Franciele da Silva, Vinícius Pazuch

CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS MOBILIZADOS NA PRÁTICA DO PROFESSOR: *KNOWLEDGE QUARTET* COMO FERRAMENTA DE ANÁLISE

Geometric knowledge mobilized in the teacher's practice: *Knowledge Quartet* as an analysis tool

RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo *identificar y comprender los conocimientos geométricos movilizados por profesoras de matemática, al abordar conceptos de geometría para estudiantes de los años finales de la Enseñanza Fundamental.* Con ese propósito, se utiliza la herramienta teórica *Knowledge Quartet* (*KQ*) para identificar y analizar las dimensiones del conocimiento que se revelan en las acciones llevadas a cabo por dos profesoras en el aula de clases. El contexto de la investigación se dio en un proceso de formación continua en geometría, en un grupo con características colaborativas. Los datos fueron producidos por medio de la transcripción de grabaciones en audio y vídeo. Se seleccionaron eventos críticos representativos del ambiente investigado. Además de ser una herramienta teórica que identifica conocimientos matemáticos y didácticos del profesor en la práctica, según los resultados el KQ contribuyó para la identificación de lagunas asociadas a las *dificultades del profesor* ante las contingencias que se presentan en el contexto de la enseñanza de la geometría.

PALABRAS CLAVE:

- *Enseñanza de la geometría*
- *Tareas*
- *Conocimiento del profesor*
- *Herramienta teórica*

ABSTRACT

This article aims to *identify and understand the mathematics teachers' geometric knowledge, when addressing geometry concepts for students at Middle School.* For this purpose, the theoretical tool *Knowledge Quartet* (KQ) is used to identify and analyze the dimensions of knowledge that are revealed in the actions triggered by two teachers in the classroom. The research context took place in a process of continuing education in geometry, in a group with collaborative characteristics. The data were produced through audio and video recording and later transcribed. Critical events were

KEY WORDS:

- *Geometry teaching*
- *Tasks*
- *Teacher knowledge*
- *Theoretical tool*

da Silva, F. y Pazuch, V. (2023). Conhecimentos geométricos mobilizados na prática do professor: knowledge quartet como ferramenta de análise. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 26*(1), 47-80. https://doi.org/10.12802/relime.23.2612. Recepción: Octubre 5, 2020 / Aceptación: Septiembre 1, 2023

selected of the investigated environment. In addition to being a theoretical tool that identifies the teacher's mathematical and didactic knowledge in practice, according to the results, the KQ contributed to identify gaps associated with the *teacher's difficulties* in face of the contingencies that present themselves in the context of geometry teaching.

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo *identificar e compreender os conhecimentos geométricos mobilizados por professoras de matemática, ao abordarem conceitos de geometria para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental.* Com esse propósito, utiliza-se a ferramenta teórica *Knowledge Quartet (KQ)* para identificar e analisar as dimensões de conhecimento que se revelam nas ações desencadeadas por duas professoras em sala de aula. O contexto da pesquisa se deu em um processo de formação continuada em geometria, em um grupo com características colaborativas. Os dados foram produzidos por meio de gravação em áudio e vídeo e posteriormente transcritos. Selecionaram-se eventos críticos representativos do ambiente investigado. Além de ser uma ferramenta teórica que identifica conhecimentos matemáticos e didáticos do professor na prática, o *KQ*, segundo os resultados, contribuiu para a identificação de lacunas associadas às *dificuldades do professor* diante das contingências que se apresentam no contexto de ensino de geometria.

PALAVRAS CHAVE:

- *Ensino de geometria*
- *Tarefas*
- *Conhecimento do professor*
- *Ferramenta teórica*

RÉSUMÉ

Cet article a l'objectif *d'identifier et comprendre les connaissances géométriques mobilisées par les enseignantes de mathématiques, quand elles enseignent des concepts géométriques aux élevés de la troisième année au collège.* Dans ce but, nous avons utilisé l'outil théorique *Knowledge Quartet (KQ)* pour identifier et analyser les dimensions de la connaissance qui se manifeste dans les actions déclenchées par deux enseignantes en classe. La recherche s'est déroulée dans le cadre d'une formation continue en géométrie dans un groupe ayant des caractéristiques de collaboration. Les données ont été collectées par un enregistrement audio et vidéo et ont été transcrites. Nous avons sélectionné des événements critiques représentatifs de l'environnement étudié. Par ailleurs, d'être un outil théorique qu'identifie des connaissances mathématiques et didactiques de l'enseignant dans la pratique, le KQ, selon les résultats, a contribué à identifier des lacunes associées aux *difficultés de l'enseignant* face aux contingences qui se présentent dans le cadre de l'enseignement de la géométrie.

MOTS CLÉS:

- *Enseignement de géométrie*
- *Activités*
- *Connaissance de l'enseignant*
- *Outil théorique*

1. Introdução

O conhecimento profissional do professor é um dos aspectos centrais que orientam os processos de ensinar e aprender, pois interfere diretamente na promoção das aprendizagens dos estudantes (Ball et al., 2005). Nessa perspectiva, o pressuposto de que só se deve ensinar o que se sabe tem aberto caminho para várias discussões por parte de pesquisadores, advindas principalmente dos estudos de Shulman (1986, 1987), que considera a existência de um conhecimento que é particular ao ensino.

Ao categorizar os conhecimentos necessários que moldam a base da docência, Shulman (1987) propõe um conjunto de domínios desses conhecimentos, associados ao gerenciamento de sala de aula; o conhecimento dos estudantes e as suas características; o conhecimento dos contextos educativos, das suas bases filosóficas e históricas; o conhecimento do currículo, do conteúdo; e o *conhecimento pedagógico do conteúdo — Pedagogical Content Knowledge* (PCK), sendo este último, um conhecimento exclusivamente da docência, que diferencia a profissão do professor de outra. As discussões provenientes da compreensão desse domínio de conhecimento culminaram no interesse por investigações sobre o conhecimento profissional docente na pesquisa em Educação Matemática (Bairral, 2002; Pazuch & Ribeiro, 2017; Pires, 2006; Ponte, 1999).

Neste texto, assumimos que o conhecimento profissional do professor voltado para o ensino de matemática se constitui, principalmente, pelas situações de ensino coproduzidas no âmbito do planejamento, da ação em sala de aula e da reflexão sobre episódios que nela ocorrem. Estas situações podem revelar dimensões dos conhecimentos de professores mobilizados nos momentos de planejamento, do próprio ensino e da reflexão sobre conceitos geométricos, em particular. Nestes momentos, o conhecimento profissional do professor que ensina matemática se situa pelas relações com os estudantes, na conexão com os aspectos curriculares e com os conceitos a serem ensinados.

Nesse cenário, com vistas a compreender as diferentes *nuances* dos conhecimentos do professor de/que ensina matemática, pesquisadores apresentam construtos teóricos que auxiliam para tal aprofundamento. Destacamos o *Mathematical Knowledge for Teaching*[1] proposto por Ball et al. (2008) e o *Knowledge Quartet*[2] *(KQ),* inicialmente discutido em Rowland et al. (2005). Neste artigo, utilizamos a estrutura do *KQ* como uma ferramenta teórica para a análise da prática do professor que ensina matemática, em especial, quando este participa de um processo de formação continuada em geometria, inserido em um contexto de colaboração entre professores da escola básica e pesquisadores do campo da Educação Matemática.

1 Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT – sigla em inglês).

2 Optamos por não traduzir o termo Knowledge Quartet para evitar perda de sentido.

No que concerne ao ensino de geometria, mesmo que se reconheça a importância do envolvimento dos estudantes com os conceitos geométricos, o processo didático dessa disciplina ainda é pouco explorado em sala de aula, principalmente nas aulas de matemática da escola básica (Almouloud et al., 2004; Alves & Sampaio, 2010; Lobo & Bayer, 2004). De fato, muitos professores priorizam cálculos algébricos, o que compromete a formação de conceitos geométricos pelos estudantes (Pavanello, 2004).

Essa situação pode estar relacionada aos processos de formação de professores que favorecem os conteúdos algébricos, enquanto a geometria é estudada superficialmente, o que pode ocasionar ensino de conceitos equivocados (Maia, 2014). Pesquisas como as de Kazanowski (2011), Nacarato et al. (2009) e Manrique e André (2009) descrevem uma carência em relação aos conhecimentos geométricos dos professores, os quais se apresentam limitados ou nulos. Com o objetivo de minimizar essas dificuldades, nos seus estudos, esses pesquisadores promoveram processos de formação continuada, propondo ações e reflexões sobre a prática, de modo a incentivar o distanciamento dos professores da racionalidade técnica (Schön, 2000).

Nessa linha, Marquesin e Nacarato (2011, p. 104), por meio de uma "[…] prática contínua de estudos, reflexão, novos estudos e (re)elaboração de tarefas de geometria para a sala de aula […]", investigaram as transformações advindas do movimento entre os saberes relativos aos conceitos geométricos de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) – estudantes de 07 a 10 anos de idade – e os saberes da prática, em um trabalho colaborativo. Os resultados sugerem avanços significativos no conhecimento geométrico e no conhecimento pedagógico desses professores. As autoras concluem que isso se deve ao caráter colaborativo do processo formativo e é reflexo da dinâmica posta pelo grupo.

Assim, considerando as dificuldades, a insegurança e até mesmo o desinteresse por parte dos professores, ao aprofundarem os conteúdos de geometria em sala de aula, estudos têm destacado a importância da formação do professor para um bom desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de geometria nas aulas de matemática (Crescenti, 2008; Cunha, 2009; Prado & Lobo da Costa, 2012).

Na literatura, há estudos com foco de análise orientado à formação de professores e aos conhecimentos geométricos que eles possuem (Almouloud et al., 2004; Curi, 2005; Marquesin & Nacarato, 2011, Pinto et al., 2014). Entretanto, essas pesquisas estão, em sua maioria, voltadas para os AIEF. Portanto, este trabalho visa contribuir para essa temática, concentrando-se nos conhecimentos dos professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental (AFEF) – 11 a 14 anos. Nesse viés, para elucidar a investigação pautada nos conhecimentos postos em ação pelos professores, escolhemos o *KQ*, por ser uma ferramenta teórica constituída pela prática do professor em sala de aula e que possibilita a identificação dos conhecimentos mobilizados no ato de ensinar (Rowland, 2013).

Dada a problemática do estudo, neste contexto, utilizamos o *KQ* para atender ao seguinte objetivo: *identificar e compreender os conhecimentos geométricos mobilizados por professoras de matemática, ao abordarem conceitos de geometria para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental*. Explicitamos que só conseguimos "identificar e compreender" algo, quando conhecemos. Neste sentido, com base em Rowland (2013), "[...] o KQ oferece aos professores e aos pesquisadores tal quadro conceitual, particularmente, adequado para compreender a contribuição do conhecimento do professor para o ensino de matemática[3]".

Assim, nas próximas seções, apresentaremos o que é e como se desenvolveu o *KQ*, ferramenta teórica utilizada para análise de situações de ensino, os conceitos relacionados aos conhecimentos geométricos; o contexto e o método da pesquisa; a análise dos dados; e as conclusões.

2. Knowledge Quartet e as dimensões do conhecimento do professor que ensina matemática

O quadro teórico do *KQ* é resultado dos estudos desenvolvidos por pesquisadores inseridos no grupo Subject Knowledge in Mathematics – SKIMA –, na Universidade de Cambridge. Estruturada inicialmente por Rowland et al. (2005), essa ferramenta foi elaborada a partir da observação e das filmagens de aulas planejadas e ministradas por professores de matemática em formação inicial. O objetivo da pesquisa estava voltado a identificar, na prática, a relação entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo que esses futuros professores possuíam e a forma como utilizavam esses conhecimentos nas suas atuações em sala de aula, uma vez que esse ambiente é propício para revelar as ações pedagógicas dos professores. Nesse aspecto, o *KQ* difere dos conceitos apresentados por Ball et al. (2008) quanto aos subdomínios de conhecimento que o professor precisa para obter sucesso em suas aulas, relacionados ao MKT. Segundo Rowland (2013), o MKT visa desvendar e esclarecer as noções um tanto evasivas e teoricamente subdesenvolvidas de SMK e PCK. Já, no KQ, a distinção entre os diferentes tipos de conhecimento matemático é menos significativa do que a classificação das situações em que o conhecimento matemático é discutido no ensino. O *KQ* busca categorizar, no contexto da aula, eventos em que o professor revela o conhecimento matemático na ação de ensinar, isto é, remete às dimensões de *conhecimento no ensino* (Rowland, 2013).

---

[3] "[…] the KQ offers practitioners and researchers such a conceptual framework, particularly suited to understanding the contribution of teacher knowledge to mathematics teaching." (Rowland, 2013, p. 40).

Ao se analisarem os dados produzidos, foram encontradas ações significantes relacionadas a esses domínios de conhecimento (matemático e pedagógico), caracterizadas através de 18 códigos (Rowland et al., 2005). Feito isso, foram propostas quatro amplas dimensões (ou unidades) que englobam esses códigos. As dimensões são: *(i) Fundamento*, *(ii) Transformação*, *(iii) Conexão* e *(iv) Contingência* (Rowland, 2013; Turner & Rowland, 2008). Ressaltamos que, por ser uma teoria relativamente nova, o *KQ* vem sendo estudado e ampliado por outros pesquisadores (Thwaites et al., 2011), além dos seus criadores; e novos códigos foram e vêm sendo identificados, de modo a aprimorar e ampliar a aplicabilidade do seu uso (Rowland & Turner, 2017).

Posto isto, essa ferramenta de análise possibilita refletir tanto sobre o ensino quanto sobre os conhecimentos mobilizados por professores de matemática a partir da sua prática pedagógica em sala de aula. De acordo com os autores, o *KQ* é uma ferramenta abrangente para pensar maneiras de compreender e desvelar como o conhecimento do conteúdo entra em jogo na sala de aula (Turner & Rowland, 2011). Na Tabela I estão dispostas as dimensões e os seus respectivos códigos contributivos.

TABELA I
Descrição das dimensões do *Knowledge Quartet*

Dimensão	*Códigos contributivos*
Fundamento: Conhecimento e compreensão da matemática por si só e da pedagogia específica da matemática, crenças sobre a natureza da matemática, os objetivos do ensino de matemática e as condições sob as quais os alunos aprenderão melhor a matemática.	– Consciência de propósitos – Uso de livros didáticos – Dependência de procedimentos – Identificação de erros – Domínio do conteúdo – Base teórica da pedagogia – Uso de terminologia matemática
Transformação: Apresentação de ideias aos alunos sob a forma de analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações.	– Escolha de exemplos – Escolha de representações – Uso de materiais instrucionais – Uso de demonstrações para explicar procedimentos
Conexão: Sequenciamento de material para instrução e conscientização das demandas cognitivas relativas a diferentes tópicos e tarefas.	– Antecipação da complexidade – Decisões sobre sequenciamento – Reconhecimento da adequação conceitual – Conexões entre procedimentos – Conexões entre conceitos
Contingência: Capacidade de dar respostas convincentes, fundamentadas e bem informadas a eventos imprevistos e não planejados.	– Desvio de agenda – Respostas às ideias dos alunos – Uso de oportunidades – *Insights* do professor durante a aula – Reação à (in)disponibilidade de ferramentas e recursos

Nota: Rowland (2013, p. 25, tradução nossa)[4]

A dimensão *fundamento* está intrinsecamente ligada ao histórico teórico e às crenças do professor. Tem relação direta com o conhecimento construído na escola e na universidade, desde a sua formação inicial, o que, intencionalmente ou não, o preparou para a atuação em sala de aula. Difere das demais dimensões, pois está fundamentada no conhecimento constituído, e este não depende de seu uso na prática, pois permite que, a partir da junção desses conhecimentos acadêmicos e pessoais, a pessoa tenha competência para realizar escolhas e estratégias pedagógicas fundamentais, independentemente de imitação ou hábito (Rowland, 2013). É, portanto, a base para as demais dimensões.

As três últimas dimensões do *KQ* estão vinculadas com a maneira como o professor aplica o conhecimento na preparação e na condução das suas aulas (Rowland, 2013). Assim, na dimensão *transformação* encontra-se a observação de Shulman (1987, p. 15, tradução nossa) de que a base de conhecimento para o ensino distingue o professor de outras profissões, pela "[…] capacidade de um professor de transformar um conhecimento de conteúdo que ele possui, em formas que são pedagogicamente poderosas" (Rowland, 2013).

A dimensão *conexão* se caracteriza pela coerência no planejamento de tarefas para o ensino. Permite ao professor, através de uma aula ou uma sequência delas, unificar os conteúdos trabalhados e fazer conexões entre diferentes significados e descrições de conceitos particulares, ou entre formas alternativas de representar conceitos e procedimentos (Rowland, 2013). Também possibilita, a partir de uma sequência de conteúdos, apresentar de forma coerente certos assuntos, por mais complexos que sejam.

Por fim, a dimensão *contingência* está relacionada às habilidades que os professores detêm para dar respostas em situações não previstas no planejamento das suas aulas (Rowland, 2013). Ainda que se possa prever alguns possíveis cenários no ambiente de aprendizagem, haverá aqueles que não pertencem ao *corpus* do planejamento inicial. Possivelmente, estes imprevistos podem proporcionar benefícios tanto para o aluno que os gerou como também para outros que não necessariamente estavam envolvidos nas circunstâncias iniciais.

Uma vez caracterizada cada dimensão, destacaremos algumas considerações sobre os tipos de conhecimentos geométricos e os conceitos matemáticos presentes na seção de apresentação e análise dos dados.

---

[4] O KQ está em constante ampliação de códigos. Neste texto, usamos a síntese de códigos de Rowland (2013).

3. Conhecimentos e conceitos[5] geométricos

A geometria é a área da matemática de estudo das formas geométricas, do espaço e suas relações. De acordo com os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (Secretaria de Educação Fundamental [SEF], 1998), são elementos fundamentais o ponto, a reta e o plano, e sua compreensão contribui para a representação, a construção e a visualização do espaço, permitindo o desenvolvimento e a aquisição do pensamento lógico e dedutivo.

Gonseth (1945) distingue três aspectos do conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico, que podem ser entendidos pelo seguinte exemplo: "uma reta que passa por um ponto que é interior à região limitada por uma circunferência vai interceptar ou não essa circunferência?" (Pais, 1996, p. 72). Intuitivamente, o estudante que fizer a construção mental dessa situação poderá chegar à conclusão de que a reta intersectará a circunferência em dois pontos distintos. A esse encadeamento informal de ideias que ocorre de maneira natural e pode ser usado para aceitar ou negar o enunciado, chamamos de intuição. No entanto, esse mesmo resultado poderia ser constatado por meio da construção de um desenho, o qual faz parte da construção experimental do conceito. Além disso, o problema poderia ser solucionado também, fazendo uso da demonstração formal, sem necessariamente utilizar a noção intuitiva ou experimental. Esse é o aspecto teórico do conhecimento geométrico.

Desse modo, na educação básica, os estudantes necessitam se envolver com atividades que promovam a construção desses aspectos, os quais são evidenciados em documentos curriculares oficiais. Em particular, na unidade temática "Geometria", da *Base Nacional Comum Curricular*[6] (*BNCC*), afirma-se:

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (Ministério da Educação [ME], 2018, p. 269)

[5] Os conceitos e as definições descritas nessa seção referem-se aos assuntos abordados nos eventos críticos.

[6] A *BNCC* é um documento normativo que define aprendizagens essenciais para estudantes da Educação Básica e serve como referência nacional para a formulação dos currículos (Brasil, 2018).

Dessa forma, torna se imprescindível o trabalho amplo do professor para ajudar a promover essas aprendizagens, considerando os diversos aspectos conceituais que envolvem a geometria plana e espacial. A geometria plana concentra-se em compreender as propriedades associadas a objetos bidimensionais. Uma classe importante desses objetos são os polígonos, regiões fechadas delimitadas por segmentos de reta. O quadrado, o triângulo, o paralelogramo e o trapézio são exemplos de polígonos. Em particular, os polígonos regulares são aqueles que têm todos os lados e ângulos congruentes. A seguir, enunciamos algumas das propriedades dessa categoria de figuras planas (Dolce & Pompeo, 1997):

- Todo polígono regular pode ser inscrito numa circunferência, isto é, existe um raio tal, que a circunferência correspondente contém todos os vértices do polígono.
- Todo polígono regular pode ser circunscrito a uma circunferência, ou seja, existe um valor para o raio, tal que a circunferência correspondente tangência os pontos médios dos lados do polígono.

Observamos então que, por exemplo, os triângulos equiláteros, os quadrados e os hexágonos regulares satisfazem a condição de ser um polígono regular. Em se tratando de geometria espacial, esta contempla as propriedades dos objetos tridimensionais. Como exemplo, temos os sólidos geométricos como as pirâmides, o octaedro, os prismas regulares, o cilindro, o cone e a esfera. Notemos que os corpos redondos citados podem ser obtidos por rotações do plano, isto é, existe uma figura geométrica plana cuja rotação sobre certo eixo gera o sólido. Para ilustrar, consideremos, no plano cartesiano, os pontos $A = (1,1)$, $B = (-1,1)$, $C = (-1,-1)$ e $D = (1, -1)$.

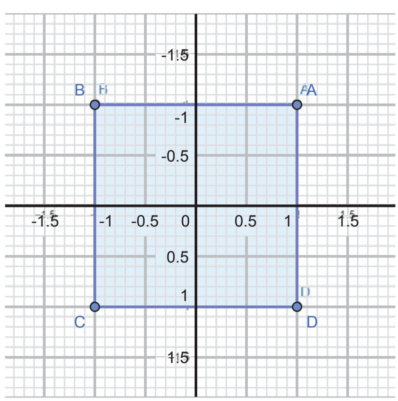

Figura 1. Representação do polígono ABCD no plano cartesiano

Os eixos *x* e *y* são eixos de simetria da figura *ABCD*. Se girarmos 180º em torno do eixo *y*, o sólido formado é o cilindro cuja base é uma circunferência de raio 1, perpendicular ao eixo *y*. Note que poderíamos fazer o mesmo processo utilizando o eixo *x*, obtendo assim o mesmo sólido, cuja base seria perpendicular ao eixo *x*. Isto é, o paralelogramo *ABCD* gera o cilindro através da rotação pelo eixo *y* ou *x*. Na Figura 2 observamos a rotação pelo eixo *y*.

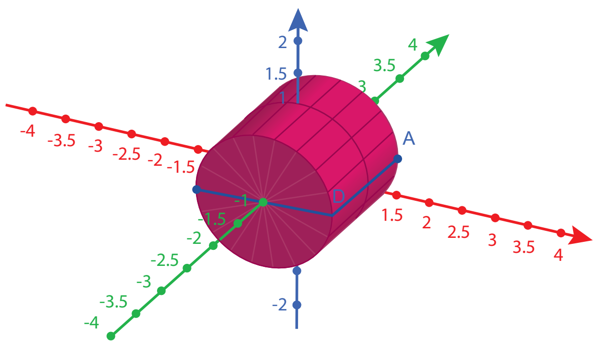

Figura 2. Sólido formado pela rotação do polígono ABCD sobre o eixo y

O processo de construção da esfera e do cone segue de maneira similar. Por exemplo, podemos considerar, respectivamente, a semicircunferência rotacionada pelo diâmetro e o triângulo isósceles rotacionado pelo seu eixo de simetria. Adiante apresentaremos o contexto e a metodologia da pesquisa.

4. Contexto do estudo: da produção dos dados à proposta de análise

Assumimos a metodologia de pesquisa de caráter qualitativo, pois estamos interessados em analisar e interpretar os dados de forma a entender o "como" e o "porquê" de certos eventos ocorrerem numa trajetória processual na totalidade, considerando as falas, os gestos, os diálogos e as ações dos participantes.

Dentre as características que podem ser atribuídas à pesquisa qualitativa, destacamos aquelas indicadas por Garnica (2004), que nos auxiliam como escolha metodológica: (i) a transitoriedade dos seus resultados; (ii) a impossibilidade de uma hipótese preestabelecida, que será refutada ou comprovada no decorrer da pesquisa; (iii) a não neutralidade do pesquisador, que, em suas interpretações não consegue se desvencilhar das suas vivências pessoais; (iv) o processo tão importante quanto o resultado; e (v) a impossibilidade de organizar regulamentações prévias, estáticas e generalistas em procedimentos sistemáticos. Dispondo dessas premissas e buscando uma aproximação dialética entre universidade, escola e pesquisa, os dados foram produzidos num contexto de formação continuada de professores em geometria, tendo a colaboração como norteadora das ações desenvolvidas e o espaço escolar como o "lugar" da formação.

As participantes da pesquisa constituíram um grupo com características colaborativas (Fiorentini, 2012), formado por duas professoras[7] de matemática da rede pública de ensino (PB e PV), a pesquisadora e uma mestranda. A professora Beatriz tem formação em Pedagogia e complementação pedagógica em Licenciatura em Matemática, e possuía, no momento da pesquisa, 14 anos de experiência docente, em sua maior parte na Educação Infantil e em escolas municipais. Há três anos ministra aulas de matemática, tanto em escolas municipais, quanto estaduais do estado de São Paulo. Já a professora Vera cursou o magistério e é formada em Licenciatura em Matemática. Também atua em escolas estaduais e municipais, com uma carreira docente de 9 anos até o momento da pesquisa.

O grupo foi organizado em março de 2019, e a escolha dessas professoras ocorreu, no nosso contato com a escola, pelo interesse[8] delas na temática a ser trabalhada e por seu envolvimento voluntário. A escola estadual está localizada no município de Santo André, estado de São Paulo. Houve um total de dez encontros, sete com o envolvimento de todo o grupo, com duração de uma hora e meia cada e três, de duas horas/aulas cada um, nas dependências das salas de aula[9] das professoras. Em aula, o trabalho foi desenvolvido com estudantes do 9.º ano dos AFEF.

Cada encontro tinha uma finalidade na contribuição de um espaço de discussão e formação, dividindo-se em momentos de planejamentos de tarefas de geometria (encontros 3, 4 e 6), aplicação dessas tarefas em sala (encontros 5, 7 e 8) e posteriores reflexões sobre a experiência de ensino realizada (encontros 6 e 9). No encontro 1 houve a apresentação das participantes, a realização de uma tarefa de cunho investigativo pelas professoras, proposta pelas pesquisadoras (ver Ponte et al., 2016), e organização dos demais encontros pelo grupo.

Como havia uma preocupação em aproximar a teoria da prática, ocorreram momentos destinados a discussões em torno do ensino da matemática, compreensões

---

7 As professoras assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido e neste texto, serão identificadas como PB (professora Beatriz) e PV (professora Vera). Os estudantes serão identificados como E1, E2 e, assim, consecutivamente.

8 Inicialmente quatro professores se mostraram interessados, no entanto, por indisponibilidades de horários compatíveis, optamos pelo trabalho apenas com estas duas professoras.

9 As aulas também foram consideradas como encontros.

sobre a estrutura da *BNCC*, em especial a unidade temática de geometria para os AFEF, leitura e debates sobre textos teóricos — Martins e Curi (2018) e Stein e Smith (2009) — (encontros 2 e 10).

Neste artigo, o foco está nas aulas ministradas, já que pretendemos identificar e compreender os conhecimentos geométricos mobilizados na prática das professoras. Assim, para melhor captura dos movimentos e das ações em sala de aula, utilizamos gravação em áudio e vídeo. Para a análise desse material, recorremos ao modelo analítico sugerido por Powell et al., (2004), composto por sete fases: (i) observar atentamente os dados de vídeo; (ii) descrever esses dados; (iii) identificar eventos críticos; (iv) transcrever; (v) codificar; (vi) construir o enredo; e (vii) compor a narrativa. Esse processo interativo e não linear ajuda a compreender os significados das dinâmicas que ocorrem em determinado cenário educacional.

O grupo planejou, conjuntamente, na perspectiva do trabalho colaborativo (Saraiva & Ponte, 2003), duas tarefas de matemática com ênfase em conceitos geométricos, cada qual dividida em duas partes, tomando como referência as habilidades requeridas no documento da *BNCC* — unidade de geometria. A tarefa 1 contemplava conceitos de geometria plana e visava, na primeira parte da tarefa, identificar e reconhecer figuras planas. Na segunda parte, o objetivo era identificar propriedades dos quadriláteros, cuja habilidade requerida era EF06MA20 — "Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles" (ME, 2018, p. 303).

Na tarefa 2, conceitos de geometria espacial foram aprofundados, em particular, o trabalho com sólidos geométricos. A proposta de aprendizagem na primeira parte consistia em identificar características dos sólidos geométricos, e a habilidade requerida era: EF04MA17 — "Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais" (ME, 2018, p. 293). Na segunda parte, os estudantes se envolveram na montagem dos sólidos, partindo da sua planificação.

Destacamos que, por não terem o costume de trabalhar com tarefas investigativas e propor dinâmicas em grupo (exploração de tarefas em pequenos grupos), as professoras optaram por iniciar as atividades retomando alguns conceitos já conhecidos pelos estudantes em anos anteriores. Na sequência, apresentamos as tarefas 1 (parte 2) e 2 (parte 1) conforme foram propostas aos estudantes. Os respectivos conceitos, dúvidas e dificuldades oriundos do desenvolvimento das tarefas em aula são os objetos de discussões nos eventos críticos selecionados.

Tarefa 1

Cole o quadrilátero que a professora te entregou no espaço
e identifique suas características:

- Lados opostos paralelos e iguais ()
- Diagonais diferentes ()
- Diagonais cortam-se no meio ()
- Ângulos iguais e retos ()
- Diagonais iguais
- Lados iguais ()
- Diagonais perpendiculares ()
- Polígono regular ()
- Bases paralelas ()
- Possui dois ângulos retos ()
- Diagonais não se cortam ao meio ()
- Bases não iguais ()
- Lados diferentes ()

Figura 3. Ilustração Tarefa 1 – Parte 2

Considerando o ambiente da sala de aula interativo e dinâmico (repleto de múltiplas situações corriqueiras e/ou inesperadas), e para delimitarmos a imensa gama de dados encontrados, buscamos identificar episódios de aula que melhor se enquadrassem ao objetivo do estudo. Nessa linha, selecionamos *eventos críticos,* que "[…] podem ser descritos como sequências conectadas de expressões e ações que, dentro do contexto das nossas – *a priori* ou *a posteriori* – questões de pesquisa, requerem explicação por nós, pelos estudantes ou por todos" (Powell et al., 2004, p. 104, ênfases no original).

É considerável ponderar que a seleção desses eventos críticos ocorreu após os conteúdos dos vídeos serem vistos e revistos, de maneira detalhada. Em um primeiro momento, observamos cada aula em particular, buscando associar os diálogos e os comportamentos das participantes às dimensões e códigos do *KQ.*

Tarefa 2								
Marque com um x as características de cada sólido geométrico								
Características	Cubo	Esfera	Pirâmide quadrangular	Pirâmide triangular	Prisma triangular	Prisma quadrangular	Cone	Cilindro
Bases quadrangulares								
É um corpo redondo, ou seja, possui superfícies curvas								
Lateral arredondada								
Sua formação é dada pela rotação de um triângulo								
Sua figura geradora ê um semicírculo, que gira em torno de seu eixo de rotação								
Possui um paralelogramo que gira em torno de seu eixo								
Possui uma base								
Há um vértice que une todos polígonos de suas laterais								
Suas laterais são formadas por triângulos								
Suas laterais são formadas por retângulos								
É uma pirâmide, ou seja, possui uma base e faces laterais triangulares com um vértice em comum								
Todas as faces são quadrados congruentes								
Bases trianulares								
Bases circulares								
É um prisma, ou seja, possui duas faces congruentes								

Figura 4. Ilustração da Tarefa 2 – Parte 1

Após identificarmos esses aspectos, elegemos os eventos mais representativos nessa dinâmica. Assim, foram atribuídas temáticas para expressar o conteúdo do evento crítico.

Para análise dos dados, utilizamos o *KQ* como uma lente teórica para interpretar os eventos selecionados, visando identificar em quais situações cada dimensão é revelada. Para auxiliar nessa identificação, baseamo-nos no trabalho de Oliveira e Cyrino (2015), de forma a apresentar e analisar os dados, evidenciando a relação entre os diálogos expostos e a presença das dimensões e dos códigos em cada evento. Na Figura 5 ilustramos esse aporte.

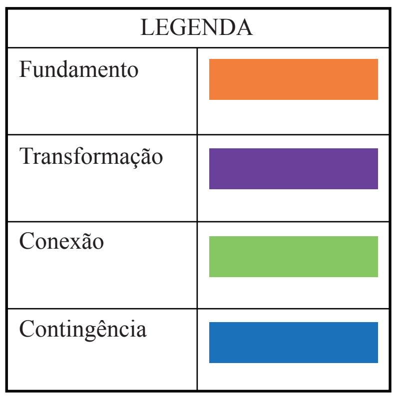

Figura 5. Dimensões do *KQ*, em cores

Nota: Adaptado de Oliveira e Cyrino (2015)

Na sequência, exporemos a apresentação e a análise dos dados. Os aspectos que serão considerados para análise são as ações desencadeadas pelas professoras, na prática de ensino, que evidenciam os conhecimentos geométricos mobilizados em exercício, pautado no trabalho colaborativo.

5. Apresentação e análise dos dados

Ao analisar os dados, categorizamos os eventos críticos a partir da incidência de vezes que cada professora fez referência a alguma(s) das dimensões do *KQ* em sala de aula (Tabela II). Além disso, ao longo do artigo, destacamos breves diálogos entre os membros do grupo para fortalecer a compreensão das discussões e das reflexões ocorridas durante os momentos de formação.

TABELA II
Número de eventos críticos classificados por dimensão

DIMENSÃO	Encontro[10] 5		Encontro 7	Encontro 8	TOTAL
	Aula Beatriz	Aula Vera	Aula Vera	Aula Beatriz	
	Tarefa 1		Tarefa 2	Tarefa 2	
Fundamento	3	7	5	1	16
Transformação	7	3	7	1	18
Conexão	1	7	1	4	13
Contingência	4	7	7	9	27
Total [11]	20	30	31	27	108

Como era esperado, situações relacionadas à dimensão *contingência* foram as que mais apareceram em ambas as aulas das professoras, em que as duas tarefas foram aplicadas e compuseram a presença de todos os seus códigos: *desvio de agenda; respondendo às ideias dos alunos; uso de oportunidades; insights do professor durante a aula; e reação à (in)disponibilidade de ferramentas e recursos*. A dimensão *transformação* vem logo na sequência, atrelada aos códigos *escolha de representação; escolha de exemplos e uso de materiais instrucionais.*

Em oposição a estas duas dimensões, observamos que a dimensão *fundamento* e a *conexão* se revelaram de maneira mais sutil, a primeira reportada pelos códigos *base teórica da pedagogia; uso de terminologia; e dependências de procedimentos*, e a segunda correlatada com todos os seus códigos: *antecipação da complexidade; decisões sobre sequenciamento; reconhecimento da adequação conceitual; conexões entre procedimentos; e conexões entre conceitos*. Inferimos que, por ser a dimensão *fundamento* o eixo que abarca as crenças, as vivências e a interiorização do entendimento da matemática por cada indivíduo; e por constituir a base para as tomadas de decisões, o planejamento das tarefas foi o momento em que esses conhecimentos se manifestaram em larga escala (Gumiero & Pazuch, 2021a; Gumiero & Pazuch, 2021b).

Dado o panorama das dimensões e dos códigos do *KQ* que emergiram na prática de ensino investigada, dentre os 96 eventos críticos identificados, 40 referentes às aulas em que a tarefa 1 foi aplicada e 56 na aplicação da tarefa 2, selecionamos alguns desses eventos que melhor elucidam o contexto

[10] No encontro 5 as duas professoras desenvolveram a aula no mesmo dia, o que não ocorreu nos encontros 7 e 8.

[11] Doze eventos foram classificados com mais de uma dimensão.

— sala de aula, professor-aluno e professor-*KQ*. Ressaltamos que os eventos críticos selecionados versam sobre quatro momentos considerados relevantes para discussão e entendimento de como os conhecimentos geométricos são mobilizados em ação pelas professoras.

Os eventos 1 e 2 contemplam uma contingência gerada pelos estudantes sobre a definição de polígono regular, ao se envolverem na tarefa sobre quadriláteros, evidenciando o procedimento de resposta e a reação de cada professora à situação vivenciada. Os eventos 3 e 4, relacionados à aplicação da tarefa sobre sólidos geométricos, apresentam momentos em que os conhecimentos matemáticos e pedagógicos da professora Vera são expostos na correção da tarefa, destacando sua movimentação para escolher as estratégias e os exemplos para a condução da explicação.

Em um primeiro momento, apresentaremos dois eventos que revelam a ocorrência de situações análogas em ambas as aulas das professoras, porém cada uma delas reagiu de maneira diferente. O evento crítico 1 foi identificado no Encontro 5, especificamente na aula da PB. Em um certo momento do andamento da aula, o estudante E1 questionou a PB sobre o que é um polígono regular, o que significou para a professora um momento contingente, como se mostra no excerto a seguir.

Evento Crítico 1: Definição de conceitos – "Polígono regular" – Tarefa 1 – Parte 2

[01] E1: O que é um polígono regular?
[02] PB: Oi?
[03] E1: O que é um polígono regular?
[A professora ignora a pergunta da estudante e coloca atenção em outra característica do quadrilátero da tarefa.]
[04] PB: Possui dois ângulos retos…
[05] E1: Professora, o que é um polígono regular?
[06] E2: Professora, eu não estou entendendo.
[A professora vai para o canto da sala, onde fica a sua mesa e pega o celular. Ela, então, pesquisa a definição de polígono regular.]
[07] E2: Professora!
[08] PB: Oi.
[09] E2: Vem aqui.
[Enquanto a professora caminha em direção à estudante, ela vai lendo em voz alta a definição de polígono regular encontrada no celular.]
[10] PB: *"Um polígono diz-se regular se tiver todos os seus lados e ângulos iguais, sejam eles internos ou externos. Todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência"*.
[11] E2: Professora, explica o que você leu.
[A professora lê novamente.]

[12] PB: *"Um polígono diz-se regular se todos os seus lados e ângulos são iguais... se todos os seus lados e ângulos são iguais...". Então tem lados iguais?* (Refere-se a uma característica do quadrilátero.)
[Alguns estudantes respondem sim e outros não.]

[13] PB: *Forma um ângulo igual? [Faz o desenho de um ângulo de 90.º com as mãos]. Nos dois lados? Então ele é um polígono regular. Se não formam ângulos iguais, nem lados iguais, não é regular.*
(Sala de aula, professora Beatriz, 11 abr. 2019)

No trabalho com a tarefa que envolvia os quadriláteros, os estudantes apresentaram dificuldades na compreensão de alguns conceitos, como retas paralelas, retas perpendiculares e o que seria polígono regular. Na aula da PB, ao transparecer essas dificuldades, a professora não havia atentado, na fase de planejamento da tarefa, à definição do conceito de polígono regular, o que gerou um desconforto quando um estudante levantou esta questão. Por meio da contingência iniciada pelo questionamento do estudante, a fala da PB sugere que não sabe ou não lembra essa definição. Assim, em um primeiro instante, ela não considera a pergunta do aluno, mas na sequência se utiliza de um suporte tecnológico, o celular, para buscar a informação e responder ao aluno. Caracterizamos que isso desencadeou a contingência, no turno [10]. Após fazer a leitura da definição, a dúvida não foi sanada, o que indica também uma possível dificuldade de compreensão por parte da professora. Aqui ficou visível a lacuna relacionada à dimensão *fundamento*, pois a maneira como a professora se orienta para responder a contingência gerada revela a lacuna de conhecimento sobre o assunto.

O evento crítico 2 retrata uma situação análoga ao evento anterior, na qual a PV, assim como na aula da PB, é confrontada pela dúvida dos estudantes sobre polígonos regulares no momento de realização da tarefa sobre quadriláteros pelos estudantes. Diferentemente de PB, PV responde ao questionamento do aluno de maneira imediata, como visto no turno [15] a seguir.

Evento crítico 2: Definição de conceitos – "Polígono regular" – Tarefa 1– Parte 2

[14] E1: Professora, o que é polígono regular?

[15] PV: *Polígono regular... é quando tenho só... como posso explicar... quando tem, quando todos os ângulos são iguais dentro do... da figura. [...]*
[Vai para outra dupla de estudantes.]

[16] PV: *[...] Polígonos... Gente, polígono regular é que tem ângulos iguais, tudo bem?* (Fala isso em voz alta para a sala toda) *são ângulos iguais, ok?*

[17] E2: Essa aqui que eu não entendi.

[18] PV: Polígono regular são ângulos iguais, todos os ângulos são?… esse ângulo é igual a esse? É igual a esse e a esse?

[19] E2: Não.
[20] PV: Então não é.
[21] E2: Esse aqui, professora.
[22] PV: Diagonais perpendiculares?
[23] E2: Não, professora, o debaixo.
[24] PV: *Polígono regular é o que eu lhe falei, polígono regular são figuras planas que têm todos os ângulos iguais.*
[25] E2: Os dois, não é?
[26] PV: *Aqui, por exemplo, aqui é um ângulo, aqui é um ângulo, aqui é um ângulo, aqui é um ângulo, eles são iguais?*
[27] E2: Não.
[28] PV: Então esse daqui é um polígono regular?
[29] E2: Não.
[30] PV: *Não, não é. Vou dar um exemplo de um que é. A folha de sulfite, tem um ângulo aqui, um ângulo aqui, um ângulo aqui, um ângulo aqui, são iguais?*
[31] E2: São iguais.
[32] PV: Aí é, entendeu?
[33] E2: Entendi…
(Sala de aula, professora Vera, 11 abr. 2019)

Contudo, nota-se que a professora não possui o entendimento claro e correto dessa definição, conforme exposto nos turnos [15], [16] e [24]. Em sua concepção, ela considera que, se uma figura geométrica possuir todos os seus ângulos internos e externos iguais é suficiente para ser classificado como polígono regular, algo equivocado. Percebemos de maneira mais intensa essa compreensão, quando ela exemplifica que a folha sulfite é um polígono regular, visto no turno [30], o que implicou na construção de um entendimento errôneo, também por parte dos estudantes.

Nas duas situações descritas, dimensões do *KQ* foram reveladas nas ações das professoras: *fundamento* e *conexão* na aula de Beatriz e *fundamento* e *transformação* na aula de Vera, com destaque para a dimensão *contingência*, que emergiu em ambas. Em particular, associada ao código – *respostas às ideias dos alunos*, atrelado de maneira às dificuldades do professor. Resultados ampliados sobre a dimensão contingência, sobre este grupo com características colaborativas podem ser encontrados em Gumiero e Pazuch (2021b).

Após a aula, refletimos sobre a abordagem e apresentamos um episódio em vídeo que enfatizou esses aspectos. No diálogo, destacamos as reações das professoras. PB compartilha: "*Durante o vídeo, precisei consultar meu celular... vejam só, (consultando o celular enquanto assistia). Eu realmente não tinha a lembrança... Felizmente, temos esses recursos para auxiliar no momento, para refrescar a memória.*" [...] *Como mencionei no primeiro encontro, minha formação não é muito sólida, então preciso refletir antes de responder* ". Por sua vez, PV pondera: "*Às vezes, os termos técnicos nos levam a pensar 'ah, entendi'. Mas acredito que consegui responder depois: 'todos os lados iguais, todos os ângulos iguais'. Sabe, por quê? Fico considerando que há alunos que desconhecem o conceito de ângulo. Então, é nesse ponto que me detenho...*" Na sequência, a pesquisadora intercede para esclarecer: "*Isso mesmo, mencionar 'todos os ângulos iguais' também integra a definição de um polígono regular, concorda? Bastaria complementar com 'todos os lados iguais' para dissipar a dúvida sobre se um retângulo é um polígono regular apenas por possuir ângulos iguais.*" PV indica que retomará esse conceito com os alunos, conforme sugerido: "*Exato, mas planejo abordar isso novamente com eles. Vou perguntar: 'Pessoal, quem recorda...?' Farei essa pergunta de maneira descontraída. 'Vocês se lembram do retângulo sobre o qual mencionei que era um polígono regular? Eu disse que era ou não era?' Vou questionar dessa forma (risos).*"

No que segue, daremos ênfase a uma situação que se desdobrou a partir da correção de uma das características presentes na tarefa sobre sólidos geométricos. O evento crítico 3 descreve o modo como a PV encara a dificuldade apresentada pelos estudantes na compreensão de conceitos geométricos relacionados à rotação de figuras planas, como exposto na sequência.

Evento Crítico 3: Definição de conceitos – "Rotação de figuras planas" – Tarefa 2 – Parte 1

[34] PV: *[...] A característica seis, fala assim: possui um paralelogramo que gira em torno do seu eixo", e aí?*
[35] ESTUDANTES: Professora, octaedro.
[36] PV: *Octaedro? Olha, vocês acham? ... o eixo do octaedro seria a união desse vértice de cima… uma reta, né? Que une esse vértice de cima com esse vértice debaixo (mostra na folha). Tem apenas um paralelogramo que gira em torno desse eixo?*
[Os estudantes não respondem.]
[37] PV: Observando…
[38] E1: Ah! Não sei, aqui… não.
[39] PV: *Primeiro, né, o paralelogramo que gira vai ser qual figura geométrica? Quando giro alguma coisa o que é que forma? Uma esfera, ou… um corpo redondo, né? Então ele estaria ou no cone, ou no cilindro. Se eu desmontar um cone ou desmontar um cilindro...*
[40] E2: Não entendi!
[41] PV: *Se eu desmontar um cone ou um cilindro… qual dessas figuras vai ter um paralelogramo na planificação?*
[Os estudantes ficam meio receosos em responder.]
[42] PV: *O cilindro né, pessoal?! Porque o cone se você desmontar ele, o "chapeuzinho", quando nós planificamos não forma um paralelogramo, ou seja, uma figura que*

tem quatro lados. O cilindro, se você desmontar vai… o rolinho de papel higiênico, vai… forma uma figura de quatro lados se você desmontar, então é o cilindro. Alguém aí acertou essa daí?
[Os estudantes não respondem.]
[43] PV: Essa foi um pouquinho mais difícil né? […]
(Sala de aula, professora Vera, 6 maio 2019)

Neste evento, vemos que a dimensão *transformação*, denotada pelos códigos escolha de representação e escolha de exemplos, conduziu a explicação da professora, de modo a fazer conexões para antecipar a complexidade que esta parte da tarefa requeria. Nos turnos [36], [39] e [41], ela instiga os estudantes a visualizarem que o octaedro não pode ser gerado por uma rotação, já que rotações geram corpos redondos, e o octaedro não está incluso nessa classe. Para finalizar o raciocínio, ela se utiliza de um exemplo prático, associando o formato do rolo de papel higiênico ao cilindro.

Na mesma aula da PV, no decorrer da correção da mesma tarefa, um questionamento do E1 gerou uma discussão interessante e que poderia ter sido mais explorada pela professora, como notado no recorte a seguir.

Evento Crítico 4: Definição de conceitos – "Todo quadrado é um retângulo?" – Tarefa 2 – Parte 1

[44] E1: Professora, o cubo é uma pirâmide?
[45] PV: Oi?
[46] E1: Eu não prestei atenção, desculpa, mas porque o cubo é uma pirâmide?
[47] PV: *Ele tem… ele tem laterais retangulares. O quadrado ele é um retângulo também.*
[48] E1: Professora, mas para mim o retângulo ele tem dois quadrados em um, tipo do lado.
[49] PV: *Não, o retângulo é uma figura plana, né, quatro lados e tem 4 ângulos de 90 graus, essa é a característica do retângulo.*
[50] E1: Mas, professora, o quadrado tem os 4 lados iguais.
[51] PV: *Sim, pode ter retângulo que tem os 4 lados iguais, que são os quadrados.*
[52] E2: O quê?
[53] PV: *Sim, oh! Por exemplo, tem os retângulos, né? (Escreve retângulo na lousa) então, tem vários tipos de retângulos, tem os que tem dois lados iguais, dois lados diferentes e tem os retângulos que têm os 4 lados iguais. Esses retângulos que têm os 4 lados iguais ou congruentes são os quadrados.*
[54] E1: Então todo quadrado é um retângulo?
[55] PV: *Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado.*
[56] E1: Oh, meu Deus! (Coloca a mão na cabeça e faz gesto de explosão).
(Sala de aula, professora Vera, 06 maio 2019)

Ao expor uma dúvida à classe, (turnos [44] e [46]), o estudante abriu uma oportunidade para que um conceito mais amplo pudesse ser explanado pela professora, como vemos no turno [54]. Nesse trecho, identificamos o código associado ao uso de oportunidades, da dimensão *contingência*. Entretanto, a professora poderia ter aproveitado esse *insight* do aluno de modo consistente, para elucidar o que afirma no turno [55]. Uma possibilidade seria demonstrar o que fora dito no turno [55] por meio da comparação entre as propriedades de cada figura geométrica. Por exemplo, considerando a seguinte afirmação: *"Todo quadrado é retângulo"*, notamos que, para uma figura ser retângulo, deve ser um paralelogramo e satisfazer as seguintes condições:

- Diagonais congruentes;
- Lados opostos congruentes;
- Todos os ângulos internos retos;

Como observamos na Figura 6, o quadrado cumpre todas as condições indicadas, caracterizando-se também como retângulo, satisfazendo a afirmação inicial.

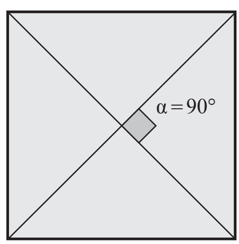

Figura 6. Ilustração de um quadrado

A afirmação recíproca poderia ser trabalhada de maneira análoga. Por exemplo, observamos que todo quadrado, além das características citadas anteriormente, deve cumprir os seguintes requisitos:

- Diagonais perpendiculares;
- Todos os lados congruentes.

Dessa forma, a professora poderia ter construído na lousa retângulos com medidas que não se enquadram nas propriedades apontadas; por exemplo, um retângulo com medidas 2 u.c e 3 u.c., o que facilitaria a visualização, pelo aluno, de que a recíproca não é verdadeira.

Além disso, outra possibilidade seria explorar a relação entre as categorias expostas no seguinte diagrama:

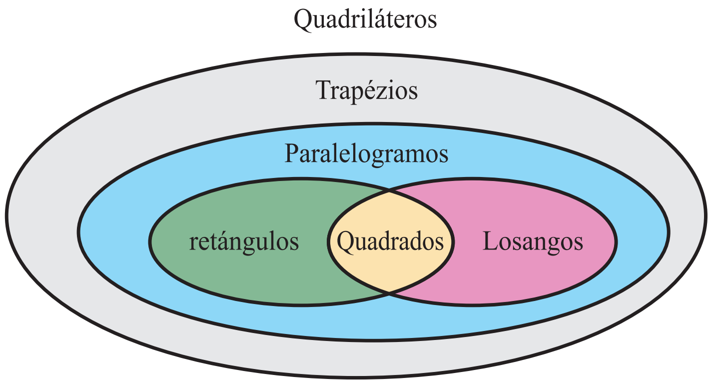

Figura 7. Relações de inclusão entre os conjuntos dos quadriláteros notáveis
Nota: Tomado de Nacarato et al., (2016)

Como podemos observar, além da inclusão da categoria dos quadrados na categoria dos retângulos, Vera poderia ter explorado que quadrados também podem ser classificados como uma subcategoria dos losangos. Esses subconjuntos estão contidos na categoria dos paralelogramos, que, por sua vez, estão contidos na categoria dos trapézios. E todos esses objetos geométricos são quadriláteros. Dessa forma, a categoria dos quadriláteros contém todas as outras categorias supracitadas. Nesse contexto, indicamos que a professora poderia ter feito uma conexão entre a tarefa de quadriláteros e essa, envolvendo a planificação de sólidos geométricos. A partir disso, discutiremos os resultados e as conclusões.

6. Discussão dos resultados

O objetivo do artigo foi *identificar e compreender os conhecimentos geométricos mobilizados por professoras de matemática, ao abordarem conceitos de geometria para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental*. Como a estrutura do KQ ainda é pouco explorada por pesquisadores brasileiros, visamos com este trabalho contribuir para a divulgação e a difusão dessa ferramenta teórica na área da Educação Matemática e, a exemplo de Alves et al. (2018) o foco de análise são as ações desencadeadas por professores em formação continuada.

Com base no conteúdo exposto na seção anterior, na Tabela III, apresentamos a interligação entre os eventos críticos analisados, suas dimensões correspondentes e os códigos identificados para cada um.

TABELA III
Relação entre os eventos críticos e as dimensões / códigos do *KQ*

Dimensão	*Códigos*	*Evento Crítico 1*	*Evento Crítico 2*	*Evento Crítico 3*	*Evento Crítico 4*
Fundamento	Consciência de propósitos			x	x
	Uso de livros didáticos				
	Dependência de procedimentos	x			
	Identificação de erros			x	x
	Domínio do conteúdo			x	x
	Base teórica da pedagogia			x	
	Uso de terminologia matemática	x	x	x	x
Transformação	Escolha de exemplos		x	x	x
	Escolha de representações		x	x	
	Uso de materiais instrucionais				
	Uso de demonstrações para explicar procedimentos				
Conexão	Antecipação da complexidade			x	
	Decisões sobre sequenciamento		x	x	x
	Reconhecimento da adequação conceitual	x		x	
	Conexões entre procedimentos		x	x	
	Conexões entre conceitos	x		x	x

Contingência	Desvio de agenda	x			
	Respostas às ideias dos alunos	x	x		x
	Uso de oportunidades				x
	Insights do professor durante a aula	x			
	Reação à (in)disponibilidade de ferramentas e recursos				

Na interpretação de cada evento, as quatro dimensões do *KQ* foram evidenciadas no decorrer da atuação de cada professora em sala de aula, independentemente da situação em que se desencadearam ou com as quais foram confrontadas. A dimensão *fundamento*, que versa sobre o conhecimento construído ao longo da formação inicial ou continuada e sobre a maneira pelas quais as escolhas didáticas e pedagógicas são feitas, com base nas crenças e nas intenções interiorizadas do professor, nesta investigação, manifestou-se como uma lacuna no conhecimento matemático das professoras, segundo observado nos eventos 1 e 2. Ao trabalharem com uma tarefa envolvendo o conceito de polígono regular, as professoras denotam falhas de conhecimentos elementares para a explicação e a exemplificação do entendimento dessa noção pelos estudantes.

No evento 1 ficou explícita a necessidade de uma base teórica que permitisse a Beatriz lidar com a dúvida do estudante de maneira a findá-la. Como notado nos turnos [01], [03] e [05] desse evento, a *contingência* gerada pelo fator desencadeador – estudante (Rowland et al., 2015) – conduziu duas ações de Beatriz: (i) ignorar a fala do estudante e (ii) reconhecê-la e incorporá-la. Essa ocorrência sugere que, apesar de Beatriz possuir uma vasta experiência em sala de aula, principalmente na Educação Infantil, seu conhecimento sobre matemática não estava relacionado aos conceitos específicos abordados na aula. Isso pode ser devido ao fato de que, ao complementar sua graduação, ela não teve a oportunidade de estudar profundamente aspectos matemáticos, especialmente conceitos geométricos.

No entanto, mesmo não lembrando ou reconhecendo a definição do conceito geométrico discutido, ela busca meios para sanar a dúvida do estudante. Identificamos nessa ocorrência que Beatriz tem um *insight*, ao recorrer ao celular como ferramenta didática, além de desviar da agenda, já que essa ação não estava prevista. Assim, ainda que de forma provisória, consegue resolver a situação, já que os estudantes ainda permaneceram sem compreender o conceito.

No evento 2, Vera também se vê em uma condição que deixa transparecer um entendimento incorreto sobre o que é polígono regular. Contudo, ao contrário de Beatriz, rapidamente ela interage e responde ao estudante. Mesmo dispondo de uma vasta experiência no ensino da matemática, ela apresenta indícios de não possuir naquele momento a compreensão adequada para construir com os estudantes o significado correto desse conceito. Nesse caso, parece estar enraizada e, de fato, ela parece acreditar e considerar verdadeira a hipótese de que, se uma figura possuir todos os ângulos congruentes, então é um polígono regular. Essa crença e esse entendimento estão tão claros para ela que, na hora de exemplificar, ela se utiliza de um exemplo ligado à sua concepção de polígono regular, mesmo sendo essa equivocada.

No caso de Vera, essa lacuna pode ser considerada "instantânea", indicando que não houve uma preparação adequada para o que seria discutido em sala de aula. Isso pode ser atribuído tanto à forma como conceitos geométricos são abordados nos currículos e livros didáticos, quanto à maneira como esses conteúdos são trabalhados em aula. Muitas vezes, esses temas não recebem a devida atenção durante as aulas, seja por serem deixados ao critério do professor ou por serem tratados de forma superficial, conforme observado pelas professoras. Essa situação acaba relegando o conhecimento específico do conteúdo para um segundo plano. Diante desses dois acontecimentos, a presença da dimensão contingência é evidente, uma vez que ela se volta aos conhecimentos e às habilidades do professor para responder de maneira segura e condizente aos questionamentos dos estudantes em meio a eventualidades inesperadas, o código "responder às ideias dos estudantes" pode ajudar a identificar tais dificuldades e levar os professores a refletir sobre suas próprias lacunas, esperando-se que sejam percebidas e superadas.

Nesse viés, enaltecemos a importância de espaços de discussões que promovam o compartilhamento de experiências e anseios que permeiam a profissão docente em suas diferentes perspectivas. Os grupos colaborativos ou que apresentam características colaborativas (Fiorentini, 2012) são ambientes que têm esse propósito de aproximar, dialogar e incentivar a troca de ideias e conhecimentos entre os pares, contribuindo para o desenvolvimento profissional de cada um. Nas interações subsequentes, destacamos as interações das professoras. PB menciona: "*Estamos aprendendo muito.*" PV acrescenta: *"Nós também precisamos disso. O trabalho de professor é muito solitário...[...] Embora tenhamos nossa prática, raramente discutimos com outros porque ninguém além dos alunos assiste nossas aulas.*" Ela enfatiza: "*Mas é importante trazermos essa reflexão para melhorar... é interessante termos essa perspectiva, já que nossa prática é isolada; os alunos não podem nos avaliar, pois têm uma visão diferente da nossa, nossas funções são distintas*". Os momentos de formação visaram integrar aspectos teórico-metodológicos às práticas das professoras, apoiada no compartilhamento de conhecimentos, nas reflexões e no engajamento do grupo.

Neste estudo, não visamos imprimir um julgamento do conhecimento do professor, mas identificar e compreender as relações das professoras com a lacuna nos conteúdos geométricos, uma vez que eles podem apresentar-se de forma local – e tendem a isso. As situações apresentadas nos eventos 3 e 4 corroboram essa afirmativa. No evento 3, ao corrigir a tarefa sobre sólidos geométricos, Vera expressa deter o conhecimento matemático e didático capaz de identificar um erro de interpretação dos estudantes, quando se deparam com um conceito novo ou com o qual ainda não tinham intimidade – por exemplo, rotações de figuras planas.

Durante toda a correção a professora tentou instigar os estudantes a reconhecerem o equívoco, ao considerarem que o octaedro é uma figura gerada pela rotação de um paralelogramo. Assim, ao utilizar-se de exemplos e representações para desencadear a visualização do espaço tridimensional pelos estudantes, as dimensões *conexão e transformação* tiveram destaque nesse evento, evidenciando a capacidade da professora de observar a dificuldade dos estudantes e tomar iniciativas que contribuíssem para a solução correta da tarefa. Nessa oportunidade todos os códigos da dimensão *conexão* ficaram evidentes.

No evento 4, no decorrer da correção da tarefa sobre sólidos (*contingência*), por mais que a dimensão *conexão* fosse revelada através das conexões entre conceitos e procedimentos, a professora não utilizou a oportunidade do questionamento para ampliar, generalizar e contextualizar conceitos matemáticos que foram abordados ao longo da aplicação das tarefas. Esse momento poderia ser mais aproveitado na/para aprendizagem dos estudantes, pois estudos tem sinalizado às dificuldades dos estudantes na compreensão dos conceitos sobre quadriláteros. Em particular, para reconhecer um quadrado em outras posições; denominá-lo como losango (Inoue, 2004); e reconhecer as propriedades das figuras geométricas (Proença & Pirola, 2009).

Dessa forma, mesmo havendo o planejamento e a elaboração das tarefas em conjunto pelo grupo com características colaborativas, percebemos que no exercício docente é que os professores manifestam o modo como entendem a matemática e seguem suas crenças e decisões individualmente, advindas de uma série de fatores que os fazem desenvolver suas próprias estratégias de ensino. Assim, como pontuado por Ribeiro et al. (2009), entendemos que o conhecimento profissional deve ser considerado em suas múltiplas facetas, uma vez que o modo como o ensino é realizado está em acordo com as crenças do professor e seus objetivos, específicos a cada situação ou gerais. Além do que, os objetivos tendem a mudar ou a organizar-se à medida que a dinâmica de aula ocorre.

O conhecimento mobilizado no processo de ensino passa por conflitos nas escolhas do professor sobre *o que se quer ensinar*, *o que se sabe ensinar* e *o que é necessário ensinar*; e isso vai depender de como a formação, o conhecimento e a experiência da prática se comunicam. Oliveira e Ponte (1997) indicam que o conhecimento de professores e futuros professores sobre os conceitos matemáticos e também sobre a aprendizagem dessa disciplina, marcada por sérias incompreensões, apresenta-se, muitas vezes, limitado. Para esses autores, "parece haver lacunas no conhecimento de base dos assuntos que ensinam e no modo como eles podem ser aprendidos" (Oliveira & Ponte, 1997, p. 10).

No ensino de geometria, plana ou espacial, os professores denotam ter dificuldades ainda maiores e acabam por não explorar de forma ampla os conteúdos que a compõem. Pereira (2001) especifica razões para que isso ocorra: problemas na formação de professores, omissão de conteúdos geométricos nos livros didáticos e influência do Movimento da Matemática Moderna nos currículos nas décadas de 1960/1970. Em seu estudo sobre a geometria escolar, evidencia a necessidade de "[...] discussões de novas abordagens, redimensionadas em conceitos e atividades que significativamente impulsionem o processo de aquisição – ensino e aprendizagem da geometria, com novas leituras para novas propostas de ensino" (Pereira, 2001, p. 66).

Nessa perspectiva, a elaboração de tarefas de geometria, em especial, em contextos colaborativos pode ser uma oportunidade para pensar novas maneiras de trabalhar com esses conceitos e, sobretudo, promover a reflexão (Schön, 1992) coletiva e individual sobre a prática letiva, sobre o que se ensina e o porquê. As discussões provenientes desses compartilhamentos de ideias levam à produção de conhecimentos e revelam as dificuldades, as crenças e as aprendizagens sobre conceitos geométricos.

No processo de ensinar, o professor mobiliza saberes oriundos da formação inicial, porém sua constituição se faz, sobretudo, na reflexão sobre a prática, a partir da sala de aula, entendendo que os "saberes docentes são construídos e reconstruídos nas interações e relacionamentos do professor" (Manrique & André, 2006, p. 146). Desta forma, nas situações de ensino há oportunidades para a mobilização dos conhecimentos geométricos mobilizados pelos professores que ensinam matemática.

7. Conclusões

Com base nos conhecimentos mobilizados na prática das professoras e tomando os eventos críticos analisados, identificamos a presença das quatro dimensões do *KQ* nas ações das duas professoras analisadas. Como o foco de observação estava na dinâmica que ocorreu em sala, no momento do ensino, as dimensões *fundamento* e *contingência* tiveram destaque.

A sala de aula, por ser um espaço enérgico, dinâmico e heterogêneo, favorece acontecimentos inesperados, e o professor, mesmo tendo feito o planejamento da sua aula, acaba por se deparar com imprevistos, o que requer habilidades para encará-las. Nos eventos apresentados, notamos alguns desses imprevistos e a maneira como foram resolvidos. Nas análises, a primeira e a última dimensão do *KQ* ali se veiculam, uma vez que nos eventos 1 e 2 as professoras tiveram contratempos didáticos e conceituais para responderem às indagações oriundas dos estudantes. Esses obstáculos estão direta ou indiretamente ligados com o conhecimento de base desses professores, e a interpretação dos dados nos fez identificar *dificuldades do professor*.

Esse pode ser uma atribuição importante na ampliação dos códigos do *KQ* para constatar as lacunas no conhecimento matemático e pedagógico dos professores, a fim de que sejam discutidos, refletidos e sanados, na medida do possível; em particular, em ambientes colaborativos, em que há a troca de experiências, saberes e conhecimentos (Fiorentini, 2012; Saraiva & Ponte, 2003). Nas discussões do grupo, notamos que, nos momentos pós-aulas, destinados às reflexões sobre o que foi desenvolvido, por meio dos eventos destacados e pelos recortes apresentados em vídeos para o grupo analisar e discutir, as professoras sinalizaram que, como mencionado no texto anteriormente, não estavam acostumadas em desenvolver trabalho em grupos com os estudantes e não se sentiam preparadas para ensinar geometria, já que tinham afinidade com outros conteúdos e indicaram lacunas em seus cursos de formação inicial. Com isso, as professoras destacaram a importância de se "observarem" na prática, identificando o que funciona, o que pode ser melhorado e buscando alternativas que tornem suas aulas direcionadas às habilidades e às competências dos documentos curriculares e voltadas para a aprendizagem dos estudantes.

As dimensões *conexão* e *transformação* também foram vislumbradas pelas professoras, principalmente nos eventos 3 e 4, quando a professora Vera faz uso de exemplos e representações, assim como promove conexões entre conceitos e entre procedimentos. Além disso, no evento 3 todos os códigos da dimensão *conexão* foram identificados.

Em virtude da limitação de conteúdo deste artigo, centramo-nos em eventos que melhor descrevem e evidenciam as dimensões e códigos do *KQ* relacionados ao ensino de geometria. Assim como Alves et al. (2018), incentivamos que pesquisas futuras – em particular, pesquisas brasileiras sigam nessa linha de interesse, visto que estudos têm apontado lacunas no conhecimento geométrico do professor.

Nesse sentido, o *KQ* como ferramenta de análise pode ser um instrumento valioso para identificar e analisar lacunas existentes em processos de formação inicial ou continuada (Abdulhamid & Venkat, 2014; Gumiero & Pazuch, 2020) e fortalece o debate científico sobre o conhecimento profissional do professor que ensina matemática. Além de servir como um quadro teórico para o pesquisador, pode ser empregado pelo próprio professor que ensina matemática, de modo a promover a observação da sua própria prática; refletir sobre sua atuação e seus conhecimentos profissionais; e reinterpretá-los e/ou ressignificá-los, na medida em que reflete sobre *o que* e *como* ensina a matemática. Segundo Rowland (2013), para formadores de professores, o *KQ* é uma ferramenta para identificar oportunidades de desenvolvimento profissional docente por meio do aprimoramento do conhecimento do professor. Assim, por ser uma ferramenta teórica que emergiu da prática do professor, suas dimensões e seus códigos se revelam no ensino, no local habitual do professor: *a sala de aula*.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências Bibliográficas

Abdulhamid, L., & Venkat, H. (2014). Research-led development of primary school teachers' mathematical knowledge for teaching: a case study. *Education as Change*, *18*(1), 137-150. https://doi.org/10.1080/16823206.2013.877355

Almouloud, S. A., Manrique, A. L., Silva, M. J. F. D., & Campos, T. M. M. (2004). A Geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, 27, 94-108. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27502707

Alves, G. S., & Sampaio, F. F. (2010). O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, 5, 69-76. https://www.fsma.edu.br/si/edicao5/FSMA_SI_2010_1_Principal_2.pdf

Alves, K. A., Aguiar, M., & Ribeiro, A. J. (2018). As dimensões do conhecimento do professor que ensina matemática: o Knowledge Quartet como ferramenta de análise da prática docente. *Acta Scientiae*, *20(*2), 22-42. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss2id3736

Bairral, M. A. (2002). Natureza do conhecimento profissional do professor: contribuições teóricas para a pesquisa em educação matemática. *Boletim Gepem*, 41, 11-33. https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/434

Ball, D., Hill, H. H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 14-46. http://hdl.handle.net/2027.42/65072

Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Carrillo, J., Climent, N., & Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. D. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. Em B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. (pp. 2985-2994). https://hal.science/hal-02269013

Crescenti, E. P. (2008). A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente. *Práxis Educativa*, *3*(1), 81-94. https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.3i1081094

Cunha, D. S. I. (2009). *Investigações geométricas: desde a formação do professor até a sala de aula de Matemática* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro. https://pemat.im.ufrj.br/index.php/pt/producao-cientifica/dissertacoes/2009/86-investigacoes-geometricas-desde-a-formacao-do-professor-ate-a-sala-de-aula-de-matematica

Curi, E. (2005). A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. *Revista Iberoamericana de Educación*, 37(5), 1-10. https://doi.org/10.35362/rie3752687

Dolce, O., & Pompeo, J. N. (1997). *Fundamentos de matemática elementar, 9: Geometria Plana*. (vol. 9, pp. 1-449). Atual. https://www.doraci.com.br/downloads/matematica/fund-mat-elem_09.pdf

Fiorentini, D. (2012). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? Em M. C. Borba, & J. L. Araújo (Orgs.), *Pesquisa qualitativa em educação matemática,* (pp. 53-85). Autêntica.

Garnica, A. V. M. (2004). História oral e educação matemática. Em M. C. Borba, & J. L. Araújo (Orgs.), *Pesquisa qualitativa em educação matemática,* (pp. 77-97). Autêntica.

Gonseth, F. (1945). *La Géométrie et le problème de l'espace*. Griffon.

Gumiero, B. S., & Pazuch, V. (2020). Knowledge Quartet: dimensões, pesquisas e reflexões sobre o conhecimento profissional do professor que ensina matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *34*(66), 268-293. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a13

Gumiero, B. S., & Pazuch, V. (2021a). O planejamento de tarefas de Geometria e a mobilização do conhecimento profissional docente. *Ciência & Educação (Bauru)*, *27, 1-16*. https://doi.org/10.1590/1516-731320210025

Gumiero, B. S., & Pazuch, V. (2021b). Teachers knowledge mobilized in Geometry lessons and contingency situations. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 16* (1), em 0620. https://doi.org/10.29333/iejme/9371

Inoue, R. K. M. (2004). *O processo de formação do conceito de quadriláteros, envolvendo alunos de uma 6ª série do ensino fundamental* (Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação). Universidade do Vale do Itajaí. https://siaiap39.univali.br/repositorio/handle/repositorio/1680

Kazanowski, D. V. (2011). *Ensino de Geometria nas séries iniciais em Minas do Leão: algumas reflexões* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. https://lume.ufrgs.br/handle/10183/29350

Lobo, J. D. S., & Bayer, A. (2004). O ensino de geometria no Ensino Fundamental. *Acta Scientiae*, *6* (1), 19-26. https://wwwp.fc.unesp.br/~hsilvestrini/O%20ensino%20de%20Geometria.pdf

Maia, C. M. F. (2014). *As isometrias na inovação curricular e a formação de professores de Matemática do Ensino Básico* (Tese de Doutorado). Universidade Portucalense. http://hdl.handle.net/11328/941

Manrique, A. L., & André, M. (2006). Relações com saberes na formação de professores. Em A. M. Nacarato., & M. A.V. Paiva (Orgs.), *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas* (pp. 133-147). Autêntica.

Manrique, A. L., & André, M. E. (2009). Concepções, sentimentos e emoções de professores participantes de um processo de formação continuada em geometria. *Educação Matemática Pesquisa*, *11*(1), 17-38. https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2140/1662

Marquesin, D. F. B., & Nacarato, A. M. (2011). A prática do saber e o saber da prática em geometria: análise do movimento vivido por um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetiké*, *19*(1). https://doi.org/10.20396/zet.v19i35.8646647

Martins, P. B., & Curi, E. (2018). Grupos colaborativos: um olhar reflexivo para o desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Research, Society and Development*, *7*(1), 2, 1-9. https://doi.org/10.17648/rsd-v7i1.98

Ministério da Educação (2018) *Base Nacional Comum Curricular*. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Nacarato, A. M., Grando, R. C., & Costa, J. L. (2009). Um contexto de trabalho colaborativo possibilitando a emergência dos processos de argumentação e validação em geometria / A collaborative work context facilitating argumentation and validation processes in geometry. *Acta Scientiae*, *11*(2), 69-85. https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/3810/1/ARTIGO_ContextoTrabalhoColaborativo.pdf

Nacarato, A. M., Passos, C. L. B., Orfali, F., & Fontes, H. A. (2016). *Ensino fundamental, 6º ano: Matemática: caderno 3: manual do professor*. SOMOS Sistemas de Ensino.

Oliveira, H., & Ponte, J. P. D. (1997). Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Em G. Ramalho, A. C. Silva y I. Oliveira (eds.), *Actas do VII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 3-23). Associação de Professores de Matemática. http://hdl.handle.net/10451/4386

Oliveira, L. M. C. P., & Cyrino, M. C. C. T. (2015). Aprendizagens a respeito do raciocínio proporcional em uma comunidade de prática de professores matemática. Em S. H. A. A. Fernandes (org.), *Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)* (pp. 1-12). Sociedade Brasileira de Educação Matemática. http://www.sbemrevista.com.br/files/visipem/anais/story_html5.html

Pais, L. C. (1996). Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké, 4*(2), 65-74. https://doi.org/10.20396/zet.v4i6.8646739

Pavanello, R. M. (2004). Por que ensinar / aprender geometria? Em A. C. Brolezzi, A. J. Lopes, A. S. Monteiro, I. de F. Druck, M. C. Bonomi, M. O. de Moura, M. do C. S. Domite, N. J. Machado, O. J. Abdounur, S. A. Almouloud & V. de M. Santos (Orgs.), *VII Encontro Paulista de Educação Matemática*. http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/

Pazuch, V., & Ribeiro, A. J. (2017). Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura. *Educação Matemática Pesquisa*, *19*(1), 465-496. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p465-496

Pereira, M. R. D. O. (2001). *A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Pinto, N. B., Valente, W. R., & da Silva, M. C. L. (2014). Quando a Geometria tornou-se moderna: tempos do MMM. Em M. C. L. da Silva & Valente, W. R. (Orgs.), *A geometria nos primeiros anos escolares: história e perspectivas atuais* (pp. 65-82). Papirus

Pires, M. V. (2006). A construção do conhecimento profissional: Um estudo com três professores. Em () *Atas do XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. https://core.ac.uk/download/pdf/153416709.pdf

Ponte, J. P. D. (1999). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. Em J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro & H. A. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação* (pp. 59-72). Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/2984

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2016). Investigações geométricas. Em J. P. da Ponte, J. Brocardo & H. Oliveira (Eds.), *Investigações matemáticas na sala de aula* (3a ed., pp. 71-89). Autêntica.

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, *17*(21), 81-140. https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10538

Prado, M. E. B. B., & Lobo da Costa, N. M. (2012). Grupo de estudos e o professor de Matemática: revendo a prática no contexto escolar. Em F. Bellemain, V. Gitirana & P. B. Bellemain (eds.) *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-17). http://www.sbemrevista.com.br/files/v_sipem/PDFs/GT07/CC60631082891_A.pdf

Proença, M. C., & Pirola, N. A. (2009). Relações de inclusão entre quadriláteros: conhecimento e desempenho de alunos do Ensino Médio. Em (Eds.), *IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*.

Ribeiro, C. M., Carrillo, J., & Monteiro, R. (2009, setembro). ¿De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica? Análisis e influencia en la práctica de una maestra. En M. J. González, M. T. González & J. Murillo (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp.415-424). SEIEM; Universidade de Cantabria.

Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus: Journal of Education*, 1(3), 15-43. https://doi.org/10.25749/sis.3705

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the Knowledge Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8* (3), 255-281. https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5

Rowland, T., Thwaites, A., & Jared, L. (2015). Triggers of contingency in mathematics teaching. *Research in Mathematics Education*, *17*(2), 74-91. https://doi.org/10.1080/14794802.2015.1018931

Rowland, T., & Turner, F. (2017). Who owns a theory? The democratic evolution of the Knowledge Quartet. Em B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (Eds.). *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. *4*, pp. 105-112). PME

Saraiva, M. J., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante,* 12 (2), 25-52. https://doi.org/10.48489/quadrante.22767

Schön, D. A. (1992). Formar professores como profissionais reflexivos. Em A. Nóvoa (Ed.), *Os professores e a sua formação* (pp. 79 – 92). Dom Quixote.

Schön, D. A. (2000). *Educando o profissional reflexivo:* um novo design para o ensino e a aprendizagem. Artmed.

Secretaria de Educação Fundamental (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática*. http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in the teaching. *Educational Researcher*, *15(*2), 4-14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22. https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

Stein, M. K., & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. *Educação e Matemática*, *105*(5), 22-28. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1809/1850

Thwaites, A., Jared, L., & Rowland, T. (2011). Analysing secondary mathematics teaching with the Knowledge Quartet. *Research in Mathematics Education*, 13(2), 227-228. https://doi.org/10.1080/14794802.2011.585834

Turner, F., & Rowland, T. (2008). The knowledge quartet: a means of developing and deepening mathematical knowledge in teaching. Em *Mathematical knowledge in Teaching Seminar Series: developing and deepening mathematical knowledge in teaching* (Vol. 5, pp. 1-13). Loughborough University. http://www.mkit.maths-ed.org.uk/MKiT5_Turner&Rowland.pdf

Turner, F., & Rowland, T. (2011). The knowledge quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. Em T. Rowland & K. Ruthven (Eds.) *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 195-212). Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9766-8_12

Autores

Franciele da Silva. Universidade Federal do ABC, Brasil. franciele.s@ufabc.edu.br

https://orcid.org/0000-0002-3810-4169

Vinícius Pazuch. Universidade Federal do ABC, Brasil. vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

https://orcid.org/0000-0001-6997-1110