

Temas futuros de la investigación en educación matemática: una encuesta internacional antes y durante la pandemia¹

Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic

Arthur Bakker,² Jinfa Cai,³ Linda Zenger⁴

Resumen: Antes de la pandemia (2019), nos preguntamos: ¿En qué temas debería centrarse la investigación en educación matemática en la próxima década? Las 229 respuestas de 44 países condujeron a ocho temas más consideraciones sobre la investigación en educación matemática en sí. Los temas se pueden resumir como enfoques de enseñanza, objetivos, relaciones con prácticas fuera de la educación matemática, desarrollo profesional docente, tecnología, afecto, equidad y evaluación. Durante la pandemia (noviembre de 2020), preguntamos a los encuestados: ¿Ha cambiado la pandemia su opinión sobre los temas de la investigación en educación matemática para la próxima década? Si es así, ¿cómo? Varios de los 108 encuestados vieron reforzada la importancia de sus temas originales (45), especificaron sus respuestas iniciales (43) y/o agregaron temas (35) (estas categorías no eran mutuamente excluyentes). En general, parecían estar de acuerdo en que la pandemia funciona como una lupa en temas que ya se conocían, y varios encuestados señalaron la necesidad de pensar en el futuro sobre cómo organizar la educación

¹ Este artículo ha sido publicado en inglés en: Bakker, A., Cai J., y Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic. *Educational Studies in Mathematics* 107(1), 1–24. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10049-w>

² Utrecht University, Utrecht, Netherlands, A.Bakker4@uu.nl, orcid.org/0000-0002-9604-3448.

³ University of Delaware, Newark, DE, USA, orcid.org/0000-0002-0501-3826

⁴ Utrecht University, Utrecht, Netherlands

cuando ya no fuera necesario hacerlo en línea. Terminamos con una lista de desafíos de investigación que se basan en los temas y las reflexiones de los encuestados sobre la investigación en educación matemática.

Palabras clave *COVID-19 . Grandes desafíos. Pandemia. Investigación en educación matemática., Agenda de investigación*

1. UNA ENCUESTA INTERNACIONAL EN DOS RONDAS

Alrededor del momento en que Educational Studies in Mathematics (ESM) y el Journal for Research in Mathematics Education (JRME) celebraban sus 50 aniversarios, Arthur Bakker (editor de ESM) y Jinfa Cai (editor de JRME) vieron la necesidad de plantear la siguiente pregunta, orientada al futuro, para el campo de la investigación en educación matemática:

P2019: ¿En qué temas debería centrarse la investigación en educación matemática en la próxima década?

Con ese fin, administramos una encuesta con solo esta pregunta entre el 17 de junio y el 16 de octubre de 2019.

Cuando estábamos casi listos con el análisis, estalló la pandemia de COVID-19 y no pudimos presentar los resultados en las conferencias a las que habíamos planeado asistir (NCTM e ICME en 2020). Además, con el mundo sacudido por la crisis, nos preguntamos si los colegas en nuestro campo podrían pensar de manera diferente sobre los temas formulados para el futuro debido a la pandemia. Por lo tanto, el 26 de noviembre de 2020, hicimos una pregunta de seguimiento a aquellos encuestados que en 2019 nos habían dado permiso para acercarnos a ellos vía correo electrónico:

P2020: ¿Ha cambiado la pandemia su visión sobre los temas de investigación en educación matemática para la próxima década? Si es así, ¿cómo?

En este documento, resumimos las respuestas a estas dos preguntas. Similar al enfoque de Sfard (2005), comenzamos sintetizando las voces de los encuestados antes de formular nuestros propios puntos de vista. Algunos colegas plantearon

la idea de formular una lista de temas o preguntas clave, similar a los 23 problemas matemáticos no resueltos que David Hilbert publicó alrededor de 1900 (cf. Schoenfeld, 1999). Sin embargo, las matemáticas y la educación matemática son disciplinas muy diferentes, y muy pocas personas comparten la visión formalista de Hilbert sobre las matemáticas; por lo tanto, no queremos sugerir que podríamos capturar los temas clave de la educación matemática de una manera similar. Más bien, nuestra visión general de los temas extraídos de las respuestas de la encuesta tiene la intención de resumir lo que se valora en nuestra comunidad global en el momento de las encuestas. Razonando a partir de estos temas, terminamos con una lista de desafíos de investigación que consideramos que vale la pena abordar en el futuro (cf. Stephan *et al.*, 2015).

2. ENFOQUE METODOLÓGICO

2.1 TEMAS PARA LA PRÓXIMA DÉCADA (2019)

Administramos la encuesta de 1 pregunta a través de listas de correo electrónico que conocíamos (por ejemplo, Becker, ICME, PME) y pedimos a los investigadores de educación matemática que la difundieran en sus redes nacionales. Al 16 de octubre de 2019, habíamos recibido 229 respuestas de 44 países de 6 continentes (tabla 1). Aunque estábamos contentos con la magnitud de la respuesta recibida, mayor a la que recibió Sfard (2005) (74, con 28 de Europa), no sabemos qué tan bien hemos llegado a regiones particulares y, si los encuestados potenciales podrían haber enfrentado barreras lingüísticas u otras. Ofrecimos a algunos encuestados chinos la opción de escribir en chino porque el segundo autor se ofreció a traducir sus correos electrónicos al inglés. También recibimos respuestas en español, que fueron traducidas para nosotros.

La aprobación ética fue dada por el Consejo de Revisión Ética de las Facultades de Ciencias y Geociencias de la Universidad de Utrecht (Bèta L-19247). Pedimos a los encuestados que indicaran si estaban dispuestos a ser citados por su nombre y si se nos permitía acercarnos a ellos para obtener información posterior. Si prefirieron ser nombrados, mencionamos su nombre y país; de lo contrario, escribimos "anónimo". En nuestra selección de citas, nos hemos centrado en el contenido, no en el origen de la respuesta. El 2 de marzo de 2021, nos acercamos a los encuestados que fueron citados para verificar si aceptaban

ser citados y nombrados. Un colega prefirió que se suprimiera la cita y el nombre; tres sugirieron pequeños cambios en la redacción; los demás aprobaron.

Tabla 1. Número de respuestas por continente (2019)

Continente (# de países)	Países (# de respuestas)	# de respuestas
Asia (12)	China (39), Israel (14), India (9), Japón (4), Indonesia (3), Rusia (3), Irán (2), Taiwán (2), Estados Árabes Unidos Emiratos (2), Bután (1), Filipinas (1), Turquía (1)	81
Europa (15)	Reino Unido (17,5), Alemania (10), Países Bajos (10), España (9), Italia (7), Austria (3), Suecia (3), Francia (2), Hungría (2), Irlanda (2), República Checa (1), Dinamarca (1), Islandia (1), Noruega (1), Eslovenia (1)	70.5
América del Norte (3)	Estados Unidos (22,5); Canadá (6); México (1)	29.5
África (10)	Kenya (8), Sudáfrica (8), Namibia (4), Argelia (1), Egipto (1), Esuatini (1), Ghana (1), Marruecos (1), Nigeria (1), Uganda (1)	27
Oceanía (2)	Australia (7); Nueva Zelanda (4)	11
América del Sur (2)	Brasil (5); Chile (5)	10
Totales: 6	44	229

Nota: Cuando un encuestado llenó dos países en dos continentes, atribuimos la mitad a uno y la otra mitad al otro continente.

El 20 de septiembre de 2019, los tres autores nos reunimos físicamente en la Universidad de Utrecht para analizar las respuestas. Después de cada propuesta individual, establecimos una lista conjunta de siete temas principales (los primeros siete en la tabla 2), que no eran ni mutuamente excluyentes ni exhaustivos. Zenger, entonces todavía estudiante de ciencias de la educación, codificó por colores todas las partes de las respuestas pertenecientes a una categoría. Estos formaron la base para las frecuencias y porcentajes presentados en las tablas y el texto. Luego, Bakker, leyó todas las respuestas categorizadas por un código particular para identificar y sintetizar los temas principales abordados dentro de cada código. Cai, leyó todas las respuestas de la encuesta y las categorías de respuesta, y las comentó. Después de la ronda inicial de análisis, nos dimos cuenta que era útil agregar un octavo tema: evaluación.

Además, dado que un gran número de encuestados hizo comentarios sobre la investigación en educación matemática en sí, decidimos resumirlos por separado. Para analizar esta categoría de investigación, utilizamos las siguientes cuatro etiquetas para distinguir los tipos de comentarios sobre nuestra disciplina de investigación en educación matemática: teoría, metodología, autorreflexión (incluidas las consideraciones éticas), interdisciplinariedad y transdisciplinariedad. Luego resumimos las respuestas por tipo de comentario.

Tabla 2. Porcentajes de respuestas mencionadas en cada tema (2019)

	Tema	%
1	Enfoques de la enseñanza	64
2	Objetivos de la educación matemática	54
3	Relación de la educación matemática con otras prácticas	36
4	Desarrollo profesional de profesorado	23
5	Tecnología	22
6	Equidad, diversidad, inclusión	20
7	Afecto	17
8	Evaluación	9

Nota. Los porcentajes no suman 100, porque muchos encuestados mencionaron múltiples temas

Ha sido una experiencia abrumadora y aleccionadora estudiar la enorme cobertura y diversidad de temas que preocupan a nuestros colegas. Cualquier categorización se sintió como una reducción de la riqueza de ideas, y somos conscientes de los riesgos de “resolver las cosas” (Bowker y Star, 2000), que vienen con desafíos particulares en primer plano en lugar de otros (Stephan *et al.*, 2015). Sin embargo, la mejor manera de resumir el panorama general parecía agrupar temas y señalar sus relaciones. A medida que identificamos estos ocho temas de investigación en educación matemática para el futuro, una pregunta recurrente durante el análisis fue cómo representarlos. Una lista como la tabla 2 no hace justicia a las interrelaciones entre los temas. Algunas relaciones son muy claras, por ejemplo, los enfoques educativos (tema 2) que trabajan hacia objetivos educativos o sociales (tema 1). Algunos temas son omnipresentes; por ejemplo, la equidad y el afecto (positivo) son cosas que los educadores

quieren lograr, pero también son fenómenos que están en juego durante cada momento de aprendizaje y enseñanza. Los diagramas que consideramos que representaban tales interrelaciones eran demasiado específicos (limitando las opciones relevantes, por ejemplo, una estrella con ocho vértices que solo vinculan pares de temas) o no lo suficientemente específicos (por ejemplo, un diagrama de Venn con ocho hojas, como el símbolo del iPhone para fotos). Al final, decidimos usar una imagen y colaboramos con Elisabeth Angerer (asistente estudiantil en un programa de ciencias de la educación), quien finalmente hizo el dibujo en la figura 1 para capturar temas en sus relaciones.

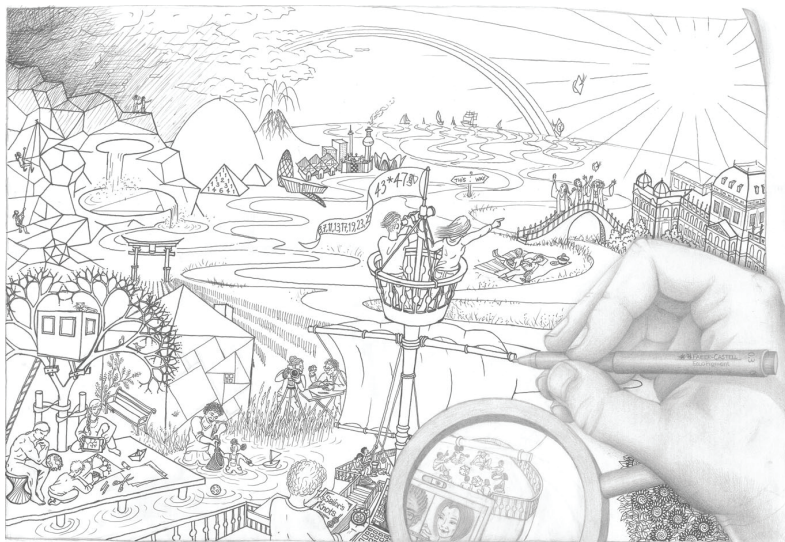


Figura. 1. Impresión artística de los temas futuros.

2.2 ¿HA CAMBIADO LA PANDEMIA SU PUNTO DE VISTA? (2020)

El 26 de noviembre de 2020, enviamos un correo electrónico a los colegas que respondieron a la pregunta inicial y que dieron permiso para ser contactados por correo electrónico. Citamos su respuesta inicial y preguntamos: “¿Ha cambiado la pandemia su visión sobre los temas de la investigación en educación matemática para la próxima década? Si es así, ¿cómo?” Recibimos 108 respuestas hasta el 12 de enero de 2021. Los países de donde provinieron las respuestas incluyeron

China, Italia y otros lugares que fueron afectados temprano por el virus COVID-19. La longitud de las respuestas varió desde una sola palabra (“no”) hasta textos elaborados de hasta 2,215 palabras. Algunas personas adjuntaron publicaciones relevantes. La mediana de longitud de las respuestas fue de 87 palabras, con una longitud media de 148 palabras y $DE = 242$. Zenger y Bakker los clasificaron como: “sin cambios” (9 respuestas) o “puntos de vista claramente diferentes” (8); el resto de las respuestas vieron reforzada la importancia de sus temas iniciales (45), especificaron sus respuestas iniciales (43) o agregaron nuevas preguntas o temas (35). Estas últimas categorías no eran mutuamente excluyentes, porque los encuestados podían declarar primero que pensaban que los temas iniciales eran aún más relevantes que antes y proporcionar temas adicionales más específicos. Luego utilizamos los mismos temas que se habían identificado en la primera ronda e identificamos lo que se enfatizó o agregó en las respuestas de 2020.

3. LOS TEMAS

El tema mencionado con mayor frecuencia fue lo que denominamos enfoques de la enseñanza (64% de los encuestados, ver tabla 2). El siguiente, fue el tema de los objetivos de la educación matemática sobre los cuales la investigación debería arrojar más luz en la próxima década (54%). Estos objetivos iban desde educativos específicos hasta sociales muy amplios. Muchos colegas se refirieron a las relaciones de la educación matemática con otras prácticas (comunidades, instituciones...) como el hogar, la educación continua y el trabajo. El desarrollo profesional docente es un área clave para la investigación en la que vuelven los otros temas (¿qué deben aprender los estudiantes?, ¿cómo?, ¿cómo evaluarlo?, ¿cómo usar la tecnología y asegurarse de que los estudiantes estén interesados?). La tecnología constituye su propio tema, pero también juega un papel clave en muchos otros temas, al igual que el afecto. Otro tema que impregna otros es lo que se puede resumir como equidad, diversidad e inclusión (también se mencionaron la justicia social, el antirracismo, los valores democráticos y varios otros valores). Estos valores no son solo objetivos sociales y educativos, sino también impulsores para rediseñar los enfoques de enseñanza, usar la tecnología, trabajar en una evaluación más justa y ayudar a los estudiantes a obtener acceso, confianza, desarrollar interés o incluso amor por las matemáticas. Para evaluar si los enfoques son exitosos y si se han logrado los objetivos, la evaluación (incluida la acreditación) también se menciona como un tema clave de la investigación.

En las respuestas de 2020, se hicieron observaciones sabias y generales. La esencia general es que la pandemia (como crisis anteriores, por ejemplo, la económica alrededor de 2008-2010) funcionó como una lupa en temas que ya se consideraban importantes. Sin embargo, debido a la pandemia, se dijo que los problemas sociales y educativos sistémicos se habían vuelto más visibles para una comunidad más amplia, y nos instan a pensar en el potencial de una “nueva normalidad”.

3.1 ENFOQUES DE LA ENSEÑANZA

Distinguimos estrategias de enseñanza específicas de temas curriculares más amplios.

3.1.1 Estrategias de enseñanza

Existe una necesidad ampliamente reconocida de seguir diseñando y evaluando diversos enfoques de enseñanza. Entre las estrategias de enseñanza y los tipos de aprendizaje para promover que se mencionaron en las respuestas de la encuesta se encuentran el aprendizaje colaborativo, la educación matemática crítica, la enseñanza dialógica, la modelación, el aprendizaje personalizado, el aprendizaje basado en problemas, los temas transversales que abordan los más importantes del mundo, el diseño incorporado, la visualización y el aprendizaje intercalado. Sin embargo, tomemos en cuenta que los estudiantes también pueden mejorar sus conocimientos matemáticos independientemente de los maestros o padres a través de tutoriales web y videos de YouTube.

Algunos encuestados enfatizaron que los enfoques de enseñanza deberían hacer más que promover el desarrollo cognitivo. ¿Cómo puede la enseñanza ser entretenida o atractiva? ¿Cómo puede contribuir a los objetivos educativos más amplios de desarrollar la identidad de los estudiantes, contribuir a su empoderamiento y ayudarlos a ver el valor de las matemáticas en su vida cotidiana y trabajo? Consideraremos el afecto en la Sección 3.7.

En las respuestas de 2020, vimos más énfasis en los enfoques que abordan la modelación, el pensamiento crítico y la alfabetización matemática o estadística. Además, los encuestados destacaron la importancia de promover la interacción, la colaboración y el pensamiento de orden superior, que generalmente se consideran más desafiantes en la educación a distancia. Un enfoque que vale la pena destacar es la educación basada en desafíos (cf. Johnson *et al.*

2009), porque toma los grandes desafíos sociales mencionados en la sección anterior como su motivación y orientación.

3.1.2 Currículo

Los enfoques por los cuales la educación matemática puede contribuir a los objetivos antes mencionados se pueden distinguir en varios niveles. Varios encuestados mencionaron los desafíos en torno al desarrollo de un plan de estudios de matemáticas coherente, suavizar las transiciones a niveles escolares superiores y equilibrar los temas, y también la sobrecarga típica de temas, la influencia de la evaluación en lo que se enseña y lo que los maestros pueden enseñar. Por ejemplo, se mencionó que los profesores de matemáticas a menudo no están preparados para enseñar estadística. Parece haber poca investigación que ayude a los autores del currículo a abordar algunas de estas preguntas difíciles, así como a monitorear la reforma (cf. Shimizu y Vithal, 2019). El análisis de libros de texto se menciona como un esfuerzo de investigación necesario. Pero incluso si los currículos dentro de un sistema educativo son razonablemente coherentes, ¿cómo se puede garantizar la continuidad entre los sistemas educativos (cf. Jansen *et al.*, 2012)?

En las respuestas de 2020, algunos encuestados pidieron recursos curriculares gratuitos de alta calidad. En varios países donde el acceso a Internet es un problema en las zonas rurales, se puede observar un cambio de los recursos en línea a otros tipos de medios como la radio y la televisión.

3.2 OBJETIVOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El tema de los enfoques está estrechamente vinculado al del tema de los objetivos. Por ejemplo, como escribió Fulvia Furinghetti (Italia): "Es ampliamente reconocido que el pensamiento crítico es un objetivo fundamental en la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, todavía no está claro cómo se persigue en la práctica". Distinguimos objetivos sociales amplios y objetivos educativos más específicos. Estos a menudo están relacionados, como escribió Jane Watson (Australia): "Si la educación va a resolver los problemas sociales, culturales, económicos y ambientales del mundo actual basado en datos, se debe prestar atención a preparar a los estudiantes para interpretar los datos que se les presentan en estos campos".

3.2.1 *Objetivos sociales*

Los encuestados aludieron a la necesidad de que los estudiantes aprendan a funcionar en la economía y en la sociedad en general. Además de los objetivos instrumentales de la educación matemática, algunos enfatizaron los objetivos relacionados con el desarrollo como ser humano, por ejemplo, aprender a ver las matemáticas en el mundo y desarrollar una relación con el mundo. La educación matemática en estos puntos de vista debe capacitar a los estudiantes para combatir las tendencias anti-experiencia y post-hecho. Varios encuestados mencionaron objetivos sociales aún más grandes, como evitar la extinción como especie humana y el nacionalismo tóxico, resolver el cambio climático y construir un futuro sostenible.

En la segunda ronda de respuestas (2020), vimos más énfasis en estos grandes problemas sociales. La urgencia de orientar la educación matemática (y su investigación) hacia la resolución de estos grandes problemas parecía sentirse más que antes. En resumen, se hizo hincapié en que nuestro planeta necesita ser salvado. La gran pregunta es qué papel puede desempeñar la educación matemática para enfrentar estos desafíos.

3.2.2 *Objetivos educativos*

Varios encuestados expresaron su preocupación por el hecho de que los objetivos actuales de la educación matemática no reflejaran bien las necesidades e intereses de la humanidad y las sociedades. Los objetivos educativos que se destacaron más fueron: la alfabetización matemática, la aritmética, el pensamiento crítico y creativo, a menudo con referencia al mundo cambiante y al planeta en riesgo. En particular, se enfatizó con frecuencia el impacto de la tecnología, ya que puede tener una trascendencia en lo que las personas necesitan aprender (cf. Gravemeijer *et al.*, 2017). Si las computadoras pueden hacer cosas particulares mejor que las personas, ¿qué es lo que los estudiantes necesitan aprender?

Entre los objetivos educativos mencionados con mayor frecuencia para la educación matemática se encuentran la alfabetización estadística, el pensamiento computacional y algorítmico, la inteligencia artificial, la modelación y la ciencia de datos. En términos generales, los encuestados expresaron que la educación matemática debería ayudar a los estudiantes a desplegar evidencia, razonamiento, argumentación y pruebas. Por ejemplo, Michelle Stephan (EE.UU.) preguntó:

¿Qué contenido de matemáticas se debe enseñar hoy para preparar a los estudiantes para los trabajos del futuro, especialmente dado el crecimiento del mundo digital y su impacto en una economía global? Todo el contenido matemático en K-12 puede ser logrado por computadoras, entonces, ¿qué procedimientos matemáticos se vuelven menos importantes y qué dominios deben explorarse más a fondo (por ejemplo, estadística y big data, geometría espacial, razonamiento funcional, etc.)?

Un desafío para la investigación es que no existe una metodología clara para llegar a objetivos de aprendizaje relevantes y factibles. Sin embargo, es necesario elegir y formular tales objetivos sobre la base de la investigación (cf. Van den Heuvel-Panhuizen, 2005).

Varias de las respuestas de 2020 mencionaron la forma a veces problemática en que se utilizan los números, los datos y los gráficos en la esfera pública (por ejemplo, Ernest, 2020; Kwon *et al.*, 2021; Yoon *et al.*, 2021). Varios encuestados vieron reforzado su énfasis en objetivos educativos relevantes, por ejemplo, la alfabetización estadística y de datos, la modelación, el pensamiento crítico y la comunicación pública. Se mencionaron algunos temas específicos de la pandemia, como el crecimiento exponencial.

3.3 RELACIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CON OTRAS PRÁCTICAS

Varias respuestas pueden caracterizarse como el resultado del cruce de límites (Akkerman y Bakker, 2011) con disciplinas o comunidades fuera de la educación matemática, como en ciencia, tecnología, ingeniería, arte y educación matemática (STEM o STEAM, por sus siglas en inglés), padres o familias, el lugar de trabajo y, el ocio (por ejemplo, teatro, música, deportes). Un ejemplo interesante fue el potencial educativo de los memes matemáticos: “objetos digitales humorísticos creados por usuarios de la web que copian una imagen existente y superponen un título personal” (Bini *et al.*, 2020, p. 2). Estas respuestas relacionadas con el cruce de fronteras enfatizan los movimientos y las conexiones entre la educación matemática y otras prácticas.

En las respuestas de 2020, vimos que, durante la pandemia, la relación entre la escuela y el hogar se ha vuelto mucho más importante, porque la mayoría de los estudiantes estaban (y quizás todavía están) aprendiendo en casa. Investigaciones anteriores sobre la participación de los padres y la tarea (Civil y Bernier, 2006; de Abreu *et al.*, 2006; Jackson, 2011) resulta relevante en la situación actual en la que muchos países siguen estando confinados. Los encuestados señalaron

la necesidad de monitorear a los estudiantes y su trabajo y promover la autorregulación. También ponen más énfasis en los contextos políticos, económicos y financieros en los que funciona la educación matemática (o funciona mal, en opinión de algunos encuestados).

3.4 DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

Los encuestados mencionaron explícitamente el desarrollo profesional docente como un dominio importante de la investigación en educación matemática (incluido el desarrollo de los formadores de docentes). Por ejemplo, Loide Kapenda (Namibia) escribió: “Estoy apoyando a la UNESCO, cuya idea es centrarse en cómo preparamos a los docentes para el futuro que queremos” (por ejemplo, UNESCO, 2015) y, Francisco Rojas (Chile) escribió:

Aunque el ámbito de la educación matemática es amplio y cada vez se enfrenta a nuevos retos (demandas sociopolíticas, nuevos contextos interculturales, entornos digitales, etc.), todos ellos serán manejados en el colegio por el profesor de matemáticas, tanto en primaria como en secundaria. Por lo tanto, desde mi punto de vista, la formación previa al servicio del profesorado es uno de los campos de investigación más relevantes para la próxima década, especialmente en los países en desarrollo.

Es evidente por las respuestas que, la enseñanza de las matemáticas es realizada por una gran variedad de personas no solo por personas que están entrenadas como maestros de escuela primaria, maestros de matemáticas de escuela secundaria o matemáticos, sino también por padres, maestros fuera del campo y científicos cuya disciplina primaria no son las matemáticas pero que usan matemáticas o estadística. La forma en que se capacitan los maestros de matemáticas varía en consecuencia. Los encuestados señalaron con frecuencia la importancia del conocimiento de la materia y señalaron en particular que muchos maestros parecen estar mal preparados para enseñar estadística (por ejemplo, Lonneke Boels, Países Bajos).

Varios colegas plantearon preguntas clave: “¿Cómo capacitar a profesores de matemáticas con una base sólida en matemáticas, actitudes positivas hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y una amplia base de conocimientos vinculada a STEM?” (anónimo); “¿Qué desarrollo profesional, particularmente en el nivel postsecundario, motiva cambios en las prácticas docentes para brindar a los estudiantes la oportunidad de involucrarse con las matemáticas y

tener éxito? (Laura Watkins, Estados Unidos); "¿Cómo pueden los educadores de matemáticas equipar a los estudiantes para una ciudadanía sostenible y equitativa? ¿Y cómo puede la educación matemática equipar a los maestros para apoyar a los estudiantes en esto?" (David Wagner, Canadá).

En las respuestas de 2020, quedó claro que los maestros son increíblemente importantes, especialmente en la era de la pandemia. El cambio repentino a la enseñanza en línea significa que

Se plantean requisitos más altos para la capacidad educativa y docente de los maestros, especialmente la capacidad de llevar a cabo la educación y la enseñanza mediante el uso de la tecnología de la información. En segundo lugar, la capacidad de los docentes para comunicarse y cooperar ha sido inyectada con una nueva connotación. (Guangming Wang, China)

En términos generales, se asume que la educación permanecerá parcialmente en línea, aunque más en los niveles superiores de educación que en la educación primaria. Esto tiene implicaciones para los maestros, por ejemplo, tendrán que pensar en cómo pretenden coordinar la enseñanza en el lugar y en línea. Por lo tanto, un enfoque importante para el desarrollo profesional es el uso de la tecnología.

3.5 TECNOLOGÍA

La tecnología merece ser un tema en sí misma, pero queremos enfatizar que atravesó la mayoría de los otros temas. En primer lugar, algunos encuestados argumentaron que, debido a los avances tecnológicos en la sociedad, los objetivos sociales y educativos de la educación matemática se deben cambiar (por ejemplo, el pensamiento computacional para garantizar la empleabilidad en una sociedad tecnológica). En segundo lugar, las respuestas indicaron que los objetivos modificados tienen implicaciones para los enfoques en la educación matemática. Consideremos la reforma curricular requerida y las herramientas digitales que se utilizarán en ella. Los estudiantes no solo necesitan aprender a usar la tecnología; esta también se puede utilizar para aprender matemáticas (por ejemplo, visualización, un diseño que integra la experiencia corporal (embodied design), pensamiento estadístico). Las nuevas tecnologías como la impresión 3D, las matemáticas fotográficas y la realidad aumentada y virtual ofrecen nuevas oportunidades para el aprendizaje. La sociedad ha cambiado

rápidamente en este sentido. En tercer lugar, se sugiere que la tecnología ayude a establecer conexiones con otras prácticas, como entre la escuela y el hogar, o la educación vocacional y el trabajo, a pesar de que existe gran disparidad en el éxito de estas conexiones.

En las respuestas de 2020, hubo gran preocupación por la brecha digital actual (cf. Hodgen *et al.*, 2020). Por lo tanto, la pandemia de COVID-19 ha dado motivos para que la investigación en educación matemática comprenda mejor cómo se pueden mejorar las conexiones entre las prácticas educativas y de otro tipo con la ayuda de la tecnología. Dada la distribución desigual de la ayuda por parte de los padres o tutores, se vuelve aún más importante pensar en cómo los maestros pueden usar videos y cuestionarios, cómo pueden monitorear a sus estudiantes, cómo pueden evaluarlos (respetando la privacidad) y cómo se puede compensar la falta de interacción social, gestual y encarnada que es posible cuando están juntos físicamente.

La tecnología móvil se consideraba muy innovadora antes de 2010, los teléfonos inteligentes se convirtieron en dispositivos centrales en la educación matemática en la pandemia con su dependencia del aprendizaje a distancia. Nuestra experiencia directa mostró que las aplicaciones telefónicas como WhatsApp y WeChat se han convertido en herramientas clave para enseñar y aprender matemáticas en muchas áreas rurales en varios continentes donde pocas personas tienen computadoras (para un informe sobre podcasts distribuidos a través de WhatsApp, altavoces comunitarios y estaciones de radio locales en Colombia, ver Saenz *et al.*, 2020).

3.6 EQUIDAD, DIVERSIDAD E INCLUSIÓN

Otro tema transversal puede etiquetarse como “equidad, diversidad e inclusión”. Utilizamos esta tripleta para cubrir cualquier tema que destaque estos y otros valores humanos relacionados, como la igualdad, la justicia social y racial, la emancipación social y la democracia, que también fueron mencionados por los encuestados (cf. Dobie y Sherin, 2021). En términos de objetivos educativos, algunos encuestados enfatizaron que la educación matemática debería ser para todos los estudiantes, incluidos aquellos que tienen necesidades especiales, que viven en la pobreza, que están aprendiendo el idioma de instrucción, que tienen antecedentes migratorios, que se consideran LGBTQ+, que tienen una historia traumática o violenta, o están marginados de alguna manera. Existe un amplio consenso de que todos deben tener acceso a una educación matemática de alta

calidad. Sin embargo, como señala Niral Shah (EE.UU.), se ha prestado poca atención a "cómo los fenómenos relacionados con los marcadores sociales (por ejemplo, raza, clase, género) interactúan con los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos".

En términos de enfoques de enseñanza, la educación matemática es caracterizada por algunos encuestados de países particulares como predominantemente un espacio en blanco donde algunos grupos se sienten o son excluidos (cf. Battey, 2013). Existe una preocupación general de que las prácticas actuales de enseñanza de matemáticas puedan perpetuar la desigualdad, en particular en la pandemia actual. En términos de evaluación, las matemáticas se usan o experimentan con demasiada frecuencia como un filtro en lugar de como un recurso poderoso (cf. Martin *et al.*, 2010). Steve Lerman (Reino Unido), indica que "comprender cómo las oportunidades educativas se distribuyen de manera desigual, y en particular cómo se manifiesta en cada extremo de cada aula, es un requisito previo para realizar cambios que puedan tener algún impacto en la redistribución". Por lo tanto, un objetivo clave de la investigación es comprender qué excluye a los estudiantes del aprendizaje de las matemáticas y qué haría que la educación matemática sea más inclusiva (cf. Roos, 2019). Y, ¿cómo es el desarrollo profesional de los docentes que promueve la equidad?

En 2020, muchos encuestados vieron reforzado su énfasis en la equidad y los valores relacionados en la pandemia actual con sus riesgos de una brecha digital, acceso desigual a una educación matemática de alta calidad y distribución injusta de los recursos. Un tema de investigación futuro relacionado es cómo se pueden remediar las llamadas brechas de rendimiento cada vez mayores (cf. Bawa, 2020). Sin embargo, también se formularon advertencias de que pensar en términos tan deficitarios puede perpetuar la desigualdad (cf. Svensson *et al.*, 2014). Una pregunta planteada por Dor Abrahamson (EE.UU.) es: "¿Qué papel podría desempeñar la tecnología digital, y en qué formas, en la restauración de la justicia y la celebración de la diversidad?"

3.7 AFECTO

Aunque enredado con otros temas, vale la pena destacar el afecto como un tema en sí mismo. Usamos el término afecto en un sentido amplio para señalar fenómenos psicológico-sociales como: la emoción, el amor, la creencia, las actitudes, el interés, la curiosidad, la diversión, el compromiso, la alegría, la participación, la motivación, la autoestima, la identidad, la ansiedad, la alienación y la sensación de seguridad (cf. Cobb *et al.*, 2009; Darragh, 2016; Hannula, 2019; Schukajlow *et al.*, 2017). Algunos encuestados enfatizaron la importancia de estudiar estos constructos en relación con (y no separados de) lo que se caracteriza como cognición. Otros señalaron que el afecto no es solo un fenómeno individual sino también social, al igual que el aprendizaje (cf. Chronaki, 2019; de Freitas *et al.*, 2019; Schindler y Bakker, 2020).

Entre los objetivos educativos de la educación matemática, varios participantes mencionaron la necesidad de generar y fomentar el interés por las matemáticas. En términos de enfoques, se puso énfasis en la necesidad de evitar la ansiedad y la alienación y de involucrar a los estudiantes en la actividad matemática.

En las respuestas de 2020, se puso más énfasis en la preocupación por la alienación que, parece ser de especial preocupación cuando los estudiantes están socialmente distanciados de sus compañeros y maestros en cuanto a cuando la enseñanza se lleva a cabo solo a través de la tecnología. Lo que se reiteró en estas respuestas fue la importancia del sentido de pertenencia de los estudiantes en un aula de matemáticas (cf. Horn, 2017), un tema estrechamente relacionado con el tema de equidad, diversidad e inclusión discutido anteriormente.

3.8 EVALUACIÓN

La evaluación y la acreditación no se mencionaron a menudo explícitamente, pero no parecen menos importantes que los otros temas relacionados. Un desafío clave es evaluar lo que valoramos en lugar de valorar lo que evaluamos. En investigaciones anteriores, la acreditación de estudiantes individuales ha recibido más atención, pero lo que parece descuidarse es la evaluación de los planes de estudio. Como escribió Chongyang Wang (China): “¿Cómo evaluar las reformas curriculares, cuando ponemos mucha energía en la reforma de nuestra educación y plan de estudios?, ¿imaginamos cómo garantizar que funcione y que se encuentren pruebas después de que se lleven a cabo los nuevos planes de estudio? ¿Cómo demostrar que las reformas funcionan e importan?” (cf. Shimizu y Vithal, 2019).

En las respuestas de 2020, se hizo hincapié en la evaluación a distancia. La educación a distancia generalmente se enfrenta al desafío de acreditar el trabajo de los estudiantes, tanto formativa como sumativa. Predecimos que la llamada evaluación electrónica, junto con sus desafíos de privacidad, generará mucho interés de investigación en el futuro cercano (cf. Bickerton y Sangwin, 2020).

4. LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN SÍ MISMA

Aunque solo preguntamos por temas futuros, varios encuestados hicieron comentarios interesantes sobre la investigación en educación matemática y sus conexiones con otras disciplinas y prácticas (como la práctica educativa, la política, los entornos domésticos). Hemos agrupado estas consideraciones bajo los subtítulos de teoría, metodología, reflexión sobre nuestra disciplina e interdisciplinariedad y transdisciplinariedad. Al igual que con la categorización anterior en temas, enfatizamos que estos cuatro tipos no son mutuamente excluyentes, ya que las consideraciones teóricas y metodológicas pueden estar intrincadamente entrelazadas (Radford, 2008).

4.1 TEORÍA

Varios encuestados expresaron su preocupación por la fragmentación y diversidad de las teorías utilizadas en la investigación en educación matemática (cf. Bickner-Ahsbahs y Prediger, 2014). Se planteó la pregunta de cómo los educadores de matemáticas pueden “trabajar juntos para obtener hallazgos válidos, confiables, replicables y útiles en nuestro campo” y “¿Cómo, como disciplina, podemos alentar la investigación sostenida sobre preguntas centrales utilizando perspectivas y métodos commensurables?” (Keith Weber, Estados Unidos). Uno de los deseos era “comparar perspectivas teóricas para el poder explicativo” (K. Subramaniam, India). Al mismo tiempo, se subrayó que “no podemos seguir pretendiendo que hay una sola cultura en el campo de la educación matemática, que todo marco teórico puede aplicarse en cualquier cultura y que los resultados son universales” (Mariolina Bartolini Bussi, Italia). Además, se expresó el deseo de profundizar nociones teóricas como alfabetismo numérico (numeracy), equidad y justicia a medida que se desarrollan en la educación matemática.

4.2 METODOLOGÍA

Se mencionaron diversos enfoques metodológicos como potencialmente útiles en la investigación de la educación matemática: estudios aleatorios, estudios experimentales, replicación, estudios de casos, etc. Se prestó especial atención a “metodologías complementarias que cierran la ‘brecha’ entre la investigación en educación matemática y la investigación en cognición matemática” (Christian Bokhove, Reino Unido), como, por ejemplo, se hizo en Gilmore *et al.* (2018). Además, se mencionaron enfoques que pretenden cerrar la llamada brecha entre la práctica educativa y la investigación, como el estudio de lecciones y la investigación de diseño. Por ejemplo, Kay Owens (Australia) señaló el desafío de estudiar el contexto cultural y la identidad: “Tal investigación requiere una metodología de investigación multifacética que puede necesitar ser desentrañada de nuestros enfoques cualitativos actuales (por ejemplo, etnográficos) y cuantitativos (pruebas de ‘papel y lápiz’ (incluida la computación)). La investigación de diseño puede proporcionar más posibilidades”.

Francisco Rojas (Chile) destacó la necesidad de una investigación más longitudinal y transversal, en particular en el contexto del desarrollo profesional docente:

No basta con investigar qué sucede en la formación docente pre-servicio, sino entender qué efectos tiene esta formación en los primeros años de la carrera profesional de los nuevos profesores de matemáticas, tanto en la educación primaria como en la secundaria. Por lo tanto, se requerirán estudios cada vez más longitudinales y transversales para comprender la complejidad de la práctica de los profesores de matemáticas, cómo evoluciona el conocimiento profesional que articula la práctica y qué efectos tiene la práctica de los profesores en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes.

4.3 REFLEXIÓN SOBRE NUESTRA DISCIPLINA

Se hicieron llamados a la reflexión crítica sobre nuestra disciplina. Un llamamiento anónimo fue a una mayor autocrítica y modestia científica: ¿La investigación está dando resultados, o está alejando a los buenos maestros de la enseñanza? ¿Investigamos principalmente para ayudar a mejorar la educación matemática o para comprender mejor los fenómenos? (cf. Proulx y Maheux, 2019) La esencia general de las respuestas fue un sincero deseo de ser de valor para el mundo y la educación matemática más específicamente y no solo hacer

“investigación por el bien de la investigación” (Zahra Gooya, Irán). David Bowers (EE.UU.) expresó varios puntos de vista que invitan a la reflexión sobre la naturaleza de nuestra disciplina, por ejemplo:

- Debemos normalizar (y esperar) la plena toma de los fundamentos filosóficos y teóricos de todo nuestro trabajo (incluso el trabajo que no se considera “filosófico”). No hacerlo conduce a análisis e implicaciones acríicas.
- Debemos desarrollar normas en las que se considere vergonzoso hacer una investigación “acrítica”.
- No existe tal cosa como “neutral”. Entre otras cosas, esto significa que deberíamos cultivar normas que reconozcan la naturaleza política inherente de todo trabajo, y normas que reconozcan cómo el trabajo superficialmente “neutral” tiende a empoderar al opresor.
- Debemos reconocer la existencia del privilegio, pero no atender a la fragilidad del privilegio.

En términos de lo que se estudia, algunos encuestados consideraron que en la investigación en educación matemática “la literatura se ha alejado de los objetivos originales de la educación matemática. Parece que hemos estado investigando todo menos el aprendizaje real de importantes temas matemáticos” (Lyn English, Australia). En términos de la naturaleza de nuestra disciplina, Taro Fujita (Reino Unido) argumentó que nuestra disciplina puede caracterizarse como una ciencia del diseño, con el diseño de entornos de aprendizaje matemático como el núcleo de las actividades de investigación (cf. Wittmann, 1995).

Una tensión que observamos en diferentes puntos de vista es la siguiente: Por un lado, la investigación en educación matemática tiene su origen en ayudar a los profesores a enseñar mejor determinados contenidos. La necesidad de la llamada investigación didáctica y temática no es menos importante hoy en día, pero tal vez menos de moda para financiar esquemas que promuevan la investigación innovadora y revolucionaria. Por otro lado, con el tiempo ha quedado claro que la educación matemática es un esfuerzo sociocultural y político multifacético bajo la influencia de diversos poderes locales y globales. Por lo tanto, no es sorprendente que el campo de la investigación en educación matemática se haya expandido para incluir una gama cada vez más amplia de temas que están en juego, como la marginación de grupos particulares. Por lo tanto, destacamos la respuesta de Niral Shah (EE.UU.) de que “históricamente, estos dominios de investigación [contenido específico vs sociopolítico] se han

desacoplado. El campo se acercaría más a la comprensión de las experiencias de los estudiantes si pudiéramos conectar estas líneas de investigación".

Otro tema reflexivo interesante fue planteado por Nouzha El Yacoubi (Marruecos): "¿Hasta qué punto podemos transponer preguntas de investigación de los países desarrollados a los países en desarrollo?" Como miembros del panel plenario en PME 2019 (por ejemplo, Kazima, 2019; Kim, 2019; Li, 2019) transmitir bien, adoptar intervenciones que tuvieron éxito en un lugar en otro lugar está lejos de ser trivial (cf. Gorard, 2020).

Juan L. Piñeiro (España en 2019, Chile en 2020) destacó que "los conceptos y procesos matemáticos tienen diferentes naturalezas. Por lo tanto, ¿se puede caracterizar utilizando las mismas herramientas teóricas y metodológicas?" En términos más generales, uno puede preguntarse si nuestras teorías y metodologías, a menudo tomadas de otras disciplinas, se adaptan bien a la ontología de nuestra propia disciplina. Parece que valdría la pena continuar una discusión iniciada por Niss (2019) sobre la naturaleza de nuestra disciplina, respondida por Bakker (2019) y Cai y Hwang (2019).

Una pregunta importante planteada en varios comentarios es cuán cercana debe estar la investigación a los planes de estudio existentes. Un encuestado (Benjamin Rott, Alemania) señaló que la investigación sobre el planteamiento de problemas a menudo "no encaja en los planes de estudio escolares. Esto hace que la aplicación de ideas y hallazgos de investigación sea problemática. Sin embargo, se podría argumentar que la investigación no siempre tiene que estar vinculada a los contextos educativos (locales) existentes. También puede ser inspirador, buscando principios de lo que es posible (y cómo) con una visión a más largo plazo sobre cómo los planes de estudio pueden cambiar en el futuro. Una opción es, como sugiere Simon Zell (Alemania), probar diseños que cubran un período de tiempo más largo de lo que normalmente se hace. Otra forma de unir estos dos extremos es "la colaboración entre profesores e investigadores en el diseño y la publicación de investigaciones" (K. Subramaniam, India), como se promueve facilitando a los profesores la realización de investigaciones de doctorado (Bakx *et al.*, 2016).

Uno de los profesores-investigadores que respondieron (Lonneke Boels, Países Bajos) expresó el deseo de que la investigación estuviera disponible "en una forma más accesible. Este deseo plantea las preguntas más generales de quién tiene la responsabilidad de hacer tal trabajo de traducción y cómo comunicarse con los no investigadores. ¿Necesitamos un tipo particular de investigación en

comunicación dentro de la educación matemática para aprender a transmitir ideas clave particulares o hallazgos sólidos? (cf. Bosch *et al.*, 2017)

4.4 INTERDISCIPLINARIEDAD Y TRANSDISCIPLINARIEDAD

Varios encuestados mencionaron disciplinas de las que la investigación en educación matemática puede aprender o con las que debería colaborar (cf. Suazo-Flores *et al.*, 2021). Algunos ejemplos son historia, matemáticas, filosofía, psicología, psicometría, pedagogía, ciencias de la educación, educación en valores (social, emocional), teoría de la raza, educación urbana, neurociencia / investigación cerebral, ciencia cognitiva y didáctica de la informática. "Un gran desafío aquí es cómo hacer que diversos expertos se acerquen y hablen entre sí de una manera productiva" (David Gómez, Chile)

Una de las disciplinas más frecuentemente mencionadas en relación con nuestro campo es la historia. Es una queja común en, por ejemplo, la historia de la medicina que los historiadores acusan a los expertos médicos de no conocer la investigación histórica y los expertos médicos acusan a los historiadores de no entender la disciplina médica lo suficientemente bien (Beckers y Beckers, 2019). Esta tensión plantea la cuestión de quién investiga y quién debe investigar sobre la historia de las matemáticas o de la educación matemática y con qué propósito.

Algunas respuestas van más allá de la interdisciplinariedad, porque resolver los problemas más grandes, como el cambio climático y una sociedad más equitativa, requiere la colaboración con no investigadores (transdisciplinariedad). Un ejemplo típico es la participación de la práctica y la política educativa en el mejoramiento de la educación matemática (por ejemplo, Potari *et al.*, 2019).

Terminemos esta sección con unas palabras de esperanza, de un encuestado anónimo: "Todavía creo (¿o espero?) que la pandemia, con este hecho explícito de las desigualdades, ayudaría a los educadores de matemáticas a analizar las desigualdades persistentes y sistémicas de manera más consistente en los próximos años. Haber aprendido tanto en el último año podría proporcionar una oportunidad para establecer una "nueva normalidad" más equitativa, en lugar de una reversión a la vieja normalidad, que preocupaba a un crítico".

5. LOS TEMAS EN SU COHERENCIA: UNA IMPRESIÓN ARTÍSTICA

Como se describió, identificamos ocho temas de investigación en educación matemática para el futuro, que discutimos uno por uno. La desventaja de esta discusión es que el enredo de los temas es de fondo. Para compensar ese inconveniente, aquí hacemos una breve interpretación del dibujo de la figura 1. Al hacerlo, invitamos a los lectores a usar su propia imaginación creativa y tal vez usar el dibujo para otros fines (por ejemplo, pregunte a los investigadores, estudiantes o maestros: ¿Dónde le gustaría estar en este paisaje? ¿Qué ideas matemáticas detecta?). El dibujo se centra principalmente en los temas que surgieron de la primera ronda de respuestas, pero también hace alusión a las experiencias de la época de la pandemia, por ejemplo, la educación a distancia. En el Apéndice 1, especificamos más detalles en el dibujo y proporcionamos un enlace a una imagen anotada (<https://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/28937/>).

El barco en el río tiene como objetivo representar enfoques de enseñanza. El dibujo a mano del barco insinúa la importancia del diseño educativo: se está elaborando un enfoque particular. En el barco, un maestro y los estudiantes trabajan juntos hacia objetivos educativos y sociales, más abajo del río. El puente de graduación es un objetivo educativo intermedio para aprobar, después del cual hay muchos caminos que conducen a otros objetivos, como la educación superior, la ciudadanía y el trabajo en la sociedad. También se muestran las relaciones con las prácticas fuera de la educación matemática. En la esquina inferior izquierda, la casa y los padres que trabajan y juegan con los niños representan el vínculo de la educación con la situación del hogar y la actividad de ocio.

El profesor, representado por el capitán en primer plano del barco, se dedica al desarrollo profesional, consultando un libro, pero también aprendiendo en la práctica (cf. Bakkenes *et al.*, 2010, sobre experimentación, uso de recursos, etc.). Además de la graduación, hay otros tipos de objetivos para maestros y estudiantes por igual, como la equidad, el afecto positivo y el uso fluido de la tecnología. Durante su viaje (y parcialmente en casa, que se muestra en la esquina inferior izquierda), los estudiantes aprenden a orientarse matemáticamente en el mundo (por ejemplo, árbol fractal, lago elíptico, una montaña parabólica y varios sólidos platónicos). En su camino hacia varios objetivos, tanto el maestro como los estudiantes usan tecnología particular (por ejemplo, brújula, binoculares, tableta, computadora portátil). La lupa (que representa la investigación) se acerca a la pantalla de una computadora portátil que retrata la educación a

distancia, insinuando el consenso de que la pandemia magnifica algunos problemas que la educación ya enfrentaba (por ejemplo, la brecha digital).

La equidad, la diversidad y la inclusión están representadas con el arco iris, que abarca todo. En el barco, los estudiantes reciben el mismo trato y la práctica de navegación es inclusiva en el sentido de que todos se desempeñan a su propio nivel, obteniendo el apoyo que necesitan mientras contribuyen significativamente a la actividad compartida. Esto es al menos lo que leemos en la imagen. El afecto es visible de varias maneras. En primer lugar, el clima representa estados de ánimo en general (lado lluvioso y oscuro a la izquierda; lado brillante soleado a la derecha). En segundo lugar, los estudiantes individuales (por ejemplo, en el nido del cuervo) están interesados, ansiosos y atentos a las cosas que surgen durante su viaje. Están motivados para participar en todo tipo de tareas (manejar las velas, jugar un juego de azar con un dado, hacer guardia en el nido del cuervo, etc.). En el puente, el orgullo y la felicidad de los graduados insinúan un afecto positivo como un objetivo educativo, pero también representan la parte del examen de la evaluación. La evaluación también ocurre en términos de controles y comentarios sobre el barco. Las dos personas al lado de la casa (una con una cámara, otra midiendo) pueden ser vistas como asesores o investigadores que observan y evalúan el progreso en el barco o el progreso del barco.

En términos generales, los tres tipos de barcos en el dibujo representan tres espacios diferentes, que Hannah Arendt (1958) caracterizaría como privados (bote doblado en papel cerca del niño y un pequeño bote de juguete junto a la niña con su padre en casa), público / político (barcos en el horizonte) y el espacio intermedio de la educación (el bote con el maestro y los estudiantes). Los estudiantes y el profesor en el barco ilustran la escuela como una forma pedagógica especial. Masschelein y Simons (2019) argumentan que la antigua idea griega detrás de la escuela ($\sigma\chi\omicron\lambda\eta$, scholè, tiempo libre) es que todos los estudiantes deben ser tratados como iguales y todos deben tener las mismas oportunidades. En la escuela, su descenso no importa. En la escuela, hay tiempo para estudiar, para cometer errores, sin tener que trabajar para ganarse la vida. En la escuela, aprenden a colaborar con otros de diversos orígenes, en preparación para la vida futura en el espacio público. Uno de los desafíos de la situación de confinamiento como consecuencia de la pandemia es cómo organizar este espacio intermedio de una manera que mantenga su forma pedagógica especial.

6. RETOS DE INVESTIGACIÓN

Basándonos en los ocho temas y consideraciones sobre la investigación en educación matemática en sí, formulamos un conjunto de desafíos de investigación que nos parecen merecedores de una mayor discusión (cf. Stephan *et al.*, 2015). No pretendemos sugerir que estos son más importantes que otros o que algunos otros temas son menos dignos de investigación, ni sugerimos que impliquen una agenda de investigación (cf. English, 2008).

6.1 ALINEAR NUEVOS OBJETIVOS, CURRÍCULOS Y ENFOQUES DE ENSEÑANZA

Parece haber relativamente poca atención dentro de la investigación de educación matemática para cuestiones curriculares, incluidos temas como objetivos de aprendizaje, estándares curriculares, programas de estudios, progresiones de aprendizaje, análisis de libros de texto, coherencia curricular y alineación con otros planes de estudio. Sin embargo, creemos que nosotros, como investigadores de educación matemática, debemos preocuparnos por estos temas, ya que no necesariamente están cubiertos por otras disciplinas. Por ejemplo, a juzgar por la queja de Deng (2018) sobre las tendencias en la disciplina de los estudios curriculares, no podemos asumir que los académicos en ese campo aborden cuestiones específicas del currículo centrado en las matemáticas (por ejemplo, el *Journal of Curriculum Studies* y *Curriculum Inquiry* han publicado solo un número limitado de estudios sobre currículos de matemáticas).

Las metas de aprendizaje forman un elemento importante de los currículos o estándares. Es relativamente fácil formular objetivos importantes en términos generales (por ejemplo, pensamiento crítico o resolución de problemas). Como ejemplo específico, considere el planteamiento de problemas matemáticos (Cai y Leikin, 2020), que los estándares curriculares han señalado específicamente como un objetivo educativo importante: desarrollar las habilidades de los estudiantes para plantear problemas. Los estudiantes deben tener la oportunidad de formular sus propios problemas basados en situaciones. Sin embargo, hay pocas actividades para plantear problemas en los libros de texto de matemáticas actuales y en la instrucción en el aula (Cai y Jiang, 2017). Se puede hacer una observación similar sobre la resolución de problemas en los libros de texto de primaria holandeses (Kolovou *et al.*, 2009). Por lo tanto, existe la necesidad de que los investigadores y educadores alineen el planteamiento de problemas en los estándares curriculares, los libros de texto, la instrucción en el aula y el aprendizaje de los estudiantes.

El desafío que vemos para los investigadores de educación matemática es colaborar con académicos de otras disciplinas (interdisciplinariedad) y con no investigadores (transdisciplinariedad) para descubrir cómo se pueden configurar los objetivos sociales y educativos deseados en la educación matemática. Nuestra disciplina ha desarrollado varios enfoques metodológicos que pueden ayudar a formular objetivos de aprendizaje y acompañar los enfoques de enseñanza (cf. Van den Heuvel Panhuizen, 2005), incluidos los análisis epistemológicos (Sierpínska, 1990), la fenomenología histórica y didáctica (Bakker y Gravemeijer, 2006; Freudenthal, 1986), y estudios en el lugar de trabajo (Bessot y Ridgway, 2000; Hoyles y otros, 2001). Sin embargo, ¿cómo deberían sopesarse los resultados de tales enfoques de investigación entre sí y combinarse para formular objetivos de aprendizaje para un currículo equilibrado y coherente? ¿Cuál es el papel de los investigadores de educación matemática en relación con los docentes, los responsables políticos y otras partes interesadas (Potari *et al.*, 2019)? En nuestra disciplina, parece que carecemos de una forma basada en la investigación de llegar a la formulación de objetivos educativos adecuados sin sobrecargar los planes de estudio.

6.2 INVESTIGACIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN TODOS LOS CONTEXTOS

Aunque metodológica y teóricamente desafiante, es de gran importancia estudiar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en todos los contextos. Después de todo, los estudiantes no solo aprenden en la escuela; también pueden participar en entornos informales (Nemirovsky *et al.*, 2017), foros en línea o redes de afinidad (Ito *et al.*, 2018) donde pueden compartir, por ejemplo, memes matemáticos (Bini *et al.*, 2020). Además, los maestros no son los únicos que enseñan matemáticas: tutores privados, amigos, padres, hermanos u otros familiares también pueden participar en ayudar a los niños con sus matemáticas. El aprendizaje de las matemáticas también podría situarse en las calles o en museos, hogares y otros entornos informales. Esto ya se reconocía antes de 2020, pero la pandemia ha alejado a los estudiantes y maestros de las ubicaciones típicas de las escuelas centrales y, por lo tanto, ha cambiado la distribución del trabajo.

En particular, los espacios físicos y virtuales de aprendizaje se han reconfigurado debido a la pandemia. Los problemas de tiempo también funcionan de manera diferente en línea, por ejemplo, si los estudiantes pueden ver conferencias o videos en línea cuando lo deseen (de forma asincrónica). Tales reconfiguraciones del espacio y el tiempo también tienen un efecto en el ritmo de la educación y, por lo tanto, en los niveles de energía de las personas (cf. Lefebvre, 2004).

Más específicamente, la configuración de la situación ha afectado los niveles de motivación y concentración de muchos estudiantes (por ejemplo, Meeter *et al.*, 2020). Como reconocieron Engelbrecht *et al.* (2020), la pandemia ha cambiado drásticamente el modelo de enseñanza y aprendizaje tal como lo conocíamos. Es muy posible que algunas teorías existentes sobre la enseñanza y el aprendizaje ya no se apliquen de la misma manera. Una pregunta interesante es si y cómo se pueden ajustar los marcos teóricos existentes o si es necesario desarrollar nuevas orientaciones teóricas para comprender mejor y promover formas productivas de enseñanza combinada o en línea, en todos los contextos.

6.3 FOCALIZACIÓN EN EL DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

El desarrollo profesional de los docentes y formadores de docentes se destaca de la encuesta por necesitar una inversión seria. ¿Cómo pueden los maestros estar preparados para lo impredecible, tanto en términos de creencias como de acciones? Durante la pandemia, los docentes han estado bajo una enorme presión para tomar decisiones rápidas al rediseñar sus cursos, aprender a usar nuevas herramientas tecnológicas, inventar formas creativas de evaluación y hacer lo que estaba dentro de su capacidad para brindar oportunidades a sus estudiantes para aprender matemáticas, incluso si las herramientas tecnológicas eran limitadas (por ejemplo, si los estudiantes tenían poca o ninguna computadora o acceso a Internet en casa). La presión requirió tanto adaptación emocional como ajuste instruccional. Los profesores necesitaban rápidamente encontrar información útil, lo que plantea preguntas sobre la accesibilidad de los conocimientos de investigación. Dada la nueva situación, los recursos limitados y el desarrollo incierto de la educación después de los confinamientos, será necesario prestar mucha atención al desarrollo profesional de los docentes en temas necesarios y útiles. En particular, existe la necesidad de estudios longitudinales para investigar cómo el aprendizaje de los docentes afecta realmente la instrucción en el aula de los profesores y el aprendizaje de los estudiantes.

Los encuestados se refirieron principalmente a los maestros como maestros de matemáticas de escuelas K-12, pero algunos también destacaron la importancia de los formadores de maestros de matemáticas (MTE por sus siglas en inglés). Además de realizar investigaciones en educación matemática, los MTE están actuando tanto en el papel de formadores de docentes como de profesores de matemáticas. Ha habido una mayor investigación sobre las MTE que requieren desarrollo profesional (Goos y Beswick, 2021). Dentro del campo de la

educación matemática, existe una necesidad e interés emergentes en cómo los propios formadores de profesores de matemáticas aprenden y se desarrollan. De hecho, la situación cambiante también brinda la oportunidad de examinar nuestras formas habituales de pensar y tomar conciencia de lo que Jullien (2018) llama el “no pensamiento”: ¿Qué es lo que nosotros, como educadores e investigadores, no hemos visto o pensado tanto que la repentina reconfiguración de la educación nos obliga a reflexionar?

6.4 USO DE RECURSOS DE BAJA TECNOLOGÍA

Las líneas particulares de investigación se centran en herramientas innovadoras y sus aplicaciones en educación, incluso si en ese momento son demasiado caras (incluso demasiado intensivas en mano de obra) para usarlas a gran escala. Estos estudios orientados al futuro pueden ser muy interesantes dados los rápidos avances tecnológicos, y atractivos para los organismos de financiación centrados en la innovación. La tecnología digital se ha vuelto omnipresente, tanto en las escuelas como en la vida cotidiana, y ya hay un cuerpo significativo de trabajo que capitaliza aspectos de la tecnología para la investigación y la práctica en la educación matemática.

Sin embargo, como indicaron Cai *et al.* (2020), la tecnología avanza tan rápidamente que abordar los problemas de investigación puede no depender tanto del desarrollo de una nueva capacidad tecnológica como de ayudar a los investigadores y profesionales a aprender sobre nuevas tecnologías e imaginar formas efectivas de usarlas. Además, dados los millones de estudiantes en áreas rurales que durante la pandemia solo han tenido acceso a recursos de baja tecnología como podcasts, radio, televisión y quizás WhatsApp a través de los teléfonos de sus padres, nos gustaría ver más investigación sobre cómo se ve el aprendizaje, la enseñanza y la evaluación de las matemáticas a través de herramientas limitadas como WhatsApp o WeChat y cómo se pueden mejorar. De hecho, en China, se ha desarrollado una serie de mini lecciones basadas en WeChat y se han impartido a través de la función de video WeChat durante la pandemia. Incluso cuando la pandemia está bajo control, las mini lecciones todavía se desarrollan y circulan a través de WeChat. Por lo tanto, creemos que es importante estudiar el uso y la influencia de los recursos de baja tecnología en la educación matemática.

6.5 MANTENERSE EN CONTACTO EN LÍNEA

Con la mayoría de los estudiantes aprendiendo en casa, un gran desafío continuo para todos ha sido cómo mantenerse en contacto entre sí y con las matemáticas. Con la interacción social, sin atención conjunta en el mismo espacio físico y al mismo tiempo, y con el colectivo solo mediado por la tecnología, convertirse y mantenerse motivado para aprender ha sido un desafío ampliamente sentido. En general, se espera que, en los niveles superiores de educación, se incorporen más elementos de aprendizaje combinado o a distancia en la educación. Se requiere una investigación cuidadosa sobre los aspectos afectivos, encarnados y colectivos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas para superar eventualmente la distancia y la alienación tan ampliamente experimentadas en la educación en línea. Es decir, no solo necesitamos repensar las interacciones sociales entre estudiantes y/o maestros en diferentes entornos, sino que también debemos repensar cómo involucrar y motivar a los estudiantes en entornos en línea.

6.6 ESTUDIAR Y MEJORAR LA EQUIDAD SIN PERPETUAR LA DESIGUALDAD

Varios colegas han advertido, hace tiempo, que un riesgo de estudiar las brechas de rendimiento, las diferencias entre los grupos mayoritarios y minoritarios, etc., es que puede, también, perpetuar la desigualdad. Es cierto que identificar la injusticia y la necesidad de invertir en partes particulares menos privilegiadas de la educación es necesario para redirigir la atención de los responsables políticos y los docentes y obtener financiación. Sin embargo, ¿cómo se pueden reorientar los recursos sin estigmatizar? Por ejemplo, Svensson *et al.* (2014) señalaron que los resultados de la investigación pueden alimentar debates políticos sobre grupos de personas (por ejemplo, padres con antecedentes migratorios), que luego pueden sentirse inseguros acerca de sus propias capacidades. Un desafío que vemos es identificar y comprender situaciones problemáticas sin legitimar estereotipos problemáticos (Hilt, 2015).

Además, el campo de la investigación en educación matemática no tiene una conceptualización consistente de la equidad. También parece haber diferencias regionales: nos llamó la atención que la equidad es el término más común en las respuestas de las Américas, mientras que la inclusión y la diversidad se mencionaron con mayor frecuencia en las respuestas europeas. Las investigaciones futuras deberán centrarse tanto en la conceptualización de la equidad como en la mejora de la equidad y los valores relacionados, como la inclusión.

6.7 EVALUACIÓN EN LÍNEA

Un desafío clave es cómo evaluar en línea y hacerlo de manera más efectiva. Este desafío está relacionado con cuestiones de privacidad, ética y rendimiento. Está claro que la evaluación en línea puede tener ventajas significativas para evaluar el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes, como una mayor flexibilidad en la toma de exámenes y una puntuación rápida. Sin embargo, algunos maestros se han enfrentado a problemas de privacidad, y también tenemos la impresión de que en un entorno en línea es aún más difícil evaluar con éxito lo que valoramos en lugar de simplemente evaluar lo que es relativamente fácil de evaluar. En particular, debemos investigar sistemáticamente cualquier posible efecto de la administración de evaluaciones en línea, ya que los investigadores han encontrado un efecto diferencial de esta frente a la evaluación en papel y lápiz (Backes y Cowan, 2019). Lo que además merece una cuidadosa atención ética es lo que sucede con los datos analíticos de aprendizaje que pueden y se recopilan cuando los estudiantes trabajan en línea.

6.8 HACER Y PUBLICAR INVESTIGACIONES INTERDISCIPLINARIAS

Al analizar las respuestas, nos sorprendió una discrepancia entre lo que les importa a los encuestados y lo que normalmente se investiga y publica en nuestras revistas mono-disciplinarias. La mayoría de los desafíos mencionados en esta sección requieren enfoques interdisciplinarios o incluso transdisciplinarios (véase también Burkhardt, 2019).

Una pregunta clave general es: ¿Qué papel juega la investigación en educación matemática para abordar los desafíos más grandes y generales mencionados por nuestros encuestados? La importancia de la interdisciplinariedad también plantea una pregunta sobre el alcance de las revistas que se centran en la investigación en educación matemática. ¿Necesitamos ampliar el alcance de las revistas mono-disciplinarias para que puedan publicar investigaciones importantes que combinen la investigación en educación matemática con otra perspectiva disciplinaria? Como editores, vemos un lugar para los estudios interdisciplinarios siempre y cuando haya un ancla fuerte en la investigación de la educación matemática. De hecho, hay estudiosos que no se identifican como investigadores de educación matemática pero que actualmente están haciendo un trabajo de alta calidad relacionado con la educación matemática en campos como la psicología educativa y las ciencias cognitivas y del aprendizaje. Alentar la presentación de informes de investigación

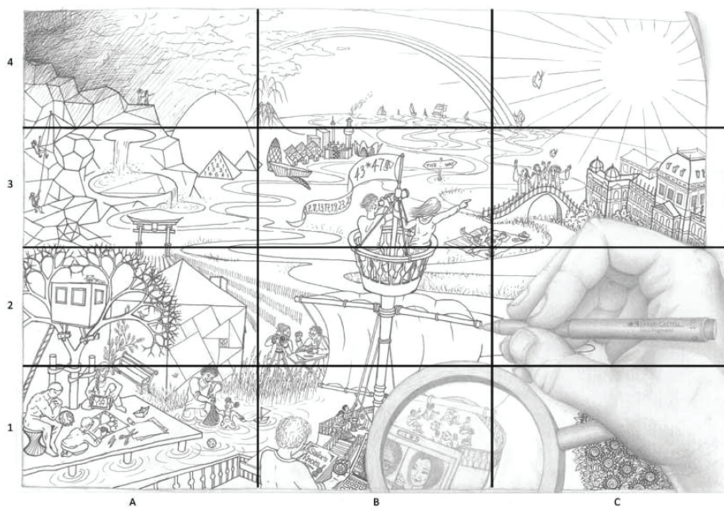
de educación matemática de alta calidad de un espectro más amplio de investigadores serviría para aumentar el impacto de las revistas del tema en el ámbito educativo más amplio. Esto, a su vez, serviría para fomentar una mayor colaboración en torno a cuestiones de educación matemática de diversas disciplinas. En última instancia, las revistas de investigación en educación matemática podrían actuar como un centro de colaboración interdisciplinaria para abordar las preguntas apremiantes de cómo se aprenden y enseñan las matemáticas.

7. OBSERVACIONES FINALES

En este documento, basado en una encuesta realizada antes y durante la pandemia, hemos examinado cómo los académicos en el campo de la educación matemática ven el futuro de la investigación en educación matemática. Por un lado, no hay grandes sorpresas sobre las áreas en las que debemos centrarnos en el futuro; Los temas no son nuevos. Por otro lado, las respuestas también muestran que las áreas que hemos destacado aún persisten y necesitan más investigación (cf. OCDE, 2020). Pero, hay algunas áreas, basadas tanto en las respuestas de los académicos como en nuestras propias discusiones y puntos de vista, que se destacan por requerir más atención. Por ejemplo, esperamos que los resultados de esta encuesta sirvan para impulsar la conversación sobre la investigación en educación matemática con respecto a la evaluación en línea y las consideraciones pedagógicas para la enseñanza virtual.

Los resultados de la encuesta están limitados de dos maneras. El conjunto de encuestados probablemente no sea representativo de todos los investigadores de educación matemática en el mundo. En ese sentido, tal vez los académicos de cada país podrían usar las mismas preguntas de la encuesta para encuestar muestras representativas dentro de cada país para comprender cómo los académicos de ese país ven la investigación futura con respecto a las necesidades regionales. La segunda limitación está relacionada con el hecho de que la educación matemática es un campo muy dependiente culturalmente. Las diferencias culturales en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas están bien documentadas. Dado el pequeño número de respuestas de algunos continentes, no desglosamos el análisis para la comparación regional. Muestras representativas de cada país nos ayudarían a ver cómo los académicos de diferentes países ven la investigación en educación matemática, agregarían otra capa de ideas sobre la investigación en educación matemática para complementar los resultados de la encuesta presentada aquí. Sin embargo, esperamos sinceramente que los resultados de las encuestas sirvan como punto de discusión para que el campo de la educación matemática busque la mejora continua.

APÉNDICE 1: EXPLICACIÓN DE LA FIGURA 1



Hemos dividido la figura 1 de cada 12 rectángulos llamados A1 (abajo a la izquierda) hasta C4 (arriba a la derecha) para explicar los detalles (para la anotación de la imagen, vaya a <https://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/en/28937>)

4	<ul style="list-style-type: none"> - Nubes oscuras: Afecto negativo - Parábola montaña 	<ul style="list-style-type: none"> Arco iris: equidad, diversidad, inclusión Naves en la distancia Volcán Bell Curve 	<ul style="list-style-type: none"> Sol: afecto positivo, fuente de energía
3	<ul style="list-style-type: none"> - Pirámides, una con el triángulo de Pascal - Lago elíptico con triángulo - Templo sintoísta parecido a Pi - Sólidos platónicos - Escaladores: ambición, curiosidad 	<ul style="list-style-type: none"> - Gherkin (Londres) - Museo de ciencias NEMO (Ámsterdam) - Casas cubo (Rotterdam) - Incineración de residuos de Hundertwasser (Viena) - Los Manantiales restaurant (Mexico City) - El letrero "de esta manera" que señala dos direcciones significa el desafío para que los estudiantes encuentren su camino en la sociedad - Serie de números primos. $43 \cdot 47 = 2021$, el año en que Lizzy Angerer hizo este dibujo - Estudiantes en el nido del cuervo: interés, atención, anticipación, uso de la tecnología - La escena del picnic se refiere al video Powers of Ten (Eames y Eames, 1977) 	<ul style="list-style-type: none"> - Puente con graduados felices con sus diplomas - Edificio de la Universidad de Viena que representa la educación superior

- | | | | |
|---|---|--|--|
| 2 | <ul style="list-style-type: none">- Árbol fractal- Teorema de Pitágoras en la pared de la casa | <ul style="list-style-type: none">- Dama con cámara y hombre midiendo, grabando y discutiendo: investigación y evaluación | La mano de dibujo representa el diseño (inspirado en la litografía de manos de dibujo de M. C. Escher de 1948) |
| 1 | <p>Configuración del hogar:</p> <ul style="list-style-type: none">- El pensador de Rodin sentado en un taburete hiperboloide, reflexionando sobre cómo salvar el tierra- Niño dibujando el árbol fractal; Madre que brinda apoyo con una tableta que muestra el fractal- Barco plegado de papel- Tiras de Möbius como andamios para el árbol- Fútbol (esfera)- Ondas en el agua que conectan la escena del hogar con el barco de enseñanza | <p>Entorno escolar:</p> <ul style="list-style-type: none">- Pequeño bote de juguete para niños en el río- Barco más grande con estudiantes y un profesor- Tecnología: brújula, ordenador portátil (educación a distancia)- La lupa representa la investigación sobre el aprendizaje en línea y fuera de línea- Estudiantes en círculo lanzando dados (aprendiendo sobre probabilidad)- Profesor con libro: autodesarrollo profesional | Girasoles que insinúan la secuencia de Fibonacci y la espiral de Fermat, y la cultura / arte (por ejemplo, Van Gogh) |
-

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Anna Sfard por su consejo sobre la encuesta, basada en su propia encuesta publicada en Sfard (2005). Estamos agradecidos por la cuidadosa edición de Stephen Hwang para una versión anterior del manuscrito. Gracias también a Elisabeth Angerer, Elske de Waal, Paul Ernest, Vilma Mesa, Michelle Stephan, David Wagner y revisores anónimos por sus comentarios sobre borradores anteriores.

DECLARACIONES

De acuerdo con las directrices del Código de Ética de Publicación (COPE), observamos que el proceso de revisión de este artículo fue cegado a los autores.

Acceso abierto. Este artículo está licenciado bajo una licencia Creative Commons Atribución 4.0 internacional, que permite el uso, intercambio, adaptación, distribución y reproducción en cualquier medio o formato, siempre y cuando otorgue el crédito apropiado al autor original (s) y la fuente, proporcione un enlace a la

licencia Creative Commons e indique si se realizaron cambios. Las imágenes u otro material de terceros en este artículo se incluyen en la licencia Creative Commons del artículo, a menos que se indique lo contrario en una línea de crédito para el material. Si el material no está incluido en la licencia Creative Commons del artículo y su uso previsto no está permitido por la regulación legal o excede el uso permitido, deberá obtener permiso directamente del titular de los derechos de autor. Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

REFERENCIAS

- Akkerman, S. F., y Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational Research*, 81(2), 132–169. <https://doi.org/10.3102/0034654311404435>
- Arendt, H. (1958/1998). *The human condition* (2nd ed.). University of Chicago Press.
- Backes, B., y Cowan, J. (2019). Is the pen mightier than the keyboard? The effect of online testing on measured student achievement. *Economics of Education Review*, 68, 89–103. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2018.12.007>
- Bakkenes, I., Vermunt, J. D., y Wubbels, T. (2010). Teacher learning in the context of educational innovation: Learning activities and learning outcomes of experienced teachers. *Learning and Instruction*, 20(6), 533–548. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.09.001>
- Bakker, A. (2019). What is worth publishing? A response to Niss. *For the Learning of Mathematics*, 39(3), 43–45.
- Bakker, A., y Gravemeijer, K. P. (2006). An historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 149–168. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-7099-8>
- Bakx, A., Bakker, A., Koopman, M., y Beijaard, D. (2016). Boundary crossing by science teacher researchers in a PhD program. *Teaching and Teacher Education*, 60, 76–87. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.08.003>
- Bathey, D. (2013). Access to mathematics: "A possessive investment in whiteness". *Curriculum Inquiry*, 43(3), 332–359.
- Bawa, P. (2020). Learning in the age of SARS-COV-2: A quantitative study of learners' performance in the age of emergency remote teaching. *Computers and Education Open*, 1, 100016. <https://doi.org/10.1016/j.caeo.2020.100016>
- Beckers, D., y Beckers, A. (2019). 'Newton was heel exact wetenschappelijk – ook in zijn chemische werk'. *Nederlandse wetenschapsgeschiedenis in niet-wetenschapshistorische tijdschriften, 1977–2017. Studium*, 12(4), 185–197. <https://doi.org/10.18352/studium.10203>
- Bessot, A., y Ridgway, J. (Eds.). (2000). *Education for mathematics in the workplace*. Springer.

- Bickerton, R. T., y Sangwin, C. (2020). Practical online assessment of mathematical proof. arXiv preprint: 2006.01581. <https://arxiv.org/pdf/2006.01581.pdf>.
- Bikner-Ahsbabs, A., y Prediger, S. (Eds.). (2014). *Networking of theories as a research practice in mathematics education*. Springer.
- Bini, G., Robutti, O., y Bikner-Ahsbabs, A. (2020). Maths in the time of social media: Conceptualizing the Internet phenomenon of mathematical memes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–40. <https://doi.org/10.1080/0020739x.2020.1807069>
- Bosch, M., Dreyfus, T., Primi, C., y Shiel, G. (2017, February). Solid findings in mathematics education: What are they and what are they good for? CERME 10. Ireland: Dublin <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01849607>
- Bowker, G. C., y Star, S. L. (2000). *Sorting things out: Classification and its consequences*. MIT Press. <https://doi.org/10.7551/mitpress/6352.001.0001>
- Burkhardt, H. (2019). Improving policy and practice. *Educational Designer*, 3(12) <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume3/issue12/article46/>
- Cai, J., y Hwang, S. (2019). Constructing and employing theoretical frameworks in (mathematics) education research. *For the Learning of Mathematics*, 39(3), 44–47.
- Cai, J., y Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and U.S. elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521–1540. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>
- Cai, J., y Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 287–301. <https://doi.org/10.1007/s10649020-10008-x>
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., ... Hiebert, J. (2020). Improving the impact of research on practice: Capitalizing on technological advances for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(5), 518–529 <https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/51/5/article-p518.xml>
- Chronaki, A. (2019). Affective bodying of mathematics, children and difference: Choreographing ‘sad affects’ as affirmative politics in early mathematics teacher education. *ZDM-Mathematics Education*, 51(2), 319–330. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01045-9>
- Civil, M., y Bernier, E. (2006). Exploring images of parental participation in mathematics education: Challenges and possibilities. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(3), 309–330. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0803_6
- Cobb, P., Gresalfi, M., y Hodge, L. L. (2009). An interpretive scheme for analyzing the identities that students develop in mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(1), 40–68 <https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/40/1/article-p40.xml>
- Darragh, L. (2016). Identity research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 93(1), 19–33. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9696-5>

- de Abreu, G., Bishop, A., y Presmeg, N. C. (Eds.). (2006). *Transitions between contexts of mathematical practices*. Kluwer.
- de Freitas, E., Ferrara, F., y Ferrari, G. (2019). The coordinated movements of collaborative mathematical tasks: The role of affect in transindividual sympathy. *ZDM-Mathematics Education*, 51(2), 305–318. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-1007-4>
- Deng, Z. (2018). Contemporary curriculum theorizing: Crisis and resolution. *Journal of Curriculum Studies*, 50(6), 691–710. <https://doi.org/10.1080/00220272.2018.1537376>
- Dobie, T. E., y Sherin, B. (2021). The language of mathematics teaching: A text mining approach to explore the zeitgeist of US mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 107, 159–188. <https://doi.org/10.1007/s10649020-10019-8>
- Eames, C., y Eames, R. (1977). Powers of Ten [Film]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0>
- Engelbrecht, J., Borba, M. C., Llinares, S., y Kaiser, G. (2020). Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? *ZDM-Mathematics Education*, 52(5), 821–824. <https://doi.org/10.1007/s11858020-01185-3>
- English, L. (2008). Setting an agenda for international research in mathematics education. En L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 3–19). Routledge.
- Ernest, P. (2020). Unpicking the meaning of the deceptive mathematics behind the COVID alert levels. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 36 <http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome36/index.html>
- Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Springer.
- Gilmore, C., Göbel, S. M., y Inglis, M. (2018). *An introduction to mathematical cognition*. Routledge.
- Goos, M., y Beswick, K. (Eds.). (2021). *The learning and development of mathematics teacher educators: International perspectives and challenges*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8>
- Garard, S. (Ed.). (2020). *Getting evidence into education. Evaluating the routes to policy and practice*. Routledge.
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F.-L., y Ohtani, M. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 105–123. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6>
- Hannula, M. S. (2019). Young learners' mathematics-related affect: A commentary on concepts, methods, and developmental trends. *Educational Studies in Mathematics*, 100(3), 309–316. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9865-9>
- Hilt, L. T. (2015). Included as excluded and excluded as included: Minority language pupils in Norwegian inclusion policy. *International Journal of Inclusive Education*, 19(2), 165–182.

- Hodgen, J., Taylor, B., Jacques, L., Tereshchenko, A., Kwok, R., y Cockerill, M. (2020). Remote mathematics teaching during COVID-19: Intentions, practices and equity. UCL Institute of Education <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/10110311/>
- Horn, I. S. (2017). *Motivated: Designing math classrooms where students want to join in*. Heinemann.
- Hoyles, C., Noss, R., y Pozzi, S. (2001). Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(1), 4–27. <https://doi.org/10.2307/749619>
- Ito, M., Martin, C., Pfister, R. C., Rafalow, M. H., Salen, K., y Wortman, A. (2018). *Affinity online: How connection and shared interest fuel learning*. NYU Press.
- Jackson, K. (2011). Approaching participation in school-based mathematics as a cross-setting phenomenon. *The Journal of the Learning Sciences*, 20(1), 111–150. <https://doi.org/10.1080/10508406.2011.528319>
- Jansen, A., Herbel-Eisenmann, B., y Smith III, J. P. (2012). Detecting students' experiences of discontinuities between middle school and high school mathematics programs: Learning during boundary crossing. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(4), 285–309. <https://doi.org/10.1080/10986065.2012.717379>
- Johnson, L. F., Smith, R. S., Smythe, J. T., y Varon, R. K. (2009). Challenge-based learning: An approach for our time (pp. 1–38). The New Media Consortium <https://www.learnlib.org/p/182083>
- Jullien, F. (2018). *Living off landscape: Or the unthought-of in reason*. Rowman y Littlefield.
- Kazima, M. (2019). What is proven to work in successful countries should be implemented in other countries: The case of Malawi and Zambia. En M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien, y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 73–78). PME.
- Kim, H. (2019). Ask again, “why should we implement what works in successful countries?” En M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien, y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 79–82). PME.
- Kolovou, A., Van Den Heuvel-Panhuizen, M., y Bakker, A. (2009). Non-routine problem solving tasks in primary school mathematics textbooks—a needle in a haystack. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 8(2), 29–66.
- Kwon, O. N., Han, C., Lee, C., Lee, K., Kim, K., Jo, G., y Yoon, G. (2021). Graphs in the COVID-19 news: A mathematics audit of newspapers in Korea. *Educational Studies in Mathematics*, 108, 183–200. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10029-0>
- Lefebvre, H. (2004). *Rhythmanalysis: Space, time and everyday life* (Original 1992; Translation by S. Elden y G. Moore). Bloomsbury Academic. <https://doi.org/10.5040/9781472547385>.
- Li, Y. (2019). Should what works in successful countries be implemented in other countries? En M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien, y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 67–72). PME.

- Martin, D., Gholson, M., y Leonard, J. (2010). Mathematics as gatekeeper: Power and privilege in the production of power. *Journal of Urban Mathematics Education*, 3(2), 12–24.
- Masschelein, J., y Simons, M. (2019). Bringing more 'school' into our educational institutions. Reclaiming school as pedagogic form. En A. Bikner-Ahsbahs y M. Peters (Eds.), *Unterrichtsentwicklung macht Schule* (pp. 11–26). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-20487-7_2
- Meeter, M., Bele, T., den Hartogh, C., Bakker, T., de Vries, R. E., y Plak, S. (2020). College students' motivation and study results after COVID-19 stay-at-home orders. <https://psyarxiv.com>.
- Nemirovsky, R., Kelton, M. L., y Civil, M. (2017). Toward a vibrant and socially significant informal mathematics education. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 968– 979). National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M. (2019). The very multi-faceted nature of mathematics education research. *For the Learning of Mathematics*, 39(2), 2–7.
- OECD. (2020). Back to the Future of Education: Four OECD Scenarios for Schooling. Educational Research and Innovation. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/20769679>
- Potari, D., Psycharis, G., Sakonidis, C., y Zachariades, T. (2019). Collaborative design of a reform-oriented mathematics curriculum: Contradictions and boundaries across teaching, research, and policy. *Educational Studies in Mathematics*, 102(3), 417–434. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9834-3>
- Proulx, J., y Maheux, J. F. (2019). Effect sizes, epistemological issues, and identity of mathematics education research: A commentary on editorial 102(1). *Educational Studies in Mathematics*, 102(2), 299–302. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09913-7>
- Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: An ideology, A way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 25–41. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9854-z>
- Saenz, M., Medina, A., y Urbine Holguin, B. (2020). Colombia: La prender al onda (to turn on the wave). Education continuity stories series. OECD Publishing <https://oecdeditoday.com/wp-content/uploads/2020/12/Colombia-a-prender-la-onda.pdf>
- Schindler, M., y Bakker, A. (2020). Affective field during collaborative problem posing and problem solving: A case study. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 303–324. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09973-0>
- Schoenfeld, A. H. (1999). Looking toward the 21st century: Challenges of educational theory and practice. *Educational Researcher*, 28(7), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189x028007004>
- Schukajlow, S., Rakoczy, K., y Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: Theoretical considerations and empirical contributions. *ZDM-Mathematics Education*, 49(3), 307–322. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6>
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research? *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 393–413. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-4818-5>

- Shimizu, Y., y Vithal, R. (Eds.). (2019). ICMI Study 24 Conference Proceedings. School mathematics curriculum reforms: Challenges, changes and opportunities. ICMI: University of Tsukuba y ICMI [http:// www.human.tsukuba.ac.jp/~icmi24/](http://www.human.tsukuba.ac.jp/~icmi24/)
- Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 10(3), 24–41.
- Stephan, M. L., Chval, K. B., Wanko, J. J., Civil, M., Fish, M. C., Herbel-Eisenmann, B., ... Wilkerson, T. L. (2015). Grand challenges and opportunities in mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(2), 134–146. <https://doi.org/10.5951/jresemathe-duc.46.2.0134>
- Suazo-Flores, E., Alyami, H., Walker, W. S., Aqazade, M., y Kastberg, S. E. (2021). A call for exploring mathematics education researchers' interdisciplinary research practices. *Mathematics Education Research Journal*, 1–10. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00371-0>
- Svensson, P., Meaney, T., y Norén, E. (2014). Immigrant students' perceptions of their possibilities to learn mathematics: The case of homework. *For the Learning of Mathematics*, 34(3), 32–37.
- UNESCO. (2015). Teacher policy development guide. UNESCO, International Task Force on Teachers for Education 2030. https://teachertaskforce.org/sites/default/files/2020-09/370966eng_0_1.pdf.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). Can scientific research answer the 'what' question of mathematics education? *Cambridge Journal of Education*, 35(1), 35–53. <https://doi.org/10.1080/0305764042000332489>
- Wittmann, E. C. (1995). Mathematics education as a 'design science'. *Educational Studies in Mathematics*, 29(4), 355–374.
- Yoon, H., Byerley, C. O. N., Joshua, S., Moore, K., Park, M. S., Musgrave, S., Valaas, L., y Drimalla, J. (2021). United States and South Korean citizens' interpretation and assessment of COVID-19 quantitative data. *The Journal of Mathematical Behavior*, 62, 100865. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100865>.

Autor de correspondencia

ARTHUR BAKKER

Dirección: ABakker4@uu.nl, Utrecht University, Utrecht, Netherlands