INFORME DE PASANTÍA
ALFABETIZACIÓN EN MATEMÁTICAS Y DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO PARA MUJERES EN CONDICIÓN DE VULNERABILIDAD

DAVID NICOLÁS CLAVIJO GIL

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

PROYECTO CURRICULAR DE LICENCIATURA EN

EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ 2016

INFORME DE PASANTÍA: ALFABETIZACIÓN EN MATEMÁTICAS Y DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO PARA MUJERES EN CONDICIÓN DE VULNERABILIDAD

DAVID NICOLÁS CLAVIJO GIL

PASANTÍA DE EXTENSIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

DIRECTOR:

JOSÉ TORRES DUARTE
MAGISTER EN DOCENCIA

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

PROYECTO CURRICULAR DE LICENCIATURA EN

EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ 2016

Contenido

INTRODUCCIÓN

A continuación se presenta un informe, el cual fue desarrollado en el marco de la pasantía realizada en el IDIPRON, en el proyecto madres; dicho informe abarca una síntesis del trabajo desarrollado durante un semestre con las estudiantes del proyecto, en una serie de sesiones de clase de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a madres en condición de vulnerabilidad para los grados sexto y octavo.

El presente informe está dividido en tres capítulos principalmente, en los cuales se describen aspectos relevantes de la pasantía en su gestión, aplicación y conclusión. Inicialmente, el primer capítulo se refiere a la información general de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y el IDIPRON así como el acuerdo al que se someten las partes y el pasante, teniendo en cuenta varias responsabilidades que adquiere cada uno de los participes del acuerdo. Seguidamente, se realiza una breve descripción de la población junto con los objetivos que se desarrollan en el marco de la pasantía y la justificación que resalta la importancia de ejecutar el presente informe.

A continuación, se destaca el segundo capítulo en el que se plantea un marco teórico dividido en: marco legal, marco matemático, marco didáctico y marco metodológico, el cual se planteó como base para lograr el mayor alcance de los objetivos propuestos y como complemento durante las acciones que se desarrollaron de manera práctica en la pasantía.

El tercer capítulo aborda el plan de acción de la pasantía, mostrando los resultados que se obtuvieron con las estudiantes en IDIPRON, el respectivo análisis de los mismos, junto con un análisis más general de cada curso; los cuales permitieron a su vez establecer varias conclusiones del trabajo propuesto, contrastando una evaluación y cumplimiento de los objetivos propuestos desde un comienzo en el plan de trabajo, para finalizar con una reflexión en cuanto a todo el informe y como este impacta en el proceso formativo de las estudiantes de IDIPRON y el pasante.

CAPÍTULO I: DESCRIPCIÓN DEL CONVENIO

En este capítulo se presenta la información general del acuerdo de voluntades realizado entre la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y el Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud (IDIPRON); posteriormente se presenta una descripción general de las instituciones que hacen parte del convenio y por último los propósitos de la pasantía.

DESCRIPCIÓN DEL ACUERDO DE VOLUNTADES

Para llevar a cabo la pasantía se establece un acuerdo de voluntades entre la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y el IDIPRON. Este acuerdo se establece, para desarrollar una pasantía, entre el coordinador de la licenciatura y el administrador del proyecto madres del IDIPRON, con el fin de concertar los diferentes propósitos y responsabilidades a desarrollan en la misma.

La pasantía es contemplada como modalidad de trabajo de grado y está enmarcada dentro de la normatividad existente en la Universidad Distrital, a continuación se presentan apartes de documentos vigentes en el momento:

> *"la pasantía es una modalidad de trabajo de grado que realiza el estudiante en una entidad, nacional o internacional, (entiéndase: empresa, organización, comunidad, institución pública o privada, organismo especializado en regiones o localidades o dependencia de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas), asumiendo el carácter de práctica social, cultural, empresarial o de introducción a su quehacer profesional, mediante la elaboración de un trabajo teórico-práctico, relacionado con el área de conocimiento, del proyecto curricular en el cual está inscrito". (Acuerdo 038 de 2015).*

Para el desarrollo de la pasantía, las instituciones involucradas, Idipron y la Universidad Distrital- LEBEM-, adquieren unos compromisos que se evidencian en los acuerdos de voluntades.

ACUERDO DE VOLUNTADES UNIVERSIDAD DISTRITAL E IDIPRON

ACUERDO DE VOLUNTADES

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

IDIPRON Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud

Acuerdo Voluntades entre:
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y el Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud para el desarrollo de pasantías de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Pedro Rocha Salamanca coordinador del Proyecto Curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en matemáticas, adscrito a la Facultad de Ciencias y Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Institución de Educación Superior de carácter público de la ciudad de Bogotá y **Luis Vicente Bermudez** coordinador apoyo Pedagógico Proyecto Madres del Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud, , se reunieron para establecer un acuerdo de voluntades que tiene como propósitos:

- Establecer y fortalecer un acuerdo de pasantía entre la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas –LEBEM- y el Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud "IDIPRON", en el que estudiantes para profesor de matemáticas de LEBEM, aporten a la formación matemática dentro del proceso académico denominado; Proyecto Madres, bajo las orientaciones de la educación matemática y la educación inclusiva.
- Continuar con la formación profesional de los estudiantes pasantes de la LEBEM, en aspectos relacionados con el apoyo a población en condición de vulnerabilidad en espacios de formación, estrategias curriculares y pedagógicas.
- Plantear reflexiones pedagógicas y didácticas con los pasantes, sobre el aporte de la educación matemática a la diversidad y la inclusión de la población en condicion de vulnerabilidad.
- Propender por una formación integral del estudiante para profesor de matemáticas.

conocimiento", en consecuencia se establece que los pasantes desarrollen un trabajo teórico-práctico, que tendrá una duración mínima de 384 horas, en un tiempo no mayor a seis (6) meses, que involucre las siguientes actividades:

- *Acompañamiento en el aula,*que consiste en el apoyo que el pasante realiza a l@s estudiantes en condición de vulnerabilidad en el campo de las matemáticas, en concordancia con los horarios establecidos por el Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud.
- *Apoyo extraescolar,* que consiste en apoyar a la población en condición de vulnerabilidad, mediante el diseño de estrategias y actividades didácticas, con las que se explique, refuerce o aclare, algún tema relacionado o que sea base en el campo de estudio de las matemáticas.
- *Adaptación de recursos,* consistente en la adecuación, adaptación, modificación de materiales y recursos didácticos para la comprensión de los objetos de la matemática escolar, necesarios tanto en el acompañamiento en el aula como en el apoyo extraescolar.

Las partes acuerdan que:

1. El informe de pasantía se elaborará en relación con los tres tipos de actividades anteriormente descritas.
2. Las responsabilidades asignadas al Proyecto Curricular LEBEM son:
   - Hacer convocatoria pública para estudiantes activos del Proyecto Curricular que hayan cursado como mínimo el 80% de los créditos.
   - Asignar un profesor del Proyecto Curricular como director de la pasantía.

- Brindar herramientas a los pasantes para la atención a la población en condiciones de vulnerabilidad desde espacios de formación, como electivas y prácticas pedagógicas.
- El director de la pasantía orientará al estudiante en relación con aspectos didácticos, pedagógicos y conceptuales propios de la educación matemática.
- El Proyecto Curricular asignará un profesor evaluador.

3. Las responsabilidades asignadas a el Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud son:
   - Designar un profesional de la Institución "encargado de acompañar el desarrollo de la pasantía" y de evaluar el desempeño de los pasantes (artículo 3, parágrafo sexto del Acuerdo 031 de 2014).
   - Realizar el proceso de formación de los pasantes, que tiene que ver con la atención a los estudiantes en condición de vulnerabilidad.
   - Asegurar el acompañamiento, los espacios físicos y tiempos del desarrollo de la pasantía.
   - Garantizar un tiempo de 384 horas que deben ser desarrolladas durante el periodo academico y en un plazo no superior a un semestre.
   - Informar al director de la pasantía, de manera oportuna algún tipo de irregularidad que se presente en ésta.
   - Certificar a los pasantes el tiempo y culminación de la pasantía e informar sobre su desempeño.

4. La continuidad del presente Acuerdo de Voluntades se dará hasta en tanto algunas de las dos partes manifieste su intención de suspenderlo.

En constancia de lo anterior firman:

Pedro Rocha Salamanca
Coordinador del Proyecto Curricular
de Licenciatura en Educación Básica
con Énfasis en matemáticas

Luis Vicente Bermudez
Administrador proyecto 724
Proyecto Madres
IDIPRON

DESCRIPCIÓN DE LAS INSTITUCIONES PROPUESTAS EN EL CONVENIO

A continuación se hace una descripción general de las instituciones participantes en el marco del Acuerdo de Voluntades en el cual se desarrolló la pasantía.

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS[1]

La Universidad Distrital Francisco José de Caldas es la institución de Educación Superior del Distrito Capital de Bogotá fundada en el año 1948, tiene como misión la democratización del acceso al conocimiento para garantizar, entre otras cosas, el derecho social a una educación superior con criterio de excelencia, para contribuir al progreso de la ciudad.

El proyecto curricular de LEBEM, tiene como uno de sus propósitos la formación de docentes investigadores de su práctica docente para la transformación y actualización

[1] Tomado de http://licmatematicas.udistrital.edu.co:8080/investigacion el día 12/04/2016

permanente de la misma. Por tanto, tiene espacios académicos específicos dentro del plan de estudios que se centran en este objetivo; entre ellos, el eje de contextos profesionales:

"Apoya los propósitos de formación en investigación, en sus diferentes espacios de formación, a partir de generar en sus diversas temáticas una relación directa con los espacios educativos y sociales. A través de actividades prácticas, en las que se utiliza la observación, la entrevista, la encuesta, la elaboración de fichas bibliográficas, elaboración de ensayos y muchas otras estrategias".

En este sentido, la Universidad Distrital y en particular el proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM), ofrece a sus estudiantes espacios de formación situados en el eje de contextos, los cuales permiten identificar ciertos aspectos fundamentales que pueden presentarse en las aulas de clase, así como el reconocimiento de la población y la inclusión de todo tipo al aula, logrando un mayor alcance de la educación y creando espacios donde se forme al estudiante desarrollando su pensamiento matemático desde un carácter social que permita un progreso en la persona y en la sociedad.

INSTITUTO DISTRITAL PARA LA PROTECCIÓN DE LA NIÑEZ Y LA JUVENTUD (IDIPRON)[2]

El Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud, es una Entidad de naturaleza pública descentralizada, con personería jurídica y autonomía administrativa. Creada mediante el Acuerdo No. 80 de 1967 del Concejo de Bogotá y que funciona desde 1970. Con la expedición del Acuerdo 257 de 2006 sobre reforma administrativa, el IDIPRON conforma con la SDIS, el Sector de Integración Social

Desde un proyecto pedagógico de inclusión social el IDIPRON tiene como misión, promover la garantía del goce efectivo de los derechos de niños, niñas, adolescentes y jóvenes con dignidad humana, respeto por la pluralidad, la diversidad y la libertad, en un marco de progresividad priorizando las acciones de política pública en aquellos en alto grado de vulnerabilidad social.

Por lo anterior, es evidente que esta institución garantiza el acceso a la educación de población vulnerable, en específico de las madres en condición de vulnerabilidad, y conjuntamente con procesos educativos se trabaja buscando el mejoramiento de la calidad de vida de las estudiantes. Con el convenio establecido con la Universidad Distrital, se reconoce el interés de la institución por mantenerse en su principio de seguir proyectándose como un lugar que permite una educación significativa para estudiantes en condición de

[2] Tomado de http://www.idipron.gov.co/ el día 12/04/2016

vulnerabilidad, brindando espacios adecuados y formando personal para dar un trato equitativo y oportuno a la comunidad estudiantil.

DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN

La población presente en el proyecto madres de IDIPRON, consta de mujeres madres de familia en condición de vulnerabilidad entre edades de 14 hasta 60 años. Cada pasante tenía asignado uno (o varios) cursos en los cuales debería desarrollar la clase de matemáticas atendiendo a las necesidades y conocimientos específicos de cada grupo de estudiantes. En particular al pasante David Clavijo le fueron asignados los cursos de grado sexto y octavo. Cada curso tenía cierta cantidad de estudiantes, aunque esta cantidad no se mantenía durante todas las clases ya que algunas veces asistían más o menos estudiantes.

En el grado sexto comenzaron el proceso 13 estudiantes y finalizaron el proceso 13 estudiantes. Cabe resaltar que no todas las que iniciaron de igual forma terminaron.

En el grado octavo comenzaron el proceso 9 estudiantes y finalizaron el proceso 10 estudiantes. Cabe resaltar que no todas las que iniciaron de igual forma terminaron.

OBJETIVOS DE LA PASANTÍA

GENERAL

Propiciar desde la formación matemática un espacio de enseñanza-aprendizaje para mujeres adultas en condición de vulnerabilidad en el IDIPRON pertenecientes a los grados sexto y octavo respectivamente.

ESPECÍFICOS

- Crear una secuencia de actividades que permita una mayor comprensión de los conceptos matemáticos.
- Generar un espacio en el cual las estudiantes aprendan matemáticas y que dicho aprendizaje las estimule para la vida.
- Reflexionar frente a la formación como profesor desde el aporte que hace la educación matemática a la inclusión de la población vulnerable.
- Complementar la formación del estudiante para profesor de matemáticas a partir de la relación con población vulnerable.

JUSTIFICACIÓN

La enseñanza, sea cual sea el espacio en el que se desarrolle, debe estar guiada por situaciones didácticas que permitan al estudiante alcanzar de manera significativa los objetivos propuestos en los estándares curriculares, además que cada situación debe tener una intencionalidad; el docente como formador ha de planear de la mejor manera dichas situaciones didácticas, teniendo en cuenta que cada población es diferente y que debe (en lo posible) satisfacer las necesidades conceptuales de cada estudiante; lo que a su vez ayudará en la formación del docente, en este caso estudiante para profesor de matemáticas.

De esta manera, se puede determinar la importancia que adquieren todos los espacios en los cuales el profesor desarrolla su práctica docente, pues cada uno le aporta experiencia de diferentes maneras, lo cual a su vez permitirá encontrar y suplir falencias para que a futuro se cometan menos errores y se consigan los objetivos de manera superior.

A partir de lo anterior, esta pasantía permite que el profesor complemente su formación docente por medio de un espacio en el cual se enfrenta a una población diferente a la cotidiana, dicha población hace referencia a mujeres adultas en condición de vulnerabilidad, que han tenido una vida difícil pero que buscan a pesar de todo concluir su formación académica en el bachillerato. De este modo, se puede observar la importancia de realizar la pasantía, pues se pretende fomentar la educación sin importar las condiciones en las que vive la persona, lo cual debe ser uno de los puntos primordiales al momento de enseñar.

Por otra parte, la condición de vulnerabilidad de las estudiantes permite que el profesor adecue su enseñanza a dicho contexto, entendiendo que más que el aprendizaje de las matemáticas se pretende fomentar un mejor pensamiento que tienen las estudiantes sobre sí mismas y ayudando a que su autoestima crezca y se desarrollen como personas de bien; otro de los objetivos de la educación en general, ya que se debe generar un poco de conciencia, para obtener un mayor triunfo en el contexto social al que se enfrentarán luego de terminar la educación básica y media.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

MARCO LEGAL

Para comenzar, dentro de la Ley General de Educación se plantea que la educación cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad (MEN, 1994), de este modo, la educación para las mujeres del proyecto "mujeres para la vida", debe ir encaminado hacia la construcción de una propuesta de trabajo en términos de su contexto, sus necesidades, y su diario vivir.

Dentro de la política pública de la Secretaria de Educación de Bogotá, se encuentra la educación incluyente, en la cual se plantea el enfoque diferencial que se enmarca en una perspectiva de derechos humanos y es lo que permite la construcción de modelos pedagógicos sin exclusiones, donde la diversidad es entendida como un elemento que contribuye y enriquece los procesos de enseñanza-aprendizaje. Este tipo de escuela busca mejorar las condiciones de acceso y permanencia en el sistema educativo. (SED, 2014).

En este sentido se encuentran dos programas dentro de la educación inclusiva en los cuales se recoge la población con la cual se desarrolla la pasantía, por un lado el programa "volver a la escuela" y por otro lado "la educación para adultos"; en el primero su objetivo es incluir a la población en el sistema educativo, por tal motivo busca crear metodologías de nivelación para los estudiantes como lo es la aceleración de la primaria y la secundaria y modelos flexibles con el fin de disminuir la deserción y dinamizar el flujo escolar. En segundo se encuentra "la educación para adultos", este busca mejorar los procesos educativos mediante modelos flexibles y en diversos horarios, certificarlos de sus estudios buscando como fin posibilitarlos en mejorar sus condiciones laborales (SED, 2014).

Por otra parte, para la pasantía se realizó una secuencia de actividades para desarrollar el pensamiento matemático con las estudiantes de grado sexto y octavo, pero dicha secuencia es diferente de una que se aplicaría en una institución educativa, teniendo en cuenta que las poblaciones son diferentes y que se busca atender el contexto y las necesidades específicas del diario vivir. De esta manera, se ha realizado un proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, no obstante, sin ejercer presión para avanzar sino siguiendo el ritmo de trabajo de las estudiantes, ya que la finalidad era lograr en ellas un excelente aprendizaje de al menos un concepto matemático, y siguiendo esta idea se desarrolló la secuencia de actividades.

En este sentido, se tiene en cuenta lo definido en los estándares curriculares para los grados sexto y octavo pero adecuado a las necesidades de las estudiantes del IDIPRON, de modo que los estándares que se abarcaron en la pasantía fueron:

- Para el grado sexto, “Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.” (MEN, 2006)

- Para el grado octavo, “Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.” (MEN, 2006)

  “Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.” (MEN, 2006)

Como ya fue aclarado antes, los estándares que se tomaron en cuenta fueron adecuados al contexto de las estudiantes, y por eso, en el grado sexto se trabajó el concepto de número racional pero sólo desde su expresión como fracción (más específicamente como parte-todo); no obstante, desde esta interpretación de la fracción, se abarcó una secuencia para generar el aprendizaje y fortalecer el mismo a partir de la representación gráfica y la representación numérica, llegando a realizar las operaciones básicas de suma, resta y multiplicación de manera gráfica y finalizando con el algoritmo para operar fracciones. Más adelante se evidenciará de manera más específica dicha secuencia.

Para el grado octavo, se aplicaron actividades en las cuales las estudiantes pudieran identificar propiedades y relaciones pero no de los números reales, sino de los números enteros y por medio de estas lograran resolver algunas ecuaciones empleando el inverso aditivo y/o multiplicativo para terminar factorizando expresiones algebraicas. Más adelante se muestran dichas actividades.

MARCO MATEMÁTICO Y DIDÁCTICO

Por otra parte y teniendo en cuenta que la pasantía fue desarrollada en dos cursos diferentes, hay que englobar los conceptos matemáticos que se dedicaron a los dos cursos (sexto y octavo).

Primero para el grado sexto, hay que considerar que el objeto matemático con el que se llevó a cabo la secuencia de actividades fue la fracción, y en específico la interpretación de esta como parte-todo, a continuación se esbozan los diferentes referentes matemáticos que se tienen en cuenta para ello.

Según los estándares curriculares, los estudiantes al finalizar el grado séptimo deben identificar y comprender los números racionales en diferentes contextos; sin embargo, este conjunto de números no es presentado a ellos como tal, es decir, no se evidencia de manera abstracta como un concepto matemático descontextualizado el cual es de difícil interpretación. Pese a esto, es preciso que el docente si conozca el concepto para poder enseñarlo de manera eficaz.

En ese sentido, los números racionales surgieron en la antigüedad debido a la necesidad de realizar mediciones más precisas, las cuales no se lograban empleando solamente los números naturales aunque a estos era posible hacerle pequeñas divisiones las cuales eran menores que la unidad; de esta manera se amplió el concepto de número natural (Flores, 2008).

El conjunto de números racionales considerado a partir de la construcción axiomática (desde la teoría de conjuntos), los determina como una extensión de los números enteros en los cuales es posible resolver todas las ecuaciones de la forma $ax + b = c$, esto se hace indispensable puesto que tomando sólo el conjunto de los números enteros se pueden realizar las operaciones de suma, resta y multiplicación dando por hecho que el resultado de dicha operación resultará siendo un elemento perteneciente a los números enteros, pero esto no sucede con la división y por tanto se requiere extender el conjunto de los números enteros.

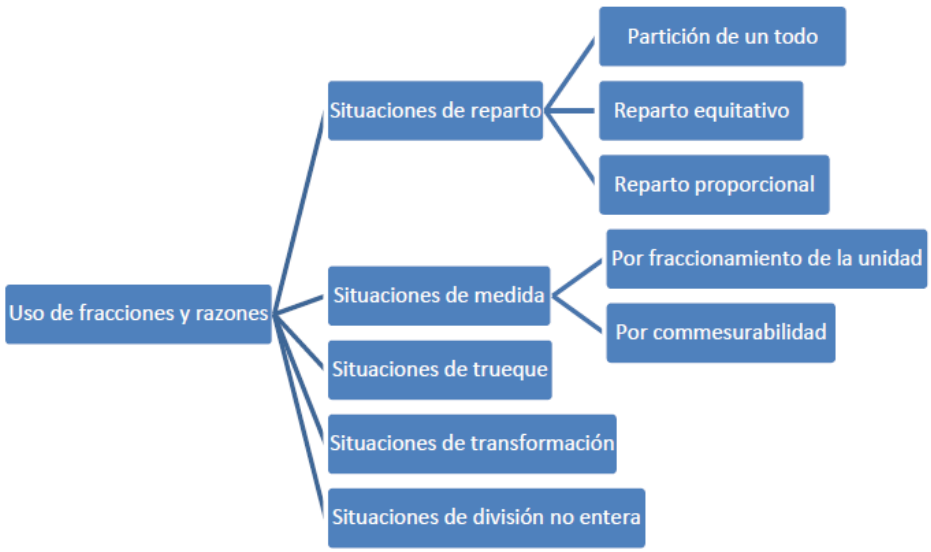
De manera formal, los números racionales se definen como parejas de números enteros con la convención de que dos parejas (a, b) y (c, d) con $b \neq 0$ y $d \neq 0$ representan un mismo número racional si $ad = bc$ donde ad y bc significan el producto entre los enteros a, d y b, c respectivamente. En términos de dos fracciones se puede escribir como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y sólo si $ad = bc$. De esta manera se puede afirmar que existen infinitas fracciones que representan un mismo número racional puesto que estas pueden ser escritas como $\frac{\alpha x}{\alpha y} = \frac{x}{y}$ siendo α cualquier número que pertenezca al conjunto de los números enteros exceptuando el 0, ya que se cumple que $\alpha xy = \alpha yx$ y por la propiedad conmutativa del producto resultan siendo fracciones equivalentes. Por tanto para generalizar el conjunto de los números racionales se puede decir que es:

$$\mathbb{Q} = \{a/b \,|a, b \in \mathbb{Z} \,, b \neq 0 \ \wedge mcd(a; b) = 1\}$$

Para continuar con el concepto de fracción, hay que profundizar en la interpretación como parte-todo que fue la desarrollada en la pasantía. Para ello se tendrá en cuenta en un comienzo lo descrito por Llinares y Sánchez respecto a la fracción, los autores expresan que *"los fraccionarios se empiezan a trabajar implícitamente desde los primeros niveles de educación, y en el hogar, así sea de forma indirecta, pues el hecho de pedir a los niños páseme ½ taza de agua, falta ¼ para las 2pm, va ½ tiempo del partido, etc. Mas sin embargo en la escuela los fraccionarios pueden llegar a enseñarse como una expresión que indica no poder efectuarse."* (Llinares & Sánchez, 1997). En este sentido, el concepto de fracción se trabaja desde diferentes contextos cotidianos al estudiante; sin embargo, dicho concepto es usado estrictamente de manera espacial, es decir, de manera continua y no de modo discreto.

(Llinares & Sánchez, 1997) también expresan que la interpretación de la fracción como parte-todo es la de mayor comprensión para los niños; esto genera una mayor facilidad al momento de la enseñanza-aprendizaje del concepto debido a que al trabajar con mujeres adolescentes y adultas, ellas han tenido un mayor contacto con la fracción en distintos contextos e incluso la han sabido usar de manera intuitiva.

Siguiendo con lo descrito por Llinares y Sánchez, las interpretaciones de la fracción pueden ser vistas en diversas situaciones de la vida cotidiana. En ese sentido, (León, 2011) presenta un esquema que permite identificar mejor las clasificaciones de la fracción por medio de diversos estudios:



En relación con el esquema presentado, se tendrá en cuenta la "partición de un todo" la cual consiste en "*tomar un todo (que puede estar constituido por uno o más objetos) se divide en partes iguales y se toman o consideran algunas de esas partes.*" (León, 2011). Asimismo y complementando lo que presenta León, Llinares & Sánchez describen la relación parte-todo como una situación en la cual un todo (que puede ser continuo o discreto) se divide en partes congruentes; en este caso, la fracción describe una relación que existe entre el número de partes y el total de partes o "todo", el cual representa la unidad.

A su vez, es importante que el estudiante desarrolle ciertas habilidades para obtener un dominio significativo de la fracción como parte-todo, una de ellas es poder comprender que "*distintas relaciones parte-todo pueden expresar la misma parte de un objeto total. En este caso las relaciones se refieren al mismo objeto físico, y por ello se dicen equivalentes.*" (Llinares & Sánchez, 1997).

Por otro lado debe expresarse la importancia de las representaciones de la fracción. Primeramente, cabe destacar que en matemáticas, los conceptos deben ser necesariamente representados de algún modo, esto con el fin de facilitar su enseñanza-aprendizaje y teniendo en cuenta que dichos conceptos matemáticos son abstractos. De esta manera y atendiendo a lo anterior, la fracción puede ser representada de diferentes formas (verbal, numérico, gráfico, entre otros). A continuación se hace una breve descripción de cada una de estas, desde lo presentado por (León, 2011):

- Representación numérica: Dentro de este tipo de representación se pueden distinguir varias formas de expresar el mismo concepto:

1. Notación usual: ½. En este caso, una fracción se representa por números que están escritos uno sobre otro y que se hallan separados por una línea recta horizontal llamada raya fraccionaria. La fracción está formada por dos términos: el numerador y el denominador. El numerador es el número que está sobre la raya fraccionaria y el denominador es el que está bajo la raya fraccionaria.

2. Decimal: 0.5.
3. Porcentaje: 50%.
4. Sistema sexagesimal (Horario) 12:15:30.
5. Equivalencia: ½=2/4.
6. Número mixto: 3/2=1+1/2.

- Representación Verbal: Vinculado al sistema de representación numérico está el verbal, en el que las reglas del lenguaje organizan y condicionan la representación de los números racionales, un medio, un tercio, dos quintos... En este caso, nuestro lenguaje impone normas y reglas para representar números.
- Representación gráfica: Dentro de este tipo de representación se pueden distinguir dos casos:

Representación gráfica continúa:

1. Modelos de áreas: Una figura, principalmente rectangular o circular se divide en partes iguales, sombreando la parte correspondiente a la fracción representada. Este tipo de situaciones de medida o comparación de áreas (con figuras rectangulares o circulares) se pueden utilizar como modelos de otras situaciones de contextos no geométricos.
2. Modelos lineales: Al igual que en el caso de los números naturales, podemos visualizar las fracciones a lo largo de una recta. Tomamos en ella una cierta longitud como unidad a repartir, y a partir de ella representamos la fracción.

Representación gráfica discreta: Cuando el conjunto que se quiere dividir es discreto y el número de objetos es múltiplo de las partes, una representación de los objetos puede visualizar el problema de reparto.

Estos referentes expuestos hacen alusión a lo desarrollado para el grado sexto en cuanto al concepto de fracción; sin embargo, más adelante se detallarán algunas dificultades y errores de las estudiantes a partir de más referencias teóricas cuando se explicite el análisis que se abarcó de lo trabajado en la pasantía.

Ahora, para el grado octavo se pretendía realizar un acercamiento al algebra desde su transición de la aritmética, comenzando con el refuerzo de conceptos vistos en el grado séptimo, específicamente los números enteros, las operaciones entre los mismos y las propiedades que se aplican al operar números enteros, partiendo desde aquí hacia una generalización, introduciendo la letra y sus diferentes interpretaciones hasta poder manipular expresiones algebraicas y poder factorizar algunas de ellas.

Basados en lo anterior, primero es preciso identificar el conjunto de los números enteros, el cual surge debido a la necesidad de poder resolver problemas que en los números naturales no tendrían solución, por ejemplo, si se toma la ecuación $x + b = a \,/ a, b \in \mathbb{N} \wedge a < b$ la ecuación no toma sentido debido a que en el conjunto de los números naturales no se puede encontrar dicho valor para la incógnita.

De esta manera es preciso construir el conjunto de número enteros, esto se hará con base a lo expuesto por (Labarca, 2012); para comenzar se realiza una partición de equivalencia sobre el conjunto de los números naturales $(N \times N)$, que cumple con las propiedades de ser reflexiva, simétrica y transitiva, obteniendo que la relación R en $X = N \times N$ definida por: $(a, b)R(c, d) \leftrightarrow a + d = b + c$, es una relación de equivalencia. De manera que los números enteros pueden denotarse como:

El conjunto de clases de equivalencia X/R, denotado por $\mathbb{Z}$. Una clase de equivalencia se llamará número entero.

Ahora, lo esencial de los números enteros son sus operaciones algebraicas (suma y multiplicación):

Para dos clases de equivalencia $[(a, b)], [(c, d)]$ en $\mathbb{Z}$ se definen:

- La suma de números enteros como: $[(a, b)] + [(c, d)] = [(a + c, b + d)]$
- La multiplicación de números enteros como: $[(a, b)] \times [(c, d)] = [(ac + bd, ad + bc)]$

Una vez se definen las operaciones se comprueba que la estructura algebraica $(\mathbb{Z}, +, \times)$ satisface:

- $(\mathbb{Z}, +)$ es un grupo abeliano con neutro en $[(0,0)]$
- $(\mathbb{Z}, \times)$ es asociativa, conmutativa y tiene neutro en $[(1,0)]$
- $\times$ distribuye sobre $+$. Lo que significa: $\forall\, a, b, c \in \mathbb{Z}\; se\ cumple\ a \times (b + c) = ab + ac$

Asimismo, hay que denotar que el inverso aditivo del elemento $[(n,0)] \in \mathbb{Z}$ es el elemento $[(0,n)] \in \mathbb{Z}$. Y esto se comprueba ya que: $[(n,0)] + [(0,n)] = [(n+0, 0+n)] = [(n,n)] = [(0,0)]$ Como los elementos de la forma $[(n,0)] \in \mathbb{Z}$ y sus inversos $[(0,n)] \in \mathbb{Z}$ así como $n \in \mathbb{Z}$, se puede identificar a $[(n,0)]$ simplemente como n y a $[(0,n)]$ como $-n$.

De este modo se puede concluir que el conjunto de los números enteros puede ser descrito como:

$$\mathbb{Z} = \{[(n,0)], [(0,n)]; n \in \mathbb{N}\}$$

O también:

$$\mathbb{Z} = \{n, -n; n \in \mathbb{N}\}$$

Siendo esta última la notación usual de los números enteros.

De esta manera queda construido el conjunto de los números enteros. La construcción de los enteros como clase de equivalencia de parejas de números naturales.

Continuando con el trabajo de los números enteros, hay que considerar varias dificultades que se presentan al momento de la enseñanza-aprendizaje de los mismos debido a que este conjunto de números es diferente a los naturales, los cuales han sido los únicos trabajados por las estudiantes. En ese sentido, existe gran cantidad de obstáculos que pueden presentarse en el aprendizaje de los números enteros; (Iriarte & Jimeno, 1991) presentan algunos de ellos:

- Lo real como obstáculo. Haciendo referencia a que el alumno intenta encontrar situaciones en las cuales pueda aplicar el concepto matemático de manera adecuada para generar un aprendizaje significativo del mismo. De modo que es preciso que se haga una ruptura con algunas ideas ligadas al conocimiento de la aritmética práctica, sin desconocer que se deben determinar las estrategias adecuadas para lograr el aprendizaje de este concepto.
- El número como expresión de cantidad. Al momento de usar los números enteros y en particular los que son menores que cero, se complica para el estudiante entender situaciones donde pueda expresar cantidad pues no tiene sentido en un contexto real decir "tengo -300, sino me hacen falta 300 o no tengo 300" lo cual permite decir que prescindir del negativo no supone ningún problema. Esto conlleva a su vez a varios problemas con las operaciones y con el orden de los números.
- La suma como aumento. Teniendo en cuenta la operación suma que se ha concebido desde la primaria, el hecho de pensar que al sumar dos cantidades el resultado puede ser un valor menor a los iniciales, genera un obstáculo para la aprehensión de los números enteros obligando a los alumnos a pensar que no existen valores que

satisfagan las condiciones pedidas al momento de realizar una suma de números enteros.

- La sustracción como disminución. Igual que el caso anterior, al estudiante se le dificulta pensar en el hecho de que al restar dos valores el resultado pueda ser mayor que las cantidades iniciales.
- El orden de los números negativos es el mismo que el orden natural. El estudiante supone que los números van en orden ascendente y que ocurre lo mismo con los que son menores que cero, lo que le hace errar respecto al orden de los números y a cuales son mayores o menores que otros.

De manera general, se puede afirmar que el mayor obstáculo que se presenta para los estudiantes, es no poder emplear los números enteros en situaciones de su vida cotidiana; se vuelve casi que obligatorio llegar a situaciones extremas donde muchas veces el estudiante no le ve fundamento a lo que está haciendo; por otra parte, se suelen trabajar los números enteros igual que los naturales pero es importante entender que las operaciones ya no se comportan "del mismo modo" que con ese conjunto numérico.

Los números enteros, se tratan de manera implícita desde la niñez en diversas situaciones que pudieran relacionarse con el contexto del niño sin adentrarse de manera explicita; es el caso de temperaturas bajo cero, goles a favor o en contra, metros por debajo del nivel del mar, etc., no obstante, durante los primeros grados no se suele abordar más allá de lo necesario en cuanto a la enseñanza de la estructura aditiva.

Suponiendo, si se tiene el siguiente ejercicio:

$$3 + \qquad = 2$$

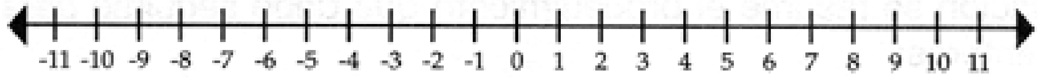
No podría ser resuelto por un niño, pues no existiría una solución ya que en la casilla no podría ponerse un número natural que satisficiera la igualdad, debido a que en la escuela siempre se enseña la suma de la siguiente manera:

$$m + n = k$$

Y se enseña que $k > m$ y $k > n$, pero empleando los números enteros, esto no es necesario pues existen valores menores a cero que pueden satisfacer la igualdad, obteniendo:

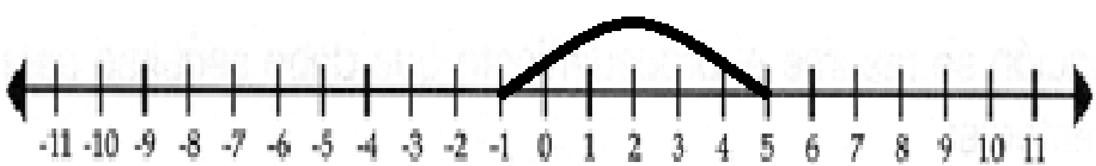
$$m - n = k$$

En este caso no es imprescindible que $m > n$ para que la ecuación tenga sentido, pues existen los números negativos, los cuales se suelen presentar al lado izquierdo de 0 en la recta numérica, como se muestra a continuación:



La recta numérica es bastante útil al comenzar la enseñanza-aprendizaje de los números enteros, pues esto les permite a los estudiantes observar por si mismos lo que sucede al momento de sumar o restar dos o mas números enteros. Teniendo en cuenta que ellos tienen por principio el hecho de que al sumar siempre aumentan y al restar siempre disminuyen, se toma este preconcepto junto con la recta numérica para realizar operaciones sencillas entre números enteros.

Se puede decir que los números enteros aparecen entre la resta de dos números naturales, por ejemplo al hacer la resta $11 - 3 = 8$, determinando que 8 es un número entero; otro caso se presenta al realizar una resta entre dos números iguales, por ejemplo $7 - 7 = 0$, lo que significa que el 0 también pertenece al conjunto de los números enteros; y el caso más complejo de asimilar por los estudiantes es cuando se presenta una resta donde el resultado de esta supone un valor menor que cero, lo que en principio y sin conocimiento de los números enteros puede conllevar a pensar que no existe solución al ejercicio; sin embargo, con ayuda de la recta numérica, se puede determinar el valor de la expresión disminuyendo la cantidad necesaria, por ejemplo $5 - 6 = -1$. En este caso se hace más sencillo si se procede al sumar hacía el lado derecho de la recta y restar hacía el lado izquierdo, de modo que al realizar esta operación en la recta se lograría así:



Partiendo del 5, el cual se ubica a la derecha del 0, se retrocederán 6 unidades hacía la izquierda (debido a que es una resta), y al llegar al -1, se encontrará la solución de la igualdad, determinando que este es el resultado de la misma; el cual a su vez significa que el -1 es un número que pertenece a los enteros el cual resultó de restar dos números naturales.

De esta manera, se puede resolver la igualdad inicial de

$$3 + \qquad = 2$$

Pues existe un valor que pertenece al conjunto de los números enteros que satisface la expresión, en este caso el -1

$$3 + (-1) = 2$$

Y para expresar la solución en modo de resta, se dice que:

$$3-(+1)=2$$

Satisfaciendo la ecuación sin alterar el resultado y haciendo uso de lo que se había dicho anteriormente que todo número entero se puede expresar como la resta de dos números naturales.

El concepto de número entero se da en cuanto al proceso de ampliación del universo numérico, se puede decir que el estudiante debe empezar el trabajo por medio de relaciones en diferentes situaciones cotidianas para que pueda llegar a establecer las relaciones y transformaciones que implican y se trabajan con los números relativos, como menciona (Vergnaud, 2000) " *el niño no capta de entrada todas la relaciones y transformaciones, las comprende progresivamente , a la luz de la experiencia activa en el espacio y al reconocer las diferentes etapas de su desarrollo intelectual".* En el proceso del aprendizaje de matemática frente a los conjuntos numéricos en los anteriores años de escolaridad se trabaja con números naturales desconociendo los números con signos y la necesidad del trabajo con ellos. (Vergnaud, 2000) dice "*Si los números naturales son números sin signo, no pueden representar transformaciones, puesto que estas son necesariamente positivas o negativas, Entonces hay que introducir otro conjunto de números dotados de signo, los "números relativos" que representan adecuadamente las transformaciones aditivas que se pueden efectuar sobre la medida de un conjunto de objetos aislables o quitando elementos de dicho conjunto que se denomina Z, éste conjunto de números relativos… Los números relativos representan las transformaciones que experimentan estas medidas…".*

Para introducir la idea de suma o resta de números relativos se hace necesario realizarla a partir de desplazamientos por medio de diferentes representaciones (recta numérica y plano cartesiano), como afirma Dienes (cit, por Vargas, 1990) "*El número entero se puede enseñar desde una aspecto dinámico dado por un desplazamiento como una relación asimétrica* ***3 más que o 3 menos que*** *donde el número entero surge de la comparación de cantidades a través de las razones de ellas, por ello habrá que trabajar y examinar proposiciones matemáticas del tipo "esto vale más que aquello" o "esto vale tanto menos que aquello" por tanto trabajará los números enteros como relaciones asimétricas*".

Otro aspecto importante a tener en cuenta, es la transición de aritmética a algebra pues se pretendía que las estudiantes de grado octavo, tuvieran un acercamiento a estos conceptos y por eso fue importante reforzar el trabajo con los números enteros, para después generalizar las propiedades de estos y finalizar con el algebra ayudándose de la geometría y de preconceptos empleados con anterioridad. El pensamiento algebraico es uno de los bloques de contenido que deben ser enseñados en la educación básica, este pensamiento incluye: el estudio de patrones (numéricos, geométricos, etc.), las funciones y la capacidad de analizar situaciones con ayuda de símbolos, entre otros. Buscando desarrollar el pensamiento algebraico en los estudiantes, (Godino, 2003) propone una significación del razonamiento algebraico y de cómo este genera un progreso en cuanto a las habilidades simbólicas y del lenguaje algebraico en general, "*El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones*".

Para esto, es preciso entender que el algebra es tratada por los docentes desde la primaria pero con un grado de dificultad menor que en los grados superiores. (Socas, Camacho, Palarea & Hernández, 1996), expresan lo siguiente respecto al algebra: "*El álgebra comienza en realidad cuando los matemáticos empiezan a interesarse por las <<operaciones>> que se pueden hacer con cualquier número, más que por los mismos números; es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas considerada formalmente desde un punto de vista general con abstracción de los números concretos.*". De modo que, para comprender realmente el algebra hay que identificar que esta constituye un nuevo lenguaje que aunque distinto se relaciona con los anteriormente aprendidos por el alumno.

El lenguaje es parte fundamental en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas por parte del alumno, y ya que las matemáticas son precisas es imprescindible que el estudiante emplee un lenguaje formal al momento de expresar su razonamiento matemático; atendiendo a esto, se pueden identificar tres tipos de lenguajes respecto de la transición aritmética-algebra, citados por (Socas, Camacho, Palarea & Hernández, 1996) y estos son:

- El lenguaje habitual: El lenguaje ordinario o habitual, es un vehículo necesario para la comunicación de ideas; y en matemáticas es el simbolismo formal la manera de realizar la comunicación, principalmente de forma escrita. En matemáticas, el lenguaje ordinario tiene que ayudar a interpretar el lenguaje simbólico, lo que produce un conflicto de precisión, pues el lenguaje de las matemáticas está sometido a reglas exactas, mientras que el lenguaje habitual no requiere tanta exactitud, lo que provoca un problema si no se emplea este último para expresar formalmente los conceptos matemáticos y más aun sabiendo que las matemáticas son abstractas.
- El lenguaje aritmético
- El lenguaje algebraico

Estos dos últimos, son lenguajes usados en matemáticas aunque claramente tienen sus diferencias, teniendo en cuenta que en el lenguaje aritmético se trabaja con valores conocidos mientras que el lenguaje algebraico se centra en el uso de valores desconocidos pero que pueden ser manipulados de igual manera que los valores conocidos. En este caso, los valores desconocidos se suelen representar con letras, aunque en los primeros grados puede tomar otra representación para que los estudiantes la manipulen; así la letra tiene una distinta interpretación dependiendo del contexto en el que se utiliza, (Kücheman, 1981) citado por (Socas, Camacho, Palarea & Hernández, 1996) nos presenta las siguientes:

- Letra evaluada: Esta categoría es aplicada a la respuesta donde la letra se le asigna un valor numérico desde el principio. En este caso, la letra tiene un valor desconocido pero evaluable y específico desde el principio.
- Letra ignorada: Aquí los alumnos ignoran las letras, o a lo más reconocen su existencia, pero no le asignan ningún significado.
- La letra como objeto: Las letras son vistas, como un objeto concreto (frutas, lados de un polígono, etc.), eliminando así el significado abstracto de las letras por algo mas concreto y real.
- Las letras como incógnitas específicas: Los alumnos consideran las letras como un número desconocido, pero especifico y pueden operar sobre él directamente.
- Letras generalizando números: Los alumnos ven las letras como una representación o, al menos son capaces de deducirlo; de varios valores numéricos antes que de uno exactamente.
- La letra como variable: Las letras son consideradas como una representación de un conjunto de valores no especificados y, se observa una relación sistemática entre dos conjuntos de valores.

Durante las clases con las estudiantes de Idipron, se abordó el trabajo con la letra como incógnitas específicas y letras generalizando números, empleando como estrategias el uso de la balanza para la letra como incógnita y el algebra geométrica para llegar a generalizar números, así como las propiedades de las operaciones entre números enteros. Finalmente, el uso de la geometría permitió a las estudiantes identificar algunas formas de factorizar expresiones algebraicas.

MARCO METODOLÓGICO

Respecto a la metodología usada para lograr un aprendizaje significativo en las estudiantes, se tuvo en cuenta el contexto que se presentaba. Teniendo en cuenta que todas eran mujeres de diferentes edades, se hacía necesario realizar las sesiones de clase de modo que se les pudiera ayudar lo más posible a cada una de ellas y esto se facilitó al tener un grupo más pequeño de estudiantes que lo usual y al saber de la disposición de aprendizaje que tenían todas por el conocimiento matemático, de este modo se buscó que dicho conocimiento fuera adquirido de modo significativo, ayudándose de situaciones cercanas a ellas y empleando la resolución de problemas y la teoría de situaciones didácticas propuesta por (Brousseau, 1986).

La metodología de la teoría de situaciones didácticas (TSD) es un medio que permite al docente comprender lo que sucede en el aula de clase, y cómo los diferentes factores que allí se desarrollan influyen en la preparación y aplicación de las siguientes clases. Hay que saber que no todos los alumnos son iguales, que cada uno aprende a ritmo diferente y que se debe en lo posible tratar de que todos alcancen el nivel esperado propuesto desde un comienzo de las temáticas. La resolución de problemas no se toma como una serie de enunciados en donde se involucra el concepto matemático y el cual debe resolver el estudiante, sino como situaciones fundamentales que los obligue a razonar y tomar decisiones que puedan permitirles encontrar solución al problema propuesto.

Así, el docente se encarga de gestionar y prever la mayor cantidad de dificultades que se pueda presentar en el aula, dando pistas a los estudiantes sobre el camino adecuado sabiendo que no hay respuestas totalmente equivocadas, ya que estas el docente las replantea haciendo caer al estudiante en su error y a alcanzar el saber esperado. Este saber ha de ser abordado desde diferentes fases: en una fase pre-activa el profesor debe pensar, analizar, comprender y construir una situación que desarrollará en la clase para la construcción del saber matemático, en ese momento el docente establece propósitos y determina una ruta de aprendizaje para abordar el objeto matemático; en la fase interactiva se evidencia el trabajo directo y la relación profesor-estudiante, en esta fase el profesor pone en práctica lo que planeó lo que diseñó frente lo que tiene pensado que los estudiantes aprendan por medio de la situación, además en esta fase los alumnos trabajan desde:

- Situaciones de acción: donde ponen en acto sus conocimientos implícitos y estrategias básicas.
- Situación de formulación: el estudiante crea preguntas e indaga con sus compañeros de lo que se está trabajando.
- Situación de validación: los estudiantes socializan exponen sus ideas y las diferentes formas que abordaron la Situación Fundamental, esta validación permite a los estudiantes hacer sanciones frente a las estrategias o afirmaciones de sus compañeros.
- Situación de institucionalización: momento en el cual el profesor reúne todas las ideas de los estudiantes y conceptualiza lo que se desarrolló.

Todas estas situaciones son las “ideales” para un desarrollo correcto de una clase; sin embargo, muchas veces no ocurre tal cual y por eso el docente gestiona constantemente basado en las acciones de los estudiantes. A partir de esto, las clases impartidas en IDIPRON algunas veces se tornaban distintas a lo expuesto anteriormente, pero sin olvidar que la finalidad era conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas, en ese sentido, el docente siempre estaba al pendiente de las inquietudes de cada alumna y le dedicaba el tiempo que fuera necesario para solucionar sus preguntas y que pudiera avanzar hacía la consecución de los objetivos.

Una vez finalizada la sesión de clase, el docente se enfrenta a una fase post-activa, en la cual debe reflexionar sobre cada uno de los factores e incidencias de la clase y en torno a ello realizar un análisis de lo propuesto y lo alcanzando y comenzar con una nueva planeación que se ajuste a esto, determinando los aspectos a mejorar y modificar, consiguiendo que a futuro se puedan evitar errores similares y se potencie el aprendizaje de los alumnos.

Por otra parte, se situará el presente trabajo con los adultos tratando de fundamentarla en la pedagogía del oprimido de Paulo Freire, la razón principal es que para él, el educando oprimido es sobre todo el adulto analfabeto y pobre (Dussel, 2002, p. 433), y en el contexto en el cual se desarrollan la pasantía son madres cabeza de hogar que habitan en las localidades más pobres de Bogotá, o se encuentran viviendo en la fundación. Freire plantea que toda educación que busque ser libertadora, debe partir de la propia realidad del individuo oprimido, dicho en las palabras de María Santos,

"su pedagogía trata de ubicarse en la situación límite como punto de partida para la posterior concientización y comprensión crítica de la realidad, (2008, p.164)".

Para Freire la situación límite del oprimido es el punto de partida material, económico y político que busca su propia superación personal e histórica, por tanto el individuo sea hace consciente de su mala-educación o su educación como excluido, y para esto busca la educación y que esta lo hace ser libre. Para Freire la organización del contenido de la educación debe estar dada,

"Será a partir de la situación presente, existencial y concreta, reflejando el conjunto de aspiraciones del pueblo, que podremos organizar el contenido programático de la educación y acrecentaremos la acción revolucionaria (Freire, 1992, p. 115)".

Dado lo mencionado anteriormente se reafirma la importancia de conocer con claridad al grupo a trabajar, es necesario este conocimiento sobre todo para poblaciones como la adulta, ya que estas personas tienen diferentes interés que otra población escolar, además todos sus razonamientos y procesos intentan acercarlos a su cotidianidad tanto laboral como social, por tanto es totalmente necesario conocer esos ambientes en los que ellos conviven, tal como lo plantea Freire (1977, p. 12) en su experiencia de alfabetización para adultos:

"*Toda la motivación inicial y el aspecto conscientizador del método, exigen además un conocimiento básico de Antropología Cultural, de Sociología y Economía, y un dominio tan amplio como sea posible de los datos socio-económicos y culturales de la región en donde trabaja*."

Por tanto dadas las características de la población debemos intentar reflejar las matemáticas en sus desarrollos sociales y culturales, no podemos quedarnos en solo enseñar operaciones o métodos algorítmicos, se da la claridad de que también es muy importante que manejen y tengan claros conceptos matemáticos muy concretos, pero para esta población es indispensable que adquieran saberes y experiencias útiles para su vida. Freire (1977, p. 21) en su experiencia de alfabetización para adultos da claridad de la importancia de este aspecto que el docente debe tener en cuenta.

"Todo el proceso se dirige, como ya se dijo, no sólo a enseñar a leer y escribir, sino a proporcionar al grupo y a cada uno de sus participantes:

a) algunos de los elementos de crítica de su situación socio-económica y cultural,

b) los datos necesarios para descubrir su verdadera dimensión humana, su ubicación en una sociedad en transición, y

c) Todo aquello que a medida que alfabetiza permite al grupo pasar de un nivel El método Paulo Freire para la Alfabetización de Adultos Biblioteca Digital CREFAL de conciencia ingenua a otro de conciencia crítica"

Es evidente que establecer la falta de acción que pueden tener los modelos pedagógicos en una sociedad que se caracteriza por los altos niveles de corrupción, individualismo, grosería, irrespeto y que no respeta las diferencias culturales ya que pretende formar a todos de la misma manera, generando un alto nivel de indiferencia social e irrespeto multicultural.

Es importante identificar esta problemática ya que en la actual educación colombiana, se adoptan diversos modelos pedagógicos que fueron desarrollados en otras culturas distintas, lo que genera una mala adaptación de los modelos y en consecuencia un poco aprendizaje en los estudiantes; esto se debe a que no todo lo que funciona en cierto lugar, necesariamente debe funcionar en otro contexto, pues al ser cada persona distinta, tienen diferentes necesidades y hay que pensar las mejores estrategias para lograr el mejor aprendizaje en cada uno.

Por otra parte, en una sociedad con tanta diversidad cultural como lo es la de Colombia, el docente tiene un gran reto y es encontrar un modelo pedagógico que se adapta a las necesidades de la mayoría de los estudiantes. Aunque en general muchos dicen ser constructivistas y otros conductistas, estos modelos no se aplican correctamente y es por esto que no se logra generar totalmente un desarrollo critico del pensamiento en los alumnos.

De este modo, la labor docente supone una gran exigencia social pues como lo menciona (Freire, 1997): "*Una de las tareas más importantes de la práctica educativo-crítica es propiciar las condiciones para que los educandos en sus relaciones entre sí y de todos con el profesor o profesora puedan ensayar la experiencia profunda de asumirse. Asumirse como ser social e histórico, como ser pensante, comunicante, transformador, creador, realizador de sueños, capaz de sentir rabia porque es capaz de amar. Asumirse como sujeto porque es capaz de reconocerse como objeto. La asunción de nosotros mismos no significa la exclusión de los otros. Es la otredad del no-yo o del tú la que me hace asumir* *el radicalismo de mi yo",* lo cual conlleva a pensar que el docente no cumple simplemente con el trabajo de impartir conocimientos, del mismo modo que ningún ser tiene una capacidad limitada como para sólo recibir el conocimiento.

Cabe resaltar que en Colombia los niños y jóvenes aprenden a vivir en sociedad y que las formas de burlarse de los demás como lo hacen los medios de comunicación o de mentir como lo hacen las telenovelas en los canales privados no son una mejor forma de vida. Generar una apropiación de un problema que no sólo genera la ignorancia sino la descomposición social que no deja que como seres sociales pensemos en querer a un país a través de la contribución social a partir de un comportamiento responsable y respetuoso.

Asimismo, (Freire, 1996) sugiere que la sociedad en general puede ser transformada gracias a la alfabetización de los oprimidos, con el fin de que ellos logren un reconocimiento del ser y de sus propias habilidades y capacidades, generando un desarrollo social y una verdadera inclusión que les permita recuperar su dignidad perdida; para lograr esto, el docente actúa siempre de manera participativa, interactuando con los individuos empleando como principal recurso el diálogo, el cual es específico dependiendo del contexto y de las personas que participan de los momentos. De este modo, se plantea una metodología cercana a la resolución de problemas, donde las estudiantes tienen un acercamiento a varios problemas que le permiten aprender matemáticas pero por sobre todo, se genera un lugar de esparcimiento en el que todas las ideas son escuchadas y se dignifica el "ser", pues no se trata de una enseñanza-aprendizaje lineal sino que se complementan los conocimientos de cada uno de los individuos presentes en el aula, incluyendo al profesor.

Teniendo en cuenta lo mencionado por (Freire, 1996) *"Aunque no lo pueda todo, la práctica educativa puede algo"*, se pretende lograr el mayor (y mejor) aprendizaje de las matemáticas, pero ese no es el único objetivo de la pasantía, sino que a través de la educación las estudiantes mejoren su percepción sobre sí mismas y sobre el mundo, el cual puede generar mejores oportunidades de las que han tenido y alcanzar las metas que se han propuesto buscando entrelazar el conocimiento con la realidad; es decir, no reduciendo la práctica educativa a la pura enseñanza de contenidos matemáticos.

CAPÍTULO III: PLAN DE ACCIÓN DE LA PASANTÍA

La pasantía fue desarrollada en el Instituto Distrital para la Protección de la Niñez y la Juventud (IDIPRON), con los grados sexto y octavo respectivamente. Allí lo que se propuso fue plantear una secuencia de actividades que permitiera construir y desarrollar el pensamiento matemático, buscando a su vez que por medio de las clases de matemáticas se lograra una mejora de la autoestima de las estudiantes, progresando en su razonamiento y en su vida.

Para el grado sexto se buscó generar un aprendizaje respecto de la fracción como parte todo, las distintas representaciones de la misma, las operaciones entre ellas desde el método gráfico y el numérico y finalizando con un acercamiento a las medidas de tendencia central. Para el grado octavo se realizó un refuerzo de los números enteros, las operaciones entre ellos y las propiedades que se cumplen, para a partir de allí llegar a generalizar e introducir el algebra y varias interpretaciones de la letra y su uso en diferentes contextos.

SECUENCIA DE CONTENIDOS

A continuación se muestra una matriz con las temáticas que se propusieron y se desarrollaron durante las clases en el Idipron con los cursos de sexto y octavo, más adelante se evidenciará el alcance de estas temáticas y su impacto respecto a los objetivos propuestos inicialmente en la pasantía.

FECHA	TEMÁTICAS	
	SEXTO	OCTAVO
22/08/2015	Reconocimiento-Diagnóstico	Reconocimiento-Diagnóstico
29/08/2015	Introducción a la fracción parte-todo	Repaso números enteros
05/09/2015	Fracciones equivalentes	Operaciones entre números enteros (suma y resta)
12/09/2015	Diferentes representaciones de la fracción parte-todo	Operaciones entre números enteros (multiplicación). Propiedades de la suma y producto de números enteros
19/09/2015	Identificación de la unidad en las fracciones. Fracciones propias e impropias	Operaciones entre números enteros (suma, resta, multiplicación). Evaluación
26/09/2015	Suma y resta de fracciones homogéneas	Introducción a la letra. Operaciones entre números enteros y letras. Propiedad distributiva

03/10/2015	Suma de fracciones heterogéneas desde el método gráfico	Iniciación a la letra como número generalizado, desde la determinación de áreas y perímetros de cuadrados
10/10/2015	Resta de fracciones heterogéneas desde el método gráfico	La letra como número generalizado, desde el cálculo de perímetros y áreas de rectángulos
17/10/2015	Suma y resta de fracciones heterogéneas propias e impropias, usando distintas representaciones de la unidad	La letra como incógnita, paso del lenguaje natural al gráfico de la balanza
24/10/2015	Suma y resta de más de dos fracciones desde el método gráfico	La letra como incógnita, paso de la balanza al lenguaje simbólico, manipulando la letra para hallar su valor
31/10/2015	Salida Pedagógica	
07/11/2015	Suma y resta de fracciones usando el algoritmo numérico	Solución de ecuaciones lineales con una incógnita usando el inverso aditivo
14/11/2015	Multiplicación de fracciones desde el método gráfico y numérico	Solución de ecuaciones lineales con una incógnita usando el inverso multiplicativo
21/11/2015	Medidas de tendencia central	Factorización por factor común de expresiones algebraicas desde el cálculo de áreas de rectángulos
28/11/2015	Evaluación final	Evaluación final
05/12/2015	Recuperaciones	Recuperaciones

RESULTADOS ALCANZADOS

GRADO SEXTO

A continuación se mostrarán los resultados que se alcanzaron durante cada una de las clases propuestas en el Idipron, comenzando con el grado sexto y finalizando con el grado octavo.

SESIÓN DEL 22/08/2015 RECONOCIMIENTO-DIAGNÓSTICO

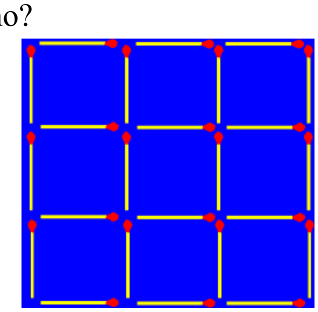
DESCRIPCIÓN

Se llegó al Idipron a las 7:00 am del día 22 de agosto de 2015. Primero el director de Idipron asignó a cada docente los cursos. La primera sesión se realizó con el grado octavo, por lo que la sesión con el grado sexto inició a las 10:15 am; asimismo, la actividad de reconocimiento-diagnóstico fue la misma para ambos cursos, teniendo en cuenta que la población de ambos grados era la misma y que se pretendía identificar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de las estudiantes y no conceptos específicos. Para comenzar, el docente realizó la presentación formal ante las estudiantes y a continuación lo realizaron ellas, dando a conocer sus nombres, su edad, su sueño hacía el futuro, entre otras cosas. En la primera sesión asistieron un total de 13 estudiantes entre las edades de 16 y 40 años.

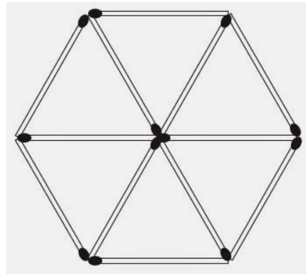
Luego de realizado el reconocimiento de la población, se inició con la actividad diagnóstico; y como se mencionó anteriormente, esta no se hizo como una prueba escrita para identificar conocimientos y dificultades, sino que se plantearon varios acertijos, uno a uno en el tablero y las estudiantes debían intentar resolverlos allí mismo, esto con el fin de determinar el desarrollo lógico-matemático que poseían las estudiantes y de no iniciar directamente con los conceptos matemáticos.

Los acertijos eran los siguientes:

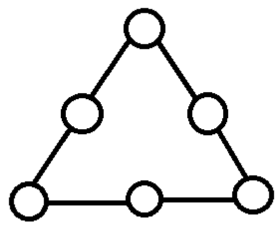
- Si hoy digo que pasado mañana será sábado, ¿qué día fue anteayer?
- Tres señoras realmente gruesas cruzaban la gran vía auto norte debajo de un paraguas de tamaño normal. ¿Cómo es posible que no se mojaran?
- Anteayer tenía 17 años y el año que viene cumpliré 20 años, ¿Cómo es posible?
- ¿Cuál es la menor cantidad de fósforos que se deben quitar, para obtener 3 cuadrados de diferente tamaño?



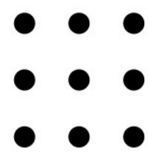
- ¿Cuál es la menor cantidad de palillos que se deben quitar para no tener ningún triángulo?



- Ubica los números del 1 al 6 en los círculos de tal manera que al sumar los círculos de cada lado el resultado sea 10



- ¿Cómo unir 9 puntos con 4 líneas rectas sin levantar la mano?



- ¿Cómo se puede lograr que la expresión sea correcta agregando una sola línea?

$$5+5+5=550$$

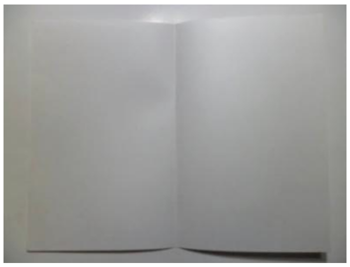
Durante el transcurso de la sesión y de los acertijos, cada una de las estudiantes expresaba la posible solución y luego el docente o ellas mismas determinaban si era correcto o no el planteamiento y la solución, de modo que pudieran continuar intentando o se pasara al siguiente. La sesión finalizó a las 12: 00 m.

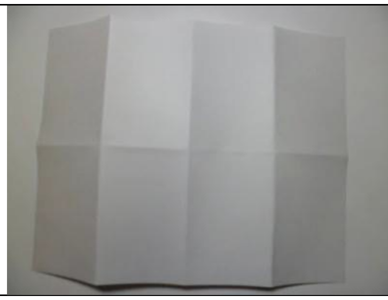
SESIÓN DEL 29/08/2015 ACTIVIDAD 1

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 11 estudiantes. Para el desarrollo de esta clase, se pretendía dar inicio al concepto de fracción como parte-todo y para ello se trabajó con una hoja de papel, en la cual debían hacerse distintos pliegues iguales para empezar con el reconocimiento de la fracción. Durante este tiempo, el docente les pedía a las estudiantes realizar particiones por la mitad, en cuatro partes, en ocho partes, todas de igual tamaño y se les preguntaba si había relación entre el la cantidad de partes y el número de dobleces. A partir de esto, las estudiantes realizaban el número de pliegues y determinaban la cantidad de cuadriláteros que les resultaban y los escribían, además tenían la libertad de realizar dichos pliegues de forma horizontal o vertical, lo importante era mantener todos los cuadriláteros del mismo tamaño y forma; aquí se dio a conocer el numerador, el denominador y la fracción como parte-todo. La sesión finalizó a las 12: 00 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

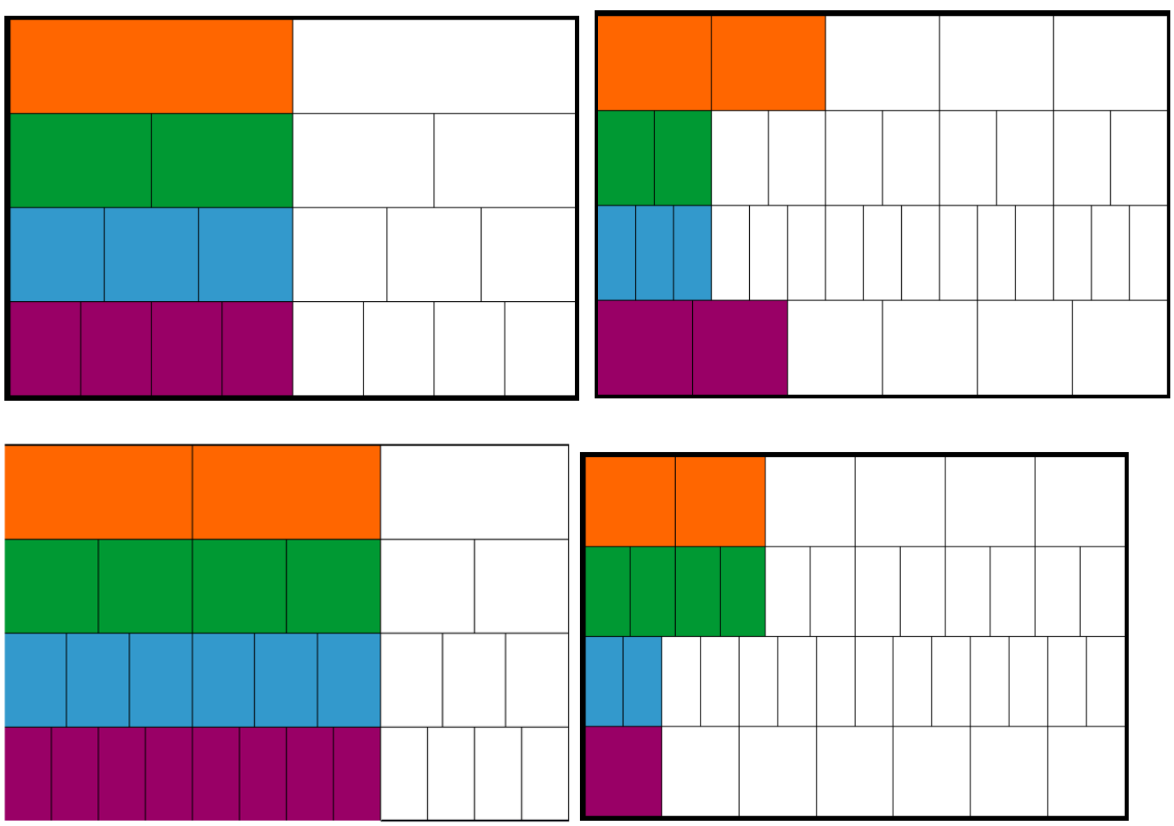
EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 1  Ilustración 2  Ilustración 3  Ilustración 4  Ilustración 5	En esta primera sesión donde se pretendía abordar el concepto de fracción parte-todo, y teniendo en cuenta las ilustraciones 1, 2, 3, 4, 5, se evidencia que las 11 estudiantes realizaron el procedimiento correcto al momento de hacer los dobleces pues como lo mencionan (Llinares y Sánchez, 1997): "*Independientemente de la aproximación cualitativa, algunas habilidades necesarias para el dominio de la relación parte-todo son la capacidad de dividir un todo en partes, reconocer el todo, realizar divisiones congruentes, reconocer las partes del todo…*" Con esta actividad, se quería que las estudiantes fueran capaces de dividir el todo (hoja de papel) en partes, identificar cada parte y el todo, además que cada una de las divisiones fuera congruente. (Llinares y Sánchez, 1997) mencionan que las primeras actividades deben estar enfocadas hacía el reconocimiento de lo anteriormente mencionado: "*Las primeras actividades deben estar dirigidas únicamente a que:* *- los niños puedan identificar la unidad;* *- poder realizar divisiones congruentes;* *- contar el número de partes en que se divide el todo, y* *- en darse cuenta que el número de divisiones no da el número de partes, ni por tanto la fracción.*"

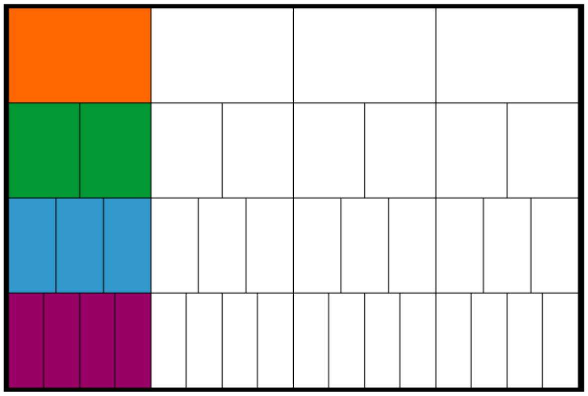
	

SESIÓN DEL 05/09/2015 ACTIVIDAD 2

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 9 estudiantes. Para esta sesión, se quería introducir las fracciones equivalentes y para ello se realizó la comparación de varias fracciones desde distintas representaciones de modo que las estudiantes identificaran la equivalencia entre las mismas. A cada estudiante se le entregó una hoja con las siguientes representaciones:





Durante la actividad, cada estudiante debía escribir la representación numérica de la fracción dentro de cada parte, ya fuera que estuviera coloreada o no y luego el docente les hacía preguntas para que identificaran fracciones equivalentes, tales como: ¿un medio es igual a dos cuartos?, ¿dos tercios es igual a cuatro sextos?, etc., así las estudiantes respondían y se llegaban a un consenso entre todos; finalmente, el docente explicó como se podían identificar dos fracciones equivalentes de manera numérica, se colocaron varios ejercicios los cuales se resolvieron entre todos y se dio por terminada la clase a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>CONTRASTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>Ilustración 6

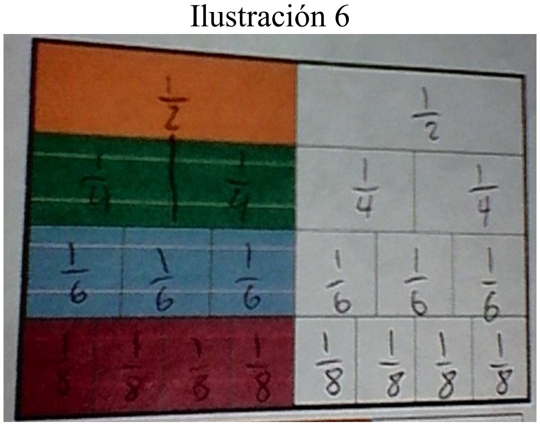



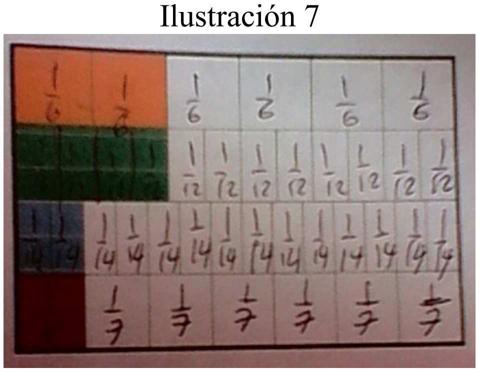
Ilustración 7
</td><td>En esta sesión, donde quería introducir las fracciones equivalentes, se puede evidenciar en las ilustraciones 6, 7, 8, 9 y 10, como las estudiantes realizan las divisiones de la unidad dependiendo de la fracción correspondiente y como la misma gráfica les ilustra la equivalencia entre las mismas; (Llinares y Sánchez, 1997) mencionan al respecto que: “Distintas relaciones parte-todo pueden expresar la misma parte de un objeto total. En este caso las relaciones se refieren al mismo objeto físico, y por ello se dicen equivalentes.”</td></tr>
</table>

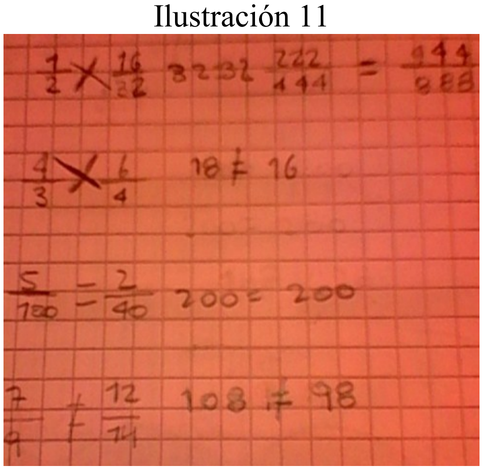
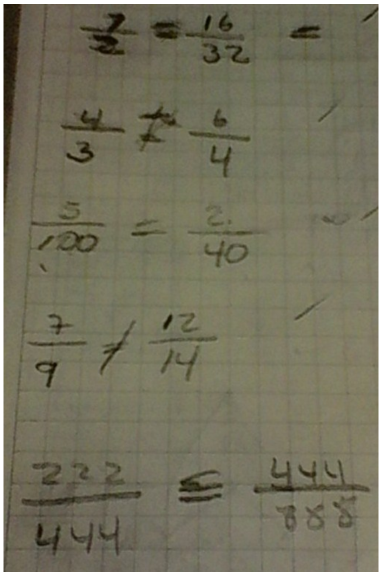
Ilustración 8  Ilustración 9  Ilustración 10 	
Ilustración 11 	Por otra parte, las estudiantes van adquiriendo la capacidad de reconocer cuando dos fracciones son equivalentes a partir de la relación que encuentran tanto en la forma en la representación gráfica, como en los numeradores y denominadores de ambas fracciones (Ilustraciones 11 y 12). En este sentido, (León, 2011) afirma que: "*Posteriormente, la relación entre los términos de dos fracciones equivalentes, permitirá a los alumnos comprobar que, en fracciones reconocidas previamente como equivalentes, los productos de los*

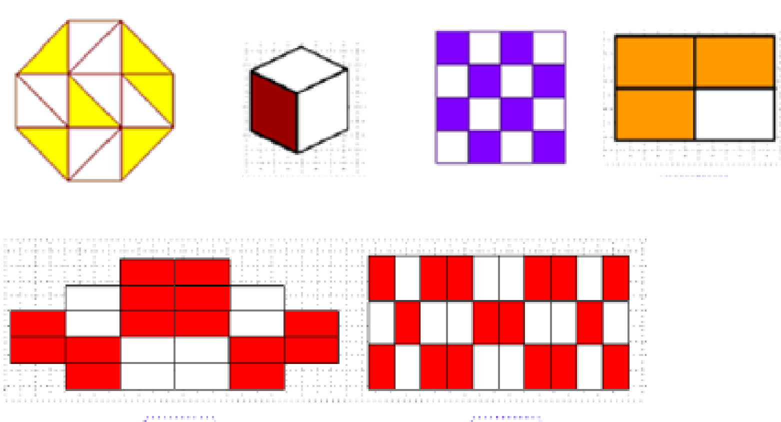
Ilustración 12 	*términos cruzados coinciden*." Asimismo, estas concepciones que se van formando en las estudiantes, son necesarias para que a futuro les sirva como base para la adquisición de nuevos conceptos relacionados con las fracciones y la construcción de los números racionales. A partir de lo anterior (León, 2011) menciona que: "*Los conceptos relativos a las fracciones equivalentes forman la base en la que se sustentan una serie de contenidos fundamentales, como la simplificación, la reducción a común denominador, la justificación de los procedimientos para sumar y restar fracciones y, más adelante, en cursos superiores, la construcción del concepto de número racional*".

SESIÓN DEL 12/09/2015 ACTIVIDAD 3

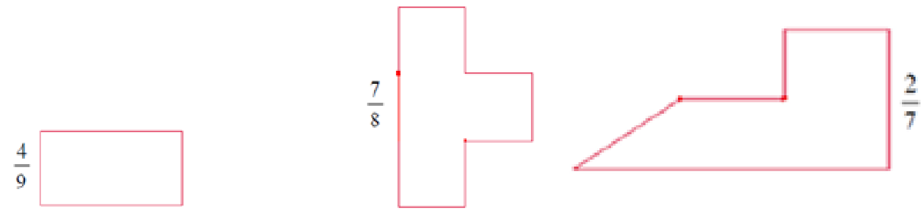
DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 14 estudiantes. En esta sesión se buscó que las estudiantes observaran que existen diferentes representaciones de la fracción parte-todo y que todas pueden simbolizar la misma, para ello se les entregó una guía que contenía diferentes representaciones, que les ayudaría a relacionar la forma escrita, la numérica y la gráfica de la fracción parte-todo. La guía que se trabajó fue la siguiente:

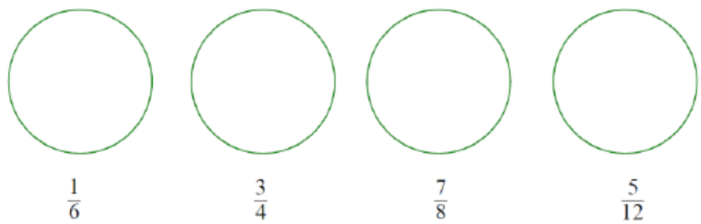
1. Escriba debajo de cada gráfica que fracción representa la región sombreada:



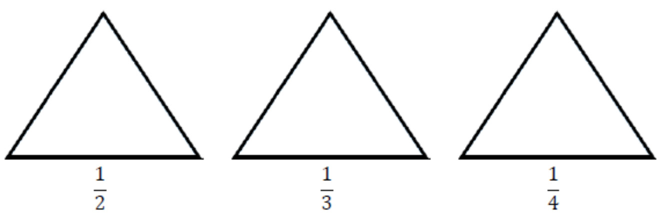
2. Para cada gráfica represente la fracción pedida:



3. Represente en cada círculo la fracción pedida:

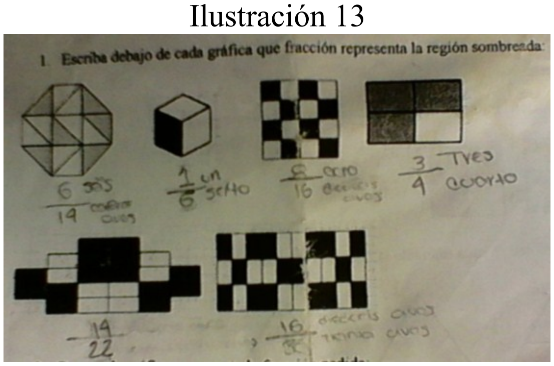


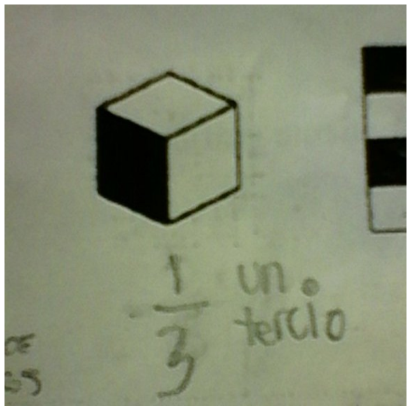
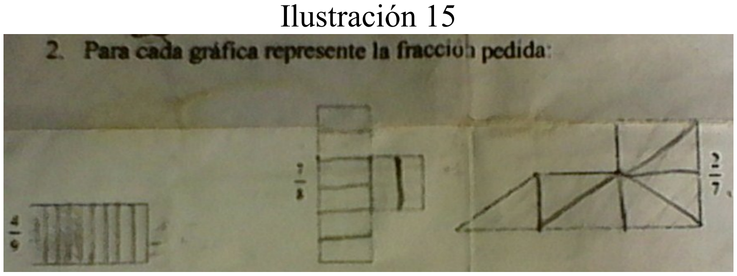
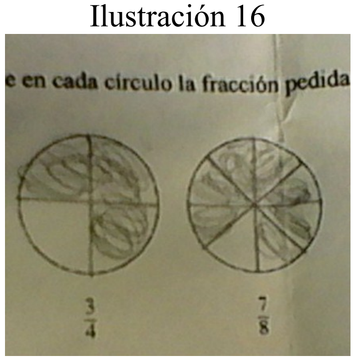
4. Coloree en cada triángulo la fracción indicada:

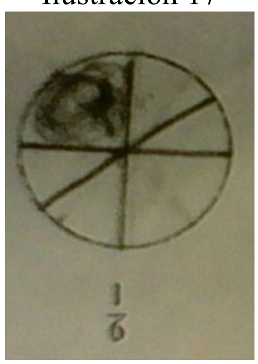
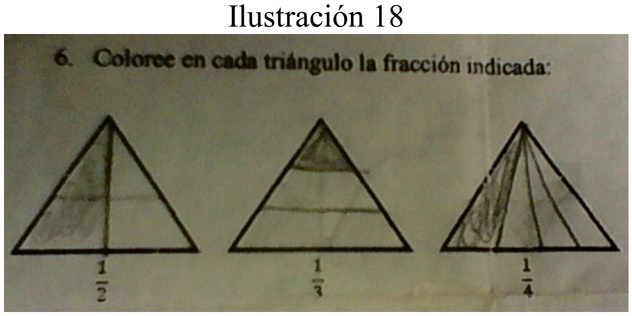
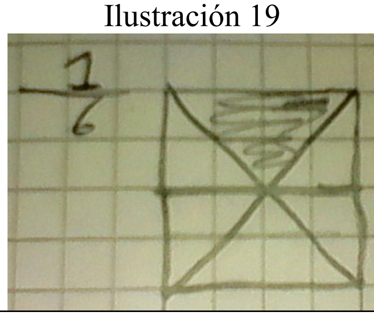


Después de 1 hora y 15 minutos, se recogieron las guías de trabajo pues ya habían acabado todas las estudiantes y se procedió a socializar las respuestas, identificando los errores y dificultades y corriendo cada uno para el correcto aprendizaje de los conceptos. La sesión finalizó a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 13 	La ilustración 13 muestra la respuesta que la mayoría de estudiantes dio a esta situación, la cual expresa la relación entre las partes y el todo y logra interpretar la representación gráfica para dar paso a la numérica y a la escrita en letras. (Llinares y Sánchez, 1997) indican al respecto lo siguiente: "*La*

	fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios <<todos>>".
Ilustración 14  	En la ilustración 14, se puede evidencia como la estudiante toma la gráfica como una representación en la que sólo le son evidentes tres caras, ignorando la figura como un todo que posee 6 partes de las cuales está tomando una. (Godino, 2002) menciona respecto a esta interpretación de la fracción que: "*Cuando decimos que una parte es a/b del total queremos decir que el total se ha dividido en b partes iguales y que el trozo al que hacemos referencia está formado por un número a de dichas partes*".
Ilustración 15  Ilustración 16  	En las ilustraciones 15 y 16, se observa como se ha realizado una partición de la unidad en partes iguales teniendo en cuenta la fracción descrita; sin embargo en la ilustración 15 respecto a la segunda y tercera fracción, se evidencia que la estudiante realiza la partición de la unidad en las partes, pero se olvida de generar de manera gráfica la relación que la fracción le sugiere. Teniendo en cuenta lo anterior y citando a (Llinares y Sánchez, 1997) al respecto: "*habíamos caracterizado la interpretación parte-todo cuando un <todo> o varios*

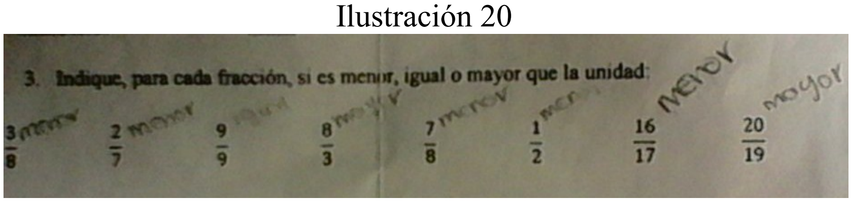
	(continuos o discretos) era dividido en partes y la fracción nos describía la relación entre las <partes> que se consideraban y el número de partes en que se había dividido el todo", se puede afirmar que en las fracciones aludidas de la ilustración 15, la estudiante no interpreta la relación que le suponen las partes con el todo, haciendo sólo la partición.
Ilustración 17  Ilustración 18  Ilustración 19  	En las ilustraciones 17, 18 y 19 se evidencia un error en el cual las estudiantes no tienen en cuenta que las divisiones deben ser equivalentes en todos los casos que se trabaja la fracción parte todo. Al respecto, (León, 2011) señala que: "*En ocasiones, a la hora de identificar una fracción con su posible representación gráfica, no tienen en cuenta la necesidad de que las partes sean equivalentes en área y se centran tan sólo en el número de partes*".

SESIÓN DEL 19/09/2015 ACTIVIDAD 4

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 14 estudiantes. Para esta sesión, se pretendía que las estudiantes reconocieran la unidad en las fracciones, cuando la fracción era mayor que la unidad y cuando era menor y que además comprendieran el concepto de fracción propia e impropia; para esto, se les entregó un complemento de la guía realizada en la sesión anterior, junto con algunos ejercicios en los que debían representar de manera grafica, numérica y/o en letras las fracciones, determinando si la fracción era menor, mayor o igual que la unidad y a su vez si era propia o impropia. Esto se realizó con ayuda primero del docente, exponiéndoles a las estudiantes varias fracciones y preguntándoles acerca de lo que tenían en común o diferente cuando se decía que era mayor o menor que la unidad, a lo cual varias respondían sobre el hecho de que el numerador era mayor o menor que el denominador (o igual en ciertos casos) y como estas representaciones determinaban la unidad o un valor (desconocido para ellas) mayor o menor que la misma. Pasada una hora y quince minutos, se recogieron las guías y se socializaron los puntos junto con los ejercicios propuestos en clase, se institucionalizo sobre las fracciones propias e impropias y se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 20  	En la ilustración 20, se puede evidenciar como la estudiante puede reconocer a partir de la representación numérica cuando la fracción es menor, mayor o igual que la unidad, a partir de los numeradores y denominadores de cada una de las fracciones. Respecto a la identificación de la unidad, (Llinares y Sánchez, 1997) expresan que: "*la identificación de la unidad (qué <todo> es el que se considera*

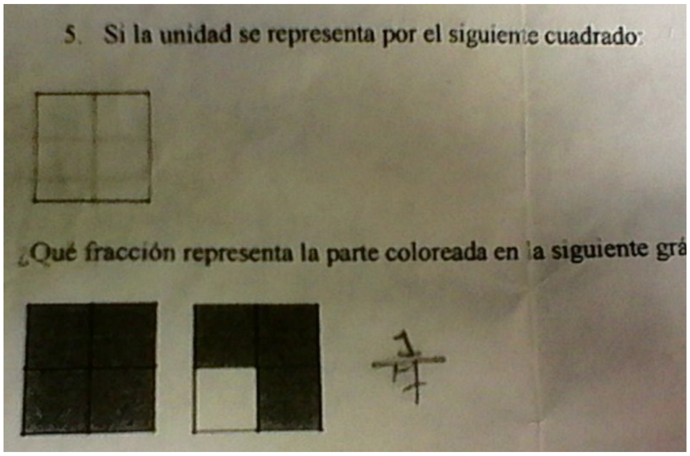
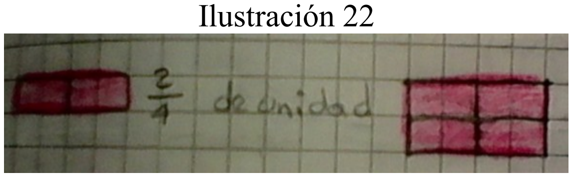
	como unidad en cada caso concreto)".
Ilustración 21 	Este ejercicio se contempla como importante para una buena adquisición del concepto de fracción y por eso (Llinares y Sánchez, 1997) sugieren: "*deben aparecer fracciones mayores que la unidad, y no centrar la atención sólo en las fracciones menores que uno. Se evitan así algunas dificultades que los niños tienen en la identificación de la unidad cuando se les presentan fracciones mayores que uno, habiendo estado identificando desde el primer momento sólo fracciones como <parte de una unidad> de forma estricta*". En la ilustración 21, se evidencia la dificultad mencionada por Llinares y Sánchez, y por eso fue importante fortalecer este concepto antes de continuar y así lograr un aprendizaje significativo.
Ilustración 22 	En las ilustraciones 22, 23, 24 y 25 se les daba a las estudiantes una parte y se les pedía reconstruir la unidad a

Ilustración 23

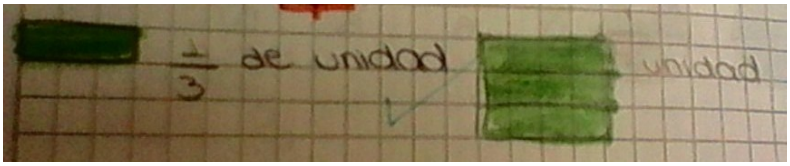


Ilustración 24

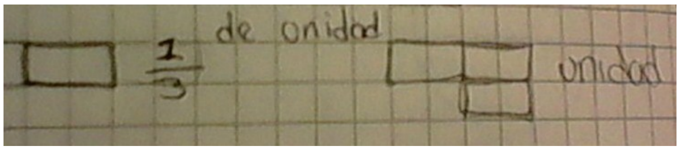
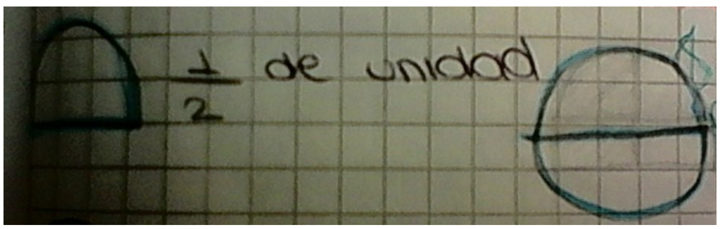
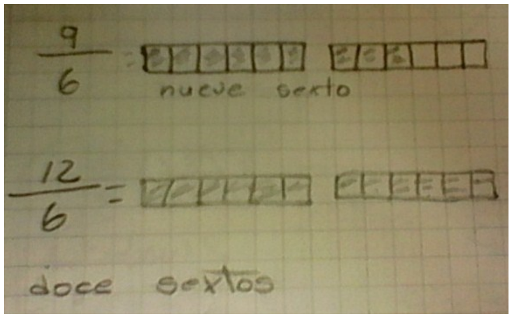


Ilustración 25



partir de ella. Al respecto (Llinares y Sánchez, 1997) afirma que: "*A partir de estos momentos se deben introducir actividades que permitan a los niños utilizar el conocimiento que han adquirido en relación a la noción fracción. Estas actividades-ejercicios son las que denominaremos <reconstrucción de la unidad>*".

Hay que resaltar que el grado de dificultad de esta actividad es mayor pues se está tomando una fracción cualquiera. En esencia esto se puede ver reflejado a lo descrito por (Llinares y Sánchez, 1997): "*Hasta ahora se proporcionaba al niño fracciones unitarias y ellos a través de la secuencia de contar reconstruían la unidad.*
Resumiendo, podemos decir que estas actividades de reconstrucción de la unidad tienen una doble versión, que viene determinada por su grado de complejidad:
a) cuando partimos de fracciones unitarias, y
b) cuando partimos de una fracción

	cualquiera".
Ilustración 26  	En la ilustración 26, se puede observar que la estudiante ha identificado en cuantas partes ha sido dividida la unidad y toma las unidades por separado y no ambas como el todo, logrando comprender que las representaciones son de fracciones mayores que la unidad. En este sentido, (Llinares y Sánchez, 1997) hacen énfasis en la relevancia de esto: "*la necesidad de prestar atención especial a las tareas relativas a la identificación de la unidad, reconocer las partes en que está dividida la unidad y las actividades en relación al manejo de las fracciones unitarias (del tipo* $1/n$*)*".

SESIÓN DEL 26/09/2015 ACTIVIDAD 5

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 14 estudiantes. Para esta sesión se quería que las estudiantes aprendieran a sumar y restar fracciones homogéneas y que observaran cómo se mantiene el denominador mientras que los numeradores son operados. Para ello se tomó la hoja con las representaciones de las fracciones que se utilizó en la actividad 2, la cual además ya tenía la representación numérica debido a lo hecho ese día. Sumando y restando fracciones homogéneas, se les pedía que empleando dicha hoja realizaran la operación entre dos (o más) fracciones y que al hallar el resultado de modo gráfico identificaran la fracción en la hoja que resultaba a la solución de la operación anteriormente realizada; una vez que se finalizó esta parte de la actividad, se propusieron varios ejercicios y se socializaron los conceptos entre todos para realizar sumas y restas entre fracciones homogéneas de modo gráfico y numérico. Es preciso destacar que en esta sesión también se expresó en que consistía operar dos o más fracciones homogéneas y dos o más fracciones heterogéneas, aunque solo se emplearon las primeras en la actividad. La sesión finalizó a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

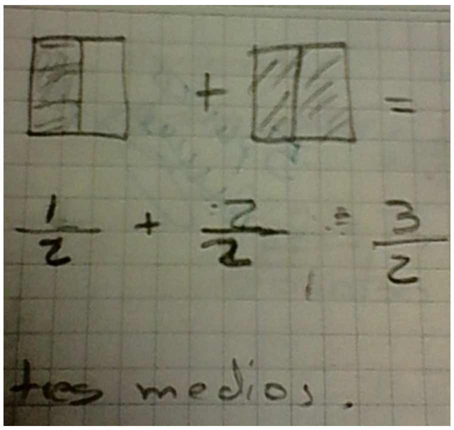
<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>CONTRASTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>Ilustración 27


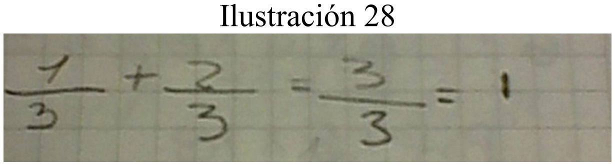
Ilustración 28


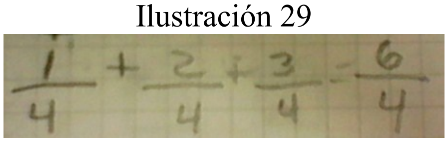
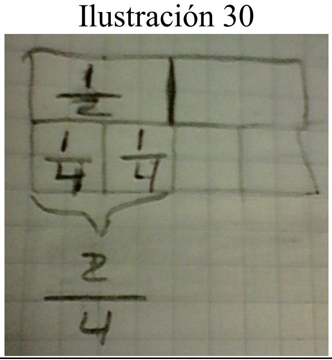
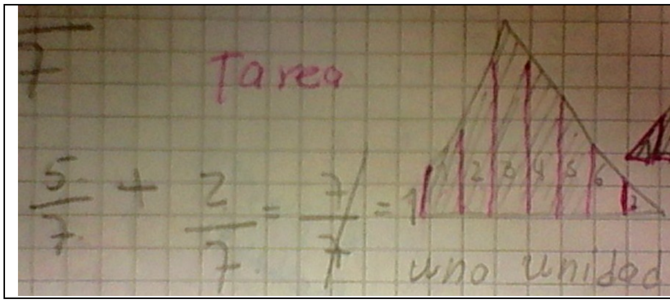
Ilustración 29


Ilustración 30

</td><td>En las ilustraciones 27, 28, 29 y 30, las estudiantes relacionan correctamente la representación gráfica con la representación numérica y a partir de la primera lograr operar dos o más fracciones homogéneas, encontrando unas mayores, otras menores y otras iguales que la unidad. En consecuencia, se puede afirmar según (Llinares y Sánchez, 1997) que: "*creemos que es conveniente centrar la <actuación sobre las fracciones> en la idea de fracción unitaria* ($1/n$) *y en el hecho de contar fracciones unitarias. Aumentando el énfasis en esta dirección estaremos colocando las bases (establecer relaciones entre los conceptos) para preparación para las nociones de la suma/resta de fracciones con el mismo denominador*".</td></tr>
<tr><td>Ilustración 31</td><td>En la ilustración 31, la estudiante realiza la suma de forma adecuada y determina que el resultado es una unidad; sin embargo, comete el error de realizar la representación tomando</td></tr>
</table>

	las partes de diferentes tamaños. Este error ya había sido descrito anteriormente citando a (León, 2011).

SESIÓN DEL 03/10/2015 ACTIVIDAD 6

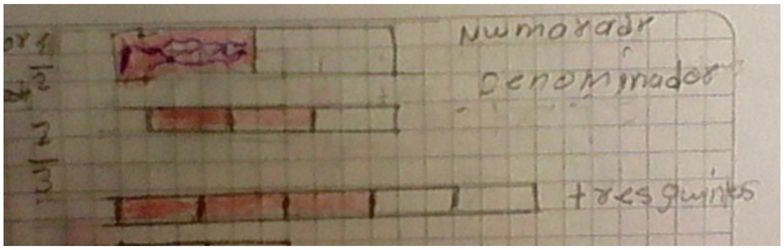
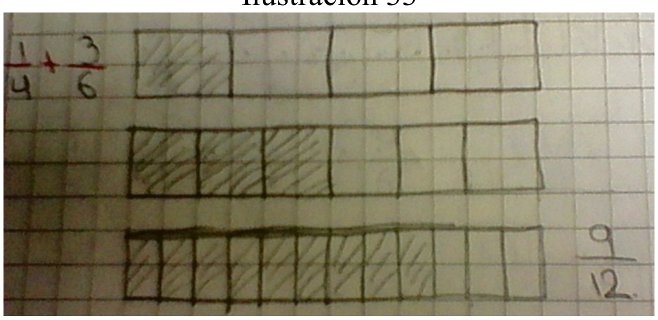
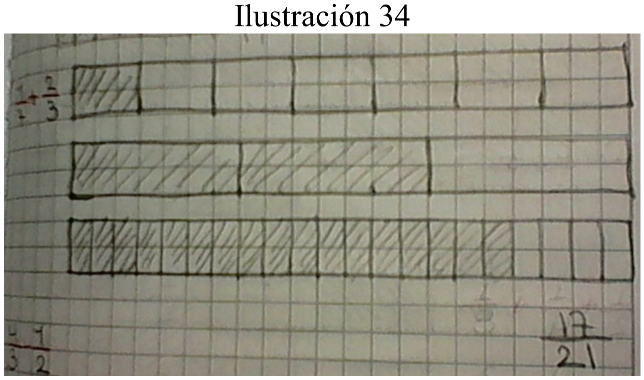
DESCRIPCIÓN

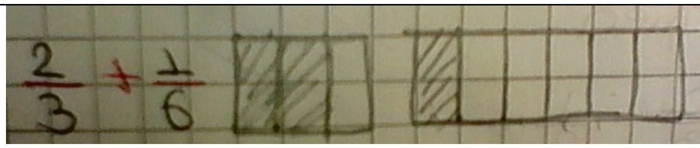
Se dio inicio a la sesión a las 10:15 am con la presencia del docente y 12 estudiantes. Esta sesión estaba contemplada para dar inicio a la suma de fracciones heterogéneas, para esto se empleó solamente el método gráfico. Para comenzar, se les dijo a las estudiantes lo que se procuraba durante la sesión, así que se planteó una fracción en su representación numérica y se les preguntó el cómo se solucionaría, algunas intentaron sumar numeradores y sumar denominadores y decían que la fracción resultante era el resultado; en ese momento, el docente les expresó que ese método no era el correcto y les pidió emplear otro método y se les dijo que cómo se haría de modo gráfico si con las fracciones homogéneas se mantenía el denominador, pero al ser fracciones heterogéneas el denominador de las fracciones es distinto.

Pasados 30 minutos de discusión entre el docente y las estudiantes y entre ellas mismas, una de ellas dijo que "si se multiplicaban los denominadores para unificar el denominador", y aunque en principio el método es eficiente para dos fracciones, se complica para más de dos; de esta manera, se les planteó la representación gráfica de ambas fracciones y se les pidió hallar el resultado de la suma de modo gráfico, para esto se les mostró qué era necesario determinar una medida común en la cual se pudieran representar ambas fracciones (se emplearon los cuadrados del cuaderno para que les fuera más sencillo de identificar); una vez representadas, se podía proceder a sumar los cuadritos totales que abarcaban las fracciones resultantes. A continuación, se plantearon varias sumas de fracciones en representación numérica y se les pidió sumar empleando el método gráfico, de este modo se observaría primero si representaban correctamente las fracciones, luego si encontraban la medida común para representar nuevamente y finalmente determinar el resultado de la operación.

Para terminar la sesión, se realizaron las operaciones entre todos y se institucionalizaron los nuevos conceptos trabajados y se dio por finalizada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 32 	La ilustración 32, nos demuestra que la estudiante ha tomado medidas distintitas para representar las fracciones y al final ha optado por realizar la suma de las partes y de los “todo”, obteniendo una fracción que no representa el resultado de la operación. Respecto a esta dificultad, (Llinares y Sánchez, 1997) afirman que: “*Estas respuestas corresponden a uno de los errores más comunes a la adición de fracciones que consiste en que el niño suma independientemente los numeradores y denominadores*”.
Ilustración 33  Ilustración 34 	En las ilustraciones 33 y 34, se evidencia como las estudiantes han identificado una medida que es común para ambas fracciones con la cual pueden realizar la representación gráfica y por medio de esta determinar el resultado de las operaciones planteadas. En efecto, (Llinares y Sánchez, 1997) dicen sobre la relación parte-todo y la suma de fracciones: “*La relación parte-todo es la que constituye la interpretación más natural para los niños (además de constituir un buen modelo para dotar de significado a la suma de fracciones)*”.
Ilustración 35	En la ilustración 35, la estudiante ha representado correctamente ambas

	fracciones; sin embargo, estas representaciones no le permiten conocer el resultado de la operación y por lo tanto deja únicamente expresadas las fracciones. (Llinares y Sánchez, 1997) señalan que: "*El procedimiento en todos los casos, apoyados en la equivalencia de fracciones, consiste en buscar denominadores comunes o una medida común*". Lo que es evidente según la ilustración, que la estudiante no determina dicha medida común.

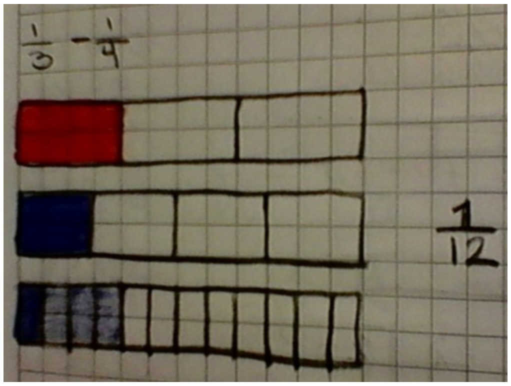
SESIÓN DEL 10/10/2015 ACTIVIDAD 7

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 11 estudiantes. En esta sesión se aspiraba a que las estudiantes aprendieran a restar fracciones heterogéneas empleando el método gráfico, para ello se les expresó a las alumnas que el método era similar al de la suma aunque claramente con sus diferencias; para ellas fue relativamente sencillo encontrar la medida común para representar las fracciones, pero se les dificultó restar pues no lograban comprender cómo funcionaba la operación en la gráfica. Se les dejo como problema durante la clase, dando pistas sobre de cómo se restaban los números normalmente, así mismo era el procedimiento para el método gráfico (guardando las proporciones). Finalmente una estudiante lo realizó, no obstante aun se le dificultaba comprenderlo, por lo que entre todos se evidenció el procedimiento empleando varias fracciones hasta que se logró la comprensión total de las estudiantes. En seguida se les colocó un ejercicio que se les convirtió en un problema, pues al tratar de realizar la resta el numerador de la primera fracción resultaba menor que el numerador de la segunda fracción, y en ese caso no tenían noción de lo que podían hacer tanto de forma gráfica como con el resultado numérico; se les dijo que si era posible solucionarlo y se dejo como tarea para la próxima clase y se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO

Ilustración 36 	En la ilustración 36, se evidencia como la estudiante determina una medida común la cual le sirve de referencia para encontrar la solución de la operación. (Llinares y Sánchez, 1997) destacan la relevancia del concepto de equivalencia, expresando: "*La importancia de la idea de equivalencia de fracciones se debe al papel clave que juega en diversos aspectos: en la relación de orden, en el desarrollo de los algoritmos de la suma y resta de fracciones de denominador diferentes*".

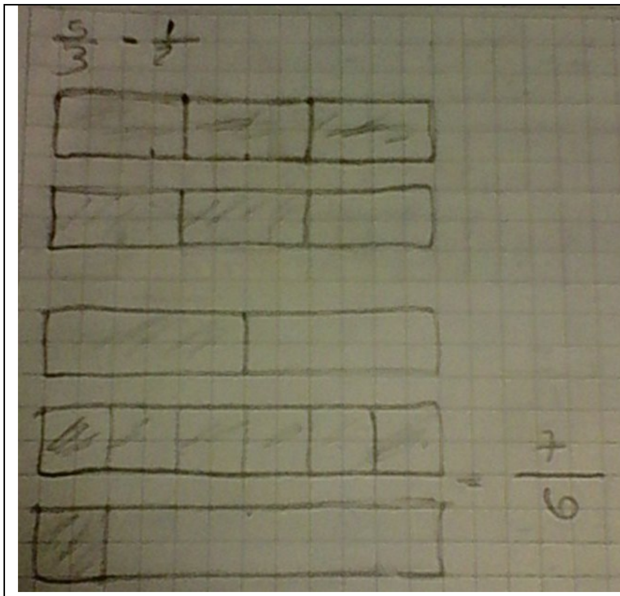
SESIÓN DEL 17/10/2015 ACTIVIDAD 8

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10:15 am con la presencia del docente y 14 estudiantes. En esta sesión se pretendía lograr que las estudiantes realizaran suma y resta de fracciones heterogéneas desde el método gráfico pero usando fracciones propias e impropias. Teniendo en cuenta la naturaleza de las fracciones, se les dificultó en un comienzo pues al tener fracciones impropias la representación las confundía por la medida de la unidad y luego la respectiva operación también era más compleja para ellas. Teniendo en cuenta esto, se realizaron preguntas de cómo se podía representar la fracción impropia y aquí se presentó un error, pues algunas tendían a invertir numerador con denominador para representar; sin embargo, algunas otras determinaron que había que dibujar otra unidad y que cada unidad se dividiría en la cantidad de partes que expresaba el denominador y se tomarían la cantidad expresada en el numerador, sabiendo que debían ser una unidad (o varias) completa(s) y dibujando la cantidad necesaria hasta completar la representación de la fracción. Bajo estas ideas, se socializaron estos conceptos y se dispusieron algunas fracciones más para ser operadas por las estudiantes, al final se institucionalizaron cada una en el tablero y se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 37	(Llinares y Sánchez, 1997) mencionan que: "*El proceso de contar fracciones unitarias como generador de diferentes fracciones (propias e impropias) puede evitar la restricción que supone el manejo casi exclusivo de fracciones menores que la unidad que tradicionalmente se ha*



asociado a la interpretación parte-todo". Teniendo en cuenta lo anterior, en la ilustración 37, se evidencia el procedimiento adecuado para la solución de la operación, en el cual la estudiante logra construir las fracciones empleando una medida común y tomando esta para representar ambas fracciones, para después operar y hallar el resultado.

Por otra parte, este tipo de situaciones es de gran importancia por el uso de fracciones mayores que la unidad y no limitar la fracción parte-todo a solo fracciones menores que la unidad. (Llinares y Sánchez, 1997) afirman en relación a esto que: "*El problema posterior de ver los números mixtos como fracciones (y viceversa) puede empezar a evitarse si los niños integran desde el principio en su red de relaciones del concepto fracción las ideas relativas a las fracciones mayores de la unidad que posteriormente se podrá representar mediante números mixtos si queremos*".

Ilustración 38

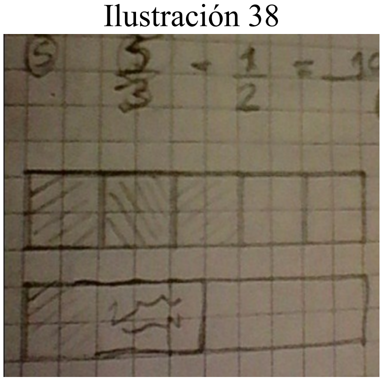
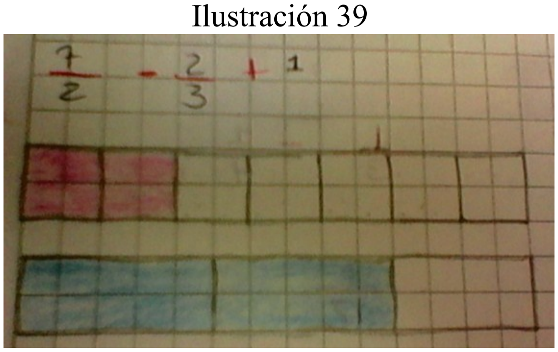


Ilustración 39



En las ilustraciones 38 y 39, las estudiantes realizan la representación de la fracción, pero confunden numerador y denominador al momento de realizar la representación gráfica, es decir, toman el numerador como el "todo", en el cual pueden tomar las "partes" señaladas en el denominador. Este error se debe a que aún no están muy familiarizadas con fracciones mayores que la unidad y su manipulación. Al respecto, (Llinares y Sánchez) indican: "*Además se pueden plantear dificultades cuando se manejan fracciones mayores de la unidad. Algunas dificultades que los niños tienen en la identificación de la unidad cuando se les presentan fracciones mayores que uno, habiendo estado identificando desde el primer momento sólo fracciones como <parte de una unidad> de forma estricta.*"

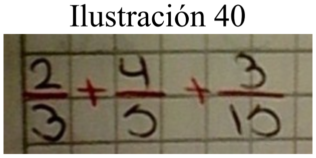
SESIÓN DEL 24/10/2015 ACTIVIDAD 9

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 11 estudiantes. Continuando con las operaciones entre fracciones, en esta sesión se pretendía reforzar el tema de las sumas y restas de fracciones heterogéneas con más de dos fracciones, esto con el fin de que al pasar al algoritmo numérico, las estudiantes notaran la importancia de hallar una medida común y no realizar el método que usualmente se enseña en la escuela, multiplicando numeradores por denominadores y denominadores entre sí; de este modo, cuando se trabajara el método numérico ya fuera con dos o más fracciones se hallara la medida común y entre varias fracciones resulte más sencillo hallar el resultado.

En este sentido, se les situaron varias fracciones heterogéneas para ser sumadas y/o restadas (en algunos casos se combinaban las operaciones) y se les pidió que determinaran el resultado de operarlas. Para estos ejercicios, el nivel de complejidad fue mayor y resultó convertirse en una situación que le generaba un problema, pues algunas estudiantes no lograban identificar la forma de operar gráficamente con tres o más fracciones, pues no sabían la manera de proceder. El docente permitió que las estudiantes pensaran un momento en ello y luego de un tiempo les preguntó; algunas expresaron que se debía hallar la medida común entre dos fracciones y luego con cada una ir hallando la medida común, a lo que el docente les dijo que si no era poco práctico, por lo que ellas preguntaron si se podía determinar en un solo paso una medida común entre todas las fracciones y el docente les dijo que si. A partir de esto, las estudiantes comenzaron a resolver las operaciones y luego se escogía a una de ellas para que las socializara en el tablero, entre todos los presentes se determinaban errores, los cuales eran corregidos y se estableció el camino de solución para el problema inicialmente encontrado, así, se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 40  Ilustración 41	En las ilustraciones 40, 41, 42, 43, 44 y 45, se observa el trabajo de las estudiantes. En estas evidencias, se puede notar la importancia de aprender la suma de fracciones hallando una medida común, lo cual al momento de pasar al algoritmo numérico, facilitará la resolución de la operación. Además, las estudiantes ya han tenido un poco más de contacto con las fracciones (propias e impropias) y en consecuencia logran realizar operaciones de

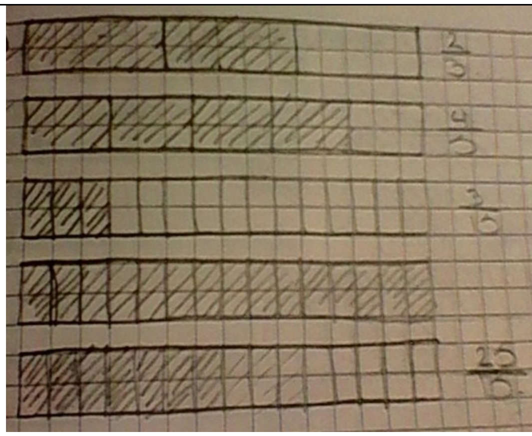


Ilustración 42

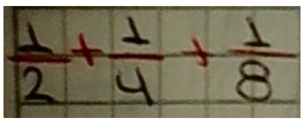


Ilustración 43

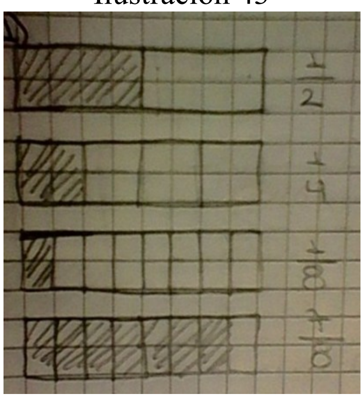
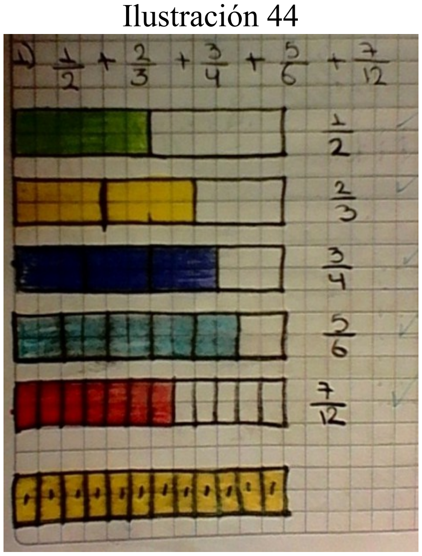
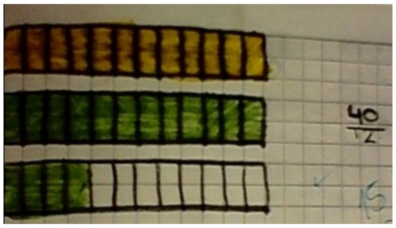


Ilustración 44



dos y más fracciones de manera gráfica. Al respecto (León, 2011) afirma: "*Cuando sumamos o restamos lo hacemos de elementos homogéneos, tienen que ser cantidades de la misma cosa*".

Asimismo se complementa a lo anterior, según lo señalado por (Payne, 1976) citado por (Llinares y Sánchez, 1997): "*en las investigaciones relativas a la enseñanza aprendizaje de las fracciones realizadas en la década de los sesenta y setenta se pueden distinguir dos períodos En un primer momento, el énfasis de los trabajos se centra en <<comparar y analizar las ventajas e inconvenientes de los algoritmos de las operaciones con fracciones>>. Para ello se estudiaban diferentes aproximaciones a la enseñanza de dichos algoritmos, que facilitan su comprensión-manejo a través de diagramas, materiales manipulativos, etc.*"

Ilustración 45 	

SESIÓN DEL 31/10/2015 SALIDA PEDAGÓGICA

DESCRIPCIÓN

La sesión del 31 de octubre fue desarrollada en el parque simón bolívar. En esta sesión se citó a los docentes y a las estudiantes a las 7:00 am, aquí se pretendía hacer una carrera de observación por el parque en el cual habrían diferentes pistas que guiarían a los grupos de estudiantes por las distintas estaciones, en las cuales estarían los docente de cada una de las asignaturas que se les imparte a las alumnas. En la estación de matemáticas se situaron varias actividades de tipo físico y entre ellas las estudiantes debían resolver varios acertijos y armar un cubo de soma; al terminar con el armado y los acertijos podían pasar a la siguiente estación. Hay que aclarar que estas actividades se plantearon para todas las estudiantes desde primaria hasta grado once, y se hicieron relacionadas con las matemáticas pero sin ser ejercicios debido a la naturaleza de la salida pedagógica. La actividad completa finalizó a la 12:30 pm.

Ya que se quería que por cada estación las estudiantes tardaran 30 minutos aproximadamente, sólo se tomaron cuatro acertijos que fueron los siguientes:

- Si 5 gatos cazan 5 ratones en 5 minutos, ¿cuántos gatos cazarán 100 ratones en 100 minutos?
- Un granjero tiene 10 conejos, 20 caballos y 40 cerdos. Si llamamos “caballos” a los “cerdos”, ¿Cuántos caballos tendrá?
- ¿Cómo puede sobrevivir alguien que cae de un edificio de 50 pisos?
- ¿Cuántas veces puede restarse el número 1 del número 1111?

SESIÓN DEL 07/11/2015 ACTIVIDAD 10

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 11 estudiantes. En esta sesión, se esperaba que las estudiantes identificaran y aplicaran el algoritmo numérico para resolver suma y resta de fracciones heterogéneas, para ello fue importante hacerles caer en cuenta que el método gráfico les serviría como base para entender el algoritmo numérico.

Para comenzar, el docente estableció una suma sencilla de fracciones y les indagó a las estudiantes sobre cómo resolverla basadas en el método gráfico, a lo que varias de ellas señalaron que había que buscar una medida común entre los denominadores; entonces el docente les preguntó el cómo hallarlo y luego de meditar y discutir respondieron que multiplicando los numeradores, pero esto no siempre es correcto, pues esto solo se aplica si el mínimo común múltiplo entre ambos es 1, es decir, sin son primos relativos. Aquí el docente les explicó que significaba que dos números fueran primos relativos y la manera sencilla de determinar la medida común entre dos o más números, por lo que sea hacía relevante el aprendizaje de las tablas de multiplicar; asimismo, el docente en lo posible puso denominadores que no fueran tan grandes, para que les fuera más sencillo determinar la medida común o mínimo común múltiplo.

Una vez que se determinaba el mínimo común múltiplo, el docente permitió que se trabajara en grupos con la idea que fortalecer el aprendizaje del algoritmo pues ciertamente era más complejo que el método gráfico y aun más comenzando con los ejercicios. De esta manera, el docente explicó en qué consistía el método y pasaba grupo por grupo haciendo las aclaraciones necesarias y estableciendo diferentes ejemplos para precisar el concepto adquirido durante la clase. Por otra parte, el docente les pedía a las estudiantes que una vez realizado un ejercicio por el método numérico lo hicieran por el método gráfico, el cual ya dominaban mejor, para comprobar que el resultado era el correcto. De este modo, se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

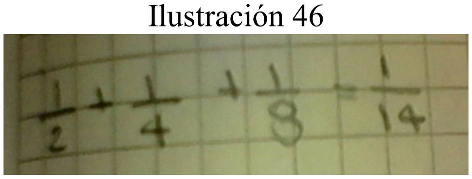
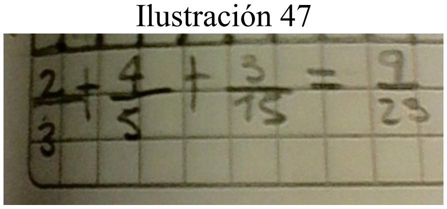
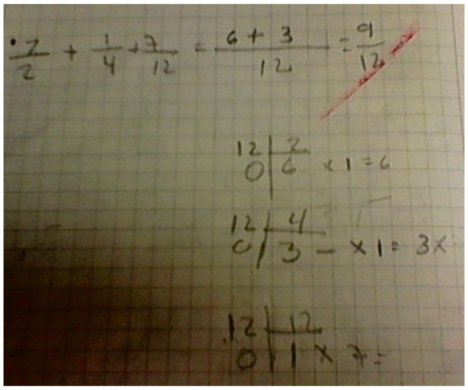
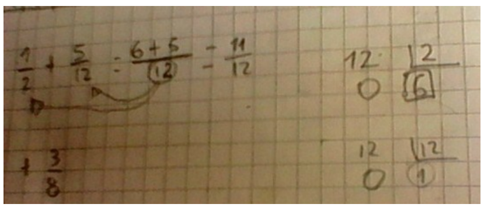
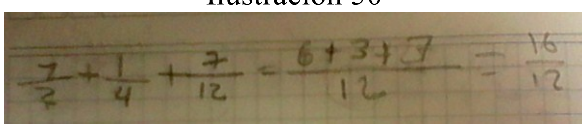
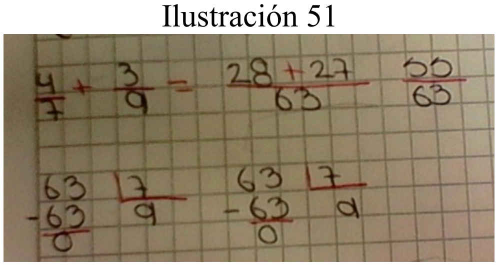
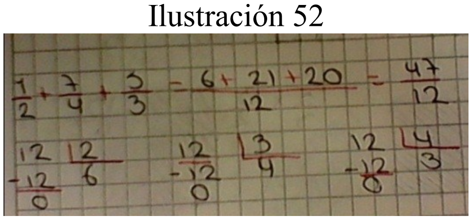
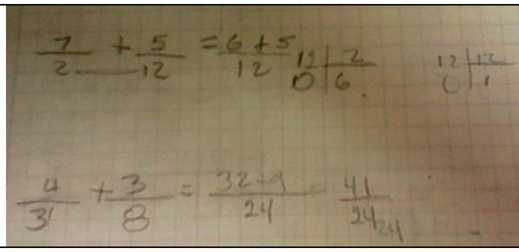
EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 46  Ilustración 47  	En las ilustraciones 46 y 47 se observa el error que cometen las estudiantes usando el algoritmo para sumar fracciones heterogéneas, lo cual es referenciado por (Llinares y Sánchez, 1997) de la siguiente manera: "*El origen del error puede estar en la similaridad de notaciones que existen entre las fracciones y los números naturales (llevándole al uso de procedimientos aditivos con los naturales)*".

Ilustración 48 	En la ilustración 48, la estudiante realiza el procedimiento correcto, pero se olvida de operar el numerador perteneciente a la tercera fracción. En este caso se puede considerar más una cuestión de descuido pues el procedimiento es correcto.
Ilustración 49  Ilustración 50  Ilustración 51  Ilustración 52  Ilustración 53	En las ilustraciones 49, 50, 51, 52 y 53 es posible asegurar como las estudiantes han logrado tomar sus conocimientos respecto a la fracción parte-todo y complementarlos de modo que el algoritmo lo puedan aplicar correctamente, determinando los resultados de las operaciones. En este sentido, (Llinares y Sánchez, 1997) señalan que: "*como vemos, en un último nivel, el manejo del algoritmo para la suma y resta de fracciones exige <el manejo de procedimientos más formales>, alejados ya de toda intuición concreta*".

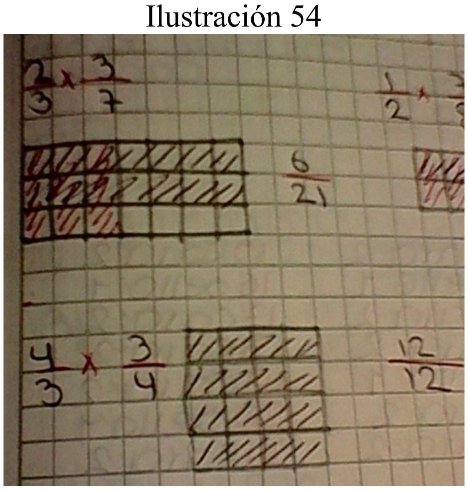
	

SESIÓN DEL 14/11/2015 ACTIVIDAD 11

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 12 estudiantes. Para esta sesión, se buscaba que las estudiantes identificaran el método para multiplicar fracciones, tanto de manera gráfica como con el algoritmo numérico. Para esto, se colocaron dos fracciones en su representación numérica y se les explicó cómo se multiplicaba empleando el algoritmo, lo cual no supuso ninguna dificultad; sin embargo, para el método gráfico fue totalmente nuevo con respecto al de la suma, así que se explicó el procedimiento básico y se fueron solucionando dudas al respecto, seguidamente, se colocaron ejercicios pero para resolver en el tablero, pues al ser un tema nuevo y con tan poco tiempo, fue mejor abarcarlo entre todo el grupo. De este modo, cada estudiante resolvía uno de los ejercicios tanto de manera gráfica como con el algoritmo numérico y una vez finalizados, se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 54  Ilustración 55	En las ilustraciones 54, 55, 56 y 57 se evidencia que las estudiantes relacionan ambas representaciones y determinar el resultado de la operación. Hay que resaltar que la multiplicación de fracciones les resulta mucho más sencilla que la suma o resta, pues el procedimiento es similar al producto de números naturales, con el cual ya están familiarizadas desde más tiempo. Consecuentemente (Dienes, 1972) citado por (Llinares y Sánchez, 1997) afirma: "*el concepto de multiplicación es el más natural y su introducción no plantea ninguna dificultad*".

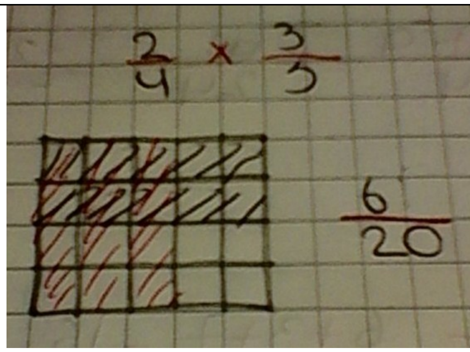


Ilustración 56

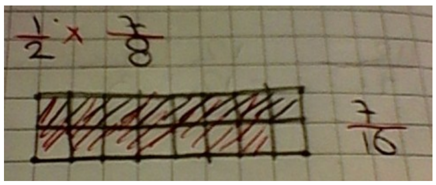
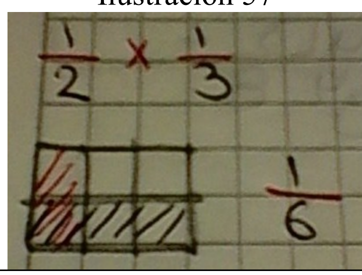


Ilustración 57



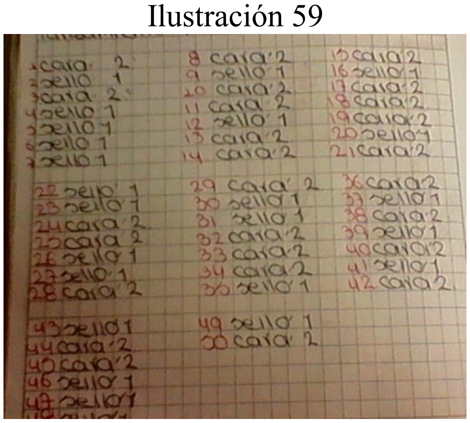
SESIÓN DEL 21/11/2015 ACTIVIDAD 12

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 10: 15 am con la presencia del docente y 13 estudiantes. Esta sesión fue la última antes de la evaluación final y como se trabajó la fracción como parte-todo durante la pasantía, en esta última sesión se abarcó de manera superficial el tema de las medidas de tendencia central, y aunque este tema no entraría en la evaluación final, se desarrolló relacionándolo de cierta manera con las fracciones. Para esta sesión, a cada estudiante se le entregó una moneda para realizar lanzamientos, cada estudiante debía lanzar la moneda 50 veces y escribir los resultados obtenidos, luego en el tablero se escribirían las puntuaciones de todas y se les preguntó sobre cual resultado caía más, si cara o cruz; teniendo en cuenta que los resultados eran similares en la mayoría y en pocos casos iguales (25-25), algunas decían que caía más cara o más cruz, y luego el docente les explicó que ambas tenían la misma probabilidad de salir, mostrándoles la regla de Laplace y relacionando este tema con las fracciones, pues al tener dos opciones cada una tiene ½ de probabilidad de caer. Con esta información, el docente les preguntó sobre la probabilidad de que cayera cada lado de un dado, a lo que respondieron que cada uno tenía 1/6 de probabilidad de caer.

A continuación, el docente les pidió darle valor a las caras con 2 y a las cruces con 1, esto para trabajar las medidas de tendencia central, media, mediana y moda. Una vez que cada estudiante terminaba de hallarlas, las escribía en el tablero y entre todos se hacían las comparaciones de los resultados de las estudiantes, siendo similares y algunos iguales. Con esta última institucionalización se dio por terminada la sesión a las 12 m.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 58  Ilustración 59  Ilustración 60	En esta sesión se quería complementar el concepto de fracción parte-todo con el de probabilidad, mientras que se resalta la importancia de esta en el desarrollo matemático de las estudiantes; en las ilustraciones 58, 59, 60, 61 se observa como se dio un pequeño inicio a conceptos de probabilidad. (Godino, 2002) menciona: "*La principal razón para introducir el estudio de las situaciones aleatorias y las nociones básicas sobre probabilidad en la enseñanza primaria es que las tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana*". Además, la relación entre la probabilidad con las fracciones, aunque no es evidente de manera explícita, si lo es de manera implícita y por tanto (Llinares y Sánchez, 1997) lo señalan así: "*La utilización de las fracciones en este contexto se le da un carácter de cálculo (aritmético) sin pensar que la estructura cognitiva subyacente a las relaciones implícitas en contextos de probabilidad está vinculada a la red de relaciones establecida para los números racionales*".

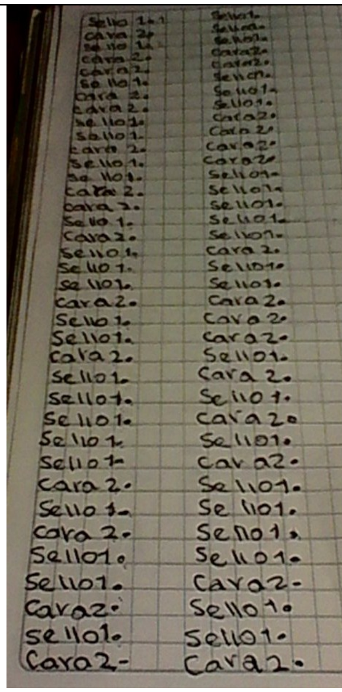
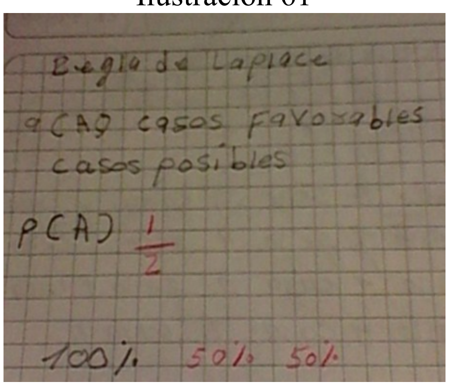
<table>
<tr>
<td>


Ilustración 61



</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
Ilustración 62

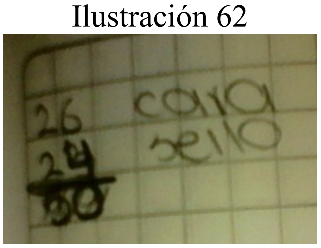


Ilustración 63
</td>
<td>En las ilustraciones 62, 63, 64 y 65 se observa la manipulación de los datos para determinar las medidas de tendencia central y se pretendía que con esta información, las estudiantes pudieran analizar a futuro un conjunto de datos a partir de las medidas de tendencia central.</td>
</tr>
</table>

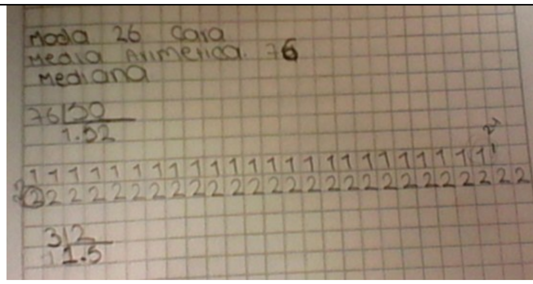


Ilustración 64

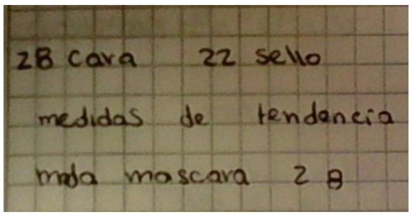
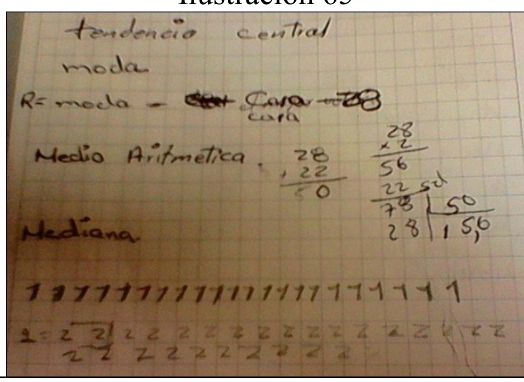


Ilustración 65



SESIÓN DEL 28/11/2015 EVALUACIÓN FINAL

Para esta sesión se evaluarían los conceptos alcanzados durante el transcurso del semestre, y para eso se unificaron los horarios de la evaluación, por lo que todos los cursos la harían a la misma hora, desde las 9:00 am hasta las 12 m., en este espacio los docentes se movilizaban a los distintos salones para aclarar algunas dudas respecto a la evaluación, mientras que las estudiantes la resolvían de manera individual. La evaluación tenía preguntas tipo saber en las que se establecían situaciones problema y a su vez eran de opción múltiple donde las alumnas marcaban la respuesta que consideraban correcta. La evaluación para el grado sexto fue la siguiente:

EVALUACIÓN GRADO SEXTO

NOMBRE: ____

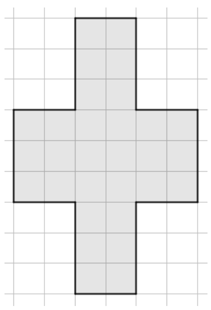
Para cada pregunta marque con una x la opción que considere correcta y evidencie el procedimiento en cada caso.

Responda las preguntas 1 y 2 teniendo en cuenta la siguiente información:

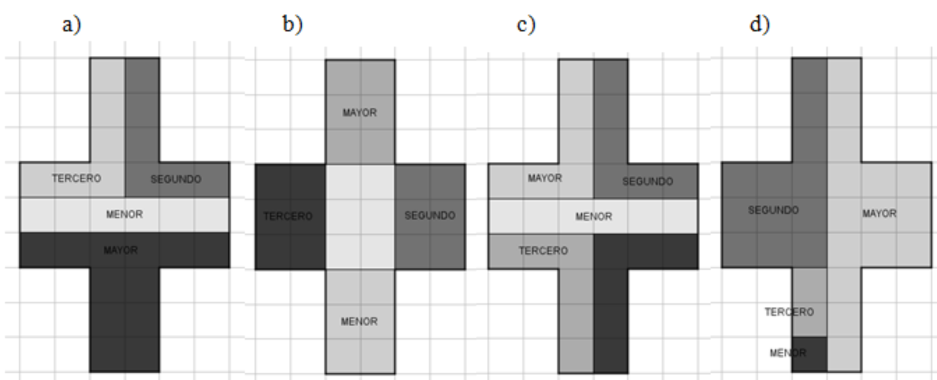
Un padre desea repartir un terreno que posee entre sus 4 hijos, y ha decidido hacerlo de la siguiente manera:

- Al mayor le entregará $\frac{1}{2}$ del terreno.
- Al segundo le entregará $\frac{4}{5}$ del terreno restante.
- Al tercero le entregará $\frac{2}{3}$ del terreno restante.
- Al menor le entregará el terreno restante.

Teniendo en cuenta que el terreno del padre tiene la siguiente forma:

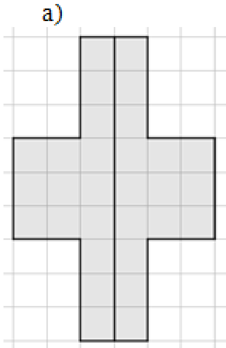


¿Cuál de las siguientes representaciones es correcta para la repartición que hizo el padre?

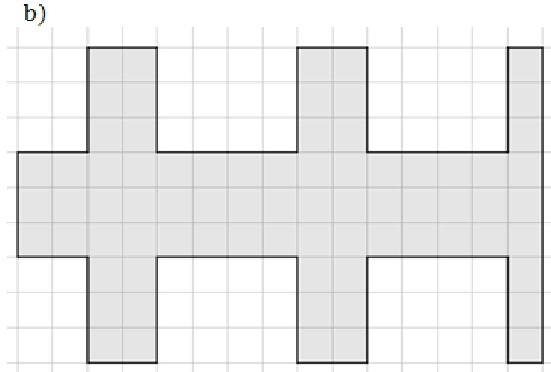


Si el terreno del padre representa dos séptimos del terreno total del pueblo donde está situado, ¿Cuál es la representación del terreno de todo pueblo incluyendo el del padre?

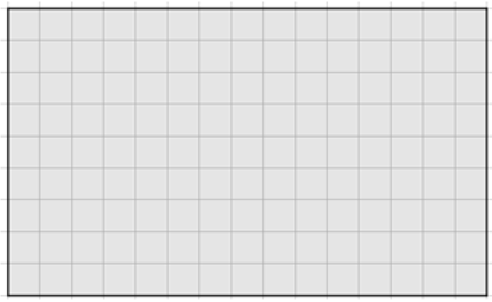
a)



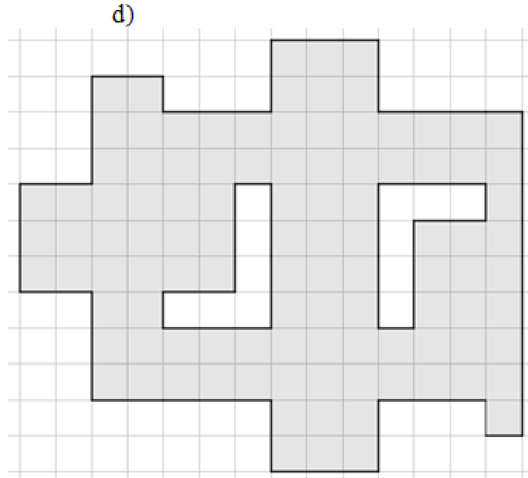
b)



c)

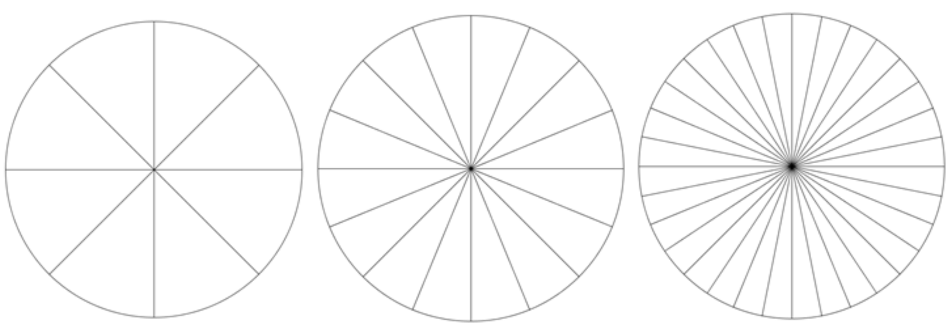


d)



Responda las preguntas 3 y 4 de acuerdo a la siguiente información:

Para un matrimonio se han comprado tres tortas. La primera torta está dividida en octavos, la segunda torta está dividida en dieciseisavos y la tercera torta está dividida en treintaidosavos.



Al momento de repartirlas han pasando Juan, Andrea y Carolina, y han recibido las siguientes cantidades de torta:

Juan: un octavo de la primera torta, dos dieciseisavos de la segunda torta y cuatro treintaidosavos de la tercera torta.

Andrea: un octavo de la primera torta, tres dieciseisavos de la segunda torta y dos treintaidosavos de la tercera torta.

Carolina: dos octavos de la primera torta, un dieciseisavo de la segunda torta y dos treintaidosavos de la tercera torta.

3. Después de la repartición, ¿Quién recibió la mayor cantidad de torta?

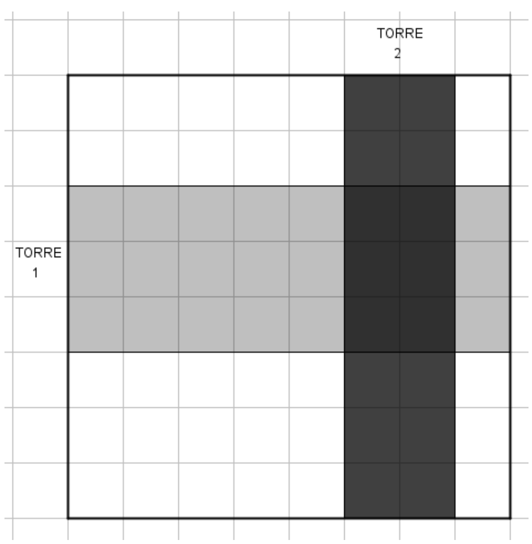
a) Juan
b) Andrea
c) Carolina
d) Todos recibieron la misma cantidad

4. ¿De cuál torta se repartió mayor cantidad?

a) Primera torta
b) Segunda torta
c) Tercera torta
d) De todas se repartió la misma cantidad

Responda la pregunta 5 usando la siguiente información:

En un tablero de ajedrez, dos torres han hecho los siguientes recorridos:



¿Qué fracción representa el recorrido que es compartido por ambas torres?

a) $\frac{64}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{34}{30}$ d) $\frac{6}{64}$

EVALUACIÓN GENERAL GRADO SEXTO

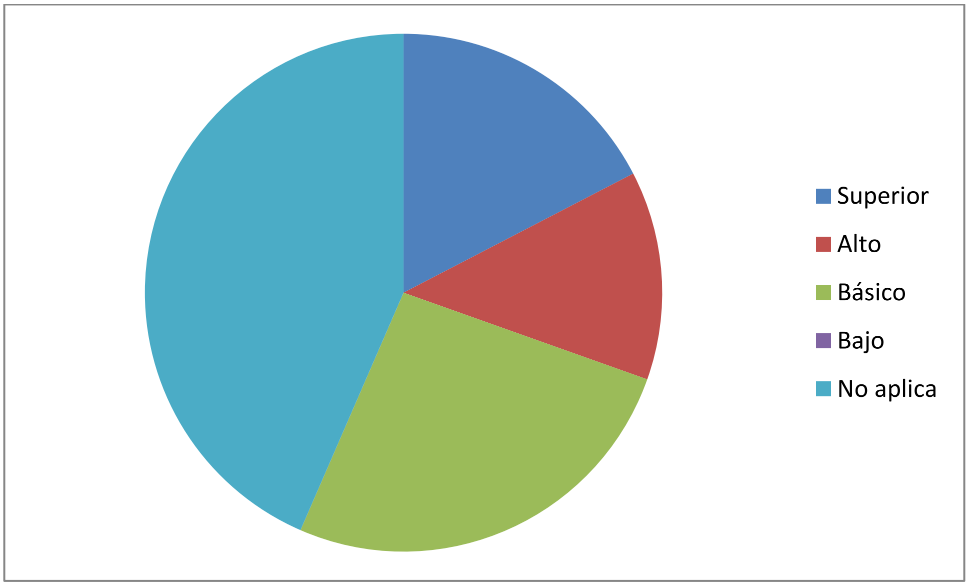
En general el curso tuvo un buen desempeño respecto a las temáticas abordadas en clase en los criterios actitudinal, conceptual y procedimental. A continuación se presenta una evaluación general del grado sexto durante la pasantía.

Notas:

- Se mantiene el anonimato de los nombres de las estudiantes, pues no se tiene autorización de ser mencionadas, debido a que varias de ellas provenían de una fundación.
- La denotación de "No aplica" hace referencia a las estudiantes que nunca asistieron pero aparecían en lista o a las que no completaron el proceso.

ESTUDIANTE	NOTA DEFINITIVA	DESEMPEÑO
Estudiante 1	No aplica	No aplica
Estudiante 2	41.8	Alto
Estudiante 3	No aplica	No aplica
Estudiante 4	No aplica	No aplica
Estudiante 5	No aplica	No aplica
Estudiante 6	No aplica	No aplica
Estudiante 7	No aplica	No aplica
Estudiante 8	42.55	Alto
Estudiante 9	No aplica	No aplica
Estudiante 10	No aplica	No aplica
Estudiante 11	No aplica	No aplica
Estudiante 12	45	Superior
Estudiante 13	35.5	Básico
Estudiante 14	34.15	Básico
Estudiante 15	40.05	Alto
Estudiante 16	No aplica	No aplica
Estudiante 17	47.05	Superior
Estudiante 18	46.1	Superior
Estudiante 19	34.15	Básico
Estudiante 20	45.1	Superior
Estudiante 21	37.9	Básico
Estudiante 22	33.5	Básico
Estudiante 23	33	Básico

DESEMPEÑO GENERAL



GRADO OCTAVO

SESIÓN DEL 22/08/2015 RECONOCIMIENTO-DIAGNÓSTICO

DESCRIPCIÓN

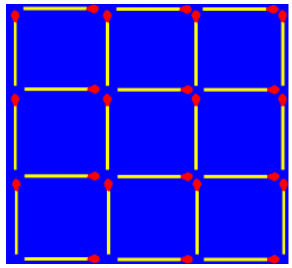
Se llegó al Idipron a las 7:00 am del día 22 de agosto de 2015. Primero el director de Idipron asignó a cada docente los cursos e hizo una pequeña presentación, seguidamente él se fue y se dio inicio a la sesión. Para comenzar, el docente realizó la presentación formal ante las estudiantes y a continuación lo realizaron ellas, dando a conocer sus nombres, su edad, su sueño hacía el futuro, entre otras cosas. En la primera sesión asistieron un total de 9 estudiantes entre las edades de 14 y 50 años.

Luego de realizado el reconocimiento de la población, se inició con la actividad diagnóstico; no obstante, esta no se hizo como una prueba escrita para identificar conocimientos y dificultades, sino que se plantearon varios acertijos, uno a uno en el tablero y las estudiantes debían intentar resolverlos allí mismo, esto con el fin de determinar el desarrollo lógico-matemático que poseían las estudiantes y de no iniciar directamente con los conceptos matemáticos.

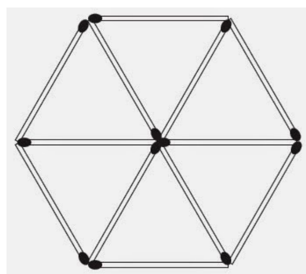
Los acertijos eran los siguientes:

- Si hoy digo que pasado mañana será sábado, ¿qué día fue anteayer?

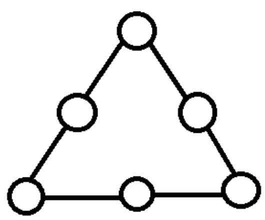
- Tres señoras realmente gruesas cruzaban la gran vía auto norte debajo de un paraguas de tamaño normal. ¿Cómo es posible que no se mojaran?
- Anteayer tenía 17 años y el año que viene cumpliré 20 años, ¿Cómo es posible?
- ¿Cuál es la menor cantidad de fósforos que se deben quitar, para obtener 3 cuadrados de diferente tamaño?



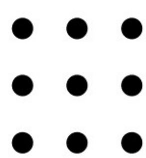
- ¿Cuál es la menor cantidad de palillos que se deben quitar para no tener ningún triángulo?



- Ubica los números del 1 al 6 en los círculos de tal manera que al sumar los círculos de cada lado el resultado sea 10



- ¿Cómo unir 9 puntos con 4 líneas rectas sin levantar la mano?



- ¿Cómo se puede lograr que la expresión sea correcta agregando una sola línea?

$$5+5+5=550$$

Durante el transcurso de la sesión y de los acertijos, cada una de las estudiantes expresaba la posible solución y luego el docente o ellas mismas determinaban si era correcto o no el planteamiento y la solución, de modo que pudieran continuar intentando o se pasara al siguiente. La sesión finalizó a las 9:15 am.

SESIÓN DEL 29/08/2015 ACTIVIDAD 1

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 9 estudiantes. Para comenzar la pasantía con el grado octavo se hizo un repaso de los números enteros; de esta manera, se le entregó a cada estudiante una guía con una situación problema que debían resolver y el docente resolvía las dudas que se fueran presentando, al finalizar se recogieron las guías y se institucionalizó cada una de las respuestas de las estudiantes, fortaleciendo los conceptos respecto a los números enteros.

La guía que se entregó fue la siguiente:

Nombre____

ACTIVIDAD 1 GRADO OCTAVO

Suponga que existe un hotel con una cantidad ilimitada de habitaciones y de pisos, y además que hay varios pisos que se encuentran debajo del piso cero, llamados sotanos. En cada piso o sotano se encuentra una sola habitación; algunas personas han solicitado servicio a la habitación y el camamero debe llevar lo que han pedido. El camarero comienza su recorrido en el primer piso y debe hacer el recorrido en el siguiente orden:

Orden	**Piso/Sotano**
1	Primer piso
2	Décimo Piso
3	Noveno sotano
4	Décimo Séptimo sotano
5	Vigésimo tercer piso
6	Cuarto piso
7	Sexto sotano
8	Vigésimo octavo sotano
9	Vigésimo octavo piso
10	Segundo piso

1. Muestre de alguna manera cuántos pisos sube y baja en cada recorrido. Ejemplo: Del primer piso al décimo sube +9.

2. Si el camarero gasta 10 segundos en subir o bajar cada piso por el ascensor y gasta 1 minuto entregando cada servicio.

- ¿Cuánto tiempo en total (en segundos) gastará el camarero en realizar todo el recorrido?
- ¿ Cuánto tiempo en total (en minutos) gastará el camarero en realizar todo el recorrido?

3. Cambie el orden del recorrido de manera que el camarero gaste el menor tiempo posible en el servicio completo.

Una vez se terminó la institucionalización, la sesión finalizo a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

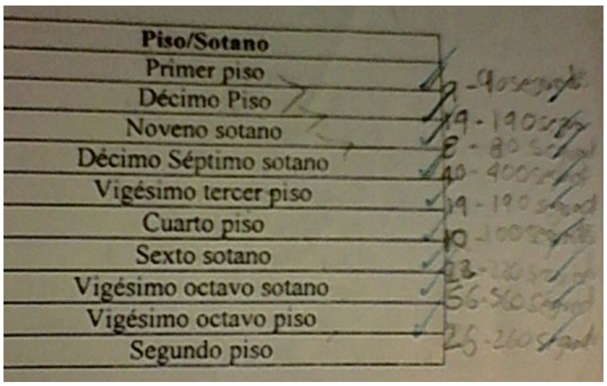
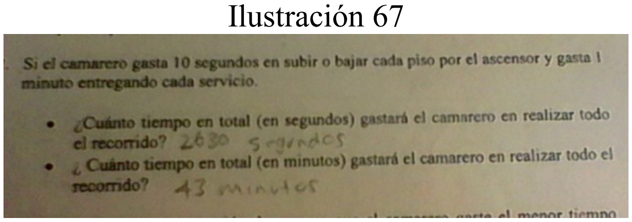
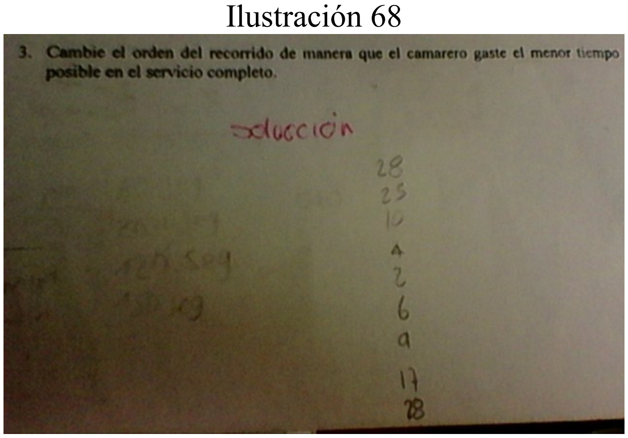
<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>CONTRASTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>Ilustración 66

Piso/Sotano
Primer piso
Décimo Piso
Noveno sotano
Décimo Séptimo sotano
Vigésimo tercer piso
Cuarto piso
Sexto sotano
Vigésimo octavo sotano
Vigésimo octavo piso
Segundo piso</td><td>En la ilustración 66, se evidencia que la estudiante comprende la diferencia que existe entre los pisos (números enteros). Durante el trabajo con los números enteros, se empleó como estrategia el uso de la recta numérica; en este sentido, (Cid, 2003) menciona un nivel 2 de interpretación: “Se interpreta la suma y resta de números naturales como movimientos sobre la recta numérica, a derecha o izquierda del primer término”.</td></tr>
<tr><td>Ilustración 67

Si el camarero gasta 10 segundos en subir o bajar cada piso por el ascensor y gasta 1 minuto entregando cada servicio.
• ¿Cuánto tiempo en total (en segundos) gastará el camarero en realizar todo el recorrido? 2630 segundos
• ¿ Cuánto tiempo en total (en minutos) gastará el camarero en realizar todo el recorrido? 43 minutos

Ilustración 68

3. Cambie el orden del recorrido de manera que el camarero gaste el menor tiempo posible en el servicio completo.
solucción
28
25
10
4
2
6
9
17
28</td><td>En las ilustraciones 67 y 68, se evidencia la relación que usa la estudiante entre los pisos y la cantidad de minutos/segundos. Asimismo, la estudiante por medio de la recta numérica, ordena de mayor a menor los pisos (números enteros) para gastar la menor cantidad de tiempo posible. En cuanto a este uso de la recta (Cid, 2003) expresa un tercer nivel de interpretación: “Las operaciones se extienden a pares de números que tienen el mismo signo. Se asume que hay un sentido positivo: hacia la derecha, y un sentido negativo: hacia la izquierda, y que sumar números positivos significa avanzar en el sentido positivo y sumar negativos avanzar en el sentido negativo”.</td></tr>
</table>

SESIÓN DEL 05/09/2015 ACTIVIDAD 2

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 8 estudiantes. Para la siguiente sesión, se continuó con el trabajo de los números enteros, pero esta vez abordando las operaciones entre ellos (suma y resta). Para esto, se planteó una actividad en la cual se le entregaba a cada estudiante varias fichas con números enteros entre el -7 y el 7 y se plantearon una serie de preguntas que se desarrollaban operando dichos números. Mientras transcurría la actividad, el docente resolvía las dudas que se presentaran y pasaba por donde cada estudiante para ayudar con el planteamiento de lo propuesto en la actividad. Faltando 30 minutos para terminar la sesión, se recogieron las actividades y se institucionalizaron los conceptos de suma y resta entre números enteros y se dio por terminada la sesión a las 9: 15 am.

La actividad planteada para esta sesión fue la siguiente:

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Se le entregará a cada estudiante 20 fichas en las cuales estarán los números del -7 al 7, junto con la guía que cada una resolverá.

ACTIVIDAD 2 GRADO OCTAVO

1. Escriba y sume cada uno de los números que le fueron entregados.
2. Escriba y reste cada uno de los números que le fueron entregados.
3. Escriba y alterne los signos de suma y resta con cada uno de los números que le fueron entregados.

Hay que destacar que los números eran tomados al azar y podían ser diferentes los resultados para cada estudiante. Esto se hizo con el fin de que al momento de socializar observaran como el orden de los números enteros al operarlos podía generar resultados diferentes, y que a su vez empezaran a reconocer algunas de las propiedades que se presentan al sumar y restar números enteros.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 69	En las ilustraciones 69, 70, 71 y 72 se estaba fortaleciendo el uso de las operaciones entre números enteros y por tanto se busca una transición a partir de la aritmética para llegar en siguientes sesiones el algebra. Respecto a la aritmética, (Socas y otros,

Ilustración 70

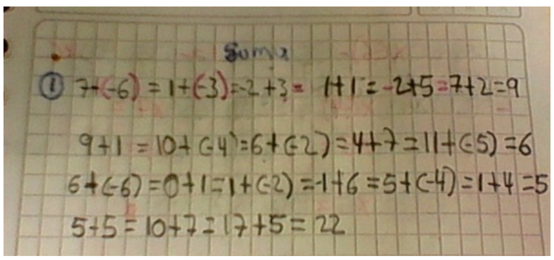


Ilustración 71

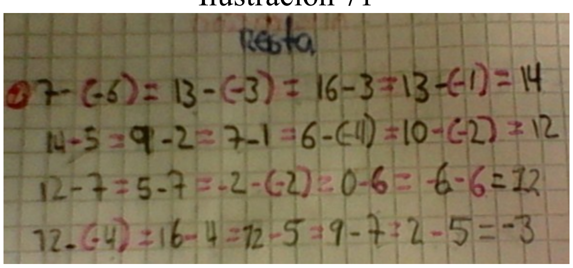
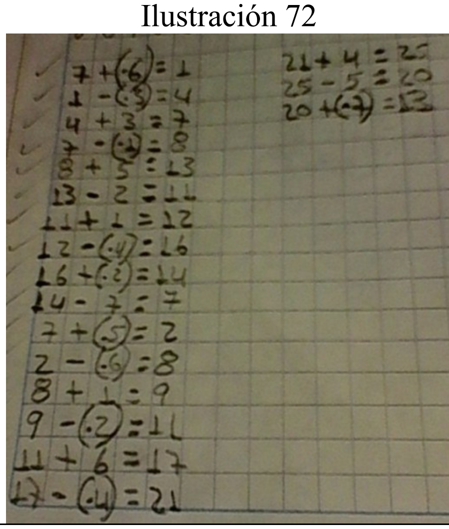


Ilustración 72



1996) mencionan: "*En aritmética debe quedar perfectamente claro lo que significan las expresiones; éstas están sujetas a estrictas reglas que indican cuándo una expresión debe estar entre paréntesis y cómo debe ser leída*".

Por otra parte, la resolución de las operaciones ha de tener un orden específico y por tanto (Herrera, 2001) destaca que: "*se opera resolviendo en este orden: se efectúan las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, después calcular las potencias y las raíces, tercero efectuar productos y cocientes y finalmente efectuar sumas y restas, ya que el ejercicio para desarrollarlo correctamente se necesitaba tener en cuenta dicha jerarquía*".

SESIÓN DEL 12/09/2015 ACTIVIDAD 3

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 9 estudiantes. En esta sesión, se potenció el trabajo de la multiplicación entre números enteros y sus propiedades. Para esto, se complementó la actividad 2, empleando también la misma estrategia de las fichas y una situación específica para ser solucionada. Atendiendo a la resolución de problemas, se procedió a pasar estudiante por estudiante a resolver dudas y a observar el progreso de cada una. Una vez fue finalizada la actividad, se socializó lo realizado en cada uno de los puntos planteados entre el docente y las estudiantes. La sesión finalizó a las 9: 15 am.

La actividad planteada fue la siguiente:

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Se le entregará a cada estudiante 20 fichas en las cuales estarán los números del -7 al 7, junto con la guía que cada una resolverá.

ACTIVIDAD 3 GRADO OCTAVO

1. Escriba y multiplique cada uno de los números que le fueron entregados.

2. Escriba el primer número que le salga y luego multiplíquelo por la diferencia de los dos números siguientes, a este resultado multiplíquele el resultado de la suma de los dos números siguientes, a este resultado multiplíquele el resultado de la diferencia de los dos números siguientes y así sucesivamente hasta que termine con todos los números.

3. Escriba el primer número que le salga y luego réstelo por el producto de los dos números siguientes, a este resultado súmele el resultado del producto de los dos números siguientes, a este resultado réstele el resultado del producto de los dos números siguientes y así sucesivamente hasta que termine con todos los números.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 73	En las ilustraciones 73, 74, 75, 76, 77 y 78 se evidencian el producto de enteros y la combinación de operaciones entre enteros, observando que las estudiantes comprenden la regla de los signos y obtienen los resultados correctos entre

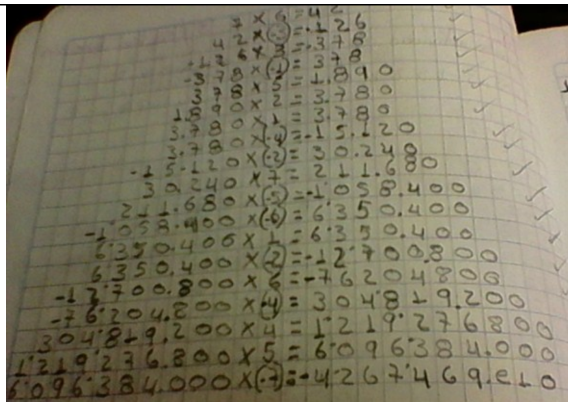


Ilustración 74

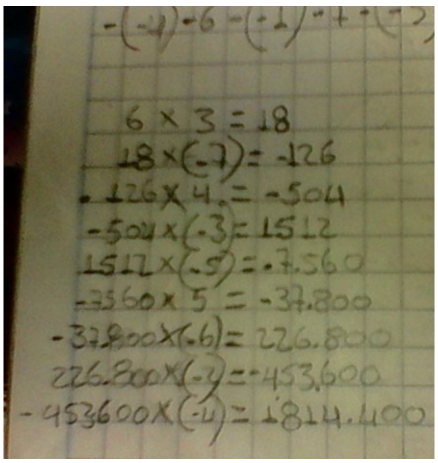


Ilustración 75

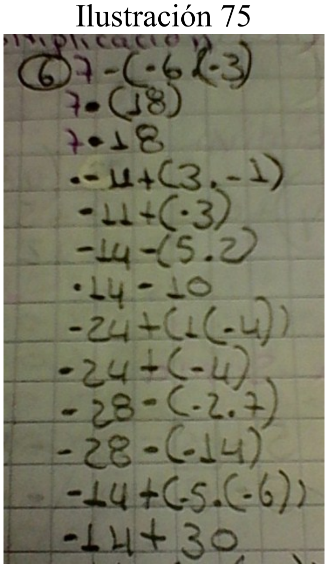


Ilustración 76

dichas operaciones. Contrastando con la teoría, teniendo en cuenta a (Vargas y otros, 1990): "*los estudiantes comprenden la multiplicación como una **Multiplicación externa:** Número Natural x Número relativo=Número Relativo; siendo esta no más que una extensión de la estructura aditiva tratándose de una composición reiterada…veces un número relativo de un cierto modo es la ampliación de la multiplicación natural*".

Conjuntamente existen ciertas reglas para operar los números enteros, por tanto (Socas y Otros, 1996) señalan que: "*Igualmente se mantiene el orden en las operaciones, aunque no es lo mismo en la adición que en la sustracción, ni en la multiplicación que en la división*".

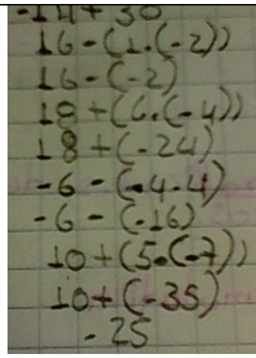


Ilustración 77

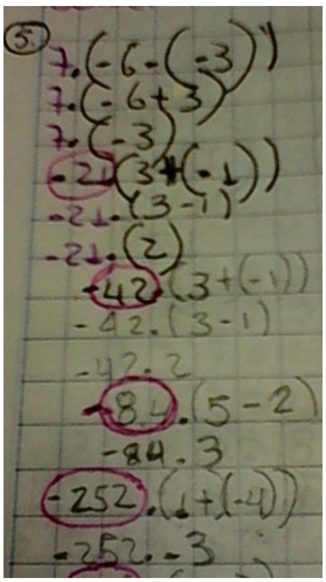
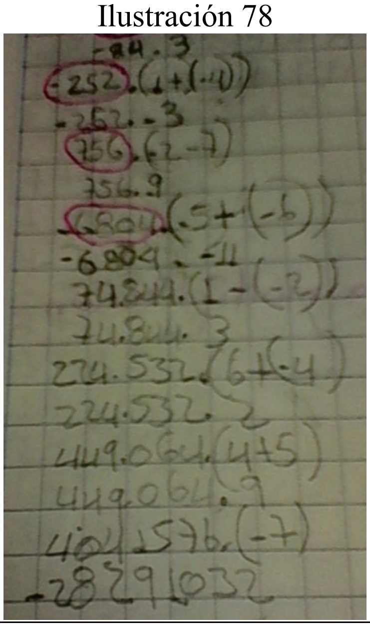


Ilustración 78



SESIÓN DEL 19/09/2015 ACTIVIDAD 4

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 11 estudiantes. Para esta sesión, se reforzaron los conceptos vistos anteriormente respecto a la suma, resta y multiplicación de números enteros, complementados con la introducción formal de las propiedades de los números enteros, empezando con la generalización de las mismas. En esta sesión, se tomaron como base las actividades 2 y 3 y a partir de estas se comenzaron a situar ejemplos de operaciones entre números enteros. La idea con esta sesión, era que las estudiantes tuvieran un primer acercamiento a la letra como número generalizado y para ello se les colocaba operaciones sencillas entre números enteros tales como:

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 1 = 3$$

Y se les preguntaba sobre las características en común que tenían dichas igualdades, a lo cual respondían que solo se intercambiaba el orden de los números pero que el resultado seguía siendo el mismo. Asimismo, se colocaban varios ejemplos similares generando que ellas expresaran la misma respuesta que la anterior; de esta manera, el docente les dijo que eso que ellas decían hacía referencia a una propiedad que poseían los números enteros (reales también pero para el caso se les dijo sobre los enteros), y que dicha propiedad era conocida como conmutativa. A continuación, el docente les preguntó sobre qué pasaría si se quisiera generalizar la propiedad para cualquier número, a lo que dijeron que no sabían cómo hacerlo. Por eso, el docente les insinuó que si se podría usar alguna letra y ellas dijeron que “tal vez” aunque era necesaria una explicación, de modo que el docente les mostró que igual que se puede aplicar la propiedad en números enteros, se puede aplicar en letras cuyo valor pertenecía al conjunto de los números reales, llegando a la siguiente expresión:

$$a + b = b + a$$

Seguidamente, se procedió a realizar la misma generalización (esta vez por parte de las estudiantes) de la propiedad asociativa, del modulo de la suma y del inverso aditivo. Al finalizar dichas generalizaciones, se validaron entre todos los presentes y se realizó una institucionalización de los conceptos trabajados en clase, dando por terminada la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 79	En las ilustraciones 79, 80, 81, 82 y 83 se

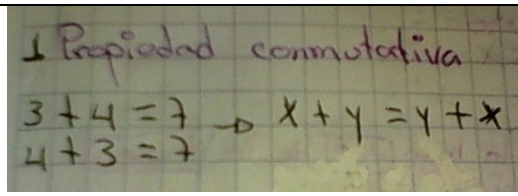


Ilustración 80

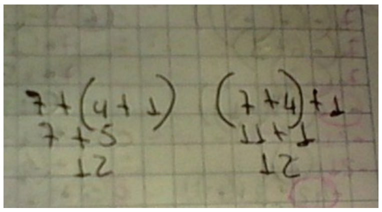


Ilustración 81

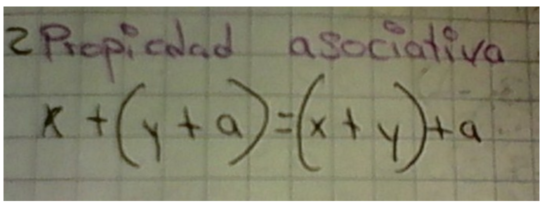


Ilustración 82

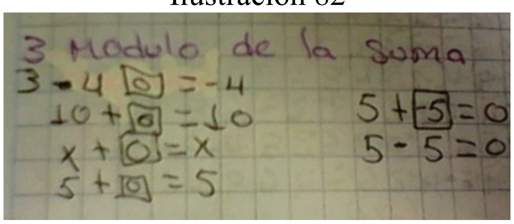
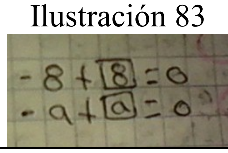


Ilustración 83



evidencian las propiedades en un lenguaje aritmético y el paso a la generalización de las mismas. Esto se constituye de gran importancia en la transición aritmética-algebra, y por eso (Socas y otros, 1996) así lo afirman: "*Todo cálculo algebraico se construye a partir de las cinco propiedades características del sistema numérico: la conmutativa y asociativa de la suma y el producto, y la distributiva del producto respecto de la suma*".

Además es preciso recalcar que las propiedades que se aplican en la aritmética se aplican también de manera generalizada. (George Peacock, 1791-1858) citado por (Socas y otros, 1996) señala: "*El <<principio de permanencia>>, afirma que todas las reglas anteriores que se verifican en los naturales, siguen verificándose para todos los demás números u objetos representados por las letras*".

SESIÓN DEL 26/09/2015 ACTIVIDAD 5

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 8 estudiantes. En esta sesión se continuó con el trabajo de la letra y de las operaciones entre números enteros, esta vez añadiendo la propiedad distributiva. Se empleó la actividad 2 y 3 como base, usando la misma estrategia de las fichas, aunque esta vez se añadieron algunas con letras para ser operadas. Para comenzar, se colocó un ejemplo que contenía la propiedad distributiva pero utilizando solo números enteros, por lo que las estudiantes lo solucionaron sin necesidad de distribuir. Luego, se puso otro ejemplo esta vez con una letra y números enteros, por lo que esta vez si fue más complicada de solucionar y no llegaron a la respuesta. De modo que el docente, procedió a realizar la explicación de la propiedad distributiva usando el ejemplo que solo contenía números enteros para que allí observaran el procedimiento y se resolvieran las dudas que surgieran. A continuación, por medio de más ejemplos en los que solo se empleaban números enteros, se reforzó el concepto y se les pidió a las estudiantes solucionar el ejemplo que contenía la letra y otros más. Finalmente, se entregaron las fichas y las hojas con la guía del estudiante y se comenzó con el desarrollo de la misma, mientras que el docente pasaba por donde cada alumna a observar el proceso que llevaban y a responder dudas que pudieran surgir al momento de la solución. Con esta actividad, se dio por terminada la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

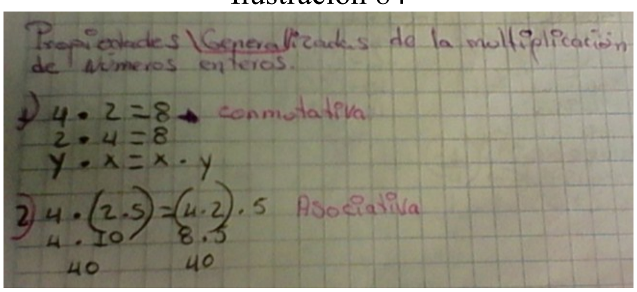
<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>CONTRASTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>
Ilustración 84


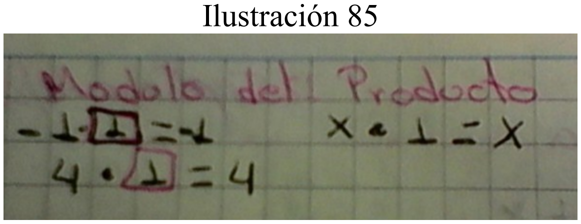
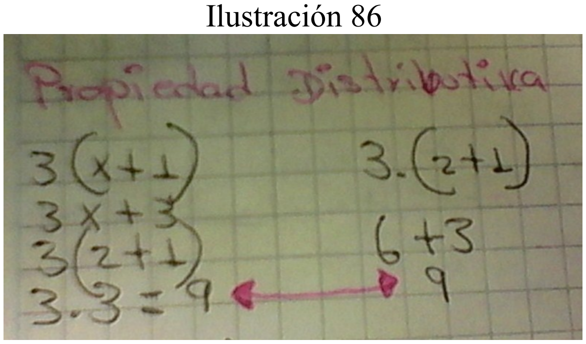
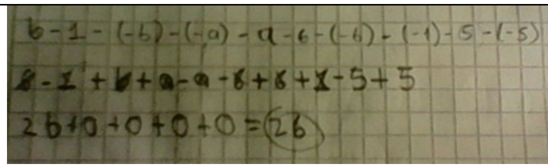
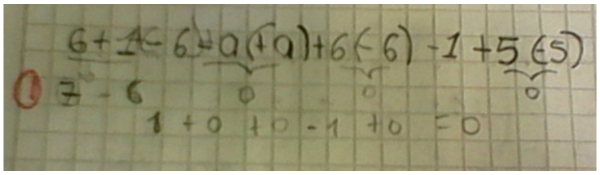
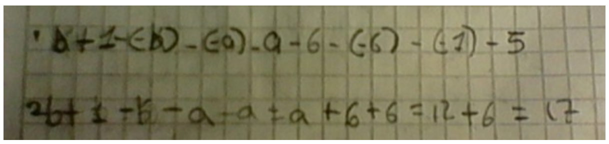
Ilustración 85


Ilustración 86


</td><td>En las ilustraciones 84, 85 y 86 se observan las propiedades para el producto y su generalización, lo cual se destaca por lo anteriormente mencionado en la actividad anterior por (Socas y otros, 1996): "Todo cálculo algebraico se construye a partir de las cinco propiedades características del sistema numérico: la conmutativa y asociativa de la suma y el producto, y la distributiva del producto respecto de la suma".</td></tr>
<tr><td>Ilustración 87</td><td>En las ilustraciones 87 y 88 se evidencia como se introduce la letra y se comienza a manipular términos semejantes,</td></tr>
</table>

 Ilustración 88 	diferenciando las letras de los números y operando cada uno de estos para simplificar las expresiones. (Socas y otros, 1996) indican: "*El álgebra se caracteriza por sus métodos, que conllevan el uso de letras y expresiones literales sobre las que se realizan operaciones. Está presente en toda la matemática, pues cualquier problema termina convirtiéndose en un cálculo más o menos algebraico*".
Ilustración 89 	En la ilustración 89, se evidencia que la estudiante no tiene en cuenta los signos y operan erróneamente los términos llegando a un resultado incorrecto. Al respecto, la estudiante tiene un error que consiste en ignorar sistemáticamente el signo que precede a determinado número para diferenciar los relativos de los naturales. (Vargas. I, Jimeno .M, Iriarte. M & otros,1990).

SESIÓN DEL 03/10/2015 ACTIVIDAD 6

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 7 estudiantes. Para esta sesión, se pretendía continuar con el abordaje de la letra como número generalizado, aunque esta vez desde el cálculo de áreas y perímetros de cuadrados con diversas medidas. Inicialmente, se les pidió a cada estudiante dibujar un cuadrado en su cuaderno y determinar el área y el perímetro; algunas no recordaban cómo se hallaba así que se explicó la manera de hacerlo. Luego de la explicación, cada estudiante determinó las medidas de sus cuadrados, resaltando a su vez la unidad de medida empleada en cada caso, desde unidades a unidades cuadradas.

Del mismo modo, el docente les pidió que cada una dibujara en el tablero su cuadrado y allí entre todos comprobar que los resultados eran los correctos, para después comenzar a hallar perímetros y áreas de cuadrados pero el docente solo les daba el valor del lado y a partir de esto, debían dibujar el cuadrado y determinar las medidas pedidas. Para terminar el docente ahora les entregó la medida de x de lado, por lo que no sabían cómo hallar las medidas y cómo dibujar el cuadrado, así que el docente les dijo que x un valor arbitrario y que operaran la letra de modo similar que un número, obteniendo diferentes tamaños en los cuadrados pero una misma medida para su área y su perímetro ($4x$ y x^2). De este modo, se explicó que estos valores determinaban la forma general para el perímetro y el área de un cuadrado de cualquier medida de lado. Con esta institucionalización, se dio por terminada la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

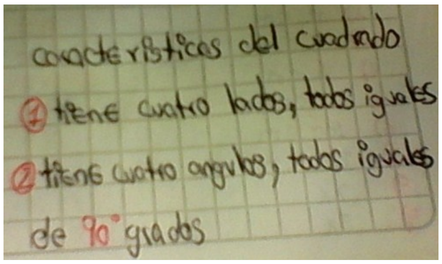
<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>CONTRASTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>Ilustración 90


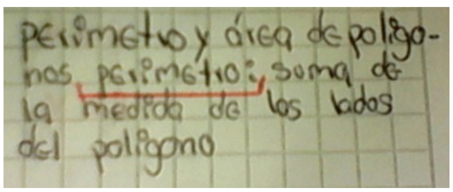
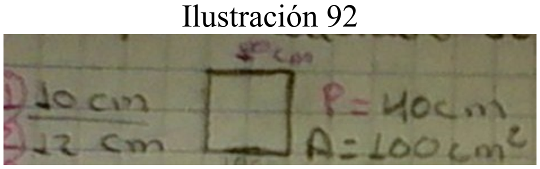
Ilustración 91

</td><td>En las ilustraciones 90 y 91 se les preguntó a las estudiantes respecto a las características del cuadrado y el perímetro y área de polígonos, comenzando con bases conocidas para llegar a procesos más complejos y de generalización del algebra. (Socas y otros, 1996) resaltan que: "El camino hacia la sustitución formal debe comenzar con pasos seguros en medio de un progreso deliberadamente lento".</td></tr>
<tr><td>Ilustración 92


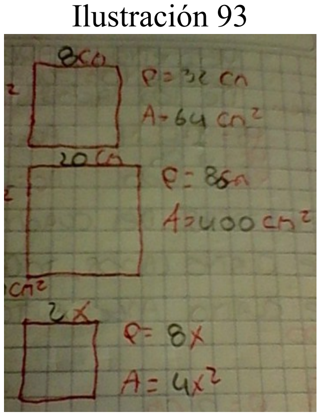
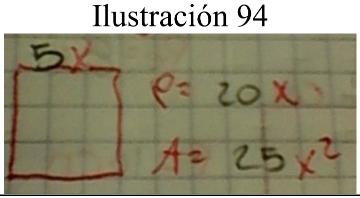
Ilustración 93


Ilustración 94

</td><td>(Socas y otros, 1996) destacan la relevancia de comenzar con procedimientos aritméticos para llegar a procesos algebraicos: "El cálculo algebraico nace como generalización del modelo numérico".

Por otra parte también contrastan la formalización de términos numéricos y como por medio de estos se logra una transición a términos algebraicos: "La sustitución formal es un instrumento de cálculo algebraico importante a causa de su amplio campo de aplicaciones, que se manifiesta en diferentes procesos matemáticos tales como: Generalización, cuando términos numéricos son reemplazados por variables".</td></tr>
</table>

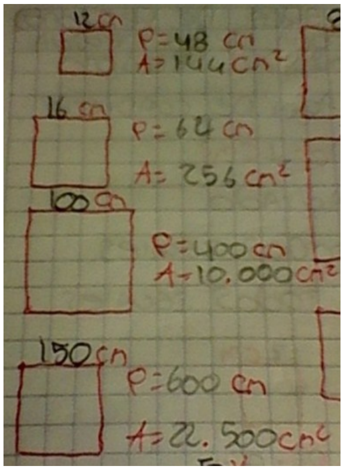
<table>
<tr>
<td>Ilustración 95


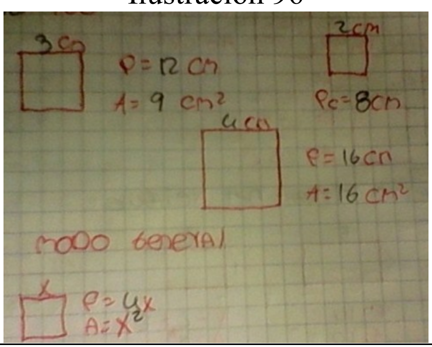
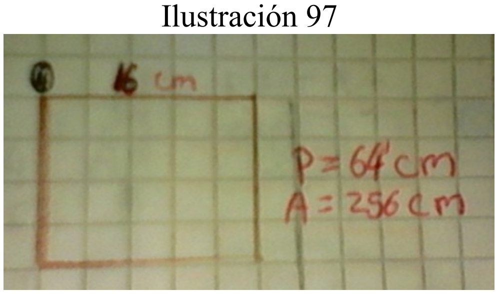
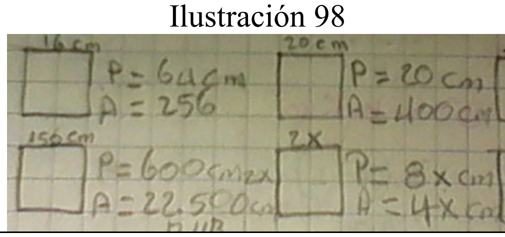
Ilustración 96

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Ilustración 97


Ilustración 98

</td>
<td>En las ilustraciones 97 y 98, se evidencia que las estudiantes operan correctamente pero ignoran las unidades de medida tanto como para el área (ilustración 97) y el perímetro y el área (ilustración 98). Respecto a esta dificultad, (Godino 2002) menciona que: “Es posible encontrar alumnos que confunden las unidades en que se expresan los resultados de las medidas o de los cálculos, por ejemplo, dar el área en metros, en lugar de m^2”.</td>
</tr>
</table>

SESIÓN DEL 10/10/2015 ACTIVIDAD 7

DESCRIPCIÓN

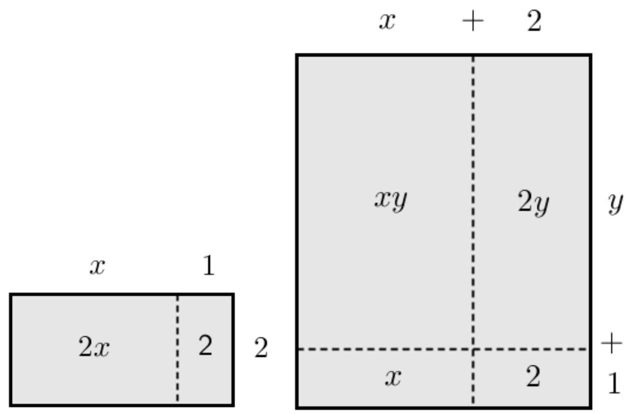
Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 10 estudiantes. Para esta sesión, se continuó con el trabajo de la letra como número generalizado pero a partir del cálculo de áreas y perímetros de rectángulos. En esta sesión, se prosiguió de manera general igual que en la sesión anterior, solo que se aumentó la dificultad pues hay que considerar dos medidas de los rectángulos, base y altura. Se comenzó dibujando un rectángulo con cierta medida para su base y cierta para su altura y se les pidió a las estudiantes hallar el área y el perímetro de la figura, recordándoles que se determinaba igual que en el cuadrado el perímetro y el área en vez de ser lado por lado, era base por altura, aunque en esencia se realizaba de la misma manera.

Una vez se hallaron las medidas de la figura propuesta, se comenzaron a establecer varios ejemplos de rectángulos con medidas conocidas para finalmente colocar una medida desconocida y una conocida en la cual debían encontrar sus medidas respetando las unidades de medida. Posteriormente, se les daba únicamente las medidas de la base y la altura (con una de las dos desconocida), pidiéndoles dibujar el rectángulo y determinar sus medidas; aquí, varias cometieron un error al momento de dibujar, pues era preciso que las medidas fueras exactas a las entregadas, teniendo en cuenta que la medida desconocida (x) debía ser distinta a la conocida (por ejemplo 3), es decir, que la medida desconocida para este caso fuera distinta de 3, y varias no lo hicieron así, dejando la misma medida para base y altura, convirtiendo la figura en un cuadrado.

Corregidos estos errores, se situó un rectángulo cuyas medidas de la base y la altura eran x e y respectivamente y se les pidió determinar el perímetro y el área, encontrando los valores de $2x + 2y$ para el perímetro y xy para el área. De este modo, se establecieron varias medidas para unos rectángulos, como por ejemplo:

- $b = 2x$ $h = 2y$
- $b = x$ $h = 2y$
- $b = 2x$ $h = y$
- $b = x + 1$ $h = 2$
- $b = x + 2$ $h = y + 1$

Con el fin de que las estudiantes hallaran su perímetro y su área, identificaran las diferencias, dibujaran con exactitud y respetando las medidas de base y altura y pudieran aplicar las propiedades aprendidas durante las sesiones anteriores. Para los dos últimos ejemplos, en los cuales se tienen un binomio y un número como medidas y dos binomios respectivamente, se les dijo a las estudiantes que dibujaran el rectángulo con las medidas exactas (utilizando los cuadrados del cuaderno) y que para hallar el área, encontraran primero la de cada uno de los cuadriláteros que se formaban dentro de la figura y después sumaran todas estas para hallar el área total, así:



Al terminar, se institucionalizó todo lo trabajado en clase y se dio por finalizada la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

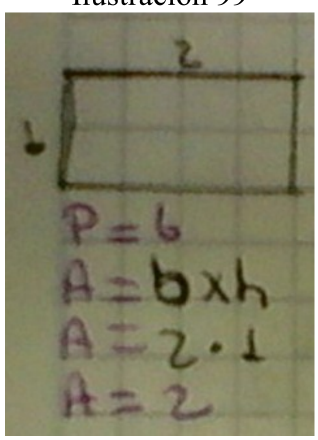
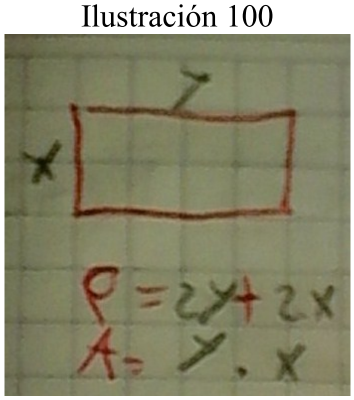
<table>
<tr><th>EVIDENCIA</th><th>CONTRASTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>Ilustración 99


Ilustración 100

</td><td>En las ilustraciones 99 y 100, las estudiantes comienzan a interpretar la letra como número generalizado a partir de situaciones numéricas específicas, en este caso el cálculo de perímetro y área de rectángulos. (Socas y otros, 1996), expresan este significado de la letra: "Letras generalizando números: Los alumnos ven las letras como una representación, o al menos son capaces de deducirlo, de varios valores numéricos antes que de uno exactamente".</td></tr>
<tr><td>Ilustración 101</td><td>En las ilustraciones 101, 102, 103, 104, 105, 106 se comienza a generalizar el uso</td></tr>
</table>

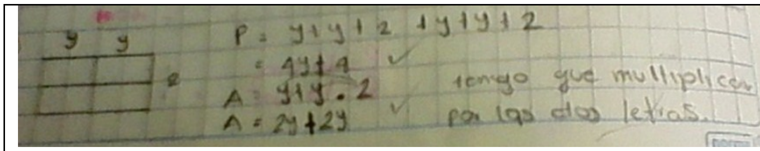
<table>
<tr>
<td>


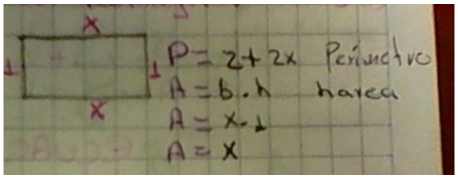
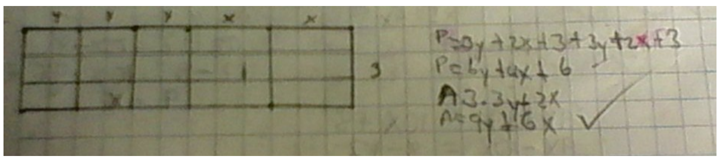
Ilustración 102


Ilustración 103


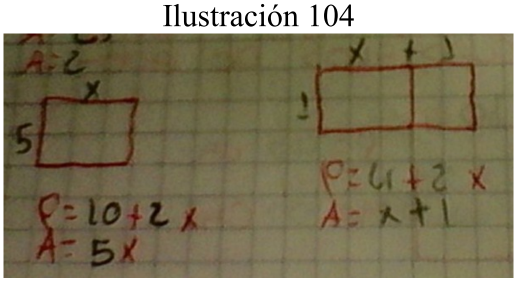
</td>
<td>de rectángulos, los cuales son usados como estrategia para generalizar y manipular la letra, abarcando polinomios y aplicando la propiedad distributiva. En este caso, (Socas y otros, 1996) señalan además cómo debe irse separando el lenguaje natural para mejorar el uso del lenguaje aritmético y finalizar en el lenguaje algebraico, que igualmente posee reglas específicas: "El paso decisivo hacia una notación algebraica más útil fue dado por Viéte (sobre 1600), quien también indicó por letras las magnitudes indeterminadas y las variables en expresiones algebraicas. Esta notación es el comienzo del desarrollo de un lenguaje algebraico propio, que consigue separarse más y más del lenguaje ordinario".</td>
</tr>
<tr>
<td>
Ilustración 104


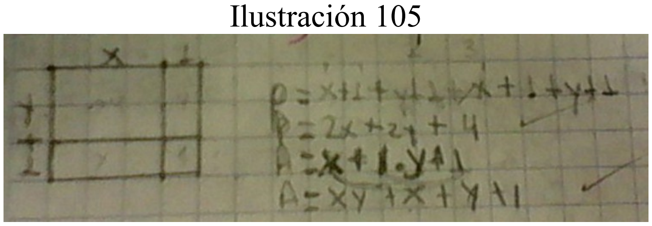
Ilustración 105


Ilustración106
</td>
<td>En las ilustraciones 104, 105 y 106 es posible evidenciar que las estudiantes abarcan un nivel más alto, pues separan en cuadriláteros y hallan el área de cada uno para después hallar el área total del rectángulo mayor. Respecto a lo anterior (Ballén, 2012) señala: "El álgebra geométrica realmente logra que exista una mejor comprensión de los temas a pesar de las limitaciones que pueda tener, pero la parte visual que tiene este recurso genera una mayor motivación porque se logra manipular los conceptos algebraicos de una manera más atractiva sin dejar a un lado su fundamentación teórica".</td>
</tr>
</table>

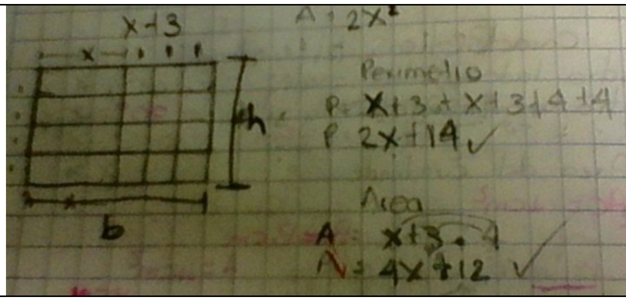
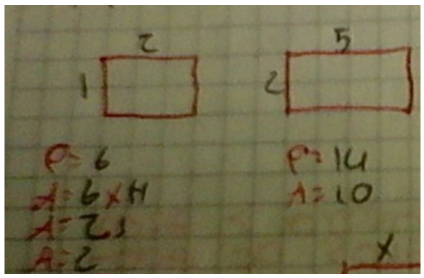
<table>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>Ilustración 107


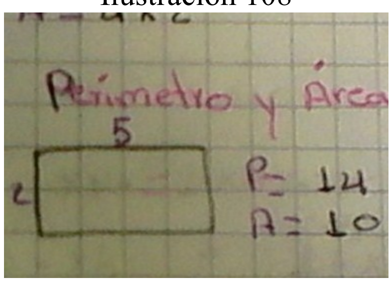
Ilustración 108


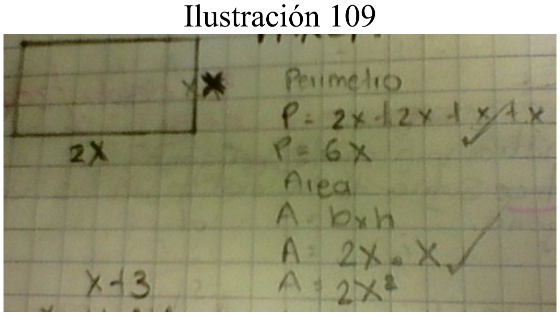
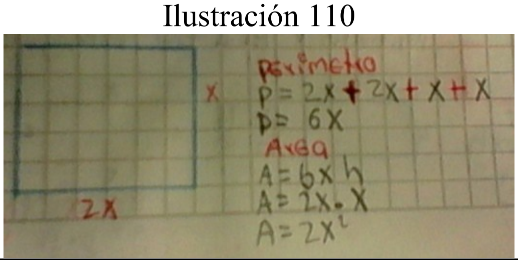
Ilustración 109


Ilustración 110

</td><td>En las ilustraciones 107, 108, 109 y 110 se observa que las estudiantes no tienen en cuenta la proporción entre las medidas, tomando una medida de 5 para 4 cuadros, y sin ser $2x$ el doble de x respecto a la medida.</td></tr>
</table>

SESIÓN DEL 17/10/2015 ACTIVIDAD 8

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 6 estudiantes. Para esta sesión, se pretendía abordar la letra como incógnita desde el paso del lenguaje natural, al simbólico y a una gráfica en una balanza. Inicialmente, se realizó un gráfico de la balanza en el tablero y se explicó cómo se trabajaba la igualdad, la cantidad desconocida, la cantidad conocida, con el fin de determinar el valor de la cantidad desconocida o de la incógnita, usando únicamente la representación gráfica de la balanza. Seguidamente, se les entregó a cada estudiante una guía con varias situaciones que involucraban el uso de la balanza para ser resultas, en este tiempo, el docente pasaba por donde cada estudiante solucionando inquietudes y observando el proceso de cada una. Finalmente se dio por terminada la sesión a las 9: 15 am, para continuar la siguiente sesión con la actividad.

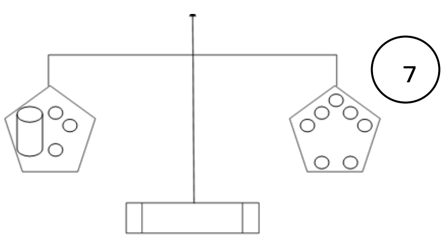
La guía presentada para esta sesión fue la siguiente:

TALLER

NOMBRE: ____

Escriba en lenguaje natural, en lenguaje algebraico y/o realice la representación de la balanza dependiendo del ejercicio.

1. Representación de la balanza



Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay un tubo con cierta cantidad de ping pongs además de tres sueltos, y en el plato derecho hay siete ping pongs; si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo?

Lenguaje algebraico: ____________

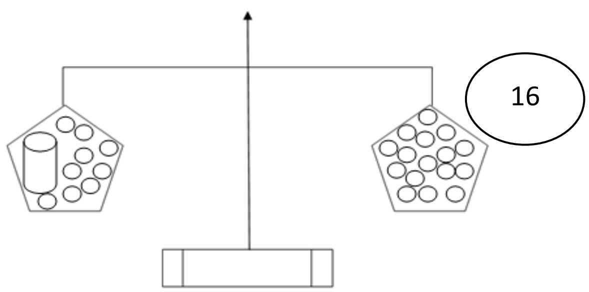
2. Representación de la balanza:

Gráfica de la balanza

Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay un tubo con cierta cantidad de ping pongs además de doce sueltos, y en el plato derecho hay quince ping pongs; si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo?

Lenguaje algebraico: $x + 12 = 15$

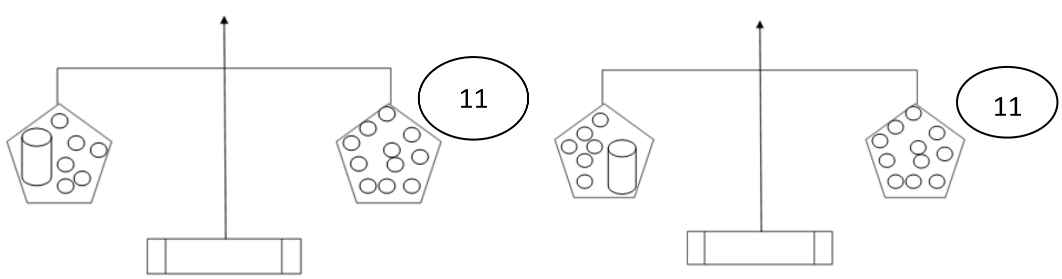
3. Representación de la balanza



Lenguaje natural: ____
____
____
____

Lenguaje algebraico: $x + 9 = 16$

4. Observe las siguientes representaciones de la balanza



- ¿Cambia el resultado cuando se altera el orden de los objetos? Justifique su respuesta
- ¿Cómo se llama esta propiedad de la suma?
- ¿Qué otra operación también cumple con esta propiedad? Muestre un ejemplo

Escriba en lenguaje natural y algebraico las dos representaciones anteriores

Lenguaje natural: ____
____

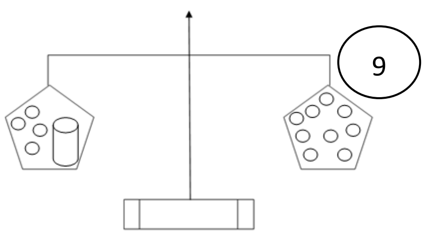
____
____

Lenguaje algebraico: _____________________

Lenguaje natural: ____
____
____
____

Lenguaje algebraico: _____________________

5. Representación de la balanza



Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay cuatro ping pongs sueltos además de un tubo con cierta cantidad, y en el plato derecho hay nueve ping pongs; si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo?

Lenguaje algebraico:_______________

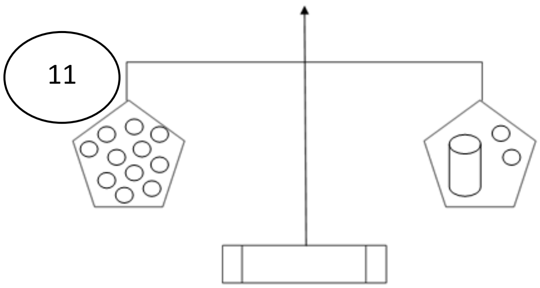
6. Representación de la balanza

Gráfica de la balanza

Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay trece ping pongs sueltos además de un tubo con cierta cantidad, y en el plato derecho hay veintidos ping pongs; si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo?

Lenguaje algebraico: ________________

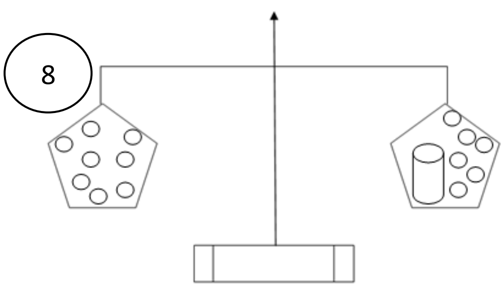
7. Representación de la balanza



Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay once ping pongs y en el plato derecho hay un tubo con cierta cantidad de ping pongs además de dos sueltos; si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo?

Lenguaje algebraico:_________________

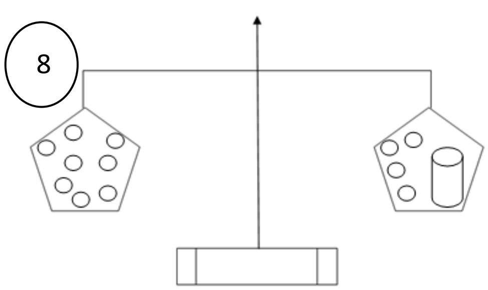
8. Representación de la balanza



Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay ocho ping pongs y en el plato derecho hay un tubo con cierta cantidad de ping pongs además de seis sueltos; si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo?

Lenguaje algebraico:__________________

9. Representación de la balanza



Lenguaje natural:

____
____
____
____

Lenguaje algebraico:_______________

10. Representación de la balanza

Gráfica de la balanza

Lenguaje natural:
____
____
____
____

Lenguaje algebraico: $7 + x = 19$

ANÁLISIS DIDÁCTICO

Debido a que esta actividad se desarrolló en dos sesiones, se abordará el análisis didáctico en la siguiente actividad.

SESIÓN DEL 24/10/2015 ACTIVIDAD 9

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 5 estudiantes. En esta sesión, se continuó con la guía de la balanza, institucionalizando los conceptos y se procedió a generalizar el concepto de la incógnita y de cómo esta puede ser hallada pasando del gráfico de la balanza al lenguaje simbólico. Para comenzar, las estudiantes terminaron con la guía propuesta, realizando varias preguntas las cuales eran contestadas por el docente. Después de 45 minutos, se finalizó con la guía por lo que se procedió a recogerlas y a socializar cada uno de los puntos entre las estudiantes y el docente, que a su vez les hacía preguntas sobre el tema en general. Pasada media hora, se procedió a determinar el valor de las incógnitas de los ejercicios propuestos, usando sólo el gráfico de la balanza y pasando al lenguaje algebraico en el cual las estudiantes debían usar el inverso aditivo (aunque para este caso aún no se hacía el abordaje de manera formal), de esta manera las estudiantes observaban que las incógnitas, representaban cantidades desconocidas pero que eran manipulables y que podía determinarse su valor. De este modo, finalizó la sesión a las 9: 15 am.

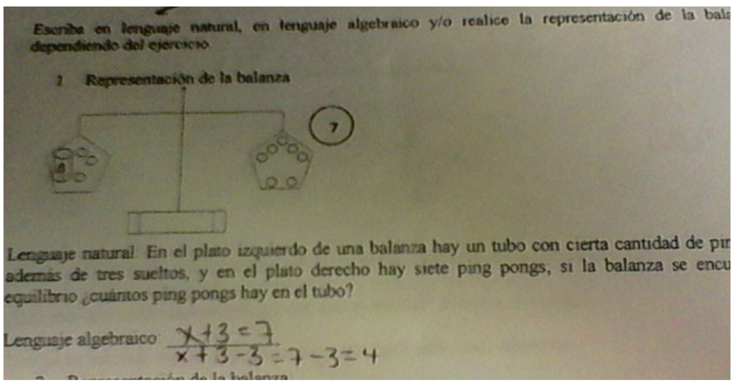
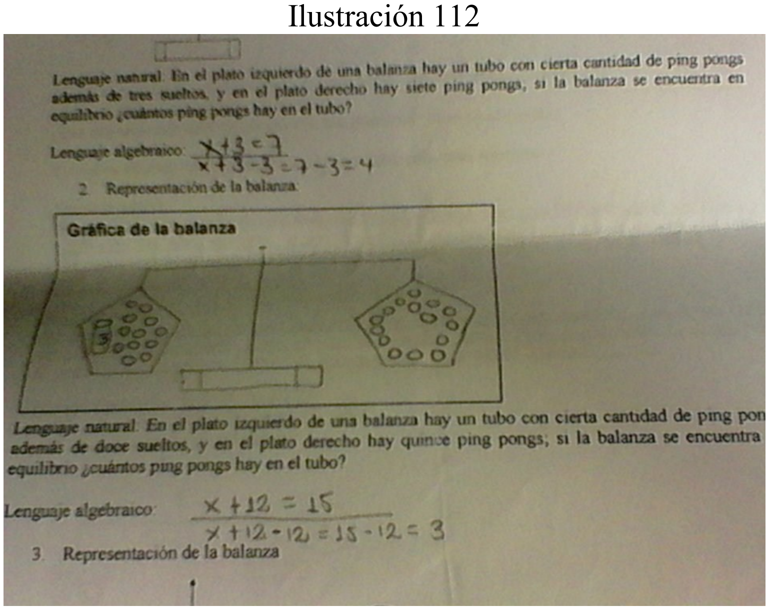
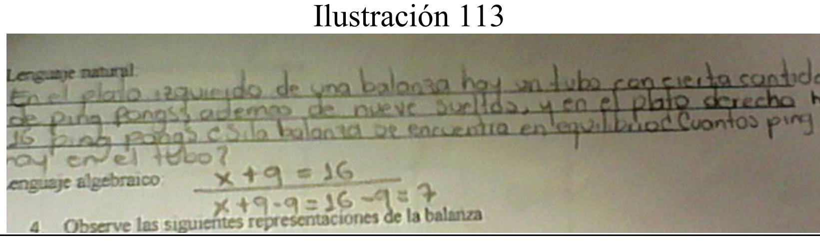
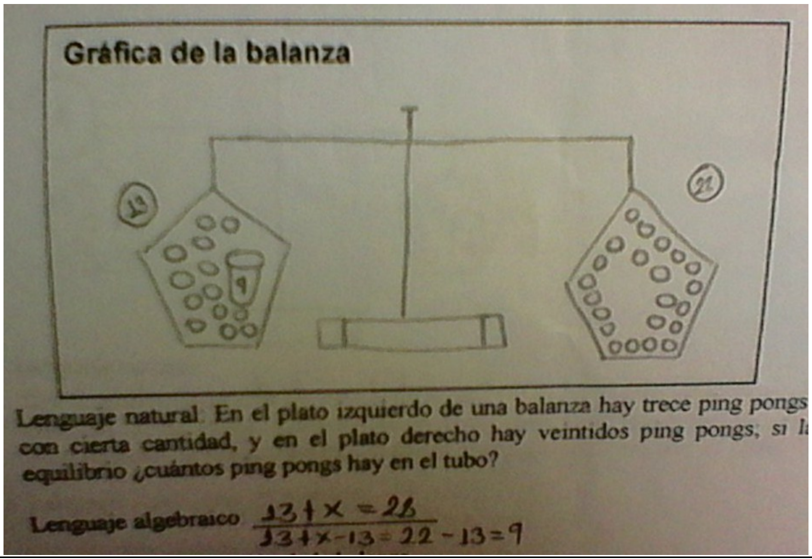
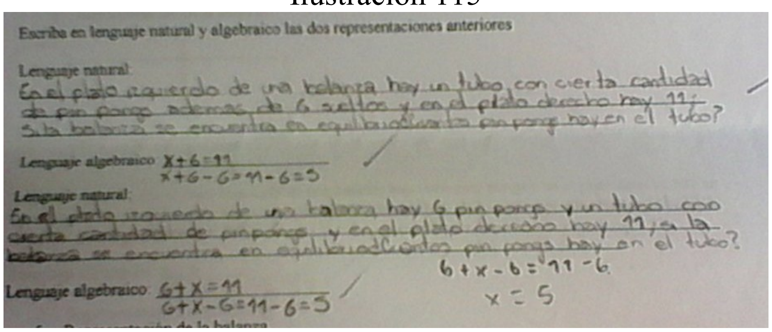
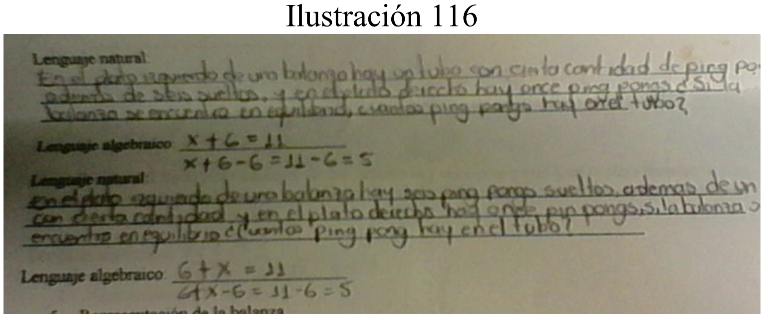
EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 111  Escriba en lenguaje natural, en lenguaje algebraico y/o realice la representación de la bal dependiendo del ejercicio 1 Representación de la balanza 7 Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay un tubo con cierta cantidad de pir además de tres sueltos, y en el plato derecho hay siete ping pongs, si la balanza se encu equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo? Lenguaje algebraico: $x+3=7$ $x+3-3=7-3=4$ Ilustración 112  Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay un tubo con cierta cantidad de ping pongs además de tres sueltos, y en el plato derecho hay siete ping pongs, si la balanza se encuentra en equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo? Lenguaje algebraico: $x+3=7$ $x+3-3=7-3=4$ 2 Representación de la balanza Gráfica de la balanza 3 Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay un tubo con cierta cantidad de ping pon además de doce sueltos, y en el plato derecho hay quince ping pongs; si la balanza se encuentra equilibrio ¿cuántos ping pongs hay en el tubo? Lenguaje algebraico: $x+12=15$ $x+12-12=15-12=3$ 3. Representación de la balanza Ilustración 113  Lenguaje natural: En el plato izquierdo de una balanza hay un tubo con cierta cantida de ping pongs además de nueve sueltos, y en el plato derecho h 16 ping pongs ¿Si la balanza se encuentra en equilibrio? ¿Cuantos ping hay en el tubo? Lenguaje algebraico: $x+9=16$ $x+9-9=16-9=7$ 4 Observe las siguientes representaciones de la balanza	En las ilustraciones 111, 112, 113 y 114 se evidencia como se introduce el concepto de la letra como incógnita a partir de la estrategia de la balanza, la cual es excelente para propiciar el aprendizaje de este concepto como lo mencionan (Socas y otros, 1996): "*La balanza de dos platillos de brazos iguales utilizada en forma de puzzle facilitará la adquisición del concepto de ecuación, el uso de algunas reglas de manipulación de igualdades y la resolución de ecuaciones sencillas*".

Ilustración 114  	
Ilustración 115  Ilustración 116  	En las ilustraciones 115 y 116 se evidencia la propiedad conmutativa por medio del lenguaje algebraico y natural. Pero el uso de estos lenguajes debe ser bien empleado pues cada uno posee características y diferencias específicas que deben ser respetadas. (Socas y otros, 1996) hablan sobre estas características: "*El alumno debe tener claras las semejanzas y diferencias entre el lenguaje ordinario y el lenguaje de las matemáticas, y conocer las peculiaridades del lenguaje algebraico*".
Ilustración 117	En las ilustraciones 117 y 118, se evidencia que las estudiantes han logrado identificar la propiedad conmutativa tanto en la adición como

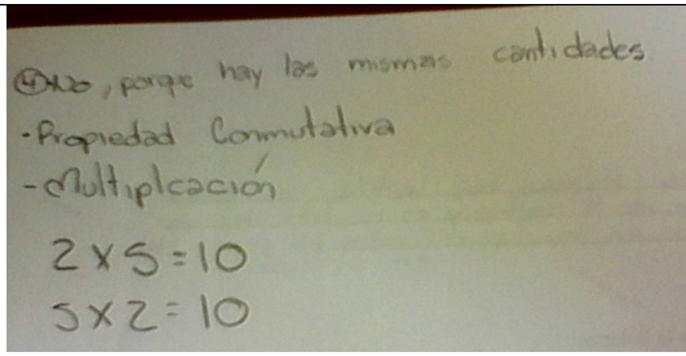
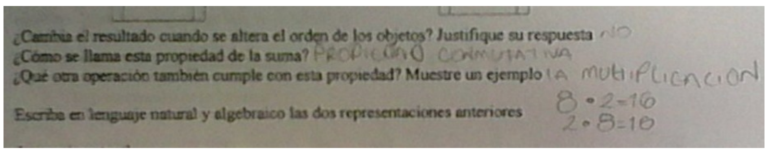
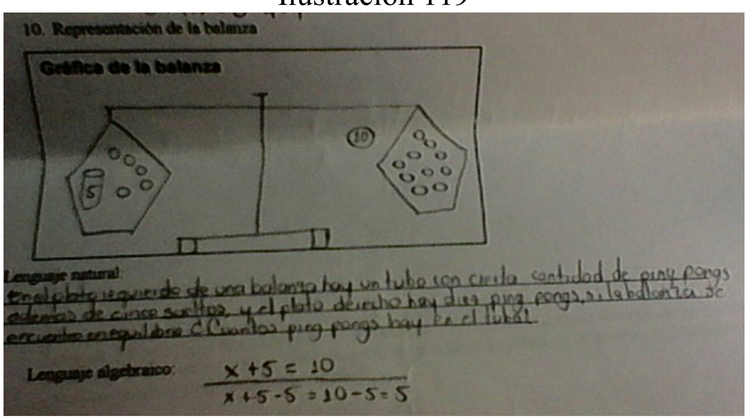
<table>
<tr>
<td>


Ilustración 118



</td>
<td>en el producto a partir de una situación específica. Al respecto, (Socas y otros, 1996) mencionan: "Todo cálculo algebraico se construye a partir de las cinco propiedades características del sistema numérico: la conmutativa y asociativa de la suma y el producto, y la distributiva del producto respecto de la suma".</td>
</tr>
<tr>
<td>
Ilustración 119



</td>
<td>En la ilustración 119, se les pidió a las estudiantes plantear un problema respecto a las situaciones planteadas con anterioridad, escribiendo en lenguaje natural, algebraico y dibujando la representación gráfica de la balanza. Esta actividad completa permitió una buena estrategia para la aprehensión del concepto de la letra como incógnita y la solución de ecuaciones sencillas. (Socas y otros, 1996) mencionan y comparan el modelo con las ecuaciones: "Actividad en el modelo: Si se añade o quita el mismo peso a los dos platillos, la balanza sigue equilibrada.
Ecuación: Si se suma o resta el mismo número a</td>
</tr>
</table>

	los dos miembros de una ecuación, ésta no varía. *Lo mismo ocurriría si multiplicáramos por un número uno de los miembros de la ecuación, deberíamos multiplicar por el mismo número el otro*".

SESIÓN DEL 31/10/2015 SALIDA PEDAGÓGICA

La sesión del 31 de octubre fue desarrollada en el parque simón bolívar. En esta sesión se citó a los docentes y a las estudiantes a las 7:00 am, aquí se pretendía hacer una carrera de observación por el parque en el cual habrían diferentes pistas que guiarían a los grupos de estudiantes por las distintas estaciones, en las cuales estarían los docente de cada una de las asignaturas que se les imparte a las alumnas. En la estación de matemáticas se situaron varias actividades de tipo físico y entre ellas las estudiantes debían resolver varios acertijos y armar un cubo de soma; al terminar con el armado y los acertijos podían pasar a la siguiente estación. Hay que aclarar que estas actividades se plantearon para todas las estudiantes desde primaria hasta grado once, y se hicieron relacionadas con las matemáticas pero sin ser ejercicios debido a la naturaleza de la salida pedagógica. La actividad completa finalizó a la 12:30 pm.

Ya que se quería que por cada estación las estudiantes tardaran 30 minutos aproximadamente, sólo se tomaron cuatro acertijos que fueron los siguientes:

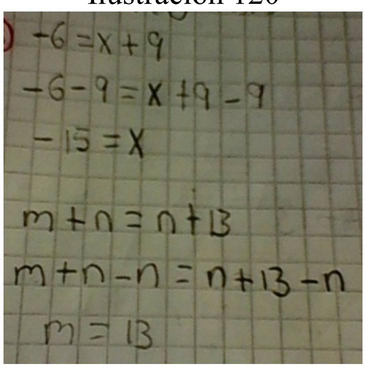
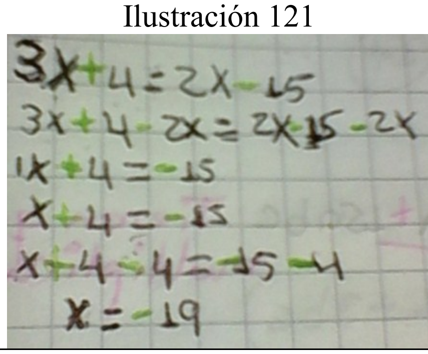
- Si 5 gatos cazan 5 ratones en 5 minutos, ¿cuántos gatos cazarán 100 ratones en 100 minutos?
- Un granjero tiene 10 conejos, 20 caballos y 40 cerdos. Si llamamos "caballos" a los "cerdos", ¿Cuántos caballos tendrá?
- ¿Cómo puede sobrevivir alguien que cae de un edificio de 50 pisos?
- ¿Cuántas veces puede restarse el número 1 del número 1111?

SESIÓN DEL 07/11/2015 ACTIVIDAD 10

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 7 estudiantes. Para esta sesión, se abordó de manera formal el inverso aditivo y se solucionaron varias ecuaciones lineales usando dicho inverso. Para comenzar, el docente colocó una ecuación lineal ya sin la gráfica de la balanza para que las estudiantes determinaran el valor de la incógnita; para esta fecha, ya las estudiantes sabían la manera de proceder así que hallaron el valor y encontraron la respuesta. Después de esto, el docente les habló a las estudiantes sobre el inverso aditivo y de cómo éste era requerido para solucionar algunas ecuaciones lineales; el docente preguntaba sobre cuáles eran los inversos aditivos de varios números y a su vez de algunas letras, teniendo en cuenta que se requería un valor tal que al ser operado con el valor inicial diera como resultado el módulo de la suma. A continuación, el docente situó varias ecuaciones lineales en las cuales se debía hallar el valor de la incógnita haciendo uso del inverso aditivo para su solución. Antes de finalizar la sesión, se socializaron las ecuaciones propuestas y terminó la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

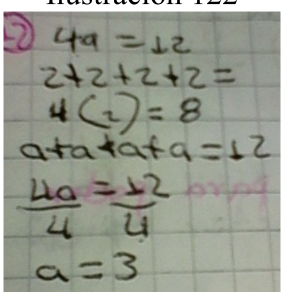
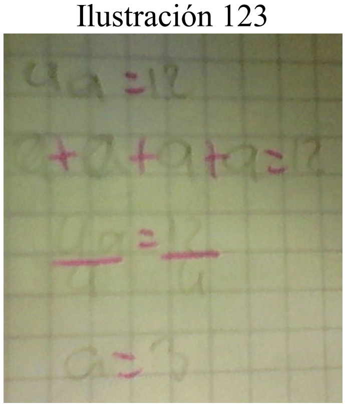
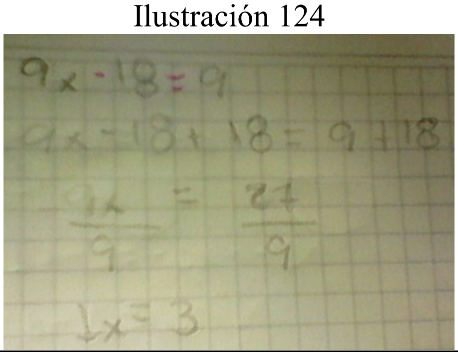
EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 120  Ilustración 121 	En las ilustraciones 120 y 121 ya se procede a utiliza la letra como incógnita de manera específica en lenguaje algebraico, aunque teniendo en cuenta lo aprendido por medio de la balanza. De este modo (Socas y otros, 1996) afirman sobre la letra como incógnita: "*Letras como incógnitas especificas: Los alumnos consideran las letras como un número desconocido, pero especifico y pueden operar sobre él directamente*".

SESIÓN DEL 14/11/2015 ACTIVIDAD 11

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 7 estudiantes. Para esta sesión, se pretendía que las estudiantes reconocieran el inverso multiplicativo y que usaran éste junto con el inverso aditivo para solucionar ecuaciones lineales. Comenzando la sesión, el docente les habló a las estudiantes respecto a las propiedades que se presentaban en la multiplicación y que el modulo de esta operación era el 1. Inmediatamente les comunicó a las estudiantes sobre el inverso multiplicativo por medio de ejemplos numéricos, asignándoles que también hallaran varios de ellos y que con estos hacían parte de la solución de varias ecuaciones lineales. Terminada la explicación, el docente planteó varias ecuaciones que requerían solo inversos multiplicativos para que fueran solucionadas y una vez que acababan con estas, el docente planteó otras que requerían el uso de los inversos aditivo y multiplicativo para su solución. De esta manera, cuando concluyeron con todas las ecuaciones, se socializaron en el tablero entre todos y finalizó la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 122  Ilustración 123  Ilustración 124 	En las ilustraciones 122, 123 y 124 ya las estudiantes solucionan ecuaciones que involucran el uso del inverso aditivo y multiplicativo, y logran manipular la incógnita para determinar su valor. En cuanto a lo anterior, (Socas y otros, 1996) afirman que: "*Una vez que los alumnos son capaces de pasar del lenguaje habitual al lenguaje algebraico; es decir, que a partir de un problema expresado por un enunciado verbal, pasan a la ecuación correspondiente, se comienza a trabajar en la resolución de ésta*".

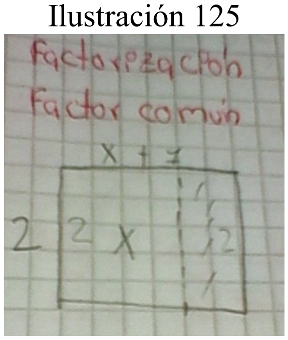
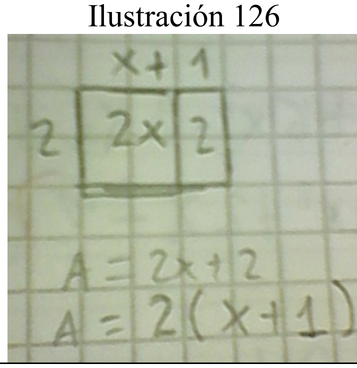
SESIÓN DEL 21/11/2015 ACTIVIDAD 12

DESCRIPCIÓN

Se dio inicio a la sesión a las 7: 30 am con la presencia del docente y 6 estudiantes. En esta sesión se trabajó la factorización de expresiones algebraicas retomando el uso de cuadrados y rectángulos, pero esta vez empleando las medidas del área para determinar la medida de los lados o la base y la altura. Para iniciar, el docente les recordó a las estudiantes el trabajo de los cuadrados y rectángulos y de cómo se hallaban su perímetro y su área para luego pasar a hacerlo de manera inversa, es decir, se dibujó un rectángulo y se situó la medida del área del mismo y se les preguntaba respecto a las posibles medidas de su base y su altura. Aquí había que tener en cuenta que podían existir diferentes respuestas de las estudiantes. Posteriormente, cuando las estudiantes daban sus respuestas se les mostraba que dichas medidas representaban una factorización de la expresión que simbolizaba el área del rectángulo.

Asimismo, se dibujaron varios rectángulos los cuales tenían varias áreas de cuadriláteros inscritos, de modo que se procediera a determinar la medida de su base y su altura en base a la información que se tenía. Finalmente, se socializaron las respuestas y se institucionalizó el concepto de factorización por factor común, concluyendo la sesión a las 9: 15 am.

ANÁLISIS DIDÁCTICO

EVIDENCIA	CONTRASTE TEÓRICO
Ilustración 125  Ilustración 126 	En las ilustraciones 125, 126, 127, 128 y 129 ya se esta finalizando el proceso con la factorización de expresiones algebraicas empleando las áreas de rectángulos como estrategia, la cual genera una mejor significación del concepto y mejores resultados con los alumnos; por tanto, (Ballén, 2012) así lo afirma: "*Los temas de enseñanza del álgebra, en especial los que tienen que ver con los procesos de factorizar, con nuestros estudiantes no son fáciles de abordar, por lo que debemos acudir a diferentes estrategias que*

<table>
<tr>
<td>
Ilustración 127

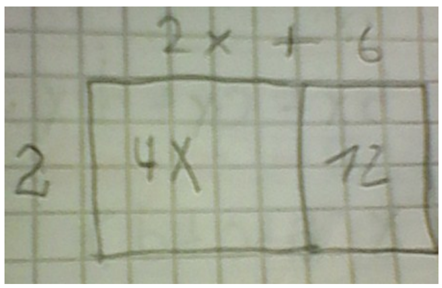
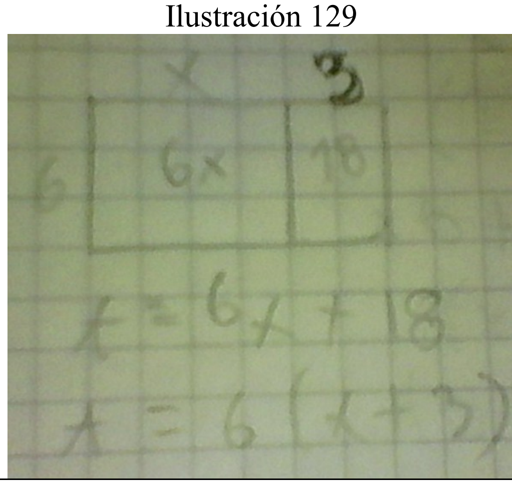
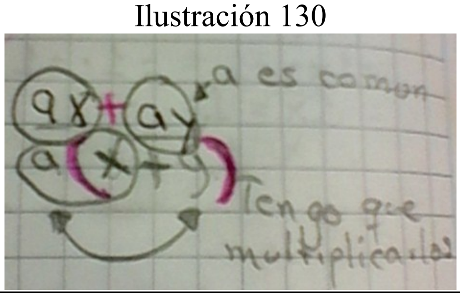

Ilustración 128


Ilustración 129


</td>
<td>nos permitan mejorar los resultados con nuestros niños. El álgebra geométrica realmente logra que exista una mejor comprensión de los temas a pesar de las limitaciones que pueda tener, pero la parte visual que tiene este recurso genera una mayor motivación porque se logra manipular los conceptos algebraicos de una manera más atractiva sin dejar a un lado su fundamentación teórica”.</td>
</tr>
<tr>
<td>
Ilustración 130


</td>
<td>En las ilustraciones 130, 131, 132, 133, 134 y 135 se ha logrado generalizar el concepto de factorización pasando de representaciones geométricas y aplicándolo en distintas situaciones que involucran su uso, tanto</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

Ilustración 131

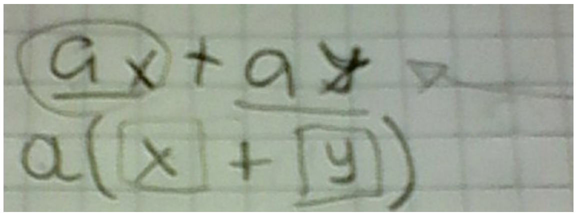


Ilustración 132

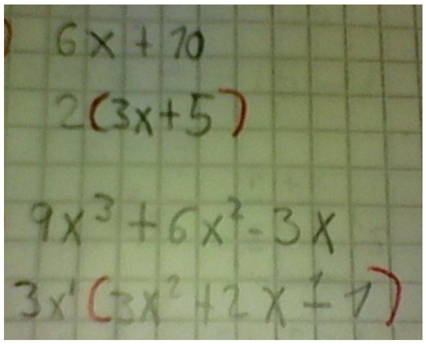


Ilustración 133

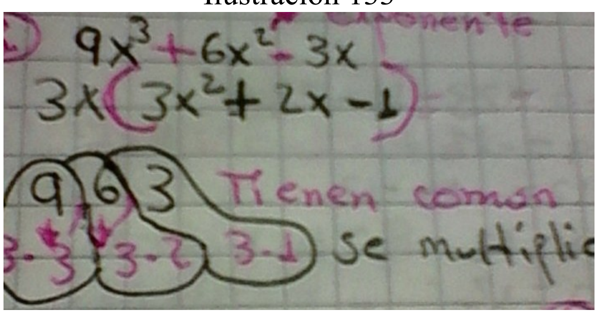


Ilustración 134

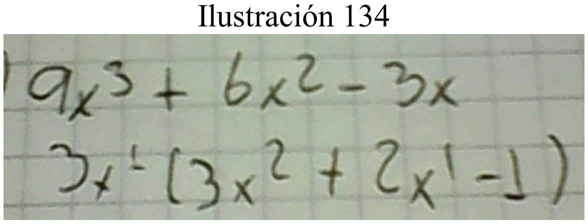
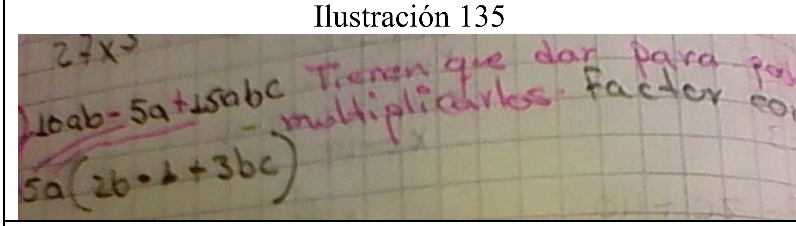
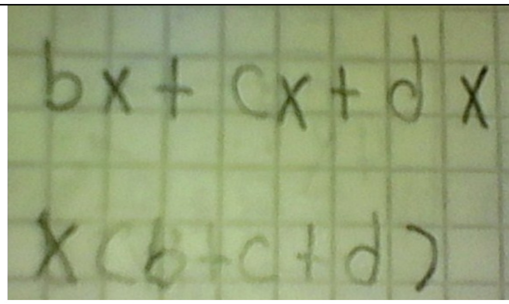
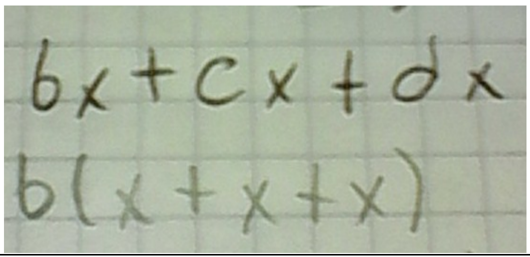


Ilustración 135



</td>
<td>numérico como algebraico. (Jiménez y Salazar, 2013) lo resaltan de la siguiente manera: “se está realizando un proceso algebraico usando nociones de área (etapa de transición geometría-álgebra), y que este proceso, dejando de lado las representaciones geométricas, equivale a factorizar un polinomio (etapa de abstracción).”.</td>
</tr>
<tr>
<td>Ilustración 136</td>
<td>En las ilustraciones 136 y 137 se evidencia la diferencia, en donde en una se factoriza la expresión</td>
</tr>
</table>

 Ilustración 137 	correctamente, mientras que en la otra la estudiante confunde la manera de factorizar, obteniendo un resultado erróneo.

SESIÓN DEL 28/11/2015 EVALUACIÓN FINAL

Para esta sesión se evaluarían los conceptos alcanzados durante el transcurso del semestre, y para eso se unificaron los horarios de la evaluación, por lo que todos los cursos la harían a la misma hora, desde las 9:00 am hasta las 12 m., en este espacio los docentes se movilizaban a los distintos salones para aclarar algunas dudas respecto a la evaluación, mientras que las estudiantes la resolvían de manera individual. La evaluación tenía preguntas tipo saber en las que se establecían situaciones problema y a su vez eran de opción múltiple donde las alumnas marcaban la respuesta que consideraban correcta. La evaluación para grado octavo fue la siguiente:

EVALUACIÓN GRADO OCTAVO

NOMBRE: ____

Para cada pregunta marque con una x la opción que considere correcta y evidencie el procedimiento en cada caso.

Responda las preguntas 1 y 2 de acuerdo a la siguiente información:

Phineas y Ferb han creado un juego de la oca loca por todo Danville, y han invitado a sus amigos a jugar usando dos dados de color azul y dos dados de color rojo. Los dados de color rojo les permitirá avanzar la cantidad indicada y los dados de color azul los hará retroceder la cantidad indicada. La casa de Phineas y Ferb será el punto de salida o casilla cero y después de dos turnos han salido los siguientes resultados:

JUGADOR	TURNO 1	TURNO 2
Phineas	6 en dado rojo, 4 en dado azul, 6 en dado azul y 1 en dado rojo	4 en dado rojo, 3 en dado azul, 1 en dado rojo, 2 en dado azul
Ferb	1 en dado rojo, 5 en dado azul, 6 en dado rojo, 3 en dado azul	5 en dado rojo, 4 en dado azul, 3 en dado rojo, 2 en dado azul
Candace	6 en dado rojo, 1 en dado azul, 5 en dado rojo, 3 en dado azul	4 en dado rojo, 6 en dado azul, 2 en dado rojo, 6 en dado azul
Isabella	3 en dado rojo, 2 en dado azul, 4 en dado rojo, 1 en dado azul	2 en dado rojo, 1 en dado azul, 2 en dado rojo, 6 en dado azul
Buford	4 en dado rojo, 4 en dado azul, 3 en dado rojo, 1 en dado azul	6 en dado rojo, 6 en dado azul, 5 en dado rojo, 4 en dado azul
Baljeet	1 en dado rojo, 6 en dado azul, 2 en dado rojo, 5 en dado azul	3 en dado rojo, 1 en dado azul, 1 en dado rojo, 6 en dado azul

1. Después de jugar los dos primeros turnos ¿Quién ha avanzado más?

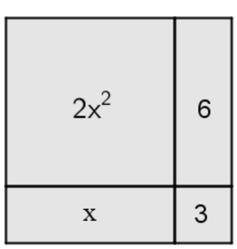
a) Candace b) Buford
c) Phineas d)Baljeet

2. Después de jugar los dos primeros turnos ¿Quién está más lejos del punto de llegada?

a) Isabella b) Baljeet
c) Ferb d) Candace

Para la pregunta 3 emplee la siguiente información:

Phineas y Ferb han hecho un plano de la ciudad de Danville para pensar en qué cosas y sitios agregarle. Lo han hecho de manera rectangular, pero Ferb ha olvidado las dimensiones del ancho y del largo y son necesarias para continuar con los planes; por suerte tienen un diseño anterior:



3. ¿Cuáles podrían ser las medidas para el ancho y el largo?

a) $(x+2)$ y $(x+1)$
b) $(2x+1)$ y $(x+2)$
c) $(2x+3)$ y $(x+2)$
d) Ninguna de las anteriores

4. Phineas ha encontrado el diseño original del plano de la ciudad de Danville, pero en este tiene las dimensiones del ancho y del largo y hace falta determinar el área total. Si las dimensiones son $(a+b+c+1)$ para el ancho y $(a+b+c)$ para el largo. ¿Cuál es la medida del área total del plano?

a) $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc+a+b+c$
b) $2a+2b+2c+1$
c) $ab+ac+bc+1$
d) $a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc+a+b+c+1$

5. Para uno de sus inventos Phineas y Ferb necesitan 300 clavos, pero no saben si los que tienen son suficientes. Los clavos están situados sobre una balanza distribuidos de la siguiente manera: en el plazo izquierdo de la balanza hay una caja con cierta cantidad de clavos y 125 clavos sueltos y en el plazo derecho hay 151 clavos; además la balanza se encuentra en equilibrio. A partir de esto, ¿Cuántos clavos en total tienen Phineas y Ferb?

a) 310
b) 276
c) 302
d) 26

EVALUACIÓN GENERAL GRADO OCTAVO

En general el curso tuvo un buen desempeño respecto a las temáticas abordadas en clase en los criterios actitudinal, conceptual y procedimental. A continuación se presenta una evaluación general del grado sexto durante la pasantía.

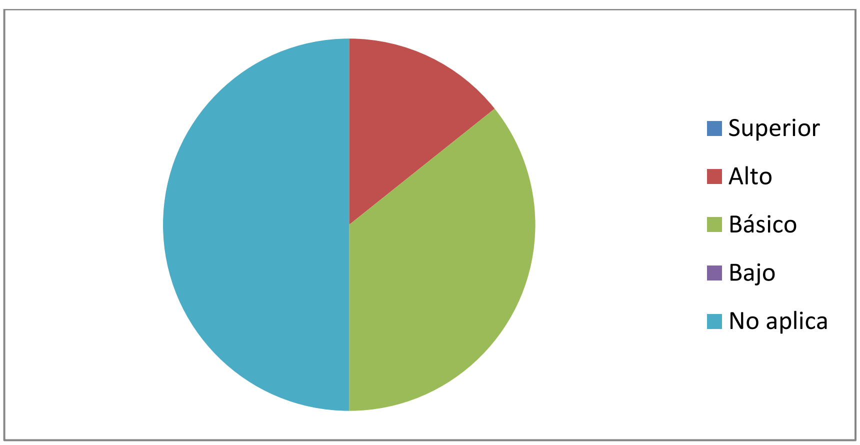
Notas:

- Se mantiene el anonimato de los nombres de las estudiantes, pues no se tiene autorización de ser mencionadas, debido a que varias de ellas provenían de una fundación.

- La denotación de “No aplica” hace referencia a las estudiantes que nunca asistieron pero aparecían en lista o a las que no completaron el proceso.

ESTUDIANTE	NOTA DEFINITIVA	DESEMPEÑO
Estudiante 1	No aplica	No aplica
Estudiante 2	41.3	Alto
Estudiante 3	No aplica	No aplica
Estudiante 4	35.4	Básico
Estudiante 5	37.25	Básico
Estudiante 6	39.7	Básico
Estudiante 7	33.4	Básico
Estudiante 8	35.7	Básico
Estudiante 9	40.85	Alto
Estudiante 10	No aplica	No aplica
Estudiante 11	No aplica	No aplica
Estudiante 12	No aplica	No aplica
Estudiante 13	No aplica	No aplica
Estudiante 14	No aplica	No aplica

DESEMPEÑO GENERAL



CONCLUSIONES

El desarrollo de la pasantía trajo consigo una serie de acciones y reflexiones, que permitieron el cumplimiento de los propósitos planteados desde el plan de trabajo. A partir de ello surge una serie de conclusiones que dan cuenta de las estrategias didácticas, el acompañamiento en el aula, al apoyo extraescolar y en general del proceso que se llevó a cabo a lo largo de este tiempo.

A continuación se presentan las conclusiones que hacen referencia a varios aspectos que permitieron realizar la pasantía.

- La pasantía como modalidad de carácter social: esta pasantía fue desarrollada en un contexto social pues se dio un valor significativo a los problemas y/o situaciones que se presentaron durante cada una de las sesiones de clase, pero además de dar valor a estos, se propiciaron soluciones que permitieron mejorar la relación de las estudiantes y mejorar la adquisición de conocimiento.

- El proceso de formación: el proceso de formación hace referencia al docente, el cual se enfrentaba a un contexto nuevo con población que nunca había trabajado, pero hay que comprender que en todas las instituciones educativas sucede lo mismo, pues cada contexto es diferente y es preciso encontrar las estrategias metodológicas y didácticas para lograr el mejor aprendizaje en los estudiantes. De esta manera, con las estudiantes de IDIPRON, se establecieron las estrategias correctas y se produjo un significativo proceso de formación para las estudiantes y para el docente.

- El grupo de estudiantes: este fue un aspecto clave en el buen desarrollo de la pasantía, pues eran una población diferente de personas bajo un contexto totalmente diferente al de una escuela; sin embargo, el grupo de estudiantes tenía una gran motivación por el aprendizaje y siempre llegaban con la mejor actitud para aprender aunque ciertas veces se les dificultaran los conceptos; así, se desarrolló adecuadamente la secuencia de actividades permitiendo un aprendizaje significativo.

- El proceso de inclusión: en los grupos trabajados aunque sólo había mujeres, igual que en un colegio, cada persona es un mundo diferente y cada una de las estudiantes tenía una historia diferente de su antes, de su ahora y de lo que esperaban ser, por tanto fue importante generar un espacio agradable y una buena relación estudiante-profesor y estudiante-estudiante, con el fin de aprovechar al máximo los tiempos de estudio en el IDIPRON.

- El aprendizaje para la vida: el proyecto madres de IDIPRON, no sólo es un espacio donde se adquieren conocimientos, sino que es un lugar de cambio para todos los que allí asisten, directivos, profesores, estudiantes, trabajadores; y demuestra que no importan las condiciones sino las ganas de progresar en la vida. Cada persona allí entra de una manera y sale de otra, pues el aprendizaje es total para cada uno.

En general, se puede afirmar con gran exactitud que durante el marco de la pasantía se alcanzaron todos los objetivos propuestos desde el plan de trabajo y se lograron varios más durante el transcurso; claramente supera las expectativas de lo expuesto inicialmente.

REFLEXIÓN PEDAGÓGICA

Antes de comenzar la pasantía tengo que reconocer que estaba asustado, pues a mi en particular me gusta iniciar nuevos retos pero siempre me asusta empezar, por eso antes de empezar la pasantía pensaba si había escogido correctamente la modalidad de trabajo de grado y más sabiendo que iba a enfrentarme a una población vulnerable que ha vivido mucho tiempo en la calle y que ha tenido que soportar situaciones en extremo complicadas.

El primer día, como es usual uno de profesor tiene algo de temor pues si algo sale mal el primer día tiende a salir mal el resto de jornadas; no obstante, traté de mentalizarme a que todo iba a estar bien y a hacer mi mejor esfuerzo para aportar un poco de conocimiento y de experiencia a la vida de las estudiantes. Y con esa mentalidad dio inicio la primera clase, con el primer grupo (el de octavo), y observé que eran pocas estudiantes, lo cual me tranquilizó momentáneamente; seguidamente, comencé con la presentación y les pedí a ellas que se presentaran y para alivio mío todo fue agradable esos instantes, por lo cual decidimos seguir con la clase de reconocimiento-diagnóstico y, una vez finalizada me sentí muy agradecido por esa gran clase, totalmente diferente a todas las que alguna vez tuve como profesor.

Terminada la sesión con octavo, tuve un tiempo de descanso antes de iniciar la clase con el siguiente grupo (el de sexto) y pensaba que esperaba que dicho grupo fuera tan bueno como el primero y me preparé mentalmente para la clase. Llegué al siguiente grupo y lo primero que noté fue que era un grupo mayor al de octavo; procedí con el mismo procedimiento que con el otro grupo y sentí que era un poco más complicado pero igual fue un ambiente bueno el que se logró en esa sesión, y lo mejor es que tras el pasar de las sesiones de clases este grupo terminó agradándome más que el otro.

Cuento como empezó todo, porque quiero decir que en algunas ocasiones juzgamos sin conocer a los demás o por situaciones vividas con anterioridad, y una vez que conocí a estas alumnas, me di cuenta de lo poco que se valora la educación en las escuelas, allí los estudiantes tienen mucho más que las personas en condición de vulnerabilidad, pero no lo aprecian y tienden en su mayoría a desaprovechar la educación y a no tomarla con la seriedad que merece. En el proyecto madres por el contrario, las estudiantes siempre llegaban con gran motivación por aprender y por tener un espacio para compartir con los demás y gracias a esto se pudieron alcanzar los objetivos inicialmente propuestos en la pasantía.

Asimismo, la pasantía me ayuda a entender que existe diversidad de contextos y de situaciones en la vida de los estudiantes, pero es preciso buscar una metodología y una manera de enseñar para motivar a los estudiantes y lograr que todos puedan aprender matemáticas y las apliquen en su vida cotidiana. En este sentido, la metodología de resolución de problemas fue adecuada para las sesiones de clase, pues gracias al interés de parte de las estudiantes, se podían formular situaciones problema que con la interacción entre estudiantes y el docente se podían solucionar, validando ideas e institucionalizando los conceptos en matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

BALLÉN, J. (2012). El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado. Colombia, Bogotá.

BROUSSEAU G. (1986). Théorisation des phénoménes d'enseignement des mathématiques. Thése d'Etat. Bordeaux. Citado por CENTENO J. (1997). Números decimales ¿por qué? y ¿para qué? España, Madrid: Síntesis.

CALVACHE, J. (s.f). Las corrientes pedagógicas en la educación colombiana. Colombia, Bogota.

CID, E. (2003). La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión. Pre-publicaciones del seminario matemático.

DUSSEL, E. (2002). Ética de la liberación en la edad de la globalización y de la exclusión. España, Madrid: Trotta.

FLORES, F. (2008). Historia y didáctica de los números racionales e irracionales. España: Íttakus.

FREIRE, P. (1989). La educación como práctica de la libertad. Madrid: Siglo XXI. — (1992): Pedagogía del oprimido. España, Madrid: Siglo XXI.

FREIRE, P. (1996). Política y educación. España, Madrid: siglo XXI de España editores, s.a.

FREIRE, P. (1997). Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa. México DF: Siglo XXI.

GODINO, J. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. Granada: Los autores.

GODINO, J. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. Granada: Los autores.

GODINO, J. (2002). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Granada: Los autores.

GODINO, J. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Recuperado el 24 de febrero de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf.

IRIARTE, M., JIMENO, M. & VARGAS, I. (1991). Obstáculos en el aprendizaje de números enteros. Revista Suma. N°. 7.

JIMÉNEZ, S. & SALAZAR, V. (2013). Propuesta didáctica: tabletas algebraicas como una alternativa de enseñanza del proceso de factorización de algunos polinomios de segundo grado. Colombia, Bogotá.

LABARCA, R. (2012). Sobre la construcción de los números enteros y racionales. Argentina, Salta.

LEÓN, G. (2011). Unidad didáctica: fracciones. España, Granada.

LLINARES, S. & SÁNCHEZ, M. (1997). Fracciones: la relación parte-todo. España, Madrid: Síntesis.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1994). Ley General de Educación. [En línea]. Bogotá. Pág. 1. Disponible en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf .Recuperado el 5 de Enero de 2015.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2006). Lineamientos curriculares. Colombia, Bogotá D.C: MEN.

SANTOS, M. (2008). Ideas filosóficas que fundamentan la pedagogía de paulo Freire. Revista iberoamericana de educación. España. Pag 155-173.

SED (2014). Educación incluyente. Escuelas diversas libres de discriminación. Bogotá. Disponible en http://www.educacionbogota.edu.co/temas-estrategicos/educacion-incluyente. Recuperado el 20 de agosto de 2015.

SOCAS, M & OTROS (1996). Iniciación al algebra. España, Madrid: Síntesis.

VERGNAUD, G. (2000). El niño, las matemáticas y la realidad. Buenos Aires: Trillas.