

**INCLUSIÓN DE POBLACIONES ESTUDIANTILES DIVERSAS EN LA  
CONSTRUCCIÓN PROPOSITIVA DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO.**

**CRISTIAN CAMILO ZABALA HERNÁNDEZ; PAOLA CATTERINE SÁENZ  
MARTÍNEZ**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS  
BOGOTÁ DC, NOVIEMBRE DE 2015**

**INCLUSIÓN DE POBLACIONES ESTUDIANTILES DIVERSAS EN LA  
CONSTRUCCIÓN PROPOSITIVA DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO.**

**INFORME FINAL PASANTÍA  
PROYECTO “CONSTRUYENDO VIDA” – FUNDACIÓN FUNVIVIR**

**CRISTIAN CAMILO ZABALA HERNÁNDEZ; PAOLA CATTERINE SÁENZ  
MARTÍNEZ**

**NEILA SÁNCHEZ HEREDIA  
DIRECTORA**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS  
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS  
BOGOTÁ DC, DICIEMBRE DE 2015**

La Universidad no será responsable de las ideas expuestas por el graduando en el trabajo de grado.

Artículo 117, Capítulo 15, Reglamento Estudiantil

## **AGRADECIMIENTOS CAMILO ZABALA HERNÁNDEZ**

A Dios por bendecirme con la maravilla de vivir y de alcanzar este logro tan importante para mi vida.

A mi madre amada, mi hermano John y mi sobrino Alejandro, quienes han sido pilares fundamentales de quien soy, con su amor apoyo y gran ejemplo me permitieron seguir adelante con perseverancia y responsabilidad.

A Edwar y a Paola, quienes han sido no solo mis compañeros en este camino, sino verdaderos amigos y artífices de muchos de los cambios y momentos inolvidables de mi vida.

A Jorge, Cristian, Juan Pablo, Sebas, Mónica y Lizeth, los mejores amigos que la vida me ha podido regalar.

A mis profes en mi camino por Lebém, en especial Martha Vidal, Jorge Rodriguez, Jaime Romero, Pedro Rocha y Jhon Bello, quienes han sido no solo un ejemplo de profesionalismo, sino un ejemplo de vida.

A mis estudiantes, quienes son el motivo para construirme cada día como persona y como profesional, y por quienes este camino tiene todo el sentido y el compromiso posibles.

A mi Directora Neila Sánchez Heredia, una maestra, un ejemplo, un compromiso, un ser maravilloso y un amor infinito por la profesión docente que me siento infinitamente agradecido por haber podido conocer y recibir.

A todos aquellos a quienes no he mencionado y que debo inmenso agradecimiento.

## **AGRADECIMIENTOS PAOLA SÁENZ MARTÍNEZ**

Le agradezco a Dios por permitirme realizar esta pasantía y poder generar cambios en la sociedad desde mi profesión,

Al colegio Antonio José de Sucre por abrir sus puertas y a Funvivir por brindarnos la oportunidad de realizar un proyecto con nuestro sello de docentes de LEBÉM,

A la profesora Neila Sánchez por brindarnos ese acompañamiento tan significativo y darme herramientas para ser mejor docente y ser humano.

A mi compañero de trabajo de grado Camilo Zabala por el buen trabajo en equipo que se dió en el transcurso de la pasantía.

Sin olvidar el acompañamiento incondicional de mi familia.

## TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO CERO.....	2
GENERALIDADES DE LA PROPUESTA DE PASANTIA .....	2
INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO .....	2
JUSTIFICACIÓN.....	2
ANTECEDENTES .....	4
OBJETIVOS.....	6
GENERAL .....	6
ESPECÍFICOS .....	6
FASES DE EJECUCIÓN .....	7
Fase 1. Inducción en el Proyecto “Construyendo Vida” y la Institución IED Antonio José de Sucre. ....	7
Fase 2. Revisión Teórica y Diseño del Plan de Trabajo. ....	7
Fase 3. Implementación de la Propuesta de Trabajo. ....	8
Dificultades en Matemáticas Escolares – “Construyamos Matemáticas” .....	11
CRONOGRAMA .....	14
RESULTADOS FINALES – PRODUCTOS A ENTREGAR.....	14
CAPÍTULO UNO.....	15
ESTRUCTURA TEÓRICA - METODOLÓGICA .....	15
REFERENTES TEÓRICOS GENERALES DE LA PROPUESTA.....	16
Una mirada del aprendizaje desde el pensamiento complejo .....	16
El aprendizaje basado en proyectos como herramienta de empoderamiento .....	18

La diversidad desde la metodología de gestión y estructuración del espacio .....	24
Una propuesta alternativa de construcción propositiva del conocimiento matemático	25
ESTRUCTURA METODOLÓGICA GENERAL DE LA PROPUESTA .....	27
Adaptación a la Vida Escolar – “Somos Diversos, Somos Valiosos” .....	27
Dificultades en Matemáticas Escolares – “Construyamos Matemáticas” .....	28
CAPITULO DOS .....	30
METODOLOGÍA .....	30
DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN: .....	30
PROYECTO “SOMOS DIVERSOS, SOMOS VALIOSOS” .....	30
DISEÑO, PLANEACIÓN Y APLICACIÓN DE ACTIVIDADES .....	35
Actividades Grado primero .....	35
ANÁLISIS .....	41
Actividades Grado Tercero.....	45
ANÁLISIS .....	49
ANÁLISIS CUANTITATIVO .....	57
CONCLUSIONES .....	61
Bibliografía.....	62

## TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Estructura Foco: Somos Diversos, Somos Valiosos .....	28
Ilustración 2. Estructura Foco: Construyamos Matemáticas .....	29
Ilustración 3. Preparación de Muestra Artística .....	31
Ilustración 4. Presentación Día de Familia .....	31
Ilustración 5. Teselación regular 3.3.3.4.4 .....	32
Ilustración 6. Teselación regular 3.6.3.6 .....	32
Ilustración 7. Teselado Demi-regular “Gato con dos Relojes” .....	32
Ilustración 8. Teselado Demi-regular Estructurado .....	33
Ilustración 9. Teselado "Tigre" .....	33
Ilustración 10. Teselado Estrellas de Mar .....	33
Ilustración 11. Teselado "Balón de Fútbol" .....	34
Ilustración 12. Software FMS Logo .....	40
Ilustración 13. Desarrollo de trabajo Guía 1 .....	42
Ilustración 14. Ajuste posicional con regletas de Cuisinare .....	43
Ilustración 15. Abordaje de agrupación decimal .....	43
Ilustración 16. Algunas posibilidades de reparto geométrico .....	49
Ilustración 17. Representación gráfica del problema del equilibrista .....	50
Ilustración 18. Desarrollo por reparto .....	53
Ilustración 19. División inicial de la superficie propuesta .....	55



## **CAPÍTULO CERO**

### ***GENERALIDADES DE LA PROPUESTA DE PASANTIA***

#### ***INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO***

El programa “Construyendo vida: Academia, creación y juego” surge como un cumulo de estrategia pedagógicas frente a la necesidad de atender los requerimientos educativos de los niños y niñas en la formación académica formal y favoreciendo el desarrollo de sus habilidades y competencias a través de espacios de creación empleando las artes y el juego como herramientas didácticas en su formación integral, de manera que se constituyan formas alternativas de inter relación con el entorno escolar que viabilicen el reconocimiento de la diversidad y la inclusión en los procesos educativos. El programa está dirigido a Niños y Niñas con edades comprendida entre los 5 y 12 años de edad, que corresponden a estudiantes de la básica primaria entre preescolar y quinto vinculados formalmente a Instituciones Educativas Distritales.

#### ***JUSTIFICACIÓN***

La construcción de relaciones reciprocas entre la enseñanza y el impacto del aprendizaje en la cotidianidad del estudiante supone el desarrollo de condiciones que las hagan emerger. En este sentido resulta importante incorporar la concepción de éstas condiciones como conjuntos de experiencias de interacción entre diferentes espacios de desarrollo del estudiante y el aprendizaje construido en el aula. Desde esta perspectiva, se puede considerar como necesario la implementación de propuestas de enseñanza-aprendizaje que fomenten el pleno desarrollo de las múltiples capacidades que configuran a cada estudiante en su heterogeneidad y complejidad.

De acuerdo con lo anterior, consideramos pertinente desarrollar una pasantía como espacio de consolidación de nuestra formación como educadores matemáticos, en la cual se ponga en juego una propuesta de aula orientada a la adaptación a la vida escolar, donde se reconozca

la importancia de la diversidad de los individuos como eje fundante de la interacción y construcción de sociedad, que use como elemento conector la construcción socializada del conocimiento matemático. Para este espacio de consolidación tomamos en consideración el proyecto “Construyendo Vida” de la fundación Visión Para Vivir – Funvivir – que integra estudiantes vinculados a la formación académica formal y desarrolla acciones orientadas al potenciamiento de sus talentos y competencias en espacios creativos, por medio del uso de herramientas didácticas alternativas incorporadas en su formación integral. Esta consideración se fundamenta en el interés en los procesos de adaptación a la vida escolar de poblaciones estudiantiles diversas, que se constituye desde nuestra perspectiva, como un factor fundamental en la construcción de tejido social a partir de la visibilización y reconocimiento de todos los individuos como integrantes determinantes desde su heterogeneidad y complejidad, como lo hemos mencionado previamente.

La pasantía en el proyecto “Construyendo vida” que se llevará a cabo en el IED Antonio José de Sucre, donde tomando como punto de partida lo expuesto previamente, se desarrollaran dos espacios de trabajo; el primero, denominado “Somos diversos Somos valiosos” se estructura como centro de interés en el marco del proyecto 40\*40, donde utilizando como referentes la metodología de Aprendizaje por Proyectos (Gómez Penalonga & Santos Ramos, 2012), Estructuración y Gestión del Espacio (DeGoumois, Estructuración y Gestión del Espacio., 2004), y Reequilibración Cognitiva (Sánchez, 2009), se promueva el reconocimiento y visibilización de un grupo piloto de estudiantes con dificultades de adaptación a la vida escolar; y el segundo, denominado “Construyamos matemáticas” estructurado como proyecto de aula en simultaneo con el aula regular en la jornada mañana que maneja el colegio, donde se trabajará con estudiantes que presenten bajo rendimiento académico en el área de matemáticas, vinculando la metodología de resolución de problemas a partir de secuencias de actividades y el uso de diferentes recursos didácticos.

El proceso de caracterización y selección de la población se efectuará de manera conjunta con la fundación Funvivir y las áreas de orientación, coordinación del proyecto de inclusión y los docentes titulares de la institución.

## **ANTECEDENTES**

Las problemáticas asociadas a dificultades en la construcción de conocimiento matemático y adaptación a la vida escolar pueden ser asociadas a procesos lineales de enseñanza en los que se concibe al estudiante como un objeto susceptible a un único proceso de acoplamiento a la escolaridad, recepción del conocimiento y formación individualista, donde se coartan buena parte de las múltiples capacidades de cada individuo. En términos de esta condición generadora de la problemática mencionada, se pueden enunciar algunas investigaciones vinculadas; En primer lugar, la investigación realizada por Roux (2006), quien presentó por medio de un caso hipotético propuesto a un centenar de estudiantes<sup>1</sup>, una cierta insuficiencia de la enseñanza tradicional que limita los procesos de interpretación del mundo a partir de estructuras analíticas positivistas, ocasionando lo que denomina “*autismo frente a la diversidad de lo real*”. Así mismo, la investigación de Van Der Ploeg (1993), pone en evidencia como la linealidad analítica positivista en los procesos de validación del conocimiento desconoce toda posibilidad de legitimidad de los saberes provenientes de fuentes socios culturales diversas, autoproclamando el saber “formal” como el único conocimiento legítimo.

Teniendo esta perspectiva uniformadora y categorizadora en el ámbito escolar, se pueden mencionar ahora algunas de las investigaciones orientadas a la proposición de estrategias diversas de adaptación a la vida escolar y a la construcción de conocimiento. La primera, realizada por Morín, citado en Malinowski (2007), donde a través de un estudio sociológico,

---

<sup>1</sup> Se trataba de presentar el caso hipotético de un país dado, y de intentar colectivamente proponer soluciones para el desarrollo económico de este. Precisamente, el país hipotético presentado se caracterizaba, geográficamente, por un relieve montañoso muy escarpado, una escasa proporción de tierras cultivables y por la ausencia de todo recurso minero debido a una intensa actividad volcánica. A nivel social, este país se caracterizaba por una población importante con una identidad cultural muy fuerte y afirmada.

Después de varias horas de reflexión, más del 90 por ciento de los estudiantes interrogados, respondieron que el turismo cultural era la única perspectiva posible de desarrollo económico de este país. Sin embargo, este caso no era tan hipotético como parecía, puesto que correspondía a un país como Japón, la segunda economía mundial, y cuya actividad turística sólo representa uno por ciento del Producto Interior Bruto (Malinowski, 2007)

supone una nueva interpretación de la relación entre el hombre y el conocimiento, pasando de una estructura *compartimental*, en la que los individuos llenan gradualmente una serie de espacios mentales con conocimientos de diferente orden o naturaleza teórica, a una *pluridimensional*, donde se puedan articular de forma dialógica los funcionamientos y transformaciones de un sistema, que a su vez integre una conciencia ética fundamentada en sus límites e implicaciones a manera de lo que denomina como “*unitas multiplex*” o “*de unidades múltiples*”.

Así mismo, Le Moigne, (2004) plantea a partir de un cumulo de experiencias desarrolladas por diversos grupos de cibernéticos, sistémicos y epistemólogos a lo largo del siglo XX, como se da lugar a la aparición de un “*corpus de conocimientos*” estructurable un modelo alternativo e integrador que se ajuste a los múltiples retos globales de la contemporaneidad.

Dada la perspectiva pluridireccional e integradora del conocimiento, se presenta la investigación de Harwell citada en Gómez Penalonga & Santos Ramos (2012), donde se propone un modelo de aprendizaje en el cual se proponen como procesos fundamentales del individuo la planeación, la implementación y la evaluación de proyectos que tienen relaciones en el mundo real, más allá del aula de clase; En una dimensión similar, la investigación de Barrows, citada en Gómez Penalonga & Santos Ramos (2012) enuncia la necesidad de implementar una metodología de aprendizaje en la que a partir del uso de problemas se adquieran e integren nuevos conocimientos, siendo el factor fundamental el empoderamiento del estudiante como protagonista fundamental del proceso, a través de la toma de responsabilidades como sujeto activo de su aprendizaje.

Al tomar en cuenta la necesidad de viabilización de este empoderamiento de cada uno de los estudiantes y en consecuencia de la comunidad de aprendizaje, se toma en cuenta la investigación y propuesta de DeGoumois (2008), que vincula las dificultades presentadas hoy en día por los niños para integrarse no solo a la escolaridad, sino en general al mundo que los rodea. En esta investigación se plantea una sólida caracterización de los diversos prototipos de características presentadas por los estudiantes y las condiciones de adaptación a la vida escolar que se configuran a partir de ello. Por último, tenemos en cuenta los procesos de implementación de pasantías de extensión desarrolladas por Castiblanco y Mora (2011), donde se aplicaron un conjunto de talleres a estudiantes que presentaban trastornos de

comportamiento, con el fin de contribuir con la adaptación favorable a la vida escolar, y la desarrollada por Brochero y Florez (2012), donde se trabajó con un grupo de niños con dificultades de concentración como estrategia de intervención en el aula para el mejoramiento de la adaptación a la vida escolar, focalizada en los ámbitos social, afectivo, cognitivo y formativo.

## ***OBJETIVOS***

### ***GENERAL***

- Estructurar una propuesta de aula en el marco del proyecto “Construyendo Vida” en la que se viabilice y promueva la adaptación a la vida escolar, el reconocimiento e inclusión de las diversas poblaciones estudiantiles y la construcción de conocimiento matemático.

### ***ESPECÍFICOS***

- Identificar caracterizaciones comportamentales de los estudiantes participantes del grupo piloto del proyecto “Construyendo Vida”, utilizando como referente algunas investigaciones relacionadas con dificultades de adaptación a la vida escolar.
- Constituir un grupo piloto de estudiantes de los grados primero y tercero de básica primaria que presentan bajo rendimiento académico en el área de matemáticas, de acuerdo con los docentes de la institución.
- Implementar elementos de la metodología del aprendizaje por proyectos, la estructuración y gestión del espacio (DeGoumois, 2004) y la reequilibración cognitiva (Sánchez, 2009), en el desarrollo de una estrategia didáctica constituida por dos proyectos de aula que faciliten la adaptación a la vida escolar de los estudiantes vinculados al proceso.

- Desarrollar tres secuencias de actividades para los grados primero y tercero de básica primaria, utilizando la metodología de resolución de problemas y la adaptación de algunos tipos de material didáctico, que permita a los estudiantes el desarrollo de procesos de pensamiento numérico, geométrico y métrico, por medio del reconocimiento y aprovechamiento de sus talentos individuales, así como la construcción social del conocimiento.

## ***FASES DE EJECUCIÓN***

### ***Fase 1. Inducción en el Proyecto “Construyendo Vida” y la Institución IED Antonio José de Sucre.***

Durante esta fase de inducción y reconocimiento, se realiza la delimitación de las poblaciones y los acuerdos iniciales de trabajo, de manera consensuada con la fundación Funvivir y las áreas de orientación, coordinación del proyecto de inclusión y los docentes titulares de la institución. Esta fase se desarrolla en la primera semana de trabajo.

### ***Fase 2. Revisión Teórica y Diseño del Plan de Trabajo.***

De acuerdo con los acuerdos establecidos y teniendo en cuenta los referentes teóricos en cuanto a lo metodológico y lo teórico, se constituirá la primera planeación general en el marco de las dos propuestas:

- Adaptación A La Vida Escolar – “Somos Diversos, Somos Valiosos”
- Dificultades en Matemáticas Escolares – “Construyamos Matemáticas”

En esta planeación se vincula el cronograma general de trabajo, que se expondrá en apartados posteriores. Esta fase se desarrolla en la segunda semana de trabajo.

### ***Fase 3. Implementación de la Propuesta de Trabajo.***

*Adaptación A La Vida Escolar – “Somos Diversos, Somos Valiosos”*

#### ***Proyecto 1. Arte, Creatividad y Espacio***

Esta de la propuesta tiene por objeto reconocer algunas generalidades de la población de estudiantes, de acuerdo con las caracterizaciones propuestas desde las metodologías contempladas en el centro teórico de la propuesta, establecer el desarrollo de proyectos de aula como un mediador motivacional para el trabajo, facilitar el desarrollo de trabajo cooperativo en los estudiantes como una forma de reconstrucción de sus relaciones interpersonales, a partir del reconocimiento por “el otro”, e involucrar nociones de lateralidad, posicionalidad y habilidades en la elaboración de secuencias ordenadas en un proceso cotidiano.

Consistirá en la organización en grupo de una presentación artística, en el que cada estudiante debe tener un papel importante para su ejecución, de manera que a partir de acciones de comunicación (lenguaje), organización individual – grupal (roles de los estudiantes) y estructuración del espacio (contexto ecológico del proyecto), se pueda organizar una muestra, para ser llevada a cabo en un evento de la institución.

El tiempo estimado para este primer proyecto es de 4 semanas, en las que se trabajara de acuerdo a los tiempos descritos en la tabla 1.

<b>Semana</b>	<b>Acciones</b>
1	Reconocimiento del grupo de estudiantes y planteamiento del proyecto. Ejecución de actividad de reconocimiento. Organización de grupos de estudiantes. Asignación de roles para cada estudiante.
2	Escucha y seriación de los roles de cada integrante. Nociones de lateralidad y ubicación en el espacio.
3	Coordinación motora entre tiempo, espacio y posición (individual). Coordinación motora entre tiempo, espacio y posición (grupal).

4	Elaboración de vestuario y escenografía. Muestra previa completa de la presentación.
---	---

**Tabla 1. Organización del Proyecto 1.**

***Proyecto 2. Reconociendo y Haciendo: El Arte en Nuestro Entorno***

Esta segunda etapa de la propuesta tiene por objeto reconstruir dinámicas de interacción, donde se fortalezca el trabajo en equipo y la motivación para la consecución de fines comunitarios mediar de acciones de acuerdo con cada elemento identificado en el proyecto 1, enfatizando en el trabajo metodológico enmarcado en la Metodología de Aprendizaje Basado en proyectos (Barrows, 1986), Estructuración y Gestión del Espacio (DeGoumois, 2008), así como en la reequilibración cognitiva (Sánchez, 2009); consolidando el desarrollo de proyectos de aula como mediador motivacional para el trabajo y facilitando el desarrollo de trabajo cooperativo en los estudiantes como una forma de reconstrucción de sus relaciones interpersonales y de vinculación con las dinámicas de la escolaridad donde naturalmente se propicie una eliminación de condiciones de segregación escolar.

Este proyecto consistirá en la organización de una muestra artística, en la que los estudiantes desarrollaran diferentes representaciones geométricas involucrando sus procesos creativos con nociones geométricas en la construcción de objetos tridimensionales y bidimensionales, tomando como referente la perspectiva geométrica - artística de Escher (Ernst, 2007). Cada estudiante debe tener un papel importante para su ejecución y se espera mantener un hilo conductivo en cuanto a lo metodológico del proyecto 1 (lenguaje, roles de los estudiantes y contexto ecológico del proyecto) que permita organizar sus desarrollos y productos. El tiempo estimado para este proyecto es de 6 semanas, en las que se trabajará de acuerdo a los tiempos descritos en la tabla 2.

Semana	Acciones
1	Planteamiento del proyecto 2 Organización de grupos de estudiantes. Asignación de roles para cada estudiante. Selección individual de figuras planas básicas a teselar.



2	<p>Uso y reconocimiento figuras geométricas que rellenan el plano (cuadrado y triángulo equilátero)</p> <p>Construcción de formas básicas teseladas con cuadrados y triángulos equiláteros.</p> <p>Composición de formas geométricas a partir de otras formas básicas</p> <p>Reconocimiento de características básicas del límite de una superficie y llenado con formas geométricas.</p> <p>Trabajo creativo libre (individual).</p>
3	<p>Modificación de figuras geométricas creando figuras patrón que rellenan el plano sin dejar espacios libres.</p> <p>Composición de teselados a partir de formas básicas transformadas en figuras patrón.</p> <p>Reconocimiento de características básicas de densificación de una superficie a través de llenado con figuras patrón encajables. Principios de composición cíclica.</p> <p>Trabajo creativo libre (grupal).</p>
4	<p>Construcción de frisos.</p> <p>Reconocimiento de características de repeticiones en una sola dirección.</p> <p>Reconocimiento de características de simetría y traslación de las formas geométricas.</p> <p>Trabajo creativo libre (grupal).</p>
5	<p>Construcción de mosaicos.</p> <p>Reconocimiento de características de repeticiones en más de una dirección.</p> <p>Reconocimiento de características de rotación de las formas geométricas.</p> <p>Trabajo creativo libre (grupal).</p>
6	<p>Construcción de teselados en superficies esféricas.</p> <p>Reconocimiento de lo ilimitado sin necesidad de ser infinito.</p> <p>Selección de trabajos para la muestra (consensuada)</p>

**Tabla 2. Organización del Proyecto 2.**

***Dificultades en Matemáticas Escolares – “Construyamos Matemáticas”***

La estructura general de la propuesta se desarrollara para los grados primero y tercero de primaria, de acuerdo con el siguiente diseño de implementación:

Grado	Acciones	Intención	Pensamiento
PRIMERO	1. Construcción de formas, figuras y estructuras, usando Regletas de Cuisinare.  2. Reconocimiento de algunas características básicas de las regletas.	1. Generar procesos exploratorios a partir del uso de recursos didácticos, que constituyan un elemento motivacional para el desarrollo de las actividades subsecuentes.  2. Posibilitar al juego como una forma potente de aprendizaje.	1. Geométrico y Espacial.  2. Numérico.
	1. Clasificación de colecciones de objetos de acuerdo a características.  2. Elaboración de arreglos posicionales de tipo cardinal.	1. Interiorizar la noción de cantidad, fortaleciendo el reconocimiento y memorización de manera perceptual de las cantidades o colecciones de una muestra.  2. facilitar la obtención de habilidades de conteo diferentes a la recitación de palabras número.	1. Numérico  2. Espacial
	1. Reconocimiento del número como etiqueta	1. Reconocer a los números como etiquetas que cumplen	1. Numérico

	y como organizador en elementos cotidianos.	la función de clasificar objetos, y dependiendo del contexto en que sean usados.	2. Aleatorio y Sistemas de datos
	1. Experimentación con la característica métrica del número en espacios de la cotidianidad.	1. Introducir la medida de magnitudes de diferente naturaleza como fuente fenomenológica para la construcción de los diferentes sistemas numéricos.	1. Métrico y Sistemas de Medición. 2. Numérico.
	1. Organización de diferentes colecciones de objetos, estableciendo configuraciones ordinales.	1. Evidenciar la noción de cantidad como referente básico para definir el orden de aquello que se quiere organizar.	1. Numérico 2. Aleatorio y Sistemas de datos 3. Métrico.
	1. Composición y descomposición de cantidades a partir de procesos de agrupación y desagregación.	1. Desarrollo de estructuras aditivas a partir de la relación entre cardinalidad de colecciones y sus magnitudes.	1. Numérico 2. Métrico y Sistemas de Medición.
TERCERO	1. Resolución de situaciones problema que involucran multiplicación como producto de medidas. 2. Resolución de situaciones problema	1. Generar procesos exploratorios a partir del uso de polígonos que componen superficies en arreglos libres coordinados por el estudiante. 2. Posibilitar el uso de elementos de la cotidianidad	1. Numérico. 2. Geométrico y Espacial. 2. Numérico

	que involucran multiplicación en la composición de superficies equivalentes.	como una forma potente de aprendizaje.	
	<p>1. Resolución de situaciones problema que involucran división como reparto.</p> <p>2. Elaboración de arreglos de reparto de medidas y objetos.</p>	<p>1. Reconocer la condición de reparto equivalente por medio de procesos perceptuales de los cambios en las superficies.</p> <p>2. Identificar algunas características de variación de acuerdo a distintos repartos posibles.</p>	<p>1. Numérico</p> <p>2. Geométrico</p> <p>3. Variacional</p>
	1. Resolución de situaciones problema que involucran fracciones como relación parte – todo.	3. Reconocer a las fracciones como particiones que representan la relación parte todo dependiendo del contexto en que sean usados.	<p>1. Numérico</p> <p>2. Variacional</p> <p>3. Métrico</p>

## ***CRONOGRAMA***

	Actividades	S 1-2	S 3-5	S 6-8	S 9-10	S 11-12
<b>FORMACIÓN</b>	Inducción en el colegio	X				
	Reconocimiento del espacio y los estudiantes	X				
	Estructuración de plan de trabajo	X	X	X	X	X
<b>ACCIÓN</b>	Desarrollo del proyecto “Somos Diversos, Somos Valiosos”		X	X	X	
	Desarrollo del proyecto “Construyamos Matemáticas”		X	X	X	
	Adaptación de materiales y recursos		X	X	X	X
<b>PRODUCTOS FINALES</b>	Recolección de información	X	X	X	X	X
	Revisión -Triangulación con referentes teóricos	X	X	X	X	X
	Elaboración del informe final		X	X	X	X

## ***RESULTADOS FINALES – PRODUCTOS A ENTREGAR***

Una vez llevados a cabo los dos proyectos, se realizará una retroalimentación general con los estudiantes, donde se resalten los cambios, las intenciones y las nuevas formas de relación que se dieron a lo largo del trabajo, así como los resultados obtenidos frente al desarrollo de pensamiento matemático y la construcción del conocimiento. Esta secuencia se consolidara en dos productos a entregar como resultado general de la pasantía. Dichos productos serán:

- Informe de evaluación de la experiencia a partir de la percepción de los estudiantes participantes en los dos grupos focales, donde se destaquen las participaciones, observaciones, comentarios y producciones obtenidas. (entrevista semiestructurada)
- Documento de evaluación de la experiencia, estructurado a través de la triangulación entre objetivos, referentes y resultados de la pasantía, enfatizando en un análisis reflexivo y crítico que permita vislumbrar recomendaciones para posibles aplicaciones futuras.

### ***ESTRUCTURA TEÓRICA - METODOLÓGICA***

A continuación se describen los componentes que dan lugar a la propuesta de trabajo; En primer lugar se hará una revisión en términos de cuatro aspectos de orden teórico: *Una mirada del aprendizaje desde el pensamiento complejo*, en la que hacemos una apuesta por algunas características que consideramos necesarias para dar lugar a un proceso en el que el conocimiento emergente sea consecuente con los retos y posibilidades de diverso orden que se proponen en la contemporaneidad como un entramado de hechos y no como procesos aislados para hechos aislados; *El aprendizaje basado en proyectos como herramienta de empoderamiento*, donde establecemos como centro de la propuesta una estrategia de aula a partir de dar la posibilidad al estudiante de hacerse protagonista en la construcción del conocimiento, vinculando diferentes aspectos de su emocionalidad y desarrollando sentido de alteridad en un proceso auto responsable de aprendizaje; *La diversidad desde la metodología de gestión y estructuración del espacio*, donde a partir de la investigación desarrollada por DeGoumois (2004) y algunos de los desarrollos efectuados en la implementación del proyecto de *Reequilibrio y estructuración cognitiva y de desarrollo vital para jóvenes*, se establece una caracterización posible de la población escolar que hace parte del grupo piloto de la propuesta, y relacionando algunos elementos indispensables en el diseño y ejecución de la misma, para viabilizar un aula de tipo inclusivo; Por último, *Una propuesta de construcción propositiva del conocimiento matemático*, en la que se toman como referentes algunos de los elementos propuestos por Schoenfeld y Kilpatrick, en cuanto a la construcción de procesos de resolución de problemas en matemáticos, así como la propuesta de Escher, citada en Ernst (2007), en la que a partir de un desarrollo artístico – geométrico es posible construir los conceptos de forma, frontera, superficie y límite, usando diversas formas de construcción en proyectos de relación entre lo bidimensional y lo tridimensional.

En segundo lugar, se presentará descriptivamente la estructura metodológica de los dos grupos focales de la propuesta, a partir de los supuestos teóricos y expectativas de desarrollo constituidas desde el referente teórico. Así mismo se establecerán las intencionalidades para

cada actividad aplicada, de manera que sea evidenciable su resultado en términos del análisis por triangulación que se explicitara en el capítulo 2.

## **REFERENTES TEÓRICOS GENERALES DE LA PROPUESTA**

### ***Una mirada del aprendizaje desde el pensamiento complejo***

Históricamente el aprendizaje de la matemática como ciencia fundante se ha concebido bajo una perspectiva definida en términos de su *objeto positivo* y de su *método de investigación*, lo cual ha generado una idea de este limitada por unas claras fronteras entre la ciencia matemática y cualquier otra ciencia o disciplina, que a su vez ha dado lugar a paradigmas no neutrales de lo que se concibe en el acto de conocer, así como de lo que se ha de conocer.

Buena parte se define a partir de una triada referencial del conocimiento entre *legitimidad*, *enseñabilidad* y *transmisionalidad*, que a su vez se constituye como respuesta a una triada de intencionalidad del conocimiento, constituida por tres preguntas fundamentales:

- ¿Cuál es el conocimiento? (caracterización gnoseológica)
- ¿Cómo se produce? (caracterización metodológica)
- ¿Cuál es su valor? (caracterización axiológica)

Esta caracterización constituye a su vez, un contrato socio – epistemológico de naturaleza enteramente *cartesiano – positivista*, donde se privilegia la invariabilidad del conocimiento y en consecuencia una posibilidad de acceso a él basada en la unicidad y acumulación, siendo esta posible solo si existe una única secuencia lógicamente regulada de acceso.

De otra parte, el conocimiento matemático se concibe desde esta perspectiva como un fenómeno global, pero que para ser susceptible de estudio debe ser indefinidamente fraccionado en partes analizables por separado, desconociendo los cúmulos de relaciones presentes entre objetos y desconociendo el carácter contextual de la estructura matemática.

Por último, se ha determinado una “supremacía del conocimiento científico” sobre cualquier otro tipo de conocimiento, que le asigna implícitamente la posibilidad de garantizar el orden y el progreso de la sociedad post moderna.

Estos supuestos funcionales en la aparición del conocimiento han dado lugar a una conformación unidimensional del proceso epistemológico y lo han condicionado a una permanente carencia de auto revisión y autorreflexión, por cuanto se ha desconocido el papel del entorno, el hacer socio cultural y la acción del hombre sobre él.

Pero ¿Es realmente el conocimiento –sea cual fuera el conocimiento del que estuviésemos hablando- un conjunto finito de agrupaciones de objetos susceptibles de ser aprendidos por medio de una estructura lineal y estrictamente delimitada? ¿Acaso existen unas brechas tan bien definidas entre el conocimiento? ¿Entonces los estudiantes deben continuar recibiendo información y conocimiento acumulable y sistematizable?; todas estas cuestiones nos llevan a pensar en una posibilidad de conocimiento, en el que el objeto principal sea la vinculación del conocimiento, el hombre y la sociedad, a partir de favorecer procesos metodológicos que establezcan relaciones entre el saber y la incertidumbre natural producida por la curiosidad humana, de tal suerte que se genere una apertura permanente al cuestionamiento epistemológico que a su vez debe operar como generador de nuevo conocimiento, a partir de las relaciones entre los diferentes tipos de objetos que interactúan en los diversos medios de desarrollo del estudiante y donde este último desarrolle procesos de pensamiento fundamentados en los tejidos o redes de relaciones entre los distintos tipos de conocimiento (como mínimo entre lo científico y lo susceptible de experimentación) y no en objetos inconexos que carezcan de sentido global y humanizable. Esta estructura es directamente vinculable con lo expuesto por Morin (2004):

*“Se debe aspirar y propiciar un modelo educativo en el cual prevalezca el convencimiento de que es mejor tener una mente bien ordenada que una mente muy llena, y que más que acumular el saber, es preferible disponer de una aptitud general para tratar y plantear los problemas, así como contar con principios organizativos que permitan unir los distintos saberes y darles sentido”*

En este sentido, resulta necesario no solo hacer una revisión de la percepción del conocimiento y del proceso educativo, sino de las características del intelecto humano, que finalmente es el que opera de manera directa sobre la construcción del conocimiento mismo. Para este fin haremos alusión a los procesos de decisión del ser humano, que se fundamentan de manera general en la interpretación más amplia posible de una problemática de cualquier naturaleza, pues resulta un hecho que el actuar humano se fundamenta precisamente en esta mencionada acción como el determinante principal de su funcionamiento como individuo y



como parte de la sociedad, en un tejido multidiverso de partes del todo al que llamamos *mundo*; en consecuencia, el proceso epistemológico supone un tipo de intelecto amplio en el que se privilegie a la comprensión por encima de la explicación, de manera que se pueda abordar en simultánea al todo como a las partes, a partir de las innumerables interacciones que se presentan entre estas, de una manera estimulante en el abordaje de las posibilidades de construcción de diversas institucionalizaciones socio culturales que sustituyan el mencionado modelo positivista cartesiano.

De esta caracterización partimos para el desarrollo e implementación de nuestra propuesta de aula, en la que sea el estudiante quien desarrolle procesos de pensamiento complejo, por medio de una interacción propia y mediada (no inducida) en las que reconozca valías de tipo socio epistémico, crítico y deconstructivo que le permitan reconstruir, construir o ampliar frente a la multiplicidad de visiones del mundo, sus relaciones y sus posibilidades, de manera que el proceso de aprendizaje se constituya como un caracterizador de su interacción propositiva con el entorno.

### ***El aprendizaje basado en proyectos como herramienta de empoderamiento***

El aprendizaje basado en proyectos (ABP) es una metodología desarrollada a partir de la segunda mitad del siglo XX en diferentes centros académicos de los EEUU y Canada, constituida sobre dos objetivos principales:

- El planteamiento de una relación entre problemas y proyectos reales que generen estímulos emotivos sobre la necesidad del trabajo en equipo para la consecución de objetivos – desarrollos que propongan soluciones efectivas y coherentes con el contexto de desarrollo.
- La transversalización de los currículos, de manera que se viabilicen estructuras integradas entre los espacios de formación (ya sean cursos o asignaturas) que estén supeditadas a la resolución de problemas y no al desarrollo de habilidades instrumentales de contenidos inconexos.

Su dinámica fundamental se centra en el diseño de planteamientos que permitan la(s) acción(es) de los estudiantes sobre los problemas-proyectos propuestos a partir de la

identificación de supuestos de indagación tales como: ¿Qué?, ¿Con quién?, ¿Para qué?, ¿Cómo?, ¿Cuánto?, y que dan lugar a la formulación de análisis propositivos orientados en los riesgos y obstáculos a enfrentar, las medidas y procesos heurísticos diversos para asegurar el éxito de la resolución, las variables alternativas dentro del proceso resolutor, los supuestos iniciales y los resultados esperados.

Como estrategia de aprendizaje, debe producir en los estudiantes (con las características inherentes a cada individuo que eso supone) la aparición de cambios significativos en sus estructuras de pensamiento a partir de la introducción de un problema-proyecto que de lugar a conflictos cognitivos que los motiven a la búsqueda de soluciones efectivas. Este problema – proyecto debe proveer diferentes tipos de complejidad para que induzca la necesidad del trabajo cooperativo, donde dichos grados puedan ser mediados y controlados por el docente para evitar asignación de partes de trabajo entre los estudiantes y en consecuencia la limitación de la perspectiva de resolución global esperada.

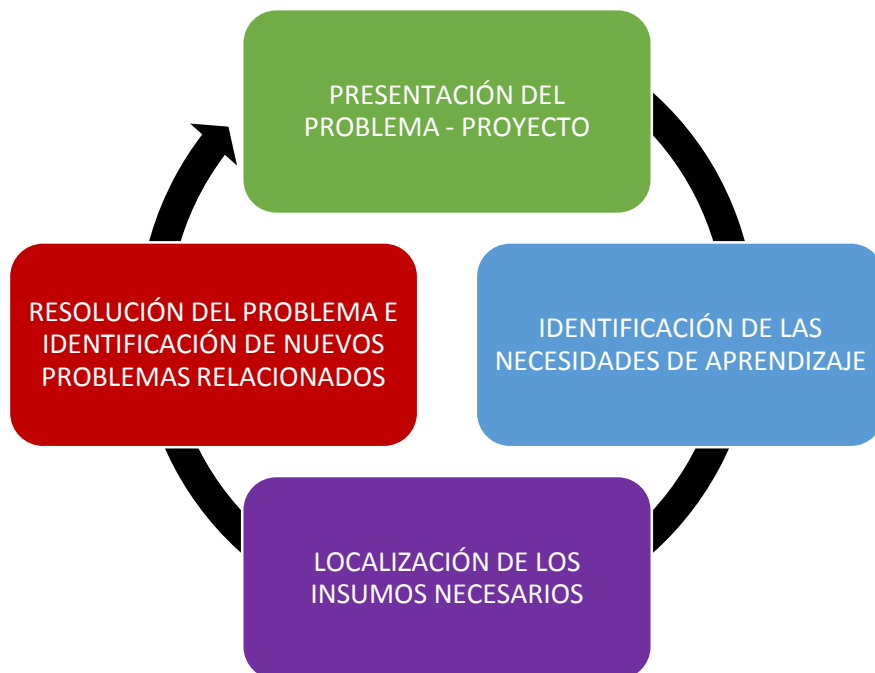
Esta metodología contribuye directamente a (Gómez Penalonga & Santos Ramos, 2012):

- *Desarrollar la habilidad de la empatía al relacionarse con otras personas.*
- *Establecer relaciones de trabajo con personas de diversa índole y condición y, por lo tanto, causar una conciencia de respeto hacia otras culturas, lenguas y personas.*
- *Implantar un concepto integrador de las diversas áreas del conocimiento.*
- *Promover la capacidad de investigación.*
- *Proveer de una herramienta y una metodología para aprender cosas nuevas eficazmente.*

La metodología propone unos puntos focales en cuanto a los procesos y roles que desarrollan el(los) profesor(es) y que se describe en el siguiente esquema:



Así mismo, la estructura metodológica en el ABP se comporta de una forma cíclica, como se describe a continuación:



En cuanto a la caracterización temporal del ABP se pueden identificar 5 fases bien definidas, que se describen en la siguiente tabla:

FASE	DESCRIPCIÓN
<b>FASE 1. INICIO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Etapa de <b>revisión y reconocimiento</b> de los requerimientos del proyecto.</li> <li>• Preparación del proyecto por parte del equipo de profesores y presentación a los estudiantes.</li> <li>• El profesor debe hacer explícitos los fines del proyecto y los procesos estimados, haciendo énfasis en los recursos que se vayan a proporcionar y en los objetivos a lograr.</li> <li>• Conformación de los grupos de trabajo.</li> <li>• Aclaraciones sobre la metodología por parte del profesor.</li> </ul>
<b>FASE 2. PRIMERAS ACTIVIDADES DE LOS EQUIPOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Etapa de <b>análisis</b>.</li> <li>• Los estudiantes se convierten en protagonistas, elaborando un plan de acción para solucionar el problema-proyecto.</li> <li>• Los estudiantes deben hacer conciencia sobre sus roles y acciones en el proyecto, disponiendo de un(os) planteamiento(s) y de un plan de trabajo.</li> </ul>
<b>FASE 3. DESARROLLO DEL PROYECTO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Etapa de <b>ejecución</b>.</li> <li>• El estudiante trabaja de forma colaborativa en el proyecto con el fin de conseguir todas y cada una de las metas fijadas en las fases anteriores. El resultado obtenido será un producto, una presentación o una interpretación dirigida a una audiencia.</li> <li>• El profesor realiza un proceso de seguimiento constante a cada grupo y de ser necesario retroalimenta y sugiere</li> </ul>

	reorientaciones para facilitar la consecución de los objetivos.
<b>FASE 4. CONCLUSIONES DESDE LA PERSPECTIVA DE LOS ESTUDIANTES</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Etapa de <b>presentación y entrega del proyecto.</b></li> <li>• Los estudiantes socializan sus resultados ante sus pares y el profesor, aunque también puede ampliarse el público.</li> <li>• En esta etapa cada grupo de estudiantes debe ser auto crítico y hacer conciencia ante el descubrimiento de los puntos fuertes y débiles del proyecto entregado y de la(s) estrategia(s) usada(s)</li> </ul>
<b>FASE 5. CONCLUSIONES DESDE LA PERSPECTIVA DE LA COMUNIDAD</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Etapa de <b>Institucionalización</b></li> <li>• El profesor debe realizar las tareas de cierre a través de la puesta en juego de formalizaciones en lenguaje usual a propósito de los resultados comunes y particulares evidenciados en los productos de cada grupo de estudiantes.</li> <li>• Se debe realizar la evaluación final de los procesos, en la cual se recojan e integren todas las acciones y productos parciales y globales generados durante la resolución del problema – proyecto.</li> </ul>

Tras el proceso de implementación de estas cinco etapas se pueden diferenciar algunos resultados positivos o beneficiosos para la construcción colectiva del conocimiento. Algunas de estas son:

- ***Desarrollo de esquemas de trabajo colaborativo***, fundamentado en el planteamiento de los problemas-proyectos, la comunicación asertiva, la toma consensuada de decisiones y el manejo del tiempo (Blank, 1997).
- ***Aumento del impulso motivacional a aprender***, donde los estudiantes reconocen en la escuela un espacio donde retarse a sí mismos y en consecuencia se sienten atraídos

a asistir, participar propositivamente, mejorar su actitud frente a su entorno escolar y destinar espacios de trabajo extra aula, incluso llevando su proceso a la mayoría de los espacios de su cotidianidad (Bottoms, 1998).

- ***Integración entre el aprendizaje en la escuela y la realidad.*** Este es uno de los rasgos implícitos en la *Pedagogía de la Inclusión*, donde los estudiantes desarrollan compromisos con los proyectos a partir de la motivación que estos les generan y, en consecuencia, desarrollan mejor sus competencias. Mediante los proyectos se viabiliza el emerger de habilidades y procesos de pensamiento complejo que superan ampliamente la memorización de datos en contextos aislados. Se enfatizan los procesos en el *cuándo y dónde* se puede utilizar el conocimiento construido en el mundo real (Bottoms, 1998).
- ***Desarrollo del sentido de alteridad.*** El desarrollo de los proyectos permite a los estudiantes compartir ideas entre ellos, expresar opiniones propias y negociar estrategias de resolución, reconociendo el valor y aporte de cada uno de los miembros del grupo y de la comunidad (Reyes, 1998).
- ***Desarrollo de habilidades para la resolución de problemas.*** Los estudiantes generan sus propias estrategias para la definición del problema, recopilación de información, análisis de datos, construcción de hipótesis y evaluación (Moursund, 1997).
- ***Aumento del empoderamiento.*** Los estudiantes se vinculan directamente a los proyectos y generan sentimientos de orgullo al conseguir algo que pueda extrapolarse del aula hacia su cotidianidad y comunidad, como acciones reales que generan intervención positiva (Future, 2000).
- ***Ampliación de las habilidades y fortalezas individuales,*** donde los estudiantes obtienen un progreso continuo a partir de la revisión de diferentes enfoques y estilos de desarrollo, vinculados estos a los procesos estratégicos inherentes a las resoluciones (Thomas, 1998).
- ***Vinculación de herramientas tecnológicas,*** entendidas estas como toda herramienta aplicable a las estrategias de resolución (Moursund, 1997).

### ***La diversidad desde la metodología de gestión y estructuración del espacio***

Comprender algunas posibles características comportamentales que presentan las poblaciones estudiantiles en la actualidad se constituye como un hecho necesario en la proposición e implementación de cualquier metodología de aula, por tanto, vale la pena preguntarnos sobre dichas características desde una mirada amplia que abarque no solo el comportamiento escolar, sino que involucre el actuar como individuo en el espacio cotidiano en el que se desarrolle. Teniendo en cuenta esta cuestión, hacemos alusión a Degoumois (2008), que en su libro: *“A todos los niños del cielo y de la tierra”* sugiere una caracterización de los que denomina *“niños del tercer milenio”* que se constituye en las siguientes categorías:

- *Los niños autistas:* Son niños que a partir de una asimilación fisiológica difusa o incluso errónea del medio ambiente en que se desarrollan, generan conductas con un alto nivel de actividad interior, es decir, que manifiestan amplios niveles de introversión y, en consecuencia, dan lugar a una imposibilidad para compartir con los otros. Debido a esta condición, el mundo del niño autista le priva de relaciones interactivas con otros niños, y en consecuencia, del establecimiento de sentimientos y emociones producidas por los vínculos socio afectivos relacionados con la interacción. Su construcción como individuos es absolutamente individual y cerrada, por lo que su comportamiento en comunidad se distorsiona fuertemente. En ocasiones pueden ser violentos, tener cóleras fuertes y actitudes de rechazo como producto del desasosiego constante que su desarrollo individual ocasiona. Tienden a ser reactivos frente a los comportamientos de los demás en función de ellos y desarrollan actitudes de rebeldía derivadas de la incompreensión y rechazo por su condición (DeGoumois, 2008).
- *Los niños índigo:* El comportamiento y el nivel de conciencia de estos niños suele ser asemejable con el de una persona en edad adulta. Suelen involucrarse en interpretaciones y discusiones complejas ligadas a conocimientos y razonamientos muy superiores a lo que la escuela regular les ofrece. Algunos de ellos se vinculan a procesos de investigación científica avanzada, cerrando su círculo de interacción, otros son orientados y se les viabiliza el procesos de desarrollo en entornos y contextos que les facilita la adaptación a la vida escolar y cotidiana y, por ultimo un grupo de ellos no logra establecerse como parte de su contexto ni es apoyado

adecuadamente en el proceso, por lo que termina generando conductas auto destructivas, que en buena parte de los casos desemboca en el suicidio. *“Las características de estos niños son: su impertinencia, su demanda de atención sostenida de parte de los padres, su necesidad de tener siempre la razón y de no ser contradichos.”* (DeGoumois, 2004).

- *Los niños hiperactivos:* Estos niños sorprenden por su despliegue de altos niveles de acción, que sobrepasa indiscutiblemente la media esperada; crean hábitos de descanso y alimentación bastante limitados y generalmente rechazan modificaciones a ellos. Desarrollan un constante interés investigativo empírico, pero su despliegue de acciones les impide generar condiciones de concentración que les permita indagar y comprobar sus dudas y conocimientos hasta el aspecto más detallado, es decir *“se interesan de todo sin jamás ir hasta el fondo de las cosas”*. Demandan permanentemente la atención de su entorno hacia ellos y llevan sus múltiples preguntas hasta el punto de ponerse en riesgo queriendo comprobar algo. Requieren que el conocimiento les sea presentado en formas simples pero bastante precisas, y *“cuando son confrontados con sus limitaciones, pretenden saber todo y no tener que demostrarlo”* (DeGoumois, 2008).

Reconocer características en estos *“niños del nuevo milenio (niños índigo, hiperactivos, autistas)”*, permite el docente o a la institución escolar el mejoramiento de sus proyectos escolares a partir de la adaptación del entorno escolar en el que los niños que presentan ciertas dificultades puedan desarrollarse satisfactoriamente.

### ***Una propuesta alternativa de construcción propositiva del conocimiento matemático***

Teniendo en cuenta el referente teórico mencionado hasta este punto, se propuso una estructura de espacios de desarrollo, en la que se vinculan los aspectos fundamentales de conocimiento básico, contexto y procesos generales. En cuanto a los conocimientos básicos se tendrán en cuenta los tipos de pensamiento enunciados en la estructura descriptiva de la propuesta enunciada en el capítulo cero. Para el tratamiento contextual del estudiante se tomó en cuenta el análisis realizado por Arenas & Otros (2012) en el que se enuncia: “muchos profesores de matemáticas de grado décimo usan conceptos como herramientas para aplicarse



a resolución de problemas, sin tener en cuenta el contexto propio del estudiante”. En este sentido, se vinculó la estructura descrita de forma cubica en los lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998), donde se intentan proponer situaciones problemáticas que involucren elementos:

- De las mismas matemáticas.
- De la vida diaria.
- De las otras ciencias.

Para los procesos generales, se trabajó sobre actividades orientadas a:

- Resolución y Planteamientos de Problemas.
- Comunicación e institucionalización

Estos procesos generales a su vez se determinaron desde el desarrollo de Kilpatrick (1989) con respecto a la relación entre heurística y algoritmos en la resolución de problemas, a partir de las siguientes cuestiones fundamentales:

- ¿Cómo hacer para que los estudiantes diferencien entre un algoritmo y una heurística?
- ¿Cómo hacer para que los estudiantes prefieran hacer uso de las heurísticas y no de algoritmos?”

De manera complementaria se utilizaron algunos elementos asociados a la investigación sobre procesos de resolución de problemas en matemática desarrollada por Schoenfeld (1985), frente al hecho de que “no es suficiente resolver muchos problemas o conocer muchas estrategias (heurísticas), sino que se debe tener control en el sentido de saber si una determinada herramienta funciona para continuar utilizándola o decidir utilizar otro método o conocimiento”, de tal forma que la secuencia de actividades involucrara contextos cotidianos de los estudiantes y que a su vez les permitiera establecer heurísticas propias que por medio del proceso de socialización les permita controlar cuales son las “más adecuadas” para afrontar las situaciones problema.

## ***ESTRUCTURA METODOLÓGICA GENERAL DE LA PROPUESTA***

### ***Adaptación a la Vida Escolar – “Somos Diversos, Somos Valiosos”***

La estructura metodológica se constituye a partir de espacios de interacción que fomenten el trabajo creativo-colaborativo en el que los estudiantes desarrollen actividades que les permitan hacer conciencia de la importancia de cada uno de los miembros de una comunidad, por medio de la relación existente entre juego y matemáticas, entre juego y aprendizaje y fundamentalmente entre juego y comunidad.

De los desarrollos elaborados por el grupo de estudiantes esperamos que la propuesta de aprendizaje por proyectos genere un alto nivel de interés. Por otra parte, el trabajo por grupos se fomentará como un invariante positivo, pues todos deben tener y asumir roles como pares a un nivel similar, desde tareas como acordar un nombre para su grupo, generando identidad y pertenencia, pasando por dinámicas de participación constante y retroalimentación de los conocimientos construidos con respecto a sus entornos cotidianos.

Las acciones de aula estarán destinadas a estimular las diferentes capacidades que ellos tienen y así poder generar confianza en ellos mismos para que la comunicación y las diferentes interacciones con los demás compañeros se reconfiguren positivamente. Como elemento conector se implementara dentro de la propuesta la intención de crear conocimiento matemático propositivo, en el que las intervenciones, socializaciones y productos definitivos sean valorados por el aporte global, más que por definiciones o evaluaciones de tipo sumativo.

El uso adecuado de recursos didácticos será un eje transversal pues en los diferentes grupos estarán presente en las diferentes situaciones a desarrollar. Teniendo en cuenta que tanto Funvivir como las áreas de Orientación y Apoyo Escolar en Educación Especial ya han desarrollado unas hojas de ruta para el trabajo con este grupo, nuestro desarrollo se orienta al trabajo con procesos de orientación espacial (reconocimiento del cuerpo y nociones de lateralidad), así como procesos de reconocimiento grafico textual y manipulativo de objetos ostensivos; De igual forma se propondrán problemas asociados a los proyectos en los que el desarrollo de procesos de pensamiento se vean mediados por su propia resolución (tanto

individual como grupal) en el marco de la propuesta de relación entre geometría y arte desarrollada por Escher. A continuación se presenta el diagrama general de este foco de la propuesta.

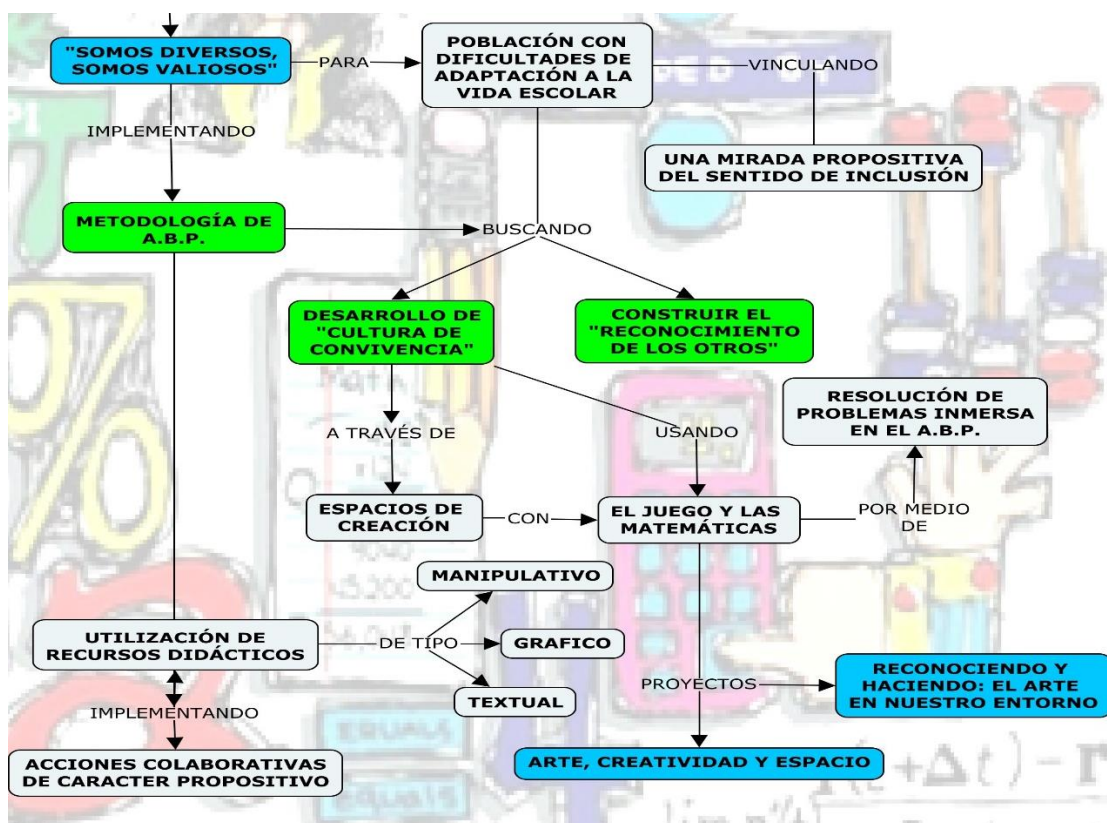


Ilustración 1. Estructura Foco: Somos Diversos, Somos Valiosos

### *Dificultades en Matemáticas Escolares – “Construyamos Matemáticas”*

En este espacio se pretende trabajar con estudiantes que en su hacer habitual en la asignatura de matemáticas dan muestras de dificultad en el aprendizaje de matemáticas escolares tomando como foco de interés sus capacidades cognitivas y actitudinales como configuradores de sus acciones de aula en sus diferentes cursos. Este espacio parte de un proceso de caracterización de la población, el cual se efectuará de manera conjunta con los docentes de la institución y posteriormente con la aplicación de una prueba de diagnóstico orientada a resolución de problemas que impliquen el desarrollo de pensamiento lógico matemático, teniendo en cuenta algunos de los desarrollos propuestos para la secuencia a efectuar en los grados primero y tercero. Se espera que esta población no exceda a un grupo de quince estudiantes, que denominaremos “Grupo Piloto” y se distribuirá en tres subgrupos de acuerdo con su grado de formación y resultados de la prueba diagnóstica.

A nivel metodológico se trabajará con la estructura de resolución de problemas, con dinámicas individuales y grupales orientadas a intereses de los estudiantes, con la intención de generar participación en el grupo y así poder trabajar en las diferentes habilidades y competencias que cada uno de ellos presenta. A continuación se presenta el diagrama general de este foco de la propuesta.



### ***METODOLOGÍA***

En el presente capítulo se evidencia los elementos correspondientes a la selección y caracterización de la población, los instrumentos de recolección de datos, el diseño y planeación de actividades de cada uno de los proyectos con su respectivo análisis de resultados de la propuesta.

#### ***DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN:***

El proyecto “*Construyendo vida*” se desarrolló en el IED Antonio José de Sucre, la población correspondiente a estudiantes de primaria. La propuesta de adaptación de la vida escolar “*Somos diversos, somos valiosos*” vinculó a 15 estudiantes desde transición hasta quinto respectivamente, en el espacio del proyecto 40\*40. La propuesta de trabajo con dificultades en Matemáticas Escolares – “*Construyamos Matemáticas*” se llevó para los grados primero y tercero de primaria, en la jornada mañana.

#### ***PROYECTO “SOMOS DIVERSOS, SOMOS VALIOSOS”***

##### ***Caracterización de estudiantes<sup>2</sup>.***

Niños autistas	Niños índigo	Niños hiperactivos
Estudiante A, primero, (masculino)	Estudiante C, primero, (masculino)	Estudiante B, primero, (masculino)
Estudiante D, primero, (femenino)	Estudiante E, segundo, (masculino)	Estudiante F, primero, (masculino)
Estudiante G, preescolar, (femenino)	Estudiante H, tercero, (masculino)	Estudiante I, cuarto, (masculino)
Estudiante J, preescolar, (masculino)	Estudiante K, quinto, (masculino)	Estudiante L, segundo, (masculino)
Estudiante M, preescolar, (masculino)	Estudiante N, preescolar, (femenino)	

**Tabla 3. Caracterización de la población**

<sup>2</sup> La caracterización se realiza según (DeGoumois, 2008)

### ***Proyecto 1. Arte, Creatividad y Espacio***

Este proyecto se creó para realizar una presentación que se llevaría a cabo el día de la familia, cada clan (grupo generado en el espacio 40 \* 40) realizaría una exposición de lo desarrollado en dicho espacio.

Para la presentación de Funvivir se decidió realizar un performance (puesta de escena) de la canción Sinfonía inconclusa del mar de Piero, donde los personajes son animales del mar y tocan diferentes instrumentos. Entonces cada estudiante tenía un personaje y debía realizar su respectivo disfraz con la ayuda de los pasantes.

Al comienzo se dificultó el desarrollo del proyecto por el bajo nivel de interacción presentado; pero se logró motivarlos argumentándoles que su presentación debía salir muy bien y que de esta manera sus profesores y familiares se iban a sentir muy orgullosos; adicional a esto se le pidió a cada estudiante dijera las cualidades físico-motoras que tenían y que las pusieran en práctica en la presentación.

De manera natural se dio el rol de cada integrante en la presentación, en cada ensayo se trabajó nociones de lateralidad; ubicación en el espacio y coordinación motora entre tiempo, espacio y posición (individual y) grupal. Los estudiantes mostraron sentido de compañerismo y pertenencia al grupo, pues pasaron de no dirigirse la palabra a generar estrategias y críticas constructivas para realizar una buena puesta en escena. La elaboración de vestuario y escenografía también ayudó a lograr un acercamiento entre ellos y a que esas ideas creativas emergieran tanto de ellos como de los pasantes.

Muestra previa completa de la presentación:



**Ilustración 3. Preparación de Muestra Artística**



**Ilustración 4. Presentación Día de Familia**



## ***Proyecto 2. Reconociendo y Haciendo: El Arte en Nuestro Entorno***



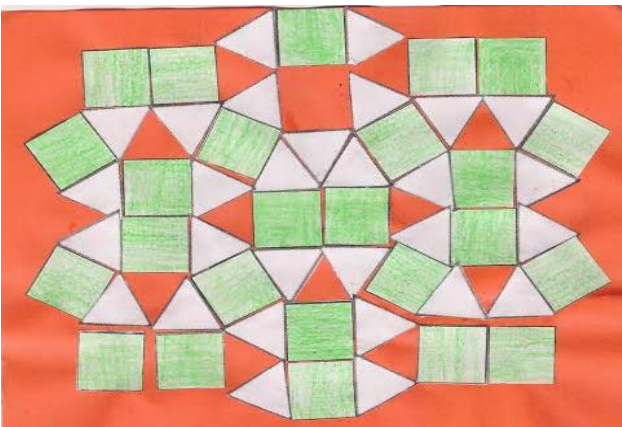
**Ilustración 5. Teselación regular 3.3.3.4.4**

La construcción de los teselados en primer momento se dio por duplicado de algunos que los pasantes les presentaban. La construcción de los teselados se dio a partir de triángulos y cuadrados sobre una base del color que ellos escogieron. Un ejemplo de ello es la ilustración que podemos observar a la izquierda, donde se genera un teselación semiregular 3.3.3.4.4.



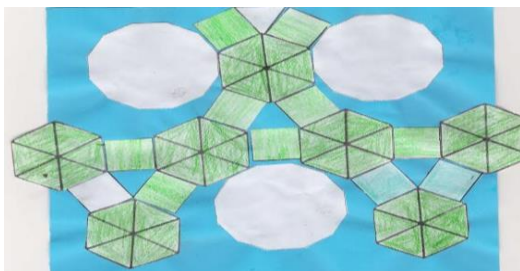
**Ilustración 6. Teselación regular 3.6.3.6**

Otro ejemplo que hizo un grupo fue el teselado que construyó un grupo a partir de triángulos verdes y una superficie amarilla, el cual era regular y era la composición de triángulos y hexágonos, cuya teselación era 3.6.3.6. Éste les costó trabajo estimar los ángulos iguales en el hexágono.



**Ilustración 7. Teselado Demi-regular "Gato con dos Relojes"**

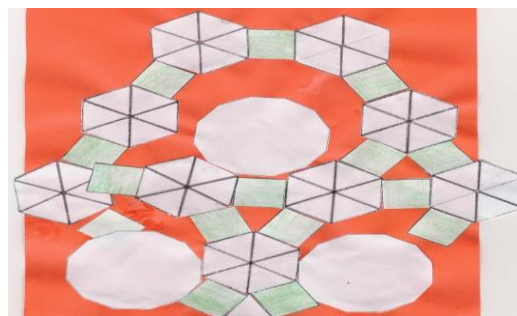
Un grupo de estudiantes decidió hacer un teselado demi-regular, el cual está conformado por tres teselados y ocho teselados semiregulares. La estrategia de este equipo fue armar el teselado como un rompecabezas y mientras el otro iba tomando las fichas ya ubicadas y las pegaba.



**Ilustración 8. Tesselado Demi-regular**

#### **Estructurado**

Este tesselado parte de la misma idea que el anterior, sin embargo los estudiantes realizan ciertos cambios para desarrollar la cara de un tigre según la apreciación de ellos.



**Ilustración 9. Tesselado "Tigre"**

Con relación a los tesselados esféricos, los estudiantes partieron de figuras planas y las pegaron en esferas, a continuación mostraremos algunos trabajos:

El tesselado denominado “Estrellas de mar” consiste en una aplicación de un tesselado plano regular de tipo mosaico, el cual se propuso en la etapa anterior al grupo de estudiantes, por lo que uno de los grupos decidió no abordar la Tesselación esférica a partir de polígonos, sino con formas diversas. Aunque en este caso las estrellas de mar constituían pentágonos y los caracoles constituían paralelogramos, la composición sobre el cuerpo esférico ocasionó que no se diera el tesselado de manera exacta, a lo que dieron como solución la superposición de partes argumentando la imposibilidad de cierre de una superficie plana sobre un cuerpo esférico.



**Ilustración 10. Tesselado Estrellas de Mar**

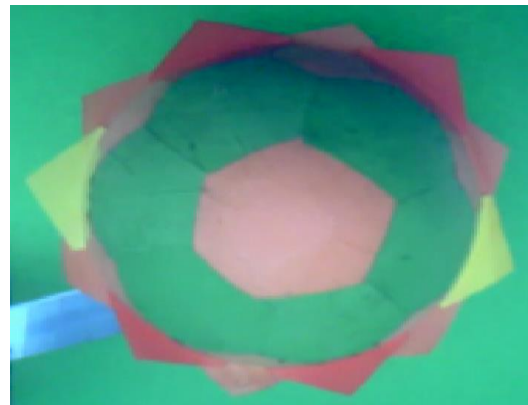




**Ilustración 11. Teselado "Balón de Fútbol"**

El teselado denominado Girasoles de colores fue hecho por un grupo de estudiantes con centro de hexágono y pétalos de triángulos; es una teselación regular mezclada con uniones de triángulos. El cuerpo esférico solo se recubrió de manera hemisférica, es decir, solo la mitad se asignó a teselado.

El teselado denominado Balón de fútbol, consta de una teselación regular de pentágonos y hexágonos, sin embargo solo una cara del teselado queda bien pues tiene ciertas confusiones con el orden de los pentágonos generando un error en el patrón que venían siguiendo.



## ***DISEÑO, PLANEACIÓN Y APLICACIÓN DE ACTIVIDADES***

### ***Actividades Grado primero***

#### ***Actividad 1. Construyendo números***

##### **INTRODUCCIÓN**

La actividad propone al estudiante nociones de la estructura de valor posicional a través de la representación de números con los diferentes materiales manipulativos, donde se pondrá en juego la noción de equivalencia construida a través del trabajo con conjuntos (biyecciones) para facilitar la construcción de dicha estructura.

##### **OBJETIVO GENERAL DE LA ACTIVIDAD:**

###### ***Construcción del número natural***

- Complementar la noción de estructura de valor posicional del sistema numérico decimal, a través de las regletas Cuisinaire y el ábaco cerrado como representaciones de las relaciones de equivalencia entre cantidades representadas por números.
- Hacer uso de las nociones de cardinalidad y ordinalidad dentro de un conjunto de elementos específico, para la estructura de su representación numérica.
- A partir de las características de los elementos de un conjunto del más grande al más pequeño, o del más pequeño al más grande, establecer sus posibles representaciones en el sistema numérico decimal, concretamente en el orden de unidades, decenas y centenas.

##### **GENERAL**

- Profesor: Identificar las diferentes formas de asociación y técnicas que utilizan los estudiantes para llegar a una cantidad solicitada, y a través de su representación identificar la noción de valor posicional como una relación de equivalencia teniendo en cuenta la cantidad de elementos y las características que estos poseen.

- Estudiantes: Dar una respuesta a las actividades planteadas donde se busca que el estudiante haga uso de técnicas de conteo y asociación para organizar de acuerdo a las características de cada conjunto que se forme, además de hacer uso de forma indirecta de suma y resta.

## REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA

Existen tres fases a considerar:

1. Fase manipulativa: Los niños investigan con las regletas.
2. Fase gráfica: Los niños, pintarán en una hoja la representación de lo que han investigado en la fase manipulativa.
3. Fase simbólica: Al principio lo hará el profesor para que los alumnos se vayan familiarizando ´ con ella. Por ejemplo, una blanca más otra blanca es igual a una roja, se traduce en que.

### Descripción de momentos

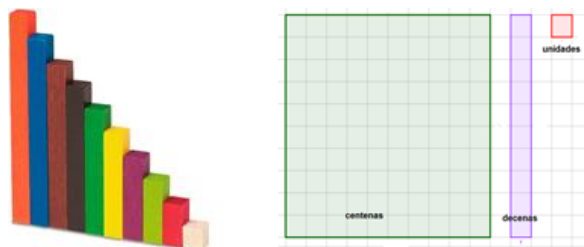
Primer momento: iniciar un primer acercamiento con las regletas a partir de la manipulación y exploración de las mismas, donde identifiquen características básicas de las mismas.

Segundo momento: Asociar cada regleta de color con el número que representa y posterior a esto ordenar de menor a mayor.

Tercer momento: Composición y descomposición de cantidades a partir de procesos de agrupación y desagregación.

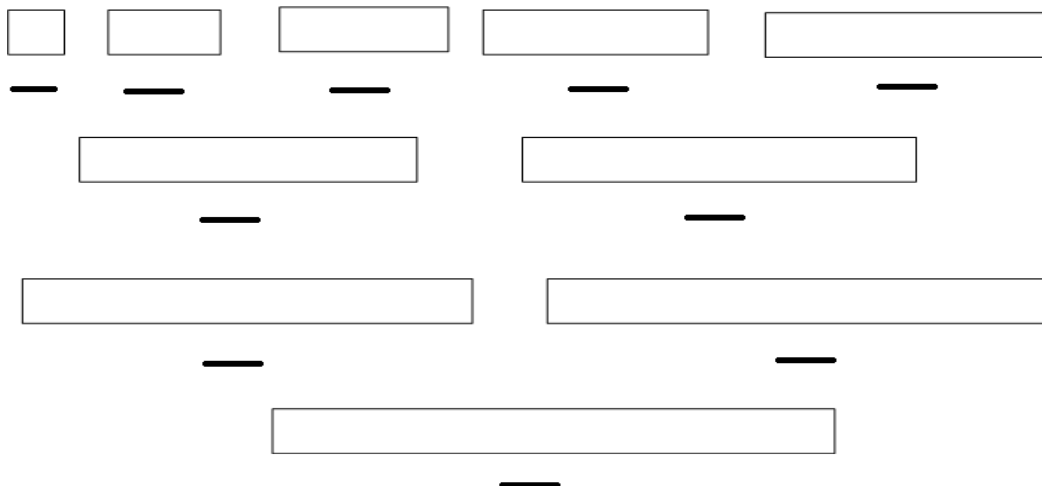
## RECURSOS

Regletas de Cuisinaire: Representación bidimensional de unidades, decenas y centenas

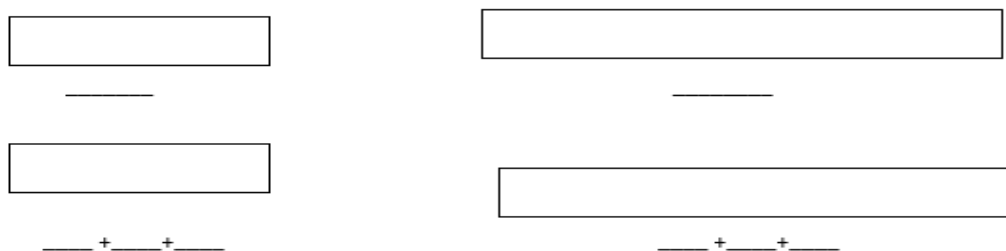


## Guía 1. Trabajando con regletas de Cuisinaire.

1. Vas a colorear las regletas y asignarles su respectivo número.

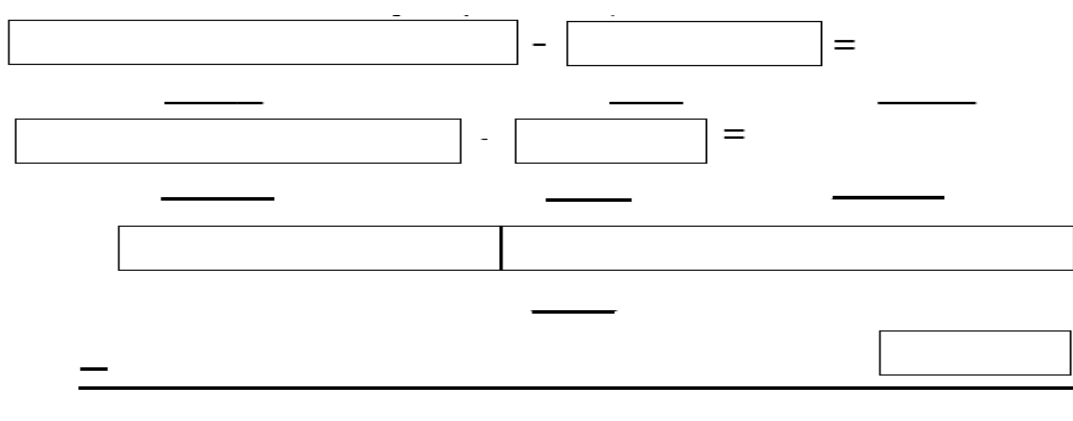


2. Vas a colorear la regleta y vas a encontrar 3 regletas iguales a las siguientes regletas.



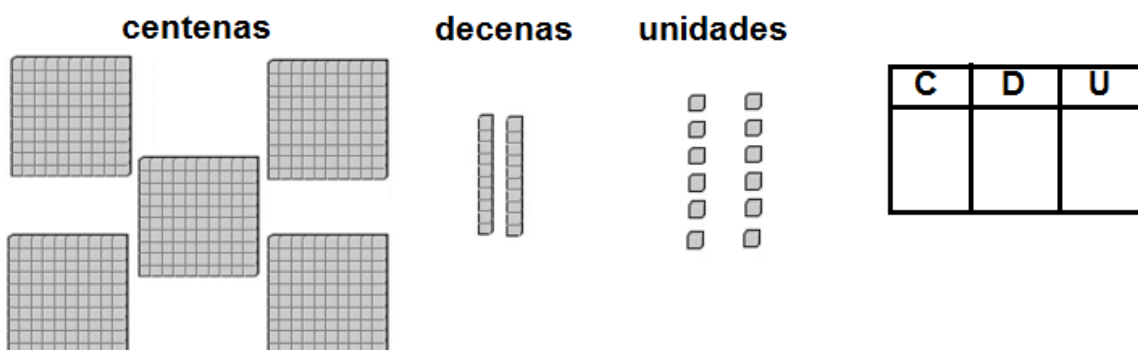
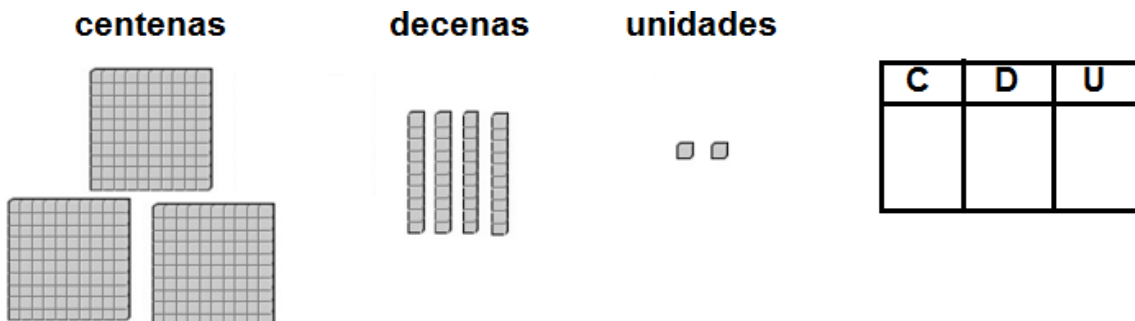
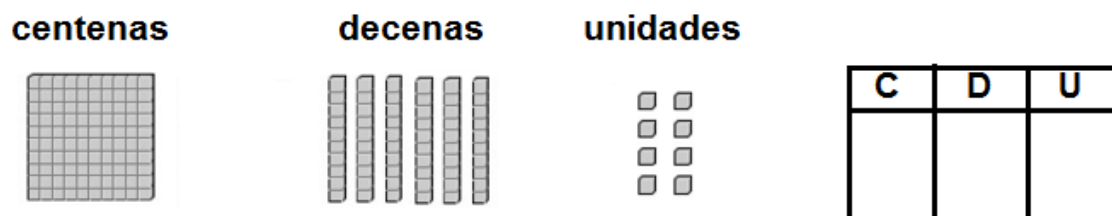
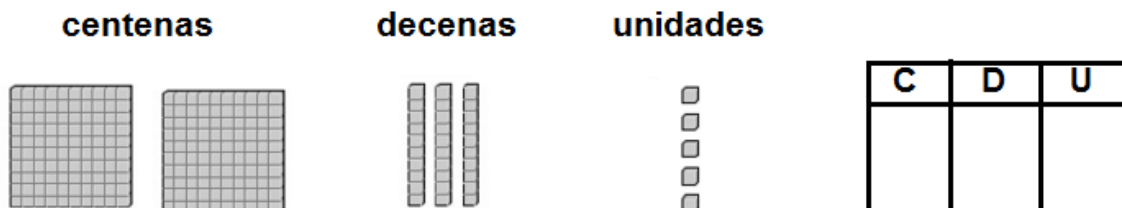
3. Vas a colorear la regleta y vas a encontrar 4 regletas iguales a las siguientes regletas.

4. Vas a colorear las regletas y realizar la operación.



## Guía 2

1. Cuenta y escribe las centenas, decenas y unidades y luego el número



## ***ACTIVIDAD 2: Orientando a la tortuga***

### **INTRODUCCIÓN**

La actividad propone al estudiante nociones de lateralidad y adición a partir del uso del programa FMSLogo, teniendo en cuenta los desplazamientos y giros de la tortuga.

### **OBJETIVO GENERAL DE LA ACTIVIDAD:**

Identificar nociones de lateralidad utilizando herramientas de software FMSLogo<sup>3</sup>.

Utilizar nociones de suma para hallar recorridos de la tortuga.

### **REFERENTE TEÓRICO**

Para desarrollar la actividad se tiene en cuenta la edad del estudiante y las diferentes habilidades que están desarrollando los estudiantes con relación a nociones topológicas.

Batlle (1994), aporta dos definiciones "La evolución de la conciencia de la estructura y organización del espacio se construye sobre una progresión que va desde una localización egocéntrica a una localización objetiva", a su vez lo entiende como "El desarrollo de actividades para el conocimiento espacial pretende potenciar en el niño la capacidad de reconocimiento del espacio que ocupa su cuerpo y dentro del cual es capaz de orientarse",

Según Piaget, entre los tres y siete años (primordial para nuestra práctica, puesto que entre estas edades se encuentran nuestros estudiantes) se va consolidando el esquema corporal favoreciendo las relaciones espaciales y adquiriendo las nociones de: **Tamaño:** grande, pequeño, mediano. **Dirección:** a, hasta, desde, aquí. **Situación:** dentro, fuera, encima, debajo. **Orientación:** derecha, izquierda, arriba, abajo, delante, detrás.

Por lo tanto partimos de la una localización egocéntrica tomando como imagen la tortuga para establecer desplazamientos y giros para la construcción de polígonos básicos.

---

<sup>3</sup> Es un software libre que en esta oportunidad se usó para analizar los movimientos de la tortuga y poder trabajar nociones de lateralidad, mediante el desplazamiento y la dirección de la misma.

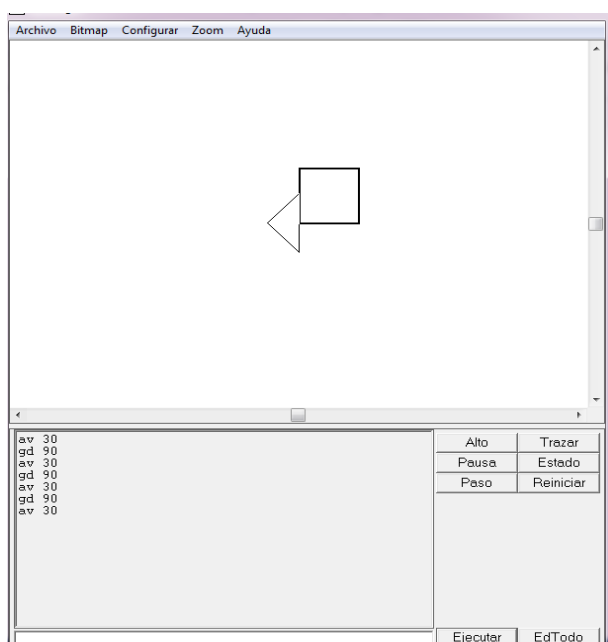
## DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

Primer momento: exploración del software para poder dar las instrucciones de movimiento de la tortuga.

Segundo momento: elaboración de instrucciones para realizar polígonos regulares (rectángulos y triángulos). Se les pedirá a los estudiantes que den la dirección de la tortuga (derecha o izquierda), mientras el profesor da la distancia de desplazamiento y el ángulo de rotación.

Tercer momento: estimación de perímetros (como suma de pasos de la tortuga). Se realizaran algunas preguntas para que los estudiantes estimen el total de recorrido de la tortuga.

### Guía 3.



**Ilustración 12. Software FMS Logo**

Como se puede observar en la figura de la izquierda, se construirá un cuadrado y un triángulo en FMSLogo, el profesor dará el ángulo, pero el giro y la distancia de cada segmento será establecida por los estudiantes.

Realizando preguntas como

- ¿Hacia dónde tiene que girar la tortuga izquierda o derecha?

La pregunta se iterará las veces necesarias para la construcción del polígono.

## ***ANÁLISIS***

### **Intenciones**

- Generar procesos exploratorios a partir del uso de recursos didácticos, que constituyan un elemento motivacional para el desarrollo de las actividades subsecuentes.
- Posibilitar al juego como una forma potente de aprendizaje.
- Interiorizar la noción de cantidad, fortaleciendo el reconocimiento y memorización de manera perceptual de las cantidades o colecciones de una muestra.
- Facilitar la obtención de habilidades de conteo diferentes a la recitación de palabras número.
- Reconocer a los números como etiquetas que cumplen la función de clasificar objetos, y dependiendo del contexto en que sean usados.
- Introducir la medida de magnitudes de diferente naturaleza como fuente fenomenológica para la construcción de los diferentes sistemas numéricos.
- Evidenciar la noción de cantidad como referente básico para definir el orden de aquello que se quiere organizar.
- Desarrollo de estructuras aditivas a partir de la relación entre cardinalidad de colecciones y sus magnitudes.

### **Recursos**

Para las actividades se utilizaron:

- Regletas de Cousinare
- Representación bidimensional de unidades, decenas y centenas
- Software FMSLogo



### ¿Qué hicieron los estudiantes? Interacción, acciones desarrolladas.



**Ilustración 13. Desarrollo de trabajo Guía 1**

Los estudiantes manipularon las regletas e hicieron construcciones con ellas, lo que los llevo a establecer características en cuanto a su tamaño y color, además de realizar relaciones de mayor que menor que e igualar un conjunto (una o más) de regletas con otro.

Hicieron una correspondencia entre las regletas y los números del 1 al 10 a partir de su tamaño.

Considerando lo anterior establecieron conjunto de regletas con misma medida a otra, en un primer momento la condición era que todas tenían que ser del mismo color.

Ejemplo:

Escojo regletas iguales que juntas tengan la misma medida que la regleta verde. De esta manera fueron realizando cada punto componiendo medidas de regletas hasta que la estudiante A preguntó:

- *¿todas las regletas pueden tener un número de regletas del mismo color que tengan la misma medida?*

A partir de ésta pregunta el practicante decidió que los estudiantes respondieran comprobando con cada regleta, un estudiante B hizo la siguiente apreciación:

- *No todas las regletas pueden tener conjunto de regletas iguales que tengan la misma medida, por ejemplo la negra no tiene grupo de regletas.*

Después una estudiante C dijo

- *Claro que si tiene, 7 blancas pueden ser igual de largas a la negra.*

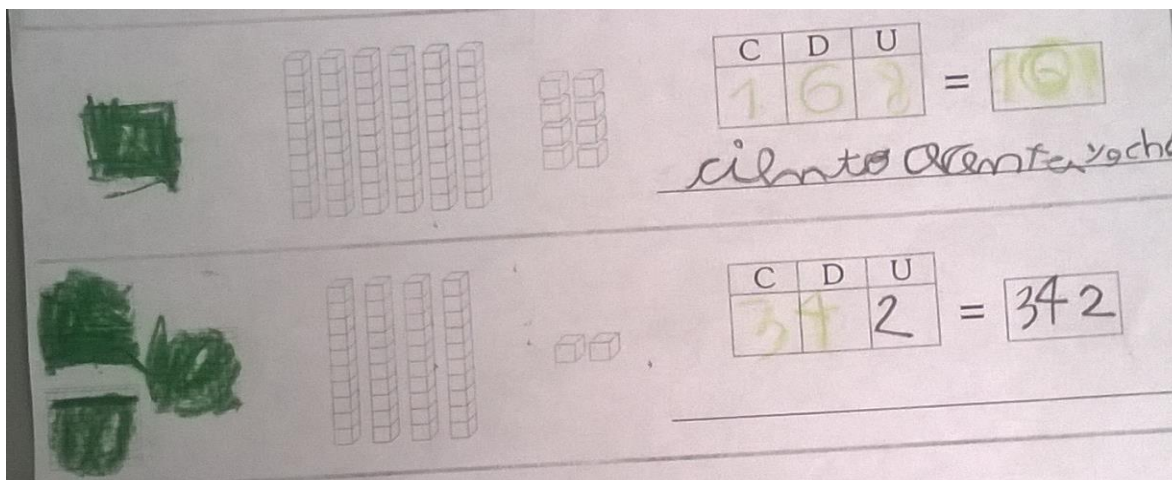
Teniendo en cuenta las intervenciones de los estudiantes el practicante hizo la siguiente pregunta:

- *¿Hay alguna regleta que su conjunto pueda generar todas las otras regletas, es decir que un número de regletas de ese color pueda tener la misma medida que las demás?*

El estudiante C volvió a participar diciendo lo siguiente:

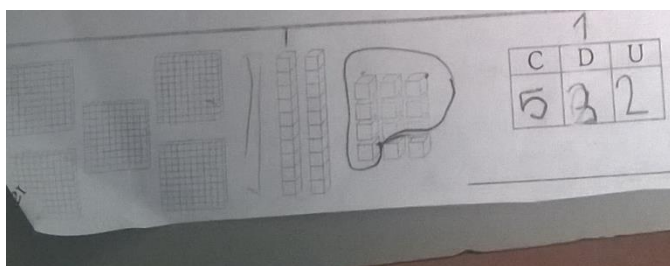
- *La regleta es la blanca, con ella yo puedo tener la misma longitud de las demás regletas.*

Con relación a los diferentes abordajes que se dieron para la elaboración de arreglos posicionales de tipo cardinal los estudiantes desarrollaron todos los puntos de manera rápida y sin inconvenientes conceptuales; partieron de las condiciones establecidas que fichas corresponden a unidades, filas a decenas y mallas a centenas, como se puede analizar en la siguiente ilustración.



**Ilustración 14. Ajuste posicional con regletas de Cuisinare**

En el último punto, la mayoría no sabía qué hacer pues había 12 fichas correspondientes a unidades como se puede observar en la ilustración de la izquierda.



**Ilustración 15. Abordaje de agrupación decimal**

Un estudiante hizo un arreglo que fue importante para el desarrollo de la actividad, cuando el practicante le preguntó que había hecho él respondió lo siguiente:

- *Como hay 12 fichas, con 10 puedo formar una columna y el número queda así: dos unidades (fichas), tres decenas (columnas) y 5 centenas, 532.*

## **Reflexión sobre los desarrollos de la actividad**

### **¿Qué intenciones se llevaron a cabo?**

Para las diferentes actividades que se llevaron a cabo con relación a la construcción del número, podemos decir que las intenciones plateadas en la planeación se lograron parcialmente, como vamos a enunciar a continuación:

- Con relación a la composición y descomposición de cantidades a partir de procesos de agrupación y desagregación, podemos decir que el uso de material tangible como fichas, columnas y mallas les permitió comprender mejor la noción de unidades, decenas y centenas; pues cuando realizan las sumas de manera algorítmica; y utilizan el término “llevar” no tiene conciencia que están sumando una decena al conjunto de decenas; pues muchos piensan que están sumando una unidad. Entonces cuando tienen este tipo de recursos pueden conformar nuevos grupos de fichas y entender qué número es él.
- Con relación al trabajo con medidas de magnitudes podemos analizar que hubo un buen reconocimiento del número como medida en el software FMSLogo, pues la representación de la tortuga como ellos en el programa les permitió pensar que el desplazamiento estaba mediado por pasos (números naturales) y que éstos independientes de la dirección sumados darían el total de pasos.
- Aunque logramos avanzar en cuanto a nociones de lateralidad a partir de una localización objetiva, no se cumplieron todas las intenciones a cabalidad pues hacer preguntas como Introducir la medida de magnitudes de diferente naturaleza como fuente fenomenológica para la construcción de los diferentes sistemas numéricos, no se llevó a cabo teniendo en cuenta que se trabajó de forma vaga en FMSLogo.

## *Actividades Grado Tercero*

### **ACTIVIDAD 1.**

#### **INTRODUCCIÓN**

La siguiente actividad pretende desarrollar diferentes procesos de cuotición y técnicas de conteo para la comprensión de la noción de multiplicación y división

#### **OBJETIVO GENERAL DE LA ACTIVIDAD:**

Comprender la noción de multiplicación y división a través de problemas de combinación y razón, utilizando recursos manipulativos tangibles y elaboración de reparto de medidas en superficies rectangulares.

#### **GENERAL**

- Profesor: identificar las diferentes estrategias que usan los estudiantes para resolver los problemas y realizar una idónea orientación para que ellos tengan una correcta manipulación de los recursos
- Estudiantes: Dar una respuesta a las actividades planteadas donde se busca que el estudiante haga uso de técnicas de conteo, cuotición, para la resolución de los diferentes problemas que se están planteando.

#### **REFERENTES TEÓRICOS – TEMÁTICA**

Cuando nos referimos a caracterizaciones del concepto de multiplicación, es fundamental presentar tres aspectos que la determinan y sobre las cuales se pueden establecer procesos de enseñanza que contemplen resoluciones diferentes a la suma reiterada o al simple proceso de memorización y recitación de las tablas de multiplicar. Teniendo en cuenta lo anterior tomamos como referencia la caracterización desarrollada por Maza **Fuente especificada no válida.**, En términos de (i) las diferentes formas en que se presentan esta operación, (ii) el tipo de unidades que intervienen en la misma y (iii) las estrategias que se usan para resolver situaciones problema que se proponen, en función de una posible clasificación por grado de dificultad. En el primer aspecto, Maza presenta una clasificación de cuatro tipos de problemas multiplicativos, que toma como base referencial las investigaciones de Schwarz (1976),

Vergnaud (1983), Quintero (1986) y Nesher (1988) citados en Maza **Fuente especificada no válida.** donde se exponen tres tipos de problemas multiplicativos: razón, comparación y combinación, definidos a partir del tipo de unidades que intervienen en cada uno de ellos, por lo que comenzaremos por esta descripción de unidades.

**Cantidades extensivas:** Hacen referencia al cardinal de un conjunto, es decir, a su número de elementos. Este tipo de cantidades se suelen denominar como (E). Ejemplos: 5 manzanas, 3 libros, 4 galletas.

**Razones:** Hacen referencia a la relación (razón) existente entre dos cantidades de distinta naturaleza, en las que la cantidad que opera como denominador tendrá de forma invariantes el cardinal uno (1). Este tipo de cantidades se suelen denominar como (R). Ejemplos: 16 casas por calle, 8 naranjas por paquete, \$1000 por cada cuaderno.

**Cuantificadores:** Expresan la relación existente entre dos cantidades de la misma naturaleza. Este tipo de cantidades se suelen denominar como (C). Ejemplos: cuatro veces más, tres veces más grande que, cuatro veces menos.

Una vez determinadas estas cantidades se tiene en cuenta la diferencia fundamental entre el desarrollo de Maza y los elementos de las investigaciones de referencia, la cual consiste en la existencia de un cuarto tipo de problemas de tipo multiplicativo que puede ser trabajado en la escuela básica primaria, que se denominan problemas de conversión. La diferencia se constituye a partir de los tipos de unidades (desde la perspectiva de Schwarz) que intervienen en cada categoría; A continuación presentamos un diagrama que representa las características principales de los tipos de problemas.

TIPO	FORMA	EJEMPLO
Razón	$E \times R = E$	En un closet hay 5 cajones y en cada cajón hay 10 camisas. ¿Cuántas camisas hay en un closet?
Comparación	$C \times E = E$	Un lápiz vale \$500. Otro más grande cuesta tres veces más. ¿Cuánto vale el lápiz grande?

Combinación	$E \times E = E$	¿Cuántas parejas de ropa podemos formar con tres camisas y cuatro pantalones?
Conversión	$R \times R = R$	En cada bolsa hay 5 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 3 chicles. ¿Cuántos chicles hay en cada bolsa?
	$R \times C = R$	Un paquete pequeño trae seis galletas. ¿Cuántas traerá el grande que tiene tres veces más galletas?
	$C \times C = C$	Juan dobla la edad de Luis y este tiene tres veces la edad de Ana. ¿Cuántas veces es mayor la edad de Juan que la de Ana?

**Tabla 4. Tipos de problemas multiplicativos (Maza, 1991)**

## **DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES.**

### **Primera actividad**

Resolver problema de multiplicación de razón denominado “El camino del equilibrista”, utilizando diferentes estrategias para su representación y solución. (Individual y grupal)

### **Segunda actividad**

Resolver problema de multiplicación y división de razón denominado “la piñata de Lucas” utilizando recurso manipulativo tangible.

Se le entregará a cada estudiante unos cuadrados correspondientes a los paquetes de dulces y maíz pira que simularán ser dulces. Se les pedirá que realicen reparticiones de dulces en los paquetes, donde dependiendo de la pregunta se responderá a problemas de división o multiplicación.

### **Tercera actividad**

Se realizará un reparto equivalente por medio de procesos perceptuales de los cambios en las superficies. A cada estudiante se le entregará una hoja de papel iris y se le pedirá que la doble de tal manera que todas las divisiones sean iguales, en algunos casos se pondrá como

condición que queden divisiones perpendiculares y en otras se dejara a elección del estudiante.

### **Primera actividad: El camino del equilibrista**

Un equilibrista camina sobre una cuerda que mide 127 pasos

¿Cuántos pasos dio para recorrer toda la cuerda?

Si da saltos de 3 pasos cada uno ¿Cuántos saltos da para recorrer toda la cuerda?

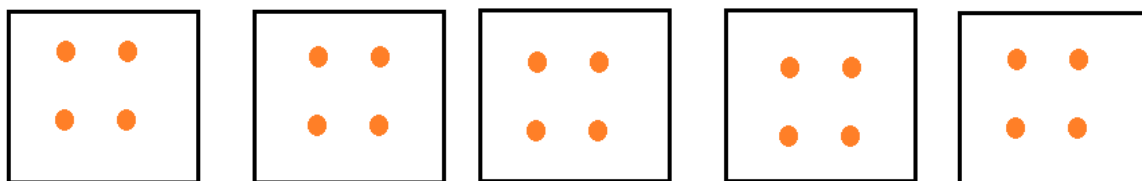
### **Segunda actividad: “La piñata de Lucas”**

Vas a la piñata de Lucas y te dan una bolsa con dulces. Los dulces vienen en paquetes de (según número acordado). Si tienes (según número acordado) paquetes ¿cuántos dulces tienes?

Vas a la piñata de Lucas y te dan una bolsa con dulces. Los dulces vienen en paquetes de (según número acordado). Si tienes (según número acordado) dulces ¿cuántos paquetes de dulces tienes en la bolsa?

Ejemplo:

Vas a la piñata de Lucas y te dan una bolsa con dulces. Los dulces vienen en paquetes de (4). Si tienes (5) paquetes ¿cuántos dulces tienes?



Respuesta: Tengo 20 dulces en la bolsa

### Tercera actividad: División de superficies

La siguiente actividad no tendrá guía en físico, las instrucciones del proceso a seguir se darán de manera oral.

Vas a tomar tu hoja y la vas a doblar en 4 partes iguales (como quieras). A continuación se muestran las diferentes formas en que se puede dividir la hoja.

- Ahora vas a dividir la hoja en  $n$  ( $n > 3$ ) en líneas paralelas.
- Divide la hoja en 6 partes de 2 maneras posibles.
- Divide la hoja en 12 partes que no sea líneas paralelas.

### ANÁLISIS

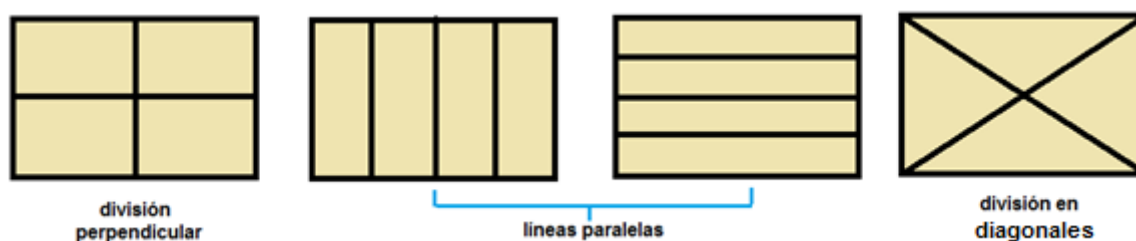


Ilustración 16. Algunas posibilidades de reparto geométrico

### Intenciones

- Posibilitar el uso de elementos de la cotidianidad como una forma potente de aprendizaje.
- Identificar algunas características de variación de acuerdo a distintos repartos posibles.
- Identifica los diferentes datos que hay en un problema que lo lleven a generar estrategias para una posible solución.

### Recursos

- Intervenciones de los practicantes.
- Los estudiantes usaron los siguientes recursos.
- Calculadora de celular, ábaco y tablero.



### ¿Qué hicieron los estudiantes? Interacción, haceres desarrollados.

Con relación a la primera pregunta: Un equilibrista camina sobre una cuerda que mide 127 pasos ¿Cuántos pasos dio para recorrer toda la cuerda?

Los estudiantes respondieron de manera clara que eran 127 pasos; unos pocos no estaban seguros de la respuesta, pero la argumentación de los compañeros los hizo entender por qué. El compañero dijo lo siguiente:

- *Si el problema dice que mide 127 pasos, la cuerda mide eso porque no hay más ni menos cuerda.*

Con relación a la segunda pregunta:

Si da saltos de 3 pasos cada uno ¿Cuántos saltos da para recorrer toda la cuerda?

Se puede decir que ésta generó una discusión donde varios estudiantes dieron diferentes respuestas como se expondrá a continuación.

El estudiante A realizó el algoritmo concluyendo que el equilibrista daba 42 saltos; pero hubo algo que lo cuestionó, era el residuo de la división era correspondiente a uno; así que pregunto

- *Profes si el equilibrista da 42 saltos para pasar la cuerda y le sobra uno ¿qué le sobra?*

Lo que decidieron los practicantes fue realizar esta pregunta al grupo y nadie pudo responder qué le sobraba; sin embargo un estudiante quiso realizar un dibujo donde describiera los movimientos del equilibrista.

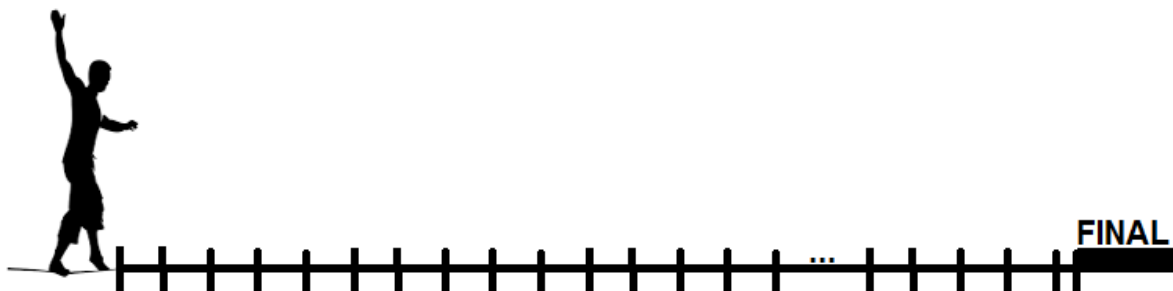


Ilustración 17. Representación gráfica del problema del equilibrista

Luego, un estudiante C dijo

- *“Todas las divisiones son saltos, ese último corresponde a un paso del equilibrista”.*

Y otro estudiante negó esa posibilidad pues el problema preguntaba cuántos saltos daba no cuántos pasos, en ese momento un practicante intervino preguntando a los estudiantes si fuese posible mezclar pasos y saltos.

Otro estudiante dijo que si fuese posible pues si solo se daban saltos para llegar al final se iba a caer el equilibrista, por lo que era necesario dar pasos.

En el momento en que se presentó la confrontación de ideas por parte de estos estudiantes, un estudiante D utilizó la calculadora de su celular e hizo la división dando como cociente 42.3333333..., Entonces el niño preguntó:

- *“Después de la coma qué significan esos 333333...”*

El estudiante D dio como posible solución lo siguiente:

- *“Si tomamos 142 y vamos restando 3, luego tomamos el número de 3 que se repite como los saltos y lo que sobra como los pasos”.*

Algunos estudiantes tomaron esta opción como tediosa menospreciándola por su proceso. En este momento, los practicantes intervinieron para que los estudiantes valoraran la opción y no la eludieran, argumentando que era necesario resaltar que la idea de resta no era inapropiada.

Un estudiante E tomo el ábaco por cada 3 cuentas que corría en la parte superior (correspondientes a pasos), en la parte inferior corría 1 (correspondientes a saltos). Hizo este proceso hasta que corrió 51 cuentas en la parte superior y contó las de abajo, ambos resultados los multiplicó por 2 arriba dio 102 y abajo 34, reinició el conteo en ambas partes hasta que arriba llego 24 y abajo a 8, sombrando 1 en la parte superior.

## **Reflexión sobre los desarrollos de la actividad**

### **Qué intenciones se llevaron a cabo**

Las intenciones de esta actividad se llevaron a cabo y más allá de eso, trascendieron hacía otros objetos matemáticos que no se pensaban trabajar; lo estudiantes fueron capaces de dar múltiples soluciones al problema, cada una con argumentos matemáticos suficientes y aun mejor, validadas por sus mismo compañeros.

Se logró ver la división en el problema teniendo en cuenta el cambio de medida entre pasos y saltos y su relación ( $1 \text{ salto} = 3 \text{ pasos}$ ), la intención de la actividad era que ellos se apropiaran de la medida de la cuerda y trabajaran diferentes unidades de medida en ella.

Los estudiantes por autonomía decidieron utilizar diferentes recursos (tablero, calculadora, ábaco) como instrumentos de mediación, con el fin de representar la situación y realizar procesos algorítmicos.

Se pudo llevar a cabo procesos más complejos en cuanto a la división, más allá de pensarlo como un algoritmo donde la división era inexacta, pues sobraba 1, sino llegaron a relacionar diferentes unidades de medida y comprender a qué medida correspondía cada parte del algoritmo.

## **Actividad 2.**

### **Intenciones**

- Identificar algunas características de variación de acuerdo a distintos repartos posibles.
- Comprender la noción de multiplicación y división a través de problemas de combinación y razón, utilizando recursos manipulativos tangibles
- Identifica los diferentes datos que hay en un problema que lo lleven a generar estrategias para una posible solución

### **Recursos**

- Intervenciones de los pasantes.
- Los estudiantes usaron los siguientes recursos.

- Cuadrados correspondientes a los paquetes de dulces y maíz pira que simularán ser dulces.

### ¿Qué hicieron los estudiantes? Interacción, haceres desarrollados.

Cada estudiante tenía un grupo de cuadros correspondientes a los paquetes de dulces y una porción de maíz pira correspondiente a los dulces.

Cuando se les daba un problema como: Vas a la piñata de Lucas y te dan una bolsa con dulces. Los dulces vienen en paquetes de (3). Si tienes (6) paquetes ¿cuántos dulces tienes?

Los estudiantes tomaron como estrategia poner el número de paquetes en la mesa, ir poniendo de a 3 (maíces) dulces en cada paquete y por ultimo contar los dulces que habían en todos los paquetes.

Con relación al siguiente problema: Vas a la piñata de Lucas y te dan una bolsa con dulces. Los dulces vienen en paquetes de 7. Si tienes 56 dulces ¿cuántos paquetes de dulces tienes en la bolsa?



**Ilustración 18. Desarrollo por reparto**

Los estudiantes tomaron como estrategia, en primera medida contar los 56 dulces (maíces), luego poner un número paquetes (al tanteo) y en cada uno de ellos ubicar 7 dulces hasta que se les terminaran los dulces; por último contar el número de paquetes que les quedaba. Un ejemplo de ello, es la imagen que se puede observar a la izquierda del texto. Sin embargo, algunos estudiantes consideraron usar la

misma estrategia que en el anterior, sin tener en cuenta que las cantidades que daban el problema y las que pedía había cambiado de rol.

Una estudiante A tenía 24 paquetes y le estaba pendiendo a la practicante más para llegar a 56, en ese momento la practicante utilizó les pidió a los demás estudiantes que validaran el proceso de la compañera y una estudiante B respondió:

- *“El proceso que ella está usando está mal, ese es del anterior problema, pues debe tener que ahora le dan el total de números no de paquetes; ahora lo que toca hacer es encontrar los paquetes teniendo el número de dulces”.*

Esta apreciación fue clara y concisa para los estudiantes que estaban realizando el mismo proceso que la estudiante A; de ahí en adelante resolvieron todos los problemas que tenían. Luego de esto, la practicante les solicitó que en grupos cada uno se inventara un problema de cada forma planteada y que otro estudiante lo resolviera.

## **Reflexión sobre los desarrollos de la actividad**

### **Qué intenciones se llevaron a cabo**

Las intenciones de la actividad se pudieron cumplir, pues los estudiantes lograron determinar las diferentes cantidades que intervenían en los problemas de la multiplicación y división.

Los procesos de cuotición que hicieron con recursos manipulativos-tangibles les permitió entender que el proceso de repartición y técnicas de conteo tienen relación con la división y multiplicación, aspecto que no se evidenciaba tan claro en un primer momento de acercamiento a estos problemas, pues ellos estaban acostumbrados a resolver operaciones que implican estos conceptos y cuando realizaban problemas asociados a esto, se preocupan por realizar el algoritmo sin analizar qué cantidades ofrece el problema y qué cantidades pide. Cuando trabajan con esto, establecieron diferencias entre cantidades extensivas (dulces y paquetes) y cantidades intensivas (dulces por paquete) y a partir de analizar el problema utilizar estrategias idónea para su resolución.

Lograron establecer diferentes técnicas de conteo en algunos casos de uno en uno, en otras utilizaban como múltiplo el número de maíces que había en cada paquete. Y en algunos casos utilizar la multiplicación directa para saber cuántos dulces había en la bolsa.

Por otra parte, vale la pena considerar que las intenciones trascendieron a otro espacio, pues se pasó interpretar y argumentar a proponer problemas, lo que implicaba una interiorización del concepto para producir problemas de combinación y razón. Donde ellos eran quienes validaban si el problema era claro, coherente y tenía solución.

### Actividad 3.

#### Intenciones

- Generar procesos exploratorios a partir del uso de polígonos que componen superficies en arreglos libres coordinados por el estudiante.
- Reconocer a las fracciones como particiones que representan la relación parte todo dependiendo del contexto en que sean usados.
- Reconocer la condición de reparto equivalente por medio de procesos perceptuales de los cambios en las superficies.

#### Recursos

- Intervenciones de los practicantes
- Los estudiantes usaron los siguientes recursos.
- Hojas de papel iris

#### ¿Qué hicieron los estudiantes? Interacción, haceres desarrollados.

Lo primero que hicieron los estudiantes fue entender cuáles eran las diferentes formas de hacer dobleces en la hoja (división perpendicular, en paralelas y diagonales). Posterior a esto, se inició el trabajo orientado por los practicantes donde se les daba la instrucción para el número y tipo de dobleces que debían hacer.

Cuando se les pide que doblen la hoja en 6 partes de dos maneras posibles la mayoría toma como primera opción dividirla en líneas paralelas, sin embargo les cuesta trabajo que los sectores sean iguales como se puede observar en la imagen de la derecha.



**Ilustración 19. División inicial de la superficie propuesta**

En el momento que se da como instrucción que doblen la hoja en 5 partes iguales y que no sean paralelas, los estudiantes no pueden realizarlo; el practicante le pregunta que si no se puede hacer ¿por qué sucede esto? Un estudiante responde a la pregunta:

- *Cuando hago la división en diagonales siempre me sale 2,4 y 8, entonces por esa forma no se puede y cuando doblo en cruz (perpendicular) lo puedo dividir en 4 o 6, entonces me sobra o falta una parte, entonces de esas maneras no se puede.*

Los compañeros validan esta apreciación como verdad. Continuando con la última instrucción que es dividir la hoja en 12 partes que no sea líneas paralelas, los estudiantes la realizan fácilmente tomando a hoja que tenían de 6 de líneas paralelas haciendo una división perpendicular por la mitad de la hoja. Al final los practicantes les piden a los estudiantes que realicen conclusiones del trabajo hecho, algunas de ellas son:

- *Cuando nos piden que dividamos en números como 3, 5, 7... solo se puede de maneras paralelas.*
- *La división en diagonales solo dan números 2, 4, 8...*
- *Para números pares se puede usar la división perpendicular.*

Cuando se les pide que dividan el papel en números de la forma  $2^n$ , los estudiantes lo hacían sin mayor complicación hacer los dobleces en el papel, pero cuando se les pedía que lo dividieran en números pares diferentes a los anteriores les costaba mantener la condición de que los segmentos debían ser iguales.

## **Reflexión sobre los desarrollos de la actividad**

### **¿Qué intenciones se llevaron a cabo?**

Al usar recursos manipulativos tangibles como la hoja de papel se pudo desarrollar diferentes trabajos en cuanto a la estimación de espacio por sector, para cumplir la condición de que todas fueran iguales. Cuando se les pide que dividan el papel en números de la forma  $2^n$ , los estudiantes hacían sin mayor complicación los dobleces en el papel, pero cuando se les pedía que lo dividieran en números pares diferentes a los anteriores les costaba mantener la condición de que los segmentos debían ser iguales.

Los estudiantes logran establecer conjeturas que ayudan acerca de cuándo se puede dividir de una forma u otra dependiendo del número de partes que se requiere, lo que genera una introducción hacia criterios de divisibilidad.

## ANÁLISIS CUANTITATIVO

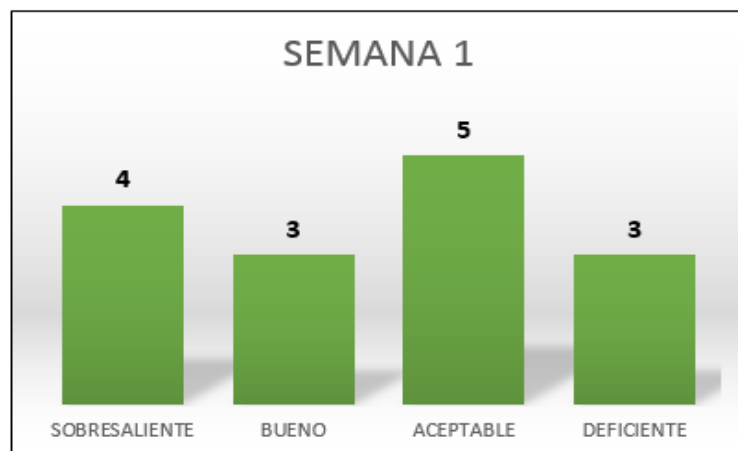
A continuación se presentan algunas caracterizaciones de tipo descriptivo – cuantitativo con respecto a las intencionalidades trazadas para cada proyecto.

### *Adaptación A La Vida Escolar – “Somos Diversos, Somos Valiosos”*

#### *Proyecto 1. Arte, Creatividad y Espacio*

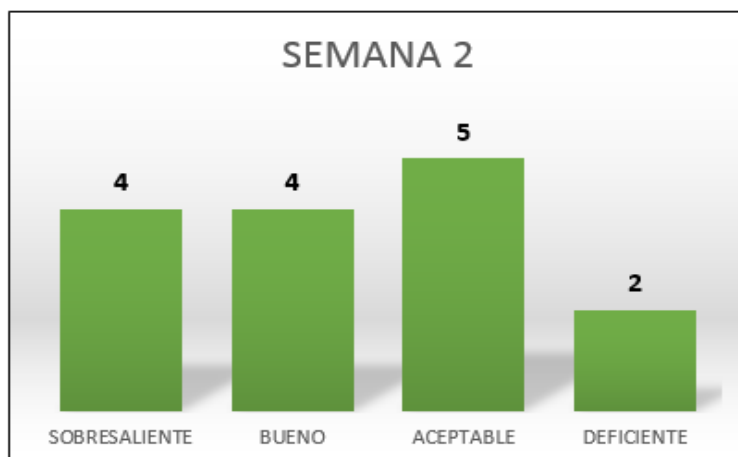
- Reconocimiento del grupo de estudiantes y planteamiento del proyecto.
- Ejecución de actividad de reconocimiento.
- Organización de grupos de estudiantes.
- Asignación de roles para cada estudiante.

SEMANA 1	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	4
BUENO	3
ACEPTABLE	5
DEFICIENTE	3



- Escucha y seriación de los roles de cada integrante.  
Nociones de lateralidad y ubicación en el espacio.

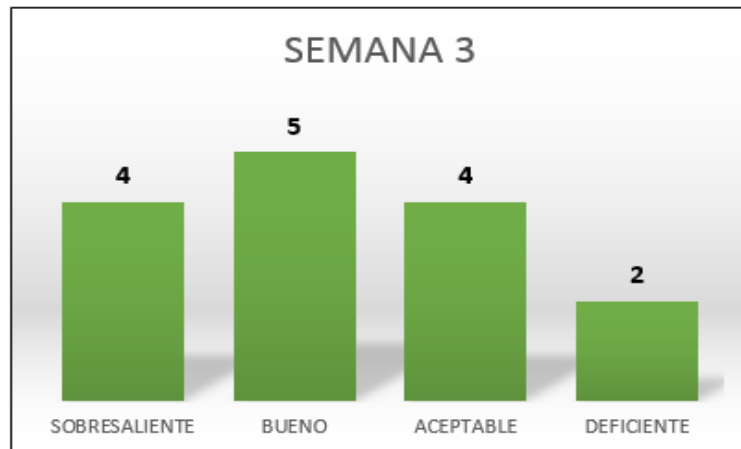
SEMANA 2	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	4
BUENO	4
ACEPTABLE	5
DEFICIENTE	2





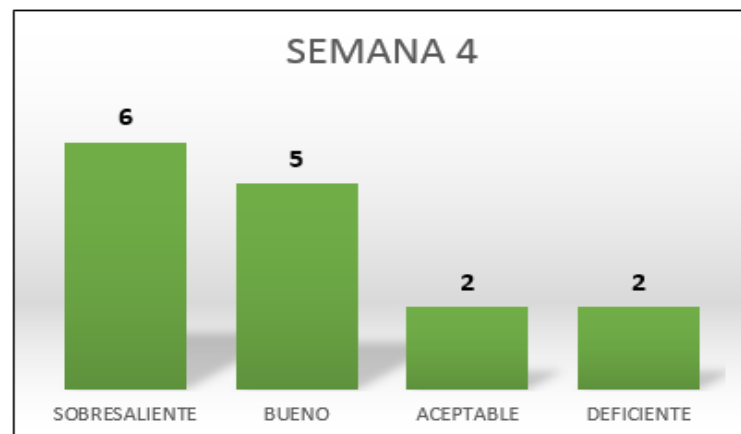
- Coordinación motora entre tiempo, espacio y posición (individual).
- Coordinación motora entre tiempo, espacio y posición (grupal).

<b>SEMANA 3</b>	
<b>CATEGORIA</b>	<b>ESTUDIANTES</b>
SOBRESALIENTE	4
BUENO	5
ACEPTABLE	4
DEFICIENTE	2



- Elaboración de vestuario y escenografía.
- Muestra previa completa de la presentación.

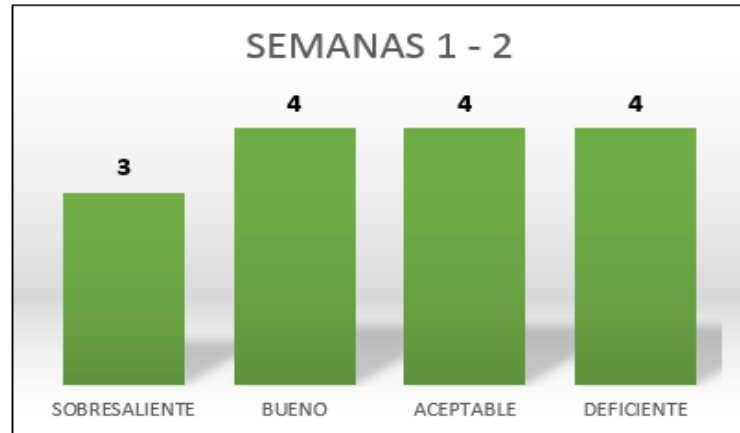
<b>SEMANA 4</b>	
<b>CATEGORIA</b>	<b>ESTUDIANTES</b>
SOBRESALIENTE	6
BUENO	5
ACEPTABLE	2
DEFICIENTE	2



### ***Proyecto 2. Reconociendo y Haciendo: El Arte en Nuestro Entorno***

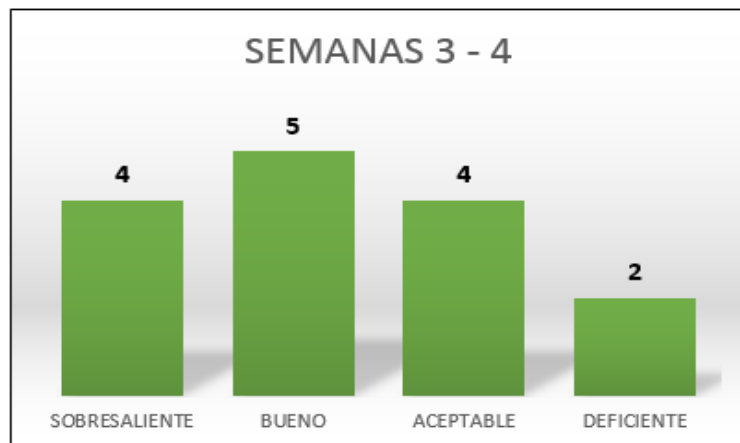
- Organización de grupos de estudiantes.
- Asignación de roles para cada estudiante.
- Selección individual de figuras planas básicas a teselar.
- Uso y reconocimiento figuras geométricas que rellenan el plano (cuadrado y triángulo equilátero)
- Construcción de formas básicas teseladas con cuadrados y triángulos equiláteros.
- Composición de formas geométricas a partir de otras formas básicas
- Reconocimiento de características básicas del límite de una superficie y llenado con formas geométricas.
- Trabajo creativo libre (individual).

SEMANAS 1 - 2	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	3
BUENO	4
ACEPTABLE	4
DEFICIENTE	4



- Modificación de figuras geométricas creando figuras patrón que rellenan el plano sin dejar espacios libres.
- Composición de teselados a partir de formas básicas transformadas en figuras patrón.
- Reconocimiento de características básicas de densificación de una superficie a través de llenado con figuras patrón encajables. Principios de composición cíclica.
- Trabajo creativo libre (grupal).
- Construcción de frisos.
- Reconocimiento de características de repeticiones en una sola dirección.
- Reconocimiento de características de simetría y traslación de las formas geométricas.
- Trabajo creativo libre (grupal).

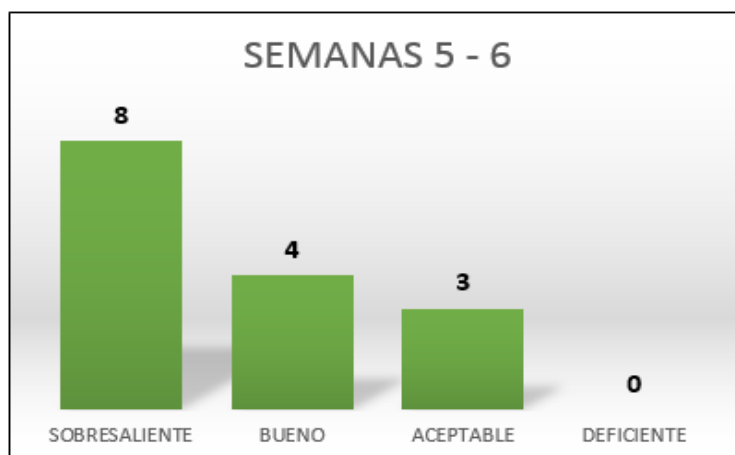
SEMANAS 3 - 4	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	4
BUENO	5
ACEPTABLE	4
DEFICIENTE	2



- Construcción de mosaicos.
- Reconocimiento de características de repeticiones en más de una dirección.
- Reconocimiento de características de rotación de las formas geométricas.
- Trabajo creativo libre (grupal).
- Construcción de teselados en superficies esféricas.

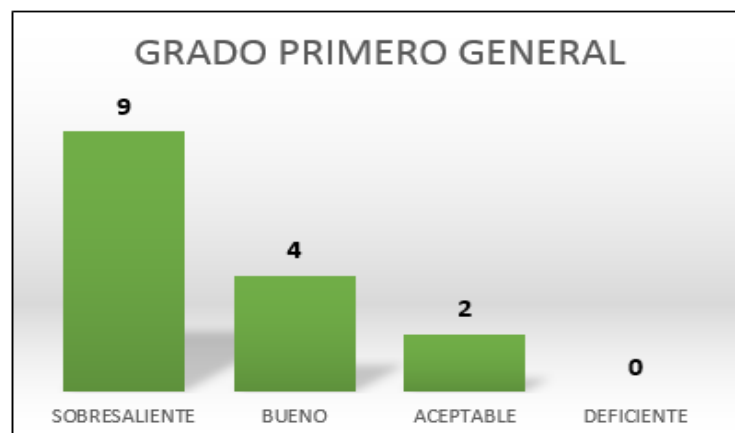
- Reconocimiento de lo ilimitado sin necesidad de ser infinito.
- Selección de trabajos para la muestra (consensuada)

SEMANAS 5 - 6	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	8
BUENO	4
ACEPTABLE	3
DEFICIENTE	0

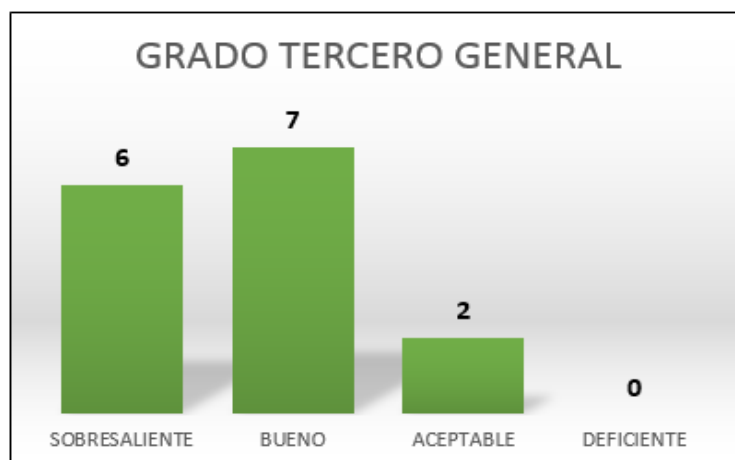


### *Dificultades en Matemáticas Escolares – “Construyamos Matemáticas”*

GRADO PRIMERO GENERAL	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	9
BUENO	4
ACEPTABLE	2
DEFICIENTE	0



GRADO TERCERO GENERAL	
CATEGORIA	ESTUDIANTES
SOBRESALIENTE	6
BUENO	7
ACEPTABLE	2
DEFICIENTE	0



## CONCLUSIONES

- Considerando el objetivo general, se logró generar una visibilización de los estudiantes, como parte de sus cursos; pues los diferentes desarrollos dados en ABP generando herramientas de empoderamiento en las diferentes situaciones, dándoles a cada estudiante un sentido de pertenencia de la institución al ser parte de la comunidad y poder contribuir con sus diferentes habilidades en la ejecución de diferentes proyectos.
- Los procesos de inclusión escolar suponen estructuración profesional de parte del docente, en términos del desarrollo de propuestas de aula que vinculen de forma real a la totalidad de los grupos de estudiantes, no solo en lo presencial, sino en la interacción social que supone no solo la escolaridad, sino el desarrollo en comunidad.
- Los procesos de diseño de aula escolar inclusiva se constituyen como un reto intrínseco del proceso docente, no solo en términos de capacitación, sino en ampliación del alcance de procesos didácticos a partir de las caracterizaciones del contexto.
- Además, valores como el respeto a la diversidad de pensamiento, de habilidades y de comportamientos; fue algo que lograron aprender y poner en práctica; el trabajo en grupo generó lazos de amistad, trabajo en equipo, sentido de alteridad, entre otros.
- Podemos decir que hasta el momento logramos consolidar un proyecto en la institución, que todavía necesita de dedicación y contribución de ideas y estrategias que mejoren, la inclusión es una realidad a medias, y proyectos como el que establecimos contribuye a que sea una realidad completa; la formación que obtuvimos en el proyecto curricular LEBÉM nos da herramientas para lograrlo y esperamos que los próximos pasantes continúen con la idea, la mejoren y la transformen para que este proyecto continúe.

## Bibliografía

- Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L., & Gómez, P. (2012). Razones Trigonómicas. En P. Gómez, *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (págs. 342-414). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Blank, W. (1997). Instrucción Auténtica. En W. Blank, & S. Harwell, *Prácticas prometedoras para la conexión de la escuela secundaria al mundo real*. Tampa: Universidad del Sur de la Florida.
- Bottoms, G. (1998). Conectando el currículo a la vida real. *Rompiendo Marcas: Haciendo que suceda*.
- DeGoumois, D. (2004). *Estructuración y Gestión del Espacio*. Berna.
- DeGoumois, D. (2008). *A todos los niños del cielo y de la tierra*. Bogotá: Fundación La Fuerza de Vida.
- Ernst, B. (2007). *El Espejo Mágico de M.C.Escher*. Köln: Taschen.
- Future, J. (2000). *Using real-world projects to help students meet high standards in education and the workplace*. Obtenido de Using real-world projects to help students meet high standards in education and the workplace.: <http://registration.jff.org/~jff/Documents/HighStds.pdf>
- Gómez Penalonga, B., & Santos Ramos, A. (2012). *Competencias para la Inserción Laboral - Guía para el profesorado*. Madrid: Fondo Social Europeo - UE.
- Kilpatrick, J., & Stanic, G. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*. , 1-22.
- Malinowski, N. (2007). La contribución del pensamiento complejo a la reforma de la inteligencia humana: la perspectiva histórico-comparativa. *Ethos Educativo*, 23-46.

- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2007). *Educación inclusiva con calidad: módulo n° 1, procedimientos y conceptos básicos para una educación inclusiva con calidad*. Bogotá: MEN.
- Moursund, D. B. (1997). *National Foundation for the Improvement of the Education*.  
Obtenido de National Foundation for the Improvement of the Education:  
<http://www.iste.org/research/roadahead/pbl.html>
- Reyes, R. (1998). *Northwest Regional Educational Laboratory, Comprehensive Center Region X*. Obtenido de Northwest Regional Educational Laboratory, Comprehensive Center Region X: <http://www.nwrac.org/pub/hot/native.html>
- Sánchez, N. (2009). *Re-equilibrio y Estructuración Cognitiva y Desarrollo Vital en Niños y Jóvenes*. Bogotá: IDEXUD.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Press.
- Thomas, J. (1998). *Project based learning overview: Buck Institute for Education*.  
Obtenido de Project based learning overview: Buck Institute for Education:  
<http://www.bie.org/pbl/overview/index.html>