterio, por tanto se ubican en el nivel 1.

Catalina y Natalia expresan tanto verbal como simbólicamente la fracción, pero no hacen concordancia con la representación gráfica, dado que no se realizaron los cortes para que las partes sean congruentes, por tanto las estudiantes pertenecen al nivel 3.

Santiago hace los cortes en la unidad de tal forma que las partes sean congruentes y posteriormente indica tanto verbal como gráficamente la fracción propia correspondiente a la situación. Él está ubicado en el nivel 4.

### **Segundo ítem.**

En este ítem todos los estudiantes seleccionan la opción correcta, la cual presenta tres partes congruentes de las cuales una está sombreada. Al reconocer la relación entre la parte y el todo con partes congruentes, los estudiantes se ubican en el nivel 3.

### **Tercer ítem.**

Sidu pertenece al nivel 1 debido a que responde correctamente uno de los dos enunciados, en este caso el *b*, cuya solución la efectuó en la gráfica del enunciado. De la misma forma Natalia se ubica en el primer nivel debido a que solucionó el primer ítem sin dificultad, pero el segundo no lo realizó porque los cortes no coincidían con la fracción pedida.

Santiago y Catalina se encuentran en el nivel 2 debido a que en el primer ítem no manifiestan dificultad para hacer partes congruentes y sombrear las que indique la fracción propia, sin embargo, para el ítem *b* alteran la unidad agregando una parte debido a que el número de cortes no coincidía con el número de partes requeridas.

Sebastián se encuentra en el nivel 3 debido a que en el primer punto representa un quinto haciendo los cortes congruentes y en el segundo ítem representa un sexto sin alterar la unidad y reconociendo que las partes deben ser del mismo tamaño en una unidad igual que ubica en la parte inferior.

### **Cuarto ítem.**

Santiago se encuentra en el nivel 0 de comprensión, por que ignora las partes sombreadas y toma como unidad la parte sin colorear.

Natalia se ubica en el nivel 1 debido a que obtiene en total de ocho partes y justifica con un producto que no representa la situación planteada.

Sidu se ubica en el nivel 2 debido a que hace asertivamente la representación gráfica, pero no coincide con la representación simbólica.

Catalina y Sebastián se ubican en el nivel 3, dado que no ven los cortes hechos como obstáculo para representar los  $\frac{2}{3}$  de la unidad.

#### **Quinto ítem.**

Natalia divide la unidad en dos partes, alterándola, por tanto se ubica en el nivel 1.

Sidu se ubica en el nivel 2, hace a representación gráfica y justifica su proceder con un producto.

Sebastián, Santiago y Catalina pertenecen al nivel 3, pues reconocen la fracción impropia y se valen de más de una unidad para representar la fracción y establecen relación entre representaciones gráfica y simbólica.

#### **Sexto ítem.**

Sidu y Sebastián se ubican en el nivel 0, ninguno responde la situación porque se les dificulta crear la unidad y realizar varias representaciones numéricas sobre la misma.

Catalina se ubica en el nivel 1 por que indica gráficamente la parte correspondiente a lo que comieron la madre y a hija, pero hace incorrecta la representación de un tercio de la mitad, pues hace más divisiones de las debidas.

Natalia se ubica en el nivel 2, debido a que se apoya en representaciones gráficas y simbólicas para recrear la situación, pero no hace subdivisiones congruentes, aspecto que es indispensable en la interpretación de fracciones desde la relación parte-todo.

Santiago en su representación se aproxima a la parte ingerida por el padre, pero al no tener en cuenta la parte que corresponde a la madre y la hija, la solución grafica no representa la situación planteada. Al no dar respuesta acertada pero aproximar su representación gráfica, Santiago se ubica en el nivel 2.

#### **Séptimo ítem.**

Sidu no responde, manifiesta la dificultad para representar situaciones que no proponen la representación gráfica, se ubica en el nivel 0.

Santiago por su parte, representa gráficamente solo una parte: la que cabe en la unidad. Argumenta que hace falta una parte para representar la situación, pero no la realiza. Él se ubica en el nivel 1.

Natalia realiza la representación gráfica de la situación haciendo uso de más de una unidad para representar fracciones mayores que la unidad, pero no justifica verbalmente el proceso que realiza, por tanto, se ubica en el nivel 2.

En este ítem Catalina y Sebastián se ubican en el nivel 3 debido a que hacen uso de más de una unidad para representar fracciones impropias y justifican verbal y gráficamente la situación planteada.

#### **Octavo ítem.**

En esta situación los estudiantes en general realizan gráficamente la situación propuesta, dividiendo el conjunto en partes compuestas cada una por tres dulces.

Catalina hace la representación gráfica pero no se vale de otro tipo de representación para argumentar el proceso, dado que toma un elemento de cada subconjunto que determino en el conjunto unidad. Ella se ubica en el nivel 1.

Santiago y Natalia argumentan el proceso desarrollado sin acudir a una representación simbólica para apoyar la solución, por tanto, están ubicados en el nivel 3.

Sidu y Sebastián además de hacer la representación gráfica óptima, se valen de la representación simbólica y verbal para apoyar su proceso, por tanto se ubican en el nivel 4.

#### **Noveno ítem.**

Santiago se encuentra en el nivel 1 porque no reconoce la unidad dada una parte. Él tomo por unidad los elementos que formaban la parte dada.

Natalia por su parte pretende establecer una relación proporcional pero algorítmicamente procede mal al invertir una fracción. Está ubicada en el nivel 2.

Sidu se ubica en el nivel 2 dado que apoya su proceso en procedimientos basados en establecer relación entre una parte de elementos y el total de elementos. No se apoya en reconstruir la unidad en una representación gráfica.

Catalina y Sebastián hacen una representación gráfica en la que reconstruyen la unidad dada una parte, además se apoyan de representaciones simbólica y verbal para explicar el proceso y la solución dada. Ellos están ubicados en el nivel 3.

#### **Décimo ítem.**



Catalina hace una representación de la situación desde el contexto continuo, acción por la cual se ubica en el nivel 1.

Sidu y Sebastián se ubican en el nivel 2. Ellos realizan la repartición de forma verbal utilizando representación simbólica para justificar el razonamiento hecho, pero no acuden graficar el conjunto para apoyar su solución.

Santiago pertenece al nivel 3 dado que hace una representación gráfica de la situación argumentando la cantidad de galletas correspondiente a cada niño, pero no utiliza fracciones para indicar la parte respecto al todo que le pertenece a cada niño.

Natalia reconoce que el tipo de contexto de esta situación es de reparto y hace la representación del conjunto de galletas, ubicando por separado cada sabor indica tanto verbal como simbólicamente que a cada niño le corresponde  $\frac{4}{16}$  partes del conjunto. Por su relación entre los diferentes tipos de representación se ubica en el nivel 4.

#### **Undécimo ítem.**

Santiago no resolvió la situación por tanto se ubica en el nivel 0.

Natalia se postula en el nivel 2 al indicar el número de canicas en la parte pedida, pero no acudir al tipo de representación gráfica para sustentar su respuesta.

Sidu se ubica en el nivel 1 al ignorar que la parte que se sugiere es mayor que la unidad y que por tanto se necesita de más de un conjunto unidad.

Sebastián se ubica en el nivel 3 porque grafica los  $\frac{5}{4}$  del conjunto de canicas, ubica las dos unidades y verbalmente indica el número de canicas correspondientes a la fracción indicada.

Catalina construye el conjunto unidad y se apoya de representaciones verbal y simbólica para indicar una fracción mayor que la unidad. Con sumas entre fracciones homogéneas justifica que el conjunto aumenta 8 canicas para conformar los  $\frac{5}{4}$ . La estudiante se ubica en el nivel 4.

#### **Duodécimo ítem.**

Este ítem propone representar fracciones en el contexto continuo desde segmentos de recta.

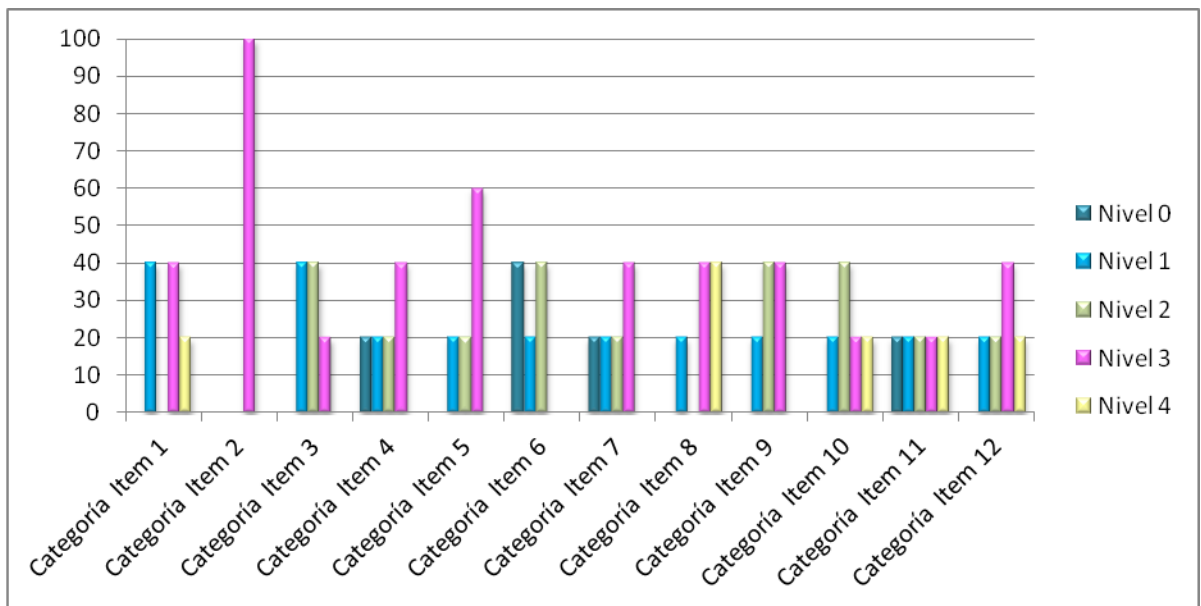
Sidu se ubica en el nivel 1, pues intenta hacer la tarea propuesta en el primer segmento, pero no resuelve los otros dos ítems.

Catalina representa los dos primeros segmentos. El tercer segmento se toma como dos unidades y representa los  $\frac{3}{5}$  de una de ellas, pero no se vale de representación simbólica, por tanto, se ubica en el nivel 2.

Santiago y Sebastián realizan el mismo proceso de Catalina en términos de la representación gráfica, pero logran ubicarse en el nivel 3 al ubicar las fracciones sobre los segmentos de recta.

Natalia representa la fracción en el primer y segundo segmento haciendo el mismo número de cortes. En el tercer segmento colorea en desorden seis partes de las diez, e indica verbalmente que  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ . La estudiante se ubica en el nivel 4.

### ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS A LA LUZ DEL REFERENTE TEÓRICO



Gráfica 1. Categorización por Niveles Actividad Diagnóstico

En las primeras preguntas propuestas se presentan situaciones que involucran magnitudes menores que la unidad, donde es visible que un 60% de los estudiantes representan fracciones menores que la unidad tanto gráfica como numéricamente. La dificultad visible radica en mantener la unidad,

pues si se solicita representar una fracción sobre una unidad ya dividida, optan por aumentar el número de partes alterando el todo.

Para representar fracciones mayores que la unidad se evidencia dificultad para mantener la unidad, dado que no se reconoce que el todo se conserva y tienden a aumentar partes. Un 70% de los estudiantes optan por utilizar otra unidad más grande debido a que no se tiene claridad en cuál es la unidad y que esta no se puede modificar; y como tercera situación intentan desarrollar cualquier situación a través de operaciones matemáticas con fraccionarios mostrando poca claridad sobre los conceptos de suma, resta, multiplicación y división de fracciones.

En cuanto al ítem 6° y 7° donde se presentan situaciones de la vida cotidiana en contexto continuo, los estudiantes manifiestan dificultad cuando se hace mención a palabras tales como “tercio, mitad...” que hacen referencia a una fracción determinada ya que ellos siempre toman la cantidad de partes divididas como sombreadas al sumar fracciones en la parte gráfica y simbólica. Por otra parte, cuando se les presenta una fracción mayor que la unidad, algunos estudiantes no identifican que las partes son el todo y que no se puede modificar la unidad debido a que siempre procuran acomodar las partes a las necesidades presentadas.

En cuanto a los ítems 8°, 9°, 10° y 11° los estudiantes manifiestan la comprensión que tienen para abordar situaciones problema desde el contexto discreto, el cual es complicado para la mayoría de ellos, debido a la tarea de reconocer que en un conjunto, una parte puede estar formada por más de dos elementos. Otra tarea difícil para la mayoría de los estudiantes se presenta a la hora de hallar la unidad dada la parte y generalmente se ve obligado a representar la situación en contexto continuo apoyado en el reconocimiento de algunos de los atributos<sup>3</sup> citados para manifestar la habilidad de manejar la relación parte todo.

En este contexto tuvieron menos dificultad al resolver situaciones que ya tenían el conjunto unidad representado en gráfica, que cuando no, pues manifestaban timidez al tener que proponer la representación gráfica del conjunto unidad.

En el tipo de tarea en el que se sugiere determinar una fracción propia del conjunto dado, manifiestan más confianza en comparación con la tarea de determinar el conjunto unidad dada una de sus partes.

---

<sup>3</sup> Se hace referencia a los siete atributos de la fracción (citado por Syudam, 1979, pág. 15.)

La actividad diagnóstico fue muy efectiva en términos de permitirnos las bases para la creación de las posteriores actividades. El interés es que la secuencia nos permita llegar al cumplimiento de los objetivos propuestos, dado que en la diagnóstico pudimos identificar tanto los obstáculos como las fortalezas en el manejo de fracciones desde la interpretación parte todo y de sus atributos, en los diferentes tipos de representación desde los contextos de medida y reparto; según Llinares y Sánchez , la identificación de estos atributos condiciona la secuencia inicial en relación a las actividades que deben ser realizadas en la escuela con el fin de conseguir su manejo (Llinares & Sánchez, Las fracciones en la escuela, 1988).

## **II. GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 1 INTRODUCCIÓN CONJUNTO UNIDAD**

### **JUSTIFICACIÓN**

La actividad introductoria está definida en el contexto de reparto. Se propone por la importancia que tiene para las posteriores actividades de reparto el reconocimiento por parte de los estudiantes de los siguientes aspectos:

- Conjunto como unidad de referencia
- Conjunto conformado por elementos con característica reconocible

La valor de esta actividad radica en acercar al estudiante al concepto de conjunto como unidad, lo cual permite que los estudiantes reconozcan que el todo puede estar formado por elementos con características comunes y además que estos conjuntos se pueden dividir en partes las cuales son susceptibles de ser representadas con números fraccionarios.

### **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD.**

La actividad introductoria es la primera actividad propuesta en el contexto de reparto con la intención de acercar a los estudiantes al concepto de conjunto unidad<sup>4</sup>. En el instrumento se

---

<sup>4</sup> Conjunto unidad es el término que se utilizará para determinar la unidad en el contexto discreto en las diferentes actividades de la secuencia.

proponen tres ejercicios esenciales que se fundamentan con la interpretación y definición que el estudiante hace de conjunto antes de dar inicio a la actividad.

2º Ítem:

Sugiere al estudiante dibujar útiles escolares dentro de un conjunto y de él construir dos subconjuntos denominados A y B, donde debe justificar por qué considera son conjuntos.

3<sup>er</sup> Ítem:

Presenta un conjunto de sesenta y cuatro figuras geométricas y cuatro subconjuntos que lo conforman, con el propósito de que el estudiante represente con números la parte que es cada conjunto con respecto al conjunto unidad.

4º Ítem:

Está basado en la repartición equitativa que se hace a los estudiantes del curso de sus propios materiales, es decir, para este caso cada estudiante debe tener en su pupitre la cantidad de útiles indicados en la tabla de la guía, con el interés de que sea para ellos perceptible la cantidad de elementos que forman la parte de la unidad que deben reconstruir, pues este ítem esta propuesto con la intención de que el estudiante componga el conjunto unidad de cada grupo de materiales.

## VARIABLES DIDACTICAS

**Tabla 4. Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad Introductoria**

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
2	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
3	Menor que la unidad	Reparto	Parte-Parte Todo-Parte
4	Menor que la unidad	Reparto	Parte-Todo

## OBJETIVO GENERAL

Acercar al estudiante a la interpretación de conjunto como unidad desde la relación parte-todo en el contexto discreto.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Representar con fracciones las partes del conjunto unidad.

Evidenciar los procesos que siguen los estudiantes en la interpretación del conjunto como unidad.

Identificar los atributos de la fracción reconocidos por los estudiantes al momento de abordar cada pregunta.

Permitir a los estudiantes reconstruir el conjunto unidad a partir de proporcionar solo algunas de las partes que lo conforman

### CATEGORÍAS DE ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES

#### ITEM 2- CR

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Identifica dentro del conjunto dos subconjuntos con características en común y de cada uno de ellos identifica la cantidad de elementos correspondientes.</i></b>
<b><i>Nivel 0</i></b>	No identifica subconjuntos ni determina la cantidad de elementos entre ellos.
<b><i>Nivel 1</i></b>	Realiza dos subconjuntos sin identificar características entre ellos; y no menciona la cantidad de elementos de acuerdo a las fracciones pedidas.
<b><i>Nivel 2</i></b>	Realiza dos subconjuntos e identifica por comprensión los subconjuntos; pero representa con fracciones incorrectas las partes del conjunto sugeridas,
<b><i>Nivel 3</i></b>	Expresa los subconjuntos con la lista de elementos que los componen e indica la cantidad de elementos de cada una de las partes de la unidad.
<b><i>Nivel 4</i></b>	Determina dos subconjuntos del conjunto dado, justifica la respuesta, y menciona la cantidad de elementos en la mitad, la tercera y la sexta parte del conjunto.

#### ITEM 3 CR

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Representa cada parte del conjunto en forma de fracción al establecer comparación con la unidad.</i></b>
<b><i>Nivel 0</i></b>	No representa la parte del conjunto debido a que no comprende cómo desarrollar la situación.
<b><i>Nivel 1</i></b>	Representa las reparticiones de cada subconjunto, pero estas no corresponden a la unidad completa debido a que no incluyen un grupo de elementos y no coinciden las cantidades con respecto al total de la unidad.
<b><i>Nivel 2</i></b>	Cuando realiza las reparticiones del conjunto numérico se equivocan al contar en el grupo de elementos y faltan por ubicar uno o dos elementos.

<i>Nivel 3</i>	Ubica las agrupaciones de subconjuntos y ellos mencionan solo la cantidad que representan pero no la comparan con el total de la unidad.
<i>Nivel 4</i>	Ubica las agrupaciones de subconjuntos y mencionan la comparación con respecto al total de la unidad.

#### ITEM 4- CR

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Reconstruye el conjunto unidad dada la cantidad de elementos de una parte del mismo.</i></b>
<i>Nivel 1</i>	Dada una parte del conjunto no reconstruye la unidad.
<i>Nivel 2</i>	Reconstruye el conjunto unidad de un solo material y no identifica la cantidad total de elementos repartidos.
<i>Nivel 3</i>	Reconstruye la unidad indicando la cantidad de elementos de cada subconjunto pero no indica la cantidad del conjunto total.
<i>Nivel 4</i>	Reconstruye la unidad indicando la cantidad de cada subconjunto e indica los elementos del conjunto total. Establece con fracciones cada parte.

#### METODOLOGÍA

**Tabla 5. Cronograma Actividad 1: Introductoria**

Organización en el aula	10 min
Trabajo individual	50 min
Socialización	10 min
Puesta en común	10 min

#### MATERIAL DIDÁCTICO

Para el desarrollo de dos de las preguntas propuestas, cada estudiante tendrá que utilizar una cantidad determinada de los útiles escolares que posea y que le permitan hacer una representación de cada situación. Durante el progreso de la actividad el estudiante acudirá a gráficas y representaciones numéricas para dar solución a lo pedido.

#### Roles del profesor y roles del estudiante

##### Docente:

Encargado de permitir las condiciones óptimas para el desarrollo de la actividad, como:

- Organización del aula de tal forma que las preguntas sean resueltas de forma individual
- Facilitar a cada uno de los estudiantes los materiales pertinentes para formar los conjuntos necesarios para la solución de la guía.

##### Estudiante:

- Responsable de abordar cada ítem propuesto en la guía valiéndose del material concreto formado por sus útiles escolares.
- Debe solucionar la guía del estudiante de forma individual y honesta permitiendo soluciones respecto a la construcción y comprensión que tenga respecto a las fracciones desde la interpretación parte-todo en el contexto discreto.

## PROTOCOLO N.2: ACTIVIDAD 1 INTRODUCCIÓN CONJUNTO UNIDAD

### Condiciones Iniciales:

La clase inicia a las 7:30 am, se hace el saludo a los estudiantes y se dan las indicaciones para el desarrollo del segundo instrumento. Se les sugiere sacar algunos útiles que tienen en su maleta y para poder resolver las tareas de forma individual realizando las preguntas que le surjan en el proceso.

### Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.

ÍTEM 1. En primera instancia, se les solicita a los estudiantes definir el término conjunto a partir de preconceptos adquiridos durante su desarrollo escolar, para que se basen en esta definición para solucionar las tareas del resto de la actividad (Ilustración 43.).

Sidu:	CONJUNTO: <u>Es donde podemos agrupar elementos de un mismo grupo.</u>
Sebastián:	CONJUNTO: <u>es un grupo de cosas que pueden ser números, palabras, cosas de playa, juguetes, balones, mochilas, etc...</u>
Catalina:	CONJUNTO: <u>Agrupación de un objeto o número los cuales tienen algo en común.</u>
Natalia:	CONJUNTO: <u>ES la reunión de varios elementos representado con ovalos.</u>
Santiago:	CONJUNTO: <u>Es la reunión de objetos en un mismo lugar y estos objetos tienen algo en común</u>

**Ilustración 43.**





números enteros la cantidad de elementos de la mitad, la tercera y la sexta parte del conjunto. (Ilustración 45.).

Santiago:

a. Escribe por comprensión dos conjuntos diferentes que puedas sacar de él.

Cartuchera  $A = \{\text{Lápiz, tajalápiz, cinta, esfero, color, pegastick, tijeras, bisturí}\}$   
 Maleta  $B = \{\text{Cuaderno, regla, cartuchera, plastilina}\}$

b. Explica a tus compañeros por qué A y B son conjuntos.

Porque tienen algo en común como el  $a$  están dentro de la cartuchera y  $b$  dentro de la maleta

c. Indica con números cuántos útiles son

- a. La mitad del conjunto: 6  
 b. La tercera parte del conjunto: 4  
 c. La sexta parte del conjunto: 2

#### Ilustración 45.

Catalina indica por comprensión los subconjuntos y los caracteriza verbalmente y por escrito, e indica la cantidad de elementos de las partes sugeridas. (Ilustración 46.).

a. Escribe por comprensión dos conjuntos diferentes que puedas sacar de él.

$A = \{x/x \text{ útiles dentro de la cartuchera}\}$   
 $B = \{x/x \text{ objetos dentro la maleta}\}$

b. Explica a tus compañeros por qué A y B son conjuntos. A y B son conjuntos ya que cada uno de ellos tiene algo en común

c. Indica con números cuántos útiles son

- a. La mitad del conjunto: 6  
 b. La tercera parte del conjunto: 4  
 c. La sexta parte del conjunto: 2

#### Ilustración 46.

Natalia también escribe por comprensión los subconjuntos creados y los caracteriza por escrito. Pero al intentar escribir la cantidad de elementos del subconjunto las indica con fracciones que no corresponden. (Ilustración 47.).

a. Escribe por comprensión dos conjuntos diferentes que puedas sacar de él.

$A = \{\text{objetos de cartuchera}\}$   
 $B = \{\text{objetos de la maleta}\}$

c. Indica con números cuántos útiles son

- a. La mitad del conjunto: 6  
 b. La tercera parte del conjunto:  $\frac{1}{3}$   
 c. La sexta parte del conjunto:  $\frac{1}{2}$

#### Ilustración 47.

También se les indica que deben justificar las respuestas que ellos dan a cada pregunta del instrumento para así observar los conceptos y procesos realizados.

A medida que transcurría el instrumento y la clase ellos relacionaban que las reparticiones se podían representar también de forma numérica y comparar una cantidad total con una parte, sin embargo, ellos realizaban el proceso donde cuentan los elementos y representaban la cantidad entera de elementos según la parte que se pedía.

ÍTEM 3. Para este ítem, los elementos son figuras geométricas, ellos debían determinar numéricamente la parte que representa cada subconjunto con respecto a la unidad. Pero todos los estudiantes escribieron cantidades enteras, ignorando la relación parte todo. Además, ninguno de ellos realiza correctamente el conteo de los elementos de la unidad, por lo que ninguno se ubicara en el nivel 4. (Ilustración 48.).

Catalina:

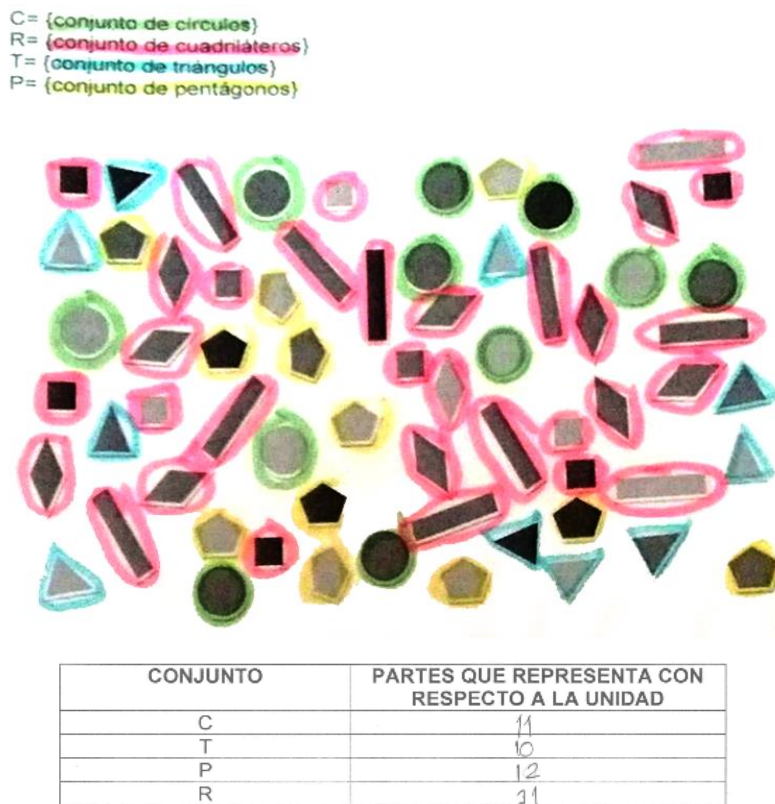


Ilustración 48.

ÍTEM 4. El último ítem sugiere reconstruir el conjunto unidad de elementos dada una de las partes. A los estudiantes se les expresa que el número de partes corresponde a los útiles que se reparten

entre los cinco estudiantes. Por tanto ellos debían reconocer que la cantidad dada corresponde a un quinto de la unidad.

En este caso, todos contestaron la cantidad de elementos de cada subconjunto y reconstruyen el conjunto unidad, pero ninguno representa con fracciones las partes. (Ilustración 49.). La efectividad de el desarrollo de esta tarea se dio gracias a que cada uno de ellos optó por repartir la cantidad sugerida a sus compañeros para identificar el conjunto unidad, pero ninguno estableció la relación entre las partes y el todo.

Catalina:

4. En el siguiente cuadro se indica la repartición equitativa de un conjunto de materiales escolares hecha a cada uno de los estudiantes de grado 7°.

MATERIAL	CANTIDAD
CUADERNOS	5
ESFEROS	2
MARCADORES	3
BORRADORES	1
COLORES	4

- a. Indica con números el conjunto unidad de cuadernos: 25
- b. Indica con números el conjunto unidad de esferos: 10
- c. Indica con números el conjunto unidad de marcadores: 15
- d. Indica con números el conjunto unidad de colores: 20
- e. Indica con números el conjunto unidad de borradores: 5
- f. La cantidad de elementos que conforman la unidad de materiales repartidos es: 75

**Ilustración 49.**

## **CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES**

### **Segundo ítem.**

Natalia se ubica en el nivel 2 de comprensión, dado que determina los subconjuntos expresando su característica, pero solo expresa la cantidad de elementos en la mitad del conjunto e intenta expresar los otros dos con fracciones que no corresponden.

Sidu, Santiago, y Sebastián, determinan el conjunto como una extensión de elementos expresando la característica de forma verbal. Expresan la cantidad de cada parte con números enteros, por tanto, se ubican en el nivel 3.

Catalina por su parte se ubica en un nivel 4, debido a que además de presentar por comprensión los conjuntos, expresa la cantidad correspondiente a cada parte sugerida.

**Tercer ítem.**

Sebastián y Natalia se ubican en el nivel 1 de comprensión, dado que la cantidad de cuadriláteros no coincide, por tanto, se altera la unidad.

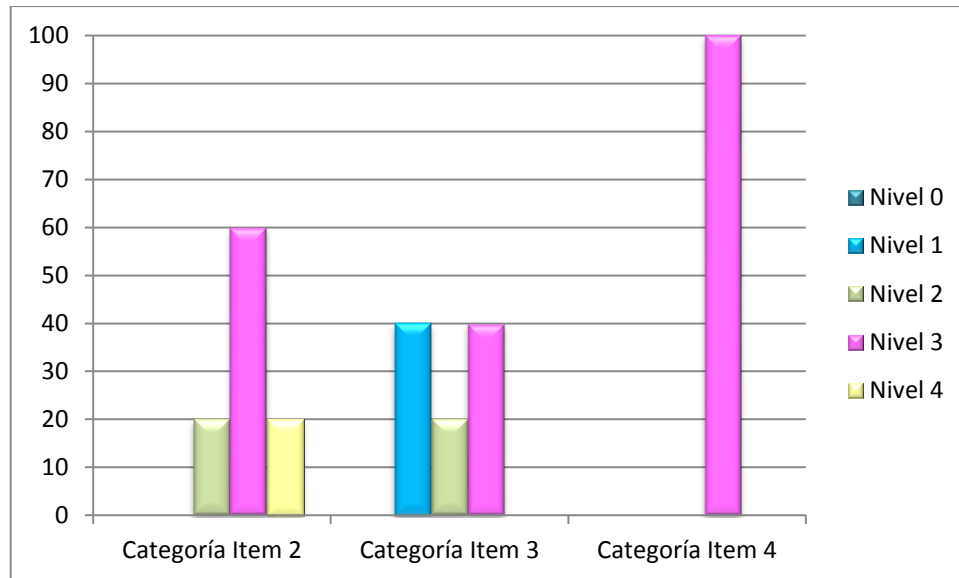
Sidu se ubica en el nivel 2, debido a que falla por dos elementos en el conteo de dos subconjuntos, por tanto, la unidad no se mantiene.

Finalmente Catalina y Santiago se ubican en el nivel 3, por que agrupan los subconjuntos y mencionan la cantidad de cada uno, pero no establecen relación entre el número de elementos y el total del conjunto unidad.

**Cuarto ítem.**

Natalia, Juan, Santiago, Catalina y Sidu se ubican en el nivel 3 porque al hacer la repartición de los elementos a cada compañero logran identificar el conjunto total de elementos que conforman el conjunto unidad. No representan con fracciones las partes con respecto al todo.

**ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS A LA  
LUZ DEL REFERENTE TEÓRICO**



**Gráfica 2. Categorización por Niveles Actividad 1: Introdutoria**

A nivel general en la actividad introductoria los estudiantes siguieron las instrucciones referentes a la resolución de la guía propuesta desde el contexto discreto partiendo de la definición de unidad, denominado conjunto unidad. Además de realizar en él, subconjuntos con la intención de representar simbólicamente la cantidad que se pide en fracción con base en la interpretación de la fracción como parte todo.

Esto se debe a que los resultados arrojados por la prueba diagnóstica, que está definida para ambos contextos desde la interpretación parte todo, da evidencia de que los estudiantes manifiestan comprensión en el desarrollo de destrezas procedimentales en cuanto a la representación y reconstrucción de la unidad dentro del contexto continuo, para fracciones menores que la unidad, lo que difiere a lo realizado por los estudiantes en el contexto discreto, para el que manifiestan dificultades de representación. Al respecto, para Llinares, (1988) *“Las actividades de una secuencia de enseñanza se desarrollan en un primer momento con dirección a que los niños reconozcan los atributos de Piaget y que el contexto continuo se considera el más natural para realizar la introducción de estas ideas”* pág. 90, acción que los estudiantes ya abordaron desde el contexto escolar debido a que el más utilizado por los docentes, entonces apoyadas en el argumento en el que Llinares, (1988) afirma: *“La enseñanza de la fracción se da a partir del contexto de medida y reparto así como su reconocimiento verbal”*. Consideramos indispensable partir con la introducción del contexto discreto para precisar el concepto de conjunto unidad y sus diferentes representaciones. De esta forma en el tercer punto se ve la dificultad de

escribir el modo de representación simbólica indicando el número de figuras pero ignorando el todo.

El primer punto no se categoriza debido a que el objeto de este, era aterrizar la idea de conjunto que cada estudiante tenía para resolver los siguientes ítems, y todos hicieron su respectiva definición de forma efectiva.

Para el segundo punto un 20% de los estudiantes determina y define las características de los subconjuntos, pero al tratar de representar con fracciones acude a expresiones que no coinciden con la situación. El 60% manifiestan comprensión en la determinación de conjunto e identifican las divisiones en subconjuntos y la cantidad de elementos que la componen con respecto a la unidad. El 20% restante representa óptimamente los subconjuntos sugeridos e indica la cantidad de elementos que pertenecen a la mitad, la tercera y la sexta parte de la unidad.

En el ítem 3 el 40% de los estudiantes hace el conteo de los cuadriláteros de forma errónea, debido a que no reconocen el rombo como cuadrilátero, expresan: *solo son cuadriláteros los rectángulos y cuadrados*, por tanto, la unidad se altera. El 20% altera el conteo de elementos pues identifican el pentágono como figura similar al círculo, por ello tampoco la incluyen en un conjunto determinado y se altera de nuevo la unidad. El 40% con colores agrupan los elementos y determinan el total de cada parte indicándolo con números enteros, es decir, ignoran la relación parte todo, no representan con fracciones. En general, ningún estudiante pudo realizar la comparación adecuada en la representación simbólica comparando la cantidad de elementos con el total de elementos del conjunto.

En el cuarto ítem, donde se debe reconstruir el conjunto unidad dadas las partes, se observa comprensión por parte de los estudiantes debido al proceso de repartir a cada uno de sus compañeros la parte dada, acción que les permitió determinar la cantidad de elementos del conjunto en total. Es decir, cada uno reconstruye la unidad, lo representa en forma gráfica y numérica, pero falta realizarlo a través de la fracción, es decir comparando las partes con la unidad.

### III. GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 2 RECONSTRUCCIÓN DE LA UNIDAD

#### JUSTIFICACIÓN

La presente actividad esta propuesta para los contextos continuo y discreto, para la cual los estudiantes harán uso de algunas representaciones gráficas para formar la unidad. Cada una de las situaciones está enfocada en desarrollar las combinaciones de las variables didácticas propuestas desde ambos contextos, abordando fracciones mayores y menores que la unidad.

#### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

La actividad se presenta en 2 sesiones, una por cada contexto. Para la primera sesión se dedicaran 40° minutos de la clase, la cual desarrollaran de forma individual, poniendo de manifiesto los conocimientos previos acerca de la fracción y los tributos que la caracterizan a partir de la relación parte todo al identificar fracciones mayores y menores que la unidad en el contexto continuo.

Dado que los estudiantes ya tuvieron un trabajo previo en cuanto a la consideración de unidad como un conjunto de objetos con características en común, se proponen para la segunda sesión situaciones que fortalecen la interpretación de la fracción como parte-todo y la reconstrucción de la unidad en contexto discreto.

Para la *primera sesión* se tiene una guía que consta de una hoja cuyo desarrollo está basado en el uso del tangram como material concreto, cuya finalidad es proporcionar elementos de tipo manipulativo que permitan al estudiante comprender el contexto continuo a partir de los diferentes tipos de representaciones (simbólico y gráfico) . La comprensión se intenta abordar a través del desarrollo de pensamiento estratégico desde la capacidad que manifiesten al desarrollar cada ítem, dividiendo en la ficha más pequeña y comparando con la unidad, revelando una interpretación de la relación parte todo por medio de la reconstrucción de la unidad.

#### 1<sup>er</sup> Ítem:

El estudiante indaga el número de veces que caben algunas partes del tangram en la unidad, con la finalidad de que reconozcan fracciones equivalentes al apreciar que la parte más pequeña la



unidad, cabe exactamente un número diferente de veces en cada parte. El tipo de tarea abordada es: dada la parte hallar la unidad.

2° Ítem:

En el segundo ítem, en el punto a. el estudiante deberá construir la unidad dada una parte mayor que ella, identificando aspectos como las partes son más cantidad que la unidad; tomando como tipo de tarea dada la parte hallar la unidad.

Para el punto b. Se sugiere al estudiante representar por medio de un dibujo una parte menor que la unidad, dado que ya debe haber identificado. El tipo de tarea trabajado es: dada la unidad hallar una parte menor a ella.

En el tercer punto (c.) se sugiere al estudiante representar gráficamente una fracción impropia partiendo de la unidad dada.

Finalizada la actividad para el contexto continuo, damos inicio a la segunda sesión que es la misma actividad definida para el contexto discreto.

Como los estudiantes ya tuvieron un trabajo previo en cuanto a la consideración de unidad como un conjunto de objetos con características en común, se proponen cuatro ítems que sugieren el trabajo de cada una de las combinaciones propuestas en el cuadro de variables didácticas, las cuales se mencionan posteriormente.

Para la *segunda sesión* se tiene entonces una guía que consta de dos hojas; donde se pone de manifiesto representaciones gráficas en contexto discreto del cual se deben identificar tanto numérica como verbalmente las partes que representa cada subconjunto con respecto a la unidad, ya sea con fracciones mayores y menores que la unidad.

1<sup>er</sup> Ítem:

Se presenta un conjunto de flores como la unidad y se pide al estudiante hallar las partes que representan cada subconjunto a través de identificar la cantidad de elementos con respecto al conjunto completo. Aquí el estudiante agrupa elementos de características determinadas y forma subconjuntos en representación verbal y simbólica.

2° ítem:

En este ejercicio, en el punto a. Se expone una parte del conjunto tanto gráfica como numéricamente y se indica representar con un dibujo el conjunto unidad, es decir, dada una parte (menor que la unidad) del conjunto se debe reconstruir la unidad. Para el punto b. se pide al estudiante utilizar números para representar cada una de las partes de la parte dada después de reconstruir la unidad.

3<sup>er</sup> Ítem:

En el punto a. se da una parte del conjunto unidad, la cual es mayor que el conjunto con la intención que el estudiante se valga de números y de dibujos para reconstruir la unidad. El punto b. propone encontrar una parte (mayor que la unidad) dada la parte de la unidad, valiéndose de las representaciones numérica, escrita y gráfica.

4° Ítem:

En este último ejercicio se representa por medio de una gráfica una parte mayor que la unidad y su respectiva representación numérica y se pide al estudiante identificar la unidad y representarla gráficamente. El tipo de tarea en este ítem es dada la parte hallar el todo.

## VARIABLES DIDÁCTICAS

**Tabla 6.** *Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 2: Reconstrucción de la Unidad*

### SESIÓN 1

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
1	Menor que la unidad	Contexto de medida	Todo-Parte
2 a	Mayor que la unidad	Contexto de medida	Parte-Todo
2b	Menor que la unidad	Contexto de medida	Todo-parte
2c	Mayor que la unidad	Contexto de medida	Todo-Parte

## SESIÓN 2

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
1	Menor que la unidad	Contexto de medida	Todo-Parte
2 <sup>a</sup>	Mayor que la unidad	Contexto de medida	Parte-Todo
2b	Menor que la unidad	Contexto de medida	Todo-Parte
3 <sup>a</sup>	Mayor que la unidad	Contexto de medida	Parte-Todo
3b	Mayor que la unidad	Contexto de medida	Parte-Parte
4	Mayor que la unidad	Contexto de medida	Parte-Parte

### OBJETIVO GENERAL

Identifica y construye la unidad dadas fracciones mayores y menores que ella en los contextos continuo y discreto.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Representar con fracciones el conjunto unidad.

Evidenciar comprensión en el manejo de las distintas representaciones de situaciones que involucren el concepto de fracción como parte todo (de lo gráfico, simbólico y verbal).

Evidenciar los procesos que siguen los estudiantes en la reconstrucción de la unidad dadas partes mayores que la conforman

Identificar los atributos de la fracción reconocidos por los estudiantes al momento de abordar cada pregunta.

### CATEGORIAS DE ANALISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES

#### SESIÓN 1.

#### ITEM 1-CM

**CATEGORÍA** *Compara gráfica y simbólicamente cada figura geométrica con la unidad (Tangram) sobreponiendo las figuras.*

*Nivel 1*

Compara la figura A con la unidad y realiza divisiones en lápiz sobre cada ficha, facilitando e conteo del número de veces que cabe la ficha en el tangram. Sin embargo,

	expresar simbólicamente las otras fichas se le dificulta al no establecer correctamente la relación en relación con el todo.
<i>Nivel 2</i>	Comparan la figura A y C con la unidad identificando que ambas son iguales su única diferencia es la posición ubicada en el tangram; y debido a esto relacionan la misma fracción.
<i>Nivel 3</i>	Identifican la figura A, C y E comparándolas correctamente con la unidad sobreponiendo la A dos veces en la E y así indicar las nuevas divisiones de la unidad.
<i>Nivel 4</i>	Comparan correctamente las figuras A, C, E, B Y D mostrando la última figura como un cuadrado y así obteniendo la similitud con respecto a la unión de dos triángulos por la diagonal o modificar el paralelogramo.

### ÍTEM 2- CM

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Reconstruye la unidad dada una parte mayor que la unidad y en esta representa fracciones mayores y menores que la unidad.</i></b>
<i>Nivel 1</i>	No identifica que la unidad es una parte de la fracción dada así que dibuja el mismo rectángulo con las mismas divisiones.
<i>Nivel 2</i>	Representa la fracción dada indicando gráficamente las dos unidades por separado. Sin embargo, no reconoce la unidad y se le dificulta representar en ella fracciones mayores y menores que la unidad.
<i>Nivel 3</i>	Representa la fracción dada indicando gráficamente las dos unidades por separado. Se vale de representación numérica en números mixtos para indicar la parte dada. Representa en la unidad dada, fracciones menores que la unidad pero se le dificulta determinar mayores que la unidad.
<i>Nivel 4</i>	Identifica la unidad y la representa gráficamente reconociendo correctamente un número de partes en que se divide para que se pueda representar la parte dada. Representa en la unidad hallada fracciones mayores y menores que la unidad.

### SESIÓN 2.

### ÍTEM 1 – CR

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Representan desde la interpretación parte todo tanto simbólica y verbalmente una parte de la unidad dada.</i></b>
<i>Nivel 1</i>	Reconoce el conjunto pero no establece una relación parte todo entre los elementos. Compara cantidades.
<i>Nivel 2</i>	Representan tanto simbólica como verbalmente subconjuntos no relacionándolos con la cantidad total de elementos.
<i>Nivel 3</i>	Representan verbalmente los subconjuntos de la unidad pero no lo representan de forma simbólica adecuada ( intercambian numerador por denominador)
<i>Nivel 4</i>	Representan tanto verbal como simbólicamente la parte pedida.

### ÍTEM 2- CR

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Reconstruye la unidad dada una fracción propia con la misma cantidad de elementos en cada subconjunto y representa verbal y numéricamente sus partes.</i></b>
<i>Nivel 1</i>	No responde debido a que no sabe si la unidad es mayor o menor.
<i>Nivel 2</i>	Identifica los subconjuntos de aves; representando tanto simbólica como gráficamente sin reconstruir la unidad.
<i>Nivel 3</i>	Identifica el conjunto unidad pero establece la comparación de partes sin tener en cuenta la relación parte todo.
<i>Nivel 4</i>	Identifica el conjunto unidad y representa por escrito y simbólicamente cada parte.

### ÍTEM 3- CR

**CATEGORÍA** *Dado un conjunto mayor que la unidad, representa tanto simbólica como verbalmente la unidad y representa en ella fracciones impropias.*

<i>Nivel 1</i>	Reconstruye la unidad, pero se le dificulta determinar la representación gráfica de una fracción impropia de la unidad.
<i>Nivel 2</i>	Reconstruye la unidad. Establece la representación verbal y numérica de la fracción impropia, pero no coincide con la representación gráfica.
<i>Nivel 3</i>	Reconstruye la unidad pero se le dificulta establecer la relación entre las distintas representaciones de las cuales la gráfica es óptima.
<i>Nivel 4</i>	Reconstruye la unidad y representa por escrito, simbólica y gráficamente una fracción impropia del conjunto unidad.

### ÍTEM 4 – CR

**CATEGORÍA** *Dado un conjunto mayor a la unidad, reconstruye la unidad y determina una fracción propia.*

<i>Nivel 1</i>	No responde.
<i>Nivel 2</i>	No reconoce la unidad pues toma como conjunto unidad la parte dada, por tanto, la representación gráfica no coincide con lo pedido.
<i>Nivel 3</i>	Halla la unidad pero al dividir en la cantidad de subconjuntos no toma la cantidad adecuada.
<i>Nivel 4</i>	Determina la unidad y representa en ella una fracción propia

### METODOLOGÍA

**Tabla 7. Cronograma Actividad 2: Reconstrucción de la Unidad**

Organización en el aula	10 min
Trabajo individual	40 min cada sesión
Socialización	10 min
Puesta en común	10 min

### MATERIAL DIDÁCTICO

Para la primera sesión el material proporcionado para el desarrollo de la actividad será fundamentalmente el tangram realizado en papel iris. Además se hará uso de la guía del estudiante, colores para que representen gráficamente en la guía lo obtenido.

Durante la segunda sesión el trabajo estará determinado por las representaciones gráficas propuestas en las guías y por las elaboradas por cada estudiante, para lo cual es indispensable el uso de lápiz y colores.

### **Roles del profesor y roles del estudiante**

#### **Docente:**

- Será responsable de proporcionar tanto el espacio como los materiales pertinentes (tangram) para que el estudiante pueda desarrollar de manera óptima cada guía.
- Debe presentar las guías de forma clara y concisa.
- Debe guiar el proceso de la reconstrucción de la unidad por parte de los estudiantes, a partir de plantear preguntas que lleven a los estudiantes a comprender como dada una parte se completa la unidad
- Debe plantear preguntas que lleven al estudiante a la construcción del conocimiento, teniendo en cuenta el reconocimiento de los atributos de la fracción y la representación gráfica y numérica requerida en cada ítem.

#### **Estudiante:**

- Asumir con responsabilidad y actitud crítica la solución de cada ítem con la intención de aclarar cada tarea pedida.
- Proporcionar cada respuesta de forma clara y precisa permitiendo analizar el proceso desarrollado por él y los tipos de representaciones utilizados.

## **PROTOCOLO N 3: ACTIVIDAD 2 RECONSTRUCCION DE LA UNIDAD**

### **Condiciones Iniciales:**

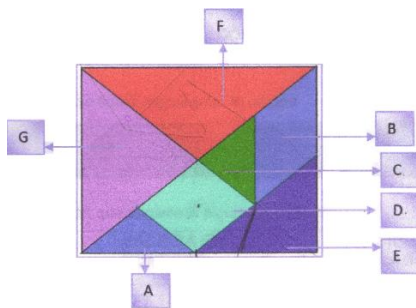
Se da inicio a la clase a las 7:30 am y se le pide a los estudiantes prestar bastante atención a lo que se va a desarrollar; se lee el instrumento punto por punto dejando claridad en lo que deben desarrollar en cada uno y pidiéndoles justificar su respuesta en cada ítem; igual que la clase pasada.

**Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**

### **SESIÓN 1.**

ÍTEM 1. En este primer ítem la mayoría de los estudiantes presentaron bastante dificultad; puesto que no identificaban que cada parte del tangram, tiene una forma que le permite caer un número de veces dentro del todo, y las demás figuras debían ser relacionadas con el triángulo más pequeño, los estudiantes se dispusieron a sobreponer las figuras, pero no intentaban dividir las (Ilustración 50.), ellos preguntaban ¿De qué forma podemos realizar las divisiones? ¿No todas las figuras son iguales? ¿Solo contamos las figuras así no sean iguales?

Santiago:



- a. Relaciona las partes de acuerdo con cada una de las siguientes preguntas
- Fila 1. ¿Qué parte representa la ficha A con respecto a la unidad?  $\frac{1}{16}$
- Fila 2. ¿Qué parte representa la ficha B con respecto a la unidad?  $\frac{1}{8}$
- Fila 3. ¿Qué parte representa la ficha C con respecto a la unidad?  $\frac{1}{24}$
- Fila 4. ¿Qué parte representa la ficha D con respecto a la unidad?  $\frac{1}{12}$
- Fila 5. ¿Qué parte representa la ficha E con respecto a la unidad?  $\frac{1}{8}$
2. Si el siguiente dibujo representa  $\frac{14}{8}$  de la unidad  $\frac{14}{8}$

Ilustración 50.

ÍTEM 2. En el segundo ítem, en el contexto de medida los estudiantes reconstruyeron la unidad de una parte mayor que la unidad, realizando el conteo de las partes del rectángulo, siendo así la unidad una cantidad menor. Y al momento de representar una fracción mayor y una menor sobre la unidad; dos estudiantes, Sidu y Sebastián, expresaron inconvenientes con respetar el tamaño de la unidad, por tanto, no pudieron realizar la tarea de forma óptima. (Ilustración 51.).

Sebastián:

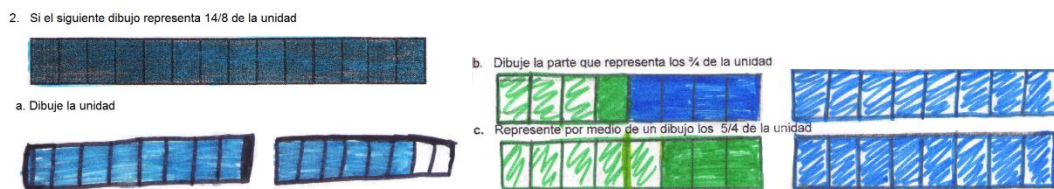


Ilustración 51.

El resto de los estudiantes, Catalina, Natalia y Santiago, reconocieron la unidad y representaron correctamente fracciones mayores y menores que la unidad, estableciendo relación entre las partes congruentes y el todo.

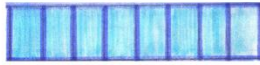
Catalina:

Natalia:

2. Si el siguiente dibujo representa  $14/8$  de la unidad



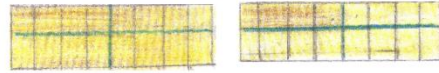
a. Dibuja la unidad



b. Dibuja la parte que representa  $3/4$  de la unidad



c. Represente por medio de un dibujo los  $5/4$  de la unidad



**Ilustración 52.**

**SESIÓN 1.**

ÍTEM 1. En este primer ítem correspondiente al contexto de reparto, la mayoría de estudiantes representaron, tanto numérica como verbalmente la relación entre las partes del conjunto y el todo. (Ilustración 53.).

Natalia:

PARTE PEDIDA con respecto a la unidad	ESCRIBA EN NÚMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS
GIRASOL (flor amarilla)	$\frac{2}{10}$	2 flores de 10
ROSA (flor roja)	$\frac{1}{10}$	1 flor de 10
MARGARITA (flor blanca)	$\frac{3}{10}$	3 flores de 10
SIEMPREVIVA (flor morada)	$\frac{2}{10}$	2 flores de 10
PENSAMIENTO (flor azul)	$\frac{2}{10}$	2 flores de 10

Santiago:

PARTE PEDIDA CON RESPECTO A LA UNIDAD DADA	ESCRIBA EN NÚMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS
GIRASOL (flor amarilla)	$\frac{2}{10}$	dos décimos
ROSA (flor roja)	$\frac{1}{10}$	un décimo
MARGARITA (flor blanca)	$\frac{3}{10}$	Tres décimos
SIEMPREVIVA (flor morada)	$\frac{2}{10}$	dos décimos
PENSAMIENTO (flor azul)	$\frac{2}{10}$	dos décimos

**Ilustración 53.**

Pero uno de los estudiantes, establece a lo largo de toda la actividad una relación entre partes de la unidad, sin reconocer el todo en las representaciones numéricas y verbales. (Ilustración 54.).

Sebastián:

PARTE PEDIDA	ESCRIBA EN NÚMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS
LORO	$\frac{1}{3}$	un tercio
AZULEJO y CANARIO	$\frac{2}{3}$	dos tercios
AGUILA, PATOS y FLAMINGO	$\frac{3}{3}$	los tres

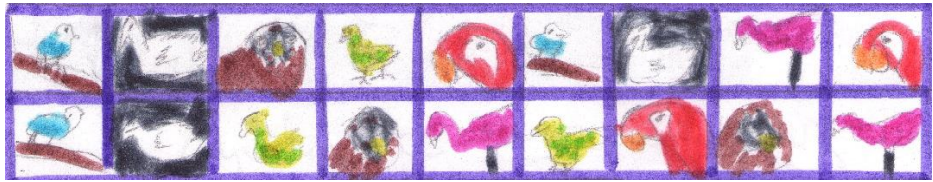
  

PARTE PEDIDA CON RESPECTO A LA UNIDAD	ESCRIBA EN NÚMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS
GIRASOL (flor amarilla)	$\frac{1}{2}$	un medio
ROSA (flor roja)	$\frac{1}{1}$	uno
MARGARITA (flor blanca)	$\frac{1}{3}$	un tercio
SIEMPREVIVA (flor morada)	$\frac{1}{2}$	un medio
PENSAMIENTO (flor azul)	$\frac{1}{2}$	un medio

**Ilustración 54.**

ÍTEM 2. En el segundo ítem del contexto de reparto, todos los estudiantes reconstruyen la unidad dada una fracción mayor a ella y todos a excepción de Sebastián (como se indicó anteriormente), representaron numérica y verbalmente la parte que expresa cada tipo de ave con respecto a la unidad, obteniendo una fracción menor que la unidad, estableciendo la relación entre las partes y el todo. (Ilustración 55.).





Sidu:

PARTE PEDIDA	ESCRIBA EN NUMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS
LORO	3/18	tres de diezochito
AZULEJO y CANARIO	6/18	seis de diezochito
AGUILA, PATOS y FLAMINGO	9/18	nueve de diezochito

Catalina:

**Ilustración 55.**

ÍTEM 3. En este ítem, todos los estudiantes reconstruyen la unidad, sin embargo, manifiestan dificultades para representar fracciones mayores que la unidad y para escribir correctamente la fracción, debido a que alteran la unidad y/o sus representaciones numéricas y gráficas no coinciden con lo pedido en la situación.

Sidu:

Natalia:

PALABRAS	NUMEROS	REPRESENTACION GRAFICA
tres ternos	$\frac{3}{2}$	
tres de dos	3/2	

**Ilustración 56.**

Solo una estudiante representa óptimamente la fracción impropia después de reconstruir la unidad, y establece las representaciones sugeridas. (Ilustración 57.).

Uno de los estudiantes representa la situación pero su gráfica se aproxima al contexto de medida en vez de representar el conjunto pedido. (Ilustración 58.).

Catalina:

Santiago:

PALABRAS	NUMEROS	REPRESENTACION GRAFICA
tres de dos	$\frac{3}{2}$	
un un tercio	$\frac{1}{3}$	

**Ilustración 57.**

**Ilustración 58.**

ÍTEM 4. En el cuarto ítem del contexto discreto se da un conjunto que representa una parte mayor que la unidad, el estudiante debe hallar la unidad y sobre ésta representar una fracción propia; la mayoría de estudiantes reconstruyen la unidad y luego representa  $\frac{1}{4}$  sin dificultad. (Ilustración 59.).

Catalina:



Sidu:

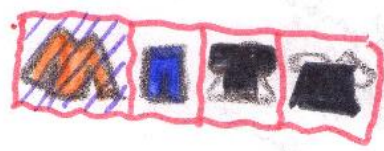


Ilustración 59.

Pero uno de ellos no puede llevar a cabo la tarea, dado que no reconoce la unidad. (Ilustración 60.).

Sebastián:



Ilustración 60.

## CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS

### Primera Sesión

#### Primer ítem.

Sebastián se ubica en el nivel 1 debido a que establece la relación entre la figura A y el todo. Se le dificulta comparar las otras figuras con la unidad.

Natalia, Sidu y Catalina se ubican en el nivel 2 dado que establecen relación entre las figuras A y C y el número de veces que caben en la unidad, Natalia explica que lo único diferente entre estas dos figuras es la posición. Expresan numéricamente la relación parte todo.

Santiago se encuentra en el nivel 3 debido a que establece correctamente la comparación entre tres de las figuras y las partes en que está dividida la unidad.

### **Segundo ítem.**

Sebastián y Sidu se ubican en el nivel 2, dado que reconocen la unidad para representar la parte, pero no lo justifica. Solo se limita a representar gráficamente la parte dada, por tanto, no reconocen la unidad y la alteran en la representación de fracciones menores y mayores que la unidad.

Santiago se ubica en el nivel 3 debido a que además de representar la parte indicando la unidad, expresa por medio de números mixtos la parte dada.

Natalia y Catalina pertenecen al nivel 4, dado que representan la unidad dada una parte mayor que esta. Además representan sobre la unidad una fracción menor y una fracción mayor a ella

### **Segunda Sesión.**

#### **Primer ítem.**

Catalina, Sidu, Santiago y Natalia se ubican en el nivel 4 debido a que establecen correctamente la relación entre la parte y el todo en las representaciones gráfica y verbal.

Por su parte, Sebastián estableció una comparación entre cada flor y el número veces que aparecía en el conjunto. Es decir, comparo partes con partes al tomar como unidad cada uno de los subconjuntos de las flores y a partir de ellos representan una cantidad con respecto a la otra. Por tanto se ubica en el nivel 1.

#### **Segundo ítem.**

Sebastián se encuentra en el nivel 3 dado que reconstruye la unidad pero no establece la relación entre las partes y el todo.

Santiago, Sidu, Catalina y Natalia se ubican en el nivel 4 porque además de reconstruir la unidad dada una parte menor, indican la relación entre cada especie de ave y la unidad total.

#### **Tercer ítem.**

Sidu se ubica en el nivel 1 debido a que a pesar de reconstruir la unidad se le dificulta representar en el conjunto unidad una fracción impropia, pues altera la unidad y sus representaciones verbal y simbólica no coinciden con lo sugerido.

Natalia y Sebastián se ubican en el nivel 2 dado que reconstruyen la unidad y sus representaciones verbal y simbólica son acertadas, pero al representar fracciones mayores que la unidad su representación gráfica no representa la parte pedida. Sebastián no hace gráfica sino lista de animales.

Santiago se ubica en el nivel 3 dado que reconstruye la unidad y hace la representación gráfica de una fracción impropia, pero en primer lugar los datos numéricos no corresponden a la representación gráfica y esta se reduce a una representación continua. Pero Santiago en su justificación verbal, dice que no son rectángulos sino la parte de cada clase de animales, acción que permite identificar que independientemente de la cantidad de animales, son cuatro clases, de las cuales se pueden representar  $\frac{3}{2}$  independientemente de la cantidad de cada uno.

Finalmente, Catalina es la única estudiante que se ubica en el ítem 4, dado que reconstruye la unidad y representa una fracción mayor que la unidad estableciendo correcta relación entre todos los tipos de representación

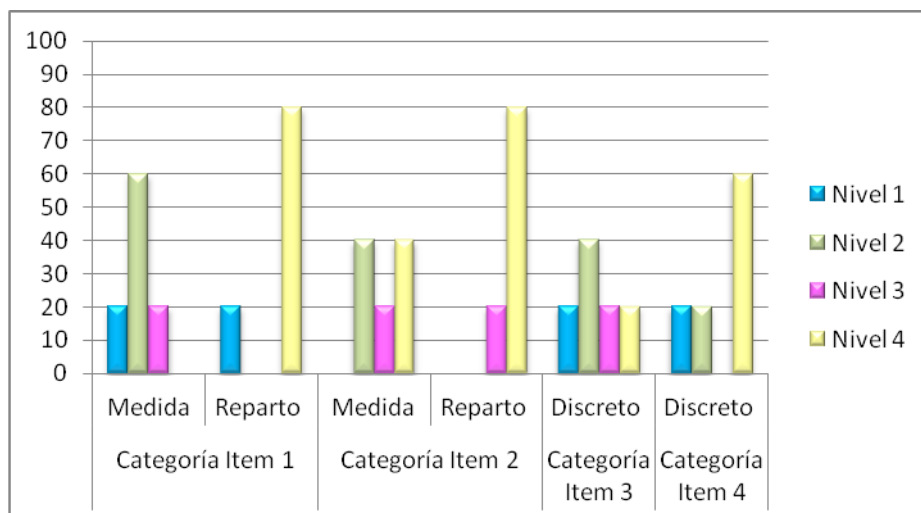
#### **Cuarto ítem.**

Sidu no responde justificando no entender cómo sacar la unidad, por tanto, se ubica en el nivel 1.

Sebastián toma como unidad la parte dada en una representación gráfica y al indicar la parte pedida la unidad se altera debido a que no reconstruye la unidad e intenta representar un cuarto a través de subconjuntos de dos elementos cada uno. Por tanto, Sebastián pertenece al nivel 2.

Catalina, Santiago y Catalina reconstruyen la unidad y la representan gráficamente. Además se identifica un cuarto o una fracción menor a la unidad en el conjunto, por tanto, pertenecen al nivel 4.

### **ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS A LA LUZ DEL REFERENTE TEORICO**



**Gráfica 3. Categorización por Niveles Actividad 2: Reconstrucción de la Unidad**

A nivel general se realizó la actividad de forma satisfactoria en cada uno de los contextos, manifestando un grado más de dificultad en la tarea de reconstruir la unidad en contexto discreto para fracciones mayores que la unidad.

Para el contexto de medida el 20% de los estudiantes manifiestan dificultad para establecer la parte que representa la ficha con respecto a la unidad. El 60% identifican la parte que representan las fichas más pequeñas con respecto a la unidad, pero no reconocen la parte que representan las fichas de mayor tamaño. Y el 20% restante establece una relación parte todo entre las fichas y el número de veces que caben dentro del tangram, aunque no representa numéricamente una de ellas.

Dada una parte mayor que la unidad el 40% determina la unidad y sobre ella representan sin dificultad fracciones mayores y menores que la unidad, estableciendo relación entre la representación gráfica y numérica. Por otro lado el 20% representa gráficamente la parte dada y una parte menor a ella, pero se le dificulta representar una fracción mayor. El 40% restante representa la unidad, pero se altera para representar fracciones mayores y menores que la unidad.

En el contexto de reparto, dado un conjunto, el 80% de los estudiantes establecen la relación parte todo, en las representaciones escrita y numérica para fracciones menores que la unidad. Y el 20% establece una relación parte-parte<sup>5</sup> entre cada tipo de flores inmersas en el conjunto, es decir, toma como unidad cada tipo de flor.

<sup>5</sup> Denominamos relación parte-parte a la comparación que se establece entre partes de la unidad sin tener en cuenta la relación parte todo.

El 20% de los estudiantes se encuentran en el nivel 3, dado que reconstruye la unidad pero no establece correctamente la representación numérica entre las partes y el todo. Por su parte, el 80% de ellos reconstruyen la unidad dada una fracción menor a ella e indican la parte que representa cada tipo de ave con respecto a la unidad.

En la tarea de reconstruir la unidad dado un conjunto que representa una fracción mayor que la unidad, solo el 20% manifiesta comprensión al reconstruir la unidad y representar una fracción mayor que esta tanto gráfica, como verbal y numéricamente. El otro 20%, reconstruye la unidad y representa la fracción impropia, pero hace la representación gráfica como una aproximación al contexto de medida y la representación numérica es errónea. El 40% reconstruye la unidad y hace las representaciones numérica y verbal, pero no representa sobre ésta una fracción impropia. Y el 20% faltante, reconstruye la unidad, pero sus representaciones gráfica y verbal no son acertadas, además, no representa una fracción impropia del conjunto.

Finalmente el 60% de los estudiantes reconstruyen el conjunto unidad dada una fracción impropia y sobre este determinan una fracción propia, valiéndose de las representaciones gráfica, verbal y numérica. EL 20% no reconstruye la unidad, por tanto representa de forma errónea la fracción propia. Y el 20% restante, no responde.

La propuesta del uso del tangram permitió observar como los estudiantes interpreta la parte del todo, pues al comparar las partes, manifiestan poder realizar las divisiones correctas; es decir se identifica que una ficha cabe un número exacto en una ficha más grande, cuando se realiza la entrevista, los estudiantes veían la necesidad de sobre poner una ficha en otra y realizar las divisiones según la ficha de menor área.

Llinares, (1988) menciona que: *“Existe otro material concreto distinto de los folios y de las hojas rectangulares, como puede ser a través de las figuras del juego chino Tangram cuya configuración especial puede ayudar a conceptualizar la idea de partes congruentes sin necesidad de tener la misma forma”*

En cuanto a la reconstrucción de unidad en los contextos de medida y reparto se observa que no presentan mayor dificultad cuando se presentan partes menores que la unidad, sin embargo, se ve que al realizar la reconstrucción en el contexto de medida se amplían la simbología matemática determinada en números mixtos, por tanto, de alguna forma se facilita más la comprensión de reconstrucción de la unidad en este contexto.

En las distintas representaciones de los datos proporcionados por el instrumento en cuanto a las expresiones utilizadas en el contexto discreto, deben ser adquiridas por los niños para que conceptualicen aún más la noción de fracción y de reconstrucción.

Según Llinares, (1988): *“Las diferentes organizaciones de los datos, expresiones utilizadas, símbolos... Deben ser integradas por los niños dentro de sus esquemas de relaciones de la noción de fracción, y para eso es necesario que expresen verbalmente lo que ellos <están observando> que sucede en la situación. De esta forma todas las representaciones mediante símbolos que puedan manejar los niños ayudan a mejorar la conceptualización de la idea de fracciones por ellos”.*

En el contexto continuo se facilitó la reconstrucción y la representación de una nueva fracción, en el discreto se da más comprensión de repartición en grupos y la cantidad de subgrupos que se determinan para la reconstrucción de la unidad.

#### **IV. GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 3 FRACCIONES EQUIVALENTES**

**Sesión 1: Haciendo Dobleces Contexto De Medida**  
**Sesión 2: Fracciones Equivalentes Contexto De Reparto**

#### **JUSTIFICACIÓN**

El objetivo de la actividad es permitir a los estudiantes abordar desde ambos contextos (continuo y discreto) las fracciones equivalentes, dado que se propone representar con diferentes fracciones la misma parte de la unidad sin que los estudiantes sean conscientes de hacerlo, utilizando diferentes números fraccionarios para representar una misma parte de la unidad.

Para la primera sesión se aborda En el contexto de medida, se propone hacer cierta cantidad de dobleces de una hoja (que representa la unidad) de tal forma que se represente la misma parte con distintas fracciones sin que la unidad sea modificada, durante una segunda sesión, en el contexto de reparto haciendo grupos de chaquiras de diferentes colores, donde la unidad cambia pero la parte tomada de cada uno es igual.

Como última y no menos importante sesión, se concluye el concepto de fracciones equivalentes a partir de relatar lo obtenido tanto numérica como gráficamente en la actividad dos.

## **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

La actividad tres está propuesta para dos sesiones, una por cada contexto. La *primera sesión* en desarrollarse es la actividad con el instrumento denominado “Haciendo dobleces” dado que se pretende los estudiantes representen las diferentes fracciones sobre una hoja de papel, la cual representa la unidad. Por tanto, el material concreto indispensable para la ejecución de las tareas sugeridas es una hoja tamaño carta.

1<sup>er</sup> Ítem:

En la primer parte de la actividad, se trabajan fracciones menores que la unidad y se presenta un cuadro con cuatro pasos, de los cuales los estudiantes deben hacer las representaciones gráfica, verbal y simbólica de cada uno de los resultados visibles en la hoja, después de tener solo una parte de la hoja coloreada. Aquí los estudiantes notan que con diferentes fracciones se representa la misma parte de la fracción, sin que la unidad ni la parte sombreada varíen.

Finalmente se formula tres preguntas: La pregunta del literal A. se plantea a los estudiantes, con la intención de que analicen la misma situación para un mayor número de dobleces, cuyo fin es nuevamente evidenciar procesos de generalización en términos de la capacidad que tienen los niños para trasladar la situación a otros escenarios, en este caso, el de aumentar el número de dobleces de una misma unidad y analizar qué sucede con el número de partes que quedan sombreadas.

La pregunta B. se plantea con la intención de que los estudiantes expresen verbalmente la relación entre las fracciones escritas y las partes coloreadas de las hojas después de llevados a cabo los pasos propuestos en el cuadro.

La última pregunta, literal C. Permite al estudiante generalizar el proceso llevado a cabo para cualquier número de dobleces, es decir, el estudiante que haya efectuado de forma efectiva el proceso de dobleces de la hoja y la representación simbólica desde la fracción como parte todo, podrá llegar a reconocer que en este ejercicio, infinitas fracciones son equivalentes a un medio.

En el segundo ítem, se presenta otro cuadro en que el estudiante debe llevar a cabo tres indicaciones para doblar la hoja de papel, la diferencia con el primer ejercicio radica en que éste



está definido para fracciones impropias, por lo cual se entrega a cada estudiante un par de hojas más para poder representar los dobleces indicados.

2° Ítem:

En esta segunda parte de la actividad, el estudiante también debe acudir a las diferentes representaciones (verbal, simbólica y gráfica), para expresar lo obtenido en cada doblez llevado a cabo, para representar las fracciones impropias pedidas.

Posteriormente se plantean las mismas tres preguntas mencionadas en la segunda parte del 1<sup>er</sup> Ítem, pero enfocadas para fracciones mayores que la unidad.

La segunda sesión de la actividad 3, es del contexto de reparto para la cual se proporcionan a cada estudiante diez chaquiras blancas y diez rojas, con las que debe formar grupos para realizar las tareas propuestas.

1<sup>er</sup> Ítem:

En el instrumento se proponen dos ejercicios, el primero consiste en completar un cuadro con representaciones gráfica, verbal y simbólica de los procesos a efectuar según las indicaciones formuladas: *conformar unidades que tengan la mitad de chaquiras blancas y la otra mitad de chaquiras rojas*. La idea es que los estudiantes formen cuatro conjuntos (unidades) diferentes y puedan representar la mitad de cada uno con diferentes fracciones, de acuerdo con el total de chaquiras de la unidad, debido a que se tiene como eje transversal la interpretación de la fracción como parte todo.

En esta parte de la actividad el tipo de tareas propuestas abordan fracciones menores que la unidad en las diferentes representaciones mencionadas.

El segundo ejercicio lo componen dos preguntas: La primera (Literal A.), es una pregunta enfocada en provocar en los estudiantes un análisis de la misma situación para un conjunto de chaquiras más grande, con la finalidad de evidenciar procesos de generalización en términos de la capacidad que tienen los niños para trasladar la situación a otros escenarios, como aquellos en los que la unidad es más grande, dentro del trabajo de fracciones menores que la unidad.

La segunda pregunta (Literal B.), está definido para el trabajo con fracciones mayores que la unidad. En este momento se propone al estudiante el conjunto unidad formada por diez chaquiras (la mitad chaquiras roja y la otra mitad chaquiras blancas) y se sugiere representar una parte mayor que la unidad, para la cual es necesario que los estudiantes tengan en cuenta la necesidad de utilizar otra unidad.

Como sesión final, se proponen preguntas abiertas que permitan a los estudiantes llegar a un tipo de generalización del concepto de fracciones equivalentes por medio de la socialización, dado que el tema se abordó desde los contextos de medida y reparto y es esencial institucionalizar el concepto desde lo teórico, con la finalidad de hacer una reflexión enfocada en el manejo de las fracciones equivalentes por medio de la representación gráfica y el manejo de material de tipo manipulativo.

## VARIABLES DIDÁCTICAS

**Tabla 8. Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 3: Fracciones Equivalentes**

<b>SESIÓN 1</b>			
<b>Ítem</b>	<b>VARIABLE MAGNITUD</b>	<b>VARIABLE CONTEXTO</b>	<b>TIPO DE TAREA</b>
1	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte
ABC	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte
2	Mayor que la unidad	Medida	Todo-Parte
ABC	Mayor que la unidad	Medida	Todo-Parte

<b>SESIÓN 2</b>			
<b>Ítem</b>	<b>VARIABLE MAGNITUD</b>	<b>VARIABLE CONTEXTO</b>	<b>TIPO DE TAREA</b>
1	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
A	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
B	Mayor que la unidad	Reparto	Todo-Parte

## OBJETIVO GENERAL

Familiarizar al estudiante con las fracciones equivalentes desde el trabajo con material concreto para cada uno de los contextos y las diferentes representaciones.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Reconocer desde diferentes representaciones las características de fracciones equivalentes

Abordar el trabajo de fracciones equivalentes desde los contextos de medida y reparto simultáneamente.

Socializar, argumentar y justificar los procesos llevados a cabo en cada contexto llegando a concluir para cualquier familia de fracciones equivalentes<sup>6</sup>.

Representar numérica, verbal y gráficamente fracciones equivalentes.

Evidenciar los procesos que siguen los estudiantes en la interpretación de fracción equivalente.

Identificar los atributos de la fracción reconocidos por los estudiantes al momento de abordar cada pregunta.

## CATEGORÍAS DE ANALISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES

### SESIÓN 1. HACIENDO DOBLECES CONTEXTO DE MEDIDA

#### ITEM 1-2 CM

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Identifica las fracciones equivalentes en CM y utiliza los diferentes métodos de representación fracciones mayores y menores que la unidad.</i></b>
<i>Nivel 0</i>	Identifica las fracciones equivalentes menores a la unidad pero no las simboliza con los diferentes tipos de representación. Se le dificulta representar las fracciones equivalentes mayores a la unidad.
<i>Nivel 1</i>	Simboliza los tipos de representación fracciones menores a la unidad, sin comprender la equivalencia entre las mismas.
<i>Nivel 2</i>	Muestra comprensión de la equivalencia entre fracciones menores a la unidad; y no identifica fracciones mayores debido a no reconocer la unidad.
<i>Nivel 3</i>	Comprende la equivalencia de fracciones m1 y grafica correctamente fracciones M1 pero no muestra comprensión de la equivalencia.

<sup>6</sup> Familias de fracciones equivalentes sugiere al estudiante el conjunto de fracciones que representan la misma parte de la unidad con diferente número de dobleces, por ejemplo  $(\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6} \dots)$ .

*Nivel 4*

Muestra comprensión de la equivalencia de fracciones mayores y menores a la unidad.

## SESIÓN 2. FRACCIONES EQUIVALENTES CONTEXTO DE REPARTO

### ITEM 1 CR

**CATEGORÍA** *Identifica las fracciones equivalentes en CR y utiliza los diferentes métodos de representación fracciones mayores y menores que la unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No responde
<i>Nivel 1</i>	Realiza las reparticiones de forma adecuada y representa las fracciones equivalentes gráficamente pero no de forma simbólica y ni verbal; de tal forma que su justificación se basa en no comprender la cantidad de elementos en la unidad
<i>Nivel 2</i>	Realiza los conjuntos e indica las fracciones equivalentes de forma adecuada y los representa gráfica, verbal y simbólicamente.
<i>Nivel 3</i>	Realiza correctamente la representación gráfica y la verbal y simbólica pero cuando se le pide generalizar muestra comprensión solo en la equivalencia de fracciones menores a la unidad.
<i>Nivel 4</i>	Realiza correctamente en las distintas representaciones (verbal, grafica simbólica) y muestra comprensión al momento de generalizar las fracciones indicando la equivalencia de las mismas en fracciones mayores y menores a la unidad.

## ME TODOLOGÍA

Tabla 9. Cronograma Actividad 3: Fracciones Equivalentes

SESIÓN 1		SESIÓN 2	
Organización en el aula	10 min	Organización en el aula	10 min
Trabajo individual	1 hora	Trabajo individual	1:20 hora
Socialización	10 min	Socialización	10 min
Puesta en común	15 min	Puesta en común	15 min

## MATERIAL DIDÁCTICO

Para el desarrollo de la primera parte de la actividad (sesión 1) se entrega a cada estudiante un instrumento de dos hojas en las que se deben justificar los procesos de forma escrita y gráfica. Se proporcionan tres hojas de colores tamaño carta para desarrollar los puntos propuestos en la guía. Se hará uso además de colores, lápiz, borrador y regla.

Durante la segunda parte de la actividad se proporcionan a cada estudiante cuarenta chaquiras, veinte rojas y veinte blancas. Además se hace entrega del instrumento que consta de una hoja en la que se sugiere realizar representaciones gráficas, para lo cual también se necesitan lápices de colores, lápiz y borrador.

### **Roles del profesor y roles del estudiante**

**Docente:** Encargado de permitir las condiciones óptimas para el desarrollo de la actividad, como:

- Organización del aula de tal forma que las preguntas sean resueltas de forma individual
- Facilitar a cada uno de los estudiantes los materiales pertinentes para formar los conjuntos necesarios para la solución de la guía.
- Apoyo en el correcto desarrollo de los procesos sugeridos con el material concreto para que no hayan confusiones.

**Estudiante:**

- Desarrollar de manera consciente cada uno de los ítems de la actividad, haciendo uso del material de forma responsable y activa.
- Justificar tanto verbal como por escrito los procesos llevados a cabo durante la actividad.
- Cuestionar e indagar la forma apropiada de representar las partes obtenidas con el material concreto teniendo en cuenta los atributos de la fracción trabajados anteriormente.

## **PROTOCOLO N.4: ACTIVIDAD 3 FRACCIONES EQUIVALENTES**

La actividad se realiza en dos secciones la primera para trabajar el contexto de medida y la segunda para trabajar el contexto de reparto; para la primera sesión la clase inicia a las 6:30 am con los estudiantes de grado séptimo b y se realiza la lectura de cada uno de los ítems para dar las indicaciones generales del trabajo a desarrollar con el material. En seguida, se dan las indicaciones para la manipulación de las chaquiras y las hojas, a la vez que se aclara la necesidad de dibujar lo observado en la guía de trabajo.

### **SESIÓN 1. HACIENDO DOBLECES CONTEXTO DE MEDIDA**

**Condiciones Iniciales (Sesión 1.):**

Para la *primera sesión* se les hace entrega a los estudiantes de una hoja en blanco y se pide el uso de colores para representar las tareas que se mencionan en la guía. El interés principal es que representen gráficamente lo que se observa al realizar los distintos dobleces.

Se les dan las indicaciones sobre la ubicación de la hoja y el orden en que deben hacer los dobleces; durante la solución de la guía, los estudiantes manifestaban dudas con respecto a la forma cómo debían hacerse los dobleces.





Cuando deben resolver las preguntas, se busca que hagan análisis y generalicen para cualquier número de dobleces. Se apoya el desarrollo de la guía con colores dado que se realizan graficas de cada proceso.

En cuanto a la segunda parte del instrumento que está enfocado en fracciones mayores que la unidad, se proporcionan dos hojas por estudiante, lo cual implicaba que los dobleces se hicieran de igual manera, esto se le dificultó a varios estudiantes debido a que no realizaban el mismo doblez en cada una de las hojas así que al momento de contar, tendían a confundirse y representaban erróneamente la forma simbólica que indicaba la cantidad de partes.




### **Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**

ÍTEM 1. Para el primer cuadro, la mayoría de los estudiantes manifiestan claridad dado que son fracciones menores que la unidad, aunque algunos de ellos utilizan de forma incorrecta la representación simbólica, o por que invierten los números de la fracción o porque ignoran el todo.

Sidu representa gráficamente lo que realiza con el material manipulable y lo expresa de forma simbólica y verbal, pero no reconoce la unidad dada e invierte los números de la fracción, lo cual hace que las representaciones no correspondan (Ilustración 61.). Se le dificulta la representación de fracciones mayores que la unidad y el reconocimiento de regularidades que se observan en el traspaso de un doblez a otro (Ilustración 62.).

INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NUMEROS	
Piega la hoja en dos partes iguales y colorea una de estas.	un medio	$\frac{1}{2}$	
A partir del último doblez, has otro pliegue por la mitad de la hoja.	tres medios	$\frac{4}{2}$	
A partir del último doblez, pliega nuevamente la hoja por la mitad.	seis medios	$\frac{8}{2}$	
Repite por última vez el proceso	dieciséis medios	$\frac{16}{2}$	

**Ilustración 61.**

INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NUMEROS	
Piega en tres partes cada una de las hojas y colorea 4 partes en total	cuatro tercios	$\frac{4}{3}$	
A partir del último doblez en cada hoja, has que cada parte quede dividida en tres.	ocho tercios	$\frac{18}{3}$	
A partir del último doblez, pliega nuevamente cada una de las partes en tres.	cincuenta y cinco tercios	$\frac{55}{3}$	

**Ilustración 62.**

Natalia y Sebastián representan simbólica, verbal y gráficamente fracciones menores a la unidad y generalizan para un número mayor de dobleces. (Ilustración 63.). No manifiestan comprensión en la representación de fracciones mayores que la unidad, dado que el “todo” es el número total de partes en que se dividen las dos hojas. Se manifiesta comprensión en las equivalencias pero no se representa de forma óptima en la numéricamente. (Ilustración 64.). Dan justificación a las preguntas y las regularidades observadas allí, generaliza y observa regularidades en fracciones mayores a la unidad pero no identifica la unidad en las mismas

Natalia:

INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NÚMEROS	
Piega la hoja en dos partes iguales y colorea una de estas.	uno de dos	$\frac{1}{2}$	
A partir del último doblez, has otro pliegue por la mitad de la hoja.	dos de cuatro	$\frac{2}{4}$	
A partir del último doblez, pliega nuevamente la hoja por la mitad.	seis de ocho	$\frac{6}{8}$	
Repite por última vez el proceso	ocho de dieciseis	$\frac{8}{16} \times \frac{6}{1}$	

Ilustración 63.

Sebastián:

INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NÚMEROS	
Piega en tres partes cada una de las hojas y colorea 4 partes en total	cuatro sextos	$\frac{4}{6}$	
A partir del último doblez en cada hoja, has que cada parte quede dividida en tres.	doce dieciseis	$\frac{12}{18}$	
A partir del último doblez, pliega nuevamente cada una de las partes en tres.	treinta y seis cincuenta y seis	$\frac{36}{54}$	

Ilustración 64.

Finalmente, Catalina y Santiago expresan comprensión en la equivalencia de fracciones menores y mayores a la unidad justificando las preguntas a través de las regularidades observadas. (Ilustración 65.).

Catalina:

INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NÚMEROS	
Piega en tres partes cada una de las hojas y colorea 4 partes en total	cuatro de tres	$\frac{4}{3}$	
A partir del último doblez en cada hoja, has que cada parte quede dividida en tres.	doce de nueve	$\frac{12}{9}$	
A partir del último doblez, pliega nuevamente cada una de las partes en tres.	Treinta y seis de veintysiete	$\frac{36}{27}$	

Ilustración 65.



Santiago utiliza simbología mixta para dar más claridad en la correspondencia de fracciones con la representación gráfica. (Ilustración 66.).

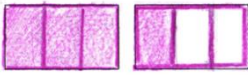


INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NUMEROS	
Pliega en tres partes cada una de las hojas y colorea 4 partes en total	un tercio	$1 \frac{1}{3}$	
A partir del último doblez en cada hoja, has que cada parte quede dividida en tres.	Un Tres Novenos	$1 \frac{3}{9}$	
A partir del último doblez, pliega nuevamente cada una de las partes en tres.	Un Nueve veintisiete	$1 \frac{9}{27}$	

Ilustración 66.

## CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS

### (Sesión 1. Haciendo Dobleces Contexto De Medida)

Sidu realiza los dobleces en las fracciones menores a la unidad y representa gráficamente lo que observa en el material manipulativo pero al realizar la representación de forma verbal o simbólica, iguala la unidad como a la cantidad de dobleces que se realizan; en este caso siempre van a doblarse por la mitad, es decir, siempre la unidad está dividida en dos a partir de esto generaliza y da respuesta a las preguntas acordándose de lo que ella es la unidad; en cuanto a las fracciones mayores a la unidad realiza el mismo proceso se enfatiza en la cantidad de dobleces y no identifica la unidad y las regularidades que se observan a partir de la misma. Por tanto, la ubicamos en un nivel 0.

Natalia y Sebastián realizan los pasos sugeridos en la actividad con fracciones menores que la unidad, justifican el proceso a través de las distintas representaciones y la equivalencia entre ellas, observando regularidades entre las fracciones obtenidas después de cada doblez. En cuanto a las fracciones mayores que la unidad los estudiantes representan lo observado en el material manipulativo pero no identifican la unidad, según esto “En un contexto continuo se establecen nuevas divisiones en el todo o se ignoran parte de las que existen” Llinares, (1988), por tanto, al representarlo de forma simbólica y verbal muestran un proceso erróneo, y las regularidades que se observan y generalizan se efectúan con el mismo error, por tanto se ubican entre un nivel 2.

Catalina y Santiago representan, comprenden y justifican la equivalencia de fracciones mayores y menores que la unidad, debido a que siguen paso a paso el instrumento y proporcionan justificaciones a partir de las regularidades observadas en la equivalencia de fracciones, dando evidencia de comprensión y amplían sus conocimientos utilizando fracciones mixtas como lo realizó Santiago; encontrándose así en el nivel 4.

## **SESIÓN 2. FRACCIONES EQUIVALENTES CONTEXTO DE REPARTO**

### **Condiciones Iniciales (Sesión 2.)**

Para la segunda sesión se les proporcionó a los estudiantes bolsas con chaquiras rojas y blancas para que utilizaran las que necesitaran de acuerdo a las tareas propuestas en la guía de trabajo. La idea consistía en los estudiantes formen grupos con la cantidad de elementos indicados en cada ítem, con lo cual se observaron las equivalencias que existen entre la cantidad de elementos de cada color y el total de elementos; mostrando su representación en la parte simbólica y verbal, donde algunos estudiantes se cuestionaban respecto a si se escribía la cantidad de elementos de cada color frente al total de elementos del conjunto, o era de forma inversa.

Finalmente, hacen la representación de grupos que indican fracciones impropias y manifiestan más comprensión al relacionarlo con la actividad desarrollada en el contexto de medida.

### **Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**

#### **ÍTEM 1.**

Sebastián representa gráficamente los conjuntos formados llenas las chaquiras rojas y blancas, sin embargo, al momento de representarlo de forma verbal y simbólica no tiene en cuenta la cantidad de elementos del conjunto sino la cantidad de colores y representa de forma gráfica las distintas fracciones equivalentes, pero al pasar a otro tipo de representación se le dificultad comprender cuál es la unidad; y por ende representa todas las fracciones con el denominador 2. Para la generalización en que se represente numéricamente la fracción para el conjunto formado por veinte chaquiras blancas y veinte rojas, sigue indicando que el todo esta formado por dos colores (denominador 2). Representa correctamente una fracción impropia con la misma disposición de chaquiras rojas y blancas. Durante la entrevista afirma que la fracción que representa la fracción impropia es  $\frac{3}{2}$  por ser tres grupos de dos colores. (Ilustración 67.).

INDICACIONES Cada conjunto conformado por chaquiras rojas y blancas representan la unidad	Después de formar los conjuntos entre chaquiras rojas y blancas escribe en cada columna que parte representa cada color de chaquiras con respecto a la unidad				REPRESENTA EN UN DIBUJO LO QUE REALIZASTE CON LOS CONJUNTOS
	ESCRIBE EN PALABRAS		ESCRIBE EN NÚMEROS		
	chaquiras rojas	chaquiras blancas	chaquiras Rojas	chaquiras blancas	
Forma un conjunto con una chaquiras roja y una blanca	un medio	un medio	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
Forma un conjunto con dos chaquiras rojas y dos blancas	dos medios	dos medios	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{2}$	
Forma un conjunto con tres chaquiras rojas y tres blancas	tres medios	tres medios	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	
Forma un conjunto con cuatro chaquiras rojas y cuatro chaquiras blancas	cuatro medios	cuatro medios	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{2}$	

A. ¿Qué fracción representan las chaquiras rojas de un conjunto formado por 20 chaquiras blancas y 20 rojas?  $\frac{20}{40}$

B. ¿Cómo representarías  $\frac{3}{2}$  con una unidad de 10 chaquiras? 5 rojas 5 blancas

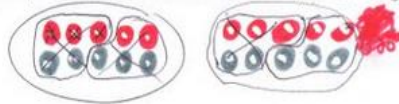


Ilustración 67.

Natalia, Catalina y Santiago, siguen las instrucciones propuestas e intentan responder las preguntas de acuerdo a lo observado con el material concreto, aplicando los preconceptos adquiridos en el proceso de solución de la secuencia, de esta forma, grafican y representan verbal y simbólicamente las reparticiones hechas con las chaquiras; generalizan mostrando comprensión sobre la equivalencia de fracciones mayores o menores que la unidad. Además representan una fracción impropia haciendo la distribución de chaquiras de la misma forma que en la primera parte de la actividad. (Ilustración 68.).

Natalia:

INDICACIONES Cada conjunto conformado por chaquiras rojas y blancas representan la unidad	Después de formar los conjuntos entre chaquiras rojas y blancas escribe en cada columna que parte representa cada color de chaquiras con respecto a la unidad				REPRESENTA EN UN DIBUJO LO QUE REALIZASTE CON LOS CONJUNTOS
	ESCRIBE EN PALABRAS		ESCRIBE EN NÚMEROS		
	chaquiras rojas	chaquiras blancas	chaquiras Rojas	chaquiras blancas	
Forma un conjunto con una chaquiras roja y una blanca	uno de dos	uno de dos	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
Forma un conjunto con dos chaquiras rojas y dos blancas	dos de cuatro	dos de cuatro	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	
Forma un conjunto con tres chaquiras rojas y tres blancas	tres de seis	tres de seis	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$	
Forma un conjunto con cuatro chaquiras rojas y cuatro chaquiras blancas	cuatro de ocho	cuatro de ocho	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{8}$	

A. ¿Qué fracción representan las chaquiras rojas de un conjunto formado por 20 chaquiras blancas y 20 rojas?  $\frac{20}{40}$

B. ¿Cómo representarías  $\frac{3}{2}$  con una unidad de 10 chaquiras?  $\frac{20}{40}$

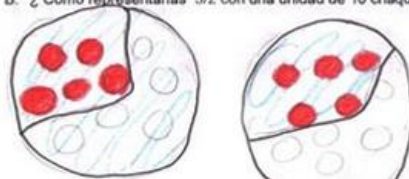
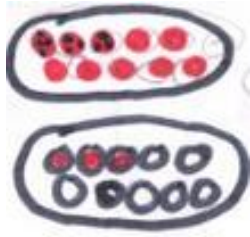


Ilustración 68.



**Ilustración 69.**

Sidu por su parte, realiza correctamente las reparticiones y las muestra en los distintos tipos de representación, obteniendo al igual que sus tres compañeros los conjuntos equivalentes, además generaliza dando cuenta de la equivalencia de fracciones; sin embargo, no representa de forma correcta las fracciones mayores a la unidad al realizar las reparticiones. (Ilustración 69.).

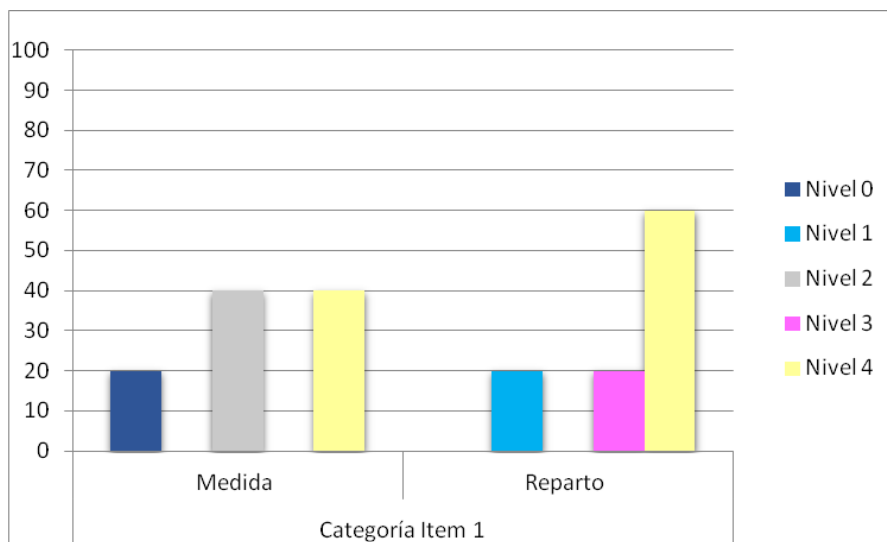
### **CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS (Sesión 2. Fracciones Equivalentes Contexto De Reparto)**

Sebastián se encuentra en el nivel 1 debido a que no indicó en el tipo de representación verbal y simbólico las fracciones; sin embargo observo la equivalencia justificándola desde lo que para él es la unidad.

Sidu se encuentra en un nivel 3 debido a que represento las fracciones equivalentes y justifica correctamente desde la definición de fracción que posee, sin embargo no reconoce esta equivalencia en fracciones mayores a la unidad.

Natalia, catalina, Santiago se encuentran en un nivel 4 debido a que comprenden la equivalencia de fracciones en las distintas representaciones mayores o menores que la unidad

### **ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS A LA LUZ DEL REFERENTE TEORICO**



**Gráfica 4. Categorización por Niveles Actividad 3: Fracciones Equivalentes**

A nivel general en cuanto al desarrollo del instrumento los estudiantes siguieron paso a paso las instrucciones y consignas establecidas de tal forma que lo realizado en el material manipulativo lo mostraba en diferentes tipos de representación<sup>7</sup> en los diferentes contextos<sup>8</sup> estableciendo relaciones de orden y de cómo hallar una unidad común entre las diferentes fracciones que se sugiere a partir de la amplificación que se realiza con los dobleces de la hoja en el contexto continuo, o con la agregación de chaquiras en el contexto discreto.

*“Para un buen manejo de la relación de orden de las fracciones (ordenar fracciones insertar varias fracciones entre varias fracciones dadas) se requiere un trabajo previo con fracciones equivalentes y estas nuevas se dan como consecuencias de distintas ideas de fracción, particularmente en los atributos de la relación parte todo mediante diferentes representaciones” Arce, (1990) pág. 114*

Hubo estudiantes que mostraron dificultad en reconocer la unidad debido a que identifican la misma como la diferenciación de colores y no las partes en que está dividida la hoja, para fracciones propias<sup>9</sup> y en el caso de las fracciones impropias toman la unidad como las partes en que están divididas ambas hojas de esta forma muestran dificultad en el atributo diez, el cual

<sup>7</sup> Los tipos de representación trabajado son (verbal, gráfico, simbólico)

<sup>8</sup> Contextos de medida y de reparto

<sup>9</sup> Fracciones menores que la unidad

establece que los estudiantes deben manejar fracciones mayores que la unidad y el atributo cuatro “*El número de partes no coincide con el número de cortes*”. (Linares y Sánchez, 1988, p81.)

En el contexto de medida un 20% de los estudiantes identifica fracciones equivalentes menores que la unidad, pero no las representan gráficamente dado que alteran la unidad, además manifiestan dificultades para representar fracciones equivalentes mayores que la unidad, debido a que los dobleces no coinciden con el número de partes.

Por su parte el 40 % de los estudiantes representan fracciones equivalentes menores que la unidad al hacer los dobleces e identificar en la hoja la misma parte coloreada, pero al hacer la representación numérica, no coincide la parte sombreada con las partes obtenidas, alteran el todo y no establecen relación entre la parte y el todo.

El otro 40% hizo las representaciones, gráfica, verbal y escrita de las fracciones equivalentes obtenidas al realizar lo dobleces para indicar tanto fracciones menores como mayores que la unidad. Manifiestan comprensión en la interpretación parte todo en el contexto de medida.

En términos del material manipulativo, el doblar la hoja le permite al estudiante reconocer la unidad e identificar que cada doblez va haciendo más pequeñas las partes en que se divide la unidad y que siempre se va a ampliar la fracción, pero que la parte sombreada siempre es la misma, por tanto, independientemente del número de dobleces se mantiene constante la parte tomada.

En el contexto de reparto un 20% de los estudiantes realizan los conjuntos sugeridos reconociendo en la gráfica que cada color correspondía a la mitad de cada conjunto, pero no lo indican ni numérica ni verbalmente. El 20% de ellos, hacen la representación gráfica, numérica y verbal para fracciones equivalentes menores que la unidad únicamente, dado que al representar en conjuntos fracciones equivalentes mayores que la unidad manifiestan inconvenientes al hacer grupos que superen el conjunto unidad. Se evidencia que el 60% de los estudiantes hicieron correctamente la correspondencia entre las diferentes representaciones de fracciones equivalentes en conjuntos, para fracciones mayores y menores que la unidad.

Se observa que hay una mejor comprensión en el contexto de reparto donde el estudiante reconoce la unidad a partir de lo trabajado en el contexto de medida, por tanto, se muestra un avance en cuanto a la comprensión de reconocer la unidad y la amplificación de una misma fracción. Sin

embargo, algunos de los estudiantes, toman en cuenta en la parte simbólica la cantidad de subgrupos como el total de partes, es decir, dos subgrupos de chaquiras blancas y rojas.

## **V. GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 4 GRUPOS IGUALES**

### **JUSTIFICACIÓN**

Esta actividad está descrita explícitamente para el contexto de reparto. Para ser desarrollada se presenta el conjunto unidad en una imagen con el interés de que el estudiante lo recree con sus útiles escolares.

El objetivo de la presente actividad es acercar a los estudiantes a la comprensión de los atributos de la fracción desde el manejo de conjuntos. Durante el desarrollo de los puntos el estudiante se verá en la necesidad de representar con fracciones partes de un conjunto, las cuales pueden estar formadas por más de un elemento.

Para el desarrollo de la actividad el estudiante realizará las representaciones gráficas de todos los procesos llevados a cabo con el material.

### **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

1<sup>er</sup> Ítem:

Para dar inicio a la actividad se organiza el grupo de tal forma que tengan un espacio óptimo para llevar a cabo las tareas propuestas. Se hace entrega de la guía que cada estudiante debe desarrollar y se explica la forma correcta de resolver cada uno de los ítems.

A continuación cada estudiante debe formar un conjunto de doce colores necesario para representar los grupos sugeridos. En el primer punto se dan tres indicaciones para llevar a cabo con el conjunto unidad, el cual consiste en repartir el conjunto de doce colores en dos, tres y cuatro grupos iguales, cuya intención es llevar a los estudiantes al reconocimiento de algunos atributos bajo el contexto de medida como: *El todo se puede dividir en el número de partes pedida, Las subdivisiones cubren el todo, Las partes tienen que ser del mismo tamaño, El todo se conserva, Control simbólico de las fracciones, Subdivisiones equivalentes, Las fracciones mayores que la unidad.* Después de haber hecho los grupos se debe seleccionar uno de ellos, para formar la fracción que se debe representar en el mismo cuadro con letras, símbolos y gráficas.

2° Ítem:

Éste segundo punto consiste en completar la información de seis casillas que sugiere formar grupos iguales del mismo conjunto. En este también se realizan las representaciones gráfica, escrita y simbólica de cada grupo con respecto al conjunto unidad.

3<sup>er</sup> Ítem:

Éste tercer ítem de la actividad se define bajo el trabajo de fracciones mayores que la unidad, pues con el mismo conjunto de colores se deben formar siete grupos iguales, lo cual solo es posible si se forma otro conjunto unidad. En este caso se pide al estudiante realizar una gráfica de lo obtenido esperando se evidencie el reconocimiento de la segunda unidad.

4° Ítem:

En este punto se indica que tres cuartos de la unidad son tres grupos iguales, para que se perciba que dando una parte (formada por varios elementos), se puede formar el conjunto unidad. Se indica que los grupos iguales están formados por dos lápices de colores para que realicen la tarea y representen gráficamente el conjunto.

5° Ítem:

El quinto y último punto también se define en las fracciones mayores que la unidad. Se indica con una fracción impropia la parte que se conoce de la unidad y se explicita la cantidad de colores que forman la parte dada, con la intención de que los estudiantes construyan el conjunto unidad y hagan óptimamente la representación gráfica del mismo.

Finalmente se dedica un espacio final de la clase para socializar respecto a lo que se logra al desarrollar cada una de las tareas y se concluye la importancia de los diferentes atributos en el manejo de fracciones desde el contexto de medida.

Durante toda la actividad el docente apoya y guía los procesos llevados a cabo por los estudiantes sin intervenir en su respuesta en términos de indicar que está bien o que no y al finalizar la actividad durante la etapa de institucionalización se indica con el material y con apoyo en los argumentos de los estudiantes la forma de realizar las tareas propuestas.



## VARIABLES DIDACTICAS

Tabla 10. *Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 4: Grupos Iguales*

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
1	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
2	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
3	Mayor que la unidad	Reparto	Todo-Parte
4	Mayor que la unidad	Reparto	Parte-Todo
5	Mayor que la unidad	Reparto	Parte-Todo

### OBJETIVO GENERAL

Identificar desde el contexto de reparto la posibilidad de representar diferentes partes que están formadas por más de un elemento.

### OBJETIVO ESPECÍFICO

Reconocer los atributos de la fracción desde el contexto de reparto.

Identificar unidades formadas por conjuntos y sus formas de representación desde la interpretación de la fracción como parte todo.

Representar gráfica, simbólica y verbalmente las partes de un conjunto.

Evidenciar los procesos que siguen los estudiantes para representar las partes de un conjunto.

Permitir a los estudiantes reconstruir el conjunto unidad a partir de proporcionar solo algunas de las partes que lo conforman.

### CATEGORIAS DE ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES

#### ITEM 1-2

**CATEGORÍA** *Representa numérica, verbal y gráficamente fracciones propias de un conjunto de lápices de colores a partir de hacer grupos iguales.*

---

<i>Nivel 0</i>	Hace la representación gráfica de repartir grupos de dos colores en todo el conjunto, pero no representa la parte con fracciones desde la interpretación de la fracción como parte todo.
<i>Nivel 1</i>	Hace la representación gráfica de repartir grupos de dos colores en todo el conjunto e intenta representar con fracciones, pero no establece numéricamente la relación entre el número de grupos y el total de elementos del conjunto.
<i>Nivel 2</i>	Se vale de los distintos modos de representación (gráfico, verbal y escrito) para indicar la parte que representa cada grupo de colores con respecto a la unidad.
<i>Nivel 3</i>	Se vale de los distintos modos de representación (gráfico, verbal y escrito) para indicar la parte que representa cada grupo de colores con respecto a la unidad haciendo uso de fracciones equivalentes para representar la parte del conjunto con una fracción simplificada.

### ITEM 3-4-5

**CATEGORÍA** *Representa gráficamente una parte mayor o menor que la unidad dada la cantidad de elementos que lo conforman e indican cuál el conjunto unidad.*

<i>Nivel 0</i>	No reconstruye la unidad dada la parte sea una fracción menor o mayor.
<i>Nivel 1</i>	Reconstruye la unidad solo en fracciones impropias debido a que se le facilita comprender que es menor la cantidad pero no la reconstruye con fracciones propias.
<i>Nivel 2</i>	Reconstruye la unidad en fracciones propias e impropias, aunque se le dificulta la representación a través del método gráfico para fracciones impropias.
<i>Nivel 3</i>	Reconstruye la unidad en fracciones propias e impropias mostrando comprensión a través del método gráfico. Además hace representación numérica de la parte que representa el número de grupos iguales que se pueden formar con la unidad.

### METODOLOGÍA

**Tabla 11. Cronograma Actividad 4: Grupos Iguales**

Organización en el aula	10 min
Trabajo individual	1 hora
Socialización	20 min
Puesta en común	10 min

### MATERIAL DIDÁCTICO

Para desarrollar la actividad se necesitan doce colores que conforman el conjunto unidad para los puntos uno y dos, sin embargo, el estudiante se valdrá de veinte colores en total para resolver los últimos ítems, sin embargo, podría resolverlos a partir de la representación gráfica.

A cada estudiante se proporciona un instrumento que consta de dos hojas las cuales indican los pasos a seguir para el desarrollo de cada tarea. Se hace uso de lápiz, borrador y colores.

## **Roles del profesor y roles del estudiante**

### **Docente:**

- Organización del aula de tal forma que las preguntas sean resueltas de forma individual y óptima
- Permitir las condiciones para el adecuado desarrollo de la actividad como material y espacio.
- Facilitar a cada uno de los estudiantes los materiales pertinentes para formar los conjuntos necesarios para la solución de la guía.
- Ayuda pertinente para que el estudiante desarrolle correctamente los procesos sugeridos con el material concreto.

### **Estudiante:**

- Utilizar el material sugerido para el óptimo desarrollo de las tareas propuestas en la actividad.
- Realizar las tareas de forma consciente y juiciosa justificando los procesos gráfica y verbalmente.
- Cuestionar para solucionar dudas en el desarrollo de las tareas propuestas en la guía.

## **PROTOCOLO N.5: ACTIVIDAD 4 GRUPOS IGUALES**

### **Condiciones Iniciales:**

La clase da inicio a las 6:30 am bajo las mismas condiciones que se han trabajado los demás instrumentos, se les pide tener en cuenta los colores que ellos utilizan, como herramienta para realizar la actividad. Se sugiere leer bien el instrumento y poner en juego los conceptos trabajados en las actividades anteriores.

Se distribuye el instrumento y se le pide a los estudiantes que utilicen sus colores para que se maneje como material manipulativo y puedan traspasarlo a los diferentes tipos de representación.

**Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**

ÍTEM 1. En este primer ítem todos los estudiantes responden de forma correcta agrupando los colores en forma congruente y representan verbal, gráfica y simbólicamente, los subconjuntos indicados.

Sidu, Santiago, Catalina, Natalia y Sebastián responden correctamente realizando las reparticiones de colores en grupos iguales y mostrando las diferentes representaciones<sup>10</sup> sugeridas (Ilustración 70.).

Sidu:





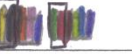




	Para cada indicación represente en palabras y números las partes con respecto a la unidad		
	ESCRIBA EN NUMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS	REPRESENTE CON UN DIBUJO
Reparto la unidad en dos grupos iguales	$\frac{6}{12}$	seis doceavos	
Reparto la unidad en tres grupos iguales	$\frac{4}{12}$	cuatro doceavos	
Reparto la unidad en cuatro grupos iguales	$\frac{3}{12}$	tres doceavos	

Ilustración 70.

ÍTEM 2. En este segundo ítem, la mayoría de estudiantes toman en cuenta que se deben formar 6 grupos en secuencia, formados por subgrupos de a dos colores, de a tres colores y así sucesivamente con la intención de que reconozcan que el todo se puede dividir en partes congruentes y que se pueden representar desde la interpretación parte todo.

Sebastián omite el enunciado y forma la cantidad pedida en grupo y anota los elementos que contiene ese grupo; identificando siempre la unidad. “No observe que en el enunciado decía que debía repartir en 6 grupos iguales, por eso tomaba un conjunto como el total de elementos; dos conjuntos de seis elementos y así sucesivamente...” (Ilustración 71.).





<sup>10</sup> Verbal, simbólica, gráfica.

	ESCRIBA EN NUMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS	REPRESENTE CON UN DIBUJO
1 grupo	$12/12$	doce doceces	
2 grupos	$6/12$	seis doceces	
3 grupos	$4/12$	cuatro doceces	
4 grupos	$3/12$	tres doceces	
5 grupos	$2/12$	dos doceces	
6 grupos	$2/12$	dos doceces	

**Ilustración 71.**

Santiago, Natalia y Catalina representan correctamente las reparticiones en los diferentes contextos. “Basados en el punto anterior se mencionan la cantidad de elementos que pertenecen a cada subconjunto” (Ilustración 72.).

Natalia:

	ESCRIBA EN NUMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS	REPRESENTE CON UN DIBUJO
1 grupo	$\frac{2}{12}$	dos de doce	
2 grupos	$\frac{4}{12}$	cuatro de doce	
3 grupos	$\frac{6}{12}$	seis de doce	
4 grupos	$\frac{8}{12}$	ocho de doce	
5 grupos	$\frac{10}{12}$	diez de doce	
6 grupos	$\frac{12}{12}$	doce de doce	

**Ilustración 72.**

	ESCRIBA EN NUMEROS	ESCRIBA EN PALABRAS	REPRESENTE CON UN DIBUJO
1 grupo	$\frac{1}{6}$	un sextos	
2 grupos	$\frac{2}{6}$	dos sextos	
3 grupos	$\frac{3}{6}$	tres sextos	
4 grupos	$\frac{4}{6}$	cuatro sextos	
5 grupos	$\frac{5}{6}$	cinco sextos	
6 grupos	$\frac{6}{6}$	seis sextos	

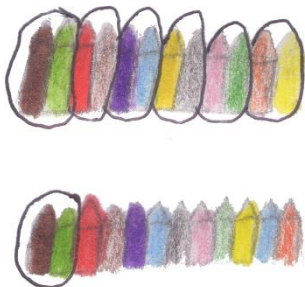
**Ilustración 73.**

Sidu divide la unidad en los 6 grupos, pero al representar no indica los grupos en fracción sobre los elementos incluidos en el conjunto, la unidad con seis como total de elementos, lo cual también es válido por que se basa en fracciones equivalentes para reconocer que  $\frac{2}{12}$  representaba la misma parte de la unidad que  $\frac{1}{6}$  (Ilustración 73.).

Sidu argumenta - “Como el enunciado mencionaba dividir en 6 grupos iguales la unidad se supone era la cantidad de grupos y tomo 1 grupo de seis que hay y así sucesivamente”

ÍTEM 3. En éste ítem, Santiago, Natalia y Catalina representan una fracción impropia creando otra unidad y tomando el grupo determinado. “Es necesario crear una unidad con la misma cantidad de elementos y tomar el grupo que nos falta”. (Ilustración 74.).

Natalia:



Santiago:



**Ilustración 74.**

Sebastián y Sidu no reconocen la unidad (Ilustración 75.). Sebastián no hace la representación gráfica ubicando los dos conjuntos de colores, pero si toma los siete subconjuntos de dos colores cada uno. Sidu en cambio, tomo un conjunto de 24 clores como unidad, sobre la cual ya no se podría representar la fracción al modificar la unidad agregando elementos que le permite realizar las agrupaciones indicadas.

Sebastián:



Sidu:



Ilustración 75.

ÍTEM 4 Y 5: Catalina reconstruye la unidad dada una fracción mayor, pero al dar una fracción menor a la unidad no logra reconstruirla. Argumenta -“Se me olvidó agregar las dos unidades para completar la unidad, pero en el siguiente punto eliminé un grupo”. (Ilustración 76.).



Ítem 4.



Ítem 5.

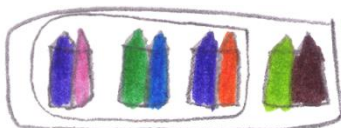
Ilustración 76.

Santiago, Natalia, Sebastián y Sidu reconstruyen la unidad dadas fracciones menores y mayores a la unidad. “En el punto 4 se agrega un conjunto debido a que falta para completar la unidad y en el 5 punto se elimina un conjunto debido a que sobra la unidad”. (Ilustración 77.).

Sebastián:

Sidu:

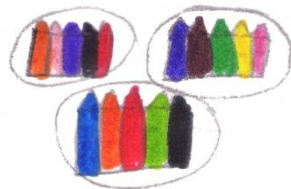
Ítem 4



Ítem 4



Ítem 5



Ítem 5



Ilustración 77.

## **CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES**

En cuanto a los primeros ítems, donde se buscaba la comprensión por parte de los estudiantes al momento de representar fracciones menores que la unidad, al hacer grupos con la misma cantidad de elementos, se evidencian aún dificultades no en la representación gráfica apoyada con el material concreto, pero sí en la representación numérica de la situación desde la interpretación de la fracción parte todo, pues no se reconoce el total de colores del conjunto como la unidad.

### **Primer y segundo ítem.**

Sidu, Natalia y Catalina forman las reparticiones sugeridas con los colores, haciendo una correspondencia correcta entre lo representado con números, palabras y gráfico, para fracciones menores que la unidad. Por lo que se ubican en el nivel 2.

Santiago hace la tarea de representar gráfica y verbalmente los grupos formados con los colores, sin embargo, en palabras escriben la cantidad entera de colores por grupo sin tener en cuenta el conjunto en total, por tanto se ubica en el nivel 1.

Sebastián omite el enunciado y a partir de los elementos totales intenta dar respuesta al enunciado, de esta forma representa simbólicamente, verbal y gráficamente sobre los 12 elementos, modificando en el caso de los 5 grupos a diez elementos, ignorando así el atributo que las partes en que se divide el todo deben ser iguales, por tanto se ubica en el nivel 0.

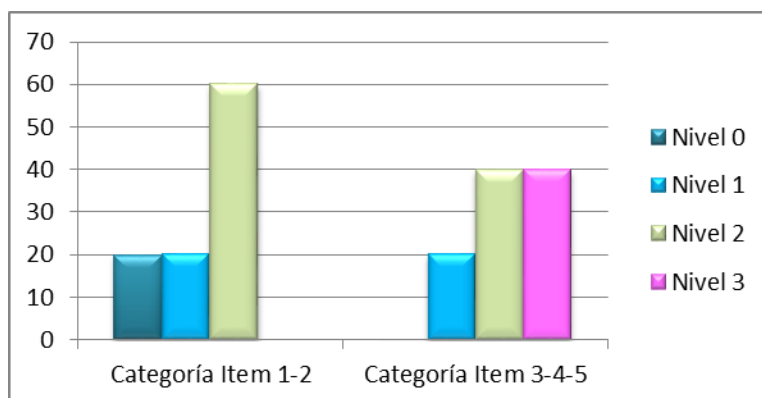
### **Tercer, cuarto y quinto ítem.**

Para los últimos tres ítems Natalia y Santiago se ubican en el nivel 3, dado que donde se debe reconstruir la unidad dadas fracciones mayores y menores que la unidad no manifiestan dificultad y además hacen las representaciones pertinentes. Sidu y Sebastián hacen representaciones de la fracción propia e impropia después de reconstruir la unidad, incluso valiéndose de fracciones equivalentes, pero en la determinación de una parte mayor que la unidad, esta se ve alterada; por tanto se ubican en el nivel 2.

Catalina reconstruye la unidad para representar fracciones mayores que el conjunto unidad, pero al representar la unidad dada una parte menor a estas, manifiesta dificultades al no reconocerla, ubicándose en el nivel 1.



## ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS A LA LUZ DEL REFERENTE TEORICO



Gráfica 5. Categorización por Niveles Actividad 4: Grupos iguales

En los primeros ítems donde el estudiante debe representar una fracción mayor y una menor que la unidad dado el conjunto, se puede observar que la mayoría de los estudiantes (60%) comprenden como representar una fracción menor a la unidad mostrando sus distintas representaciones realizando las diferentes agrupaciones. Sin embargo el 20% no reconocen la unidad al representar numéricamente la parte de colores con respecto a la unidad, y el 20% restante, no reconoce la unidad al alterarla para representar los conjuntos numéricamente, debido a que tienden a confundir la cantidad de grupos “*hay que evitar que los niños puedan confundir la cantidad de fichas en cada parte (subgrupo) con el número de partes que se tengan*” (Llinares S. &., 1997, pág. 139). Para esto se les indica que si es posible al dividir el conjunto total de elementos en 2, 3, 4... y cuantos elementos pertenezcan a cada subgrupo. Debido a que según Linares “*Todo proceso debe ir acompañado de un dialogo entre los niños y el profesor y entre los propios niños lo que están discutiendo*” (Llinares S. &., 1997, pág. 139).

Es en el proceso con fracciones mayores a la unidad donde los estudiantes tienen dificultad debido a que modifican la unidad agregando elementos para poder representar correctamente la fracción, omitiendo así; el atributo  $10^{11}$  de la relación parte todo, donde se les pregunta a los estudiantes sobre que fracción representa lo que solucionaron comprendiendo así que cambia la unidad que son el total de partes; y respondiendo correctamente a lo que se le pide; de acuerdo a esto GOUTARD menciona “*Es natural que los niños, cometan errores al dar sus primeros pasos en el manejo de las fracciones. Sera entra entonces en una discusión colectiva donde se examinan*

<sup>11</sup> Las fracciones mayores que la unidad

*todas las opiniones realizando experiencias en distintos materiales concluyentes que deciden si aquellas opiniones son aceptables o no y son modificadas. Solo así es posible aprender de verdad”<sup>12</sup>*

Los resultados permiten entonces identificar que el 20% de los estudiantes no reconoce la unidad para representar fracciones menores ni mayores que esta, desde la repartición del conjunto en grupos iguales, por lo que no manifiesta comprensión en el manejo de la representación numérica interpretando la fracción como parte todo. El 40% manifiesta comprensión para reconocer la unidad y representarlo verbal y gráficamente, pero al representar numéricamente las partes obtenidas con respecto al todo alteran el conjunto al no coincidir el número de cortes con el número de partes. Un 40% reconstruye la unidad dadas fracciones propias e impropias y las representa gráficamente. Además hacen la representación numérica de la parte que representa el número de grupos iguales que se pueden formar con respecto a la unidad.

*“La representación de las situaciones que llevan implícita la noción de fracción a través de diagramas, dibujos, esquemas, puede ser realizada con la intención de proporcionar a los niños modelos de apoyo que les ayude a trasladarse desde las situaciones concretas, intuitivas, a nivel más formal y sistemático, como pueden ser las operaciones numéricas” (Llinares S. &., 1997, pág. 88).*

De esta forma se puede dar cuenta de que los estudiantes van adquiriendo destrezas que propicien comprensión de la multiplicación de fracciones a través de los modelos que se han trabajado en los distintos instrumentos, que permiten también categorizar la comprensión conceptual al desarrollar los distintos procesos matemáticos y las distintas destrezas. 8

También se observó que realizan las reparticiones de grupos de colores sin dificultad agrupando en partes congruentes e identificando la cantidad de subgrupos y de elementos que pertenecen a ellos; se observó dificultad cuando un estudiante omite el enunciado del segundo punto y decide tomar como unidad el número de colores por grupo y no el total elementos. Ya para fracciones mayores a la unidad modifican alterando la unidad pero tiene en cuenta los subconjuntos; y a medida que se realizan preguntas ellos van informando y aclarando las dudas que se tiene sobre el agrupar elementos.

---

De esta forma cuando al estudiante se le da la cantidad de elementos y la fracción pidiéndole hallar la unidad y siendo esta impropia tiene en cuenta que la unidad debe ser elementos de menor cantidad y responden de forma correcta.

Todos los estudiantes se basaron en la actividad anterior donde ellos lo que hacían con las chaquiras lo planteaban en lo gráfico, por ende lo que hicieron con los colores lo plantearon en el instrumento mostrando comprensión sobre lo que se está realizando.

Se da por terminada la actividad a las 9:20 am.

## **VI. GUÍA DEL PROFESOR: ACTIVIDAD 5 PRODUCTO DE FRACCIONES**

### **Sesión 1: Producto De Fracciones Con Dobleces De Papel Sesión 2: Producto De Fracciones En Conjuntos**

#### **JUSTIFICACIÓN**

La última actividad de la secuencia de actividades se divide en dos sesiones, una por cada contexto. En estas se fundamentan todos los atributos y procesos llevados a cabo durante el desarrollo de las anteriores actividades, dado que proporcionan las herramientas necesarias para representar el producto de fracciones.

La primera sesión se denomina *Producto de fracciones con dobleces de papel*, y se desarrolla haciendo uso de una hoja de papel, la cual se dobla en dos momentos para obtener el resultado de un producto, proceso que se realiza cuatro veces, una por cada multiplicación. La guía tiene cuadros para que los estudiantes plasmen gráfica y simbólicamente lo obtenido como resultado de la multiplicación entre fracciones. Esta guía consta de tres puntos en los que se pretende que después de los dobleces sea evidente que la parte que queda subrayada representa el resultado.

La segunda sesión, denominada: *Producto de fracciones en conjuntos* se desarrolla con una guía de dos hojas que incluye tres cuadros con indicaciones para efectuar cuatro multiplicaciones entre los elementos de un conjunto de botones proporcionados al iniciar la actividad. Al igual que en la

primera sesión el estudiante debe plasmar numérica y gráficamente lo realizado y obtenido en el seguimiento de tareas a realizar. Se sugiere además que escriban regularidades que presencian en los procesos realizados y el los números obtenidos.

En un último momento se cuestiona respecto a lo que se entiende por la palabra *DE*, debido a que todas las tareas sugieren tomar una parte *de* otra para realizar el producto de fracciones en ambos contextos.

Al finalizar cada actividad se dedica un tiempo de socialización en el que se concluye el trabajo realizado para realizar el producto de fracciones en los contextos de medida y reparto, en tres aspectos fundamentales:

- Identificar el uso mínimo común múltiplo.
- Reconocer que el producto de fracciones se obtiene tomando una parte de otra.
- Y finalmente que evidencie que el producto de fracciones da como resultado una parte más pequeña que los factores, esta última con la intención de evitar en los estudiantes el efecto MADA<sup>13</sup>

## **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

Se da inicio a la *primera sesión* de la actividad proporcionando a cada estudiante una guía de tres hojas que involucra realizar cinco productos en base a los dobleces del material concreto que se reparte a cada estudiante.

1<sup>er</sup> Ítem:

El primer punto consta de tres multiplicaciones de fracciones unitarias y se realizan con tres papeles entregados para doblar, según las indicaciones de cada producto. Para hacer una multiplicación se indica realizar un doblez y colorear una de las partes obtenidas (según la fracción que es primer factor) y en seguida se pide doblar la parte coloreada otro número de veces y colorear una parte (según la fracción que es el segundo factor). En este caso hay que tener en cuenta que el resultado visible en el papel es la parte que queda dos veces coloreada, pero antes la unidad debe quedar dividida en el mismo número de partes, la intención es que los estudiantes puedan hacer ese reconocimiento según los atributo *Las partes tienen que ser del mismo tamaño y Subdivisiones equivalentes*.

---

<sup>13</sup> MADA: Multiplicación Agranda División Achica

En el Literal A. los estudiantes escriben con símbolos las dos fracciones que son factores, de las cuales, la segunda siempre es unitaria, luego se dedica un espacio para realizar las representaciones gráficas del papel después de haber doblado en los dos momentos (esta gráfica corresponde al resultado del producto).

En el Literal B. se da un recuadro como unidad y se solicita hacer el producto gráficamente a partir de tomar una parte de otra. El objetivo principal en esta parte de la actividad es que el estudiante reconozca el significado de la palabra “*de*” al realizar la multiplicación de fracciones propias.

El último punto de la actividad (Literal C.) propone la tarea de tomar una parte de otra con fracciones impropias. Se da como unidad un recuadro y se sugiere hacer el producto entre dos factores el primero de los cuales es una fracción mayor que la unidad. En este caso es necesario hacer claridad sobre la diferencia en el resultado, pues en este caso no se correspondería a partes doblemente coloreadas sino en las que están sombreadas en total.

La **segunda sesión** consta de la actividad *Producto de fracciones en conjuntos* propuesta para el contexto de reparto. Para esto se entrega a cada estudiante un conjunto de treinta botones para que puedan realizar las tareas propuestas.

1<sup>er</sup> Ítem:

El primer punto de la actividad consta de un cuadro para hacer representaciones gráficas y numéricas de los procesos llevados a cabo para realizar la multiplicación, en este caso, las representaciones deben procurar ser claras, con respecto a las partes que se toman del conjunto en total, para esto se sugiere utilizar colores, se plantea una situación menor a la unidad y otra mayor a la unidad. En seguida se plantea una pregunta para que los estudiantes identifiquen y justifiquen verbalmente la relación entre los denominadores de los factores y el denominador del resultado, con la intención de que se reconozca el uso del mínimo común múltiplo.

2<sup>o</sup> Ítem:

El siguiente ítem propone como unidad un conjunto de botones y se solicita al estudiante tomar una parte de otra. Se hace uso de fracciones propias y en este caso los estudiantes deberán representar simbólicamente el producto justo al lado de la representación gráfica para hacer una relación entre ambas, además de establecer correlación entre el término “*de*” y la acción de multiplicar fracciones.

3<sup>er</sup> Ítem:

Se presenta un cuadro similar al anterior con el mismo conjunto unidad pero se solicita tomar una fracción impropia de una propia, con la intención de no limitar el trabajo a fracciones menores que la unidad.

4<sup>o</sup> Ítem:

Finalmente, con la intención de concretar el significado de la palabra “*de*”, se plantea la pregunta a los estudiantes de escribir que entendían con sus propias palabras de acuerdo a los procesos llevados a cabo en la solución de cada tarea.

En la socialización de cada sesión se propicia el espacio para que los niños puedan justificar y cuestionar los procesos hechos entre sí. Y después de acabar las dos sesiones se socializa la relación entre la multiplicación de fracciones en los dos contextos diferentes.

## VARIABLES DIDACTICAS

**Tabla 12. Tipos de Variables Didácticas Trabajadas en cada Ítem de la Actividad 6: Producto de Fracciones**

### SESIÓN 1

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
1	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte Parte-parte
2	Menor que la unidad	Medida	Todo-Parte Parte-parte
3	Mayor que la unidad	Medida	Todo-Parte Parte-parte

### SESIÓN 2

Ítem	VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
1	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte Parte-parte
2	Menor que la unidad	Reparto	Todo-Parte Parte-parte
3	Mayor que la unidad	Reparto	Todo-Parte Parte-parte

## **OBJETIVO GENERAL**

Realizar el producto de fracciones en contextos de reparto y medida haciendo uso de conjuntos de botones y dobleces de papel respectivamente.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Representar gráfica y simbólicamente el producto de fracciones.

Explicar verbalmente el producto de fracciones al describir el significado de la palabra *de* en los procesos llevados a cabo.

Hacer dobleces de papel para representar la multiplicación de fracciones en contexto continuo.

Seccionar el conjunto de botones según las tareas asignadas para realizar el producto de fracciones en contexto de reparto.

Acercar a los estudiantes al concepto de mínimo común múltiplo en el producto de fracciones.  
Realizar producto de fracciones propias e impropias en los contextos de medida y reparto.

Evidenciar los procesos que siguen los estudiantes al multiplicar fracciones con material concreto.

Identificar los atributos de la fracción reconocidos por los estudiantes al momento de abordar cada pregunta.

## **CATEGORIAS DE ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES**

### **SESIÓN 1. PRODUCTO DE FRACCIONES CON DOBLECES DE PAPEL**

## CONTEXTO DE MEDIDA

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Comprende la multiplicación de fracciones utilizando las destrezas procedimentales en el contexto de medida, realizando el traslado por los diferentes modos de representación.</i></b>
<b><i>Nivel 0</i></b>	Escribe en la representación gráfica, verbal a través del material manipulativo que permite tener un pensamiento de formular, representar y resolver la situación problema en fracciones menores de la unidad.
<b><i>Nivel 1</i></b>	Comunica y argumenta matemáticamente por los distintos modos de representación en el contexto de medida teniendo comprensión conceptual de la multiplicación de fracciones en fracciones menores a la unidad.
<b><i>Nivel 2</i></b>	Comunica y argumenta matemáticamente por los distintos modos de representación en el contexto de medida teniendo comprensión conceptual de la multiplicación de fracciones en fracciones menores y mayores que la unidad.
<b><i>Nivel 3</i></b>	Comunica y argumenta matemáticamente por los distintos modos de representación en el contexto de medida teniendo comprensión conceptual de la multiplicación de fracciones en fracciones menores y mayores que la unidad. Hace uso de fracciones equivalentes.

## SESIÓN 2. PRODUCTO DE FRACCIONES EN CONJUNTOS

### CONTEXTO DE REPARTO

<b>CATEGORÍA</b>	<b><i>Comprende la multiplicación de fracciones utilizando las destrezas procedimentales en el contexto de reparto, realizando el traslado por los diferentes modos de representación.</i></b>
<b><i>Nivel 0</i></b>	Comprende la multiplicación de fracciones debido a que realiza la representación gráfica pero la identifica a partir de los elementos de la unidad; no tiene en cuenta los conjuntos o subconjuntos obtenido solo destrezas procedimentales en la representación gráfica.
<b><i>Nivel 1</i></b>	Comprende la multiplicación de fracciones a través de comprensión conceptual sobre la multiplicación de fracciones menores a la unidad, justificando los debidos procesos y mostrando comprensión en las destrezas procedimentales.
<b><i>Nivel 2</i></b>	Comprende el producto de fracciones a través de comprensión conceptual sobre la multiplicación, justificando los debidos procesos y mostrando comprensión en las destrezas procedimentales.
<b><i>Nivel 3</i></b>	Representa el producto de fracciones menores y mayores que la unidad a través de comprensión conceptual sobre la multiplicación, justificando los debidos procesos y mostrando comprensión en las destrezas procedimentales. Representa con fracciones equivalentes.



## METODOLOGÍA

**Tabla 13. Cronograma Actividad 5: Producto de Fracciones**

SESIÓN 1		SESIÓN 2	
Organización en el aula	10 min	Organización en el aula	10 min
Trabajo grupal	1:30 hora	Trabajo grupal	1:20 hora
Socialización	10 min	Socialización	10 min
Puesta en común	15 min	Puesta en común	15 min

## MATERIAL DIDÁCTICO

Durante la primera sesión se hace uso de hojas de papel del mismo tamaño para que los estudiantes hagan dobles de acuerdo a las tareas indicadas. Se proporciona una hoja para cada producto a desarrollar, que en total son cinco. Se entrega a cada estudiante la guía de tres hojas donde se encuentran los cuadros para completar la información después de resolver las indicaciones dadas. Para realizar las representaciones de lo obtenido en el papel se requieren colores, regla, lápiz y borrador.

Para la segunda sesión se proporciona a cada estudiante un conjunto de treinta botones para poder realizar las tareas sugeridas en la guía del contexto de reparto, debido a que se deben hacer subgrupos para obtener el resultado de la multiplicación de fracciones. Es necesario el uso de colores, para las representaciones gráficas de los procesos llevados a cabo, lápiz y borrador.

## Roles del profesor y roles del estudiante

### Docente:

- Organizar el espacio para que los estudiantes puedan realizar las tareas con el material concreto de forma óptima.
- Hacer entrega del material necesario para que los estudiantes puedan desarrollar la actividad.
- Apoyar el proceso buscando que los estudiantes cumplan satisfactoriamente los objetivos de la actividad.

### Estudiante:

- Desarrollar con interés las tareas propuestas basándose en el correcto uso del material concreto.
- Realizar las representaciones solicitadas de acuerdo a lo obtenido con el material.
- Cuestionar tareas que se les dificulten.

- Hacer uso de los conceptos abordados en las actividades anteriores.
- Resolver con responsabilidad y atención la actividad.

## **PROTOCOLO N. 6: ACTIVIDAD 5 PRODUCTO DE FRACCIONES**

### **Condiciones Iniciales:**

La actividad comienza a las 8:05 am y de forma inmediata se organiza el curso para dar inicio a la actividad evaluativa de multiplicación de fracciones en los contextos de reparto y de medida. Se aclara que la actividad está determinada en dos sesiones y que el día de hoy se va a trabajar con hojas blancas tamaño carta para hacer los dobleces con indicaciones que permiten representar el producto de fracciones para abordar el contexto de medida.

En la *primera sesión* se hace entrega del instrumento de Contexto de Medida a cada estudiante y se proporcionan como material manipulativo tres hojas blancas tamaño carta. Se da como indicación la importancia de hacer los dobleces paso por paso para poder hacer las representaciones requeridas en las diferentes secciones de la guía, como gráficas y números que indiquen lo desarrollado y observado en las hojas.

En cuanto al segundo y tercer puntos, deben representar sobre un rectángulo como unidad sin valerse del material concreto. En estos ítems se trabaja la representación del producto de fracciones que menores y mayores que la unidad, cuyo interés y dar cuenta de la comprensión procedimental y el desarrollo de destrezas procedimentales que adquieren los estudiantes al aplicar el algoritmo con base a los preconceptos anteriormente trabajados.

Los estudiantes hacen entregan de la primera parte de la guía a las 9:30 am.

### **Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**



#### **SESIÓN 1. PRODUCTO DE FRACCIONES CON DOBLECES DE PAPEL**

ÍTEM 1. En este ítem se plantea para fracciones unitarias y se observa que todos los estudiantes mostraron los procedimientos de lo sugerido en el enunciado y aplicado en las hojas. La intención de la actividad es dar cuenta de comprensión de destrezas procedimentales en la solución de los

procesos realizados en cuanto a la multiplicación de fracciones, identificando el sentido de la frase “tomar de” al graficar siempre la segunda fracción y de la primera.

En la primer parte de la actividad Catalina y Natalia son la únicas en realizar los dobleces según lo indicado en todos los ítems propuestos y graficar los procesos. Doblan la hoja en el número de partes sugerida y colorean las partes indicadas, sobre ella realizan los nuevos dobleces para representar una parte de otra, la cual sería el resultado del producto. Se hacen las representaciones sugeridas de lo obtenido en cada hoja, dando cuenta en la gráfica de la operación realizada y el resultado obtenido (Ilustración 78.).

Catalina:

FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE COLOREADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B, C, D Y E	A QUE FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS DOBLECES DE LA HOJA (AYÚDATE DE LOS PLEGADOS PARA HALLARLA).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES EN EL RECTÁNGULO QUE APARECEN A CONTINUACIÓN, EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
A	Piega la hoja de tal manera que te resulten 2 partes iguales y colorea una de éstas.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	
	Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en dos partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.	$\frac{1}{2}$		
B	Piega la hoja de tal manera que te resulten 3 partes iguales y colorea una de éstas.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	
	Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en dos partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.	$\frac{1}{2}$		

**Ilustración 78.**

Según Dienes, en este caso se potencia la idea de operador, dado que este tipo de tarea, hace que sea para los estudiantes natural el concepto de multiplicación y que su introducción no produzca dificultad, por lo que se implanta antes que la suma y resta de fracciones con distinto denominador, ya que se considera la multiplicación como sustitución de dos operadores por uno mismo. Es por eso que se presenta en la solución del mismo ítem, por parte de sus otros compañeros, la representación gráfica de la respuesta del producto, sin tener en cuenta los trazos de los factores.

Santiago, Sebastián y Sidu no representan el proceso del primer ítem, sino el resultado obtenido después de tomar una parte de otra (Ilustración 79.).

Santiago:



FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE COLOREADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B, C, D Y E	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS DOBLECES DE LA HOJA (AYUDATE DE LOS PLEGADOS PARA HALLARLA).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES EN EL RECTÁNGULO QUE APARECEN A CONTINUACIÓN, EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
A	Pliega la hoja de tal manera que te resulten 2 partes iguales y colorea una de éstas.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	
	Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en dos partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.	$\frac{1}{2}$		
B	Pliega la hoja de tal manera que te resulten 3 partes iguales y colorea una de éstas.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	
	Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en dos partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.	$\frac{1}{3}$		

Ilustración 79.

ÍTEM 2. Éste punto se plantea para fracciones propias no unitarias, y los estudiantes deben realizar el mismo proceso realizado en el primer ítem, y trabajarlo desde lo gráfico sin material concreto, manifestando comprensión en el proceder al expresarlo en los distintos tipos de representación con procedimientos adecuados.

Sidu, Catalina, Santiago, Natalia y Sebastián operan la situación “tomar  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{5}$ ”, lo cual según Llinares, notan que los dos términos en esta expresión no significan lo mismo y que la unidad a la que se están refiriendo tampoco es la misma. Mientras  $\frac{1}{5}$  es una fracción que representa la cantidad de la unidad, la fracción  $\frac{2}{3}$  representa la acción de operador que al aplicarlo sobre la cantidad  $\frac{1}{5}$  de la unidad, produce un resultado. Los dobleces y dibujos del proceso, explican la situación por la facilidad para hacer las partes congruentes. Hacen entonces, una representación óptima del proceso de tomar una fracción de otra. (Ilustración 80.).

Catalina:

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar 2/3 de 1/5		$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Sebastián:

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar 2/3 de 1/5		$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

**Ilustración 80.**

ÍTEM 3. En este punto uno de los factores es una fracción mayor que la unidad. Los estudiantes deben desarrollar el mismo proceso de tomar una parte de otra, a partir de generalizar lo observado en los ítems anteriores y respondiendo el significado que consideran adquiere la palabra “de” en el producto de fracciones.

Sidu, Catalina, Santiago, Natalia y Sebastián representan correctamente el producto entre una fracción mayor y una menor que la unidad ( $\frac{5}{3}$  de  $\frac{1}{4}$ ), entendiendo en este caso, que la parte mayor indica lo que se va a tomar de  $\frac{1}{4}$ , el cual en este caso sería una nueva “unidad”, por eso en la representación se colorean más partes de las que se deben obtener en el resultado. Se asume que los estudiantes comprenden que la parte coloreada corresponde al producto, pues es la parte que coincide con su representación simbólica, la cual usan como referente dado que ya habían aprendido el algoritmo anteriormente, aunque Natalia asegura - *Antes no entendía de donde salía el resultado, ahora es más claro el proceso* (Ilustración 81.).

Catalina:

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar 5/3 de 1/4		$\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

Sidu:

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar 5/3 de 1/4		$\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

**Ilustración 81.**

## **CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS DADAS POR LOS ESTUDIANTES**

### **(Sesión 1: Producto De Fracciones Con Dobleces De Papel)**

Sidu, Catalina, Natalia, Santiago y Sebastián manifiestan comprensión conceptual en el producto de fracciones mayores y menores que la unidad en el contexto de medida, dado que se valen de los tipos de representación para justificar que la tarea de tomar una parte de otra, da como resultado un producto. Según Llinares, este tipo de comprensión se consigue cuando pueden representar mentalmente los procesos y logran relacionar las diferentes partes del contenido matemático, en este caso referente al producto de fracciones, como el uso de la relación parte-todo y las formas de representar el proceso tomando una parte de otra. Cuando *se usa en la resolución de problemas y se manifiesta como la capacidad de vincular las partes del conocimiento matemático para dar solución a la situación planteada.*

La representación con el material concreto apropia a los estudiantes de la comprensión en el desarrollo de destrezas procedimentales, dado el hecho de dotar de significado el proceso de multiplicar fracciones y permitirles reconocer que no siempre un producto da como resultado un número mayor que los factores.

El proceso de multiplicar fracciones con material concreto permite que algunos de los estudiantes reconozcan el manejo del mínimo común múltiplo al hacer que los dobleces de las hojas coincidan para que las partes sean congruentes y así mismo se pueda obtener el producto correctamente, como fue el caso de Sidu y Santiago. Por tanto, los estudiantes se ubican en el máximo nivel.

#### **Condiciones Iniciales:**

Ya para la segunda sesión la clase inicia a las 7:40 am y se utiliza el material que se había propiciado anteriormente para trabajar el contexto de reparto. Con las chaquiras se pretende los estudiantes representen los conjunto y las partes a operar.

Para el primer recuadro se sugieren hacer algunas agrupaciones de las cuales se deben tomar subgrupos para representarlos de distintas formas, y concluir el proceso de la multiplicación de fracciones menores que la unidad en el contexto de reparto.

Tanto para el producto de fracciones menores como para las mayores que la unidad, la tarea consta de tomar una parte de otra parte del conjunto unidad. Por eso, en la representación del producto se lleva siempre a que el estudiante inicie indicando la segunda fracción del producto, para posteriormente tomar de esta la primera fracción.

Ya para el tercer y cuarto ítem donde debían representar tomar una parte de otra parte determinada donde una de estas es mayor que la unidad, todos los estudiantes desarrollan las reparticiones con las chaquiras y hacen los distintos tipos de representación procurando justificar la palabra “de” mostrando comprensión del significado de la multiplicación en el contexto de reparto.

Los estudiantes entregan el instrumento a las 9:00 am

**Descripción y análisis del desarrollo de la actividad matemática en el aula-confrontación con los objetivos propuestos.**

**SESIÓN 2. PRODUCTO DE FRACCIONES EN CONJUNTOS**

ÍTEM 1. Dadas las instrucciones, los estudiantes debían representar en el conjunto de chaquiras la parte que representa el segundo factor para poder tomar de él, el primer factor para efectuar el producto. El interés principal es que el estudiante reconozca que al tomar una fracción de otra se obtiene como resultado una parte más pequeña que los factores representados en el conjunto, de la misma forma que el producto efectuado en el contexto de medida.

En el primer cuadro se presentan tres tipos de solución distintas desde la forma de representar simbólicamente las partes tomadas de la unidad. En general, todos los estudiantes hacen óptimamente la representación de los conjuntos y las partes tomadas de él, por lo que el resultado es correcto para todos. Pero en términos de proceder, algunos acuden a fracciones equivalentes para representar algunas fracciones, “una idea importante en la interpretación medida es la noción de parte (subgrupos) equivalente. En este sentido,


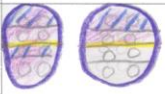
-La parte puede estar subdividida en otras partes.

-El tamaño (la cantidad) de una subparte (subgrupo) depende del número de partes que se realicen”

(Llinares & Sánchez, Las fracciones en la escuela, 1988)

Sidu y Natalia realizan la representación de los subconjuntos sugeridos y hacen la tarea de tomar una parte de otra, evidenciando paso a paso la multiplicación de fracciones menores a la unidad en contexto de reparto. Son la únicas en acudir a las fracciones equivalentes para identificar la expresión simplificada de las partes trabajadas en el instrumento. (Ilustración 82.).

Sidu:

FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE TOMADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B.	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS CONJUNTOS (AYUDATE CON LOS ELEMENTOS Y LA CANTIDAD DE GRUPOS).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
A	Toma un grupo de 24 botones y agrúpalos en 6 subconjuntos. Toma dos de estos conjuntos.	$\frac{8}{24} = \frac{2}{6}$		$\frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
	Divide nuevamente cada grupo en dos y de los 2 subconjuntos ya tomados toma uno de cada subconjunto.	$\frac{1}{2}$		
B	Toma 2 conjuntos cada uno de 8 elementos y divide cada uno en 2 subconjuntos cada conjunto y tome 3 conjuntos.	$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$		$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$
	Divide nuevamente cada subconjunto en dos partes, y de los subconjuntos tomados anteriormente toma un subconjunto de cada uno.	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$		

Natalia:



FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE TOMADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B.	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS CONJUNTOS (AYUDATE CON LOS ELEMENTOS Y LA CANTIDAD DE GRUPOS).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
A	Toma un grupo de 24 botones y agrúpalos en 6 subconjuntos. Toma dos de estos conjuntos.	$\frac{8}{24}$		$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
	Divide nuevamente cada grupo en dos y de los 2 subconjuntos ya tomados toma uno de cada subconjunto.	$\frac{4}{8}$		
B	Toma 2 conjuntos cada uno de 8 elementos y divide cada uno en 2 subconjuntos cada conjunto y tome 3 conjuntos.	$\frac{3}{16}$		$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$
	Divide nuevamente cada subconjunto en dos partes, y de los subconjuntos tomados anteriormente toma un subconjunto de cada uno.	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$		

Ilustración 82.

Ellas toman en cuenta que la unidad es la cantidad de elementos y no la de subconjuntos; sin embargo, acude a fracciones equivalentes para demostrar las partes tomadas con respecto a la unidad siempre indican la misma parte del conjunto, es decir, simplifica las fracciones obteniendo el mismo resultado en ambos enunciados, lo cual indica comprensión en el desarrollo de destrezas procedimentales en el manejo de unidades menores que la unidad en el producto de fracciones menores que la unidad.

Catalina, Santiago y Sebastián hacen la representación del conjunto unidad y los subgrupos seleccionados dadas las indicaciones del instrumento. Toman las partes que representan los



factores y las representan tanto gráfica como numéricamente. No hacen evidente el trabajo de fracciones equivalentes en lo numérico, pero determinan óptimamente el resultado del producto de fracciones menores que la unidad. (Ilustración 83.).

Catalina:

FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE TOMADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B.	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS CONJUNTOS (AYUDATE CON LOS ELEMENTOS Y LA CANTIDAD DE GRUPOS).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES. EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
A	Toma un grupo de 24 botones y agrúpalos en 6 subconjuntos. Toma dos de estos conjuntos.	$\frac{2}{6}$		$\frac{2}{12}$
	Divide nuevamente cada grupo en dos y de los 2 subconjuntos ya tomados toma uno de cada subconjunto.	$\frac{1}{2}$		
B	Toma 2 conjuntos cada uno de 8 elementos y divide cada uno en 2 subconjuntos cada conjunto y tome 3 conjuntos.	$\frac{3}{4}$		$\frac{3}{8}$
	Divide nuevamente cada subconjunto en dos partes, y de los subconjuntos tomados anteriormente toma un subconjunto de cada uno.	$\frac{1}{2}$		

Ilustración 83.

Al finalizar el ejercicio de representar el producto de fracciones menores que la unidad en el contexto de reparto, se formula la pregunta *¿Qué relación observa entre los denominadores de las fracciones y la cantidad de agrupaciones después de acción en la unidad?*, cuyo interés se basa en el reconocimiento del mínimo común múltiplo inmerso en el producto de fracciones. A lo que justifican que por las multiplicaciones hechas antes, siempre se llega al mínimo común múltiplo en el denominador y que casualmente este corresponde al producto de fracciones.

Natalia:

Los denominadores se multiplican y el resultado es el total de conjuntos escogidos.

Santiago:

Que es el resultado de multiplicar los dos denominadores. Es el mínimo común múltiplo por que está en la tabla de los dos.

Ilustración 84.

Ya para el segundo y tercer ítems los Sidu, Santiago, Natalia y Catalina deben representar gráfica y simbólicamente el producto de fracciones mayores y menores que la unidad, y todos durante el proceso ubicaron primero la segunda fracción y de esta toman la primera fracción gracias al ejercicio que se ha desarrollado en el ejercicio realizado para el contexto de medida, dadas as indicaciones para hacerlo. Expresan comprensión tanto en el desarrollo de destrezas

procedimentales como a nivel conceptual al realizar el producto desde los diferentes métodos de representación, argumentando el reconocimiento del mínimo común múltiplo. Los estudiantes justifican de manera general que multiplicar es tomar una parte de otra; en fracciones mayores y menores de la unidad. Y de esta forma justifican la palabra *de* como el hecho de multiplicar las fracciones determinadas.

Santiago:

1. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $2/3$  de  $1/4$ , teniendo como unidad un conjunto de veinticuatro botones

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar $2/3$ de $1/4$		$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{24}$

2. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $5/3$  de  $1/4$ , teniendo como unidad un conjunto de veinticuatro botones

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar $5/3$ de $1/4$		$\frac{5}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{10}{12}$

**Ilustración 85.**

Sebastián en esta parte de la actividad hace una representación desde el contexto de medida, por tanto, no se puede categorizar para la actividad de reparto. (Ilustración 86.).

1. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $2/3$  de  $1/4$ , teniendo como unidad un conjunto de veinticuatro botones

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar $2/3$ de $1/4$		$\frac{2}{3}$

2. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $5/3$  de  $1/4$ , teniendo como unidad un conjunto de veinticuatro botones

TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar $5/3$ de $1/4$		$\frac{5}{3}$

**Ilustración 86.**

Finalmente se sugiere a los estudiantes a describan lo que consideran significa la palabra *de* en el proceso de multiplicación de fracciones, con el interés de identificar el reconocimiento de que un número racional actúa sobre una parte, un grupo o un número modificándolo (Linares S. , Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional., 1988, pág. 198)

Sidu:

multiplicación

3. Escribe con tus palabras que significa...

significa tomar una parte de otra parte o un conjunto o de una hoja

Natalia:

El significado de la palabra de es tomar subgrupos de un solo grupo

Santiago:

la palabra "de" del ejercicio (se o) significa - la multiplicación ya que de una unidad debemos coger otra parte y así el resultado se debe poner. tanto "de" tanto

Catalina:

## CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS

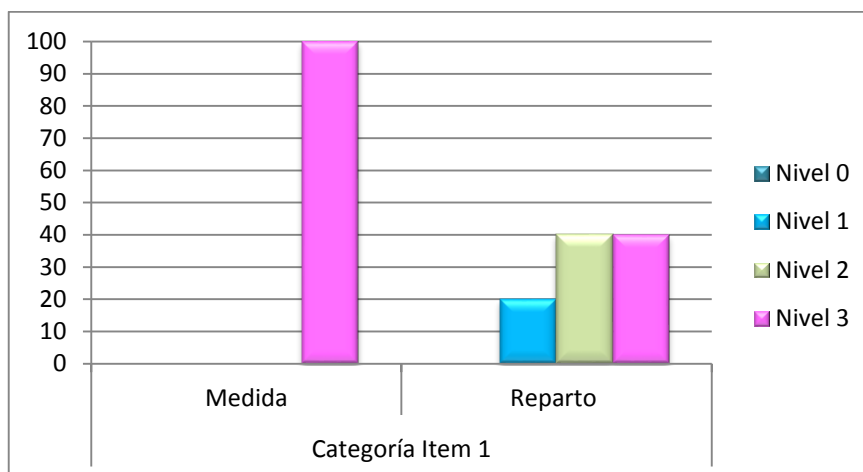
### (Sesión 2: Producto De Fracciones En Conjuntos)

Sidu, y Natalia se ubican en el nivel 3, debido a que demuestran por los diferentes métodos de representación el producto de fracciones tanto menores como mayores que la unidad. Hacen uso de fracciones equivalentes para demostrar la comprensión que tienen de la multiplicación de fracciones en el ámbito simbólico. Justifican el proceso argumentando que la palabra *de* refiere tomar una parte de otra tomada de la unidad.

Santiago y Catalina, realizan los productos entre fracciones mayores y menores que la unidad, valiéndose de los métodos de representación trabajados, sin embargo, no manifiestan manejo de fracciones equivalentes para dar solución a la situación, pero respetan el proceder algorítmico y concreto para llegar a la solución de las multiplicaciones. Por tanto, manifiestan comprensión conceptual y manejo de destrezas procedimentales al demostrar *saber cómo* y cuándo utilizar apropiadamente el proceso matemático, acudiendo particularmente a aquellas destrezas que permiten realizar procesos de construcción.

Sebastián en los ítems 2 y 3 acude a representar la situación sin tener en cuenta el material concreto, pues se apoyó en el desarrollo de la anterior actividad e hizo representaciones en áreas rectangulares, con lo cual no da cuenta de reconocer el conjunto como unidad, ni que el conjunto unidad se puede dividir en partes iguales (grupos iguales). Durante el producto no identifica que un subconjunto puede ser la unidad, muestra una comprensión del proceso en cuanto a las destrezas procedimentales, pero no tiene claridad en cuanto a la unidad, ubicándose en el nivel 1.

## ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS A LA LUZ DEL REFERENTE TEÓRICO



**Gráfica 6. Categorización por Niveles Actividad 5: Producto de Fracciones**

En la sesión dedicada al contexto de medida se proponen tareas que permiten valorar lo aprendido por los estudiantes en términos de representación gráfica, simbólica y escrita, además de dar cuenta la comprensión que manifiestan al momento de realizar el producto de fracciones con el material concreto y plasmarlo en dibujos. Se observa que el 100% de los estudiantes adquieren comprensión conceptual sobre el hecho de tomar una fracción de una parte de la unidad; modificando la unidad a partir de multiplicar los denominadores de las fracciones. El desarrollo de destrezas procedimentales se manifiesta cuando los estudiantes dan cuenta de cómo y cuándo utilizar las fracciones equivalentes para representar el producto entre fracciones, recurriendo de forma particular a aquellas *destrezas que permiten realizar procesos de construcción*, en el momento de proceder a la representación gráfica, plasmando los dobleces y su coincidencia para justificar la existencia del mínimo común múltiplo.

Se da cuenta también de comprensión cuando el estudiante argumenta, comunica y simboliza matemáticamente las operaciones que se tiene inmersas en la solución de la guía; superando dificultades como hallar la unidad común y justificar esto en el proceso de la multiplicación así como dice Llinares (1988), *una dificultad suplementaria está en el hecho de encontrar el estado inicial, para lo que hay que encontrar una unidad formada por un múltiplo común de los denominadores* (generalmente el mínimo común múltiplo).

El segundo y tercer ítem se propone el producto con fracciones mayores a la unidad; sin utilizar material concreto, el 100% de los estudiantes responden de forma correcta debido a que han seguido el proceso *justificando el algoritmo a través de una (situación concreta)*<sup>14</sup>. En este ítem expresan la capacidad de ser flexibles ante la posibilidad de adaptar los procedimientos a las diferentes tareas propuestas. Se refiere a la aplicación de algoritmos adquiridos durante el proceso de tomar una parte de otra y representarla de forma gráfica, verbal y escrita, los cuales se vinculan directamente con la comprensión conceptual de las concepciones que fundamentan los procedimientos de determinar lo realizado con los dobleces de papel, al hacer coincidir los dobleces para justificar la existencia y necesidad del mínimo común múltiplo.

Para el contexto de reparto los estudiantes seguían el mismo proceso y el mismo traspaso entre representaciones, aunque se observa mayor dificultad a la hora de comprender el producto de fracciones mayores que la unidad; sin embargo, en cuanto a la representación gráfica, que ha sido traída de lo observado en los conjuntos y subconjuntos del material concreto; no se establece correctamente la relación con la representación simbólica en términos de utilizar o no fracciones equivalentes. Según Llinares (1988), en estas situaciones los estudiantes pueden construir multitud de expresiones para indicar la parte tomada de otra parte de la unidad, si se ha seguido con ellos una secuencia de enseñanza como la presente propuesta, cuyo énfasis está puesto en las producciones hechas por los estudiantes al crear numerosas expresiones para describir la situación.

EL 40 % de los estudiantes comprende el producto de fracciones a través justificar los debidos procesos y mostrando comprensión en las habilidades al proceder en las distintas representaciones, aunque numéricamente no expresan los procesos para determinar fracciones equivalentes, lo que no afecta el proceso y desarrollo de los productos, pues todos obtienen el resultado.

El otro 40% de los estudiantes desarrollan también los productos propuestos para fracciones mayores y menores que la unidad en el contexto de reparto, acudiendo a los distintos métodos de representación para justificar su proceder. Se manifiesta comprensión al representar cada parte con fracciones equivalentes. *Esto fundamenta su uso en la secuencia evitando pasar rápidamente a la manipulación de los símbolos, sin que tengan un apoyo concreto fuerte.*(Llinares, 1988). En términos de la caracterización que se puede hacer de la comprensión, se parte de la capacidad manifestada por los estudiantes para ser flexible ante la posibilidad de adaptar los procedimientos

---

<sup>14</sup> Linares y Sánchez pag 139

a las diferentes tareas propuestas. Se refiere a la aplicación de algoritmos, los cuales se vinculan directamente con la comprensión conceptual del proceder de los estudiantes cuando buscan diferentes fracciones que representan la misma parte para fundamentar las operaciones llevadas a cabo en la multiplicación.

El 20% de los estudiantes no permitió la categorización de las multiplicaciones de la segunda sección de la guía de trabajo porque se limitó a resolverlas como si fuera de contexto continuo. Lo cual imposibilita un análisis del producto en el contexto de reparto.

*“La idea de utilizar el modelo rectangular en un primer momento frente al tradicional u otro tipo de contexto, se debe a que ya es más fácil para los niños el uso de la forma rectangular para realizar partes congruentes o creación de una unidad e identificarlas; además resulta más fácil obtener hojas rectangulares”*

El producto de fracciones propuesto en la actividad dota de significado la palabra “de” en contexto de reparto, pues se cumple con el objetivo de permitir a los estudiantes comprender el ejercicio de tomar una parte de otra, al representar siempre una parte de la unidad, y sobre esta, determinar la fracción indicada como operador, es decir, que se debe graficar siempre la segunda fracción para de esta tomar la primera. Las destrezas procedimentales que los estudiantes expresan, muestran comprensión de la palabra “de” debido a que indican que es la parte de una parte o fracción dada; por ello los estudiantes desarrollan los ejercicios mostrando comprensión del significado de la multiplicación de fracciones y trasladándolo por los distintos tipos de representación (verbal, simbólico, escrito y gráfico), observando la modificación que se hace en la unidad, ya que se da una fracción y sobre esta se realiza una nueva repartición y se toma una fracción de otra.

En cuanto al significado de la multiplicación de fracciones, se concluye que el contexto de medida (rectángulo) facilita la comprensión, mostrando mejor las destrezas procedimentales y conceptuales sobre el concepto algorítmico que buscamos desarrollan en fracciones mayores y menores a la unidad; comparado con el contexto de reparto (grupos) donde algunos estudiantes (20%) no podían representar una fracción mayor a la unidad debido a no diferenciar el hecho de tener dos conjuntos.

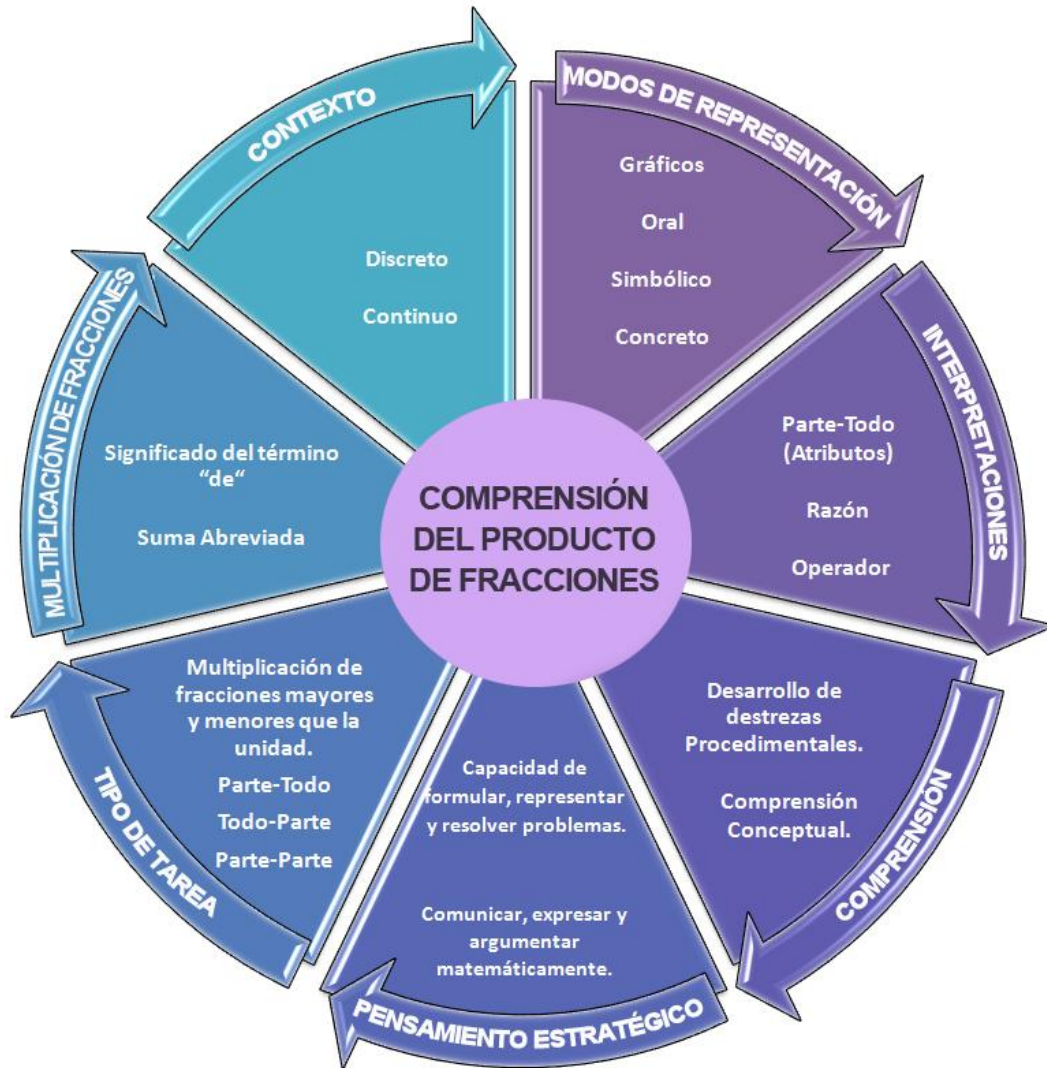
## 4. CAPÍTULO IV: EL ANÁLISIS DE DATOS

### 4.1. SISTEMA DE CATEGORÍAS

Tabla 14. Sistema de Categorías

<i>CATEGORÍAS</i>	<i>SUBCATEGORÍAS</i>	<i>DESCRIPTORES</i>
<i>Comprensión</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conceptual</i></li> <li>• <i>Desarrollo de destrezas procedimentales</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones entre significados</li> <li>• Algoritmos, sentido numérico</li> </ul>
<i>Procesos matemáticos</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente</i></li> <li>• <i>Capacidad de formular, representar y resolver problemas</i></li> </ul>	
<i>Fracción</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Parte – todo</i></li> <li>• <i>Operador</i></li> <li>• <i>Razón</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atributos</li> <li>• “de”</li> <li>• Índice comparativo entre cantidades</li> </ul>
<i>Modos de representación</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Gráfico</i></li> <li>• <i>Oral</i></li> <li>• <i>Simbólico</i></li> <li>• <i>Concreto</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Palabras número escritas o nombradas</li> <li>• Numerales</li> <li>• Formas canónicas como: Representaciones icónicas en forma de dibujos de rectángulos, cuadrados, círculos, colecciones de objetos sombreados o no.</li> <li>• Materiales como hojas o fichas para modelar la fracción y sus operaciones</li> </ul>
<i>Multiplicación entre fracciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Suma abreviada</i></li> <li>• <i>Significado de la palabra “de”</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Buscar el correlato entre el algoritmo usual y el uso de un modo de representación para modelarlo</li> </ul>
<i>Tipos de tarea o situaciones como instrumentos de aprendizaje</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Dadas las partes encontrar la unidad que se tomo como referencia</i></li> <li>• <i>Dada una unidad de referencia, encontrar partes de ella</i></li> <li>• <i>Multiplicación entre:</i></li> <li>• <i>Fracciones unitarias</i></li> <li>• <i>fracciones menores que la unidad</i></li> <li>• <i>fracciones mayores que la unidad</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconstruir la unidad</li> <li>• Partes congruentes</li> </ul>

Teniendo en cuenta el anterior cuadro de categorías de análisis, se propone el siguiente cuadro que representa de forma organizada las subcategorías y las categorías entre sí.



Gráfica 7. Organigrama Sistema de Categorías



#### 4.1.1. Tipos De Variables Didáctica

La secuencia de actividades propuesta está fundamentada en la interpretación de la fracción como parte todo, y los tipos de variables a considerar son las siguientes:

- Variable contexto: En esta variable se consideraran los tipos de contexto, como los son de medida y de reparto, y para cada uno usaremos tipos de representación canónicas:
  - Dibujos de rectángulos y Segmentos (Contexto de Medida),
  - Dibujos de fichas (Contexto de Reparto).
  
- Variable magnitud: en esta variable se considerará la magnitud de la fracción, como lo son fracciones mayores que la unidad (*impropias*) (M1), y fracciones menores que la unidad, (*propias*) (m1).
  
- El tipo de tarea: En esta variable, se consideran tres tareas diferentes, como lo son:
  - Dada la unidad ya sea en representación gráfica o verbal, usarla como referente para encontrar una parte. (T-P),
  - Reconstruir la unidad, dada una parte encontrar la unidad a la que corresponde tomando como referente la representación gráfica, verbal o numérica de la parte (P-T).
  - Dada una parte de la unidad ya sea gráfica, verbal o numéricamente y usarla como referente para encontrar otra parte (P-P).

Considerando las distintas variables, se realizaron todas las posibles combinaciones entre estas, con el fin de formular una pregunta por cada caso para hacer un análisis más claro y preciso con los intereses de la investigación.

Las características que definen cada pregunta con relación a las variables expuestas anteriormente, se utilizan para la formulación de las diferentes situaciones propuestas en cada una de las actividades de la secuencia y se sintetizan a continuación

**Tabla 15. Combinación de los tipos de variables didácticas inmersas en la formulación de preguntas de las actividades propuestas**

VARIABLE MAGNITUD	VARIABLE CONTEXTO	TIPO DE TAREA
m1	CM	T-P
m1	CM	P-T
m1	CM	P-P
m1	CR	T-P
m1	CR	P-T
m1	CR	P-P
M1	CM	T-P
M1	CM	P-T
M1	CM	P-P
M1	CR	T-P
M1	CR	P-T
M1	CR	P-P

Estas combinaciones se plantearon con el interés de organizar la realización de la secuencia de actividades, dentro de las cuales se tuvieron en cuenta el contexto, el tipo de tarea y la variable magnitud (fracciones mayores y menores que la unidad) para permitirles a los estudiantes abordar los diferentes atributos propuestos por Llinares. Posteriormente se utilizan para implícitamente *examinar más claramente la influencia recíproca entre las tres variables consideradas, tanto de forma aislada como en grupos al contrastar el efecto de cada una de las variables, así como las posibles combinaciones de las mismas; es decir, el efecto de las variables magnitud Fracción, contexto Gráfica y tipo Tarea y las combinaciones entre ellas.* (Llinares, Sánchez, García, 1994 Pág. 206).

## 5. CONCLUSIONES

### **ESTRATEGIAS USADAS POR LOS ESTUDIANTES**

#### **1. ATRIBUTOS DE LA FRACCION<sup>15</sup>**

Durante el proceso de aplicación de la secuencia se identificaron errores conceptuales, mostrados en su mayoría en los procesos efectuados para reconocer las partes de la unidad, establecer

---

<sup>15</sup> Esto se concluye después de analizar la Actividad introductoria enfocada en noción de conjunto unidad.

subdivisiones equivalentes, conservar la unidad, representar la fracción indicada gráficamente, reconstruir la unidad y en los atributos de la fracción en los contextos de medida y reparto, aspectos que son necesarios para representar el proceso de multiplicar fracciones mayores y menores que la unidad, según lo que propone Llinares (2003), es por ello que en las actividades planeadas se enfatiza en las concepciones de los atributos en los que sobresale el trabajo con la conservación de la unidad, división de la unidad y fracción equivalente. Aspectos que fueron potenciados mediante el trabajo concreto a través del plegado de hojas en contexto de medida y a través de fichas y tapas en contexto de reparto, y mediante el traspaso entre los diferentes métodos de representación.

Se concluye en la última actividad, que los estudiantes aplicaron algunos de los atributos de la fracción, y comprendieron su importancia en los procesos de representación desde la interpretación parte todo, gracias a los procesos y argumentos dados durante la solución de las tareas propuestas, como: *debo recordar que las partes deben ser iguales; las partes deben cubrir el todo, el todo no se debe alterar, ósea que no le podemos poner otra parte, subdivisiones equivalentes*. Manifiestan reconocer un todo como un área o conjunto que está compuesto por elementos separables que son congruentes entre sí y cubren el total de la unidad. Presentan el control simbólico de las fracciones al realizar la representación de las partes acudiendo a fracciones equivalentes al reconocer que representan la misma parte de la unidad. También se expresa el control simbólico al operar el producto de fracciones reconociendo que se toma una parte de otra parte en que está dividida la unidad, al determinar correctamente el producto.

## **2. RECONSTRUCCION DE LA UNIDAD<sup>16</sup>**

El ejercicio de reconstruir la unidad permite identificar las destrezas procedimentales que tienen los estudiantes, al tener que hacer uso de los atributos de la fracción para identificar el número de veces que cabe una parte (ya sea mayor o menor) en la unidad, en cada contexto. Acuden al concepto de fracciones equivalentes desde la interpretación parte todo para poder determinar la unidad y en ocasiones representar otra fracción sobre la misma. La representación gráfica permite a los estudiantes hacer más fácil el reconocimiento de la unidad, dado el apoyo con el material concreto.

---

<sup>16</sup> Esto se concluye a partir de la actividad Reconstrucción de la unidad.

### **3. FRACCIONES EQUIVALENTES<sup>17</sup>**

El ejercicio de realizar dobleces en las hojas permitió a los estudiantes identificar que, al amplificar la fracción representada en la hoja, la parte sombreada no cambia, aunque cambien el número de subdivisiones. De esta forma, el proceso realizado con el material concreto se apoya con los métodos de representación verbal, simbólico y gráfico, permitiéndole al estudiante reconocer que infinitos números fraccionarios representan la misma parte de la unidad.

Desde el contexto de reparto, los estudiantes identifican que solo se pueden hacer grupos iguales cuando el conjunto unidad tiene una unidad común con la parte a representar, es decir, en un conjunto con número par de elementos solo se pueden representar partes cuyo múltiplo sea par.

### **4. EQUIVALENCIA DE GRUPOS.<sup>18</sup>**

Los estudiantes identificaron desde el contexto de reparto la posibilidad de representar diferentes partes que están formadas por más de un elemento, aspecto que se les dificultaba debido a la limitación de la enseñanza de fracciones desde el contexto de medida. Reconocen y aplican los atributos de la fracción e identifican tanto verbal como gráficamente unidades formadas por conjuntos. Una tarea que se les dificulta a una minoría es la reconstrucción del conjunto unidad al proporcionar solo algunas partes de él.

### **5. PRODUCTO DE FRACCIONES<sup>19</sup>**

El producto de fracciones se vio influenciado por el previo conocimiento que tenían los estudiantes del algoritmo, sin embargo, se logra dotar de significado este proceso cuando los estudiantes hacen uso de material concreto en los contextos de medida y reparto, este último desconocido para ellos en términos de representar fracciones o procesos matemáticos. Se hace un traspaso entre lo obtenido con las tareas realizadas con los dobleces y conjuntos, y los métodos de representación gráfico, verbal y simbólico.

---

<sup>17</sup> Esto se concluye con la actividad de fracciones equivalentes.

<sup>18</sup> Esto se concluye con la actividad grupos iguales.

<sup>19</sup> Esto se concluye con la actividad evaluativa de multiplicación de fracciones en los distintos contextos.

Se evade la creencia que el producto es un valor mayor a los factores, pues en la representación gráfica lograban reconocer que el resultado de la multiplicación era una parte menor que las partes tomadas de la unidad.

Los estudiantes se permiten definir la función que cumple la palabra *de* en la indicación a realizar el producto de fracciones ( $\frac{1}{2}$  de  $\frac{2}{3}$ ), argumentando que el término muestra que se debe tomar la segunda parte del producto ( $\frac{2}{3}$ ) y de esta parte que es como una nueva unidad, se representa la primer fracción dada ( $\frac{1}{2}$ ), por tanto, significa tomar parte de partes de la unidad, obteniendo el resultado de una multiplicación.

### ***CONCLUSIONES GENERALES***

A lo largo de las actividades propuestas y trabajadas con los estudiantes, se evidenció el cambio de conceptos tanto procedimentales como conceptuales en cuanto a lo obtenido en la prueba diagnóstico, en relación las dificultades expresadas por los estudiantes, obteniendo así, a lo largo de la secuencia mayor comprensión de los atributos de la fracción desde la relación parte todo al llegar a la descripción del proceso conceptual de la multiplicación de fracciones, justificando su algoritmo a partir de las diferentes representaciones sin necesidad de suministrar conceptos y algoritmos, solo a partir de las actividades que realizan, con apoyo en los preconceptos adquiridos en el ámbito escolar.

En cuanto a las habilidades que adquirieron los estudiantes durante el desarrollo de la secuencia con respecto a la multiplicación de fracciones, logran hacer uso de las destrezas y habilidades del reconocimiento de los atributos de las fracciones para poder reconocer la relación parte todo y así obtener una comprensión en la operatoria como lo propone (Linares pág. 55)<sup>20</sup> utilizando la equivalencia de fracciones para hallar una unidad en común y poder representar el mínimo común

---

<sup>20</sup> “Para un comprensión operativa se necesita previamente el desarrollo de habilidades como la noción de fracción, la identificación de la unidad, manejar la idea de área”

múltiplo de dos fracciones determinadas, caracterizando así la equivalencia<sup>21</sup> en la comprensión del producto de fracciones.

Nos parece pertinente mencionar que durante la secuencia se proporcionaron situaciones que era agradables a los estudiantes debido al material utilizado (concreto) y el traspaso que se observó de este a los distintos tipos de representación adquiriendo mayor destreza procedimental como lo nombra (*linares y Sánchez pág. 54*)<sup>22</sup>, de esta forma los instrumentos siempre se manejaban a partir del material concreto en contexto de medida (hojas blancas con dobleces), contexto de reparto (fichas o chaquiras creación de grupos con el material dado).

Como la presente secuencia se crea con el fin de proporcionar las características de la comprensión del producto de fracciones que manifiestan los estudiantes, es importante resaltar el ejercicio que desarrollaron los estudiantes de interpretar el significado de la palabra “de” al tomar de una parte de la fracción otra dada. Ellos interpretan que este término representa la acción de multiplicar gráficamente una fracción con otra y lo justifican con el material concreto. Llegado a concluir que no obtienen un resultado más grande que las partes que se toman (factores) como creían que se obtenía siempre al multiplicar (números naturales); desarrollando la ruptura del concepto de producto entre naturales donde la multiplicación agranda. Se afianza la comprensión de que en las fracciones, la multiplicación es tomar una parte de una más grande y que aumentan las divisiones de la unidad; así durante la secuencia se implementa el significado de la relación parte todo y parte-parte.

El hecho de trabajar ambos contextos (reparto y medida) permite lograr mayor comprensión de los procesos realizados en cada una de las actividades y enfatizar en las distintas formas de crear un concepto con la mayoría de las interpretaciones, como lo mencionan (Kieren, 2003)<sup>23</sup>

Dentro de los objetivos planteados para dar respuesta a nuestra pregunta orientadora se caracteriza la multiplicación de fracciones a través de:

---

<sup>21</sup> *la idea es relacionar los dobleces de la hoja de papel a la idea de doblar, triplicar y en general multiplicar numerador y denominador por un mismo número... se presiona la relación entre la expresión verbal de doblar el número de piezas y doblar el número considerado”*

<sup>22</sup> *Las destrezas que se pueden conseguir en el manejo de los símbolos relativos a las fracciones y sus operaciones, no son fáciles de retener si no hemos sido capaces de crear un esquema conceptual a partir de las situaciones concretas”*

<sup>23</sup> *Para que el niño consiga una comprensión amplia y operativa en las fracciones se debe plantear una secuencia de tal forma que proporcione a los niños adecuadas experiencias con la mayoría de sus interpretaciones y contextos.*

- La equivalencia, debido a la comprensión de modificar la unidad hallando una en común que simboliza el multiplicar los denominadores (mínimo común múltiplo).
- El tipo de tarea que se maneja dada la parte, debido a que una fracción se gráfica y sobre la misma se realiza una segunda representación, tomando parte de una parte tomada de la unidad; exponiendo así la comprensión conceptual y procedimental del algoritmo de multiplicación de fracciones.
- Expresan comprensión conceptual dado el uso de los modos de representación como instrumentos para comunicar, pensar, calcular y compartir información. Visto de esta manera y considerando la caracterización de la competencia matemática, los modos de representación apoyan el desarrollo de la competencia matemática al permitir desarrollar procesos de comunicación. El uso de diferentes modos de representación para comunicar ideas matemáticas permite que los estudiantes aprendan a evaluar formas alternativas de representar ideas, y puedan juzgar la idoneidad de las representaciones utilizadas.
- La caracterización de la palabra “de” me permite identificar y comprender la ruptura entre el significado de la multiplicación en el campo de los números naturales al campo de los racionales, debido a que la cantidad que representa el producto es una parte menor y diferencian los significados al desarrollar multiplicaciones así los procesos sean los mismos; de tal forma que adquieren un pensamiento estratégico donde comunica, interpreta y argumenta matemáticamente el algoritmo del producto.
- Una característica fundamental del trabajo es la comprensión del producto de fracciones en el contexto de medida facilitado por los resultados obtenidos con el material (hojas blancas), a partir de realizar dobleces, pues se distinguen la unidad y se adquiere comprensión tanto en fracciones mayores como menores a la unidad; diferenciando el contexto discreto debido a la dificultad de reconocer al conjunto como unidad en un 20%. Sin desmeritar el contexto, pues también se justificó el proceso de multiplicar fracciones al tomar partes del conjuntos (80%).

Después de llevar la secuencia al aula de clases y observar las acciones que tiene los estudiantes en la solución de las tareas propuestas, se puede concluir que, cuando un estudiante sabe aplicar

el proceso algorítmico con sentido en el proceso (representación concreta, verbal, escrita y simbólica) y no a un ejercicio algorítmico; facilita la comprensión y el agrado por aprender en diferentes contextos motivando el aprendizaje significativo.<sup>24</sup>

Dentro de los contextos utilizados el de medida permitió mostrar mayor comprensión del producto de fracciones y de su destreza procedimental, argumentando el algoritmo como lo propone (ARCA, 1990); frente al contexto discreto se demostró su importancia y al implementar actividades que le permitan al estudiante la diferenciación entre el conjunto y los subconjuntos comparándolos con la unidad.

Los estudiantes en general, expresan comprensión conceptual dado el uso de los modos de representación como instrumentos para comunicar, pensar, calcular y compartir información. Visto de esta manera y considerando la caracterización de la competencia matemática, los modos de representación apoyan el desarrollo de la competencia matemática al permitir desarrollar procesos de comunicación. El uso de diferentes modos de representación para comunicar ideas matemáticas permite que los estudiantes aprendan a evaluar formas alternativas de representar ideas, y puedan juzgar la idoneidad de las representaciones utilizadas.

En la implementación y el desarrollo de este trabajo los estudiantes se han visto totalmente dispuestos para trabajar con material concreto entorno al trabajo con fracciones debido a que en la clase de matemáticas no es usual este tipo de prácticas y el hecho de desvincularse de los algoritmos los introduce de una manera natural en la comprensión de las fracciones en contexto de medida y reparto dejando sin mayor esfuerzo la mecanización del algoritmo ya que ahora el procedimiento tiene justificación.

Finalmente, se concluye que la propuesta es un intento por suprimir la enseñanza de procesos limitados a los algoritmos sin comprensión de los estudiantes, respecto a lo que dichos procesos representan. (Llinares y Sánchez, 1998 p.133) señalan “la razón de que los algoritmos se puedan convertir en reglas sin sentido puede ser debida a una introducción demasiado temprana en la escuela (translación demasiado rápida hacia el manejo de símbolos sin la existencia de un esquema conceptual), pero también en algunos casos por una introducción desvinculada de un fundamento suficientemente concreto y natural a la operación (falta de la existencia de un modelo de

---

<sup>24</sup> Aprendizaje significativo: aprender para aplicar en situaciones de la vida cotidiana mostrando significado de los procesos y algoritmos.



comprensión” “los algoritmos deben ser el resultado final de la síntesis de evolución de las estrategias personales”. (Llinares y Sánchez, 1998 p.140).

## BIBLIOGRAFÍA

- Corvin, A. S. (2002). Bases de la investigación cualitativa. En *Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada* (págs. 72-89). Antioquia: Universidad de Antioquia.
- Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las Matemáticas. Madrid: Labor.
- Frudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Springer.
- Guevara, J. (2006). Significados otorgados a la noción de fracción en estudiantes de grado noveno, décimo y undécimo., (pág. 24). Bogotá.
- Hart. (1981). Children's understanding of mathematics. En H. K., *Fractions* (págs. 11-16). Windsor: Nfer-Nelson.
- Hunting. (1984). *Learning fractions in discrete and continuous quantity context's*. Sydney: Mathematical Ass.
- Kieren, T. (2003). Rational and fractional numbers: from quotient fields to recursive Understanding. En S. Llinares, *Fraciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional* (págs. 187-220). España: Síntesis.
- Llinares, S. &. (1997). El Manejo de los Algoritmos y la Resolución de Problemas. En S. L. Sanchez, *Fraciones La relación Parte-Todo* (pág. 97). España: Síntesis.
- Llinares, S. (1988). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En S. Llinares, *Didáctica de las matemáticas para Primaria* (pág. 193). Madrid: Síntesis.
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. . En C. Chamorro, *Didáctica de las Matemáticas* (págs. 200-187). Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Llinares, S., & Sánchez, M. V. (1988). Las fracciones en la escuela. En M. V. Salvador Llinares, *Fraciones, La relación parte-todo*. (pág. 80). España: Síntesis.
- MESCU, G. (2005). El pensamiento Multiplicativo: Un mirada de su Densidad y Complejidad en su desarrollo en el aula. *Coloquio de Matemáticas*.
- Molina, M. V. (2012). *Uso de MAteriales Didácticos Manupulativos para la Enseñanza de la Geometría*. Chile.
- Novillis. (1976). An analysis the fractions concepts into a hierarchy of selected. *Journal Of Research in Mathematics Education* , 131-144.
- Romero, J., & Rojas, P. (2006). "Estrategias para promover el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad". *XXII coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística*.
- Streefland, L. (1982). Restando fracciones de diferente denominador. En L. Streefland, *Estudios educacionales de matemáticas* (pág. 42). Inglaterra: Labor.

## ANEXOS

### PRUEBAS APLICADAS

#### I. ACTIVIDAD DIAGNOSTICO

NOMBRE: \_\_\_\_\_

1. Escriba en palabras y en números la parte de la unidad que corresponde la región sombreada.




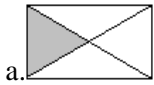
\_\_\_\_\_

En palabras


\_\_\_\_\_

En números

2. Si  es la unidad, la parte de la unidad que representa  $\frac{1}{3}$  es



Justifique su respuesta. Explique cómo lo hizo.

3. Si  es la unidad, indique sobre el rectángulo qué parte de la unidad es la parte pedida

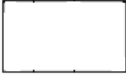
- a. un quinto de rectángulo



- b. Un sexto del rectángulo.



4. Si  es la unidad. Indique ¿Cuánto son los  $\frac{2}{3}$  de la unidad?

5. Si  es la unidad, ¿cuántos son los  $\frac{6}{5}$  de la unidad?




6. Mariana y su mamá van a comer una pizza, pero solo alcanzan a comerse la mitad. El resto de pizza lo llevan a su casa y su padre se come la tercera parte de la parte que le dieron.
- ¿qué parte de pizza comieron los tres y que sobró?
  - ¿Representa con un dibujo como lo hiciste?
  - Escribe con palabras y números la fracción pedida



7. Se tiene un corte de tela en forma rectangular, se necesitan  $\frac{6}{5}$  para confeccionar un vestido. Justifique con un dibujo como se toma la fracción pedida. Explique cómo lo hizo.

8. El siguiente conjunto de dulces representa la unidad, indique cuantos dulces son un tercio de la unidad:



9. Si  (cuatro canicas) es  $\frac{2}{3}$  de la unidad. ¿Cuál es la unidad? Justifique su respuesta.

10. Luis, Mateo, Juan y Yesid salen a pasear y de regreso a casa, compraron 16 galletas del mismo tamaño, de las cuales 8 son de chocolate, 4 son de avena y 4 son chips de arequipe. Se quiere repartir la totalidad de las galletas en partes iguales.

- ¿Cuántas galletas le corresponden a cada niño? Si todos quieren probar cada tipo de galleta?
- ¿Qué parte de la unidad representaría la cantidad de galletas que correspondió a cada niño?

Explica en cada caso como lo hiciste

11. Juan y Carolina tienen en total 32 canicas en total. Si su objetivo es completar  $\frac{5}{4}$  del conjunto de canicas. ¿Cuántas canicas tendrían en total?

12. Dado el siguiente argumento, indique los tres quintos en cada caso



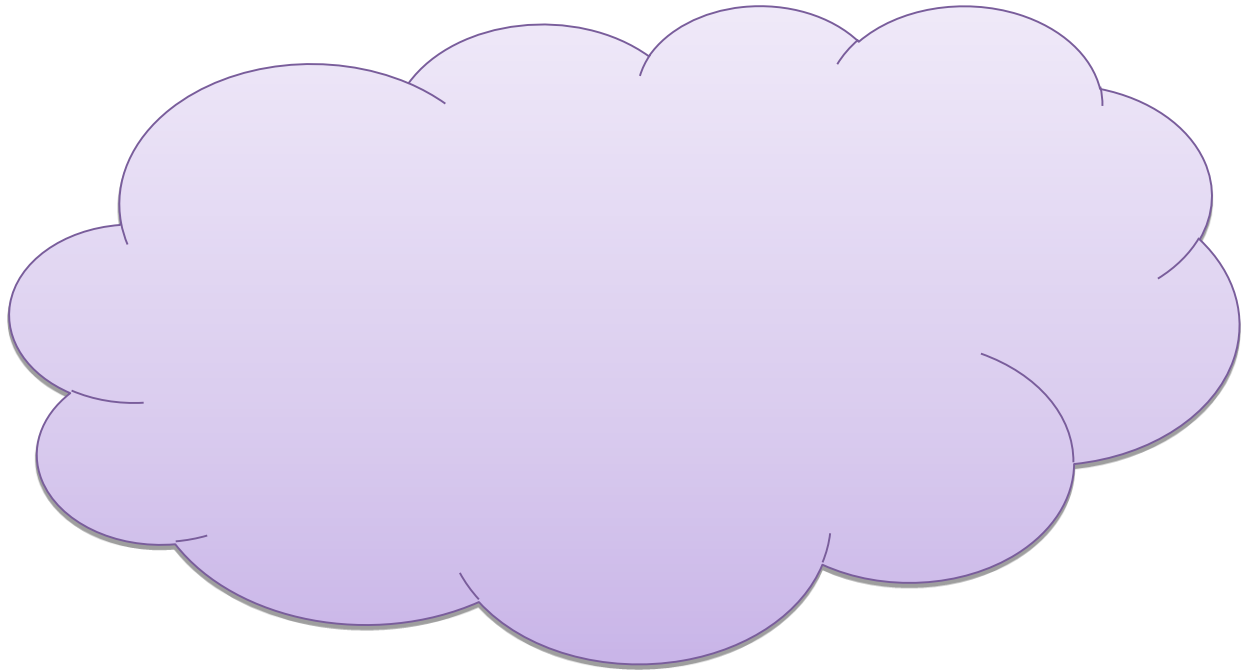
## ACTIVIDAD INTRODUCTORIA

### (NOCIÓN DE UNIDAD) CR

1. Antes de dar inicio a la actividad define con tus palabras

CONJUNTO: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. Dentro de la nube dibuja un conjunto de 12 útiles escolares que tengas dentro de tu maleta.



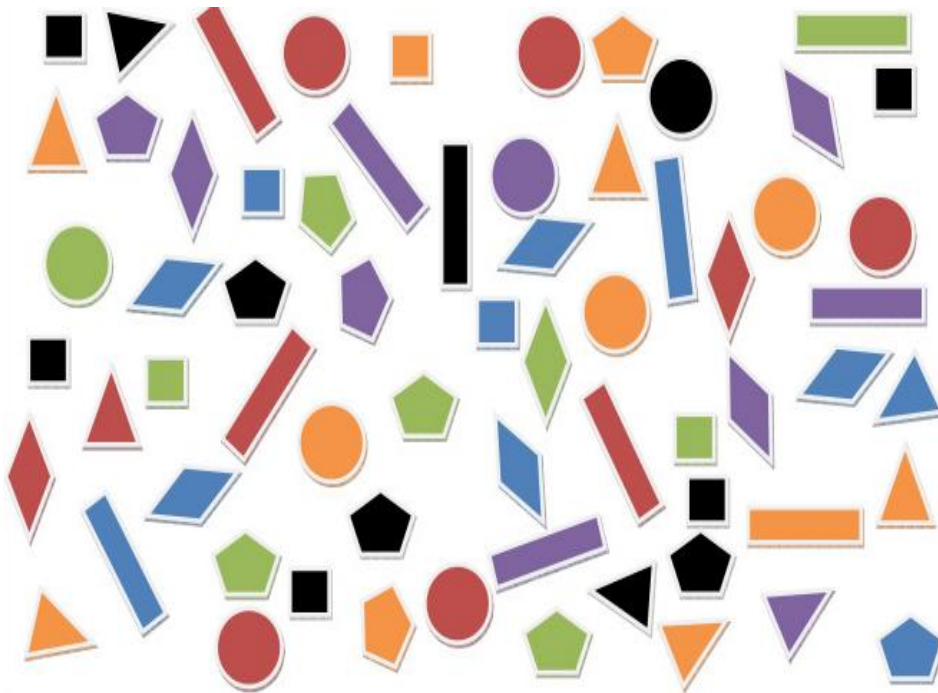
- a. Escribe dos conjuntos diferentes que puedas sacar del conjunto tomando una característica común a todos ellos.

A= {  
}  
B= {  
}

- b. Explica a tus compañeros porqué A y B son conjuntos.
- c. Indica con números cuántos útiles son
  - a. La mitad de la cantidad de elementos que tiene e conjunto: \_\_\_\_\_

- b. La tercera parte del conjunto: \_\_\_\_\_
- c. La sexta parte del conjunto: \_\_\_\_\_
3. En el siguiente dibujo se muestra un conjunto que contiene en total 64 figuras geométricas, considere los cuatro conjuntos descritos a continuación, los cuales representa partes de la unidad

C= {conjunto de círculos }  
 R= {conjunto de cuadriláteros }  
 T= {conjunto de triángulos }  
 P= {conjunto de pentágonos }



- a. Complete el siguiente cuadro indicando con números la parte que representa cada subconjunto con respecto a la unidad.

CONJUNTO	PARTE QUE REPRESENTA CON RESPECTO A LA UNIDAD
C	
T	
P	
R	

4. En el siguiente cuadro se indica la repartición equitativa de un conjunto de materiales escolares hecha a cada uno de los estudiantes de grado 7°

<b>MATERIAL</b>	<b>CANTIDAD</b>
CUADERNOS	5
ESFEROS	2
MARCADORES	3
BORRADORES	1
COLORES	4

- a. Indica con números el conjunto unidad de cuadernos: \_\_\_\_\_
- b. Indica con números el conjunto unidad de esferos: \_\_\_\_\_
- c. Indica con números el conjunto unidad de marcadores: \_\_\_\_\_
- d. Indica con números el conjunto unidad de colores: \_\_\_\_\_
- e. Indica con números el conjunto unidad de borradores: \_\_\_\_\_
- f. La cantidad de elementos que conforman la unidad de materiales repartidos es: \_\_\_\_\_

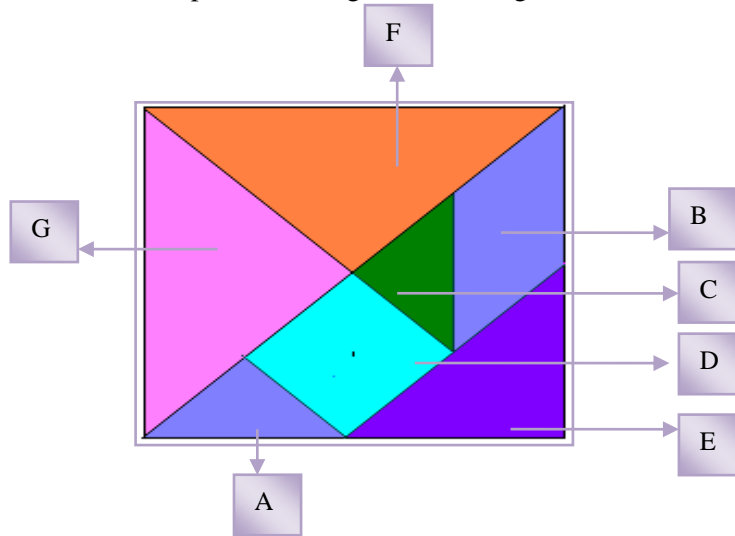


# ACTIVIDAD 1

## RECONSTRUCCION DE LA UNIDAD CM

NOMBRE \_\_\_\_\_ COD \_\_\_\_\_

1. El siguiente cuadro es una representación gráfica del tangram, el cual constituye la unidad



- a. Relaciona las partes de acuerdo con cada una de las siguientes preguntas
- Fila 1. ¿Qué parte representa la ficha A con respecto a la unidad? \_\_\_\_\_
- Fila 2. ¿Qué parte representa la ficha B con respecto a la unidad? \_\_\_\_\_
- Fila 3. ¿Qué parte representa la ficha C con respecto a la unidad? \_\_\_\_\_
- Fila 4. ¿Qué parte representa la ficha D con respecto a la unidad? \_\_\_\_\_
- Fila 5. ¿Qué parte representa la ficha E con respecto a la unidad? \_\_\_\_\_
2. SI el siguiente dibujo representa  $\frac{14}{8}$  de la unidad



- a. Dibuje la unidad

b. Dibuje la parte que representa los  $\frac{3}{4}$  de la unidad

c. Represente por medio de un dibujo los  $\frac{5}{4}$  de la unidad

**RECONSTRUCCION DEL CONJUNTO UNIDAD  
CR**

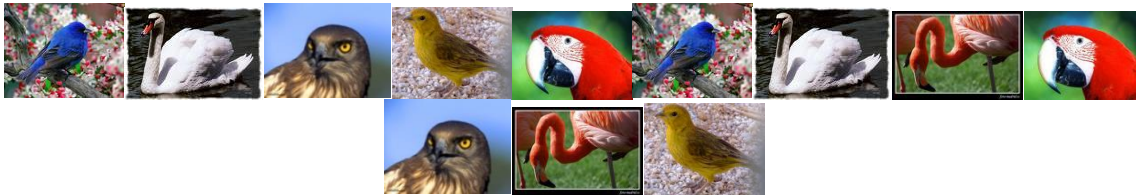
1. El siguiente conjunto de flores representa la unidad



a. Completa la información que sugiere el siguiente cuadro

<b>PARTE PEDIDA</b>	<b>ESCRIBA EN NÚMEROS</b>	<b>ESCRIBA EN PALABRAS</b>
GIRASOL (flor amarilla)		
ROSA (flor roja)		
MARGARITA (flor blanca)		
SIEMPREVIVA (flor morada)		
PENSAMIENTO (flor azul)		

2. El siguiente conjunto de aves representa  $\frac{2}{3}$  de la unidad.



a. Dibuje la unidad considerando que en esta hay la misma cantidad de cada uno de los diferentes pájaros

b. Complete la información de la tabla, recordando cuántas aves representan la unidad.

<b>PARTE PEDIDA</b>	<b>ESCRIBA EN NUMEROS</b>	<b>ESCRIBA EN PALABRAS</b>
LORO		

AZULEJO y CANARIO		
AGUILA , PATOS y FLAMINGO		

3. El siguiente conjunto de cuadrúpedos representa la  $\frac{8}{6}$  de la unidad



A. Representa la unidad en palabras y números.

PALABRAS	NUMEROS

B. Dibuja, escribe en palabras y en números los  $\frac{3}{2}$  de la unidad.

PALABRAS	NUMEROS	REPRESENTACION GRAFICA

4. El siguiente conjunto de prendas de vestir representan  $\frac{3}{2}$  de la unidad.



A. Represente por medio de un dibujo  $\frac{1}{4}$  de la unidad.

**ACTIVIDAD 2**  
**FRACCIONES EQUIVALENTES**  
**CR**

NOMBRE \_\_\_\_\_ COD \_\_\_\_\_

Completa el siguiente cuadro, a medida que desarrollas cada una de las indicaciones dadas a partir de repartir las chaquiras rojas y blancas

<b>INDICACIONES</b>  Cada conjunto conformado por chaquiras rojas y blancas representan la unidad	Después de formar los conjuntos entre chaquiras rojas y blancas escribe en cada columna que parte representa cada color de chaquiras con respecto a la unidad				<b>REPRESENTA EN UN DIBUJO LO QUE REALIZASTE CON LOS CONJUNTOS</b>
	<b>ESCRIBE EN PALABRAS</b>		<b>ESCRIBE EN NÚMEROS</b>		
	<b>chaquiras rojas</b>	<b>chaquiras blancas</b>	<b>chaquiras Rojas</b>	<b>chaquiras blancas</b>	
Forma un conjunto con una chaquira roja y una blanca					
Forma un conjunto con dos chaquiras rojas y dos blancas					
Forma un conjunto con tres chaquiras rojas y tres blancas					
Forma un conjunto con cuatro chaquiras rojas y cuatro chaquiras blancas					

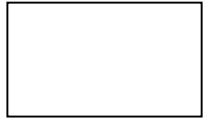
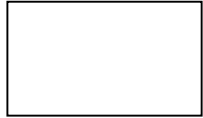
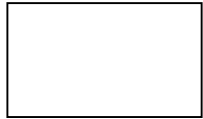

- A. ¿Qué fracción representan las chaquiras rojas de un conjunto formado por 20 chaquiras blancas y 20 rojas?
- B. ¿Cómo representarías  $\frac{3}{2}$  con una unidad de 10 chaquiras?

**ACTIVIDAD 2**  
**HACIENDO DOBLECES**  
**FRACCIONES EQUIVALENTES**  
**CM**

NOMBRE \_\_\_\_\_ COD \_\_\_\_\_

**HACIENDO DOBLECES**

1. Completa el siguiente cuadro, a medida que desarrollas cada una de las indicaciones dadas a partir de los dobleces de la hoja, la cual representa la unidad







INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NUMEROS	
Pliega la hoja en dos partes iguales y colorea una de estas.			
A partir del último dobléz, has otro pliegue por la mitad de la hoja.			
A partir del último dobléz, pliega nuevamente la hoja por la mitad.			
Repite por última vez el proceso			

A. ¿Qué fracción obtienes después de doblar la hoja diez veces?

B. ¿Qué similitud tienen las fracciones que obtuviste con respecto a la representación gráfica?

C. ¿Qué fracción se obtiene luego de realizar cualquier número de dobleces?

2.

INDICACIONES	Después de realizar los dobleces con la hoja, indica en palabras y números la parte que corresponde a la región que queda coloreada con relación a la unidad.		REPRESENTA EN UN DIBUJO LO OBTENIDO EN LA HOJA	
	ESCRIBE EN PALABRAS	ESCRIBE EN NUMEROS		
Pliega en tres partes cada una de las hojas y colorea 4 partes en total				
A partir del último doblez en cada hoja, has que cada parte quede dividida en tres.				
A partir del último doblez, pliega nuevamente cada una de las partes en tres.				

A. ¿Qué fracción obtienes después de doblar la hoja diez veces?

---

---

B. ¿Qué similitud tienen las fracciones que obtuviste con respecto a la representación gráfica?

---

---

C. ¿Qué fracción se obtiene luego de realizar cualquier número de dobleces?

---

---

**ACTIVIDAD 3**  
**GRUPOS IGUALES**  
**CR**

NOMBRE \_\_\_\_\_ COD \_\_\_\_\_

6. El siguiente conjunto de colores representa la unidad



Completa el siguiente cuadro

	Para cada indicación represente en palabras y números las partes con respecto a la unidad		
	<b>ESCRIBA EN NUMEROS</b>	<b>ESCRIBA EN PALABRAS</b>	<b>REPRESENTE CON UN DIBUJO</b>
Reparto la unidad en dos grupos iguales			
Reparto la unidad en tres grupos iguales			
Reparto la unidad en cuatro grupos iguales			



7. Completa la siguiente tabla y responde las preguntas, dado el hecho de repartir la unidad en seis grupos iguales

	<b>ESCRIBA EN NUMEROS</b>	<b>ESCRIBA EN PALABRAS</b>	<b>REPRESENTE CON UN DIBUJO</b>
1 grupo			
2 grupos			
3 grupos			
4 grupos			
5 grupos			
6 grupos			

8. En base al anterior ejercicio, represente gráficamente y con números, 7 grupos iguales.

9. Si  $\frac{3}{4}$  de la unidad son tres grupos iguales de 2 lápices de colores cada uno ¿Cuál es la unidad?

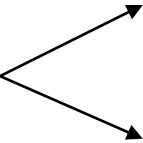

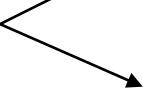
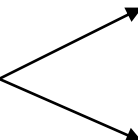

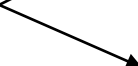
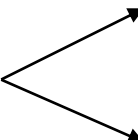

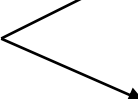
Realiza un dibujo

10. Si  $\frac{4}{3}$  de la unidad son 20 lápices de colores ¿Cuál es la unidad?

### ACTIVIDAD 4

### PRODUCTO DE FRACCIONES CON DOBLECES DE PAPEL-CM

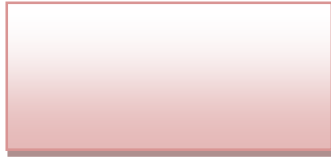
NOMBRE \_\_\_\_\_ COD \_\_\_\_\_

FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE COLOREADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B, C, D Y E	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS DOBLECES DE LA HOJA (AYÚDATE DE LOS PLEGADOS PARA HALLARLA).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES EN EL RECTÁNGULO QUE APARECEN A CONTINUACIÓN, EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
A		Pliega la hoja de tal manera que te resulten 2 partes iguales y colorea una de éstas.		
		Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en dos partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.		
B		Pliega la hoja de tal manera que te resulten 3 partes iguales y colorea una de éstas.		
		Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en dos partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.		
C		Pliega la hoja de tal manera que te resulten 4 partes iguales y colorea una de éstas.		
		Sobre esta misma hoja haz un doblez que divida la hoja en tres partes iguales, y de la parte inicialmente coloreada, toma una parte.		

Sigue las indicaciones dadas

2. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{1}{2}$ , teniendo como unidad



TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$		

3. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $\frac{5}{3}$  de  $\frac{1}{4}$ , teniendo como unidad

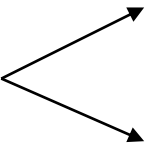
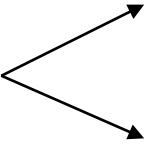


TAREA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACION SIMBÓLICA
Tomar $\frac{5}{3}$ de $\frac{1}{4}$		

**ACTIVIDAD 4**  
**PRODUCTO DE FRACCIONES EN CONJUNTOS**  
**CR**

NOMBRE \_\_\_\_\_ COD \_\_\_\_\_

1.

FRACCIONES A MULTIPLICAR	INDICACIONES	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE LA PARTE TOMADA PARA CADA PAR DE FRACCIONES DESIGNADAS POR LAS LETRAS A, B,	A QUÉ FRACCIÓN CORRESPONDE EL RESULTADO DE REALIZAR LAS DOS ACCIONES PROPUESTAS EN LOS CONJUNTOS (AYUDATE CON LOS ELEMENTOS Y LA CANTIDAD DE GRUPOS).	REPRESENTA EL RESULTADO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS DOS FRACCIONES EXPLICANDO EN DETALLE LO QUE HICISTE.
<p style="text-align: center;"><i>A</i></p> 	<p>Toma un grupo de 24 botones y agrúpalos en 6 subconjuntos. Toma dos de estos conjuntos.</p>			
	<p>Divide nuevamente cada grupo en dos y de los 2 subconjuntos ya tomados, toma uno de cada subconjunto.</p>			
<p style="text-align: center;"><i>B</i></p> 	<p>Toma 2 conjuntos cada uno de 8 elementos y divide cada uno en 2 subconjuntos cada conjunto y tome 3 conjuntos.</p>			
	<p>Divide nuevamente cada subconjunto en dos partes, y de los subconjuntos tomados anteriormente toma un subconjunto de cada uno.</p>			

A. ¿Qué relación observas entre los denominadores de las fracciones y la cantidad de agrupaciones después de realizada la acción en la unidad?

---

---

2. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{4}$ , teniendo como unidad un conjunto de veinticuatro botones

<b>TAREA</b>	<b>REPRESENTACIÓN GRÁFICA</b>	<b>REPRESENTACION SIMBÓLICA</b>
Tomar $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$		

3. Expresa tanto gráfica como simbólicamente tomar  $\frac{5}{3}$  de  $\frac{1}{4}$ , teniendo como unidad un conjunto de veinticuatro botones.

<b>TAREA</b>	<b>REPRESENTACIÓN GRÁFICA</b>	<b>REPRESENTACION SIMBÓLICA</b>
Tomar $\frac{5}{3}$ de $\frac{1}{4}$		

4. Escribe con tus palabras que significa la palabra “de” en el anterior ejercicio \_\_\_\_\_

---

---