

Estratégias Didático-Metodológicas com o Software Criba de Eratóstenes no Ensino e na Aprendizagem dos Critérios de Divisibilidade

Didactic-Methodological Strategies with the Sieve of Eratosthenes Software to Teach and Learn Divisibility

Estrategias didáctico-metodológicas con el uso del software Criba de Eratóstenes para la enseñanza y el aprendizaje de los criterios de divisibilidad

Stratégies didactiques-méthodologiques avec le logiciel Criba d'Eratosthène dans l'enseignement et l'apprentissage des critères de divisibilité

Ingrid L. R. Gonçalves¹

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Gestão e Negócios

<https://orcid.org/0000-0001-9065-4179>

Aleandra da S. Figueira-Sampaio²

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Gestão e Negócios

<https://orcid.org/0000-0003-3961-6673>

Eliane E. F. dos Santos³

Universidade Federal de Uberlândia, Escola de Educação Básica

<https://orcid.org/0000-0002-3784-9599>

Resumo

A Matemática é considerada uma disciplina difícil pelos alunos do ensino fundamental ao ensino superior. Com isso, os professores procuram métodos de ensino e aprendizagem prazerosos e interessantes, buscando contextos que envolvem a realidade e o cotidiano dos alunos. A divisibilidade é um dos conceitos mais importantes na Teoria dos Números. Portanto, requer esforço dos educadores no sentido de desenvolver estratégias que favoreçam a sua compreensão em detrimento da mera memorização de regras. As dificuldades na aprendizagem da divisão se estendem para a compreensão dos critérios de divisibilidade. Neste sentido, o objetivo do trabalho foi desenvolver estratégias didático-metodológicas com o software Criba de Eratóstenes para o ensino e a aprendizagem dos critérios de divisibilidade por 3 e por 5.

¹ ingridllarar@gmail.com

² aleandra@ufu.br

³ elianelias@yahoo.com.br

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de caráter exploratório, desenvolvida com professores de matemática do Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano) de escolas públicas. A escolha do software Criba de Eratóstenes considerou seu acesso *online* e sua gratuidade. As estratégias foram desenvolvidas de forma sequencial, padronizada e detalhada para que o professor e o aluno tenham um roteiro de orientação durante a aula, bem como um auxílio na utilização do software.

Palavras-chave: Software gratuito, Ensino fundamental (6º ao 9º ano), Prática docente de matemática, Critérios de divisibilidade.

Abstract

Mathematics is considered a difficult subject by students of all ages. Consequently, educators search for ways to make the subject more pleasant, enjoyable, and relevant. Divisibility is one of the most important concepts in Number Theory. As such, educators need to develop strategies that help students understand the concept of division rather than merely memorizing rules. The challenge of learning division extends to understanding criteria for divisibility. Therefore, our objective was to develop didactic-methodological strategies that use the Sieve of Eratosthenes software to teach criteria for divisibility by 3 and 5. The study was qualitative and exploratory and conducted with Mathematics teachers from public middle schools (6th to 9th grade). The Sieve of Eratosthenes was chosen because it is free to use and available online. The strategies were sequential, standardized, and sufficiently detailed to guide teachers and students in the classroom and while using the software.

Keywords: Freeware, Middle school (grades 6 to 9), Mathematics teaching, Divisibility criteria.

Resumen

La Matemática es considerada una disciplina difícil por estudiantes desde la educación primaria hasta la educación superior. Con esto, los profesores buscan métodos de enseñanza y aprendizaje más placenteros, interesantes y relevantes, buscando contextos que involucren la realidad y lo cotidiano de los alumnos. La divisibilidad es uno de los conceptos más importantes en la Teoría de los Números. Por lo tanto, requiere esfuerzo de los educadores en el sentido de desarrollar estrategias que favorezcan a su comprensión más que simplemente memorizar reglas. Las dificultades en el aprendizaje de la división se extienden a la comprensión de los criterios de divisibilidad. En este sentido, el objetivo del trabajo fue desarrollar estrategias didáctico-metodológicas con el software Criba de Eratóstenes para la enseñanza y aprendizaje de los criterios de divisibilidad por 3 y por 5. Se trata de una búsqueda cualitativa, de carácter exploratorio, desarrollada con profesores de matemática de Educación Primaria II (de 6° al 9° grado) de escuelas públicas. Para la elección del software Criba de Eratóstenes, se consideró su acceso online y su gratuidad. Las estrategias fueron desarrolladas de forma secuencial, estandarizada y detallada para que el profesor y el alumno tengan una guía de orientación durante la clase, bien como un auxilio en la utilización del software.

Palabras clave: Software libre, Educación primaria (6° al 9° grado), Educación matemática, Criterios de divisibilidad.

Résumé

Les mathématiques sont considérées comme une matière difficile par les élèves, de l'école primaire à l'enseignement supérieur. Par conséquent, les enseignants cherchent des méthodes d'enseignement et d'apprentissage agréables et intéressantes, en recherchant des contextes qui impliquent la réalité et la vie quotidienne des étudiants. La divisibilité est l'un des concepts les plus importants de la théorie des nombres. Elle nécessite donc un effort de la part des

éducateurs afin de développer des stratégies qui favorisent sa compréhension plutôt que la simple mémorisation de règles. Les difficultés d'apprentissage de la division s'étendent à la compréhension des critères de divisibilité. Dans ce sens, l'objectif de ce travail était de développer des stratégies didactiques-méthodologiques avec le logiciel Criba d'Eratosthène pour l'enseignement et l'apprentissage des critères de divisibilité par 3 et par 5. Il s'agit d'une recherche qualitative, de caractère exploratoire, développée avec des professeurs de mathématiques de l'enseignement élémentaire II (de la 6^{ème} à la 9^{ème} année) des écoles publiques. Le choix du logiciel Criba de Eratosthenes a tenu compte de son accès en ligne et de sa gratuité. Les stratégies ont été développées de manière séquentielle, standardisée et détaillée afin que l'enseignant et l'élève disposent d'un guide d'orientation pendant la leçon, ainsi que d'une aide à l'utilisation du logiciel.

Mots clés : Logiciel libre, Enseignement élémentaire (6e à 9e année), Pratique de l'enseignement des mathématiques, Critères de divisibilité.

Estratégias didático-metodológicas com o software Criba de Eratóstenes no ensino e na aprendizagem dos critérios de divisibilidade

Uma das dificuldades dos professores de matemática é fazer com que os alunos se interessem em aprender. O ensino de matemática esbarra em grandes obstáculos e é visto como conteúdo de difícil compreensão (De Paula & Ramos, 2012). Muitos estudantes do ensino fundamental ainda consideram a matemática um “bicho de sete cabeças” (Guimarães & Lamas, 2013).

A simbologia, própria da linguagem matemática, sua relação com a língua materna, falta de familiaridade, baixa consciência das estratégias de aprendizado ou do próprio estudo da disciplina estão entre as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da matemática (Behzadi et al., 2014; Resende & Mesquita, 2013). Há destaques com embaraços relacionados à leitura, compreensão e interpretação de enunciados matemáticos (Soares & Oliveira, 2017). Neste sentido, o desenvolvimento correto de algoritmos das operações elementares não é suficiente, uma vez que simplesmente resolvem o problema proposto. As dificuldades surgem quando o aluno se depara com uma situação-problema, em que ele deve, primeiro, interpretar o que está escrito e compreender o significado da operação a ser utilizada para a resolução da situação-problema; para que a partir daí possa utilizar o algoritmo (Fetzer & Brandalise, 2011).

Neste sentido, autores de livros didáticos, professores de Matemática e pesquisadores têm empenhado esforços para auxiliar o aluno na construção de uma atitude positiva em relação a aprendizagem Matemática, buscando mais bem resultados na compreensão e na aplicação de conceitos e procedimentos.

Embora o livro didático continue ocupando um papel central entre os materiais didáticos, ele coexiste com outros aparatos de tecnologias digitais e não digitais (Bittencourt, 2004; Freitas & Rodrigues, 2008; Ranieri, 2009). Os autores dos livros, como seguidores dos programas oficiais propostos pela política educacional (Bittencourt, 2004), tentam adequarem-

se a estas e outras modificações. Com isso, os livros didáticos passaram a apresentar menos formalismo (Brockveld, 2016), melhorias na qualidade gráfica, na linguagem e na estruturação dos próprios conteúdos (Freitas & Rodrigues, 2008). A ênfase na contextualização, utilizando situações vivenciadas no cotidiano, é outra modificação na apresentação dos conteúdos (Soares & Oliveira, 2017).

Os professores de matemática, por sua vez, enfrentam o desafio do ensino e da aprendizagem elaborando estratégias com o uso de jogos (Bianchini et al., 2010; Barbosa & Magina, 2012), materiais concretos (Miorim & Fiorentini, 1990; Souza, 2007) e software (Castro Filho, 2007; Gladcheff et al., 2001; Gomes et al., 2002; Santos et al., 2021). As estratégias de aprendizagem influenciam na qualidade motivacional dos alunos. Quanto mais estratégias para aprender, mais diversificada fica a evolução dos conteúdos e o envolvimento do aluno com o aprendizado (Laudares & Lachini, 2000; Rocha et al., 2007).

A hierarquização dos conteúdos, dominada pela ideia de pré-requisito, também já foi considerada um obstáculo para a aprendizagem matemática (Brasil, 1998). Os alunos encontram dificuldade quando um novo conteúdo é apresentado sem que eles tenham apreendido o conhecimento anterior (Fetzer & Brandalise, 2011).

Neste sentido, ao longo do tempo os documentos oficiais vêm orientando a elaboração de propostas curriculares no ensino de matemática com vistas a sanar essas e outras dificuldades. Assim, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, considerando as últimas reorientações curriculares brasileiras, agrupa os conteúdos em cinco eixos temáticos – Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, correlacionados, a partir dos quais foram elencadas as habilidades, que por sua vez orientam a formulação dos objetivos de aprendizagem e o desenvolvimento ao longo do ensino fundamental (Brasil, 2018).

Nesta estrutura, a recomendação é que as propostas curriculares busquem articulações com outras áreas de conhecimento, entre cada um dos cinco eixos e dentro de cada um deles. Além disso, as escolhas dos caminhos para alcançar os objetivos elencados devem ser baseadas na realidade do lugar e no tempo nos quais as aprendizagens estejam situadas. Para o desenvolvimento das competências gerais e específicas elencadas na BNCC, a proposta é que as estratégias didáticas favoreçam a participação ativa do estudante como protagonista, no sentido de mobilizá-lo para agir e pensar sobre a sua ação, observando, refletindo, sintetizando e concluindo numa perspectiva das metodologias ativas. Embora em cada eixo, as noções matemáticas devam ser retomadas ano a ano num movimento que permite a sua ampliação e aprofundamento, é necessário que em cada etapa o aluno consiga chegar a algum nível de sistematização que possibilite a sua aplicação em novas situações (Brasil, 1998) e possam tornar os conteúdos significativos (Brasil, 2018).

Para os anos finais do ensino fundamental, na temática Números da BNCC, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com a compreensão dos processos neles envolvidos (Brasil, 2018).

Quanto aos conteúdos relacionados à divisibilidade, particularmente, além dos problemas de leitura, compreensão e interpretação, os alunos apresentam fragilidade em compreender o conceito de divisão (Soares & Oliveira, 2017). Já os critérios de divisibilidade é um conteúdo considerado de difícil entendimento pelos alunos, uma vez que eles confundem os conceitos de multiplicidade e divisibilidade (Corso et al., 2014; Grinberg & Luryi, 2014).

Portanto, atrair a atenção do aluno, tornando-o participante do processo de ensino e aprendizagem, é um desafio no contexto educacional (Stamberg & Stochero, 2016). No que se refere a matemática, os desafios são ainda maiores por ser uma disciplina de natureza abstrata

(Botas & Moreira, 2013; Silva et al., 2016), aspecto que contribui para a reprovação e a evasão na maioria das escolas públicas e particulares da Educação Brasileira (Gervázio, 2017).

Considerando esse cenário e sabendo que os recursos tecnológicos despertam o interesse do aluno para o aprendizado matemático, além dos sentidos de criatividade e investigação (Medeiros et al., 2017), o objetivo deste trabalho foi propor estratégias didático-metodológicas com o software Criba de Eratóstenes para o ensino e a aprendizagem dos critérios de divisibilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

Metodologia

A pesquisa foi qualitativa exploratória e desenvolvida com os professores de matemática do ensino fundamental (do 6º ao 9º ano) de escolas públicas de Uberlândia, Minas Gerais. Para a seleção dos professores foram considerados os critérios de (a) ministrar ou ter ministrado aula para o Ensino Fundamental II; (b) ter trabalhado temáticas no conteúdo de Geometria e (c) ser professor efetivo de escola pública municipal, estadual ou federal.

A escolha do software Criba de Eratóstenes, sugerido em Nogueira et al. (2013) para trabalhar o conteúdo de critérios de divisibilidade, considerou seu acesso *online* e sua gratuidade.

Para a produção das estratégias didático-metodológicas, quatro oficinas quinzenais foram realizadas com os professores de matemática, em laboratórios de informática com acesso à internet. Cada oficina foi conduzida por um período de 3 a 4 horas, com um intervalo de 20 minutos para um lanche rápido.

Durante as oficinas, para o uso do software Criba de Eratóstenes, (a) os professores elencaram e discutiram as dificuldades potenciais quando trabalham em sala de aula o conteúdo de divisibilidade; (b) a equipe de pesquisa e os professores de Matemática exploraram as funcionalidades e a interface do software para o conteúdo de divisibilidade; e (c) a partir das dificuldades apontadas nas discussões e da familiaridade com o software, a equipe de pesquisa

e os professores de Matemática produziram as duas estratégias didático-metodológicas com o software Criba de Eratóstenes.

Ao final das oficinas, as estratégias didático-metodológicas para o conteúdo de divisibilidade por 3 e por 5 estavam estruturadas com o aval e a supervisão dos próprios professores de Matemática, considerando o formato de uma sequência didática.

Resultados

O Criba de Eratóstenes é um software educativo gratuito desenvolvido com base no Crivo de Eratóstenes. O crivo é semelhante a uma peneira. Criado por Eratóstenes (285-194 a.C.), o matemático e bibliotecário se apropriou da ideia de separação para desenvolver um algoritmo que permitisse selecionar números primos sem a utilização de fórmulas.

O software está disponível gratuitamente no endereço eletrônico <http://nlvm.usu.edu>, nas versões em espanhol e francês. Não há impedimento no uso do software em escolas brasileiras, uma vez que a matemática possui uma comunicação simbólica geral, capaz de ser compreendida em qualquer lugar ao redor do mundo (Menezes, 2010). A universalidade da linguagem matemática permite comunicar ideias e proposições independentemente da língua materna (Azerêdo & Rego, 2016).

A interface e as funcionalidades do software Criba de Eratóstenes

No software, a exemplo do que Eratóstenes fez, constrói-se um quadro com m números inteiros, a partir do número dois. Um número inteiro é fixado e faz-se a eliminação dos múltiplos desse número na tabela. Esse procedimento é repetido até que a tabela fique apenas com os números primos. Algoritmo que permite agregar a abordagem dos critérios de divisibilidade.

A interface do Criba de Eratóstenes é simples, intuitiva, amigável e autoexplicativa, composta por uma barra de suporte e por uma configuração inicial disponível na tela (Figura 1). A barra de suporte possui quatro opções que ajudam professores e alunos a entenderem

melhor o software. A opção *Atrás* serve para retornar ao portal *National Library of Virtual Manipulatives*, hospedagem original do software; a opção *Actividades* explica o funcionamento do software com alguns exemplos; a opção *Profesores* apresenta um manual com alternativas de aplicação do software; e a última opção *Instrucciones* apresenta as instruções de funcionalidades do software.

Considerando a tela inicial do software, o botão Reiniciar, localizado ao lado esquerdo inferior, permite que o usuário comece uma nova atividade. Com o botão Ajustar é possível definir a quantidade de números que aparecerão na atividade, sendo que o valor da caixa de texto determina o número de linhas na atividade. Para cada linha são apresentados 10 números, com a possibilidade de até 100 linhas.



Figura 1.

Tela inicial do software Criba de Eratóstenes

A configuração do software permite duas formas de visualização dos números considerando o Crivo de Eratóstenes. Com a seleção da opção *Quitar Múltiplos*, todos os múltiplos do número definido pelo usuário são excluídos da tabela; enquanto a opção *Mostrar*

Múltiplos funciona de forma contrária, fazendo com que todos os múltiplos do número definido pelo usuário sejam destacados em azul na tabela.

A elaboração das estratégias didático-metodológicas para construir os critérios de divisibilidade por 3 e por 5

Conforme sugerido por Figueira-Sampaio et al. (2019), adotou-se a representação por ícones para que os alunos entendam, de forma visual, as ações e o cumprimento dos procedimentos. Ao longo das estratégias, os alunos encontram três ícones, o Lápis , a Lupa  e o Quadro-Professor . O ícone Lápis indica a necessidade de resposta a algum questionamento sobre o conhecimento que está sendo construído; o ícone Lupa está associado com a observação da tela do computador para algo importante; e o ícone Quadro-Professor apresenta informações sobre conceito, terminologia, conteúdo antes que o aluno prossiga na atividade.

A atividade inicia com o aluno definindo a quantidade de números a serem exibidos pelo software. Com isso, o aluno encontra o ícone Lupa  que alerta para a necessidade de observar o que acontece na tela do software após o procedimento (Figura 2). Esse ícone, sendo uma analogia com o professor enquanto facilitador da aprendizagem (Brasil, 1998), apresenta as informações que o aluno não consegue obter sozinho, e que são necessárias ao aprendizado e a continuidade da atividade.

Na estratégia de divisibilidade por 3, o aluno seleciona a opção Mostrar Múltiplos do software e clica com o mouse no número 3. Assim, o aluno visualiza na tela alguns números em destaque (Figura 3). Neste caso, o ícone Lápis  alerta para a reflexão e o registro do que se observa. Para Smole e Diniz (2001), ao solicitar a escrita, a ideia é auxiliar na

pequenos e que podem ser resolvidos apenas com os fatos fundamentais, optou-se pelo uso da calculadora virtual do computador para garantir que o aluno mantenha o foco no processo e não na tabuada ou na operação propriamente dita. Além disso, um erro devido a tabuada poderia comprometer as conclusões levantadas pelos alunos durante a atividade, sendo que a compreensão da tabuada, segundo Dani e Guzzo (2016), é uma das principais dificuldades encontradas pelo professor de Matemática no seu cotidiano em sala de aula.

Números em azul	Divisão por 3	Quociente	Resto
3	$3 \div 3$	1	0
6	$6 \div 3$	2	0

Figura 4.

Quadro a ser preenchido com auxílio da calculadora virtual

Após o preenchimento total do quadro e considerando suas anotações nas colunas do

Quociente e do Resto, o ícone Lápis



solicita ao aluno o registro de sua conclusão sobre

a divisibilidade por 3 dos números em azul.

Na sequência, o aluno preenche outro quadro com a inclusão de uma coluna para o registro da soma dos algarismos dos números em azul. O registro da soma dos algarismos do número oferece a possibilidade de conexão entre os conteúdos da divisibilidade e do sistema de numeração, enfatizando a compreensão sobre o valor absoluto dos algarismos do número. Embora seja oportunizada a utilização da calculadora, a soma dos algarismos do número e a sua divisibilidade por 3 é também uma forma de conexão entre os conteúdos da divisibilidade e dos fatos fundamentais, a tabuada. De acordo com Brasil (1998, p. 23), “(...) para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos”.

As situações de análise e síntese são necessárias para a construção de significados que possibilitam o acesso a novos conhecimentos (Marinho et al., 2016). Portanto, novamente, o aluno encontra o ícone Lápis  solicitando sua conclusão ao considerar a soma dos algarismos dos números em azul.

Para o fechamento dos procedimentos executados, o aluno encontra o ícone Quadro-Professor  formalizando o conceito construído na atividade (Figura 5). O ícone faz uma analogia com o professor enquanto mediador entre o aluno e o conhecimento (Brasil, 1998). O estudante encontra uma síntese do conteúdo estudado até aquele momento, conforme as expectativas de aprendizagem estabelecidas no planejamento do professor (Brasil, 1998).

Uma vez formalizado o critério de divisibilidade por 3, o aluno é desafiado a utilizar este critério para decidir sobre a divisibilidade de outros números por 3, e ao final o aluno utiliza o software para verificar sua resposta. Esses questionamentos precisam ser respondidos e justificados, constituindo assim mais uma oportunidade para que o convencimento da propriedade em questão seja feito por meio da argumentação e não apenas por meio da memorização.

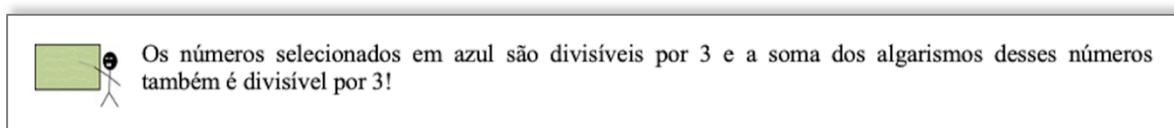


Figura 5.

O ícone Quadro-Professor com a apresentação do conceito

Avançando na estratégia para etapas mais complexas, o aluno inicia uma nova sequência de números naturais ao digitar o número 20 na janela em branco do software e ao clicar no botão Ajustar. Aqui o ícone Lupa  alerta o aluno que ao mover a barra de rolagem será visualizada a sequência numérica de 2 a 200. E um desafio é lançado ao aluno.

Ele, primeiramente, precisa desenvolver um cálculo mental para responder e justificar a seguinte pergunta “O número 165 ficará selecionado na cor azul ou preta?”. E, somente após o registro, a atividade solicita a interação com o software para verificar sua resposta. Para finalizar a atividade, o aluno encontra mais dois questionamentos para reflexão e aplicação dos conceitos adquiridos.

É importante considerar que o aluno associa o conhecimento adquirido para a resolução de atividades desenvolvidas posteriormente, com isso há otimização no processo de resolução (Prieto et al., 2005). Portanto, a estratégia didático-metodológica para a construção do critério de divisibilidade por 5 foi elaborada considerando que os estudantes já estarão familiarizados com o software e que o tempo gasto na atividade será reduzido. De acordo com Althaus et al. (2016), com pouco tempo em contato com o computador e/ou software, os alunos apresentam domínio suficiente para o uso e proveito dele.

Bastante similar à estratégia do critério de divisibilidade por 3, o aluno configura a sequência dos números naturais e aplica procedimentos para a execução do software. Registros e uso de recursos do computador são solicitados durante as etapas. O aluno se depara com questionamentos e desafios, e fica livre para utilizar o software e executar os comandos de interação. Ao término da atividade, além de acompanhar a trajetória de construção do conhecimento matemático, o professor tem a oportunidade de checar o nível de familiaridade dos alunos com o software.

A necessidade de estruturar a utilização de tecnologias como recurso pedagógico e como instrumento facilitador da prática pedagógica (Nobre et al., 2015), contribuiu para a elaboração das estratégias didático-metodológicas visando a construção dos critérios de divisibilidade por 3 e por 5.

Discussão

O estudo do cálculo aritmético é uma das dimensões do trabalho com números e operações no ensino fundamental. No que se refere aos cálculos “(...) espera-se que os/as estudantes tenham desenvolvido diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental” (Brasil, 2018, p. 270), além de habilidades para o uso de algoritmos e de calculadoras.

Neste contexto, a sequência didática é um eficiente recurso no processo de ensino e aprendizagem (Cunha & Bizelli, 2016; Francklin & Lourencetti, 2016; Prieto et al., 2005; Rocha et al., 2007). Portanto, as estratégias didático-metodológicas para a construção dos critérios de divisibilidade por 3 e por 5 consideram passos sequenciais que orientam os estudantes durante a atividade. Além disso, as estratégias contam com orientações simples e diretas que permitem que o aluno possa configurar o software, interagir por meio do mouse, observar, anotar e manipular dados, e escrever sobre os resultados, além de estimular o aluno em concluir a atividade.

A escolha do uso da calculadora virtual foi proposital, uma vez que o uso de recursos do próprio computador permite que o aluno se sinta motivado em concluir a atividade (Gladcheff et al., 2001; Prieto et al., 2005) e desperta seu interesse em aprender sobre o computador (Prieto et al., 2005). Sendo que, os alunos também têm a oportunidade de ir além do conteúdo tratado na atividade (Medeiros et al. 2017), uma vez que os softwares, geralmente, proporcionam situações que ainda não foram vistas ajudando no desenvolvimento da habilidade de resolver problemas (Figueira-Sampaio et al., 2009; Nogueira et al., 2013; Santos et al., 2018; Walus & Santos, 2016). A busca pela solução de uma situação nova desafia o estudante a pesquisar, interagir com os colegas e com os professores.

A representação matemática em forma de quadros e tabelas, e o estímulo para organizar e tratar dados são procedimentos que devem ser desenvolvidos com o estudante desde as séries

iniciais do ensino fundamental, uma vez que este tipo de representação é útil e muito comum não só em Matemática como também em outros campos (Brasil, 1998). Além disso, quadros e tabelas são representações que aparecem com frequência na vida cotidiana do aluno.

Outra contribuição da disposição dos dados na forma de quadros e tabelas é o auxílio ao estudante para a análise dos resultados em busca de um padrão. De acordo com Nascimento e Zica (2019), a busca por padrões matemáticos nos números, nas formas e no mundo é uma ferramenta de exploração que dá sentido ao conhecimento, facilitando a interpretação e a resolução de problemas matemáticos.

A resolução de problemas é uma habilidade cognitiva de ordem superior, agrupando várias funções cognitivas que convergem para a análise, a compreensão e a resolução de situações que apresentam um problema de formato diverso a resolver (Lemos & Almeida, 2019). Na solução do problema ou na condução de caminhos, a tomada de decisão é um desses processos cognitivos que consiste em fazer escolhas que são consolidadas pelas informações adquiridas (Ficht et al., 2019).

Segundo Miguel (2005), a ausência de convencimento das propriedades da divisibilidade por meio de argumentação matemática leva os alunos a memorizarem os critérios de divisibilidade com a constatação de evidências numéricas, como regras. Esse tipo de atividade baseada na memorização mecânica dos resultados prejudica o desenvolvimento cognitivo do aluno e contribui para o fracasso escolar.

A argumentação é uma consequência do raciocínio lógico. Uma forma de estruturar o pensamento que obedece a regras da Lógica, uma Ciência cujo objeto de estudo são as “(...) afirmações (conclusões) que podem ser justificadas por outras (premissas), tomadas como ponto de partida. Esse encadeamento de premissas e conclusões recebe o nome de argumento” (Matheus & Candido, 2012, p. 2).

O desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações é importante na construção do conhecimento matemático. São esses princípios da Lógica que permitem a compreensão dos processos e a capacidade de justificá-los por meio de uma demonstração formal (Brasil, 1998). A validação de propriedades são provas conceituais baseadas na argumentação matemática e em teorias, num processo que não se limita apenas em constatações numéricas (Balacheff, 1987; Caldato et al., 2018).

Os primeiros passos para a compreensão e o convencimento da propriedade foram subsidiados pela calculadora. Entretanto nas etapas mais complexas com números maiores, e com os estudantes já convencidos do critério de divisibilidade, é desejável que eles possam realizar mentalmente os cálculos da soma dos algarismos e sua divisibilidade por 3.

A apreensão de um conceito dá segurança ao aluno para resolver os problemas mais complexos. As estratégias didático-metodológicas foram pensadas para auxiliar o aluno a avançar, partindo dos passos mais simples para os mais complexos. Pode-se observar que o estudante começa a utilizar o software com uma pequena quantidade de números no quadro e à medida que avança ele tem a oportunidade de ampliar esta quantidade.

Na estratégia didático-metodológica, o estudante inicia preenchendo os campos do quadro com dados obtidos pela interação com o software. Ao concluir um passo, os seguintes se tornam mais complexos, proporcionando novos desafios intelectuais. É assim que o estudante passa a manipular os dados, efetuando cálculo, analisando e refletindo sobre os resultados e registrando suas conclusões. Para Miguel (2005) e Schoetter et al. (2016), esse percurso auxilia na apreensão dos conceitos, sendo utilizado as atividades desenvolvidas no software como referência de aprendizado para os estudantes perceberem a evolução das ideias matemáticas e ampliarem progressivamente a compreensão sobre elas.

O registro durante a atividade é importante tanto para o aluno quanto para o professor. Enquanto o aluno pode refletir sobre o que foi escrito, o professor pode verificar e acompanhar a forma como o aluno elaborou os conceitos (Schroetter et al, 2016).

O cálculo mental é um procedimento pessoal para resolver problemas que não depende de algoritmos e estratégias pré-estabelecidas. Nesta dinâmica, o aluno faz arranjos mentais suprimindo passos dos algoritmos, eliminando cálculos intermediários que lhe permitem obter a solução do problema sem utilizar lápis e papel. Esses arranjos mentais “(...) dependem da compreensão que os alunos têm dos conteúdos matemáticos e de como tais conhecimentos se articulam diante de uma situação nova” (Oliveira & Paulo, 2016, p. 668).

A aplicação de conceitos seguidos de cálculos mentais e o registro desses cálculos ajuda o aluno a ampliar seu conhecimento, a desenvolver capacidade de formar conceitos, a compreender melhor as regras e a entender passos para a resolução de problemas (Almeida et al., 2018).

É muito importante que o aluno registre o raciocínio aplicado para a resolução dos exercícios (De Paula & Ramos, 2012). Cria-se a possibilidade de reforçar as regras, melhorar a resolução de problemas e desenvolver visão crítica quanto aos resultados encontrados (Guimarães & Lamas, 2013).

Além disso, a BNCC salienta a importância dos algoritmos e da identificação de padrões para se estabelecer generalizações e propriedades como atividades que auxiliam no desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018). Desta forma, a sequência finita de procedimentos, o passo-a-passo do Crivo de Eratóstenes e das estratégias didático-metodológicas, que a caracteriza como uma atividade algorítmica, concorre para o desenvolvimento desse tipo de pensamento.

Quebrando a rotina tradicional de sala de aula, com conteúdo na lousa, a expectativa com o uso dos softwares é que os estudantes estejam motivados, participativos para fazer os

exercícios propostos, responsáveis para concluir a proposta e cooperativos com seus colegas para que todos possam concluir a atividade (Alves & Brito, 2013; Figueira-Sampaio et al., 2009). A utilização desses recursos pressupõe mudanças tanto no estilo de ensino quanto no estilo de aprendizagem, num percurso em que os professores deixam de ser apenas transmissores de informações e os alunos, numa postura mais ativa, deixam de ser apenas receptores de informação (Fonseca, 2014). Considerando esta alteração no paradigma educacional, o software Criba de Eratóstenes é utilizado como ferramenta de modo a evidenciar o protagonismo do aluno, num percurso em que este é mobilizado para a participação efetiva anotando, refletindo, concluindo numa perspectiva de metodologia ativa como propõe a BNCC.

Considerações finais

A elaboração das estratégias didático-metodológicas com o software Criba de Eratóstenes é uma tentativa de contribuir para a inserção da informática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

As estratégias didático-metodológicas⁴ foram desenvolvidas no sentido de orientar, tanto professor quanto alunos, durante toda a atividade. Desta forma, o professor tem uma atividade sequencial com foco na construção dos critérios de divisibilidade ao concluir a aula.

Para o aluno, espera-se que as estratégias possam modificar a rotina escolar, permitindo independência no processo de aprendizagem, além de estimular a autonomia e a cooperação com os demais colegas.

⁴ As duas estratégias didático-metodologias produzidas no estudo estão disponíveis gratuitamente para *download* em WebMath, no endereço eletrônico <http://webmath.com.br/>, menu Atividades. É necessário um cadastro rápido.

O uso do software Criba de Eratóstenes na prática docente busca aproximar as atividades escolares da vida cotidiana do aluno, acostumado com as tecnologias digitais, auxiliando no desenvolvimento de novas competências para ele e para o professor.

Referências

- Almeida, J. K., Pinto, B. V. M., & Rodrigues, V. S. (2018). Lógica e memorização: brincando com os números decimais. *Anais da Feira Regional de Matemática*. UNIJUÍ. <https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/feiramatematica/article/view/9246/7904>
- Althaus, N., Dullius, M. M., & Amado, N. M. P. (2016). Jogo computacional e resolução de problemas: três casos. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 17-42.
- Alves, R., & Brito, R. (2013). A importância do jogo no ensino da matemática. *Anais das Jornadas Pedagógicas: supervisão, liderança e cultura de escola*. ISCE. <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/4701/1/Importanciadojogoensinomatemati ca.pdf>
- Azerêdo, M. A., & Rêgo, R. G. (2016). Linguagem e matemática: a importância dos diferentes registros semióticos. *Revista Temas em Educação*, 25(número especial), 157-172.
- Balacheff, N. (1987). Processus de prevue et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147-176.
- Barbosa, G. S., & Magina, S. M. P. (2021). Atividades lúdicas como um caminho didático apropriado para introduzir conceitos associados ao número primo. *Educação Matemática Pesquisa*, 14(1), 127-148.
- Behzadi, M., Lotfi, F. H., & Mahboudi, N. (2014). The study of teaching effective strategies on student's math achievements. *Mathematics Education Trends and Research*, 1-8.
- Bianchini, G., Gerhardt, T., & Dullius, M. M. (2010). Jogos no ensino de Matemática “Quais as possíveis contribuições do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem da matemática?” *Revista Destaques Acadêmicos*, 2(4), 1-8.
- Bittencourt, C. M. F. (2004). Autores e editores de compêndios e livros de leitura (1810-1910). *Educação e Pesquisa*, 30(3), 475-491.
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: um estudo no 1º ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 253-286.
- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. MEC/SEF. <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf.
- Brockveld, P. (2016). *Critérios de divisibilidade nos livros didáticos: de 1918 a 2015* [Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina].
- Caldato, J., Utsumi, M. C. & Nasser, L. (2017). Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. *Revista Triângulo*, 10(2), 74-93.

- Castro Filho, J. A. (2007). Objetos de aprendizagem e sua utilização no ensino de matemática. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*. SBEM. http://paginapessoal.utfpr.edu.br/kalinke/grupos-de-pesquisa/novas-tecnologias/grupos-de-pesquisa/pde/pdf/objetos_de_aprendizagem_e_EM.pdf
- Corso, B., Costa, N., Souza, J., Souza, M. E., Alves, J. S., & Karnopp, V. G. (2014). Ensinando através de jogos: uma estratégia de ensino e aprendizagem para o ensino de divisibilidade. *Resumo do Simpósio Educação Matemática em Debate*. UDESC.
- Cunha, M. D., & Bizelli, J. L. (2016). Caminhos para ITC em sala de aula sob a perspectivas dos professores. *Revista on line de Política e Gestão Educacional*, 20(2), 282-300.
- Dani, V. K., & Guzzo, S. M. (2016). A tabuada no contexto escolar: o processo de ensino-aprendizagem a partir do material manipulável e dos jogos pedagógicos. In Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE: produções didático-pedagógicas*, 2013. SEED/PR. http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unioeste_mat_pdp_vera_lucia_dani.pdf
- De Paula, V. A., & Ramos, M. A. B. (2012). Jogo da Divisibilidade: uma experiência no ensino da Matemática. *Anais do Encontro Nacional PIBID-Matemática*. UFSM. http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_De_Paula_Valeria.pdf
- Fetzer, F., & Brandalise, M. A. T. (2011). As quatro operações aritméticas: ensino e aprendizagem numa perspectiva conceitual. *Anais do Encontro Paranaense de Educação Matemática*. SBEM.
- Ficht, N., Rogo, G., Lunardelli, R. S. A., Molina, L. G., & Paletta, F. C. (2019). Busca e uso da informação para tomada de decisão. *Anais do COAIC – Colóquio em Organização, Acesso e Apropriação da Informação e do Conhecimento*. UEL. <http://www.uel.br/eventos/cinf/index.php/coaic2019/coaic2019/paper/viewFile/603/420>
- Figueira-Sampaio, A. S., Santos, E. E. F., & Carrijo, G. (2009). A constructivist computational tool to assist in learning primary school mathematical equations. *Computers & Education*, 53, 484-492.
- Figueira-Sampaio, A. S., Santos, E. E. F., Carrijo, G., & Nomelini, Q. S. S. (2019). Estratégias didático-metodológicas para o uso de software educativos gratuitos na educação matemática. *Informática na Educação: Teoria & Prática*, 22(2), 13-41.
- Fonseca, J. R. S. (2014). Reduzir as atitudes negativas em relação à aprendizagem da matemática e aumentar o desempenho dos alunos através de metodologia CAL. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 22(1), 121-131. <http://dx.doi.org/10.5753/rbie.2014.22.01.121>
- Francklin, A., & Lourencetti, G. C. (2016). O (não) uso dos tablets educacionais pelos professores da rede pública estadual mineira. *Educação, Formação & Tecnologias*, 9(1), 48-57.
- Freitas, N. K., & Rodrigues, M. H. (2008). O livro didático ao longo do tempo: a forma do conteúdo. *Revista da Pesquisa, Florianópolis*, 3(1), 1-8. http://www1.udesc.br/arquivos/portal_antigo/Seminario18/18SIC/PDF/074_Neli_Klix_Freitas.pdf

- Gervázio, S. N. (2017). Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, 9, 42-55. <https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v09a04-materiais-concretos-e-manipulativos.pdf>
- Gladcheff, A. P., Zuffi, E. M., & Silva, D. M. (2001). Um instrumento para avaliação da qualidade de softwares educacionais de matemática para o ensino fundamental. *Anais do Workshop de Informática na Escola*. SBC. http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/artigos/pacotes/Avalia%C3%A7%C3%A3o%20de%20software%20educativo%20para%20o%20ensino%20da%20matem%C3%A1tica%20do%20fundamental.pdf
- Gomes A. S., Castro Filho, J. A. C., Gitirana, V., Spinillo, A., Alves, M., Melo, M., & Ximenes, J. (2002). Avaliação de software educativo para o ensino de matemática. *Anais do WIE'2002 – Workshop de Informática na Escola*. SBC. <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.70.5764&rep=rep1&type=pdf>
- Grinberg, A. A., & Luryi, S. (2014). *General divisibility criteria*. Stony Brook.
- Guimarães, B., & Lamas, R. C. P. (2013). Resolução de problemas e o jogo Divisores em Linha: práticas em sala de aula. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*. SBEM.
- Laudares, J. B., & Lachini, J. (2000). O uso do computador no ensino de Matemática na graduação. *Anais da Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*. ANPEd.
- Lemos, G. C., & Almeida, L. S. (2019). Compreender, raciocinar e resolver problemas: novo instrumento de avaliação cognitiva. *Análise Psicológica*, 37(2), 119-133. <https://dx.doi.org/10.14417/ap.1583>
- Marinho, A. S., Melo, A. C., Poggi, G. H., Kosiur, M. B., Marrane, W. R., & Boghi, C. (2016). Aplicação móvel de matemática no ensino básico para crianças do ensino fundamental I do 1º ao 3º ano. *Research, Society and Development*, 3(1), 69-90.
- Matheus, A. R., & Candido, C. C. (2012). *A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico*. Universidade de São Paulo. http://www.rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/6_mc11.pdf
- Medeiros, F. M., Valetta, D., Magagnin, E. B., Ribeiro, E. M. P., & Daboit, K. L. S. (2017). A atenção voluntária na construção de conceitos trigonométricos em ambientes de geometria dinâmica. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 25(1), 77-93. [i.org/10.5753/rbie.2017.25.01.77](https://doi.org/10.5753/rbie.2017.25.01.77)
- Menezes, L. (2010). Concepções sobre a comunicação matemática de uma futura professora. In: L. Santos (Ed.). *Comunicação no ensino e na aprendizagem da Matemática* (pp. 238-253). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação.
- Miguel, J. C. (2005). O ensino de matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas. In S. Z. Pinho, & J. R. C. Saglietti (Orgs.), *Núcleos de ensino – PROGRAD – UNESP* (pp. 375-394). Editora Unesp. <http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/O%20ensino%20de%20matematica.pdf>
- Miorim, M. A., & Fiorentini, D. (1990). Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. *Boletim da SBEM-SP*, 4(7), 5-10.

- Nascimento, W. S., & Zica, C. O. (2019). A busca por padrões na resolução de problemas matemáticos nos anos finais do ensino fundamental. *Revista Observatório*, 5(6), 613-633.
- Nobre, R. H., Sousa, J. A., & Nobre, C. S. P. (2015). Uso dos laboratórios de informática em escolas do ensino médio e fundamental no interior nordestino. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 23(3), 68-80. <http://dx.doi.org/10.5753/rbie.2015.23.03.68>
- Nogueira, T. C. A., Cardoso, M. C. S. A., Figueira-Sampaio, A. S., Santos, E. E. F., & Carrijo, G. A. (2013). Software educativos gratuitos para o ensino de Matemática. *Anais do Congresso Internacional de Informática Educativa*. PUCRS.
- Oliveira, V., & Paulo, R. M. (2016). O cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental: discutindo possibilidades. *Perspectivas da Educação Matemática*, 9(21), 662-679.
- Prieto, L. M., Trevisan, M. C. B., Danesi, M. I., & Falkembach, G. A. M. (2005). Uso das tecnologias digitais em atividades didáticas nas séries iniciais. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, 3(1), 1-11.
- Ranieri, T. (2009). Os gêneros textuais em livros didáticos de matemática. *Anais do SIGET-Simpósio Internacional de Estudos de Gêneros Textuais*. UCS.
- Rocha, E. M., Santiago, L. M. L., Lopes, J. O., Dantas, D. M. P., & Neto, H. B. (2007). Uso da informática nas aulas de matemática: obstáculo que precisa ser superado pelo professor, o aluno e a escola. *Anais do Workshop de Informática na Escola*. SBC. <http://www.brie.org/pub/index.php/wie/article/view/951/937>
- Resende, G., & Mesquita, M. G. B. F. (2013). Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis (MG). *Educação Matemática Pesquisa*, 15(1), 199-223.
- Santos, G. P., Silva, S. L., & Santos, G. M. (2018). A metodologia do ensino da Matemática: softwares e jogos. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, 01, 17-34.
- Santos, S. S., Figueira-Sampaio, A. S., & Santos, E. E. F. (2021). Estratégias didático-metodológicas com GeoGebra para o ensino e a aprendizagem de quadrantes no plano cartesiano. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 355-390.
- Schroetter, S. M., Stahl, N. S., Chrysostomo, C. S., & Duncan, C. R. (2016). A escrita e o pensamento matemático no ambiente virtual utilizando a modelagem matemática: experiência de uma turma de 9º ano. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 373-396.
- Silva, I. C. S., Prates, T. S., & Ribeiro, L. F. S. (2016). As novas tecnologias e aprendizagem: desafios enfrentados pelo professor na sala de aula. *Revista Digital Em Debate*, 5, 107-123.
- Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas-habilidades básicas para aprender matemática*. Artmed.
- Soares, I. S., & Oliveira, J. S. (2017). Leitura, compreensão e interpretação de enunciados matemáticos: conceito de divisibilidade, dificuldades, desafios e perspectivas. *Anais do Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências*. Universidade Estadual da Paraíba. http://www.editorarealize.com.br/revistas/conapesc/trabalhos/TRABALHO_EV058_MD4_SA91_ID839_27042016213016.pdf

- Souza, S. E. (2007). O uso de recursos didáticos no ensino escolar. *Anais do Encontro de Pesquisa em Educação*. UEM.
- Stamberg, C. S., & Stochero, A. D. (2016). Concepções de uma metodologia de ensino em Matemática fundamentada na utilização de jogos e de materiais concretos no Ensino Médio. *Revista Eletrônica de Matemática*, 2(1), 155-166.
- Walus, P., & Santos, C. F. R. (2016). Softwares educacionais de jogos no ensino de matemática. In Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE: produções didático-pedagógicas, 2013*. SEED/PR. http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unicentro_mat_artigo_pedro_walus.pdf