

DOI: 10.30612/tangram.v6i4.17666

Estimulando o mecanismo atencional *top-down* em tarefas sobre as transformações trigonométricas

Estimulating the top-down attentional mechanism in tasks involving trigonometric transformations

Estimulando el mecanismo de atención top-down en tareas sobre las transformaciones trigonométricas

Geane Santana Oliveira

Universidade Federal de Sergipe - UFS

Aracaju, Sergipe Brasil

E-mail: geanesanoli@gmail.com

Orcid: 0000-0001-6925-1025

Laerte Silva da Fonseca

Universidade Federal de Sergipe - UFS

Aracaju, Sergipe Brasil

E-mail: laerte.fonseca@uol.com.br

Orcid: 0000-0001-xxxx-xxxx

Resumo: O presente artigo tem por objetivo apresentar uma análise das tarefas propostas no livro didático Matemática e suas Tecnologias, do autor Silva (2021), envolvendo as transformações trigonométricas, à luz da Teoria Antropológica do Didático e da Neurociência Cognitiva no que tange a atenção seletiva. O referido estudo foi um recorte proveniente da pesquisa no mestrado, realizado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe. A referida pesquisa tem um caráter bibliográfico, que está ancorada em autores como Chevallard (1998), Fonseca (2015), Cosenza e Guerra (2011), e Posner e Petersen (1990) para a construção do referencial deste estudo. Isso possibilitou a construção de uma matriz, permitindo elencar três tarefas envolvendo o objeto de conhecimento referendado, com alto potencial na consolidação da aprendizagem desse saber. Estas tarefas são capazes de estimular as estruturas do cérebro, capazes de motivar o aluno a responder ou abandonar sua resolução, isso porque, mobilizam conhecimentos prévios, considerados essenciais na aprendizagem desse saber em tela e que darão suporte no cálculo dos limites trigonométricos no Ensino Superior.

Palavras-chave: Transformações trigonométricas. Organização Matemática. Mecanismo atencional *top-down*.

Abstract: This article aims to present an analysis of the tasks proposed in the textbook Mathematics and its Technologies, authored by Silva (2021), involving trigonometric transformations, in the light of the Anthropological Theory of Didactics and Cognitive Neuroscience regarding selective attention. This study was a segment derived from research at the master's level, conducted by the Postgraduate Program in Science and Mathematics Education at the Federal University of Sergipe. The mentioned research has a bibliographic nature, anchored in authors such as Chevallard (1998), Fonseca (2015), Cosenza and Guerra (2011), and Posner and Petersen (1990) for the construction of the framework of this study. This enabled the construction of a matrix, allowing the selection of three tasks involving the referenced body of knowledge, with high potential in consolidating the learning of this knowledge. These tasks are capable of stimulating brain structures that motivate students to respond or abandon their resolution because they mobilize prior knowledge considered essential for learning this particular knowledge and that will provide support in the calculation of trigonometric limits in higher education.

Keywords: Trigonometric transformations. Mathematical Organization. *Top-down* attention mechanism.

Resumen: Este artículo tiene como objetivo presentar un análisis de las tareas propuestas en el libro de texto Matemática y sus Tecnologías del autor Silva (2021), que involucran las transformaciones trigonométricas, a la luz de la Teoría Antropológica del Didáctico y de la Neurociencia Cognitiva en lo que respecta a la atención selectiva. Este estudio en particular se deriva de la investigación realizada en el programa de maestría del Programa de Posgrado en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas de la Universidad Federal de Sergipe. La investigación se basa en la bibliografía de autores como Chevallard (1998), Fonseca (2015), Cosenza y Guerra (2011), y Posner y Petersen (1990) para construir el marco teórico de este estudio. Esto permitió la creación de una matriz que identifica tres tareas relacionadas con el objeto de conocimiento mencionado, con un alto potencial para consolidar el aprendizaje de este conocimiento. Estas tareas son capaces de estimular las estructuras del cerebro que motivan al estudiante a responder o abandonar su resolución, ya que movilizan conocimientos previos considerados esenciales para el aprendizaje de este conocimiento y que serán fundamentales en el cálculo de límites trigonométricos en la educación superior.

Palabras clave: Transformaciones trigonométricas. Organización Matemática, Mecanismo de atención *top-down*.

Recebido em
25/10/2023
Aceito em
11/12/2023

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente estudo é um recorte do trabalho da dissertação do mestrado realizado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da, cujo objetivo foi apresentar uma análise das tarefas propostas no livro didático Matemática e suas Tecnologias do autor Silva (2021), envolvendo as transformações trigonométricas. Dessa maneira, foram elencados requisitos mínimos que possam estimular o mecanismo atencional do aluno em tarefas que mobilizam diversas representações desse objeto do conhecimento, com muita relevância na aprendizagem de outros saberes a exemplo dos limites trigonométricos.

O ensino e aprendizagem da Matemática tornam-se desafiantes por serem considerados abstratos, sendo necessário recorrer às representações para sua compreensão, as quais podem ser compreendidas ao observar, por exemplo, um registro gráfico, geométrico, figural, tabular, algébrico e numérico.

A BNCC (2018) afirma que o uso de representações em diferentes linguagens é, na maioria dos casos, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma tarefa. De acordo com Duval (2003), as representações são importantes para a compreensão matemática.

Além desse desafio, existe outra problemática que é enfrentar os aspectos que distraem o aluno e competem no processo de ensino e aprendizagem, pois contribuem para desfocar a atenção em sala de aula. Segundo Cunha (1986), os distratores significam a falta de atenção ou de concentração em uma ação, que é compreender o foco central de um estímulo, nesse caso, o da aprendizagem matemática. Logo, é preciso manter o foco atencional para que a aprendizagem seja consolidada.

Assim, é necessário pensar em estratégias que possam despertar a atenção do aluno no processo de ensino e aprendizagem, pois a atenção é limitada e o aluno filtrará o que acha mais pertinente de informação, ou seja, o que o cérebro considera mais importante, dedicando sua atenção e conseqüentemente, ele terá um foco atencional maior, ignorando outros fatores, devido às diversas distrações que o rodeiam (Fonseca; Silva; Silva, 2021).

Por meio da ativação do foco atencional que o indivíduo aprende, e, dependendo das tarefas, elas podem ou não fornecer pistas que estimulem as estruturas do cérebro, motivando o aluno a respondê-las ou recusá-las. Segundo Cosenza e Guerra (2011), ele seleciona determinados aspectos do ambiente e dispensa as informações que não são pertinentes. Sendo o sistema nervoso responsável por fazer a seleção das informações por meio de vários mecanismos e um deles é o mecanismo atencional *top-down*.

É comum no cotidiano das aulas de Matemática ouvir inquietações por parte do aluno: para que vou aprender isso? Para que serve e onde usarei essa informação na minha vida? Não compreendo e não consigo visualizar a representação matemática. Como responderei?

Quando determinada tarefa matemática não desperta o interesse do aluno, de modo a não permitir compreensão, ocorrerão esses tipos de questionamentos e isso pode contribuir a favor dos distratores, gerando a não consolidação da aprendizagem do saber. Dessa maneira, a falta de atenção favorece na não resolutividade de tarefas matemáticas, pela inexistência de um estímulo para o cérebro ser acionado. Além disso, para o aluno perceber a importância de gastar energia com algo que não lhe dá prazer ou perceba a importância desse conhecimento no seu cotidiano.

Diante desse contexto, surge uma inquietação: de que maneira as tarefas propostas em livros didáticos despertam a atenção do aluno? Assim, o objetivo deste artigo é apresentar uma análise das tarefas analisadas no livro didático, Matemática e suas Tecnologias do autor Silva (2021), elencando requisitos mínimos que possam despertar o mecanismo atencional do aluno.

Para realizar essa análise, foi selecionado um objeto de conhecimento na Trigonometria, as transformações trigonométricas, por ser um saber que não tem uma ruptura na continuidade de sua exploração, consideradas essenciais para o cálculo dos limites trigonométricos no Ensino Superior.

As transformações trigonométricas são identidades utilizadas no cálculo do valor de uma razão trigonométrica envolvendo o seno, cosseno ou tangente, com objetivo de facilitar o cálculo. Através de uma transformação é possível converter o

ângulo em um ângulo notável de 30° , 45° e 60° , ou seja, aquele cujo valor do seno, cosseno ou da tangente é conhecido para o estudante (Iezzi; Murakami; Machado, 2013).

De acordo com Iezzi *et. al.* (2013), essas identidades da transformação trigonométrica se dão, por exemplo, pela soma e a diferença entre arcos: $(\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha)$; fórmulas para arco duplo ($\cos 2a = 2 \cdot \cos^2 a - 1$).

As tarefas selecionadas no livro didático de Silva (2021) foram elaboradas por meio de uma matriz com requisitos que estimulam o mecanismo atencional do aluno e posteriormente é feita sua Organização Matemática, baseada nos pressupostos de Chevallard (1998).

Assim, este artigo está caracterizado como um estudo bibliográfico, que se deu através do embasamento teórico sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e na Neurociência Cognitiva (NC) no que tange a atenção seletiva meio do mecanismo atencional *top-down*.

Aproximar a NC e a Didática da Matemática no que tange a TAD é um desafio no ensino da Matemática, pois é preciso pensar em estratégias de ensino que sejam favoráveis para aproximar o estudante do objeto de conhecimento a ser explorado em sala de aula, principalmente das transformações trigonométricas, que possuem um caráter mecânico de ensino por meio de identidades e, por conta disso, podem despertar o desinteresse do aluno em sala de aula.

O cérebro é o principal órgão do corpo humano responsável pela aprendizagem. Dessa maneira, é interessante que o professor conheça a NC para explorar sua potencialidade no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente no que diz respeito à compreensão do mecanismo atencional *top-down*, a fim de aplicá-lo em sala de aula na construção de tarefas que possam despertar a atenção do aluno e facilitar a consolidação da aprendizagem.

A estrutura desse estudo encontra-se organizado em Considerações Iniciais, a abordagem da TAD, a teoria da atenção seletiva na NC. Assim, por meio dessa teoria construiu-se uma matriz de referência que justificará as tarefas selecionadas do livro

didático analisado, Silva (2021), com potencial significativo para estimular o mecanismo atencional *top-down*. Além disso, traz o levantamento das tarefas selecionadas que exploram as transformações trigonométricas, com a apresentação da Organização Matemática (OM) e as Considerações Finais.

A ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA DE TAREFAS À LUZ DA TAD

A aprendizagem acontece quando há uma relação entre o objeto de estudo, a instituição e o sujeito. De acordo com Farias, Carvalho e Souza (2018), é por meio dessa interação que a TAD se destaca ao elencar esses três fatores no contexto do ensino matemático, sendo esta considerada uma articuladora importante no campo da investigação matemática para compreender essa relação. Farias, Carvalho e Souza (2018) afirmam que,

a Teoria Antropológica do Didático – TAD (Chevallard, 1999), tem um importante papel no campo de investigação da Didática da Matemática. Ela é instrumento para refletirmos a dicotomia entre ensino e aprendizagem, bem como trazer um novo olhar sobre as análises normalmente fragmentadas da realidade escolar. A atividade do matemático, do professor de matemática, dos estudantes ao ensinarem ou estudarem e produzirem matemática, são atividades humanas, mas não são atividades isoladas, são parte de uma instituição e contribuem ativamente para a sobrevivência dos saberes em tais instituições (Farias *et al.*, 2018, p. 181-182).

A teoria de Chevallard (1998) inicia por três conceitos: os objetos “O”, as pessoas “X” e as instituições “I”, podendo ser acrescentados outros. Existe uma relação entre “O”, “X” e “I”, na qual, para o objeto O existir, ele precisa ser reconhecido pela pessoa X ou instituição “I”, dada pela relação $R(X,O)$ e a relação institucional de I com O é dada por $R(I, O)$. Como destaca Fonseca (2019), “deve existir ao menos

uma relação de O com X, $R(X,O)$ ou de O com I, $R_1(O)$, para que O exista” (FONSECA, 2019, p.23).

Assim, o objeto “O” é considerado o saber matemático a ser explorado, a pessoa “X” os alunos e a instituição I o professor/série de ensino. Existem objetos de conhecimento que podem ou não ser reconhecidos pelos alunos, porém o professor está ciente deles. É a partir das relações que se estabelecem na sala de aula a relação $R(X, O)$, $R(X, I)$ e $R(I, O)$, ocorrendo a aprendizagem, conforme Chevallard (1998 apud Santos e Menezes 2015), se o aluno compreende $R(I,O)$, há uma alteração em $R(X,O)$.

De acordo com Chevallard (1998), a TAD situa a atividade matemática e, portanto, está situado em todas as atividades humanas e institucionais. O autor ainda destaca que toda atividade humana pode ser resumida em um único modelo, definido como praxeologia.

A praxeologia, ou Organização Matemática (OM), de acordo com Chevallard (2018), é o coração da TAD. Essa teoria se desdobra por meio da realização de tarefas (T), executadas pelo modo de fazer, denominado técnica (τ), utilizando uma tecnologia (θ) que se ancora no bloco tecnológico-teórico (saber), que consiste no uso de uma tecnologia (θ), ligada a uma teoria (Θ). Dessa maneira, o conjunto tarefa/técnica é o saber-fazer e o conjunto tecnologia/teoria é o saber.

Essa organização praxeológica ou OM é composta por quatro elementos: tipo de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (Θ) e teoria (Θ), amparadas a partir de um bloco prático-técnico e um bloco tecnológico-teórico. As tarefas no contexto da TAD são remetidas por um verbo de ação no infinitivo, por exemplo: calcular, somar, resolver, decompor, entre outros. Vale destacar que existe uma diferença entre tipo de tarefas (T) e tarefas (t). O tipo de tarefa (T) pode contemplar várias tarefas com características semelhantes (Santos e Menezes, 2015).

Na TAD, segundo Fonseca (2019), a OM é composta por objetos ostensivos e não-ostensivos. Portanto, os objetos ostensivos são aqueles que podemos ver, tocar ou ouvir. Para Fonseca (2019), esses objetos podem ser subclassificados em: “ostensivos materiais: um lápis, um transferidor, etc; ostensivos gestuais: os sinais;

ostensivos discursivos: os vocábulos, e, mais genericamente o homilia; ostensivos gráficos: os diagramas, representações, grafismos; ostensivos escriturais: as escritas e os formalismos” (Fonseca, 2015, p. 24).

Com relação aos objetos não-ostensivos, eles se manifestam através da apropriação de objetos ostensivos, sendo caracterizados pelas noções e definições, que não necessitam de manipulação.

As tarefas explorando as transformações trigonométricas serão analisadas de acordo com uma matriz de referência que possui requisitos mínimos para despertar o mecanismo atencional *top-down*.

O MECANISMO ATENCIONAL *TOP-DOWN* NA CONSOLIDAÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

O processo de aprendizagem está diretamente ligado ao funcionamento do cérebro, portanto é necessário conhecer como ele funciona. De acordo com Cossenza e Guerra (2011), o aprendizado acontece pela efetivação das ligações neurais.

Para que a aprendizagem aconteça, é preciso observar como o cérebro age ao focar a atenção, pois sem ela não é possível consolidar o conhecimento, principalmente porque existem vários distratores que podem desviar o foco atencional do aluno. Conforme Cunha (1986), isso está relacionado à falta de atenção ou à dificuldade devido à falta de concentração.

A atenção seletiva é um conceito da psicologia cognitiva e está relacionada à capacidade do cérebro humano direcionar sua atenção para um estímulo em detrimento de outro, ignorando outros estímulos presentes. Assim, Posner e Petersen (1990) afirmam que o foco atencional pode ocorrer por meio de dois mecanismos: o *top-down* e o *bottom-up*.

O *top-down* está relacionado ao processo envolvendo estímulos endógenos, controlados internamente pelo indivíduo, nos quais o conhecimento prévio pode estar alojado no cérebro e precisa ser ativado na busca de informações. Esse mecanismo,

segundo Fonseca et al. (2017), pode estar relacionado aos objetos não-ostensivos da TAD, disponíveis para a realização de uma tarefa.

O *botton-up* está relacionado aos estímulos ou pistas que estão no meio externo do cérebro, decorrendo da percepção de estímulos sensoriais que acabam por guiar a focalização do alvo e pode estar relacionado aos objetos ostensivos da TAD (Fonseca et al., 2017). Na assertiva de Silva, Fonseca e Correia (2020), o mecanismo

bottom-up, decorre da percepção de estímulos sensoriais que acabam por guiar a focalização do alvo, e *top-down*, o processamento da informação não depende exclusivamente da percepção dos estímulos sensoriais, mas sim da expectativa criada previamente e responsável por dirigir o foco da atenção (Stevens; Bavelier, 2011). O processamento *bottom-up* é guiado pelo estímulo. Ou seja, o estímulo influencia a nossa percepção, direcionando a nossa consciência cognitiva para o objeto. Em contraste, o processamento *top-down* usa os conhecimentos prévios e as expectativas para influenciar a nossa percepção. Nesse caso, as expectativas baseadas no que o sujeito já conhece moldam a percepção daquilo que é alvo da atenção (Silva et al., 2020, p. 252).

Com relação à aprendizagem, esses estímulos encontram-se representados por duas áreas do cérebro, Figura 1, que são a rede posterior (*botton-up*) e anterior (*top-down*), sendo responsáveis por regular esses mecanismos atencionais (Posner; Petersen, 1990).

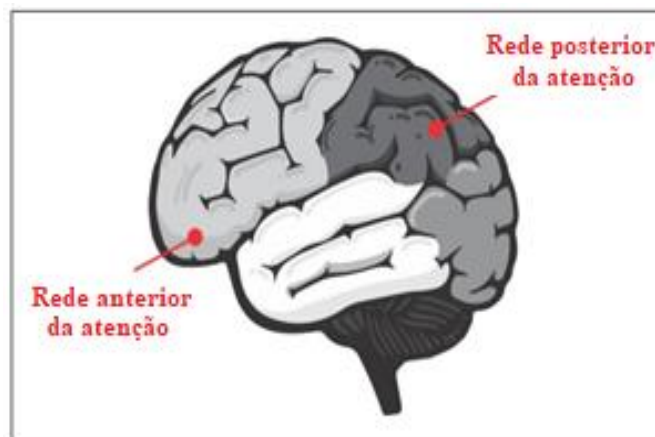


Figura 1. Principais áreas envolvidas no processamento da atenção

Fonte: Campos, Fonseca e Oliveira (2021).

A rede posterior está localizada no córtex parietal, que é a área mais ativada quando o objetivo é a busca de estímulo visual. A rede anterior encontra-se no lobo frontal e está associada ao mecanismo atencional *top-down*, responsável por envolver o controle de respostas orientadas cognitivamente ao ambiente, isso inclui as regiões frontal, parietal e o núcleo reticular do tronco cerebral (Posner; Petersen, 1990).

Segundo Sternberg (2010), o mecanismo *top-down* é uma abordagem descendente, de percepção construtiva, em que o indivíduo ao focalizar o estímulo alvo, constrói uma percepção cognitiva, por se apropriar das informações armazenadas no cérebro, servindo de base para estruturar e construir a nova percepção, que demanda gasto de energia e na ausência de funções cognitivas como a sensação, emoção e atenção acarretam na falta de interesse em resolver a tarefa T ou abandoná-la.

Nesse contexto, diante de uma tarefa T, são mobilizadas técnicas (t) para sua solução na articulação entre objetos ostensivos e não-ostensivos. Assim, é possível identificar na realização dessa OM conhecimentos prévios considerados importantes para a resolução da tarefa T, que estão armazenados na memória. Dessa maneira, de acordo com Fonseca, Campos, e Oliveira (2021), o mecanismo atencional *top-down* está relacionado aos objetos ostensivos e não-ostensivos de uma OM, ao evocar informações que são essenciais na resolutividade de tarefas.

Diante desse contexto, é preciso observar quais tipos de tarefas despertam o mecanismo atencional *top-down*, recrutando informações que estão armazenadas na Memória de Longo Prazo (MLP). A MLP é o local onde informações consideradas importantes, ao focalizar a atenção, estão guardadas para serem acionadas quando necessário durante a aquisição da aprendizagem e após a abordagem de um objeto de conhecimento.

Nas palavras de Kandel *et al.* (2014), uma tarefa será realizável quando atingir as seguintes hierarquias: sensação, percepção, emoção, memória de trabalho e atenção. Assim, uma tarefa terá o potencial de despertar a atenção do aluno se tiver sentido e significado, de modo a estimular sensações e percepções de informações acessíveis na MLP.

Assim, Fonseca (2015) elaborou uma matriz de requisitos mínimos envolvendo tipos de tarefas trigonométricas com objetivo de estimular o mecanismo atencional *top-down*. De acordo com autor referendado, é preciso que na tarefa atendam os seguintes requisitos:

- Exista estímulo sensorial potencialmente significativo;
- Estímulos sensoriais devem ser estruturados e apresentados considerando-se o desenvolvimento epistemológico das noções em jogo que sinalizará o sentido necessário para ativar o sistema límbico do cérebro;
- Existam conhecimentos prévios na MLP;
- Exista a articulação entre registros geométricos e algébricos;
- Exista a manipulação de objetos ostensivos escriturais algébrico-trigonométricos que provoquem o exercício das funções cognitivas, flexibilidade cognitiva e atenção;
- Respeito às etapas para formação de MLP na constituição e seleção de tarefas (Fonseca, 2015, p. 422-423).

Em síntese, esses requisitos elaborados por Fonseca (2015) serviram de base para a construção da matriz apresentada no Quadro 1 que traz os critérios mínimos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em tarefas envolvendo as transformações trigonométricas.

Tabela 1: Requisitos mínimos para estimular o mecanismo atencional *top-down*

-
- (a) Exista estímulo visual potencialmente significativo;
 - (b) Estímulos visuais devem ser estruturados e apresentados considerando-se o desenvolvimento epistemológico das noções em jogo que sinalizará o sentido necessário para ativar o sistema límbico do cérebro;
 - (c) Existam conhecimentos prévios na MLP sobre ostensivos algébricos, escriturais e geométricos no trato das identidades trigonométricas;
 - (d) Exista a articulação entre objetos ostensivos numéricos, geométricos, gráficos e algébricos, que provoquem o exercício das funções cognitivas, flexibilidade cognitiva e atenção ao evocar os objetos não-ostensivos;
 - (e) Respeito às etapas para formação de MLP na constituição e seleção de tarefas.
-

Fonte: Os autores, baseado em Fonseca (2015, p. 422-423).

Essa matriz de referência, Tabela 1, será utilizada neste estudo com o intuito de analisar o potencial para estimular o mecanismo atencional *top-down* em tarefas propostas no livro didático Matemática e suas tecnologias de Souza (2021).

TAREFAS COM REQUISITOS PARA ESTIMULAR O MECANISMO ATENCIONAL TOP-DOWN

Ao analisar as tarefas propostas no livro didático Matemática e suas tecnologias de Souza (2021), foi possível elencar três das oito tarefas propostas que exploram o objeto de conhecimento transformações trigonométricas, apresentando todos os requisitos mínimos para estimular o mecanismo atencional *top-down*.

A tarefa T_1 , item “a”, se apropria de um bloco tecnológico-teórico $[\Theta, \Theta]$, justificado pela tecnologia (Θ) , ao manipular a relação trigonométrica fundamental $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, dentro da teoria (Θ) relações métricas no triângulo retângulo, evocando diversos ostensivos (algébrico e numérico), por meio dos não-ostensivos a eles associados, como manipular a identidade trigonométrica e a resolução incompleta do 2º grau para a resolução da T.

A tarefa T_2 , item “b”, tem como bloco tecnológico-teórico $[\Theta, \Theta]$, justificado pela tecnologia (Θ) , ao manipular a identidade da transformação trigonométrica soma dos

28. Dados $\cos x = \frac{7}{25}$ e $\operatorname{tg} y = \frac{12}{5}$, com
 $0\text{ rad} < x < \frac{\pi}{2}\text{ rad}$, calcule:

a) $\sin x$ b) $\operatorname{tg}(x + y)$

Figura 2. Tarefa que se apropria da transformação trigonométrica $-T_1$ e T_2
Fonte: Souza (2021, p.118).

A relação trigonométrica supracitada, quando ativada, permite despertar o

Tabela 2: Requisitos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em T_1 e T_2

(a) Existe estímulo visual potencialmente significativo ao evocar relação fundamental trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, a identidade da transformação trigonométrica referente soma de arcos seno e cosseno para demonstrar na tarefa “b” que $tg(x + y) = \frac{\sin x + tgy \cdot \cos x}{-\sin x \cdot tgy + \cos x}$ ao mobilizar os objetos ostensivos algébrico e numérico.

Fonte: Os autores (2023).

objetos não-ostensivos da TAD, uma vez que respeita as etapas para a consolidação da MLP.

Tabela 3: Requisitos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em T_1 e T_2

- (b) O estímulo visual será atingido se aluno ao observar a tarefa recorde que $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{sen}(x+y)}{\cos(x+y)}$, e manipular a identidade da transformação trigonométrica “soma de arcos” para compreender que $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{sen}x + \operatorname{tg}y \cdot \cos x}{-\operatorname{sen}x \cdot \operatorname{tg}y + \cos x}$.
- (c) Os conhecimentos prévios na MLP possibilitarão a resolução da tarefa. Assim, espera-se que o aluno recorde os objetos de conhecimento listados: operações com números racionais, a resolução da equação incompleta do 2º grau e a manipulação da identidade da transformação trigonométrica “soma de arcos seno e cosseno” que permitem a resolução.
- (d) As tarefas possibilitam a ativação das funções cognitivas, pois articulam objetos ostensivos numéricos e algébricos, provocando o exercício das funções cognitivas, flexibilidade cognitiva e atenção ao evocar os objetos não-ostensivos;
- (e) A tarefa permite respeito às etapas para a formação de MLP, quanto à hierarquia neurocognitiva, destacada por Kandel; Schwartz e Jessel (2000): sensação (se os conhecimentos prévios forem recordados com sucesso, automaticamente virá o entusiasmo pela tarefa), percepção (evocar conhecimentos que já foram apreendidos e que é necessário retomá-los), emoção (alegria se os ostensivos algébricos e numéricos forem evocados com sucesso), memória de trabalho (recordar conceitos matemáticos que já foram estudados: números racionais e método resolutivo da equação incompleta do 2º grau para determinar o valor do seno na tarefa “a”), atenção (decidir resolver a tarefa).

Fonte: Os autores (2023).

A tarefa T_3 , Figura 3, também possibilita ativar os atalhos que estimulam o mecanismo *top-down*, pois ela recruta vários conceitos matemáticos explorados em outras modalidades de ensino, necessários para a técnica de resolução.

29. Em dois momentos diferentes de um dia ensolarado, as sombras projetadas por um poste de 12 m de altura tinham 12 m e $12\sqrt{3}$ m de comprimento, conforme representado no esquema a seguir. Determine a medida do ângulo α indicado nesse esquema.

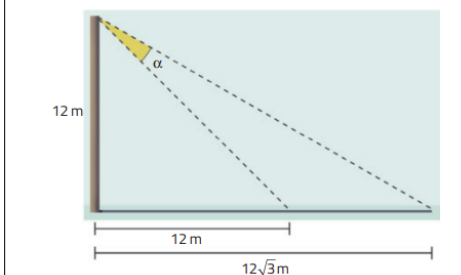


Figura 3. Tarefa que se apropria da transformação trigonométrica - T_3
 Fonte: Souza (2021, p.118).

A T_3 exige a apropriação dos conceitos da Geometria por meio do ostensivo gráfico e escritural ao evocar o não-ostensivo por meio da tecnologia (Θ) que envolve as propriedades das razões trigonométricas no triângulo retângulo, dentro da teoria (Θ) do Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo. Em seguida, se apropria do ostensivo algébrico ao manipular a identidade trigonométrica da soma dos arcos tangente e do numérico para determinar o valor do ângulo α .

Aplicando a matriz de análise dos requisitos mínimos em T_3 , Tabela 4 e 5, observa-se que é preciso recordar conceitos que já foram vistos para que seja possível a resolução da tarefa.

Tabela 4: Requisitos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em T_3 .

- (a) Existe estímulo visual ao observar o ostensivo geométrico proposto no enunciado e o ostensivo numérico, por meio do não-ostensivo associado a eles, que mobilizam propriedades das razões trigonométricas no triângulo retângulo e manipulação do Teorema de Pitágoras.
- (b) O estímulo visual será efetivado a partir do momento que seja ativado conceitos que já foram apreendidos como a relação trigonométrica seno, cosseno e tangente, com intuito de usá-las como técnica na resolução da T_3 . Posteriormente aplicar a tecnologia da identidade da transformação trigonométrica “soma de dois arcos tangente” para encontrar o valor numérico do ângulo α .

Fonte: Os autores (2023).

Tabela 5: Requisitos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em T_3 .

(c) Os conhecimentos prévios sobre as razões trigonométricas no triângulo retângulo, o Teorema de Pitágoras e as operações com números racionais, que estão armazenadas na MLP, possibilitarão a resolução da tarefa. Assim, a expectativa é que esses conceitos sejam ativados.

(d) As tarefas possibilitam a ativação das funções cognitivas, pois articulam objetos ostensivos geométricos e numéricos, provocando o exercício das funções cognitivas, flexibilidade cognitiva e atenção ao evocar os objetos não-ostensivos.

(e) A tarefa permite respeito às etapas para a formação de MLP, quanto à hierarquia neurocognitiva, destacada por Kandel; Schwartz e Jessel (2000): sensação (se os conhecimentos prévios forem recordados com sucesso, automaticamente virá o entusiasmo pela tarefa), percepção (evocar conhecimentos que já foram apreendidos e que é necessário retomá-los), emoção (alegria se os ostensivos algébricos e numéricos forem evocados com sucesso), memória de trabalho (recordar conceitos matemáticos que já foram estudados: números racionais e método resolutivo da equação incompleta do 2º grau para determinar o valor do seno na tarefa “a”), atenção (decidir resolver a tarefa).

Fonte: Os autores (2023).

A tarefa T_4 , Figura 4, propõe a resolução de uma equação trigonométrica, em que no “item a” é preciso evocar o ostensivo numérico por meio do não-ostensivo associado à identidade das transformações trigonométricas envolvendo a soma dos arcos cosseno.

Dessa maneira, no item “a” da T_4 é necessário apropriar-se do bloco tecnológico-teórico $[\Theta, \Theta]$, justificado pela tecnologia (Θ) que envolve a teoria da resolução das equações produto do 1º grau, para encontrar o valor da equação $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Mediante o uso da tecnologia amparada na identidade da transformação trigonométrica, soma de dois arcos cosseno e posteriormente evocando o ostensivo simbólico para a representação do valor encontrado na T_4 , ou seja, o valor do domínio $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ rad}, k \in \mathbb{Z}$ no item “a” que servirá para a resolução do item “b” ao evocar o ostensivo gráfico por meio do não-ostensivo amparado na teoria do ciclo trigonométrico.

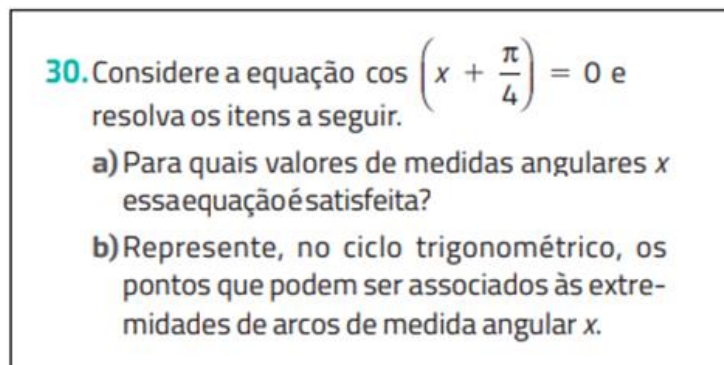


Figura 4. Tarefa que se apropria da transformação trigonométrica - T_4
Fonte: Souza (2021, p.118).

As Tabelas 5 e 6 apresentam os requisitos mínimos para estimular o mecanismo atencional *top-down* na tarefa T_4 .

Aplicando a matriz de análise dos requisitos mínimos, observa-se que são poucos os conceitos a serem recordados para a construção do novo saber que é a resolução de uma equação trigonométrica envolvendo as transformações trigonométricas.

Tabela 5: Requisitos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em T_4 .

-
- (a) Existe estímulo visual ao evocar o objeto ostensivo algébrico, associado ao não-ostensivo amparado pela tecnologia que envolve a resolução de uma equação produto do 1ª grau, ao se apropriar da teoria que mobiliza a identidade da transformação trigonométrica, soma dos arcos cosseno. Para representar esse resultado, espera-se a manipulação do ostensivo gráfico, através do não-ostensivo associado à tecnologia da representação de uma equação cosseno no ciclo trigonométrico.
- (b) O estímulo visual será efetivado a partir do momento que seja ativado conceitos envolvendo a resolução de uma equação produto do 1º grau para usar como técnica de resolução.
-

Fonte: Os autores (2023).

A Tabela 6 traz as possibilidades que a tarefa possibilita para ativar as funções cognitivas do cérebro ao mobilizar os objetos não-ostensivos da TAD e as etapas que respeitam a formação da MLP.

Quadro 6: Requisitos para estimular o mecanismo atencional *top-down* em T_4 .

- (c) A técnica de resolução será ativada quando os conhecimentos prévios sobre a resolução de equações produto do 1º grau sejam revisitados na MLP.
- (d) A tarefa possibilita a ativação das funções cognitivas, pois articulam objetos ostensivos algébricos e gráficos, provocando o exercício das funções cognitivas, flexibilidade cognitiva e atenção ao evocar os objetos não-ostensivos;
- (e) A tarefa respeita todas as etapas para a formação de MLP, quanto à hierarquia neurocognitiva, destacada por Kandel; Schwartz e Jessel (2000): sensação (utilizar a identidade da transformação trigonométrica, soma de dois arcos cosseno e a resolução de uma equação produto do 1º grau, para encontrar o resultado a ser representado no ciclo trigonométrico), percepção (ao lembrar os conceitos de como resolver uma equação produto do 1º grau), emoção (estará voltada para o ânimo em responder a tarefa, ao recordar como resolver a equação que remete propriedades matemáticas do Ensino Fundamental: operações com números racionais), memória de trabalho (resolver a equação trigonométrica ao comparar a maneira de resolver como a da equação produto do 1º grau), atenção (focar em resolver a tarefa, se ativado com sucesso os conceitos presentes na MLP).

Fonte: Os autores (2023).

De acordo com Chevallard (1994 apud Fonseca, 2019), quanto maior o domínio dos objetos não-ostensivos, maior deve ser a manipulação dos ostensivos para evocá-los.

Assim, as tarefas propostas por Souza (2021) possuem alto potencial para estimular o mecanismo atencional *top-down*, o que possibilitará a construção do conhecimento matemático, pois mobilizam diversos objetos ostensivos por meio dos não-ostensivos que remetem às propriedades matemáticas e teoremas que já foram explorados, com a possibilidade de estarem armazenadas no cérebro e, ao serem acionados, possibilitarão a construção do novo saber matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O artigo proposto teve como objetivo apresentar uma análise das tarefas propostas no livro didático Matemática e suas Tecnologias do autor Silva (2021), envolvendo as transformações trigonométricas, elencando requisitos mínimos que possam despertar o mecanismo atencional do aluno em tarefas que mobilizam

diversas representações desse objeto do conhecimento, que serão imprescindíveis na consolidação de outros saberes a exemplo dos limites trigonométricos.

O livro didático de Silva (2021) propõe oito tarefas explorando as transformações trigonométricas, mas apenas três atendem todos os requisitos mínimos para estimular o mecanismo atencional *top-down*, ao possibilitar a existência do estímulo visual potencialmente significativo. Isso porque, elas se tornam resolutivas a partir do momento que exigem conhecimentos prévios já apreendidos pelo aluno, que devem ser estruturados e apresentados, considerando-se o desenvolvimento epistemológico das noções em jogo.

Nesse ínterim, esses requisitos darão o sentido necessário para ativar o sistema límbico do cérebro, pois é dessa maneira que esse órgão focará a informação, considerando-a pertinente ou não para realizar ou rejeitar a resolução.

São esses conhecimentos prévios armazenados na MLP que possibilitarão a articulação entre objetos ostensivos, sejam eles numéricos, geométricos, gráficos e algébricos, capazes de provocar o exercício das funções cognitivas, a flexibilidade cognitiva e a atenção ao evocar os objetos não-ostensivos da TAD.

As três tarefas propostas por Souza (2021) foram selecionadas de acordo com o potencial que elas possibilitam na consolidação da aprendizagem referentes às transformações trigonométricas, pois fornecem pistas que motivarão o aluno a respondê-las ou recusá-las. Vale destacar que isso foi possível ao aplicar a matriz de requisitos mínimos para estimular o mecanismo atencional *top-down* no material supracitado.

O objeto de conhecimento transformações trigonométricas foi selecionado nesta pesquisa por ser agente mobilizador na aquisição da aprendizagem matemática no Ensino Superior, considerado imprescindível na consolidação do novo saber matemático, a exemplo dos limites trigonométricos, no Ensino Superior, que necessitam das identidades trigonométricas para eliminar as indeterminações.

Além disso, ao explorar as transformações trigonométricas, foi possível observar nas tarefas selecionadas a variedade de conhecimentos prévios necessários na aprendizagem desse saber em tela, que também são importantes tê-los

armazenados e ativados quando necessário ao longo das etapas escolares, possibilitando a consolidação da aprendizagem matemática.

REFERÊNCIAS

Brasil. (2018) *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Brasil. (2021) *Guia de livros didáticos: PNLD 2021: matemática: ensino médio*. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.

Chevallard, Y. (1998) Organisations didactiques: Les cadres généraux. *Notice du Dictionnaire de Didactique des Mathématiques 1997-1998 pour la formation des élèves professeurs de mathématiques*.

Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 9, n. 2, p. 221-266.

Chevallard, Y. (1998) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique*. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11; paru dans les actes de cette université

d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120. Disponível em:

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27. Acesso em: 14 nov. 2021

Cosenza, R. M., Guerra, L. B. (2011) *Neurociência e educação: como o cérebro aprende*. Porto Alegre: Artmed.

Cunha, A. G. (1986). *Dicionário Etimológico Nova Fronteira da língua portuguesa*. 2. ed., Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

Fonseca, L. S.(2015) *Um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e França*. 2015. 495 f. (Tese de Doutorado) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

Fonseca, L. S.(2019) *Didática da matemática e neurociência cognitiva: elementos para uma articulação em favor da aprendizagem matemática*. São Paulo: Livraria da Física.

Fonseca, L. S., Campos, M. A., Oliveira, E. S. S. *Delineando tarefas de funções trigonométricas por meio do mecanismo atencional top-down*. Revista Eletrônica de Educação Matemática, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/82929>. Acesso em 01 dez. 2022.

Gazzaniga, M. S.; Ivry, R. B.; Mangun, G. R. (2006) *Neurociência cognitiva: a biologia da mente*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed.

Iezzi, G.; Murakami, C.; Machado, N. J. (2013) *Fundamentos de matemática elementar, 3 : trigonometria*. 9. ed. — São Paulo : Atual.

Kandel, E. et al. (2014) *Principles of Neural Science*. Nova York: McGraw-Hill.

Posner, M. I.; Petersen, S. E. (1990) *The attention system of the human brain*. In: *Annu Rev Neurosci*, v.13, 25-42.

Santos, M. C., Menezes, M. B. (2015) *A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria*. Revista Perspectivas da Educação Matemática. Disponível em:
<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1456>. Acesso em 15 nov. 2021.

Silva, K.S.; Fonseca, L.S.; Correia, P.R. M.(2020) *Abordagem neurocognitiva de processos atencionais envolvidos na aprendizagem mediada por mapas conceituais*. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect>. Acesso em 12 de novembro, 2022.

Souza, J. (2021) *Matemática e suas tecnologias*. São Paulo: FTD.

Sternberg, R. J. (2010) *Psicologia Cognitiva*. São Paulo: Cengage Learning.