

**Argumentación: elemento clave en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
escolares en Colombia**

Andrés Fernando Sarmiento Aponte

Director de la monografía:

Víctor Manuel Mendoza Rodríguez

Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD

Escuela de Ciencias de la Educación – ECEDU

Opción de trabajo de grado – Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C., 24 de mayo de 2023

Agradecimientos

Primero, quiero agradecer al cosmos por guiar mis pasos y permitirme llegar a este punto de sentirme orgulloso del camino recorrido cuando miro hacia atrás. Ese cosmos me ha asombrado por su inmensidad y complejidad, y saber de su constante expansión me recuerda la infinita capacidad de crecimiento y aprendizaje que tengo donde cada día he vivido y aprendido algo nuevo sabiendo que cada amanecer es una nueva oportunidad.

También me gustaría expresar mi gratitud a mi familia, especialmente a mi madre, mi hermana, mis tías y todos aquellos que me han dado palabras de ánimo y me han apoyado en cada paso adelante. Su apoyo no ha sido solo material, sino también en lo moral y espiritual. Sin duda, su presencia es una innegable manifestación de afecto que me hace dedicarles este logro trascendental en mi vida. Aquí también involucro a mi padre y a los que ya no forman parte de este plano, quienes sé que desde arriba también se extasiarán y sonreirán al verme alcanzar mis metas.

Asimismo, me gustaría expresar mi agradecimiento a mis amigos y allegados más cercanos, que han demostrado estar a mi lado no solo en los momentos de fiesta y alegría, sino también en mis horas más difíciles. Agradezco su presencia y su disposición a ofrecerme consejos, a confrontarme con verdades necesarias y a ayudarme a despojarme de prejuicios y creencias limitantes con la intención de que yo pueda dar lo mejor de mí.

Además, me gustaría destacar el impacto positivo que ciertos modelos han tenido en mi formación como docente. A Liliana, quien fue mi directora de grupo durante grado séptimo, le doy un reconocimiento especial. Ella no solo me enseñó a desarrollar

habilidades matemáticas, sino también a ser una persona comprensiva y empática y a ser fuerte y sentirme respaldado durante la época más difícil de mi vida. Al recordarla en el trazo de mi proyecto de vida, pude visualizar qué tipo de educador quiero ser y cómo quiero impactar en la vida de mis alumnos, por lo que agradezco sus consejos y espero poder aplicar la experiencia y los valores que me transmitió en mi propia práctica docente. También quiero expresar mi gratitud a mi asesor para este documento, Víctor, que me ha proporcionado una valiosa orientación en su construcción. Su paciencia, trato afectuoso y conocimientos han sido fundamentales. Su amplia experiencia y aportaciones me han ayudado a definir los objetivos y la estructura de este documento, guiándome hasta el resultado final que ahora presento.

Por último, quiero darme las gracias a mí mismo por demostrarme que podía levantarme cada vez que me caí. Reconozco mi propia resiliencia y capacidad para disfrutar de este viaje académico, que me ha demostrado que aquellos años de incertidumbre que me llevaron a trabajar en diferentes campos, viajar por medio continente y, sobre todo, perdonarme por errores pasados, me permitieron madurar mi proyecto de vida y me han acercado a mi primera meta de muchas en medio de la ilusión por lo que me depara el futuro.

Tabla de contenido

Principales fichas RAE de análisis	7
Resumen	17
Abstract.....	18
Introducción.....	19
Delimitación del problema	20
Definición de pregunta problema	21
Objetivo general.....	22
Objetivos específicos	23
Justificación	24
Marco teórico.....	28
Argumentación	28
Pensamiento matemático	31
Capacidad de resolución de problemas.....	33
Contexto colombiano.....	36
Dimensiones de la investigación	39
Diseño metodológico	42
Desarrollo de la investigación	43
Investigaciones internacionales	43

Investigaciones latinoamericanas	47
Investigaciones nacionales y locales	49
Conclusiones y recomendaciones	55
Referencias	56

Índice de tablas y figuras

Tabla 1	7
Ilustración 1	39

Principales fichas RAE de análisis

Tabla 1

RAE RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	
Título:	La argumentación en los currículos de Educación Matemática Infantil
Autores:	Cornejo-Morales, Claudia. Alsina, Angel
Publicación:	04-10-2020
Palabras claves:	Educación matemática, argumentación, currículum, Educación Infantil
Síntesis analítica:	<p>En primer lugar, Cornejo-Morales y Alsina destacan la importancia de la argumentación dentro de los currículos, ya que este proceso fomenta el diálogo y contribuye al desarrollo cognitivo, comunicativo y afectivo de los individuos implicados, además de involucrar el reconocimiento del otro. Posteriormente, los autores fundamentan su artículo en cuatro pilares. En el primer pilar, se aborda la posición frente a la argumentación matemática en los primeros años, donde la argumentación es vista como la entrega de posiciones sobre algo que se hizo o ha ocurrido y se intenta convencer a los demás de la explicación dada. En el segundo pilar, se relaciona la argumentación con el aprendizaje, donde se destaca que la argumentación ayuda a reflexionar, explicar o razonar, y se utiliza para conseguir metas específicas de construcción o entendimiento del conocimiento. En el tercer pilar, se relaciona la argumentación con otras dimensiones, como distinguir entre argumentar y demostrar, y entre argumentar y comunicar. Por último, en el cuarto pilar se aborda la función de la argumentación en situaciones argumentativas compuestas por argumentos, interacción, función, carácter y matemática.</p>
Conclusiones del autor del texto:	<p>En conclusión, los autores señalan que todas las propuestas analizadas involucran la argumentación en matemáticas desde las primeras edades, aunque hay diferencias en cuanto al enfoque, como la relación entre la argumentación y el aprendizaje, la relación entre la argumentación y otros procesos matemáticos, y las funciones de la argumentación.</p>

Recomendaciones:	Es fundamental tomar en cuenta algunas recomendaciones para mejorar la argumentación en matemáticas en los primeros grados. En primer lugar, es importante distinguir entre argumentar y demostrar, reconociendo que en los primeros años no se utilizan demostraciones formales para sustentar o validar ideas. En segundo lugar, es esencial reconocer los elementos que tienen en cuenta los estudiantes para explicar los argumentos, como elementos pictográficos o materiales, que permitan construir una narrativa de los hechos y dar validez a la idea.
Fuente:	Cornejo Morales, C., & Alsina, Á. (2020). La argumentación en los currículos de Educación Matemática Infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2020, vol. 9, núm. 1, p. 12-30. https://dugidoc.udg.edu/bitstream/handle/10256/18549/argumentacionCurriculos-By.pdf?sequence=1&isAllowed=y
Fecha elaboración:	11-06-2022
Elaboró	Andrés Fernando Sarmiento Aponte
RAE RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	
Título:	Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas
Autores:	Goizueta, Manuel, & Planas, Nuria
Publicación:	2013
Palabras claves:	Prácticas argumentativas, discurso, clase de matemáticas, profesorado, enseñanza de las matemáticas, teoría fundamentada
Síntesis analítica:	En el artículo, se destaca la importancia de la argumentación en la enseñanza de las matemáticas, pero también se mencionan las dificultades que los estudiantes enfrentan al utilizarla. Incluso, se plantea la posibilidad de que estas dificultades puedan derivar de las falencias en la argumentación de los docentes. A continuación, se define la argumentación como un discurso lógico que presenta razones a favor o en contra de una posición. Para aproximarse a este concepto, se exploran enfoques de tipo estructural, epistémico (es decir, cómo se entiende una proposición) y comunicativo.

Conclusiones del autor del texto:	Como conclusión, se encontró que cada profesor tiene una interpretación única de su discurso, pero existen elementos comunes en cuanto a lo estructural, semántico y comunicativo de los conocimientos involucrados en la resolución de problemas. Además, se evidenciaron dificultades en la enseñanza de las matemáticas debido a la falta de distinción entre los aspectos estructurales, epistémicos y comunicativos en la gestión y evaluación de la argumentación de los estudiantes.
Recomendaciones:	Es fundamental tener en cuenta la distinción entre argumentación y discurso que hacen los autores, enfatizando que la argumentación implica un razonamiento más sólido y explícito al justificar los procedimientos utilizados. Asimismo, es importante considerar los conectores semánticos utilizados en la argumentación para establecer relaciones coherentes entre los pasos seguidos en la solución de un problema matemático.
Fuente:	Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas. https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/285704
Fecha elaboración:	11-06-2022
Elaboró	Andrés Fernando Sarmiento Aponte
RAE RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	
Título:	Condiciones que promueven la habilidad de argumentar en el aula matemática de una escuela municipal en Chile
Autores:	Andrés Iván Ortiz Jiménez, Carolina Paz Carreño Díaz
Publicación:	1 de diciembre de 2018
Palabras claves:	Argumentación, condiciones para la argumentación, episodios argumentativos, tarea matemática
Síntesis analítica:	La investigación busca analizar cómo los docentes promueven las habilidades de argumentar y comunicar en estudiantes de 1° a 8° grado en una escuela de Talca, Chile. Para ello, se utilizaron diferentes métodos, como entrevistas semiestructuradas con los docentes,

	<p>observación no participante de las clases y análisis de los planes de clases observados.</p> <p>También se analiza la gestión de los errores de los estudiantes para reconstruir el conocimiento matemático, los tipos de preguntas que formula el docente a los estudiantes, como preguntas retóricas, contrapreguntas, devolver preguntas de los mismos estudiantes o planear preguntas siguiendo el mismo hilo. Todo esto se hace para entender cómo se promueve la argumentación en el aula y cómo se fomenta la comunicación entre estudiantes y docentes.</p>
Conclusiones del autor del texto:	<p>Es importante destacar que la investigación también identifica la necesidad de una capacitación adecuada para los docentes, con el fin de que puedan comprender mejor la habilidad de argumentación y su importancia en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Además, se sugiere la necesidad de desarrollar estrategias pedagógicas específicas que promuevan la argumentación y la comunicación en el aula, como la implementación de discusiones en grupo, la resolución de problemas en equipo y la realización de proyectos colaborativos que involucren a los estudiantes en la construcción de su propio conocimiento. En resumen, la investigación muestra la importancia de promover la habilidad de argumentar y comunicar en el aula de matemáticas, como un medio para desarrollar el pensamiento crítico y creativo de los estudiantes y mejorar su desempeño en la disciplina.</p>
Recomendaciones:	<p>Es importante que los docentes reconozcan la importancia de fomentar la argumentación en el aula. Para ello, es necesario que sean conscientes de cómo promover la participación de los estudiantes en la resolución de situaciones problema y cómo integrar preguntas adecuadas que estimulen el pensamiento abstracto, el razonamiento y el cuestionamiento de los argumentos propios y ajenos. Además, es fundamental que los docentes busquen estrategias que permitan a los</p>

	estudiantes corregir sus errores de forma autónoma y asertiva durante el debate en clase.
Fuente:	Ortiz Jiménez, A. I., & Carreño Díaz, C. P. (2018). Condiciones que promueven la habilidad de argumentar en el aula matemática de una escuela municipal en Chile. <i>UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA</i> , 14(54). http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/308
Fecha elaboración:	17-12-2022
Elaboró	Andrés Fernando Sarmiento Aponte
RAE_RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	
Título:	La movilización de la Competencia Matemática “Razonar y Argumentar” a través del estudio de la Media Aritmética
Autores:	Acosta, Javier; Hermosa, Ricardo
Publicación:	28 de diciembre de 2015
Palabras claves:	Competencia matemática “Razonar y Argumentar”, interacciones, media aritmética, procesos matemáticos, tareas matemáticas
Síntesis analítica:	Esta investigación tiene como objetivo contribuir a la enseñanza de la competencia "razonar y argumentar" mediante el estudio de la media aritmética con estudiantes de noveno grado. Para lograr esto, se diseñó una secuencia de tareas contextualizadas que busca identificar los aspectos de la competencia que los estudiantes deben dominar, tras una revisión de algunos descriptores de los procesos matemáticos involucrados en el razonamiento y argumentación, como la formulación de hipótesis, el examen de patrones, la exploración de ejemplos, la utilización de hechos o propiedades que expliquen otros hechos, la representación de situaciones y la explicación de la representación matemática de las mismas.
Conclusiones del autor del texto:	Los autores concluyen que la implementación de la secuencia didáctica provocó una movilización considerable de algunos procesos matemáticos relacionados con la competencia matemática de razonar y argumentar. En cuanto a estos procesos, se llevaron a cabo a través de las acciones, procedimientos y explicaciones de los estudiantes mientras resolvían las

	<p>tareas, lo que no solo ayudó a desarrollar las competencias propuestas, sino también a motivar al estudiante dentro de un contexto social y darle un sentido concreto a lo que está aprendiendo. Además, se evidencia una comunicación efectiva en la interacción entre los compañeros y el investigador, especialmente cuando razonan, argumentan, explican y describen los procedimientos y resultados, compartiendo e intercambiando información, debatiendo puntos de vista y fomentando el trabajo colaborativo.</p>
Recomendaciones:	<p>La competencia matemática de razonar y argumentar es esencial para el desarrollo de habilidades críticas y analíticas en los estudiantes, habilidades que serán útiles no solo en el ámbito académico sino también en la vida diaria. Sin embargo, para fomentar estas competencias de manera efectiva, es fundamental tener en cuenta el contexto social de los estudiantes. Los estudiantes no existen en un vacío, sino que están inmersos en una realidad social que influye en su forma de pensar, actuar y aprender. Por lo tanto, para enseñar matemáticas de manera efectiva, es necesario reconocer que la cultura, el lenguaje, las tradiciones y las experiencias de los estudiantes son factores importantes que influyen en su aprendizaje.</p> <p>a desarrollar</p>
Fuente:	<p>Narváez, J. A. A., & Quintero, R. H. (2015). La movilización de la competencia matemática “razonar y argumentar” a través del estudio de la media aritmética. <i>Amazonia Investiga</i>, 4(7), 6-18.</p> <p>https://amazoniainvestiga.info/index.php/amazonia/article/view/690/650</p>
Fecha elaboración:	09-03-2023
Elaboró	Andrés Fernando Sarmiento Aponte
RAE_RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	
Título:	La argumentación como estrategia de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas
Autores:	Aldana, Eliécer
Publicación:	2014

Palabras claves:	Argumentación, enseñanza, aprendizaje, comprensión, trabajo colaborativo
Síntesis analítica:	<p>El objetivo de este estudio es destacar el papel de la argumentación en la enseñanza de las matemáticas, con el propósito de generar procesos de comunicación y trabajo colaborativo en el aula. Se busca responder a la pregunta de cómo la argumentación contribuye a la comprensión y uso de conceptos matemáticos, estimulando competencias de tipo modelativo, operativo, explicativo y comunicativo en los estudiantes.</p> <p>Para lograr esto, se llevó a cabo un estudio de caso en el que se analizaron los argumentos de un estudiante universitario mientras resolvía diversas tareas matemáticas, con el fin de establecer la relación entre estos y evidenciar su comprensión de los conceptos matemáticos.</p>
Conclusiones del autor del texto:	Según la conclusión del autor, toda nueva construcción de conocimiento se basa en conocimientos previos, y la argumentación es una herramienta valiosa para comunicar y dialogar con el fin de evaluar, definir y estimular la producción autónoma de conocimiento por parte del estudiante. Sin embargo, para que la argumentación sea posible, es importante que se expliquen adecuadamente las actividades en clase y que los criterios de evaluación del ejercicio sean coherentes con el objetivo del aprendizaje.
Recomendaciones:	La argumentación es importante porque permite discutir y explorar formas alternativas de resolver problemas, así como convencer a oponentes de la validez de los argumentos a partir de definiciones, axiomas y teoremas propios de las matemáticas. Para expresar la solidez de dichos argumentos, es fundamental que los estudiantes dominen estrategias comunicativas, tales como el uso de fórmulas, gráficas y tablas que permitan expresar la información dada y establecer conclusiones, así como se hizo en las tareas que se le dejaron al estudiante.
Fuente:	Aldana-Bermúdez, E. (2014). La argumentación como estrategia de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas-The argumentation like strategy of education and of learning of the mathematics. Revista

	científica, 20(3), 37-45. https://geox.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7687
Fecha elaboración:	09-03-2023
Elaboró	Andrés Fernando Sarmiento Aponte
RAE_RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO	
Título:	What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom?
Autores:	Kosko, Karl; Rougee, Annick; Herbst, Patricio
Publicación:	6 de enero de 2014
Palabras claves:	Discusión matemática, preguntas del profesor, argumentación matemática, representaciones de la práctica
Síntesis analítica:	La argumentación matemática en las aulas se relaciona con una mejor comprensión y rendimiento de los alumnos en matemáticas. El uso de preguntas efectivas por parte del profesor es clave en la argumentación matemática, ya que solicitan a los alumnos que expliquen y justifiquen su trabajo y evaluando su comprensión. Sin embargo, la literatura ha demostrado que los profesores suelen hacer preguntas que guían o recuerdan en lugar de preguntas que investigan la comprensión del alumno. Aunque los esfuerzos de reforma en la educación matemática han pedido a los profesores que adopten estrategias de preguntas más efectivas, la tendencia a hacer preguntas orientadas a guiar o recordar continúa.
Conclusiones del autor del texto:	El estudio encontró que las acciones del profesor durante la argumentación matemática representan una facilitación pasiva en la mayoría de los casos. Esto se debió a que las declaraciones del profesor se utilizaron para tomar el control del discurso y evitar la participación activa de los estudiantes, mientras que el silencio del profesor y la generación de debate no se enfocaron en las características clave de las matemáticas. El análisis correlacional sugiere que estos comportamientos pueden estar relacionados con una falta de experiencia en la facilitación de la argumentación matemática. Además, se encontró que la orientación y concentración positivas del profesor se

	<p>correlacionaron con el tiempo dedicado a los debates en clase, mientras que el silencio y la generación de debate se correlacionaron negativamente. El estudio sugiere que se necesita más investigación para determinar la validez de estas conjeturas.</p>
Recomendaciones:	<p>La argumentación matemática es una habilidad fundamental para el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas. En este sentido, es crucial que los profesores sepan cómo facilitarla en el aula, para que los alumnos puedan desarrollar esta habilidad de manera efectiva. Sin embargo, como hemos visto en el estudio mencionado, la concepción que tienen los profesores sobre cómo facilitar la argumentación matemática puede diferir de lo que se pretende con las estrategias de reforma en la educación matemática.</p> <p>Es importante que los profesores tomen conciencia de la importancia de hacer preguntas efectivas para fomentar la argumentación matemática. En lugar de hacer preguntas que guíen o recuerden, es necesario que hagan preguntas que investiguen la comprensión de los alumnos. Además, deben ser conscientes de que algunas de sus acciones, como el silencio del profesor y la generación de debate sin atención específica a las características matemáticas clave, pueden estar implicando pasivamente a los alumnos en la argumentación matemática, lo que podría no ser beneficioso para su aprendizaje.</p> <p>En resumen, es necesario que los profesores reflexionen sobre su práctica docente y estén abiertos a incorporar nuevas estrategias para facilitar la argumentación matemática en el aula. Además, es importante que estén en constante formación para mejorar sus habilidades y conocimientos en este ámbito. De esta manera, podrán contribuir de manera efectiva al desarrollo de las habilidades matemáticas de sus alumnos.</p>

Fuente:	Kosko, K.W., Rougee, A. & Herbst, P. What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom?. Math Ed Res J 26, 459–476 (2014). https://doi.org/10.1007/s13394-013-0116-1
Fecha elaboración:	27 de marzo de 2023
Elaboró	Andrés Fernando Sarmiento Aponte

Resumen

El trabajo de investigación realizado tiene como objetivo analizar el uso de estrategias de argumentación para promover el desarrollo de habilidades de pensamiento numérico y variacional en estudiantes de escenarios de aprendizaje de matemáticas en Colombia. El estudio se centrará en la revisión de masas documentales e investigaciones previas sobre estrategias de argumentación y su efectividad en la promoción de habilidades de pensamiento matemático y resolución de problemas desde los enfoques de las estrategias microcurriculares, de las evidencias de evaluación y de los vínculos culturales. La investigación pretende contribuir al campo de la educación matemática aportando ideas sobre estrategias didácticas innovadoras que puedan mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático y resolución de problemas de los estudiantes en el contexto colombiano.

Palabras clave: argumentación matemática, competencias comunicativas, desarrollo del pensamiento matemático, escenarios de enseñanza y aprendizaje, estrategias de resolución de problemas

Abstract

The goal of this research is to analyze the use of argumentation strategies to promote the development of numerical and variational thinking skills in students of mathematics learning scenarios in Colombia. The study will focus on the review of documentary masses and previous research on argumentation strategies and their effectiveness in the promotion of mathematical thinking skills and problem solving from the approaches of microcurricular strategies, evaluation evidences and cultural links. The research aims to contribute to the field of mathematics education by providing ideas on innovative teaching strategies that can improve the development of mathematical thinking and problem solving skills of students in the Colombian context.

Key words: mathematical argumentation, communicative competences, development of mathematical thinking, teaching and learning scenarios, problem solving strategies.

Introducción

La argumentación es una prueba clave del aprendizaje en el plan de estudios de matemáticas. Es una habilidad importante para que los estudiantes la desarrollen porque les ayuda a desarrollar sus habilidades de pensamiento matemático, comunicación y pensamiento crítico. Cuando los estudiantes tienen que argumentar sus soluciones a problemas matemáticos, deben considerar cuidadosamente las pruebas y los razonamientos que apoyan sus afirmaciones, comunicar su pensamiento matemático de forma clara y concisa y evaluar los argumentos de los demás. Enseñando a los estudiantes a argumentar con eficacia, los docentes pueden ayudarles a desarrollar estas destrezas esenciales y a convertirse en estudiantes de mayor éxito.

En el siguiente texto se analizará la importancia de la argumentación y sus procesos dentro de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia, que permiten a los estudiantes justificar y explicar sus procesos y procedimientos en aras del desarrollo de pensamiento matemático, permitiéndoles así confirmar o refutar las propuestas iniciales dadas al plantear un problema y cómo los docentes pueden ayudarlos a desarrollar estas habilidades y convertirse en aprendices más exitosos.

Delimitación del problema

El trabajo de investigación propuesto tiene como objetivo analizar el uso de estrategias de argumentación para promover el desarrollo de habilidades de pensamiento numérico y variacional en estudiantes de básica escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares y educación media en Colombia, con énfasis en estrategias de resolución de problemas y su efectividad.

El estudio se centrará en la revisión de masas documentales e investigaciones previas sobre estrategias de argumentación y su efectividad en la promoción de habilidades de pensamiento matemático y resolución de problemas. La investigación pretende contribuir al campo de la educación matemática aportando ideas sobre estrategias de enseñanza innovadoras que puedan mejorar el pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes en el contexto colombiano.

Definición de pregunta problema

¿Cómo pueden implementarse eficazmente las estrategias de argumentación en los escenarios de aprendizaje de matemáticas escolares en Colombia para promover las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático?

Objetivo general

Analizar y evaluar la efectividad de la implementación de estrategias de argumentación en los escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia para promover las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático.

Objetivos específicos

Comprender cómo la argumentación puede ser utilizada como herramienta para evaluar el desempeño de los estudiantes en el contexto de los escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia

Analizar el uso de la argumentación como estrategia a nivel microcurricular por parte de docentes de matemáticas en los escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia, y su impacto en la promoción de habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes

Explorar los vínculos culturales entre las matemáticas y las experiencias de la vida cotidiana de los estudiantes en los escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia, y su impacto en la promoción de las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático entre los estudiantes

Justificación

La educación matemática es un área de estudio fundamental que tiene importantes implicaciones para el éxito académico y profesional de los estudiantes, reconociendo la importancia de conectar las matemáticas con otros campos del conocimiento (sociales, económicos, científicos, entre otros, parte de la vida cotidiana) y que así los estudiantes sean capaces de resolver situaciones problemas, lo que hace necesario que en todos los niveles los estudiantes sean capaces de modelar la realidad y explicar lo que han hecho para llegar a la respuesta desde el problema planteado. Sin embargo, muchos estudiantes tienen dificultades con las matemáticas, y los métodos de enseñanza tradicionales pueden no ser eficaces para promover las habilidades de resolución de problemas y el pensamiento matemático. Por tanto, se necesitan estrategias de enseñanza innovadoras que puedan mejorar los resultados de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas. Las mallas curriculares en matemáticas pretenden que los contenidos trabajados empleen dichas situaciones novedosas para que, en palabras de la Secretaría de Educación del Quindío (2019), el estudiante “estime, conjeture, generalice, elabore un ejemplo, un contraejemplo, interprete, argumente, estudie el gráfico y deduzca”, y así determinar qué procedimientos le llevan a afirmar algo verdadero y correcto con ayuda del desarrollo del pensamiento matemático que de acuerdo a autores como Jean Piaget, de acuerdo a la edad se van adquiriendo nuevas habilidades según cada nivel de funcionamiento cognitivo, relacionando así lo visto en el aula con los distintos estadios de desarrollo.

Partiendo de dicha necesidad curricular y cultural, surge el problema de investigación que se aborda en esta monografía, que consiste en indagar y analizar la

eficacia de las estrategias de argumentación para promover las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático entre los estudiantes de escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia. Las estrategias curriculares y didácticas pretenden que el estudiante logre seguir una secuencia de pasos a fin de argumentar una respuesta a un problema, para lo que pueden seguir métodos ya propuestos por distintos autores como Polya, Schoenfeld, Mason, Burton y Stacey, inclusive métodos que pueda inventar el propio estudiante. El método de Polya sugiere comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y comprobar la solución obtenida, Mason, Burton y Stacey (2010) mencionan en su método de resolución de problemas dividido en 3 fases, una fase de entrada de leer a conciencia y responder qué se conoce, qué se busca conocer o comprobar como verdadero y reconocer cómo está dada la información en su notación, organización o representación, seguido de una fase de ataque donde se plantean estrategias y conjeturas vinculadas al problema que se pretende responder, adicionalmente a ser capaz de explicar por qué la estrategia elegida convence o cree ser la más adecuada para responder al problema y asimismo, lograr convencer a otros de que lo hecho es lo más conveniente, y finalmente, una fase de revisión donde se comprueba lo hecho, se reflejan las ideas clave y se generaliza la solución a problemas similares. Todos los pasos descritos anteriormente implican que el estudiante comunique con argumentos sólidos que las conjeturas y estrategias utilizadas fueron adecuadamente utilizadas, involucrando que el estudiante sea autocrítico con su trabajo sobre lo que es correcto o no, y sea competente de explicar cosas que otros no dan por sentadas o que deseen conocer el porqué de la estrategia implementada o que puedan buscar vacíos y supuestos escondidos o imprecisiones lógicas en su argumento.

La investigación por realizar es significativa porque aborda una necesidad crítica en la educación matemática al explorar estrategias de enseñanza innovadoras que pueden promover las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático entre los estudiantes en los escenarios de aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia, centrándose en los pensamientos numérico y variacional dentro de la misma resolución de problemas. La investigación contribuye al campo de estudio al proporcionar ideas sobre estrategias de enseñanza eficaces que pueden mejorar los resultados de aprendizaje.

Para avanzar en esta monografía, esta se va a sustentar en los objetivos de la recolección, interpretación y análisis de masas documentales tales como analizar el uso de estrategias de argumentación en la educación matemática, evaluar la eficacia de estas estrategias para promover las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático, e identificar los factores culturales que pueden influir en los resultados de aprendizaje de los estudiantes. Estos objetivos se alcanzarán mediante la revisión de la literatura y la investigación existentes sobre estrategias de argumentación, la eficacia de estas estrategias y la identificación de los factores culturales que pueden influir en los resultados del aprendizaje de los estudiantes. La metodología de investigación para esta monografía incluye una búsqueda sistemática en bases de datos académicas, una revisión de revistas y actas de congresos relevantes y un análisis crítico de los resultados de la investigación, donde al final de la misma se podrían hacer nuevos aportes al conocimiento referentes al desarrollo de estrategias de enseñanza más eficaces para la educación matemática, la mejora de los resultados de aprendizaje de los estudiantes en

matemáticas y la identificación de factores culturales que pueden influir en los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

Marco teórico

Argumentación

Antes de definir qué es la argumentación, es importante hacer claridad de que argumentación y argumento no son lo mismo, teniendo en cuenta las definiciones de Cervantes, Carranza y Ordóñez (2017) que argumentación es el proceso que se realiza para convencer a alguien mediante aserciones y refutaciones y un argumento es una razón que ofrece el argumentador haciendo parte de una secuencia conectada que se deriva en una conclusión, los cuales pueden ser formales si su garantía está explicada únicamente desde definiciones, axiomas, teoremas y corolarios matemáticos o informal si para justificarlo se usan representaciones físicas o visuales sin basarse en el lenguaje matemático. Para Müller y Perret-Clemont (2009) “la argumentación es una actividad cognitiva que implica las habilidades de lógica y razonamiento”, la cual requiere del uso del lenguaje y la capacidad de reconocer la posición del otro, involucrando la posibilidad de justificar y negociar como parte de un papel social en el que se justifique o convenza al otro sobre cierta posición o la misma sea cuestionada desde la construcción de un discurso lógico, como el que ofrece el modelo de Toulmin (1958) el cual plantea una estructura en la que partiendo de unos datos empíricos o factuales utilizados a modo de justificación o validación del argumento buscando conectar reglas o principios se llega a una conclusión, la cual podría refutarse o buscar circunstancias o excepciones que invaliden la justificación planteada utilizando calificadores modales donde se expresa la falta de certeza respecto a la conclusión de modo subjetivo. Cornejo y Alsina (2020) mencionan que “la argumentación se constituye en términos de pertinencia en una situación determinada y en un contexto específico”

refiriéndose a relacionar la producción oral y escrita de quien argumenta con lo que se considera adecuado u oportuno en contexto de una situación argumentativa, la cual contempla un argumento (qué y por qué se argumenta), una interacción (quiénes argumentan), una función (para qué se argumenta), el carácter (cómo se argumenta) y la matemática (sobre qué se argumenta). Respecto a las funciones de la argumentación, De Villiers (1993) establece que esta puede servir para verificar cierta teoría, explicar nociones y relaciones, sistematizar axiomas, conceptos o teorías, descubrir nuevos hallazgos o difundir conocimiento matemático. Con relación al carácter, Krummheuer (2013) identifica una argumentación diagramática involucrando objetos tangibles o representaciones pictóricas y una argumentación narrativa donde se establece una secuencia de afirmaciones secuenciales. Es vital que esta argumentación narrativa sea soportada desde las capacidades de comprender y producir textos descriptivos, narrativos, argumentativos y justificativos, para lo cual se podría recurrir a definiciones, conceptos y objetos, comparaciones y clasificaciones que sirven al momento de describir, narrar, explicar, argumentar o justificar, retomando el modelo de Toulmin, a modo de garantía o incluso de refutación en los pasos para llegar al argumento. Hay que considerar también que la suma de las proposiciones sobre las que se construye el argumento, consideran Goizueta y Planas (2013), a la hora de argumentar “pretende modificar el valor epistémico de la tesis para establecer un valor positivo”, donde de la validez de las premisas organizadas de forma deductiva, logren demostrar la conclusión a la que se llega al final. Vale la pena también señalar que dentro de la argumentación están usadas distintas expresiones del lenguaje tales como el gestual, el verbal y el gráfico como expresan Martí y Scheuer (2015) y que dicha argumentación debe contener, retomando lo que dice Bojacá (2008), un componente explicativo desde los razonamientos y un componente seductor basado en los valores de quien pretende ser

convencido. Cuando se intenta argumentar, ocurre un diálogo argumentativo basado en el lenguaje, que es algo vital dentro de la comunicación, y dentro de la argumentación menciona Codina y Lupiáñez (1999) que existen un lenguaje natural, que es el del argot popular de los estudiantes, un lenguaje del docente que está más enfocado a los términos específicos y un lenguaje matemático, y dentro del contexto de lo matemático

Para Solar y Deulofeu (2016) basándose en el trabajo de Lee (2010) hay 3 estrategias especializadas para promover la argumentación: las oportunidades de participación que buscan los aportes de los estudiantes y que el docente promueva dicha participación, la gestión del error que busca que desde los fallos se mejore la respuesta inicial y los tipos de pregunta donde se debe favorecer la argumentación de la respuesta. Reconociendo dichas estrategias, es importante que en el diseño microcurricular del plan de clase, los docentes puedan anticiparse a respuestas, procedimientos y posturas correctos e incorrectos de los estudiantes, anticipar sus procesos argumentativos y dejar explícito en la planeación cómo se gestionarán las respuestas de los estudiantes.

Especificando la argumentación como parte del diseño curricular dentro del contexto colombiano, es relevante mencionar que los Estándares Básicos de Competencia no buscan únicamente dar cumplimiento con los contenidos sino con desarrollar el pensamiento matemático y a lo largo de los niveles o grados de la educación básica y media, dentro de los Derechos Básicos de Aprendizaje de una u otra forma se produce la argumentación dentro de uno de los propósitos para alcanzar a ser matemáticamente competente. Para alcanzar dicha competitividad se distinguen el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, siendo el conocimiento procedimental ligado a las técnicas y estrategias para representar conceptos y las habilidades referentes al saber cómo usar de

forma eficaz, flexible y en contexto los conceptos, tales como la elaboración, comparación y ejercicio de algoritmos que sean argumentados de forma convincente, valiéndose de herramientas como la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, que permitan validar o rechazar conjeturas a fin de dar explicaciones coherentes e interpretar situaciones que sean aceptadas o rechazadas con argumentos y razones. En dicho propósito son pertinentes los modelos y materiales físicos y manipulativos dentro de los espacios de aprendizaje que refuercen lo que mencionan los axiomas y el lenguaje formal. Todo lo anterior está fundamentado desde la competencia denominada por PISA “razonar y argumentar”, donde en definición de la OCDE (2019) “esta capacidad implica procesos de pensamiento lógicamente arraigados que exploran y vinculan elementos del problema para hacer inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada o proporcionar una justificación de afirmaciones o soluciones a problemas”.

Pensamiento matemático

Menciona la OCDE (2019) 7 capacidades cognitivas que pueden ser aprendidas con “el fin de comprender y relacionarse con el mundo de una manera matemática, o para resolver problemas”, y donde “a medida que aumenta el nivel de alfabetización matemática de un individuo, éste es capaz de recurrir en mayor medida a las capacidades matemáticas fundamentales” (Turner y Adams, 2012). Dichas capacidades son:

Comunicación: La alfabetización matemática implica comprender y comunicar problemas y soluciones matemáticas.

Matematizar: La alfabetización matemática implica transformar problemas del mundo real en modelos matemáticos y viceversa.

Representar: La alfabetización matemática implica utilizar diferentes tipos de representaciones, como gráficos y ecuaciones, para comprender y resolver problemas.

Razonamiento y argumentación: La alfabetización matemática implica utilizar el pensamiento lógico para hacer inferencias y justificar soluciones.

Elaboración de estrategias para resolver problemas: La alfabetización matemática implica elaborar y aplicar planes para resolver problemas matemáticos.

Utilizar el lenguaje y las operaciones simbólicas, formales y técnicas: La alfabetización matemática implica utilizar el lenguaje y las operaciones matemáticas para resolver problemas.

Utilizar herramientas matemáticas: como calculadoras e instrumentos de medida, son importantes para resolver problemas matemáticos y presentar resultados en el contexto del trabajo.

De su parte, el Ministerio de Educación de Chile (2012) define el desarrollo del pensamiento matemático que se promueve dentro del currículo escolar como “el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas al pensamiento deductivo y lógico, en particular, la argumentación y representación”, lo que conlleve a saber desarrollar argumentos matemáticos y lógicos que justifiquen conclusiones y se creen representaciones a fin de comunicar ideas para resolver problemas y modelar e interpretar fenómenos teniendo en cuenta regularidades y patrones dentro de sistemas numéricos y matemáticos.

El Ministerio de Educación Nacional dentro de los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas habla de la variedad de lineamientos referentes para así alcanzar un nivel de competitividad en matemáticas en línea al pensamiento lógico y

matemático, teniendo en cuenta 5 aspectos diferentes especificados dentro de los lineamientos curriculares: los pensamientos numérico, métrico, aleatorio, espacial y variacional. Pero para entrar dentro de la definición de pensamiento lógico y matemático, se refiere a las definiciones de Jean Piaget, mencionando el pensamiento lógico como “el que actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones” y el matemático como “el que versa sobre el número y el espacio”. En el pensamiento lógico con relación a las matemáticas reposan la demostración de teoremas desde axiomas, deducciones y otros teoremas, ocurriendo procesos de abstracción, generalización, definición, axiomatización y deducción. De parte del pensamiento matemático, como se definió anteriormente, el pensamiento numérico se centra en el uso y significado de los sistemas numéricos, operaciones, relaciones entre números y técnicas de cálculo; el pensamiento espacial se ocupa de las representaciones de objetos en el espacio, sus relaciones y transformaciones, el métrico que ocupa la comprensión sobre magnitudes, sistemas de medición y sus cantidades, el aleatorio que ocupa conceptos de probabilidades involucrando el azar y la incertidumbre y la estadística inferencial y el pensamiento variacional que trata de la identificación y caracterización de la variación.

Capacidad de resolución de problemas

Son los procesos cognitivos implicados en la identificación, el análisis y la resolución de problemas, incluida la capacidad de aplicar conceptos y procedimientos matemáticos a situaciones del mundo real. Según la OCDE (2019), “la comprensión de los contenidos matemáticos -y la capacidad de aplicar esos conocimientos a la resolución de problemas contextualizados- es importante para los ciudadanos del mundo moderno. Es decir, para resolver problemas e interpretar situaciones en contextos personales,

profesionales, sociales y científicos, es necesario recurrir a determinados conocimientos matemáticos”. Pero en contraste a la capacidad, existen insuficiencias que impiden un correcto desarrollo de las capacidades, como las que enuncian Feliz (2009) y González (2010) en aspectos como identificar los elementos dentro del enunciado, encontrar datos no explícitos, interpretar palabras claves y la relación entre ellas y omitir comprobar la solución obtenida, entre otras mencionadas por Sastre et al (2008) como un insuficiente análisis del texto, poco aprovechamiento de las potencialidades, insuficiente trabajo al integrar elementos relevantes, carencias en los libros de texto y escasa orientación docente.

Para Donoso et al (2015) la resolución de problemas es la “descripción de una situación compleja con aspectos indeterminados, cuya resolución requiere de una actividad cognitiva donde se necesita la intervención de procesos personales como autonomía, técnicas y concentración, así como procesos y estrategias docentes”. También es importante dentro de la capacidad de resolución de problemas resaltar aspectos como la creatividad y el dominio afectivo, teniendo en cuenta que dicha capacidad involucra un reto, lo que conlleva a la actitud de persistencia y un trabajo de reflexión, diálogo y crítica. Inclusive Polya (1945) menciona el pensamiento heurístico el cual implica el ser creativo y resalta la comprensión como uno de los pilares de su método de resolución de problemas, el cual, así como los de otros referentes como Jungk, Müller y Labarrere, la mencionan a modo de fase inicial, donde se permita reformular el texto y resignificarlo, también hallando posible relación en lo conocido y lo desconocido y permita así elaborar un plan para recorrer dicho camino.

Respecto a la resolución de problemas vista como parte de la evaluación en los escenarios de aprendizaje de matemáticas, Lester y Kroll (1991) proponen recoger

información mediante cuatro frentes: observar y cuestionar a los estudiantes, valorar el trabajo de matemáticas de los estudiantes, usar la escritura de los estudiantes para la evaluación y valorar el trabajo de los estudiantes mediante portafolios individuales, a su vez que Danielson (1997) propone utilizar rúbricas que puedan contribuir significativamente en la mejoría del proceso evaluación-enseñanza-aprendizaje y posibilitando el control de dicha mejoría de parte del docente.

Si nos vamos al contexto colombiano respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la percepción frente a la resolución de problemas, se ve que las unidades de análisis (entendidas como las frases o palabras relacionadas a sus objetivos pretendidos) repiten con frecuencia expresiones como “Resuelvo y formulo problemas ...”, llevando a que el estudiante siga una secuencia de pasos donde tome decisiones teniendo en cuenta el contexto del problema y las operaciones matemáticas que deba hacer para llegar a la respuesta, destacando métodos de resolución de problemas como el de Polya. De su parte, reconociendo la resolución de problemas como parte del currículo y de la evaluación, es necesario considerar cómo se evidencian el dominio del conocimiento, las estrategias utilizadas (cognitivas y metacognitivas). El Ministerio de Educación Nacional dentro de los Estándares Básicos de Competencias menciona que para resolver problemas es necesario analizar la situación, identificar lo relevante de la misma, establecer relaciones, formar modelos mentales y representarlos en esquemas gráficos o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos y formular y resolver preguntas que puedan surgir desde el problema, lo cual necesita de conceptualizar, comunicar y utilizar el lenguaje para expresar las situaciones involucradas en el problema, que usualmente es algo cercano a las experiencias cotidianas o cercanas al estudiante.

Contexto colombiano

La educación matemática no es ajena a los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios, y referente a dichas aproximaciones culturales es el trabajo de la etnomatemática, cuyo campo de investigación se puede clasificar en concepto de Blanco-Álvarez (2006) en cinco categorías:

Estudios específicos sobre saberes y técnicas matemáticas de estratos sociales y comunidades “iletradas”: este campo investiga a adultos y jóvenes analfabetas pero que aplican matemáticas en su contexto cotidiano, como los campesinos, albañiles, carpinteros, entre otras profesiones

Análisis del pensamiento matemático de comunidades indígenas y afrodescendientes ancestrales: se refiere al pensamiento matemático reflejado en el día a día de dichas comunidades reflejado en telares, orfebrería, juegos, diseños geométricos, entre otros

Utilización de instrumentos autóctonos de las comunidades indígenas o negras como herramientas pedagógicas para la enseñanza de la matemática occidental: se refiere a aquellas investigaciones referentes a cómo comunidades negras o indígenas abordan la resolución de problemas matemáticos

Estudios sociales, históricos, antropológicos, etc., de formas de pensamiento matemático y científico en civilizaciones y comunidades: se refiere a las investigaciones centradas en la transmisión oral de saberes y las investigaciones referentes que pretenden recuperar y conservar el conocimiento matemático local

Estudios históricos, epistemológicos, filosóficos, educativos, sobre formación de culturas matemáticas y científicas en Colombia: se refiere a las investigaciones

acerca de la difusión, recepción, aproximación y trasposición de conocimientos en distintos contextos socioculturales

También autores como Aroca (2013) hacen la distinción de los estudios en etnomatemática dividiendo entre lo urbano (referido a investigaciones teóricas, relacionadas con aulas de clase, sectores confiables y marginalizados) y lo rural (referido a campesinos mestizos, afrodescendientes y comunidades indígenas).

Por otra parte, hablando de las políticas educativas nacionales en Colombia dentro de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencia, es importante destacar que estas entienden a las matemáticas como una actividad social y humana que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad de los niños y jóvenes, lo cual se logra aceptando que las matemáticas son resultado de la evolución histórica de un proceso cultural que aún no termina y de interacciones sociales, que permiten desarrollar habilidades de pensamiento y entender la posibilidad de conjeturar sobre desarrollos futuros, reflexionar sobre las limitaciones del pasado y las dificultades para generar nuevo conocimiento. También dichas políticas hablan de cómo en el aula deben tenerse en cuenta saberes extraescolares y dentro de las culturas propias y dentro de la planeación curricular, tener en cuenta los factores políticos y socioculturales.

Otra mirada al contexto matemático en Colombia se da desde los resultados en pruebas estandarizadas. En 2017 según el ICFES, en una escala de 100 a 500 puntos, el puntaje promedio en grado 3° fue de 297 en instituciones oficiales y 352 en no oficiales, en grado 5° fue de 288 en instituciones oficiales y 340 en no oficiales y en grado 9° fue de 296 en instituciones oficiales y 354 en no oficiales. En cuanto a la prueba Saber 11°, en Colombia el puntaje promedio obtenido en el área de matemáticas (medido en una escala de

0 a 100 puntos), en 2019 según el ICFES fue de 49.6 en instituciones oficiales y 54.3 en instituciones no oficiales. En mención al contexto de Bogotá, la Secretaría de Educación Distrital (2021) menciona cómo el 40% de estudiantes de la capital se ubican en o por encima del nivel de desempeño 3 de acuerdo con el ICFES, que implica que ellos “logran seleccionar información, señalar errores y hacer distintos tipos de transformaciones y manipulaciones aritméticas y algebraicas sencillas para enfrentarse a problemas que involucran el uso de proporcionalidad, factores de conversión, áreas y desarrollos planos”. De su parte, las pruebas PISA en matemáticas (OCDE, 2019) arrojaron como resultado en Colombia una puntuación media de 391 siendo 489 la puntuación media entre países de la OCDE y donde apenas el 35% de estudiantes alcanzaron por mínimo un nivel 2, el cual implica que en definición de PISA (ídem, 2019), “pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren únicamente de inferencias directas, pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un solo tipo de representación, pueden emplear algoritmos, fórmulas, convenciones o procedimientos básicos y son capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados”.

Dimensiones de la investigación

La investigación pretende evaluar la efectividad de las estrategias de argumentación en la promoción de habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático en el contexto del aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia. El estudio revisará investigaciones y trabajos previos sobre estrategias de argumentación y su efectividad en la promoción del pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas. La investigación contribuirá al campo de la educación matemática proporcionando estrategias de enseñanza innovadoras que pueden mejorar el desarrollo del pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes en el contexto colombiano. El estudio también explorará cómo la argumentación puede ser utilizada como una herramienta para evaluar el desempeño de los estudiantes en el contexto del aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia. La investigación se centrará en tres dimensiones:



Ilustración 1

La argumentación como parte de estructuras microcurriculares

El desarrollo del documento analizará las estructuras microcurriculares de la educación matemática en Colombia para identificar cómo las estrategias de argumentación pueden ser integradas en el currículo para promover el desarrollo del pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas. El análisis se centrará en identificar los componentes clave del currículo, tales como objetivos de aprendizaje, contenidos y métodos de enseñanza, y cómo las estrategias de argumentación pueden integrarse en estos componentes. El estudio también explorará cómo se puede formar a los docentes para que integren eficazmente las estrategias de argumentación en el plan de estudios. El objetivo es proporcionar un marco para la integración de estrategias de argumentación en el currículo que pueda utilizarse para promover el pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas entre los estudiantes de Colombia.

La argumentación como estrategia de evaluación

El desarrollo del documento explorará cómo la argumentación puede utilizarse como herramienta para evaluar las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. El estudio identificará y analizará las estrategias de evaluación eficaces que pueden utilizarse para promover la argumentación, las habilidades de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático en el aula. La investigación se centrará en identificar y analizar los componentes clave de las estrategias de evaluación eficaces, como el uso de rúbricas, la retroalimentación y la autoevaluación, y cómo estos componentes pueden integrarse en el aula para promover la argumentación y

el desarrollo del pensamiento matemático. El objetivo es proporcionar un marco para el uso de la argumentación como herramienta para evaluar las habilidades de resolución de problemas y las capacidades de desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes en el contexto del aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia.

La argumentación desde los vínculos culturales

El estudio examinará los vínculos culturales entre la educación matemática y los entornos natural, social, cultural e imaginario en Colombia. El desarrollo del documento se basará en el campo de las etnomatemáticas para explorar cómo los enfoques culturales pueden integrarse en las estrategias de argumentación para promover el desarrollo del pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas. El objetivo es proporcionar un marco para la integración de los enfoques culturales en las estrategias de argumentación que se pueden utilizar para promover el pensamiento matemático y las habilidades de resolución de problemas entre los estudiantes en Colombia.

Diseño metodológico

La monografía se desarrolló a partir de los procesos de recolección, análisis e interpretación de masas documentales a nivel mundial, regional, nacional y local que abordaron el tema de la argumentación matemática en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares en Colombia. La búsqueda se realizó en documentos de los últimos 10 años relacionados con las palabras clave en línea a la argumentación matemática y estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Después de la búsqueda, se conservaron los documentos suficientemente pertinentes y relacionados con la pregunta problema planteada. Estos documentos fueron interpretados a manera de construcción documental coherente y secuencial en los subtemas relacionados: el papel de la argumentación matemática en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, los retos y oportunidades de la argumentación matemática en el contexto colombiano y las implicaciones de la argumentación matemática para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares.

Adicionalmente, la construcción de la monografía se basó en la lectura académica relacionada con las contribuciones revisadas respecto a la investigación y artículos de expertos y referentes en el tema. De su parte, el asesor designado también ayudó a orientar la construcción de la monografía al retroalimentar la investigación y la redacción.

Desarrollo de la investigación

En esta etapa se mencionarán ideas tomadas de las investigaciones de algunos expertos que, de alguna manera, han abordado las ideas y temas estudiados en el tema analizado en relación con la pregunta problema.

Investigaciones internacionales

Para entender la argumentación como parte de la estructura microcurricular, podemos partir de la investigación de Cornejo-Morales y Alsina (2020), quienes identificaron cuatro componentes de la argumentación en el currículo: 1) la relación entre argumentación y aprendizaje; 2) la relación entre argumentación y otras competencias o habilidades; 3) la función de la argumentación (¿por qué argumentar?); y 4) la naturaleza de la argumentación (¿cómo argumentar?). Los autores reconocen que "la formación de los estudiantes tiene un carácter holístico, es decir, las competencias y los contenidos se trabajan conjuntamente para promover el desarrollo de los estudiantes."

Llegados a este punto, es importante señalar que existen diferentes formas en las que los docentes utilizan la argumentación en la planificación de sus clases. Goizueta y Planas (2013) encontraron que algunos docentes tienden a utilizar la argumentación de forma limitada, centrándose en el contexto inmediato y en la tarea que tienen entre manos, en lugar de considerar cuestiones epistémicas más amplias. Esto significa que priorizan dónde se produce la argumentación sobre cómo se produce. Por ejemplo, un docente puede pedir a los estudiantes que argumenten a favor o en contra de una determinada solución a un problema matemático, pero no animarlos a considerar los supuestos subyacentes o las implicaciones de sus argumentos. Este enfoque puede limitar el desarrollo de las

habilidades de pensamiento crítico de los estudiantes y su capacidad para participar en una argumentación matemática más compleja.

También podemos observar cómo conceptos como la generalización son importantes en las prácticas argumentativas. Planas y Morera (2012) encontraron que la generalización puede ser utilizada como parte de la argumentación, ya que es posible generalizar una solución o patrón a un conjunto más amplio de problemas similares. Esto implica identificar puntos en común entre diferentes problemas y desarrollar el pensamiento matemático para explicar por qué funciona un determinado patrón o solución. Esto se justifica por el modelo de argumentación de Toulmin, que puede utilizarse para representar estos argumentos. En el modelo de Toulmin, la afirmación es la generalización, los datos son los ejemplos específicos utilizados para apoyar la generalización y la garantía es el razonamiento matemático utilizado para justificar la generalización.

A la hora de planificar estrategias curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es importante considerar las habilidades argumentativas dentro de las evidencias e instrumentos de evaluación. Kosko et al. (2014) señalan que las habilidades de argumentación matemática en el aula se evalúan mediante el uso de estrategias de cuestionamiento por parte del docente. El cuestionamiento eficaz pide a los estudiantes que expliquen y justifiquen su trabajo, y sondea su comprensión. Sin embargo, la bibliografía al respecto ha demostrado sistemáticamente que los docentes tienden a formular preguntas destinadas a orientar o recordar, en lugar de preguntas que indagan en la comprensión de los estudiantes. Una posible explicación de esta tendencia es que la interpretación de los docentes de facilitar la argumentación matemática no coincide con la visión de los reformadores de la educación matemática, que quieren que los docentes adopten estrategias

de interrogación más eficaces que pidan a los estudiantes que expliquen y justifiquen su trabajo, y que indaguen en su comprensión.

Otro aspecto relevante para tener en cuenta en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son los contextos en los que tienen lugar estos procesos para promover una educación más inclusiva y equitativa. En su artículo sobre un aprendizaje más inclusivo con mujeres jóvenes, Schettino (2016) menciona que los métodos de aprendizaje basado en problemas (ABP) y una pedagogía más centrada en las relaciones pueden utilizarse para fomentar que las mujeres jóvenes y otros estudiantes pertenecientes a minorías se sientan incluidos en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. El ABP es un método de aprendizaje centrado en el estudiante que implica que los estudiantes trabajen en grupos sobre problemas complejos del mundo real. Una pedagogía centrada en las relaciones se centra en establecer relaciones entre estudiantes y docentes, así como entre los propios estudiantes. Este enfoque hace hincapié en la importancia de la colaboración, la comunicación y el respeto por las diversas perspectivas. Al crear un entorno que fomente un aprendizaje óptimo, los docentes pueden utilizar métodos de ABP y una pedagogía más centrada en las relaciones para fomentar el interés por el estudio en los campos de la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas.

Para promover la participación de los estudiantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es importante tener en cuenta el ámbito afectivo. En Blanco et al (2013) la motivación, el interés, la ansiedad y el estrés pueden influir en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas. En particular, se ha encontrado que la ansiedad interactúa negativamente con los procesos cognitivos y motivacionales, lo que conduce a un peor rendimiento general. En Hidalgo et al. (2008) hay una fuerte correlación negativa

entre los niveles de ansiedad de los estudiantes hacia las matemáticas y sus calificaciones finales al final del curso. Una debilidad de los futuros docentes es que suelen abordar las tareas y el aprendizaje de las matemáticas con una cultura de escuela técnica que hace hincapié en la repetición y la transmisión de información, lo que puede limitar su capacidad para enseñar a resolver problemas matemáticos de forma integrada desde el punto de vista cognitivo y afectivo. Por lo tanto, es importante diseñar programas educativos que adopten un enfoque cognitivo y afectivo integrado de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Otra forma de promover la inclusividad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es tener en cuenta las perspectivas culturales y lingüísticas de los estudiantes. Esto es importante porque no todos ellos tienen las mismas capacidades y oportunidades para participar en la argumentación matemática. En su artículo, Civil y Hunter (2015) sugieren aprender de las formas de ser culturales de los estudiantes para crear entornos que favorezcan la participación de aquellos en posiciones no dominantes en la argumentación matemática. Por ejemplo, en el caso de los estudiantes de la etnia Pasifika de Nueva Zelanda, los autores descubrieron que establecer relaciones y animar a los estudiantes a ser ellos mismos eran recursos importantes para la argumentación. El sentimiento colectivo de familia proporcionó a los estudiantes un espacio de pensamiento compartido y también configuró su apoyo mutuo cuando los estudiantes intervinieron para continuar la argumentación matemática.

En el caso de los estudiantes mexicanos en Estados Unidos también mencionado por el mismo artículo, los autores descubrieron que los recursos culturales y lingüísticos eran diferentes de los de la cultura dominante, lo que afectaba a su participación en la

argumentación. Los autores sugieren que los docentes deben ser conscientes de los recursos culturales y lingüísticos que los estudiantes traen al aula y utilizarlos para apoyar su participación en la argumentación. Por ejemplo, los docentes pueden animar a los estudiantes a utilizar su lengua materna para explicar su pensamiento matemático y ofrecerles oportunidades para que compartan sus prácticas culturales y sus formas de pensar. Además, los docentes pueden entablar relaciones con los estudiantes y crear un entorno de clase seguro y enriquecedor que valore la diversidad y promueva la equidad en el aula.

Investigaciones latinoamericanas

Para Ortiz y Carreño (2018) la promoción de la argumentación en el aula depende de la gestión del docente dentro de esta, reconociendo que no todos los docentes la promueven. Los docentes que promueven la argumentación en el aula desarrollan las siguientes condiciones: anticipación de las respuestas, procedimientos y posiciones de los estudiantes, donde la planificación contiene las posibles respuestas correctas e incorrectas que pueden dar los estudiantes, los diferentes procedimientos que pueden utilizar o las diferentes posturas que pueden adoptar ante una situación, explicitándolas claramente en la planificación y anticipación de los procesos argumentativos de los estudiantes donde la planificación presenta de forma secuenciada los pasos a seguir en la intervención pedagógica de esa clase, anticipándose a los procesos argumentativos de los estudiantes. También los mismos autores mencionan acciones para promover la argumentación, que además demuestran que los estudiantes sean matemáticamente competentes, tales como que los estudiantes expliquen su razonamiento, que aporten pruebas para apoyar sus afirmaciones o que formulen preguntas para aclarar su comprensión.

Según los mismos autores, el docente también puede animar a los estudiantes a comparar y contrastar distintas soluciones, a identificar similitudes y diferencias, y a evaluar los puntos fuertes y débiles de los distintos planteamientos. Además, el docente puede crear un entorno de clase seguro y respetuoso en el que los estudiantes se sientan cómodos expresando sus ideas y cuestionando las de los demás y el docente puede proporcionar información a los estudiantes sobre sus habilidades de argumentación, destacando sus puntos fuertes y sus áreas de mejora.

Ortiz y Pérez (2021) sugieren que los docentes pueden fomentar la argumentación en el aula utilizando estrategias comunicativas especializadas. Estas estrategias incluyen proporcionar oportunidades para la participación, abordar los errores y hacer preguntas deliberadas. Mediante el uso de estas estrategias, los docentes pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar las habilidades que necesitan para participar en la argumentación, que es una habilidad importante para que los estudiantes desarrollen, ya que les ayuda a pensar críticamente, resolver problemas y comunicarse de manera efectiva. Además, los docentes pueden modelar la argumentación compartiendo sus propios procesos de pensamiento con los estudiantes, crear un espacio seguro en sus aulas donde los estudiantes se sientan cómodos compartiendo sus ideas y opiniones, y ser pacientes con los estudiantes, ya que la argumentación puede ser un proceso difícil.

También es clave señalar que la refutación es una parte importante de la argumentación, siendo definida como el proceso de rebatir o refutar un argumento. Cervantes-Barraza et al. (2017) descubrieron que la refutación puede tener un poder persuasivo sobre los argumentos de los estudiantes, desempeñando un papel crucial a la hora de refutar argumentos y afirmaciones contrarios. Cuando el argumento de un

estudiante es refutado, puede cambiar su perspectiva o creencias sobre el tema. Esto se debe a que la refutación obliga a los estudiantes a pensar de forma crítica sobre sus propios argumentos y a considerar el punto de vista de la parte contraria.

El modelo argumentativo de Toulmin proporciona un marco para comprender las estructuras de la argumentación colectiva. El modelo identifica tres elementos clave de un argumento: la afirmación, los datos y la garantía. La afirmación es el punto principal del argumento, los datos son las pruebas que apoyan la afirmación y la garantía es el razonamiento que conecta los datos con la afirmación. Una refutación puede utilizarse para refutar cualquiera de estos elementos de un argumento. Por ejemplo, una refutación puede cuestionar la afirmación aportando pruebas que la contradigan. También puede cuestionar los datos señalando sus defectos, y puede cuestionar la garantía aportando una interpretación diferente de las pruebas.

Investigaciones nacionales y locales

Partiendo del hecho de que la argumentación en términos de los Estándares Básicos de Competencia propuestos por el Ministerio de Educación Nacional es considerada parte esencial de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y cómo los Derechos Básicos de Aprendizaje señalan la importancia de la participación del estudiante, en complemento a un docente cuyo rol es orientar dichos procesos, el artículo de Valbuena et al (2020), expone que el rol del docente es crear un entorno reflexivo para él y los estudiantes, así como preparar tareas que permitan la construcción del conocimiento a partir de las aportaciones individuales de los estudiantes. Dicho proceso contribuirá a crear entornos eficaces para la aportación de conocimientos, ya que se estimulará el interés del estudiante de antemano y con su participación espontánea en clase, lo que hace necesario crear secuencias didácticas

que sean socializadas y discutidas entre los docentes para trabajar la argumentación matemática en la resolución de problemas, obteniendo algún nivel de resultados significativos.

Es importante reconocer cuál es el papel de la argumentación dentro de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el artículo de Aldana (2013) menciona que el papel de la argumentación en la enseñanza de las matemáticas es contribuir a la comprensión y el uso de los conceptos matemáticos. La argumentación ayuda en el desarrollo de competencias disciplinares, comunicativas, actitudinales, argumentativas, procedimentales y conceptuales que son esenciales para el rigor de las ciencias matemáticas. Ayuda en la transición del pensamiento matemático elemental al pensamiento matemático avanzado. Asimismo, la argumentación desempeña un papel crucial en el proceso de enseñanza y orienta la acción educativa facilitando la comunicación entre iguales, entre el educador y el educando, promoviendo el diálogo y posibilitando el trabajo colaborativo en el aula que facilita la tarea del docente en cuanto a mediación e interacción en el proceso de enseñanza.

Si bien de otra parte, el artículo menciona que, durante el proceso de enseñanza de las matemáticas, la adquisición de conocimientos generalmente ocurre privilegiando la poca interacción en el aula en forma de un proceso que involucra las tres dimensiones del triángulo didáctico: el educando, el educador y el conocimiento, anotando que los estudiantes suelen carecer de competencia comunicativa para argumentar sus posiciones académicas, no son expresivos en la forma de justificar la resolución de tareas matemáticas y muestran concepciones débiles, en algunos casos, debido a la memoria, sin saber por qué proceden de una determinada manera. No están acostumbrados a realizar tareas distintas de

las habituales en el aula, sugiriendo que la argumentación puede utilizarse como estrategia didáctica para generar un mayor aprendizaje de los estudiantes en el aula.

Dentro de la argumentación se destacan los procesos de conjeturar y argumentar en las actividades matemáticas como lo hacen Álvarez et al (2014), destacando la importancia de ambos procesos para el desarrollo de la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación y la práctica de procedimientos. Las conjeturas y los argumentos se apoyan en la visualización y la argumentación. Conjeturar y argumentar son habilidades importantes que los estudiantes deben desarrollar. Pueden ayudarles a desarrollar sus capacidades de resolución de problemas y de pensamiento crítico, así como sus habilidades de desarrollo del pensamiento matemático y de comunicación.

En las clases de matemáticas, estos procesos pueden utilizarse para ayudar a los estudiantes a desarrollar sus capacidades de resolución de problemas y pensamiento crítico de varias maneras. Por ejemplo, se les puede pedir que formulen conjeturas sobre objetos o relaciones matemáticas y que aporten pruebas para apoyar o refutar sus conjeturas. También se les puede pedir que discutan la validez de las conjeturas, lo que puede ayudarles a desarrollar su capacidad de pensamiento crítico y a aprender a evaluar las pruebas presentadas por otros. Por último, se puede pedir a los estudiantes que utilicen la visualización para ayudarles a formular conjeturas o a aportar pruebas en apoyo de sus conjeturas. Esto puede ayudar a los estudiantes a ver los objetos y las relaciones matemáticas de una forma nueva.

Es de resaltar también que es importante para fomentar la argumentación, se desarrollen estrategias de comunicación. Jiménez y Pineda (2013) mencionan que la argumentación puede lograrse a través de diversas estrategias, como el uso de preguntas

abiertas para fomentar el pensamiento crítico y la expresión de opiniones, el fomento de la escucha activa para desarrollar la empatía y el respeto por los diferentes puntos de vista, la aportación de comentarios para mejorar el pensamiento crítico y las habilidades de argumentación, la creación de un entorno de aprendizaje seguro y respetuoso mediante el establecimiento de reglas básicas y el modelado de un comportamiento respetuoso, y el uso de tecnología como foros de discusión en línea o plataformas de debate para facilitar la argumentación. Estas estrategias pueden ayudar a crear un entorno de clase más integrador en el que los estudiantes se sientan cómodos compartiendo sus ideas y participando en debates constructivos.

Un elemento que se debe tener en cuenta dentro de la argumentación como parte del aprendizaje de las matemáticas escolares es la semiótica, haciendo referencia a aquellos signos, símbolos y otros elementos visuales o auditivos utilizados para transmitir significado en la argumentación matemática escrita, sobre lo cual basan su trabajo Salazar-Torres et al (2016), quienes concluyen que el uso inadecuado de recursos semióticos afecta a la fuerza y relevancia de los argumentos en la argumentación matemática escrita. Esos errores provocan lagunas conceptuales y vacíos epistemológicos en el conocimiento matemático, resultando en argumentos debilitados y menos relevantes. La argumentación desde la semiótica se justifica desde la semiótica de Peirce, que propone que los signos están formados por tres componentes: el signo en sí, el objeto al que se refiere y el significado o interpretación del signo. En el contexto del trabajo de investigación, la semiótica de Peirce se utiliza para comprender cómo los estudiantes utilizan los recursos semióticos para construir el significado de sus argumentos matemáticos.

Por otra parte, ya que se ha hablado de la promoción de la argumentación dentro del aula, es necesario saber cómo esta competencia es evaluada dentro de las habilidades de resolución de problemas de parte de los docentes. El artículo de Cárdenas y Blanco (2018) menciona que los procesos de verbalización son utilizados por los docentes para evaluar las habilidades de resolución de problemas matemáticos como hicieron estudiantes de secundaria en colegios públicos de Bogotá, Colombia, que fue donde se realizó el estudio de parte de los autores. Esos procesos consistían en que los estudiantes expliquen oralmente y por escrito el procedimiento que siguen para resolver un problema. Sin embargo, la evaluación de los procesos de verbalización se consideraba limitada, dado los docentes suponían que los estudiantes tienen dificultades para explicar oralmente y por escrito el procedimiento que siguen para resolver un problema. Dicha presunción se debe a que observan que les resulta complejo y difícil utilizar procesos de verbalización para la evaluación. Además, creen que los estudiantes carecen de instrumentos de evaluación adecuados para explicar sus procedimientos de resolución de problemas. Los docentes también encuentran que las tareas propuestas a los estudiantes no exigen la verificación de la respuesta a la luz del problema, lo que hace innecesario el uso de la estimación para ver la razonabilidad de la respuesta encontrada en el contexto del problema. Esta falta de exigencia de verificación de la respuesta puede contribuir a la dificultad de los estudiantes para explicar sus procedimientos de resolución de problemas.

Dentro del diseño de los planes y estructuras microcurriculares y saber cómo fomentar en estos la argumentación es importante tener en cuenta los contextos local, nacional y global donde se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje. El Ministerio de Educación Nacional (1998) reconoce que es “esencial la resolución de

problemas de la vida diaria, lo que implica que desde el principio se integren al currículo una variedad de problemas relacionados con el contexto de los estudiantes”, suponiendo esto un salto de una actitud pasiva de escuchar, imitar y repetir a una más activa donde sean capaces de proponer soluciones, las cuales sean confrontadas y defendidas. El artículo de Camelo et al (2015) menciona la importancia de incorporar problemas socialmente relevantes, la participación de forma activa de los estudiantes en la construcción del modelo y en la sociedad, y el papel del docente como mediador. En complemento, en el artículo de Acosta y Narváez (2015) se menciona un contexto local referente a la fertilización del cultivo de café, un contexto nacional referente a la producción de café en Colombia y un contexto global referente al consumo mundial de café, lo anterior para estudiar el concepto de media aritmética. En relación con dichos contextos, se plantean tareas donde después de formular el problema, se justifican y explican procesos y procedimientos utilizados para llegar a una respuesta satisfactoria y poder ratificar o refutar lo que propone el planteamiento inicial. También es importante comprender los contextos globales, nacionales y locales porque así se puede dar sentido a las matemáticas reconociendo el rol dentro de su mundo y fomentar el gusto por las mismas.

Conclusiones y recomendaciones

El artículo construido sugiere que se anime a los estudiantes a proponer soluciones a problemas relacionados con sus contextos locales, nacionales y mundiales dentro de los espacios de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y a defender sus propuestas mediante la participación activa en la construcción de modelos aplicables a la resolución de problemas en la sociedad. Los docentes pueden animar a los estudiantes a identificar dichos problemas en sus propias comunidades y ayudándoles a investigar posibles soluciones que puedan ser argumentados desde una comunicación hábil que demuestre conocimiento y competencia.

De otra parte, el documento construido resalta la importancia de las tareas que exigen a los estudiantes justificar y explicar los procesos y procedimientos utilizados para llegar a una respuesta satisfactoria, y ratificar o refutar la propuesta inicial. Estas tareas pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad de argumentación. Los educadores pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar sus capacidades de argumentación proporcionándoles tareas que les obliguen a justificar y explicar los procesos y procedimientos utilizados para llegar a una respuesta satisfactoria.

Referencias

- Aldana-Bermúdez, E. (2014). La argumentación como estrategia de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas-The argumentation like strategy of education and of learning of the mathematics. *Revista científica*, 20(3), 37-45.
<https://geox.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7687>
- Álvarez, I., Ángel, J. L., Vargas, E., & Soler, M. N. (2014). Actividades matemáticas: conjeturar y argumentar. *Números*. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 75-90. <http://funes.uniandes.edu.co/3681/>
- Blanco, L. J., Guerrero Barona, E., & Caballero Carrasco, A. (2013). Cognition and affect in mathematics problem solving with prospective teachers. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 335-364. <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol10/iss1/15/>
- Camelo, F. J., Perilla, W. Y., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 9(2), 67-84.
<http://revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/226>
- Cárdenas Lizarazo, J. A., & Blanco Nieto, L. J. (2018). La evaluación de la Resolución de Problemas de Matemáticas de profesores de Secundaria en Colombia.
<https://digitum.um.es/digitum/handle/10201/67104>
- Cervantes-Barraza, J., Cabañas-Sánchez, G., & Ordoñez-Cuastumal, J. S. (2017). El poder persuasivo de la refutación en argumentaciones colectivas. *Bolema: Boletim de*

Educação Matemática, 31, 861-879.

<https://www.scielo.br/j/bolema/a/k77PKndWNSkSWGkxDpKRWGB/abstract/?lang=es>

Civil, M., & Hunter, R. (2015). Participation of non-dominant students in argumentation in the mathematics classroom. *Intercultural Education*, 26(4), 296-312.

<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14675986.2015.1071755>

Cornejo Morales, C., & Alsina, Á. (2020). La argumentación en los currículos de Educación Matemática Infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2020, vol. 9, núm. 1, p. 12-30. <https://dugi->

[doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/18549/argumentacionCurriculos-By.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/18549/argumentacionCurriculos-By.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Cuesta, W. R. (2021). Argumentación en educación matemática: elementos para el diseño de estudios desde la revisión bibliográfica. *Revista Amazonia Investiga*, 10(41), 96-

105. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8038405>

Donoso Osorio, E., Valdés Morales, R., & Cisternas Núñez, P. (2020). Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas de Educación*, 13(1), 82-106. [http://www.scielo.edu.uy/pdf/pe/v13n1/1688-7468-pe-](http://www.scielo.edu.uy/pdf/pe/v13n1/1688-7468-pe-13-01-82.pdf)

[13-01-82.pdf](http://www.scielo.edu.uy/pdf/pe/v13n1/1688-7468-pe-13-01-82.pdf)

Estrella, S., Olfos, R., Morales, S., & Vidal-Szabó, P. (2017). Argumentaciones de estudiantes de primaria sobre representaciones externas de datos: componentes lógicas, numéricas y geométricas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 20(3), 345-370.

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362017000300345&script=sci_abstract&tlng=pt

Francisco, J. (2022). Supporting argumentation in mathematics classrooms: The role of teachers' mathematical knowledge. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 10(2), 147-170.

<https://journals.helsinki.fi/lumat/article/view/1701/1694>

Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), 155-170.
<https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/24792/Goizueta.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*.

<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/285704>

Jiménez, A.; Pineda, L. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia*, 16, pp. 101-116. <http://funes.uniandes.edu.co/11740/>

Kosko, K.W., Rougee, A. & Herbst, P. What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom?. *Math Ed Res J* 26, 459–476 (2014). <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0116-1>

Ministerio de Educación Nacional (1997). Serie lineamientos pedagógicos -Matemáticas

- Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje v.2
- Ministerio de Educación Nacional (2019). Revisión de políticas nacionales de educación: La educación en Colombia. https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-356787_recurso_1.pdf
- Morales Ramírez, G., Rubio Goycochea, N., & Larios Osorio, V. (2021). Tipificación de argumentos producidos por las prácticas matemáticas de alumnos del nivel medio en ambientes de geometría dinámica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 664-689. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/GfZSBrhY5T5yQ67rsXfGn6h/?format=pdf&lang=es>
- Narváez, J. A. A., & Quintero, R. H. (2015). La movilización de la competencia matemática “razonar y argumentar” a través del estudio de la media aritmética. *Amazonia Investiga*, 4(7), 6-18. <https://amazoniainvestiga.info/index.php/amazonia/article/view/690/650>
- OCDE (2019). PISA 2018 Mathematics Framework. <https://doi.org/10.1787/13c8a22c-en>.
- Ortiz Jiménez, A. I., & Carreño Díaz, C. P. (2018). Condiciones que promueven la habilidad de argumentar en el aula matemática de una escuela municipal en Chile. *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 14(54). <http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/308>

- Ortiz Jiménez, A., & Pérez Astorga, J. (2021). Caracterización de una gestión argumentativa que promueve articuladamente argumentación y modelación en el aula matemática de primaria. *Perspectiva Educativa*, 60(3), 159-184.
https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0718-97292021000300159&script=sci_arttext&tlng=e
- Park, H., & Magiera, M. T. (2019). Pre-service teachers' conceptions of mathematical argumentation. https://epublications.marquette.edu/math_fac/16/
- Planas, N., & Morera, L. (2012). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado. *El desarrollo de competencias en las clases deficiencias y matemáticas*, 275-300. https://www.researchgate.net/profile/Laura-Morera/publication/228351211_La_argumentacion_en_la_matematica_escolar_Dos_ejemplos_para_la_formacion_del_profesorado/links/5531751a0cf20ea0a071ac11/La-argumentacion-en-la-matematica-escolar-Dos-ejemplos-para-la-formacion-del-profesorado.pdf
- Salazar-Torres, J. P., Contreras-Santander, Y. L., & Jaimes-Mora, S. S. (2016). Semiótica: Un recurso fundamental en los procesos de argumentación matemática escrita. *Eco matemático*, 7(1), 20-32.
<https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/view/1016>
- Schettino, C. (2016). A framework for problem-based learning: Teaching mathematics with a relational problem-based pedagogy. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning*, 10(2), 12.
<https://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1602&context=ijpbl>

Secretaría de Educación del Quindío (2019). Malla Curricular del Área de Matemáticas para Básica Primaria, Secundaria y Media

Solar, H. C., Azcárate, C., & Deulofeu, J. (2012). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, ágs-133.

<https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/285687>

Valbuena Duarte, S., Márquez, M., & Valbuena, B. (2020). El rol del docente en la argumentación matemática de estudiantes para la resolución de problemas. *Revista Espacios*, 41(09), 9-21. <http://w.revistaespacios.com/a20v41n09/a20v41n09p15.pdf>

Vargas, M. F., Fernández-Plaza, J. A., & Hidalgo, J. F. R. (2020). Análisis de los argumentos dados por docentes en formación a una tarea sobre derivadas. *PNA*, 14(3), 173-203. <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7411854>