

**PROPUESTA DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN CONCEPCIONES
ENCONTRADAS EN ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA TÉCNICA FRANCISCO DE PAULA SANTANDER DE IBAGUÉ, SOBRE
LA CAÍDA DE LOS CUERPOS Y ALGUNOS DE SUS MODELOS MATEMÁTICOS.**

**JHON FREDY PINEDA GONZÁLEZ
ERIKA VIVIANA PINZÓN MORALES**

**Trabajo de grado como requisito para acceder al título de
Licenciado en Matemáticas**

**Director
JOSÉ HERMAN MUÑOZ ÑUNGO
Doctor en Física**

**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
IBAGUÉ – TOLIMA
2017**



ACTA DE SUSTENTACIÓN PÚBLICA DE TRABAJOS DE GRADO

Fecha: 01 de diciembre / 2017

Hora: 8:00 am

Lugar: Salón de consejos facultad de Educación

Título del Trabajo: Propuesta de una secuencia didáctica basada en las concepciones encontradas en los estudiantes de grado octavo de la institución educativa técnica Franklin de Paula Santander de Ibagué sobre la caída de los cuerpos y algunos modelos matemáticos

Autor(es): Juan Esteban Pineda G. Código 051100252012

Erika Viviana Pineda M. Código 05110022012

Código

Asesor: José Herman Muñoz N.

	Puntaje máximo	JURADO	
		ANDRÉS F. VELASQUEZ	Carlos Arturo MIRQUEZ N.
1. Informe Final (Máximo 80 Puntos)			
1.1 Cumplimiento de los objetivos del proyecto	15	10	12
1.2. Revisión Bibliográfica y cumplimiento de las normas de presentación.	5	4	4
1.3. Metodología Usada de acuerdo al tipo de trabajo	15	12	12
1.4. Interpretación y discusión de resultados.	25	20	21
1.5. Calidad del trabajo y aporte al conocimiento.	20	15	16
2. Sustentación Pública (Máximo 20 Puntos)			
2.1. Preparación, organización y presentación del material	4	4	4
2.2. Claridad en la exposición e interpretación de los resultados y conclusiones	10	8	8
2.3. Dominio del tema y precisión de las propuestas	6	5	5
Puntaje Final:		78	82

Calificación (Puntaje/20): Letras-Número Cuatro-ero (4,0) Concepto: _____

En constancia firman:

Nombre Jurado: ANDRÉS F. VELASQUEZ

Firma: [Firma]

Nombre Jurado: Carlos Arturo MIRQUEZ

Firma: [Firma]

Nombre Asesor: José Herman Muñoz Núñez

Firma: [Firma]

Director de Programa: Edwin Bernal Castillo

Firma: [Firma]

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	9
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	11
1.1. PREGUNTA PRINCIPAL	12
1.2. PREGUNTAS SECUNDARIAS.....	12
1.3. CONTEXTO DE LA POBLACIÓN.....	12
2. OBJETIVOS.....	15
2.1. OBJETIVO GENERAL	15
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
3. ANTECEDENTES.....	16
3.1. CONCEPTOS CLAVES.....	18
3.1.1. Desplazamiento.....	18
3.1.2. Velocidad.....	18
3.1.3. Aceleración.....	19
4. JUSTIFICACIÓN.....	22
5. MARCO CONCEPTUAL	24
5.1. ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS (EBC)	24
5.2. LINEAMIENTOS CURRICULARES	25
5.3. DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)	26
5.4. FENOMENOLOGÍA	28
5.5. CONCEPTO DE MODELO	29
6. MARCO METODOLÓGICO.....	31
6.1. ETAPAS DE INVESTIGACIÓN	31
6.1.1. Exploración.....	31
6.1.2. Intervención.....	32

6.1.3.	Análisis.	32
7.	APLICACIÓN, ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA.	33
7.1.	CONCEPCIONES.	33
7.2.	ANÁLISIS DE LAS CONCEPCIONES DE LOS NIÑOS FRENTE AL CONCEPTO DE CAÍDA LIBRE.	36
7.3.	LENGUAJE Y COHERENCIA.	38
8.	DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.	50
9.	CONCLUSIONES	78
REFLEXIONES Y SUGERENCIAS.		79
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.		80
ANEXOS.....		82

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Concepciones encontradas.....	34
Tabla 2: Lenguaje y coherencia.....	42
Tabla 3: Actividad N°2, modelación matemática.....	59
Tabla 4: Actividad N° 4, relación velocidad vs tiempo.	68
Tabla 5: Actividad N° 7, radio y masa de cuerpos celestes.....	77

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ubicación espacial institución educativa	13
Figura 2: Entrada de la institución educativa.....	14
Figura 3: Fuerzas producidas por dos objetos.	20
Figura 4: Pensamiento de Aristóteles.....	52
Figura 5: Pensamiento de Galileo Galilei.	52
Figura 6: Pensamiento de Sir Isaac Newton.	53
Figura 7: Pensamiento de Albert Einstein.	55
Figura 8: Actividad N°1, crucigrama.	56
Figura 9: Actividad N°2, secuencia a.	59
Figura 10: Actividad N°2, secuencia b.....	60
Figura 11: Actividad N°2, secuencia c.	60
Figura 12: Actividad N°2, secuencia c-1.....	61
Figura 13: Actividad N°3, caída de un objeto.	62
Figura 14: Actividad N° 3, caída de dos objetos.....	63
Figura 15: Actividad N°3, caída de dos objetos en diferentes medios.	64
Figura 16: Actividad N°4, video 1.....	65
Figura 17: Actividad N°4, video 2.	66
Figura 18: Actividad N°4, situación complementaria 1.....	66
Figura 19: Actividad N° 4, Tracker.	67
Figura 20: Actividad N°5, software educativo.....	69
Figura 21: Actividad N° 5, página principal software.	70
Figura 22: Actividad N°5, ejemplo uso del software.	70
Figura 23: Actividad N° 6, péndulo simple.....	73
Figura 24: Actividad N° 6, oscilaciones.	73
Figura 25: Actividad N° 6, simulador Phet.....	74
Figura 26: Actividad N°6, imán.....	76

RESUMEN.

El proceso de enseñanza de la matemática se reduce, la mayoría de las veces, a la solución de fórmulas y algoritmos, sin embargo, en la actualidad se está evaluando al estudiante de manera que lleve los conocimientos adquiridos en el aula a situaciones del diario vivir. Las dificultades inmersas en este proceso generan que el estudiante no logre contextualizar su aprendizaje.

Las pruebas estandarizadas exigen pensar matemáticamente en las situaciones diarias, al igual que los lineamientos curriculares, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y los Estándares Básicos de Competencias (EBC), haciendo énfasis en la transversalidad de las áreas. Esto conlleva a encontrar relaciones entre las diferentes asignaturas y llevarlas al aula como modelos de aprendizaje significativo.

En este trabajo se indaga sobre modelos matemáticos presentes en situaciones comunes (fenómenos físicos) estudiados desde el área de ciencias naturales, específicamente, la caída libre de los cuerpos. Se trabajará con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Francisco de Paula Santander de Ibagué. Se encontrarán las concepciones que presentan los estudiantes y se elaborará una propuesta de secuencia didáctica.

Palabras clave: fenómenos físicos, contextualización, matemáticas, secuencia didáctica.

ABSTRACT

The process of teaching mathematics is reduced, most of the time, to the solution of formulas and algorithms, however, at present the student is being evaluated in such a way that he should apply the knowledge acquired in the classroom to situations of daily living. The difficulties immersed in this process generate that the student does not manage to contextualize his learning.

Standardized tests require thinking mathematically in everyday situations, as well as the curricular guidelines, the Basic Rights of Learning (DBA) and the Basic Standards of Competencies (EBC), emphasizing the transversality of the areas. This leads to finding relationships between the different subjects and taking them to the classroom as models of meaningful learning.

In this work we investigate mathematical models present in common situations (physical phenomena) studied from the area of natural sciences, specifically, the free fall of bodies. We will work with eighth grade students of the Technical Educational Institution Francisco de Paula Santander de Ibagué. The conceptions presented by the students will be found and a didactic sequence proposal will be elaborated.

Keywords: physical phenomena, contextualization, mathematics, teaching sequence.

INTRODUCCIÓN

Las diferentes pruebas realizadas en el transcurso del año escolar a los estudiantes en las instituciones educativas generan una presión académica a los estamentos involucrados en este proceso: docentes, directivos, estudiantes y gobierno. A raíz de ellas, se han detectado dificultades notorias en los resultados de dichas pruebas, entre estas, la no contextualización de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes expuestos a estas pruebas.

Como futuros docentes debemos tener en cuenta que la investigación en el aula es un proceso de retroalimentación y de gran importancia para el proceso formativo, así como lo establece Espinosa:

Algunas investigaciones coinciden en que dados los fracasos escolares en matemáticas, este campo de investigación ha tomado cada vez más fuerza en tanto que se considera uno de los factores que incide en la calidad de la educación matemática. (Jiménez Espinosa, 2009).

Con base en lo anterior, el análisis de las concepciones y creencias de los estudiantes son importantes para la construcción de procesos de aprendizaje significativos donde se involucren los fenómenos naturales (contexto cotidiano). En el caso de esta investigación se pretende hacer una relación entre dos áreas del conocimiento: matemáticas y física. A partir del hecho que el lenguaje de la física es la matemática, se ha generado un ambiente de matematización de esta disciplina, sembrando una idea equivocada que muchas veces dificulta la comprensión de significados, situaciones, conceptos y principios.

En el ambiente laboral, se observa que en algunas instituciones educativas el docente de matemáticas es el designado para orientar las dos cátedras. por lo tanto, surge un

interrogante, siendo el docente de matemáticas el encargado de orientar las dos asignaturas ¿por qué se desligan las dos áreas?

Partiendo del anterior interrogante esta investigación pretende hacer uso de modelos matemáticos inmersos en la física y verificarlos en fenómenos físicos, realizar de forma dinámica y activa con los estudiantes un proceso donde involucren la Naturaleza del Conocimiento (NdC) como apoyo y guía de la relación acaecida entre estas dos ciencias. Se realizará la interpretación de lo observado en el proceso de interacción con los estudiantes, este sumario se basará en las etapas de interpretación de lenguaje y escritura, a su vez se realizarán grabaciones (audios) para así mismo tener las opiniones durante el proceso.

El presente trabajo está estructurado de la siguiente manera: el capítulo uno describe el problema de investigación. Seguidamente vienen los objetivos propuestos en el capítulo dos. Para estructurar nuestro trabajo se presentan unos antecedentes y términos claves en el capítulo tres. En el capítulo cuatro se encuentra el por qué de la investigación. Los referentes teóricos usados se exponen en el capítulo cinco. La forma como se estructuró la indagación puede verse en el capítulo seis. En el capítulo siete se presentan los resultados obtenidos y categorizaciones encontradas. El capítulo ocho se dedica al diseño de la unidad didáctica propuesta como herramienta para mejorar concepciones que presentaron los estudiantes. En los últimos capítulos encontramos las conclusiones, sugerencias y bibliografía utilizada.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Al mirar los resultados de las pruebas que se realizan a nivel nacional e internacional (Saber 5°, Saber 9°, Saber 11°, Saber Pro y PISA) se ha evidenciado que los alumnos no logran relacionar los modelos matemáticos aprendidos en el aula de clase con situaciones del diario vivir. En las pruebas realizadas en el 2012 por el Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) hecho por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), en las que Colombia ocupó el puesto 62, se evaluó el comportamiento matemático de los estudiantes refiriéndose a situaciones financieras, como intereses bancarios, impuestos, tarjetas de crédito; escenarios comunes que el estudiante aún no asocia con su formación académica.

El menor desempeño se registró en matemáticas. Menos de la quinta parte (18%) de los evaluados alcanzó el nivel mínimo (dos). Estos estudiantes pueden interpretar situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa, utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales y efectuar razonamientos directos e interpretación literal de los resultados. Sólo 10 de cada 100 mostraron competencias en los niveles tres y cuatro (EFE/ELTIEMPO.COM, 2014).

Teniendo en cuenta la realidad anterior, en este trabajo se pretende dar un aporte que contribuya a incrementar las competencias matemáticas para interpretar situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. En ese sentido se propone una secuencia didáctica, la cual nos ayudará a comprender una situación de la vida real (caída libre de los cuerpos), a partir del manejo adecuado de modelos matemáticos tales como, simbología, gráficas e interpretaciones, según lo dispuesto en los lineamientos curriculares para estudiantes de grado 9, 10 y 11, el cual expresa:

“Utilizo las matemáticas como herramienta para modelar, analizar y presentar datos” (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004).

En virtud de tal situación, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

1.1. PREGUNTA PRINCIPAL.

¿Qué concepciones presentan los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Francisco de Paula Santander de Ibagué, al momento de estudiar el fenómeno de caída libre y sus correspondientes modelos matemáticos?

1.2. PREGUNTAS SECUNDARIAS.

- ¿Cómo interpretan los estudiantes la caída libre de los cuerpos?
- ¿Cómo interpretan los estudiantes los modelos matemáticos?
- ¿Se presenta contextualización de la matemática vista en el aula?
- ¿Existe transversalidad entre la física y la matemática?

1.3. CONTEXTO DE LA POBLACIÓN.

En el año 1917 el señor LUIS A RENGIFO, donó al municipio de Ibagué los terrenos donde hoy funciona la Institución Educativa Técnica Francisco de Paula Santander, inaugurándose la construcción de dos aulas de clase y vivienda para el docente ese mismo año.

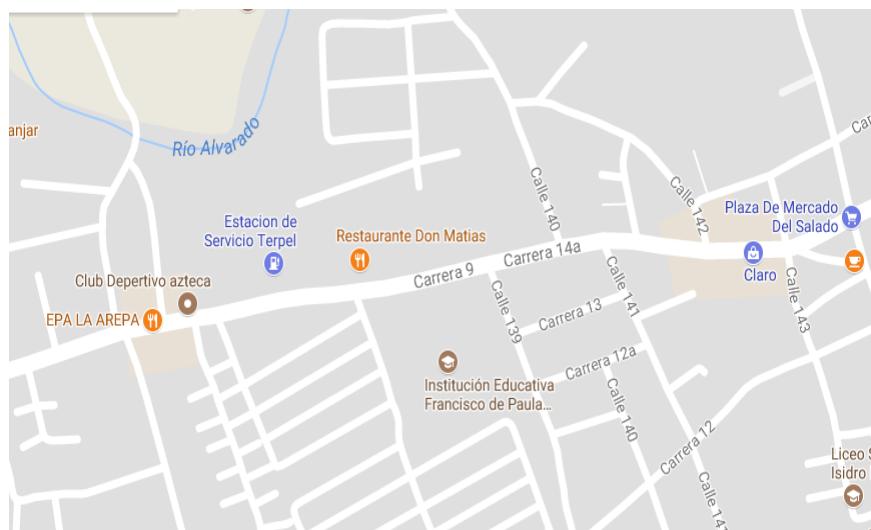
La institución educativa, inició labores como “Escuela Simón Bolívar”, para niñas y “Escuela General Santander”, para niños, luego se convirtió en la “Escuela Mixta El Salado”. En el año 2002, se convierte en “Institución Educativa El Salado” mediante la fusión de las escuelas Salado, Pacande, Villa Marín, el colegio Oviedo que funcionaba en las instalaciones de la escuela El Salado en jornada nocturna y le anexaron cinco sedes rurales. A partir del año 2005, mediante resolución 1390 de ese año y luego de que la Secretaría de Educación de Ibagué aprobara los estudios de la media técnica toma el nombre de INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA FRANCISCO DE PAULA

SANTANDER. En la actualidad el colegio cuenta con 3200 estudiantes y 107 docentes, tres sedes urbanas y seis rurales.

Las sedes urbanas son: (i) El Salado, con tres jornadas. En la mañana funciona Básica Secundaria y Educación Media, ésta a su vez con dos especialidades: Media Técnica, en convenio con la Universidad del Tolima, que gradúa bachilleres con especialidad en Administración de Empresas Agropecuarias y Académica con profundización en Ciencias y Matemáticas. En la jornada tarde funciona Básica Primaria y en la noche Educación por ciclos; (ii) Sede Pacande con nivel de Básica Primaria; (iii) y la sede Villa Marín con el mismo nivel.

Las sedes rurales son: La Esperanza, Palmilla, Sinaí, Carrizales, y Chembe todas ellas con Básica Primaria. Completa la lista el Colegio con Primaria y Post Primaria. (Santander, Octubre 10 - 2013)

Figura 1: Ubicación espacial institución educativa.



Fuente: <https://www.google.com.co/maps>

Figura 2: Entrada de la institución educativa.



Fuente: Autores

2. OBJETIVOS.

2.1. OBJETIVO GENERAL.

Reconocer las concepciones que presentan los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Francisco de Paula Santander de Ibagué, al momento de estudiar el fenómeno de caída libre y sus correspondientes modelos matemáticos.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Identificar las concepciones que presentan los estudiantes sobre el fenómeno físico de caída libre.
- Reflexionar acerca de las concepciones que presentan los estudiantes sobre el fenómeno de caída libre y sus correspondientes modelos matemáticos.
- Generar una secuencia de actividades donde se refuerzen las concepciones encontradas en los estudiantes previamente.

3. ANTECEDENTES.

Previamente en el ámbito educativo se han realizado investigaciones en el aula donde se involucran los docentes y los estudiantes en la solución o detección de dificultades de tipo pedagógico, disciplinar, psicológico, etc. A continuación, se mencionarán algunas de estas investigaciones que tratan el tema de modelación matemática, estudio de fenómenos físicos en la matemática o transversalidad de la matemática y la física.

- ✓ Título: Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socio epistemológico.
Autores: Liliana Suárez Téllez, Francisco Cordero Osorio (2009).

En esta investigación se hace uso de la naturaleza del conocimiento en el ámbito social para apropiar el concepto de gráficas en cálculo, usando la modelación escolar con ejemplos de variación. (Suárez Téllez & Cordero Osorio, 2010)

- ✓ Título: La Matemática en el contexto de las ciencias.
Autor: Patricia Camarena Gallardo (2009).

En este artículo se hace el relato de la investigación realizada desde la época de 1982 donde denominan la teoría de las matemáticas en las ciencias. En las etapas de la investigación apropiaron conceptos de los alumnos viendo como evidente la no comprensión del estudio de la materia y su uso en la vida cotidiana. Las investigaciones realizadas durante esos años de aprendizaje e indagación se aplican a estudiantes donde su fin no es el uso de la matemática. (Camarena Gallardo, 2009)

- ✓ Título: Reflexión de nuestras epistemes como eje transversal en procesos de estudio de matemática educativa.
Autor: Leonora Díaz (2003).

En este artículo se presenta una investigación realizada con estudiantes y profesores en la ciudad de Santiago de Chile, en la cual logran que por medio de experiencias significativas los jóvenes vean el concepto de derivada de manera amena y de forma comprensible para ellos. Se hace énfasis en el acompañamiento realizado en el momento de la investigación como un medio para la comprensión, lo que propiamente no sucede en el aula de clase, se hacen escenas para su entendimiento siendo la matemática la protagonista de la secuencia. (Diaz , 2003)

- ✓ Título: Fenomenología histórica del concepto de ecuación y potencialidades de su uso en la escuela.

Autor: Ligia Amparo Torres Rengifo (2011).

En la propuesta hecha por Torres se articulan aspectos de la didáctica del álgebra con apoyo de aspectos de la naturaleza del conocimiento, a su vez elementos que favorecen el reconocimiento de fenómenos físicos en el aula aplicando la propuesta de investigación. (Torres Rengifo, 2015)

- ✓ Título: Modelación Matemática en el aula: relato de una experiencia
- ✓ Autores: Marisa REID, Nilda ETCHEVERRY, Marina ROLDÁN, María I. GAREIS. (2010) Argentina.

Se realiza el relato de la experiencia vivida con estudiantes de primer grado del nivel polimodal de la ciudad de La Pampa. Se hace uso de la modelización como estrategia pedagógica para el aprendizaje de conceptos geométricos. El objetivo principal de la investigación es realizar el proceso de transición de agentes pasivos (alumnos) a agentes activos y de cambio en la enseñanza de la escuela. (Reid, Etcheverry, Roldan, & Gareis, 2010).

3.1. CONCEPTOS CLAVES.

3.1.1. Desplazamiento. Llamamos desplazamiento a la diferencia que existe entre la posición final e inicial de una partícula. La fórmula que permite calcular el desplazamiento de un cuerpo es:

$$\Delta x = x_f - x_i$$

El desplazamiento es independiente de la trayectoria que siga el cuerpo.

3.1.2. Velocidad. Posiblemente lo primero que nos viene a la cabeza para explicar qué es velocidad sea "cubrir una distancia en el menor tiempo posible". Esta definición nos da una idea general de este concepto; ahora bien, veremos cómo la velocidad es una cualidad física más amplia que eso. En física podemos distinguir dos tipos de velocidad: velocidad promedio y velocidad instantánea.

3.1.2.1. Velocidad promedio. Consideremos una partícula o punto material moviéndose sobre una línea recta representada por la coordenada x . Supongamos que en el instante t_i se encuentra en la posición x_i y en el instante t_f en la posición x_f . Se define la velocidad promedio de la partícula en ese intervalo de tiempo como:

$$v_{prom} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Si una partícula parte de un determinado punto y vuelve a él después de un tiempo, su velocidad promedio en ese intervalo es cero. La velocidad promedio representa la pendiente de la recta que une los puntos inicial y final.

$$v_{prom} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \alpha$$

3.1.2.2. Velocidad instantánea. La velocidad de la partícula en un instante de tiempo cualquiera se denomina velocidad instantánea. Es un concepto importante especialmente cuando la velocidad promedio en diferentes intervalos de tiempo no es constante. Para determinarla debemos hacer el intervalo temporal tan pequeño como sea posible de modo que esencialmente no tengan lugar cambios en el estado de movimiento durante ese pequeño intervalo. La velocidad instantánea v es:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{prom}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

3.1.3. Aceleración. Al estudiar el comportamiento de un cuerpo en movimiento será usual encontrar que este no mantiene su velocidad constante. El hecho de que un cuerpo pueda aumentar el módulo o la dirección de su velocidad mientras se mueve, es lo que se conoce cotidianamente como aceleración. Cuando disminuye el módulo de la velocidad, se habla cotidianamente de frenado. Dentro del campo de la física se distinguen dos tipos de aceleración: aceleración promedio y aceleración instantánea.

3.1.3.1. Aceleración promedio. Cuando un móvil varía su velocidad es conveniente determinar su aceleración promedio, conociendo su cambio de velocidad y el tiempo en realizar dicho cambio.

$$a_{\text{prom}} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

En general, si la velocidad de una partícula varía respecto al tiempo, entonces, es necesario analizar este cambio. A la variación de la velocidad en un intervalo de tiempo determinado se le denomina aceleración promedio.

3.1.3.2. Aceleración instantánea. Cuando en el movimiento acelerado de un cuerpo, los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la aceleración promedio se aproxima a una aceleración instantánea.

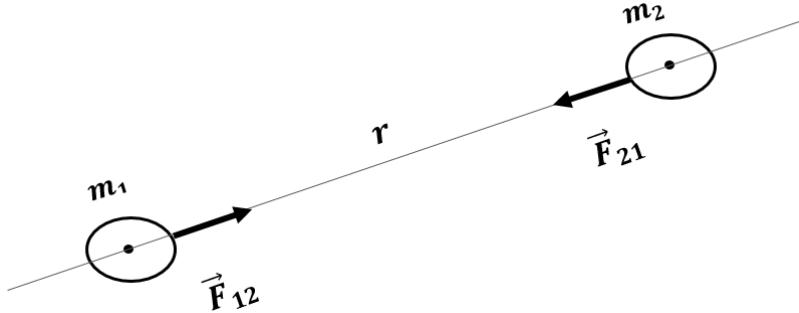
Cuando el intervalo de tiempo es tan pequeño que tiende a cero, la aceleración del móvil será instantánea. La aceleración instantánea a es:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_{\text{prom}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \text{ó} \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Si la aceleración promedio de un móvil no permanece constante y se desea conocer su aceleración en un momento dado, se debe calcular la aceleración instantánea. Cuando la aceleración instantánea es cero, el movimiento se llama uniforme. Y cuando es constante (diferente de cero) el movimiento se llama uniformemente acelerado. El movimiento de caída libre es uniformemente acelerado.

3.1.4. Ley de gravitación universal. Consideremos la interacción que experimentan dos cuerpos debido a su masa y separados por una distancia r (ver figura 3). La magnitud de la fuerza que experimentan es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a la distancia r al cuadrado, medida de centro a centro de cada masa. Su dirección es de atracción mutua sobre la línea de acción que pasa por el centro de cada masa.

Figura 3: Fuerzas producidas por dos objetos.



De esta manera, la magnitud de la fuerza gravitacional está dada por:

$$|\vec{F}_{\text{GRAV}}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \text{ donde } G \text{ es la constante universal de Cavendish.}$$

¿Qué pasa si $m_1 = \text{masa de la tierra}$ y $r = \text{radio de la tierra}$?

$$m_{\text{Tierra}} = 6,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r_{\text{Tierra}} = 6\,371\,000 \text{ m}$$

$$G = 6,6738 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$|\vec{F}_{\text{GRAV}}| = \left(\frac{G \cdot m_1}{r^2} \right) m_2$$

$$|\vec{F}_{GRAV}| = \left[\frac{\left(6,6738 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \right) (6,9736 \cdot 10^{24} kg)}{(6,371,000 m)^2} \right] m_2$$

$$|\vec{F}_{GRAV}| = (9,821882386 m/s^2) m_2$$

El valor de $9,821882386 \frac{m}{s^2} = g$, es lo que se conoce como gravedad de la tierra. Luego:

$$|\vec{F}_{GRAV}| = g \cdot m$$

De lo anterior tenemos que la magnitud con que un objeto es atraído por la superficie de la tierra es proporcional a su masa. Esto es lo que conocemos como peso (p), es decir:

$$p = m * g$$

4. JUSTIFICACIÓN.

Esta investigación se justifica en la necesidad de usar modelos matemáticos para interpretar fenómenos físicos (mundo real), contribuyendo a una formación integral entre las diferentes ciencias, como ciencias sociales y las ciencias naturales en la cual se encuentra la biología, la física y la química, entre otras. Esta formación se articula con las exigencias de la calidad educativa y de pruebas nacionales e internacionales (saber 5°, saber 9°, saber 11°, saber Pro, Pisa, Timss).

Teniendo presente nuestra formación como estudiantes de licenciatura, como docentes y la vinculación en el Semillero de Investigación en Didáctica de las Ciencias SIDCI, hemos coincidido con la falta de conexión entre la matemática y otras áreas del conocimiento (para nuestra investigación nos centraremos en la física con el movimiento de caída libre), siendo complejo el proceso de contextualización. Analizando una de las competencias evaluadas en las diferentes pruebas se describe la resolución de problemas, como se evidencia en los lineamientos curriculares de matemáticas:

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. (MEN, Lineamientos curriculares de matemáticas, 2002).

De la misma manera, Shoenfeld citado por (Santos, 1997), menciona que las matemáticas deben ser reflejadas en la práctica cotidiana, en resolver problemas donde influya el dominio del conocimiento, y las creencias de los estudiantes, como ven e interpretan ellos su entorno. “Los alumnos argumentan que los conceptos trabajados en clase tienen poca vinculación y aplicación en su vida cotidiana, entonces surge la

necesidad de vincular las clases de matemática con conceptos de la realidad" (Reid, Etcheverry, Roldan, & Gareis, 2010).

Con lo expuesto anteriormente se pretende por medio de la indagación en el aula, centrada en el uso de los modelos matemáticos, crear una secuencia didáctica que ayude a mejorar estos aspectos.

5. MARCO CONCEPTUAL.

Los antecedentes usados para la investigación realizada son aquellos que aportan estrategias dinámicas y académicas desde el punto de vista de la naturaleza de la ciencia (NdC), usando como punto de partida la situación sociológica, asociando nuestra temática a las diferentes normatividades nacionales que rigen la educación implantada en las aulas de clase, a su vez establecemos conexiones con la historia tanto de la física como de la matemática.

5.1. ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS (EBC).

Empezaremos observando los EBC en ciencias naturales. La importancia de la transversalidad de las áreas es su conexión en el contexto próximo a los estudiantes. “Modelo matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos” (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004).

La observación de gráficas desde el pensamiento variacional, es un punto importante de análisis para la comprensión de fenómenos físicos evidenciados en el entorno próximo, causantes de pensamiento científico propio de las ciencias naturales, involucrando la matemática y su sensibilización con el ambiente.

A continuación, se revisarán los EBC en matemáticas. La forma de ver la realidad como esquemas comprensibles es de vital importancia en el momento de hacer un sistema figurativo de la realidad, la modelación es una forma de comprender lo visible y lo indivisible en forma escrita, análoga y gráfica. “La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente” (MEN, Estándares Básicos de Competencias en matemáticas., 2002), lo que podemos ver en nuestro alrededor se puede llevar a forma matemática según el conocimiento del observador.

Se logra establecer una conexión directa entre los EBC de ciencias naturales y los de matemáticas para grado octavo descubriendo una relación en el uso de los modelos en la naturaleza para poder llegar a establecer un pensamiento científico y a su vez hacer uso de esos modelos en los fenómenos físicos, para tener un correcto apropiamiento de los pensamientos del conocimiento matemático.

5.2. LINEAMIENTOS CURRICULARES.

Partiendo de los referentes teóricos de los lineamientos curriculares de matemáticas, el intuicionismo era una de las corrientes filosóficas en las cuales se tuvo en cuenta los sentidos y el entorno, solamente la matemática no se tomó como un cuerpo inerte, estático y algunas veces abstracto, se vio como un cuerpo que se alimenta de su entorno, de las visualizaciones hechas de los fenómenos físicos surgidos alrededor del sujeto. Se establece un investigador, de igual manera que en las ciencias naturales, es quien hace las reflexiones, identifica los errores y llega a conclusiones; logra hacerse una relación biunívoca de saberes implícitamente (MEN, Lineamientos curriculares de matemáticas, 2002).

“La ciencia es un juego que nunca termina, en el que la regla más importante dice que quien crea que algún día se acaba, sale del juego” (MEN, Lineamientos curriculares de ciencias naturales y educación ambiental, 1998). La ciencia es un campo en el cual encontramos diversidades de mundos por explorar y llegar a un punto donde determinemos el fin de estos es algo incoherente, es tan amplio este campo, que se logra presentar ayudas de ciencias alternas para su proceso analítico, semiótico, descriptivo, etc.

Lo importante del proceso del uso de los modelos es llevar a los estudiantes a la interacción con el medio y reconocer las características propias para su estudio, llevando de antemano el objetivo de su visualización, de esta manera llegará a generar causales de su observación.

5.3. DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)

Los DBA son una selección de saberes claves que indican lo que los estudiantes deben aprender en cada grado escolar desde 1º hasta 11º. Dan cuenta del desarrollo progresivo de algunos conceptos a lo largo de los grados. Presentan ejemplos para aclarar los enunciados. Estos ejemplos no se plantean como actividades que los docentes deban realizar en sus aulas de clase. Son referentes para la planeación de aula. De esta manera, las actividades en el aula pueden involucrar varios DBA de un grado, para que estos se alcancen gradualmente a lo largo del año.

Para nuestro trabajo nos interesa conocer que plantean los DBA con respecto a nuestros temas de investigación; miraremos que es lo que se espera que el estudiante aprenda durante el grado octavo en las áreas de ciencias naturales (física, tema de caída libre) y matemáticas.

La estructura para la enunciación de los DBA está compuesta de tres elementos centrales.

- El enunciado: referencia el aprendizaje estructurante para el área.
- Evidencia: expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado.
- Ejemplo: concreta y complementa las evidencias de aprendizaje.

Mirando los DBA de grado octavo, no se encuentra ningún enciso relacionado con el tema de investigación. Pero, en los de los grados noveno y décimo si se puede evidenciar que los estudiantes deben aprender sobre el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Para grado noveno según los DBA tenemos “Comprende que el movimiento de un cuerpo, en un marco de referencia inercial dado, se puede describir con gráficos y predecir por medio de expresiones matemáticas” (DBA, ciencias naturales, 2015).

Para el grado décimo los DBA enuncian lo siguiente “Comprende, que el reposo o el movimiento rectilíneo uniforme, se presentan cuando las fuerzas aplicadas sobre el sistema se anulan entre ellas, y que en presencia de fuerzas resultantes no nulas se producen cambios de velocidad”. (DBA, ciencias naturales, 2015). “Comprende la conservación de la energía mecánica como un principio que permite cuantificar y explicar diferentes fenómenos mecánicos: choques entre cuerpos, movimiento pendular, caída libre, deformación de un sistema masa-resorte” (DBA, ciencias naturales, 2015)

De igual forma se observan los DBA de matemáticas de grado octavo en relación con nuestro foco de investigación. “Comprende que una función sirve para modelar relaciones de dependencia entre dos magnitudes” (DBA, matemáticas, 2015)

“Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa usando razones o proporciones, tablas, gráficas o ecuaciones” (DBA, matemáticas, 2015)

“Usa su conocimiento sobre funciones lineales ($f(x) = mx + b$) para plantear y solucionar problemas” (DBA, matemáticas, 2015)

No se puede establecer una relación directa entre los DBA de ciencias naturales y matemáticas de grado octavo, ya que el aporte conceptual encontrado en los DBA de ciencias naturales es casi nulo, con respecto a la física y el tema de investigación. Caso contrario sucede con los DBA de matemáticas en los cuales se pide utilizar el conocimiento matemático para solucionar problemas relacionados con el entorno (fenómenos físicos).

Con respecto a los DBA de ciencias naturales de grado noveno y décimo existe concordancia con los DBA de matemáticas para grado octavo, lo cual nos lleva a preguntarnos, ¿por qué esta misma relación no se encuentra en los DBA de grado octavo de matemáticas y ciencias naturales?

Teniendo en cuenta el análisis hecho a los EBC, Lineamientos curriculares y DBA de ciencias naturales y matemáticas, podemos encontrar que, entre ellos, con respecto a la matemática están relacionados, ya que en todos se involucra la modelación de situaciones del diario vivir (fenómenos físicos). Opuesto fue lo encontrado en ciencias naturales, en la cual existe relación entre los EBC y Lineamientos curriculares, llevando la ciencia a un momento de exploración científica usando como herramienta la matemática. Por otra parte, esto no fue lo encontrado en los DBA.

5.4. FENOMENOLOGÍA.

Los conceptos matemáticos no tienen una existencia independiente de la actividad matemática que los crea (Puig, 1997) involucrados están las situaciones y fenómenos que podemos ver a nuestro alrededor, las cuales se pueden escribir de forma matemática, de igual manera el hecho de no poseer un fenómeno matemático formal no se establece como vacío en el área, poseen fundamentos vistos desde varias perspectivas lógicas.

Todo se puede llevar a términos matemáticos, puede ser que si no netamente un modelo o una fórmula matemática, pero existen interpretaciones que requieren de aportes matemáticos para su análisis, el hecho de no poseer números no indica que sea algo fuera del área, premisas, oraciones, conclusiones, movimientos, todas estas situaciones dependen de una mirada matemática para su ejecución.

Los números observados en los fenómenos físicos no son claros a la visión humana, no veo dos cayendo del cielo y determino su caída, o no veo raíces a velocidad constante. El hecho de haber conceptos previos vistos en otras situaciones matemáticas, no requiere que se usen en todos los casos igual las relaciones de pensamiento nos llegan a usar estos conceptos a cada situación, en el caso del valor numérico de la gravedad se ve como la constante en la tierra.

Estas situaciones muchas veces no son claras a simple vista o no son fáciles de describir en el momento de la indagación, por ello en la siguiente investigación se pretende hacer un reconocimiento de algunos modelos, y fenómenos matemáticos inmersos en situaciones naturales.

5.5. CONCEPTO DE MODELO.

El concepto de modelo se ha establecido a través de los estudios como apoyo en la formación didáctica de las ciencias del conocimiento empleando factores de la naturaleza como intermedio de apoyo. La necesidad de expresar el pensamiento científico sugiere realizar escritos que a su vez llegan a generar la construcción de modelos precisos para la comprensión, contorno formal para interactuar con el medio que nos rodea y logran que comprendan lo pensado (Gallego Badillo, 2004).

Muchas veces el concepto de modelo es manejado, llegando a desconocer el objetivo de la modelización ha realizar y dejarse manejar por los modelos usados para su fin. El modelo como dice Castro (1992) es una construcción arbitraria e imaginaria de un conjunto de fenómenos los cuales se pretenden explicar de manera coherente y en lenguajes propios de quien lo desea estudiar (Gallego Badillo, 2004).

El modelo matemático ha influido en la formación escolar desde los inicios de la humanidad y de los primeros pasos de las civilizaciones académicas como lo especifica el docente Kline (1992) citado por (Meza & Villa Ochoa, 2011).

Los matemáticos y los científicos recibieron alguna inspiración de los prejuicios teológicos de la Edad Media, que habían inculcado que la visión de que todos los fenómenos de la naturaleza están no sólo interconectados, sino que se producen de acuerdo con un plan global: todas las acciones de la naturaleza siguen el plan establecido por una única causa primera.

Este pensamiento científico de establecer como campo de acción la naturaleza y sus características se mantiene desde los inicios de los estudios filosóficos y humanistas, han sido de gran relevancia en el proceso de construcción de los cimientos de las ciencias, se establecen como pilares, por ende, en la actualidad debemos enseñar a los jóvenes a seguir el proceso emprendido por los padres de las ciencias y sus exploraciones en el medio que los rodeaba.

Los procesos de modelización no son sencillos como se pretenden fundar, prueba de ellos son las dificultades presentes en el aula de clase al realizar generalidades de casos particulares establecidos por los docentes para su estudio. Sadovsky, P (2005) citado por Reid, sostiene que el proceso de modelizar pasa por etapas donde el joven debe inmergir en el reconocimiento de la realidad y detectar la problemática a analizar, descubrir las variables en juego conocidas o desconocidas, jugar con ellas y producir conocimiento nuevo relacionando sus condiciones para así llegar a establecer contacto con la comunidad expresando su generalidad encontrada. (Reid, Etcheverry, Roldan, & Gareis, 2010).

Lo importante del proceso de la modelización es llevar a los estudiantes a la interacción con el medio y reconocer las características propias para su estudio, llevando de antemano el objetivo de su visualización, de esta manera llegara a generar causales de su observación.

6. MARCO METODOLÓGICO.

El presente trabajo corresponde a una investigación de tipo cualitativo tomando como referencia lo propuesto (Bardin, 1986). En este tipo de investigaciones, donde se analizan las ideas de los estudiantes, se observa la habilidad de comprensión en su grandeza por medio de caracterizaciones propias de una investigación cualitativa, que no serían arrojados de la misma forma en una investigación cuantitativa.

Nuestro trabajo depende del análisis de los fenómenos vistos por los estudiantes en el campo dispuesto para estudio, el contorno de mayor contribución a este proceso es el estudio cualitativo llegando así a los resultados esperados. El trabajo investigativo está formado por tres etapas: exploración, intervención y análisis.

6.1. ETAPAS DE INVESTIGACIÓN.

6.1.1. Exploración. Se realizó una exploración inicial en la Institución Educativa Técnica Francisco de Paula Santander de Ibagué, donde nos encontrábamos realizando práctica docente en los grados octavo. Escogimos para trabajar el grupo (8-4), decisión que se tomó con ayuda del docente asesor de la práctica.

Se aplicó un cuestionario exploratorio a 34 niños y niñas, entre los 11 y 14 años de edad, y se analizó dicho cuestionario. Luego seleccionamos a un grupo de catorce (14) estudiantes porque sus respuestas permitían un mayor campo de análisis desde el punto de vista cualitativo, ya que se realizó una categorización de las respuestas.

Partiendo de este punto se elaboró una ruta de investigación la cual se fue retroalimentando a partir de las necesidades que surgían a medida que avanza el trabajo. Vale aclarar que trabajamos en una institución pública por lo que se vieron alterados los tiempos por diferentes situaciones relacionadas con la institución como eventos, pruebas saber (exámenes de la institución), reuniones, etc.

6.1.2. Intervención. Con los catorce estudiantes seleccionados se conformaron dos grupos y a cada uno de ellos se le aplicó una entrevista colectiva, generando un conversatorio donde los estudiantes expusieron sus puntos de vista. Esto facilitó la transcripción de las grabaciones de estas sesiones.

6.1.3. Análisis. Esta etapa se basó en las actividades realizadas en las dos etapas anteriores. Se estableció la coherencia entre el lenguaje usado y las imágenes plasmadas, tal como lo plantearon los estudiantes, y lo expresado en la entrevista colectiva.

Se elaboró un modelo de lenguaje y coherencia para determinar si lo que evidencian en un gráfico es similar a lo que ellos ven en su alrededor. De este análisis se propone una secuencia didáctica destinada a la apropiación de conceptos evidenciados como débiles en el proceso de intervención.

7. APLICACIÓN, ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA.

En esta sección se muestran los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento de exploración y la entrevista, con el propósito de describir las concepciones de los estudiantes de octavo grado (8-4) de la Institución Educativa Técnica Francisco de Paula Santander sede El Salado (central) sobre la caída libre de los cuerpos y algunos de sus modelos matemáticos y así proponer actividades didácticas en campo abierto, usando software educativo y aplicando estrategias de aprendizaje que permitan la relación de la física con la matemática a este nivel.

7.1. CONCEPCIONES.

A los estudiantes se les aplicó una prueba, la cual consta de cuatro preguntas abiertas, en las cuales además de escribir sus respuestas debían apoyarse con dibujos (ver anexo A). Esta prueba fue aplicada a 34 estudiantes, sus respuestas se presentan en la Tabla 1. Las respuestas se agruparon, por similitud, en catorce concepciones. Esto se muestra en la columna uno de esta tabla. En la columna dos se expone la idea principal de cada concepción. El número de niños que respondió a cada una de estas concepciones se relacionan en la columna tres. A cada estudiante se le asignó un código. En la columna cuatro se detalla los códigos de los alumnos que respondieron dicha concepción. Finalmente, en la última columna se muestra el porcentaje de estudiantes que respondieron a cada una de las concepciones, respecto a la cantidad total de la población.

Tabla 1: Concepciones encontradas.

CONCEPCIÓN	IDEA PRINCIPAL	NÚMERO DE NIÑOS	CÓDIGOS ESTUDIANTES QUE AFIRMAN	%
1	La caída de los objetos se presenta en forma vertical.	3	10- 20- 29	9,4
2	La caída de los objetos se presenta en forma horizontal.	2	1-4	6,3
3	Sobre los cuerpos actúa una fuerza que hace que estos caigan.	9	1-5-7-8-14-19-23-28-32	28
4	Para que los objetos caigan debe actuar sobre ellos una fuerza inicial.	5	6-15-25-26-31	16
5	La velocidad y manera en que caen los objetos depende de su peso.	3	12-17-28	9,4
6	Las primeras personas en estudiar la fuerza de gravedad fueron los filósofos.	4	9-30-28-23	13
7	La gravedad empezó a tener importancia cuando los objetos se caen y se dañan, para cuidarlos.	6	27-31-22-24-19-10	19
8	La gravedad empezó a tener importancia gracias a Newton y la caída de las frutas.	5	9-14-16-23-12	16
9	Los astronautas en la tierra caminan y en la luna flotan.	10	32-1-12-22-31-20-4-29-8-28	31
10	En la tierra no hay gravedad, por eso caminamos; en la luna hay gravedad, el cuerpo no se sostiene sobre algo.	1	10	3
11	En la tierra hay gravedad, por lo tanto las personas se mantienen en el suelo.	1	17	3

12	La gravedad es la fuerza que permite que los objetos caigan, no floten y nosotros podamos estar en el suelo.	16	15-18-23-24-26-30-27-4-1-32-17-9-8-7-6-2	50
13	La gravedad es la fuerza que nos permite flotar; que los objetos no caigan, floten.	4	11-12-29-5	13
14	La gravedad es una fuerza que hace que los cuerpos se dirijan hacia el centro terrestre por mutua atracción de la masa del cuerpo y de la tierra.	1	28	3

CONCEPCIÓN	IDEA PRINCIPAL	NÚMERO DE NIÑOS	CÓDIGOS ESTUDIANTES QUE AFIRMAN	%
1	La caída de los objetos se presenta en forma vertical.	3	10- 20- 29	9,4
2	La caída de los objetos se presenta en forma horizontal.	2	1-4	6,3
3	Sobre los cuerpos actúa una fuerza que hace que estos caigan.	9	1-5-7-8-14-19-23-28-32	28
4	Para que los objetos caigan debe actuar sobre ellos una fuerza inicial.	5	6-15-25-26-31	16
5	La velocidad y manera en que caen los objetos depende de su peso.	3	12-17-28	9,4
6	Las primeras personas en estudiar la fuerza de gravedad fueron los filósofos.	4	9-30-28-23	13
7	La gravedad empezó a tener importancia cuando los objetos se caen y se dañan, para cuidarlos.	6	27-31-22-24-19-10	19
8	La gravedad empezó a tener importancia gracias a Newton y la caída de las frutas.	5	9-14-16-23-12	16

	Los astronautas en la tierra caminan y en la luna flotan.		32-1-12-22-31-20-4-	
9		10	29-8-28	31
10	En la tierra no hay gravedad, por eso caminamos; en la luna hay gravedad, el cuerpo no se sostiene sobre algo.	1	10	3
11	En la tierra hay gravedad, por lo tanto las personas se mantienen en el suelo.	1	17	3
12	La gravedad es la fuerza que permite que los objetos caigan, no floten y nosotros podamos estar en el suelo.	16	15-18-23-24-26-30-27-4-1-32-17-9-8-7-6-2	50
13	La gravedad es la fuerza que nos permite flotar; que los objetos no caigan, floten.	4	11-12-29-5	13
14	La gravedad es una fuerza que hace que los cuerpos se dirijan hacia el centro terrestre por mutua atracción de la masa del cuerpo y de la tierra.	1	28	3

7.2. ANÁLISIS DE LAS CONCEPCIONES DE LOS NIÑOS FRENTE AL CONCEPTO DE CAÍDA LIBRE.

De acuerdo a la Tabla 1, podemos llegar a diversas conclusiones según el punto de vista de donde el estudiante parte para llegar a su respuesta. A continuación, se hace un análisis más detallado de las concepciones presentadas por los alumnos.

- En la descripción del movimiento de un cuerpo que cae, ubican el desplazamiento en sentido vertical, donde el cuerpo en caída llega en algún momento al suelo. El estudiante 20 dice: “el borrador estaba sobre la mesa y se cayó de forma vertical”.
- Se realiza una descripción del movimiento en forma horizontal, evidenciándose una confusión entre lo que es vertical y horizontal, ya que en el momento de realizar la gráfica la hacen de manera vertical.
- Se atribuyen fuerzas en los cuerpos para que suceda la caída. Conocen que la tierra ejerce un tipo de fuerza la cual atrae objetos, no se determina correctamente

por qué y cuál es su magnitud, pero se llega incluso a nombrar inercia y fuerzas internas.

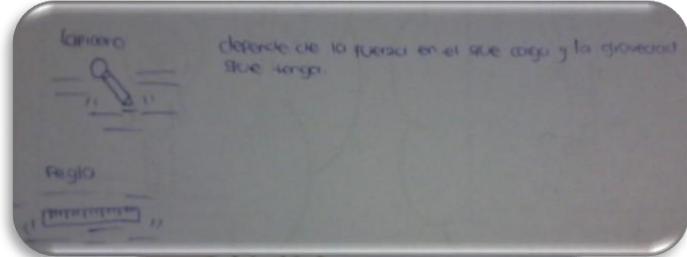
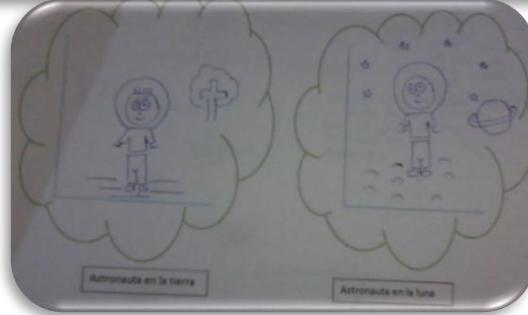
- d. La caída de los objetos depende siempre de una fuerza que la provoque, por tanto, debe haber una fuerza inicial en estos movimientos, no funcionan sin esa parte según la concepción de los niños.
- e. Se atribuye la velocidad y el movimiento que realizan los objetos al “peso”, pero en realidad ellos se refieren a la masa, porque hacen referencia a los kilogramos que posee el objeto. Se presenta la confusión sobre si cae más rápido un objeto pesado o uno liviano, lo podemos ver reflejado en el estudiante (28) “cuando el sacapuntas se cae el rebota una vez, pero como el sacapuntas no es un objeto pesado el cae rápidamente”.
- f. Partiendo de lo que se ha visto en la escuela hasta el momento, los estudiantes atribuyen el estudio de la gravedad a los filósofos, pero las teorías que proponen no son muy acordes con los análisis históricos.
- g. La caída de los objetos causó sensación en la antigüedad cuando los objetos caen y se dañan. Por ejemplo, el estudiante (19) manifestó: “siempre ha tenido importancia en la tierra porque no hay fuerza de gravedad y las cosas materiales es fácil que se dañen”
- h. Se hace referencia a Newton y la caída de la manzana, la cual es un caso particular de la caída libre, pero no saben de dónde llega el análisis, o el por qué de allí salen tantas conjeturas.
- i. Los astronautas en la tierra caminan y en la luna flotan. Esto lo manifestaron por medio de gráficos donde se evidencia la influencia de las películas, pero surge la pregunta ¿saben por qué sucede este fenómeno?
- j. En esta categorización podemos notar una de las mayores confusiones que presentan los estudiantes, donde se cree que en la tierra no hay gravedad y en la luna si y es por esto que los astronautas en la luna flotan y en la tierra caminan. Una de las respuestas fue la del estudiante (10) “en la tierra no hay gravedad y se va caminando, en la luna si hay gravedad y su cuerpo no se sostiene sobre algo”.

- k. Se acercan a un concepto de ley de atracción de los objetos (gravedad) atribuyendo la fijación a la superficie por esas fuerzas que la tierra ejerce al mantenernos sujetos a ella.
- l. Se hace atribución a que debido a la gravedad se mantienen en la posición que se encuentran los cuerpos, sin esta fuerza no se mantendrían fijos a la superficie, pero definen algunos ejemplos para dar explicación que no tienen relación con lo descrito, es el caso del estudiante (24), dice: “la gravedad es la fuerza magnética que nos tienen en el suelo por eso en la luna no hay gravedad nosotros tenemos gracias a los árboles”.
- m. Se maneja la gravedad como el medio para poder flotar y en el cual los objetos al caer no se golpean, sino que flotan y se amortiguan.
- n. Se ve la gravedad como un vector, en este caso la fuerza, donde se le atribuye dirección y sentido.

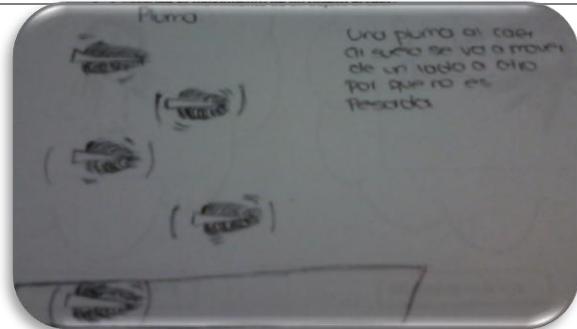
7.3. LENGUAJE Y COHERENCIA.

Adicional al instrumento que se aplicó se realizó una entrevista (ver anexo B) con preguntas abiertas, relacionadas con la caída libre, en la cual se les ponían situaciones como la caída de un objeto y luego se hacía una pregunta para que los estudiantes empezaran a debatir entre ellos. Esta se realizó con el objetivo de obtener más información ya que a los alumnos se les facilita expresar sus ideas de manera oral. La entrevista fue aplicada a un grupo de catorce estudiantes seleccionados del total de estudiantes que realizaron el primer instrumento. Para seleccionar estos estudiantes se tuvo en cuenta la forma en la que respondieron el primer instrumento, su coherencia a la hora de escribir, las respuestas que más nos llamaron la atención no sólo por lo cerca que estuvieron de las respuestas esperadas sino también por la poca información que estas nos brindaban. En la Tabla 2 se presenta la respuesta escrita y oral y el modelo iconográfico por estudiante. Adicionalmente, presentamos el análisis que hicimos a estas respuestas.

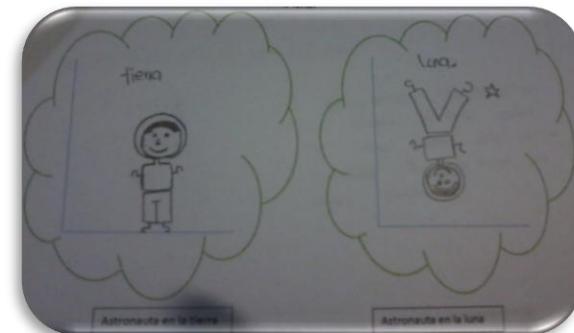
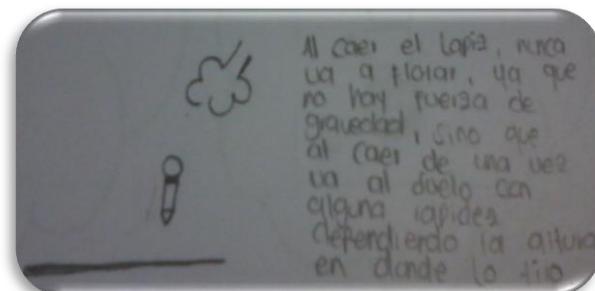
Tabla 2: Lenguaje y coherencia

CÓDIGO ESTUDIANTE	ANÁLISIS RESPUESTA ESCRITA	ANÁLISIS RESPUESTA ORAL	MODELO ICONOGRÁFICO
16	<p>Se hace referencia a la gravedad como un valor que no es constante en todo punto de la tierra. La fuerza interviene en el movimiento en el momento que cae el objeto.</p>	<p>"Porque es falta de gravedad, porque si tuviera gravedad estaría flotando", hay contradicciones entre lo escrito y lo expresado. No hay una explicación apropiada a la respuesta, ya que se evidencia que atribuye el movimiento a una cuerda que lo sujeta. No se hace relación de lo escrito y lo verbal.</p>	 
	<p>El concepto de caída libre lo usa en objetos con resistencia del aire. El cambio de la tierra a la luna respecto a la gravedad se ve reflejada en un cambio de posición</p>	<p>"Como cada objeto o persona consta de un simple peso o nosotros hacemos parte de un granito de arena en el mundo, cierto, entonces cada persona consta de un peso, entonces</p>	

- 12 ya que en la luna aparte *al soltar o estar en el aire la que flota se ubica fuerza de gravedad actúa y verticalmente. es lo que actúa para que llegue al suelo, ósea si no hubiera gravedad estaríamos fuera de órbita*. Presenta algunas concepciones y creencias de gravedad y el movimiento.



- No conoce el concepto de gravedad y de atracción terrestre. Usa el término de rapidez atribuyéndole una altura x. La gravedad en la luna hace que la persona se encuentre verticalmente pero invertido a lo que estaría en la tierra.
- 11 "Cuando tiene gravedad sube y cuando no se cae". Confirma lo contestado en lo escrito, aun se evidencia el des-conocimiento del concepto de gravedad.



2

No se expresa por medio de escrito, solo imágenes. *“La tierra en la mitad tiene como un imán que atrae las cosas, por eso se caen hacia abajo”.*



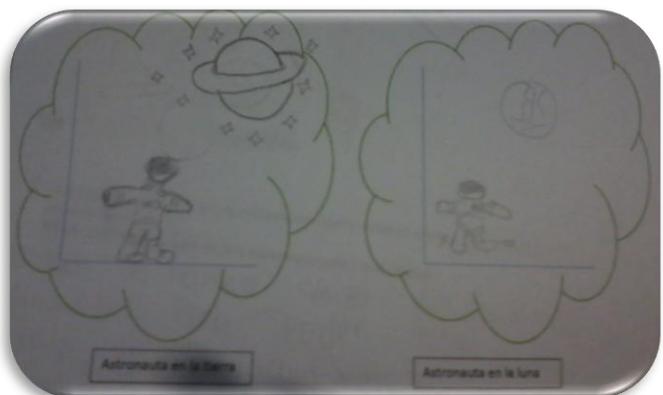
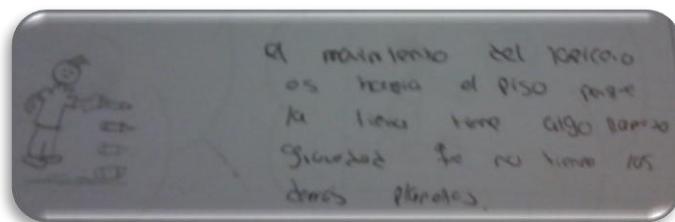
Se expresa poco por medio de escritura pero sus ideas en la entrevista fueron de otro manejo, y se evidencian creencias acordes al concepto de gravedad.

14

Utiliza el concepto de gravedad como la fuerza que atrae los objetos al suelo, pero de igual manera afirma que en los otros planetas no hay. *“No pues depende como lo tire porque si lo tira con fuerza pues obviamente va a caer recto, pero si lo tira derecho el a veces como que se volteá y cae y revota”.*

Se le atribuye más factores al movimiento de caída libre como la dirección en que cae el objeto.

“Acá hay algo que nos atrae a nosotros para que podamos estar sobre el



*suelo y ya en la luna no hay
no tiene gravedad".*

Se reconoce la existencia de la gravedad en la tierra, pero no en otros planetas.

5 Ya se hace un ejemplo empleando el concepto de velocidad con unidades de medida, y asegurando que afectan los materiales con que estén hechos los objetos.

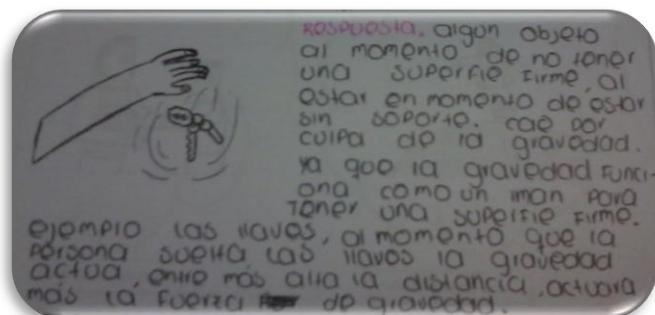
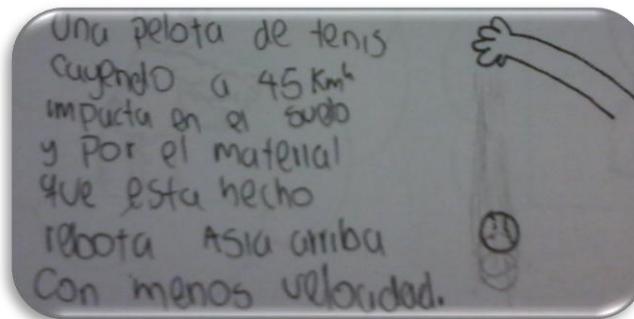
"No todos los objetos pueden caer, porque por ejemplo la columna tiene doble base que no deja que la biga caiga, entonces ningún, ¿si tiene una base podría ser que no se caiga?, a menos de que pase un terremoto".

Siempre tienen en cuenta los materiales que existen alrededor del movimiento.

8 La fuerza de gravedad actúa sobre los objetos como un imán. La caminata del astronauta es saltada.

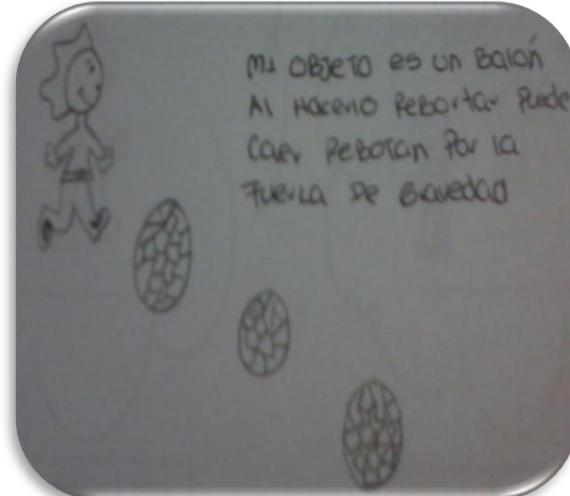
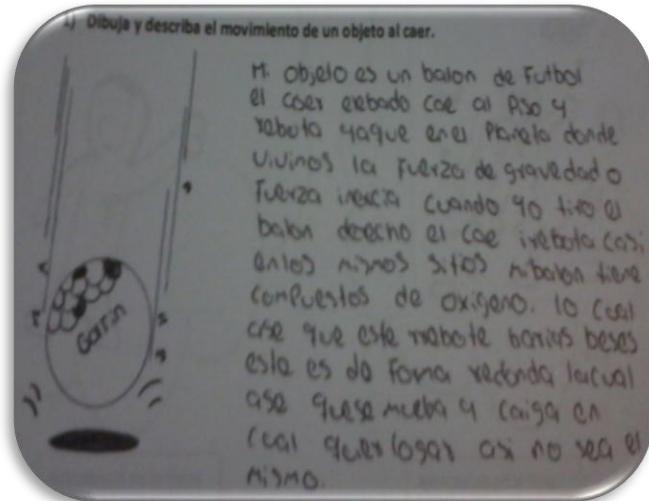
"Porque es obvio que si uno lo suelta el lapicero se va a caer, pero es que no sé cómo se dice, ¿si es falta de gravedad? Sí, porque no hay gravedad".

Se contradice lo escrito y lo expresado.



- Aparte de hacer "Uno tira una pluma y atribuciones sobre la *siempre va a caer al piso por fuerza de gravedad* se *la fuerza de gravedad* nombra la *inercia* y los *siempre lo va a halar otra* materiales que componen los objetos como en este caso de un balón el gas (oxígeno) el cual va a tener efecto en la forma de moverse el objeto.
- 7 Se continúa afirmando lo que escribió en el instrumento de exploración.

- 6 Se hace el dibujo basado "La fuerza que hace que en un movimiento parabólico, más no caída libre (vertical) reconoce la fuerza de gravedad.
- "La fuerza que hace que nuestro peso, haga que nosotros *hagamos contacto con la capa terrestre porque si no hubiera gravedad nuestro peso sería ligero como una pluma".*
- Confirma lo escrito en el instrumento de exploración.



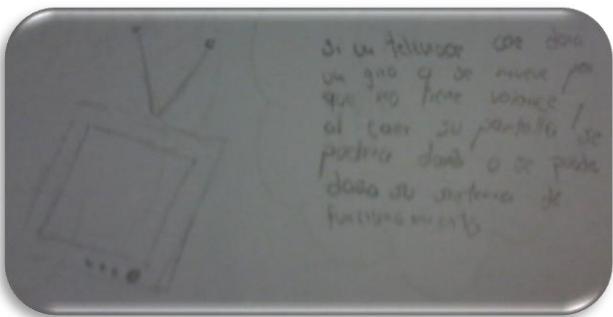
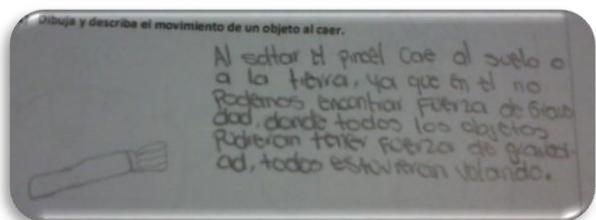
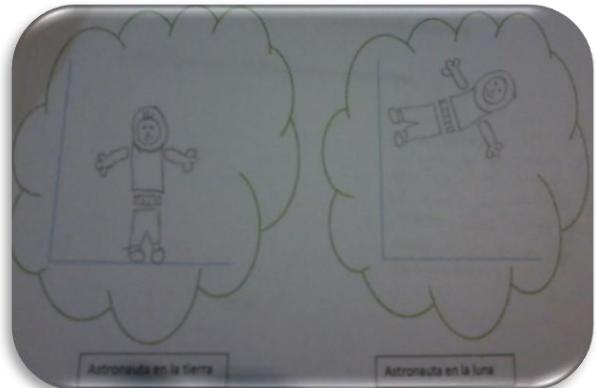
21 La fuerza de gravedad no es propia de la tierra si no de cada objeto, por tanto, si no la poseen, los objetos flotan.

"Haya digamos a marte y cuando el pisa el flota, si él puede flotar y saltar y todo eso, entonces yo digo que ellos cuando los astronautas

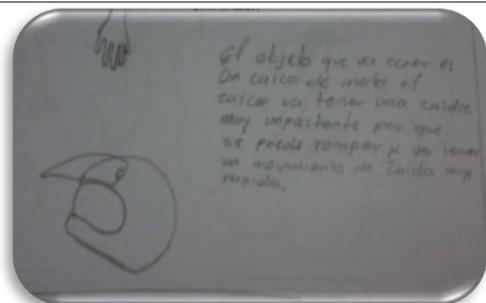
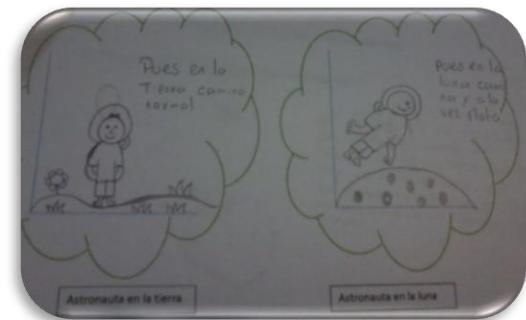
están en la nave ellos crean una fuerza de gravedad artificial para mantenerse en pie en la nave, pero cuando digamos muestran que están elevados entonces digamos que hay una fuerza de gravedad que hace que los eleva".

30 No hay conceptos de la caída libre en su respuesta, describe la caída como giros y daños.

"En el espacio también existe gravedad, no es que no exista fuerza de gravedad, pero a la ves si existe ósea porque cuando estamos en el espacio nosotros flotamos". Posee ideas pero no sabe ordenarlas para decirlas.



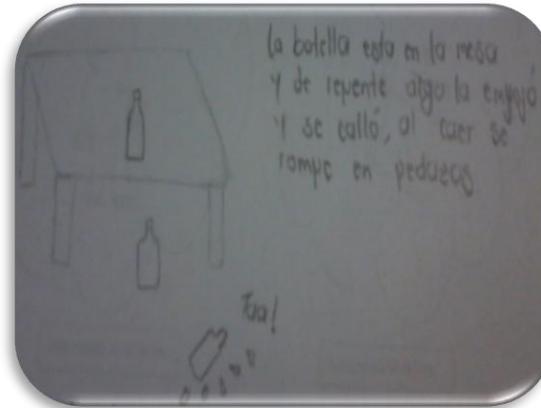
- Caída rápida pero no determinada por algún concepto físico, se lanza hacia arriba y hacia abajo atribuyéndolo a daños. El astronauta camina en la tierra y en la luna flota y camina.
- “No tiene la capacidad para quedarse flotando el mismo peso hace que caiga”.
- 31
- No reconoce la gravedad como la fuerza que hace la atracción hacia la tierra, si no al peso.
- “En la luna no es lo mismo que acá porque no es lo mismo estar acá que por allá arriba, pues porque no es la misma gravedad acá que haya”.
- No coordina lo escrito, lo expresado y lo dibujado con claridad.
- La caída libre se describe como una caída rápida de caos, causante de destrozos y daños.
- “Depende del peso del objeto”. La caída se ve afectada por el objeto, poco se atribuye a los factores del medio.



26

Se atribuye la caída a “*Si la fuerza de gravedad, daños, mas no se toman que, al caer un objeto, ósea conceptos del movimiento impide que no se eleve que mantenga en el piso y no se eleve*”.

Coordina lo escrito, lo expresado y lo plasmado afirmando su idea.



8. DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.

A continuación, se presenta una serie de actividades las cuales servirán de ayuda para que los estudiantes puedan percibir la relación que existe entre la física y la matemática, comprender algunos conceptos propios de la física y poder encontrar representaciones matemáticas que ayuden a interpretar situaciones de la vida cotidiana. El modelo de presentación de la unidad didáctica se basó en el trabajo de grado de maestría de Ovimer Gutiérrez Jiménez. (Gutiérrez Jiménez, 2013)

Las actividades de la unidad didáctica están basadas en las concepciones de los estudiantes y en algunas de las ideas presentadas en el artículo “Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de la caída libre” (Sánchez, 2011).

a. ACTIVIDAD N°1: HISTORIA DE LA FÍSICA, LA CAÍDA LIBRE.

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Reconozco múltiples relaciones entre eventos históricos: sus causas, sus consecuencias y su incidencia en la vida de los diferentes agentes y grupos involucrados (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004)

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Conocer acerca de la historia de la física.
- Reforzar la comprensión lectora.
- Conocer sobre la gravitación universal.

iii. Contenidos:

- Conceptos.
- Historia.

iv. Procedimientos:

- Lectura.
- Actividad acerca de la lectura.
- Actividad para reforzar conceptos.
- Trabajo grupal.

La actividad se desarrolla en tres fases.

- ✓ Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- ✓ Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal o individual, cualquier duda será atendida por el profesor.
- ✓ Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntualiza en cada una de las actividades presentadas.

v. Situación introductoria.

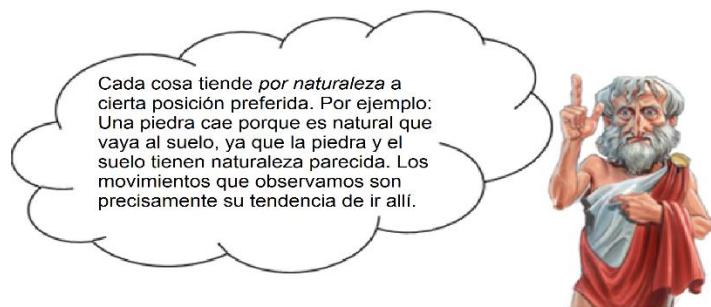
Se presenta a los estudiantes la siguiente lectura en la que encontrarán diferentes sucesos y momentos que han ocurrido y han sido importantes para el desarrollo y estudio de la física más específicamente en el tema de caída libre.

Esta lectura se realiza en grupos de trabajo de máximo tres estudiantes.

EL NACIMIENTO Y LA GRANDEZA DE UNA CIENCIA

Aristóteles decía:

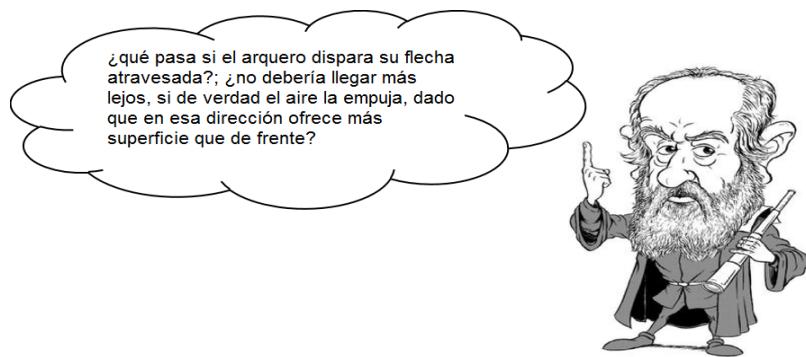
Figura 4: Pensamiento de Aristóteles.



Fuente: <http://artofpetry.blogspot.com.co/2013/06/aristotel-aristoteles.html>

Pero Aristóteles no era tonto, distinguía entre lo que llamaba movimientos naturales (por ejemplo, el agua bajando por un torrente) y movimientos violentos (por ejemplo, disparar una flecha). En los movimientos violentos, producidos por los seres vivos, creía que siempre debía estar actuando una fuerza. En el caso de la flecha, la fuerza inicial la producía el arquero, pero luego creía que lo que mantenía la flecha en movimiento era la fuerza del aire que la empujaba constantemente desde atrás.

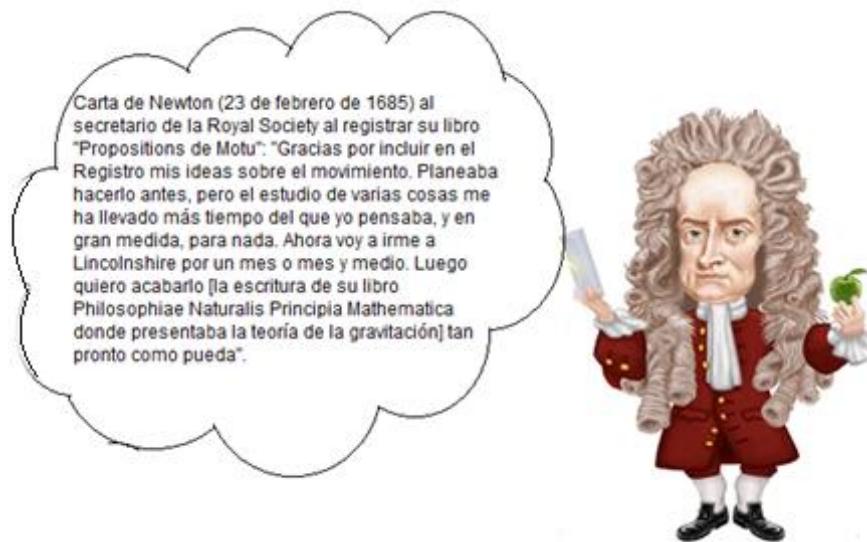
Figura 5: Pensamiento de Galileo Galilei.



Fuente: <http://fisicoidalibre.blogspot.com.co/p/biografia>

Hasta Galileo (siglo XVII) esta fue la teoría aceptada. Galileo no sólo reflexionó sobre esto. Sino que también experimentó tirando distintos objetos desde la torre inclinada de Pisa. Observó que los cuerpos caían igual, independientemente de su masa, tamaño y forma (si despreciaba el efecto de fricción del aire) y que no caían con velocidad constante, como creía Aristóteles, sino que iban acelerándose.

Figura 6: Pensamiento de Sir Isaac Newton.



Fuente: <http://www.imagexia.com/caricatura-de-isaac-newton/>

Newton desarrolló estas ideas en su teoría de la gravitación universal. Lo veremos en detalle a lo largo de todo el texto. Pero ahora nos interesa su lado humano. Newton puede que fuera un genio, pero era, por supuesto, humano. En algunos momentos se le ve quejándose del tiempo que se tarda en investigar las cosas a fondo y de que la mayor parte de las veces llega uno a callejones sin salida, sin provecho aparente.

La historia de la manzana y Newton es casi tan famosa como la de Eva y su manzana (¿qué tendrán las manzanas?). Hay quien piensa que es también una leyenda, pero miren esto escrito por un amigo suyo. Nos enseña, entre otras muchas cosas, que reflexionar sobre lo que vemos (aunque parezca intrascendente) es la clave.

(Stukeley) "Tras la cena [el 15 de abril de 1726], con clima agradable, salimos al jardín él [Newton] y yo a tomar el té a la sombra de unos manzanos. En la conversación me dijo que estaba en la misma situación que cuando le vino a la mente por primera vez la idea de la gravitación. La originó la caída de una manzana, mientras estaba sentado, reflexionando. Pensó para sí ¿por qué tiene que caer la manzana siempre perpendicularmente al suelo? ¿por qué no cae hacia arriba o hacia un lado, y no siempre hacia el centro de la tierra? La razón tiene que ser que la tierra la atrae.

Debe haber una fuerza de atracción en la materia; y la suma de la fuerza de atracción de la materia de la tierra debe estar en el centro de ella, y no en otro lado. Por esto la manzana cae perpendicularmente, hacia el centro.

Por tanto, si la materia atrae a la materia, debe ser en proporción a su cantidad [la masa]. La manzana atrae a la tierra tanto como la tierra atrae a la manzana. Hay una fuerza, la que aquí llamamos fuerza gravitacional, que se extiende por todo el universo".

Ahora es L. Silberstein el que se pregunta y trata de dar solución a algunos interrogantes que se hace: Entender la relatividad general de Einstein no es fácil. Silberstein preguntó a Eddington tras el eclipse de 1919 (cuando se acababa de confirmar la predicción de Einstein de que la luz se curvaba por la gravedad): "Profesor, usted debe ser una de las tres personas en el mundo que entiendan la relatividad ¿verdad?". Eddington se quedó dudando, y Silberstein insistió: "Vamos, profesor, no sea modesto". Eddington respondió: "Al contrario, intento pensar quién es la tercera".

Einstein se hizo muy famoso en su tiempo y era muy agudo comentando cosas de su investigación o de la vida. Hay varios libros y páginas web dedicados a las anécdotas y citas de Einstein. A continuación, se relacionan algunos de sus comentarios más celebres:

Dijo una vez que le resultaría difícil dar clase en un colegio mixto, porque los chicos estarían todo el rato mirando a las chicas y no escucharían al profesor. Alguien le dijo

que sí le escucharían a él con total atención y olvidándose de las chicas. "Tales chicos no merecerían que les diera clase", contestó.

Los grandes científicos también cometan grandes errores. Einstein dijo: "No hay ni la más ligera indicación de que algún día podamos obtener energía del átomo". Pocos años después había bombas atómicas y centrales nucleares.

Figura 7:Pensamiento de Albert Einstein.



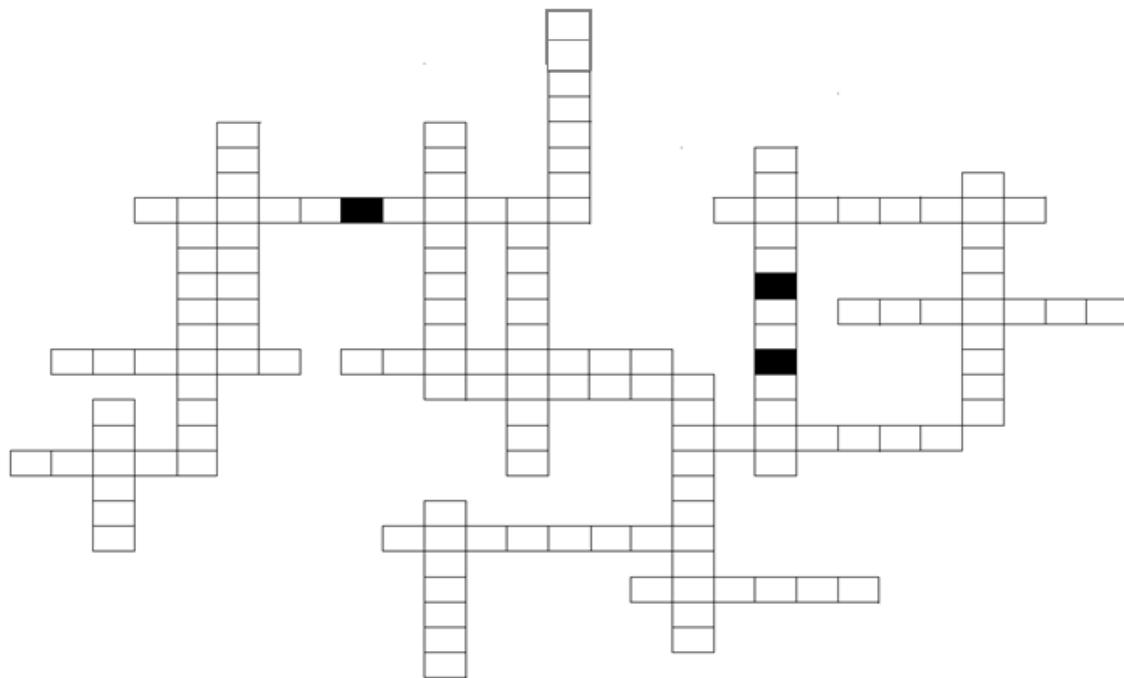
Fuente: https://es.123rf.com/photo_13596930_caricatura-de-albert-einstein.html

Finalmente, mencionemos que Newton y Einstein, a quienes debemos las dos mejores teorías de la gravitación, son probablemente los más grandes físicos de la historia. Lo anterior fue tomado de <http://www.iac.es/cosmoeduca/gravedad/complementos/enlace3.htm>. Una vez realizada la lectura se procede en los grupos de trabajo a realizar el siguiente crucigrama en el cual encontrarán términos relacionados con la lectura.

ACTIVIDAD.

Resuelva el siguiente crucigrama, en el cual encontrarás términos de la lectura anterior.

Figura 8:Actividad N°1, crucigrama.



Fuente: <https://worksheets.theteacherscorner.net/make-your-own/crossword/lang->

- Caída libre.
- Einstein.
- Newton.
- Aristóteles.
- Manzana.
- Gravedad.
- Fuerza.
- Aceleración.
- Galileo.
- Movimiento.
- Resistencia.
- Torre de Pisa.
- Fricción.
- Tiempo.
- Obras.
- Físicos.
- Matemáticos.
- Historia.
- Rozamiento.
- Enseñar.

vi. Situación complementaria.

Se presenta a los estudiantes una situación la cual se resolverá en los grupos de trabajo y al finalizar deben socializar con el resto del grupo.

A. Se les pedirá a los grupos que realicen una historieta utilizando las palabras dadas en el crucigrama. Luego cada grupo debe mostrar su historieta a los demás compañeros. Para la realización de la historieta se deben seguir las siguientes reglas.

- Deben utilizar por lo menos cinco de las palabras dadas en el crucigrama.
- Deben usar el nombre de uno de los personajes que aparece en la lectura “EL NACIMIENTO Y LA GRANDEZA DE UNA GRAN CIENCIA”.
- La historieta debe tener relación con alguna situación que les haya pasado a los estudiantes o algún familiar.
- Los integrantes del grupo deben aparecer dentro de la historieta con otro nombre.

b. ACTIVIDAD N° 2: MODELACIÓN MATEMÁTICA, ENCONTRAR PATRONES.

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica (MEN, Estándares Básicos de Competencias en matemáticas., 2002).

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Reconocer patrones dentro de una secuencia.
- Pasar del lenguaje común al algebraico.
- Buscar expresiones algebraicas que ayuden a interpretar situaciones.
- Analizar y resolver problemas.

iii. Contenidos:

- Conceptos.
- Generalidades.
- Búsqueda de patrones.

iv. Procedimiento:

- Trabajo sobre pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico.
- Construcción e interpretación para dar solución a un problema.
- Actividades de refuerzo.
- Trabajo individual.

La unidad se desarrolla en tres fases.

- ✓ Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- ✓ Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal o individual, cualquier duda será atendida por el profesor.
- ✓ Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntuiza en cada una de las actividades presentadas.

v. Situación introductoria.

Se inicia realizando unas preguntas a los estudiantes en las cuales deben pasar del lenguaje común a notación algebraica; para esto se les explica cómo lo deben hacer y se realizan ejemplos. Se trabaja de forma individual y al finalizar se hace su respectiva socialización.

1. Pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico las siguientes expresiones.

Ejemplo: el doble de un número:

R/ $2x$ donde x = número cualquiera.

- A. Un número aumentado en diez.
- B. El triple de un número.
- C. La cuarta parte de un número.
- D. Un número disminuido cuatro veces.
- E. La edad de Pedro es el doble que la edad de Juan.
- F. El kilogramo de arroz aumento 200 pesos en el último año.

vi. Situación complementaria.

Se presenta a los estudiantes una serie de situaciones las cuales deben resolver de forma individual y una vez finalizada cada actividad se hace su respectiva socialización.

1. El dueño de un supermercado solicita a una empresa de telefonía celular cotizaciones sobre sus planes. La empresa envía la información como se muestra a continuación:

Tabla 3: Actividad N°2, modelación matemática.

PLAN I	PLAN II
Cargo fijo: \$ 15.000	Cargo fijo: \$ 7.500
Valor del minuto o fracción: \$ 150	Valor del minuto o fracción: \$ 300

A continuación, se realizan las siguientes preguntas:

- El dueño del supermercado al leer inicialmente las cotizaciones, afirma: “el plan II es el que ofrece mejores posibilidades de ahorro”. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿por qué?
 - El hijo del dueño del supermercado le dice a su padre que los dos planes tienen el mismo valor si se venden más de 30 minutos. ¿estás de acuerdo con esta información? ¿por qué?
 - ¿Determine una expresión que permita conocer el costo de cualquier consumo de minutos en cada uno de los planes? ¿por qué?
2. A continuación se presenta un enunciado con el cual los estudiantes deben dar solución a una serie de preguntas.

Oscar y Alex están jugando con palillos y han formado el siguiente orden de figuras conformando triángulos equiláteros.

Figura 9: Actividad N°2, secuencia a.



ILUSTRACIÓN 1



ILUSTRACIÓN 2



ILUSTRACIÓN 3



ILUSTRACIÓN 4

Fuente: Autores

- Oscar afirma que para la ilustración 5 usarán 12 palillos, ¿estás de acuerdo con esa afirmación? ¿por qué?
- Alex quiere determinar el número de palillos que necesita para formar cada ilustración y para ello quiere construir una tabla. ¿Cómo debería Alex construir la tabla? ¿Cómo quedaría la tabla?

- C. Determine una expresión que permita conocer el número de palillos para cualquier ilustración.
- D. Oscar le propone a Alex hacer la sucesión de la siguiente forma:

Figura 10: Actividad N°2, secuencia b.



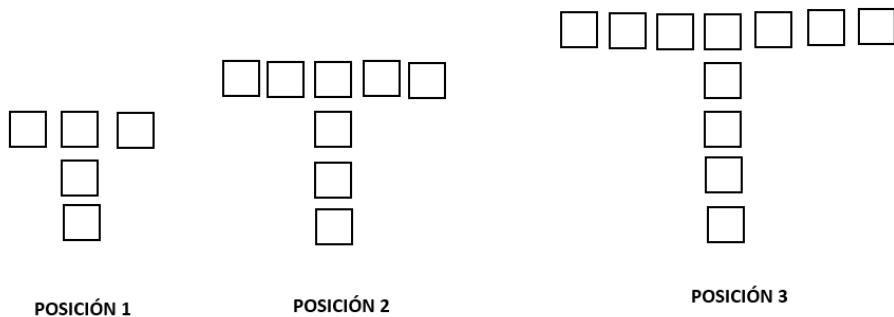
Fuente: Autores

- E. Respecto al número de palillos que se usan construyendo la sucesión de esta forma, ¿qué se podría afirmar?
- F. Determine una expresión algebraica que permita conocer el número de palillos para esta nueva sucesión.

A continuación, se presenta una situación problema, la cual consta de un enunciado y una serie de preguntas a las cuales los estudiantes deben de dar solución.

Observa el siguiente orden de las figuras.

Figura 11: Actividad N°2, secuencia c.



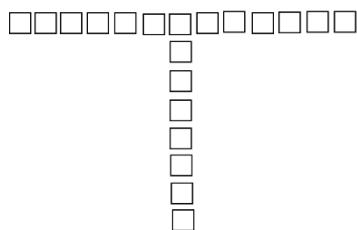
Fuente: Autores

Responda las siguientes preguntas de acuerdo a la información anterior.

- A. Dibuje la figura que corresponde a la posición 4.

B. A qué posición corresponde la siguiente figura.

Figura 12:Actividad N°2, secuencia c-1.



Fuente: Autores

- C. Camilo afirma que la cantidad de cuadrados en la franja horizontal de cualquier figura de la secuencia aumenta el doble respecto a la posición anterior. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? ¿Por qué?
- D. ¿Cuál es la cantidad de cuadrados que tiene la figura 1, la figura 5, la figura 10, la figura 20, la figura 87? ¿Qué estrategia utilizó para determinar el número de cuadrados de cada una de las figuras pedidas?
- E. Determine una expresión algebraica que te ayude a conocer el número de cuadrados para cualquier figura.

c. ACTIVIDAD N° 3: CAÍDA LIBRE DE LOS OBJETOS.

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Formulo preguntas específicas sobre una observación, sobre una experiencia o sobre las aplicaciones de teorías científicas (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004).

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Identificar situaciones en la que interviene la ley gravitacional.
- Determinar los factores externos que hacen que la caída de todos los objetos sea diferente.
- Reconocer los elementos que intervienen en la caída de los objetos.

iii. Contenidos:

- Concepto e interpretación de caída libre.

iv. Procedimiento:

- Situaciones de caída libre.
- Preguntas relacionadas con el tema
- Situación de caída libre de dos objetos diferentes.
- Preguntas relacionadas con el tema.
- Socialización.

La unidad se desarrolla en tres fases.

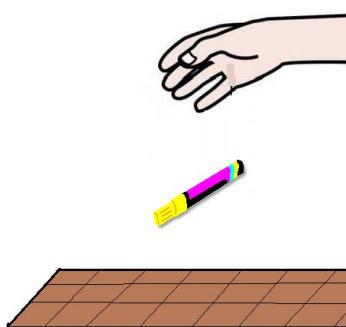
- ✓ Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- ✓ Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal, cualquier duda será atendida por el profesor.
- ✓ Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntualiza en cada una de las actividades presentadas.

v. Situación introductoria.

Para abordar la noción de caída libre.

Se empieza haciendo un ejemplo de la caída de un objeto, para esto se toma un marcador y se deja caer, luego se hacen las siguientes preguntas a los estudiantes. Este ejercicio se realiza de forma individual.

Figura 13: Actividad N°3, caída de un objeto.



Fuente:https://es.123rf.com/imagenes-de-archivo/manos_abiertas.html?sti=m5430plge7uhf2zoyl

- ¿Por qué crees que el objeto cae?
- ¿Todos los objetos caen de la misma forma?

- C. Describe la forma como el objeto (marcador) cae.
 - D. ¿Por qué crees que la caída de los objetos empezó a tener importancia para la humanidad?
 - E. Crees que hay factores que impiden que el objeto caiga libremente. ¿Cuáles?
- vi. Situación complementaria.
1. Ahora se les presenta a los estudiantes una situación similar a la anterior, pero incluiremos la caída de otro objeto con características diferentes (hoja) al anterior (marcador).

Figura 14:Actividad N° 3, caída de dos objetos.



Fuente: <https://www.canstockphoto.es/silla-mujer-se-sentar-21332143.html>

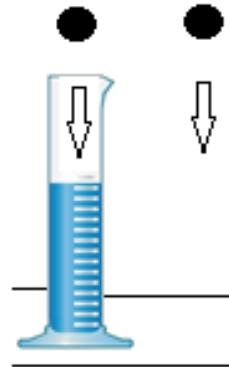
Se procede a realizar las siguientes preguntas.

- A. Describe la forma como cada uno de los objetos cae.
- B. ¿Cuál objeto crees que caerá primero o caerán los dos al mismo tiempo? ¿Por qué?

Una vez contesten las preguntas se realiza su respectiva socialización, promoviendo un debate en el cual los estudiantes deben defender sus puntos de vista.

2. Teniendo en cuenta la situación anterior, se toman dos esferas de igual masa y se procede a dejarlas caer de una misma altura y simultáneamente de la siguiente manera: la primera se deja caer dentro de una probeta con agua, y la otra libremente como indica la ilustración.

Figura 15: Actividad N°3, caída de dos objetos en diferentes medios.



Fuente:<https://articulo.mercadolibre.com.ar/MLA-617427548-probeta-de-vidrio>

Luego de realizado el experimento se procede a realizar las mismas preguntas de la actividad complementaria N° 1.

d. ACTIVIDAD N°4: CAÍDA LIBRE DE OBJETOS SESIÓN 2.

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Formulo hipótesis, con base en el conocimiento cotidiano, teorías y modelos científicos (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004).

Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica (MEN, Estándares Básicos de Competencias en matemáticas., 2002).

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Identificar situaciones en la que se involucra el tema de caída libre.
- Reconocer conceptos propios de la física como lo son tiempo, velocidad y gravedad.
- Determinar expresiones matemáticas que ayuden a dar interpretación a fenómenos físicos.

iii. Contenidos:

- Concepto y modelación de fenómenos físicos relacionados con caída libre.

iv. Procedimientos:

- Situación problema de caída libre.
- Preguntas relacionadas con el tema.
- Socialización.

La unidad se desarrolla en tres fases.

- Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal, cualquier duda será atendida por el profesor.
- Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntuiza en cada una de las actividades presentadas.

v. Situación introductoria:

Se inicia analizando con los alumnos los siguientes videos teniendo como objetivo la identificación de los cambios de movimiento y caída libre en cada una de las escenas.

Realizar un reporte y discutirlo en la clase.

Video 1: La pantera rosa.

Figura 16: Actividad N°4, video 1.



Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=k-cXgs2bocg>

Video 2: Coyote y correcaminos.

Figura 17: Actividad N°4, video 2.

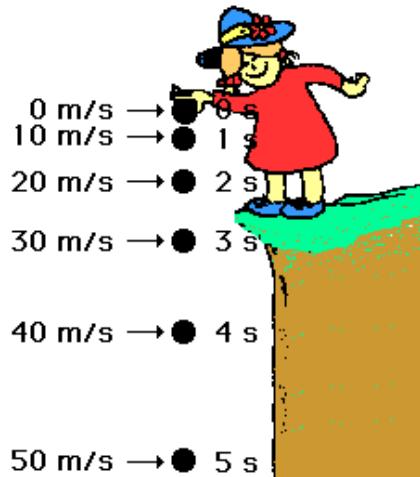


Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=4Zn045Q_f6E

vi. Situación complementaria.

1. A continuación, se presenta a los estudiantes una imagen la cual muestra la velocidad con la que cae un objeto (pelota) en diferentes instantes de tiempo.

Figura 18: Actividad N°4, situación complementaria 1.



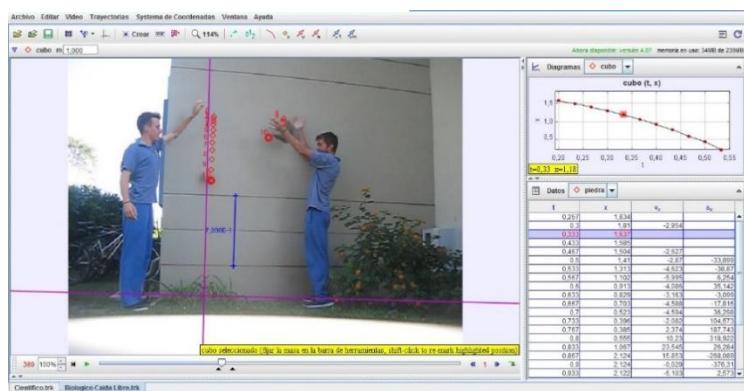
Fuente: <http://cosmology.berkeley.edu/Education/ISTATPage/MiddleSchool/accelerationstudent.html>

Luego se les pide a los estudiantes que respondan las siguientes preguntas.

- A. ¿Con qué velocidad parte la pelota?
- B. ¿En qué tiempo la pelota alcanza una velocidad de 30 m/s?

- C. ¿Cuál crees que va ser la velocidad de la pelota a los 6 segundos, a los 10 segundos?
- D. ¿Cómo pudiste determinar la velocidad en los tiempos pedidos en la pregunta anterior?
2. Ahora se solicita a los estudiantes grabar un video en el cual dejan caer un objeto. Luego con ayuda del programa “Tracker” (<https://physlets.org/tracker/>) se procede a realizar una descripción de lo visto en la situación. Una vez terminada la actividad se les pedirá a los estudiantes hacer un escrito en el que presenten relaciones con la situación complementaria anterior, de igual manera se solicita interpretación de las gráficas hechas por el programa.

Figura 19: Actividad N° 4, Tracker.



Fuente: <https://casasjavier.wordpress.com/caida-libre/>.

Nota: previamente se realizará una inducción por parte del docente, del uso del programa “Tracker”

3. La siguiente tabla muestra la velocidad (metros/segundo) con la que cae una pelota de un edificio en diferentes instantes de tiempo (segundos):

Tabla 4: Actividad N° 4, relación velocidad vs tiempo.

TIEMPO (segundos)	VELOCIDAD (metros/segundo)
3	29,43
4	39,2
5	49
6	58,8

A partir de los datos anteriores, determine una expresión que indique la velocidad con que cae la pelota en cualquier instante de tiempo dado.

Recuerda que la aceleración con que caen los cuerpos que son atraídos la tierra es de 9,8 m/s² (gravedad).

e. ACTIVIDAD N°5: CAÍDA LIBRE, USANDO PÁGINA WEB.

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Utilizo las matemáticas como herramienta para modelar, analizar y presentar datos (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004).

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Identificar la forma como caen objetos de diferente masa.
- Encontrar diferencias entre la caída de dos objetos de diferente masa.
- Utilizar herramientas informáticas para entender la caída de diferentes objetos.

iii. Contenidos:

- Conceptos y diferencia entre la caída de diferentes objetos según su masa.

iv. Procedimientos:

- Situación problema de caída libre, para su desarrollo se hará uso de una página web.
- Preguntas relacionadas con el tema.
- Experimentos para complementar el tema.

La unidad se desarrolla en tres fases.

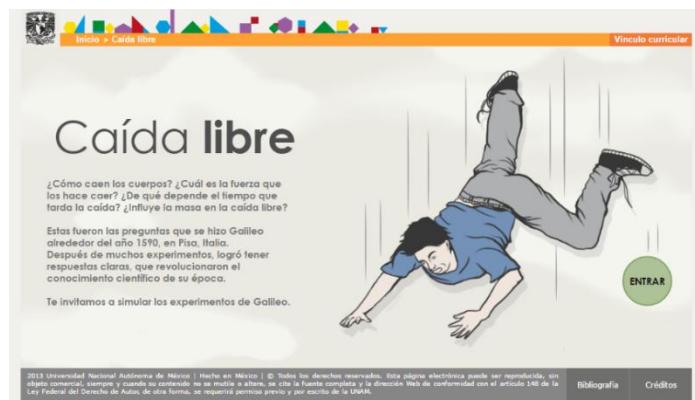
- ✓ Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- ✓ Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal, cualquier duda será atendida por el profesor.
- ✓ Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntualiza en cada una de las actividades presentadas.

v. Situación introductoria.

Para esta actividad utilizaremos la siguiente página web, <http://www.objetos.unam.mx/fisica/caidaLibre/index.html>, en la cual podremos ver la caída de dos objetos. Los objetos se pueden manipular, cambiar de tamaño, masa, material, presión del aire y altura de la que caen. Una vez terminado el experimento nos muestra las gráficas correspondientes de tiempo-velocidad y de tiempo-altura. A continuación, mostraremos el funcionamiento de la página web.

INICIO: Aquí nos muestran unas preguntas que tienen que ver con el tema de caída libre y nos enseñan un poco de historia de cómo empezó a tener importancia la caída de los objetos.

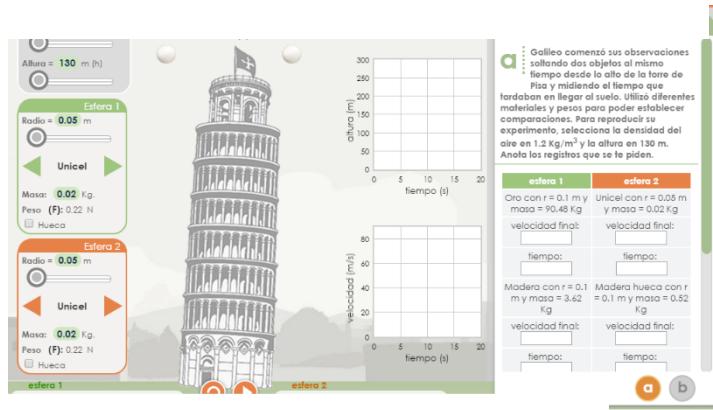
Figura 20: Actividad N°5, software educativo.



Fuente: <http://www.objetos.unam.mx/fisica/caidaLibre/index.html>

A continuación, damos clic en el botón ENTRAR.

Figura 21: Actividad N° 5, página principal software.

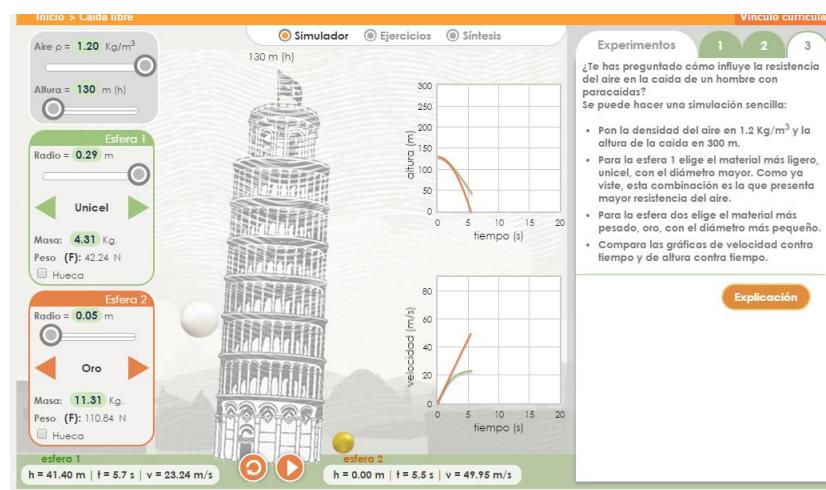


Fuente: <http://www.objetos.unam.mx/fisica/caidaLibre/index.html>

En esta parte encontramos la página principal, en la cual podemos cambiar el tamaño del objeto (esfera) así como su masa, material, densidad del aire y altura de la que caen. La caída de las dos esferas se hace al tiempo lo cual nos permite ver con mayor claridad las diferencias o similitudes con la que caen los dos objetos.

Ahora miraremos que pasa al cambiar sus valores.

Figura 22: Actividad N°5, ejemplo uso del software.



Fuente: <http://www.objetos.unam.mx/fisica/caidaLibre/index.html>

Podemos notar que la esfera dos cae primero que la esfera uno, también podemos ver la velocidad con que cae cada una de las esferas, el tiempo que tarda en caer y las gráficas de altura-tiempo y velocidad-tiempo.

En la parte derecha se encuentran diferentes experimentos que debemos realizar y dar solución a una serie de preguntas, si se tiene alguna duda en esta misma parte se muestra la explicación de cada uno de los experimentos.

Al finalizar el trabajo con la página se hará su respectiva socialización.

**f. ACTIVIDAD N°6: RECONOCIMIENTO DEL VALOR DE LA GRAVEDAD,
POR MEDIO DEL PÉNDULO SIMPLE.**

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones (MEN, Estándares Básicos de Competencias en matemáticas., 2002).

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Determinar el valor de la gravedad por medio del péndulo simple.
- Conocer la ley de las longitudes.
- Utilizar elementos caseros para hacer experimentos.

iii. Contenidos:

- Conceptos.
- Péndulo simple.
- Masa.
- Peso.

La unidad se desarrolla en tres fases.

- ✓ Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- ✓ Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal o individual, cualquier duda será atendida por el profesor.

- ✓ Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntuiza en cada una de las actividades presentadas.

iv. Situación introductoria.

Se inicia ofreciendo a los estudiantes algunos conceptos claves para el desarrollo del trabajo:

Péndulo simple: llamamos péndulo simple a un ente ideal constituido por una masa puntual suspendida de un hilo inextensible y sin peso, capaz de oscilar libremente en el vacío y sin rozamiento.

Ley de longitudes: a menor longitud, menor periodo de oscilación. Y a mayor longitud, mayor periodo de oscilación.

Ley de independencia de masas: si existen péndulos de igual longitud con masa diferente (hierro, roca, madera) y oscilan simultáneamente, los periodos de oscilación no varían.

Fórmulas a utilizar:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{t^2}$$

donde: $\pi = 3,1416$

l = longitud del hilo del péndulo

g = aceleración de la gravedad

$$t = \text{periodo de oscilación} = \frac{\text{tiempo total}}{\text{número de oscilaciones}}$$

Una vez conocidas las fórmulas que se van a utilizar, procedemos a hacer el siguiente experimento.

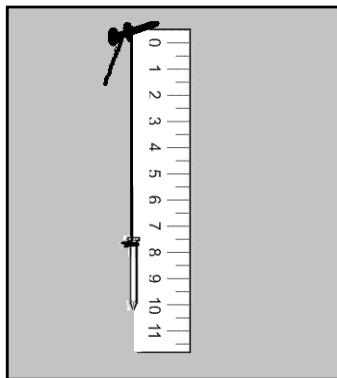
Materiales y procedimiento:

- 2 puntillas de diferentes tamaños.
- 1 lápiz grande.
- Hilo.
- 1 metro.
- Cronómetro.

Colocamos el metro pegado a la pared, en la punta (0 cm) colocamos una puntilla, en la cual amarramos el hilo y en el otro extremo dejamos colgar el otro objeto (puntilla o lápiz),

el objetivo del metro es saber la medida del hilo que vamos a utilizar. Una vez armado todo, procedemos a dejar oscilar el objeto que hace las veces de péndulo e inmediatamente empezaremos a tomar el tiempo y a contar la cantidad de oscilaciones. Anotamos los datos y después reemplazamos estos valores en las fórmulas dadas.

Figura 23: Actividad N° 6, péndulo simple.

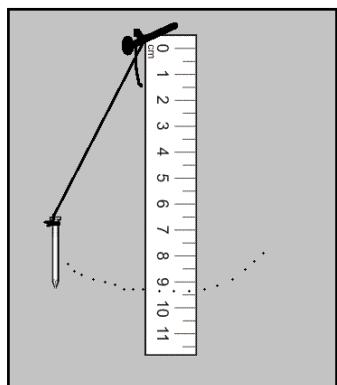


Fuente: Autores

Después utilizamos los demás objetos y hacemos el experimento cambiando la longitud del hilo utilizado. Luego realizamos una tabla en la cual anotamos los resultados obtenidos.

Ejemplo:

Figura 24: Actividad N° 6, oscilaciones.



Fuente: Autores

Número de oscilaciones = 6

Tiempo = 4,77 seg

Longitud del hilo = 14 cm → 0,14 m

$$\text{Período de oscilación} = \frac{\text{tiempo}}{\text{número de oscilaciones}} = \frac{4,77}{6} = 0,795$$

$$\text{Valor de la gravedad} = g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{t^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,14}{0,795^2} = 8,75 \text{ m/seg}^2$$

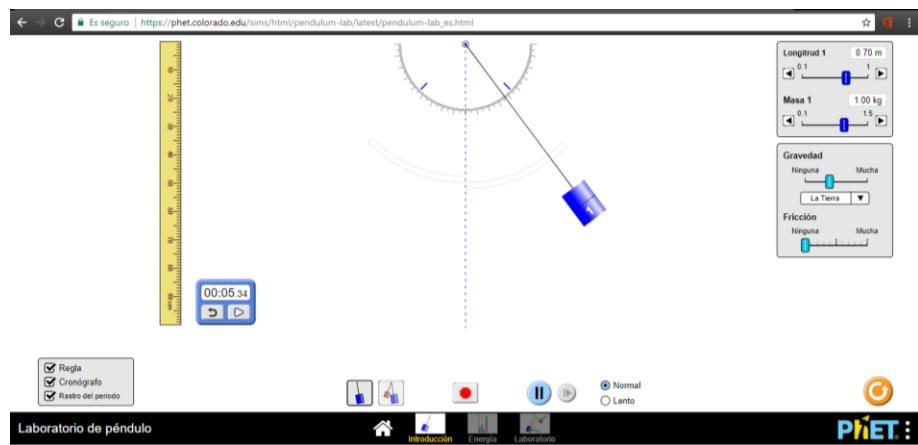
Este mismo proceso lo hacemos cambiando el objeto y la longitud del hilo.

Una vez realizados los experimentos y la tabla de recolección de datos, sacamos conclusiones las cuales se deben hacer de forma individual y escrita. Para la recolección de los datos se hace uso del programa Excel.

v. Situación complementaria.

Con ayuda del programa “Phet” (<https://phet.colorado.edu/>) se simulará la situación anteriormente planteada, realizando un descripción más puntual y a su vez logrando hacer cambios en la masa de los objetos usados, en la longitud de la cuerda que sostiene el péndulo y en el ángulo de lanzamiento del mismo. Al finalizar se solicita a los estudiantes un análisis detallado de lo visto en el simulador.

Figura 25: Actividad N° 6, simulador Phet.



Fuente: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/pendulum-lab>

g. ACTIVIDAD N° 7: CAÍDA LIBRE, LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

Alumnos: Educación Básica Secundaria.

i. Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Relaciono masa, peso y densidad con la aceleración de la gravedad en distintos puntos del sistema solar (MEN, Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales, 2004).

Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares) (MEN, Estándares Básicos de Competencias en matemáticas., 2002).

ii. Objetivos: capacitar a los alumnos para:

- Reconocer la atracción que puede existir entre dos cuerpos de diferentes masas.
- Conocer la diferencia entre peso y masa.
- Saber por qué en la tierra la gravedad tiene un valor determinado.
- Determinar el valor de la gravedad en diferentes planetas.

iii. Contenidos:

- Concepto de gravedad.
- Peso.
- Masa.

iv. Procedimiento:

- Trabajo sobre caída libre, atracción de objetos de diferentes masas.
- Hallar el valor de la gravedad en la tierra, conociendo el radio y la masa de la tierra.
- Hallar el valor de la gravedad de otros cuerpos celestes, conociendo su radio y su masa.
- Trabajo individual y grupal.

La unidad se desarrolla en tres fases.

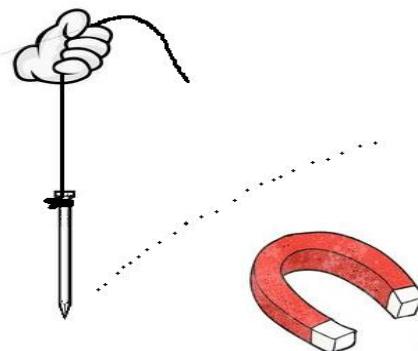
- ✓ Presentación y trabajo de los estudiantes: el profesor describe la actividad y los estudiantes participan en las indicaciones del profesor.
- ✓ Desarrollo de las actividades: este proceso se trabaja de forma grupal o individual, cualquier duda será atendida por el profesor.

- ✓ Intervención del profesor al finalizar las actividades: el profesor refina las ideas planteadas por los estudiantes, realiza las aclaraciones y puntuiza en cada una de las actividades presentadas.

v. Situación introductoria.

Se inicia tomando un imán y una puntilla de una pulgada la cual amarraremos de un hilo. Se deja el imán en un punto fijo y se pasa la puntilla a dos cm del imán, tomando únicamente el hilo, como se muestra en la imagen.

Figura 26: Actividad N°6, imán.



Fuente: <https://www.canstockphoto.es/im%C3%A1n-caricatura-34658117.html>

Una vez realizado el ejercicio se harán las siguientes preguntas.

- Describe lo que pasa con la puntilla.
- ¿Qué sucede si cambiamos el tamaño de la puntilla por una más grande y luego por una más pequeña?
- ¿Qué sucede si cambiamos el tamaño del imán, por uno más grande y luego por uno más pequeño?
- ¿Qué pasa si aumentamos la distancia por donde pasamos la puntilla del imán? ¿Y si la pasamos por más cerca?

vi. Situación complementaria

Se presenta a los estudiantes una serie de situaciones las cuales deben resolver de forma individual. Se realiza la lectura y orientación de la Ley de gravitación universal. Una vez realizada la actividad se hará su respectiva socialización.

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Consideremos la interacción que experimentan dos cuerpos debido a su masa y separados una distancia r (ver figura 3). La magnitud de la fuerza que experimentan es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a la distancia al cuadrado, medida de centro a centro de cada masa. Su dirección es de atracción mutua sobre una línea de acción que pasa por el centro de cada masa.

La magnitud de la fuerza es proporcional al producto de las masas ($|\vec{F}| \propto m_1 m_2$), e inversamente proporcional a la distancia al cuadrado ($|\vec{F}| \propto \frac{1}{r^2}$). Luego: $|\vec{F}_{GRAV}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, donde G es la constante de Cavendish.

¿Qué pasa si $m_1 = \text{masa de la tierra}$ y $r = \text{radio de la tierra}$? ($m_{Tierra} = 6,9736 \times 10^{24} \text{kg}$, $r_{Tierra} = 6\,371\,000 \text{m}$).

El producto de $G \frac{m_t}{r^2_t} = 9,8 \text{ m/seg}^2$. Este valor es lo que se conoce como la “aceleración de la gravedad”

¿Qué sucede si tomamos la masa y el radio de otros cuerpos celestes?

Tabla 5: Actividad N° 7, radio y masa de cuerpos celestes.

CUERPOS CELESTES	RADIO (metros)	MASA (kilogramos)	$G \frac{m}{r^2}$
Luna	1.738.000	$7,3477 \times 10^{22}$	
Mercurio	24.390.000	$3,2 \times 10^{25}$	
Marte	3.398.000	$6,42 \times 10^{23}$	
Júpiter	71.492.000	$1,9 \times 10^{27}$	

- Complete la columna cuatro de la tabla anterior.
- ¿Qué conclusiones podemos obtener con el ejercicio anterior?
- Realiza la tabla en Excel, complementándola con la gráfica más pertinente.

9. CONCLUSIONES

- Se evidencian falencias en el momento de interpretar fenómenos físicos como un proceso algorítmico.
- No se evidencia la utilización de modelos matemáticos por parte del estudiante al momento de interpretar la caída de los objetos.
- Encontramos en los estudiantes confusiones con la ubicación espacial, al usar los términos vertical y horizontal.
- Los estudiantes poseen creencias, pero no conceptos claros sobre la caída de los cuerpos. Paradójicamente estas creencias son alimentadas por películas y videos más que por la educación formal recibida.
- Entre las creencias encontradas se mencionarán las siguientes: se asocia la gravedad a la fijación de los cuerpos a la tierra, relacionan el concepto de gravedad con flotación, algunas veces se da una descripción más real de la caída libre que la que se asume de manera ideal en los textos de física.
- Se realiza un proceso de aprendizaje en nuestro proceso profesional, ya que se reconocen conceptos y definiciones, muchas veces aprendidas mecánicamente sin valor alguno.
- El desarrollo de la unidad didáctica es de gran importancia para los docentes ya que esta puede encargarse de mostrarnos la concordancia entre lo que queremos hacer y lo que hacemos; de paso que enriquece el conocimiento que poseemos del contexto de trabajo.
- La unidad didáctica nos ayuda a planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significado.

REFLEXIONES Y SUGERENCIAS.

- El tiempo fue uno de los factores que más afectó nuestra investigación, ya que en las instituciones educativas se presentan eventos extracurriculares los cuales retrasaron nuestro proyecto al momento de trabajar con los estudiantes.
- Se debe continuar implementando unidades didácticas ya que estas permiten una mejor interacción entre el tema y el estudiante, siendo más amena la clase.
- La utilización de simuladores online es una gran herramienta que nos permite captar con mayor rapidez la atención de los estudiantes.
- El reconocimiento de fenómenos físicos desde años escolares inferiores es adecuado para poder complementar la formación superior y no llegar con falencias conceptuales.
- Como futuros docentes en matemáticas es importante poseer una formación académica en física y la fenomenología, así llegar al aula con bases apropiadas para la orientación de cátedras en algunas de las dos asignaturas (física, matemáticas).
- Es crucial diferenciar que la matemática es el lenguaje de la física, aunque las dos se complementan son disciplinas distintas. Conlleva a que no es igual pensar matemática que físicamente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Bardin, L. (1986). Análisis de contenido. Madrid - España: Akal.
- Camarena Gallardo, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. Innovación educativa, redalyc.
- DBA, ciencias naturales. (2015). Derechos Básicos de Aprendizaje de ciencias naturales. Bogotá.
- DBA, matemáticas. (2015). Derechos Básicos de Aprendizaje matemáticas. Bogotá.
- Diaz , L. (2003). Reflexión de nuestras epistemes como eje trasversal en proceso de estudio de matemática educativa. Acta latinoamericana de matemática educativa. Uniandes.
- EFE/ELTIEMPO.COM. (09 de Julio de 2014). Colombia, en el último lugar en nuevos resultados de la pruebas Pisa. El Tiempo.
- Gallego Badillo, R. (2004). Un concepto epistemológico de modelo para la didáctica de las ciencias experimentales. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 301-319.
- Gutiérrez Jiménez, O. (2013). Una propuesta didáctica que permita abordar y potencializar la aprehensión del concepto de proporcionalidad en estudiantes de la educación básica secundaria. Manizales: Universidad Nacional de Colombia.
- Jiménez Espinosa, A. (2009). Las concepciones sobre la naturaleza de la matemática y su influencia en el salón de clase. Memorias VIII encuentro nacional de educación matemática y estadística. Duitama.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares de ciencias naturales y educación ambiental. Bogotá.
- MEN. (2002). Estándares Básicos de Competencias en matemáticas. Bogotá.
- MEN. (2002). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá - Colombia.
- MEN. (2004). Estándares Básicos de Competencias en ciencias naturales y ciencias sociales. Bogotá - Colombia: revolución educativa Colombia aprende.

- Meza, Y. M., & Villa Ochoa, J. A. (2011). Modelación matemática en la historia de las matemáticas. Una Mirada al concepto de función cuadrática. XIII CIAEM, (págs. 1-9). Recife-Brasil.
- Puig, L. (1997). Notas para una lectura de la fenomenología didáctica de Hans Freudenthal. En L. Puig, La educación matemática en la enseñanza secundaria (págs. 61-94). Barcelona: Horsori.
- Reid, M., Etcheverry, N., Roldan, M., & Gareis, M. (2010). Modelización matemática en el aula: relato de una experiencia. III repem (págs. 5-7). Santa Rosa , La Pampa Argentina: Universidad Nacional de La Pampa.
- Sánchez, M. A. (2011). Siete cuestiones para divulgar y comprender aspectos de caída libre. Latin-American Journal of Physics Education, 623-632.
- Santander, I. E. (Octubre 10 - 2013). PEI. Ibagué-Tolima.
- Santos, L. (1997). Principios y métodos de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Mexico: editorial Iberoamericana S.A.
- Suárez Téllez, L., & Cordero Osorio, F. (2010). Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar . Latinoamericana redalyc.
- Torres Rengifo, L. A. (2015). Fenomenología histórica del concepto de ecuación y potencialidades de su uso en la escuela. Univalle.

ANEXOS

Anexo A.

FECHA _____ GÉNERO _____

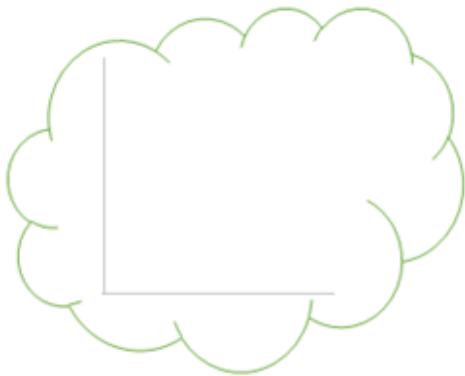
ESCRIBE TODO LO QUE PIENSAS

TU PENSAMIENTO ES IMPORTANTE PARA NOSOTROS

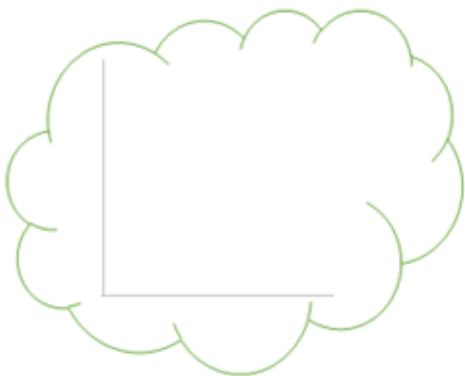
- 1) Dibuja y describa el movimiento de un objeto al caer.
- 2) Desde que época crees que la caída de los objetos empezó a tener importancia en la humanidad.

NOTA: justifica tu respuesta si lo deseas apóyate con un dibujo.

- 3) En los globos describe gráficamente como verías el movimiento de un astronauta en la tierra y un astronauta en la luna.



Astronauta en la tierra.



Astronauta en la luna.

- 4) ¿Para ti que significa gravedad?

Anexo B.

Preguntas de la entrevista:

1. ¿Por qué creen que, al soltar un objeto, este cae?
2. ¿Sucede lo mismo con todos los objetos?
3. ¿Todos los objetos caen igual?
4. Miremos la caída de un objeto, ¿cómo es su trayectoria?
5. ¿Peso y masa es lo mismo?
6. ¿Ustedes creen que la caída de los objetos ha tenido importancia a través de la vida humana?
7. ¿Desde qué época ustedes creen que se empezó a postularse o a pensarse sobre la caída de los objetos?
8. ¿Por qué en las películas los astronautas no caminan como lo hacemos en la tierra si no que va en brincos?

NOTA: De acuerdo a lo contestado por los estudiantes surgieron nuevos interrogantes a medida que transcurría la entrevista.

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 1 de 3 Código: GB-P04-F03 Versión: 03 Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Los suscritos:

ERIKA VIVIANA PINZÓN MORALES	con C.C N°	52970174
JHON FREDY PINEDA GONZÁLEZ	con C.C N°	1104707229
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____

Manifiesto (an) la voluntad de:

Autorizar

No Autorizar **Motivo:** _____

La consulta en físico y la virtualización de **mi OBRA**, con el fin de incluirlo en el repositorio institucional de la Universidad del Tolima. Esta autorización se hace sin ánimo de lucro, con fines académicos y no implica una cesión de derechos patrimoniales de autor.

Manifestamos que se trata de una OBRA original y como de la autoría de LA OBRA y en relación a la misma, declara que la UNIVERSIDAD DEL TOLIMA, se encuentra, en todo caso, libre de todo tipo de responsabilidad, sea civil, administrativa o penal (incluido el reclamo por plagio).

Por su parte la UNIVERSIDAD DEL TOLIMA se compromete a imponer las medidas necesarias que garanticen la conservación y custodia de la obra tanto en espacios físico como virtual, ajustándose para dicho fin a las normas fijadas en el Reglamento de Propiedad Intelectual de la Universidad, en la Ley 23 de 1982 y demás normas concordantes.

La publicación de:

Trabajo de grado	<input checked="" type="checkbox"/>	Artículo	<input type="checkbox"/>	Proyecto de Investigación	<input type="checkbox"/>
Libro	<input type="checkbox"/>	Parte de libro	<input type="checkbox"/>	Documento de conferencia	<input type="checkbox"/>
Patente	<input type="checkbox"/>	Informe técnico	<input type="checkbox"/>		
Otro: (fotografía, mapa, radiografía, película, video, entre otros)	<input type="checkbox"/>				

Producto de la actividad académica/científica/cultural en la Universidad del Tolima, para que, con fines académicos e investigativos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad del

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS	Página 2 de 3
	AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Tolima. Con todo, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada con arreglo al artículo 30 de la Ley 23 de 1982. En concordancia suscribo este documento en el momento mismo que hago entrega del trabajo final a la Biblioteca Rafael Parga Cortes de la Universidad del Tolima.

De conformidad con lo establecido en la Ley 23 de 1982 en los artículos 30 “...*Derechos Morales. El autor tendrá sobre su obra un derecho perpetuo, inalienable e irrenunciable*” y 37 “...*Es lícita la reproducción por cualquier medio, de una obra literaria o científica, ordenada u obtenida por el interesado en un solo ejemplar para su uso privado y sin fines de lucro*”. El artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “*los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores*” y en su artículo 61 de la Constitución Política de Colombia.

- Identificación del documento:

Título completo: PROPUESTA DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA BASADA EN CONCEPCIONES ENCONTRADAS EN ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA FRANCISCO DE PAULA SANTANDER DE IBAGUÉ, SOBRE LA CAÍDA DE LOS CUERPOS Y ALGUNOS DE SUS MODELOS MATEMÁTICOS.

- Trabajo de grado presentado para optar al título de:

LICENCIADO EN MATEMATICAS

- Proyecto de Investigación correspondiente al Programa (No diligenciar si es opción de grado “Trabajo de Grado”):

- Informe Técnico correspondiente al Programa (No diligenciar si es opción de grado “Trabajo de Grado”):

- Artículo publicado en revista:

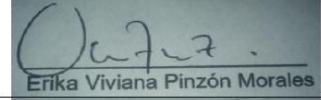
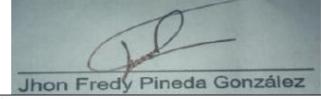
- Capítulo publicado en libro:

- Conferencia a la que se presentó:

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 3 de 3 Código: GB-P04-F03 Versión: 03 Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Quienes a continuación autentican con su firma la autorización para la digitalización e inclusión en el repositorio digital de la Universidad del Tolima, el:

Día: 05 Mes: 12 Año: 2017

Autores:	Firma	
Nombre: ERIKA VIVIANA PINZÓN MORALES		C.C. 52970174
Nombre: JHON FREDY PINEDA GONZÁLEZ		C.C. 1104707229
Nombre:		C.C.
Nombre:		C.C.

El autor y/o autores certifican que conocen las derivadas jurídicas que se generan en aplicación de los principios del derecho de autor.