

# NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 111, julio de 2022, páginas 115-139

## Tarjetas de números y figuras con ventanas. Lógica, Criptografía y Matemagia

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático<sup>1</sup>)

### Resumen

Un resumen breve del uso de tarjetas perforadas, sus orígenes y evolución. Aplicaciones en la lógica proposicional y en la criptografía como es el caso de las Rejillas de Cardano desde 6x6 casillas hasta 20x20 y técnicas para su diseño. Los diagramas lógicos de Martin Gardner y su uso. Tarjetas con ventanas para Matemagia: con números en base binaria y factorial, con figuras como frutas o dibujos infantiles, con cartas españolas o francesas, con dominós y otras imágenes.

### Palabras clave

Tarjetas perforadas en programación, lógica proposicional y criptografía. Construcción de Rejillas de Cardano. Tarjetas con ventanas para la adivinación de números, figuras, cartas, seleccionadas por un espectador: Matemagia.

### Abstract

A brief summary of the use of punched cards, their origins and evolution. Applications in propositional logic and cryptography such as Cardano Grids from 6x6 boxes to 20x20 and techniques for their design. Martin Gardner's logic diagrams and their use. Cards with windows for Matemagia: with numbers in binary and factorial base, with figures such as fruits or children's drawings, with Spanish or French cards, with dominoes and other images.

### Keywords

Punched cards in programming, propositional logic and cryptography. Construction of Cardano Grids. Cards with windows for guessing numbers, figures, cards, selected by a spectator: Mathematics.

### Introducción

En el anterior artículo sobre Juegos (**NÚMEROS 110**) expusimos distintos tipos de tarjetas con números e imágenes que permiten la realización de “trucos” de magia, adivinando el número o la imagen que ha pensado el espectador, y basados en bases de numeración 2, 3, factorial, etc. En el artículo presentado hoy, seguimos con la misma temática de matemagia, pero ahora usaremos tarjetas donde se han recortado partes que se utilizan como ventanas para, superpuestas, ver a su través la solución del enigma.

### Tarjetas numéricas con ventanas.

La presentación de estos “trucos” donde usamos cuadros de números o figuras para ser adivinados, se constituyen con tarjetas con “ventanas”, es decir, algunas de sus celdas están sin imagen y son transparentes. La superposición de las tarjetas deja ver, a través de las ventanas, sobre una tarjeta que llamaremos “cero” o “madre” y que contiene la totalidad de los números o de las figuras, lo elegido por el espectador o espectadora, alumno o alumna.

<sup>1</sup> El Club Matemático está formado por los profesores José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. [jaruperez@gmail.com](mailto:jaruperez@gmail.com) / [mgarciadeniz@gmail.com](mailto:mgarciadeniz@gmail.com)



## Algo de historia.

### De las tarjetas perforadas.

En la lejana fecha de 1928, hace casi un siglo, el ingeniero norteamericano Clair D. Lake diseñó una tarjeta perforada para IBM con la que en 80 columnas y doce filas se podía codificar una información suficiente, en sistema binario, para el ingreso de datos y su procesamiento; y se usaron en máquinas computadoras hasta mediados de los años 70. Anteriormente ya se usaron tarjetas perforadas para dar instrucciones codificadas, programas a ejecutar, en las máquinas de tejer de Jacquard o en las cajas de música, órganos y pianolas.

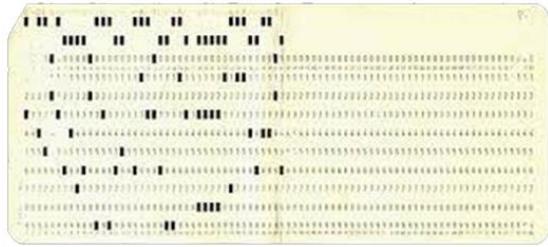


Figura 1

### De nuestra experiencia.

La primera vez que tuvimos contacto “oficial” con las tarjetas perforadas se produjo en un curso de formación ofertado por la Universidad de La Laguna a través del Instituto de Ciencias de la Educación (ICE). Bajo el título de “Técnicas de Programación en Computadores para la Investigación”, se celebró en noviembre de 1.980. Aunque desde unos años antes ya nos habíamos familiarizado con el tema al realizar investigación en los Departamentos Universitarios.

Lo primero que impresionaba era la visita a la sala del ordenador. El computador era una habitación entera, llena de armarios, cables y luces y con periféricos que se situaban en la habitación de al lado. Después de las clases teóricas nos tocó hacer las prácticas. En nuestro caso fue la realización de sencillos programas, uno para obtener un listado de múltiplos, otro para obtener los cien primeros números primos, en otro para calcular el radio de uno de cuatro círculos tangentes, conocidos los otros tres radios, etc. Aún conservamos las tarjetas y los listados.

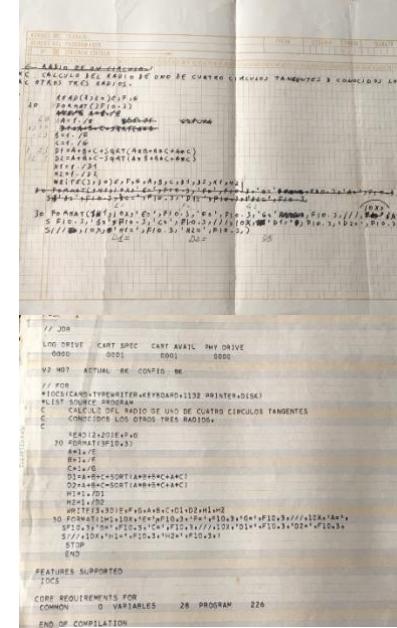


Figura 2

El trabajo de programación de cada práctica incluía el uso de tarjetas perforadas de Lake que servían para codificar las instrucciones para los programas y los datos que se introducían en los primeros ordenadores.

Como decíamos, su origen estuvo en las instrucciones para los telares. La idea fue retomada en la máquina analítica de Charles Babbage. Ya en el siglo XX, se utilizaron como soporte de información para los periféricos de entrada de los computadores. Las tarjetas perforadas disponían de una esquina cortada de forma asimétrica para que todas estuvieran en la misma posición.

El programador escribía el programa fuente y luego se pasaba el programa a las tarjetas en una máquina perforadora. Se le añadía el taco que correspondía al compilador y se introducía en el lector de tarjetas. Si no había errores el programa se ejecutaba, presentando el resultado a través de la impresora que disponía de hojas de papel continuo.

El programa fuente, en este caso, se escribía mediante el lenguaje Fortran IV, un lenguaje de programación orientado y adaptado para aplicaciones numéricas y computación científica.

Como pueden comprender nuestros lectores aquello sirvió de muy poco. Por un lado, la evolución de los ordenadores fue muy rápida, tanto que en un par de años ya nuestros hijos utilizaban aquel Sinclair ZX Spectrum tan pequeño en todos los sentidos y, apenas cuatro años más, ya las escuelas canarias estaban dotadas con el Commodore y Dragon 64 y, una década después, disponíamos finalmente en casa del ordenador Olivetti 286.

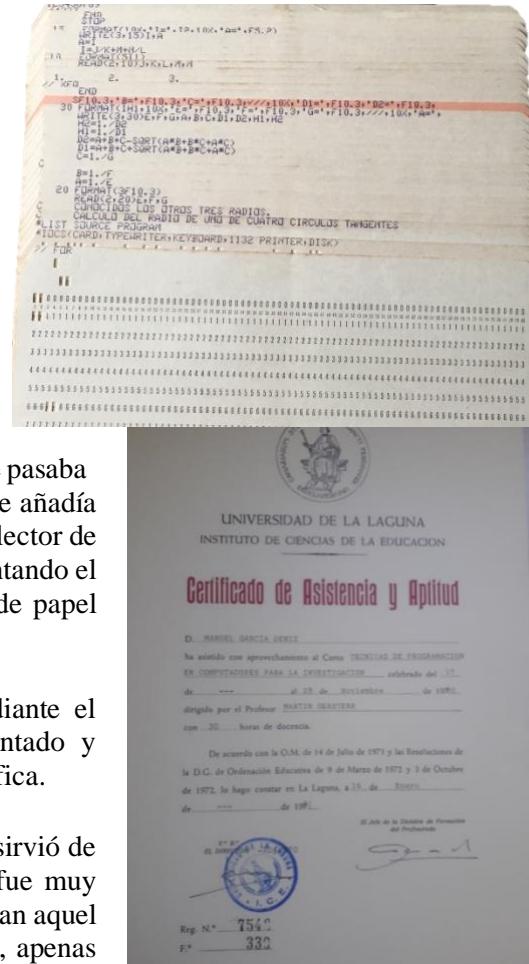


Figura 3



Figura 4



### Tarjetas con ventanas y mensajes secretos.

Pero también, desde hace unos siglos, se han utilizado tarjetas con perforaciones como mecanismos con los que estudiar y practicar los conceptos de la lógica y para codificar y transmitir información. En este último caso, la tarjeta base contiene un mensaje neutro o simplemente un conjunto de letras ordenadas en una rejilla, que al colocarle la tarjeta perforada encima, permite leer a través de las ventanas, el mensaje oculto en la tarjeta que contiene el texto.

. Existe un gran número de variantes que se fundamentan en tarjetas perforadas. Una de las más conocidas, y que aparece en casi todas las publicaciones sobre criptografía, es la Rejilla giratoria de Cardano.

Fue ideado por Gerolamo Cardano durante el renacimiento, hacia 1550. Se trata de una cartulina o chapa cuadrada dividida en un número par de cuadritos iguales, formando una rejilla desde  $4 \times 4$  hasta  $20 \times 20$  cuadritos -normalmente-, y que tiene un cuarto de sus cuadritos perforados, lo que permite ver, a través de esos huecos, que llamaremos "ventanas", parte de un texto que está escrito en una cuadrícula de cartulina de igual tamaño ( $4 \times 4, \dots, 20 \times 20$ ). Texto de relleno que no tiene sentido hasta que lo vamos leyendo, ordenadamente, a través de las ventanas y girando cada vez  $90^\circ$  la rejilla. Con el último giro habremos leído la totalidad del mensaje con  $n \times n$  letras.

Las perforaciones se han de realizar de tal manera que cuando se gira el cuadro  $90^\circ$  a la derecha, nos deja ver otro conjunto de letras diferentes a las anteriores. Las letras que vemos en cada una de las posiciones que adopta la rejilla en sus giros, de forma ordenada hasta completar un giro completo, leídas en ese orden, constituyen el mensaje que se ha ocultado.

Para perforar los cuadritos en las posiciones donde se colocarán las letras del mensaje encriptado, Martín Gardner nos indica el siguiente procedimiento para una rejilla de  $6 \times 6$ .

Construida la rejilla se han de colocar las cifras de 1 a 9, tal como se indica en la siguiente figura 4, luego se han de ir perforando por orden los cuadros: primero donde haya un 1, luego un 2, y así hasta el 9, consiguiendo una rejilla que al girarla  $90^\circ$  por tres veces, en ninguno de los giros coincidirá un hueco en la misma posición. Esto nos da, contando giros y simetrías posibles, 245 760 rejillas.

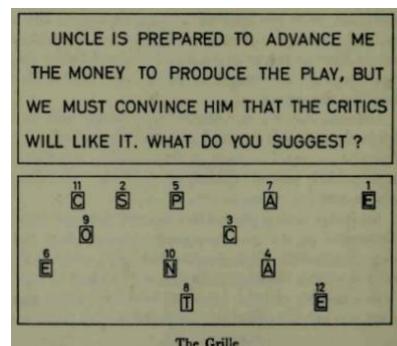


Figura 2

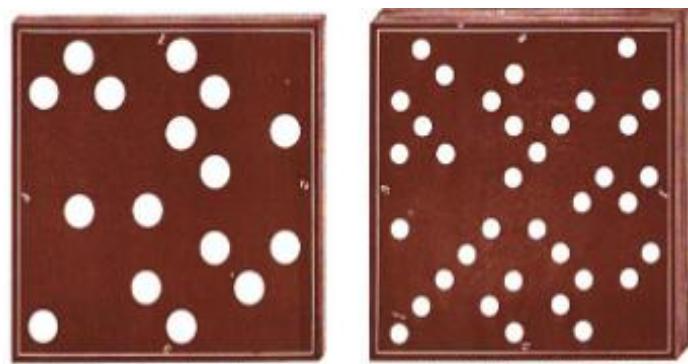


Figura 1

La rejilla se puede usar por ambas caras, lo que duplica el número de letras utilizables en un mensaje. Solo hay que indicar cuál es la posición inicial, girar la rejilla 90° tres veces, darle la vuelta, colocarla en la posición inicial de la otra cara y hacer tres nuevos giros de 90°. En esta rejilla de 36 casillas puede escribirse un mensaje de 72 letras, con dos cuadrículas con 36 letras cada una.

5	6	7	8	9	5
9	2	3	4	2	6
8	4	1	1	3	7
7	3	1	1	4	8
6	2	4	5	2	9
5	9	8	7	6	5

5	6	7	8	9	5
9	2	3	4	2	6
8	4	1	1	3	7
7	3	1	1	4	8
6	2	4	5	2	9
5	9	8	7	6	5


Figura 2

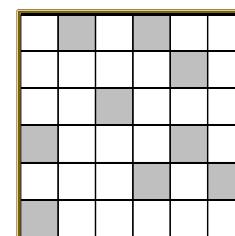
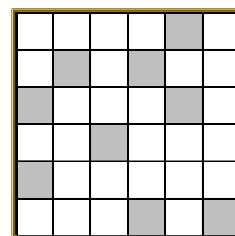
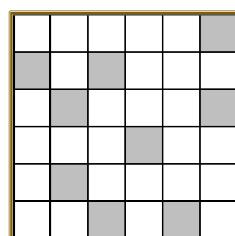
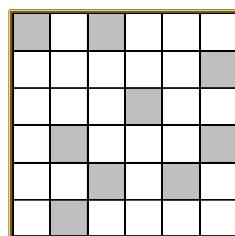


Figura 3

Las cuatro posiciones de una rejilla de 12x12, para una distribución determinada de ventanas, sería la siguiente:

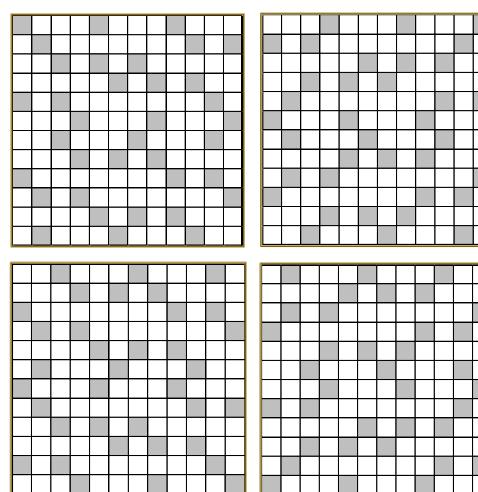
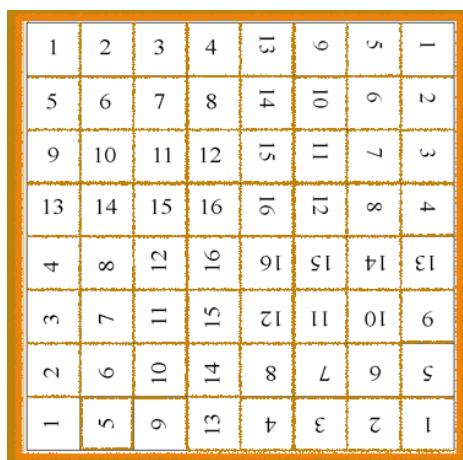


Figura 4



Para fabricar una rejilla de 8x8 podemos seguir las directrices de Fleissner (o Fleißner) que hace 16 perforaciones en una rejilla de 8x8: 4 agujeros en cada cuadrante donde previamente numeramos del 1 al 16 los cuadrados en cada cuadrante, usando los 16 números una sola vez.

La parrilla tiene cuatro posiciones: cada giro de 90° constituye una posición que expone 16 de los 64 cuadrados. Colocada la rejilla sobre una hoja, se escribe las primeras 16 letras del mensaje. Luego, girando la rejilla 90 grados, se escriben las segundos 16, y así sucesivamente hasta llenar la rejilla.



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

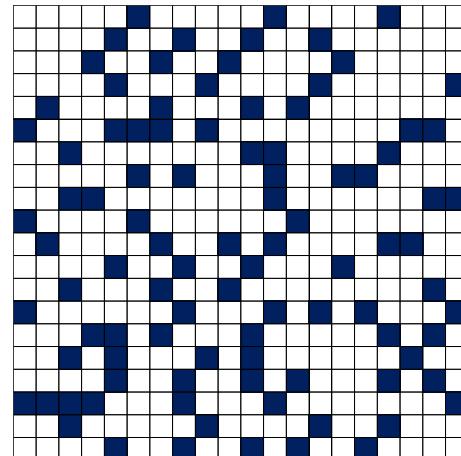


Figura 5

S  
E  
U  
J

Y un último ejemplo, figura 7, de una rejilla de 20x20 usada en la guerra de Secesión americana.

En una rejilla de un número impar de casillas de lado, está claro que no se puede colocar una ventana en la casilla central, pues se repetiría en los giros de 90°.

### Tarea

Usando las rejillas de la figura 4 descifrar el mensaje que encierra el siguiente cuadro.

J	N	U	U	A	Z
L	T	E	E	M	E
M	S	E	G	A	C
R	O	T	L	O	S
I	U	Y	S	P	1
11	U	B	C	M	O

**Martin Gardner y sus diagramas lógicos.**

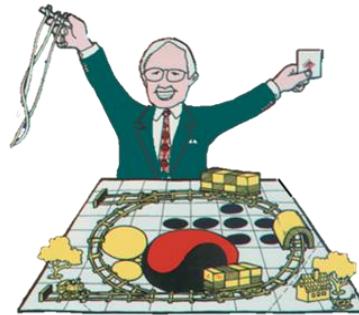
En su libro *Logic Machines and Diagrams* publicada en español como *Máquinas y diagramas lógicos* expone estas tarjetas triangulares con las que es posible manejar hasta tres términos en cálculo proposicional. En ellas, las zonas de color azul han de recortarse formando las ventanas a través de las cuales, superpuestas las tarjetas sobre la tarjeta base, se han de ver la combinaciones compatibles con las premisas.

Para aprender a usar las tarjetas lógicas, aparte de la lectura y estudio del libro de Martín Gardner, Nelo Maestre explica en su página DIVERMATES cómo utilizar las tarjetas lógicas, con un vídeo en YouTube:

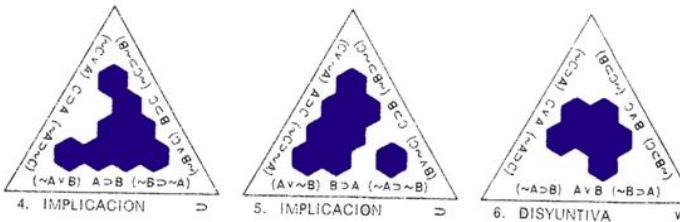
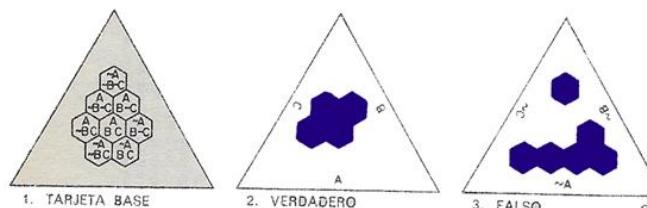
<https://www.youtube.com/watch?v=jiDtUC5ImWY>



Imágenes de sus libros en inglés



Imágenes de sus libros en inglés



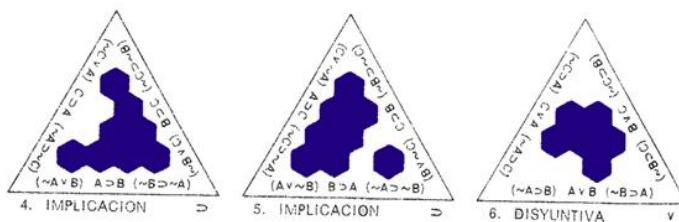


Figura 8

También aparecen los códigos binarios en sus artículos, con tarjetas perforadas en las que se puede leer el valor en base 2 asignando a un agujero el valor cero y a un corte el valor 1. Esto permite extraer mecánicamente, de un conjunto de tarjetas con estas perforaciones, subconjuntos de las mismas que cumplan determinadas condiciones lógicas.

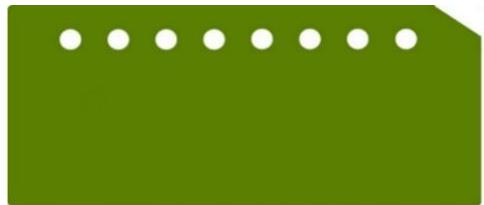


Figura 7

En la figura 11 podemos ver un conjunto de tales tarjetas. La letra O de la tarjeta superior derecha, por ejemplo, se asocia al número en base dos 00111. Y la I del extremo inferior derecho, al valor 10110.

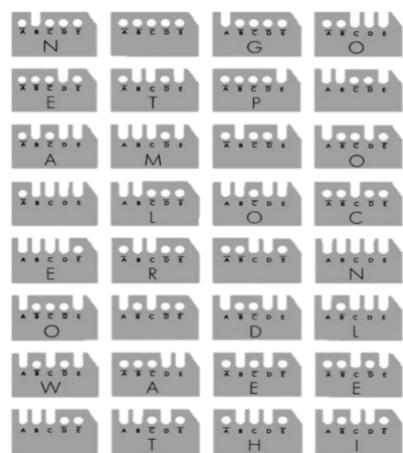


Figura 9

Como explica Gardner, si agrupamos las tarjetas como si de un mazo de cartas se tratase, y pasamos una varilla por el agujero de la derecha, podemos extraer todas las tarjetas cuyos valores acaban en cero. Se colocan en la parte trasera del mazo y se repite el proceso para el segundo agujero. Después de reiterar el procedimiento con todos los agujeros, tendremos las tarjetas ordenadas numéricamente en base dos. Y en este caso concreto haciendo posible leer un mensaje navideño al ir pasando una a una las tarjetas.

Existen muchos otros ejemplos de tarjetas con perforaciones que siguiendo el sistema binario, sirven para, elegidas según ciertas reglas, y agrupadas, leer un mensaje, resolver un problema de lógica o “adivinar” lo pensado por un espectador. Sirva como otro ejemplo, poco conocido, el de este modelo de coronas circulares concéntricas que, leyendo del centro hacia el exterior, nos dicen el valor en base dos de los números que en base 10 están escritos en su exterior. Los sectores en blanco son transparentes y se han de leer como un cero, mientras que los sectores en negro se interpretan como unos y son opacos. Esta transparencia permite, iluminando desde atrás un diámetro del círculo, detectar el valor en base dos elegido. Es un modelo publicado por la marina americana.

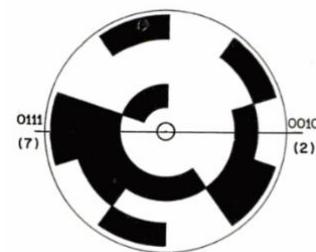


Figura 10

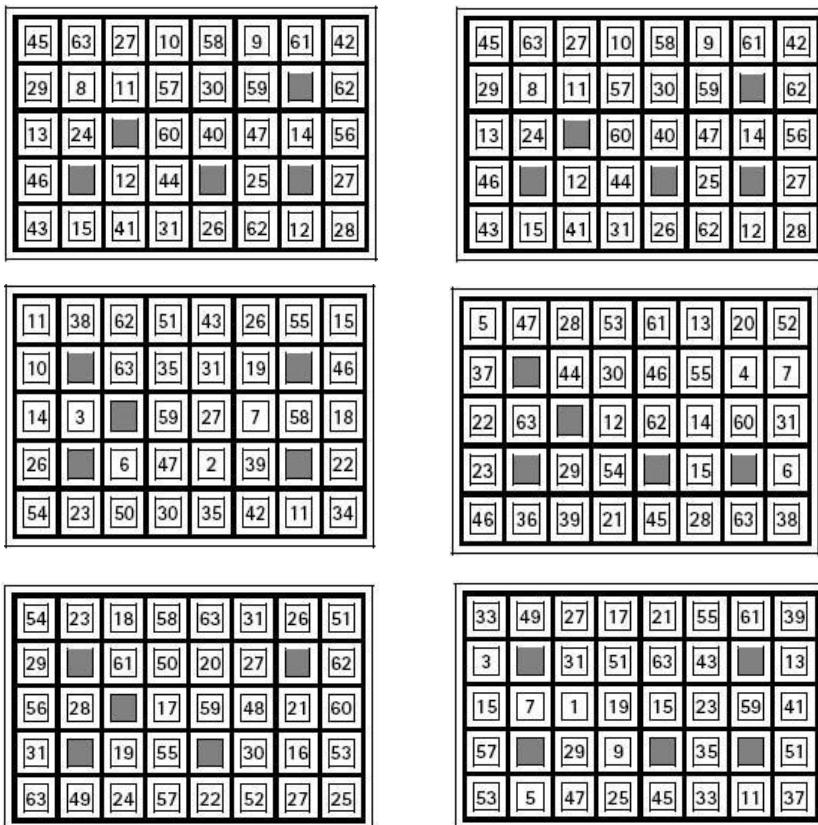
Las tarjetas perforadas desaparecieron de nuestros ordenadores, pero no de nuestra afición a la Matemagia, donde han encontrado un lugar para realizar trucos de adivinación de números

Las tarjetas perforadas que presentamos aquí tienen como objetivo el sorprender en un truco matemágico a los espectadores, usándolas como un instrumento lúdico y didáctico más. Vamos a ello.

### Tarjetas con números y ventanas.

Comencemos con tarjetas binarias, como las vistas en nuestro artículo anterior. Ahora, números que van del 1 al 64 se distribuyen en seis tarjetas que tienen 8x5 celdas en 8 columnas. De esas 40 celdas, cinco están perforadas, luciendo como ventanas a través de las cuales podemos, al superponer las tarjetas, ver lo que está en las de debajo. Las instrucciones son las siguientes:

*Muestra a un espectador las seis tarjetas con números que se ilustran en la figura (los cuadros oscuros corresponden a agujeros hechos en las tarjetas). La séptima tarjeta, que está en blanco pero también tiene los agujeros señalados en los cuadros oscuros, debes tenerla oculta sobre la mesa.*



*Pide al espectador que piense un número contenido en alguna de las tarjetas (comprendido entre 1 y 64).*

1. *Después debe buscar dicho número en las tarjetas y entregarte aquéllas que contengan el número pensado.*
2. *Una vez recibidas las tarjetas, agrúpalas en un montón sobre la mesa con la parte impresa hacia abajo. A continuación vuélvelas a recoger, pero añadiendo la tarjeta en blanco.*
3. *Realiza mentalmente la suma de los números que quedan a la vista a través de los agujeros.*
4. *Anuncia el resultado de la suma, que corresponderá precisamente al número pensado.*

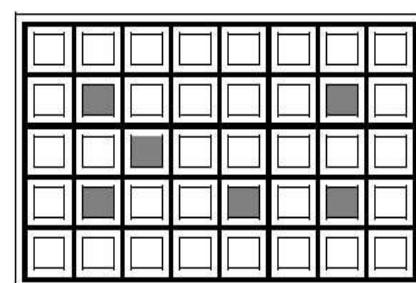


Figura 11

Normalmente la superposición de las tarjetas se hace con la misma orientación con la que se leen. Pero en otros casos han de girarse o ponerse cara abajo sobre la tarjeta **cero** o tarjeta **madre** para poder ver el número elegido.



Tal es el caso de las siguientes 5 tarjetas (desde la A a la E) que presentan cuadros con números en dos orientaciones para cada una. Son una aportación del Profesor Pedro Alegria.

Se recortan las ventanas sombreadas y, una vez elegido el número, se colocan las tarjetas sobre la tarjeta madre, dejándonos ver el número seleccionado por el espectador. Lógicamente, se han de colocar con los cuadros numéricos donde se encuentra el valor seleccionado orientados de la misma manera.

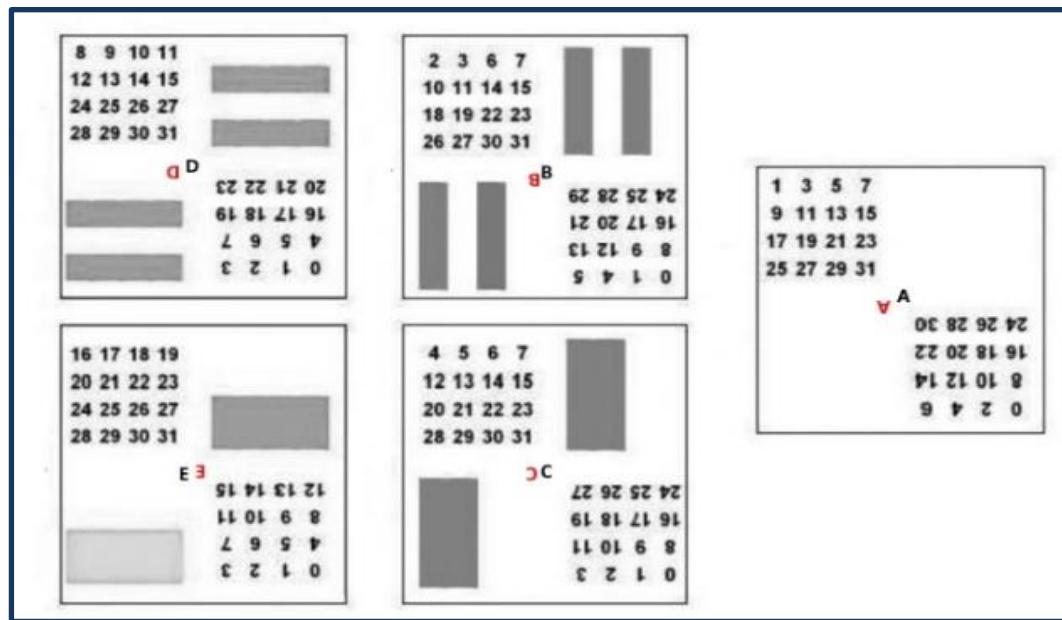


Figura 12

<b>A</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td>19</td><td>21</td><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>25</td><td>27</td><td>29</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>24</td><td>26</td><td>28</td><td>30</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>16</td><td>18</td><td>20</td><td>22</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> </table>	1	3	5	7					9	11	13	15					17	19	21	23					25	27	29	31									24	26	28	30					16	18	20	22					8	10	12	14					0	2	4	6	<b>B</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td>11</td><td>14</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td>19</td><td>22</td><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>26</td><td>27</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td>25</td><td>28</td><td>29</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>20</td><td>21</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>9</td><td>12</td><td>13</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	2	3	6	7					10	11	14	15					18	19	22	23					26	27	30	31					24	25	28	29					16	17	20	21					8	9	12	13					0	1	4	5				
1	3	5	7																																																																																																																														
9	11	13	15																																																																																																																														
17	19	21	23																																																																																																																														
25	27	29	31																																																																																																																														
				24	26	28	30																																																																																																																										
				16	18	20	22																																																																																																																										
				8	10	12	14																																																																																																																										
				0	2	4	6																																																																																																																										
2	3	6	7																																																																																																																														
10	11	14	15																																																																																																																														
18	19	22	23																																																																																																																														
26	27	30	31																																																																																																																														
24	25	28	29																																																																																																																														
16	17	20	21																																																																																																																														
8	9	12	13																																																																																																																														
0	1	4	5																																																																																																																														
<b>C</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	4	5	6	7					12	13	14	15					20	21	22	23					28	29	30	31									24	25	26	27					16	17	18	19					8	9	10	11					0	1	2	3	<b>D</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td>15</td><td>14</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	8	9	10	11					12	15	14	15					24	25	26	27					28	29	30	31					20	21	22	23					16	17	18	19					4	5	6	7					0	1	2	3				
4	5	6	7																																																																																																																														
12	13	14	15																																																																																																																														
20	21	22	23																																																																																																																														
28	29	30	31																																																																																																																														
				24	25	26	27																																																																																																																										
				16	17	18	19																																																																																																																										
				8	9	10	11																																																																																																																										
				0	1	2	3																																																																																																																										
8	9	10	11																																																																																																																														
12	15	14	15																																																																																																																														
24	25	26	27																																																																																																																														
28	29	30	31																																																																																																																														
20	21	22	23																																																																																																																														
16	17	18	19																																																																																																																														
4	5	6	7																																																																																																																														
0	1	2	3																																																																																																																														

Figura 13

#### Tarjetas con letras con ventanas.

Si a cada número del 1 al 27 asignamos ordenadamente una letra del alfabeto, es sencillo, sustituyendo números por letras, construir un juego de tarjetas donde adivinar la letra pensada. Esta vez han de ser transparentes las casillas donde no hay letras, excepto las cuatro esquinas. Y conveniente colorear tenuemente las celdas con letras para facilitar el proceso de “adivinación”.

Para averiguar la letra elegida, dejamos la tarjeta madre sobre la mesa y le pedimos al espectador que nos entregue las tarjetas que NO contienen la letra seleccionada. De forma natural y casi descuidadamente, vamos colocando las tarjetas desecharadas sobre la tarjeta madre. La letra en cuestión es fácilmente identificable a través de las ventanas.

<b>E</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	16	17	18	19					20	21	22	23					24	25	26	27					28	29	30	31									12	13	14	15					8	9	10	11					4	5	6	7					0	1	2	3
16	17	18	19																																																													
20	21	22	23																																																													
24	25	26	27																																																													
28	29	30	31																																																													
				12	13	14	15																																																									
				8	9	10	11																																																									
				4	5	6	7																																																									
				0	1	2	3																																																									



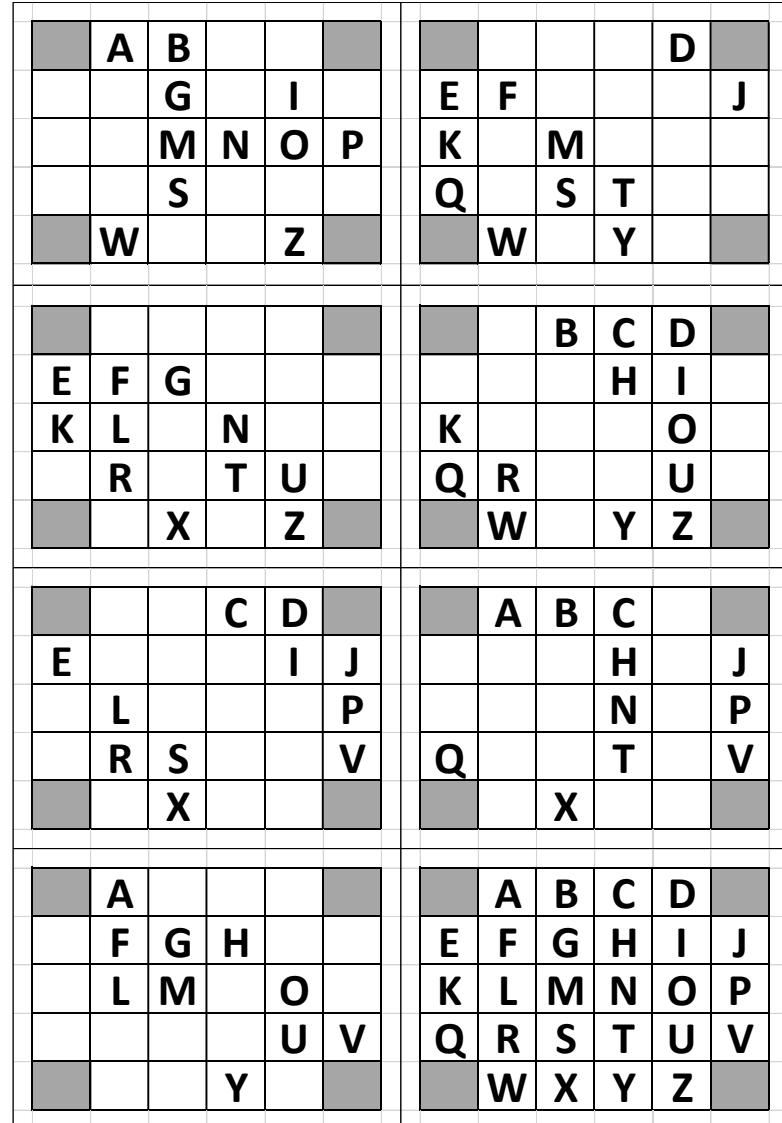


Figura 14

### Tarjetas con figuras con ventanas

Otra variante a las tarjetas con ventanas es la de poner cualquier tipo de figuras que respondan a un motivo, por ejemplo el que exponemos a continuación.

En este caso, utilizamos imágenes de frutas para la realización del truco.

### Tarjetas con frutas.

Pero el mecanismo es el ya explicado: elegidas las tarjetas que contienen la fruta elegida, las restantes se colocan sobre la tarjeta madre, la de color rosa, y las ventanas nos dejarán ver la fruta pensada por el espectador.



Figura 15



### Cartas de baraja española.

Con una baraja española. Elegimos 9 cartas de la baraja española de 48 cartas, y partiendo de la tarjeta cero o tarjeta madre, se construyen las tarjetas que se muestran, cada una con dos ventanas transparentes o recortadas.

### ¿Cómo funciona?

Extraemos de una baraja de 48 cartas las nueve de la tarjeta madre y pedimos al espectador que elija y guarde una. Luego le mostramos las tarjetas con las ventanas, una a una, preguntando: ¿está aquí la carta que guardaste? Si la contestación es afirmativa, se le entrega a él o ella, pero si es negativa se coloca, boca abajo, sobre la tarjeta madre. Cuando se han visto todas las tarjetas es fácil saber cuál es la carta que eligió: la que se ve a través de las ventanas en la tarjeta cero.



Se ha de procurar que el espectador esté atento a las tarjetas que le vamos entregando porque contienen su elección; mientras, colocamos las negadas sobre la madre con naturalidad y sin dejar que se vean. Luego le pedimos las tarjetas, las unimos a las nuestras y estamos listos para repetir el juego.



**Tarjeta cero o madre, del juego de baraja**

S  
O  
G  
E  
J  
U  
E  
S



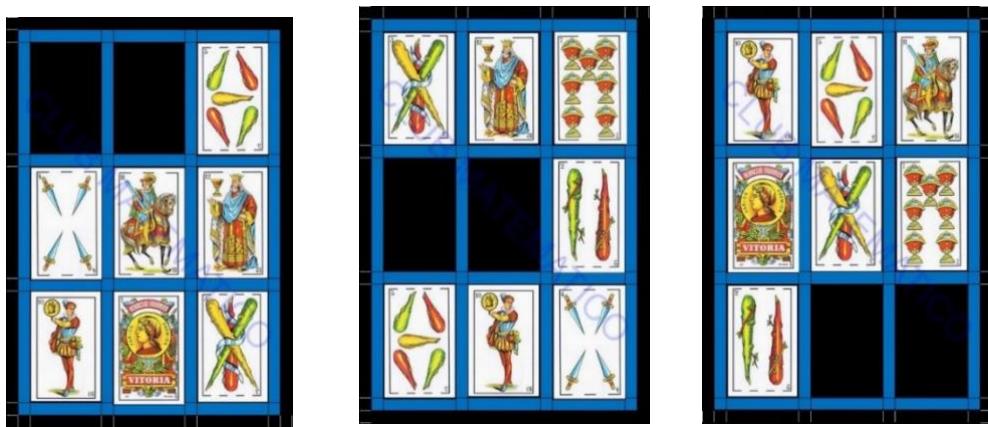


Figura 16

### Cartas con baraja francesa.

La inspiración para el anterior conjunto de tarjetas proviene de un material realizado con naipes de baraja francesa, comercializado, como el que se muestra a continuación. Recortadas las tarjetas y pegadas sobre rectángulos del mismo tamaño de láminas de transparencias, nos permite tener un juego que sorprende a los espectadores, si se hace con la suficiente “magia”.





Figura 17

**Tarjetas de ventanas con un juego completo de baraja francesa.**

Este otro conjunto de tarjetas no utiliza una tarjeta madre. Aparece una baraja francesa (o de póker) de 52 cartas, las tarjetas, y el procedimiento son diferente al caso anterior. Las tarjetas tienen espacio para las 52 cartas, en un cuadro de 4 x 13 celdas, de esta baraja; las cartas están ordenadas por palos (tréboles en la primera fila, corazones en la segunda, picas en la tercera y rombos en la última), y ordenadas desde el as (A) hasta el rey (K), de izquierda a derecha. En cada tarjeta hay unas celdas o posiciones, de las 52 posibles, donde aparecen dibujadas cartas, y otras posiciones que son ventanas transparentes.

El truco o juego se inicia de la siguiente manera: utilizamos un mazo de cartas francesa sin comodines del que una vez barajado, el espectador elige una sin que el matemago la vea, y la conserva oculta.

Pero igual que antes hemos hecho en otras actividades, mostramos al espectador las tarjetas una a una, preguntando si aparece su carta. Las que responde afirmativamente las vamos amontonando a un lado, más cercano a él, y las negativas en otro punto más cercano a nosotros.

Terminado el pase de tarjetas, el montón de las que no contienen su carta, bien cuadradas, nos presentará un hueco en la posición de la carta elegida. Dado que se imprimen ordenadas, no es necesario disponer de una tarjeta madre.

Y, lo mismo que en el truco anterior con la baraja española, se ha de cuidar que la colocación de las tarjetas al separar las afirmativas de las negativas, así como la mirada al montón de las desecharas, se haga de una manera natural, sin despertar sospechas.

A	2		4	6	7	9		J		K	1
♣	♣		♣	♣	♣	♣		♣		♣	
A			3	4		8		10	J		
♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	
A								J	Q		
♠								♠	♠		
						8					
						♦					

2	3		5		7						2
♣	♣		♣		♣						
			3								
			♥								
A			4	5		6	7	9	10		K
♠			♠	♠		♠	♠	♠	♠		
			4	5		7	8	9			
			♦	♦		♦	♦	♦	♦		

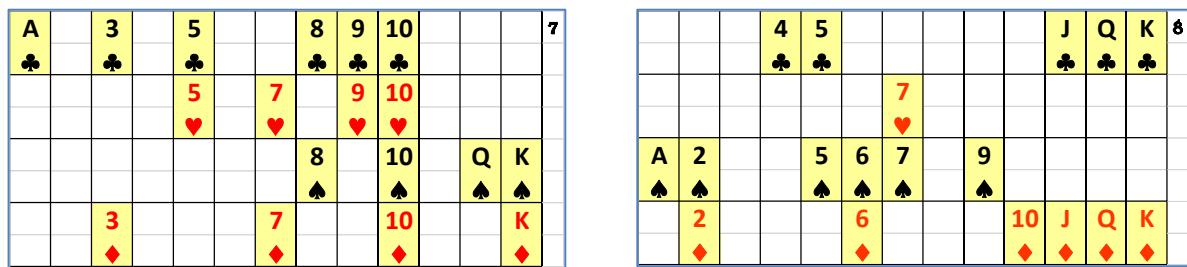
	2	3	4	6		10					3
♣	♣	♣	♣	♣		♣					
A	2			5	6						
♥	♥			♥	♥						
			4	5		8	9		Q		
			♠	♠		♠	♠		♠		
A	2		4	5		10	J				
♦	♦		♦	♦		♦	♦				

	2	3	4	6	7					Q	4
♣	♣	♣	♣	♣	♣						
	2			5	6		8	9		Q	
				♥	♥		♥	♥		♥	
			6						J		
			♠						♠		
2	3		5	6	7		9				
♦	♦		♦	♦	♦		♦				

A				8		10			K	5	
♣				♣		♣			♣		
A			4		6	7	8	9			
♥		♥		♥	♥	♥	♥	♥			
2	3	4			6		8		J	Q	
♠	♠	♠			♦		♦		♠		
A							J	Q			
♦							♦	♦			

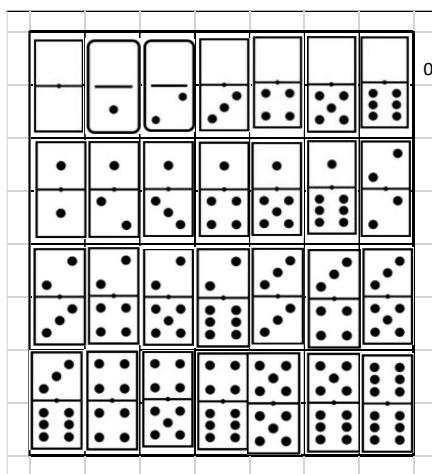
	2	3	4				8	9	J	Q	6
♣	♣	♣	♣				♣	♣			
	2	3	4				5	6	8	9	Q
							♥	♥	♥	♥	♥
			5		6	7	7	8	10	J	
			♠		♠		♠	♠	♠		
2	3	4			5		7	8	10	J	
♦	♦	♦			♦		♦	♦	♦		





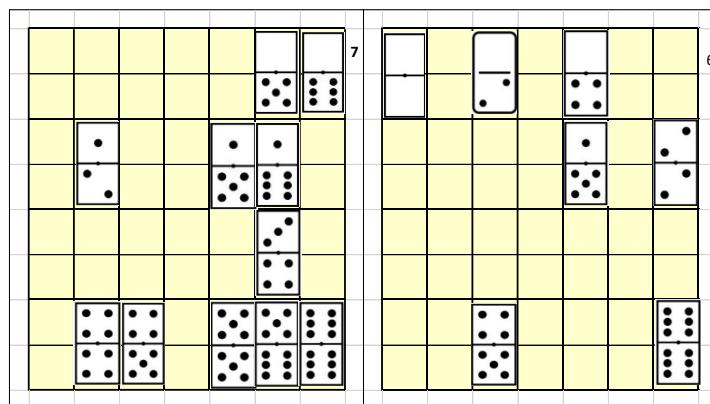
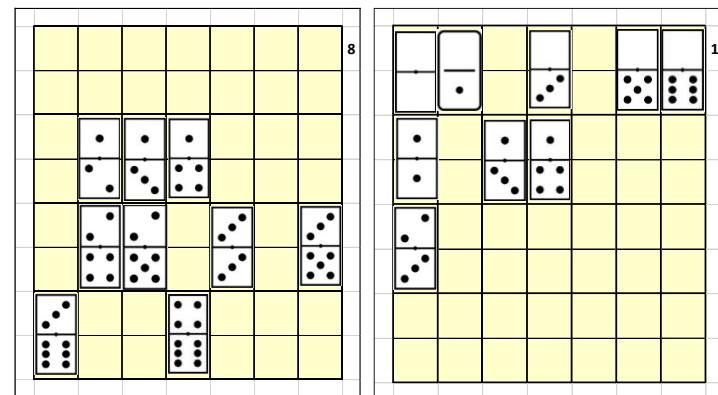
**Figura 18**

## Tarjetas con Dominós



**Figura 19**

De nuevo necesitamos una tarjeta madre (Fig. 21) y un conjunto de tarjetas perforadas con ventanas. En ellas se van a representar las 28 fichas de un juego de dominó del doble seis. Si lo hacemos siguiendo una ordenación desde el doble cero hasta el doble seis, será más sencillo el localizar una ficha al ir enseñando cada tarjeta al interlocutor.



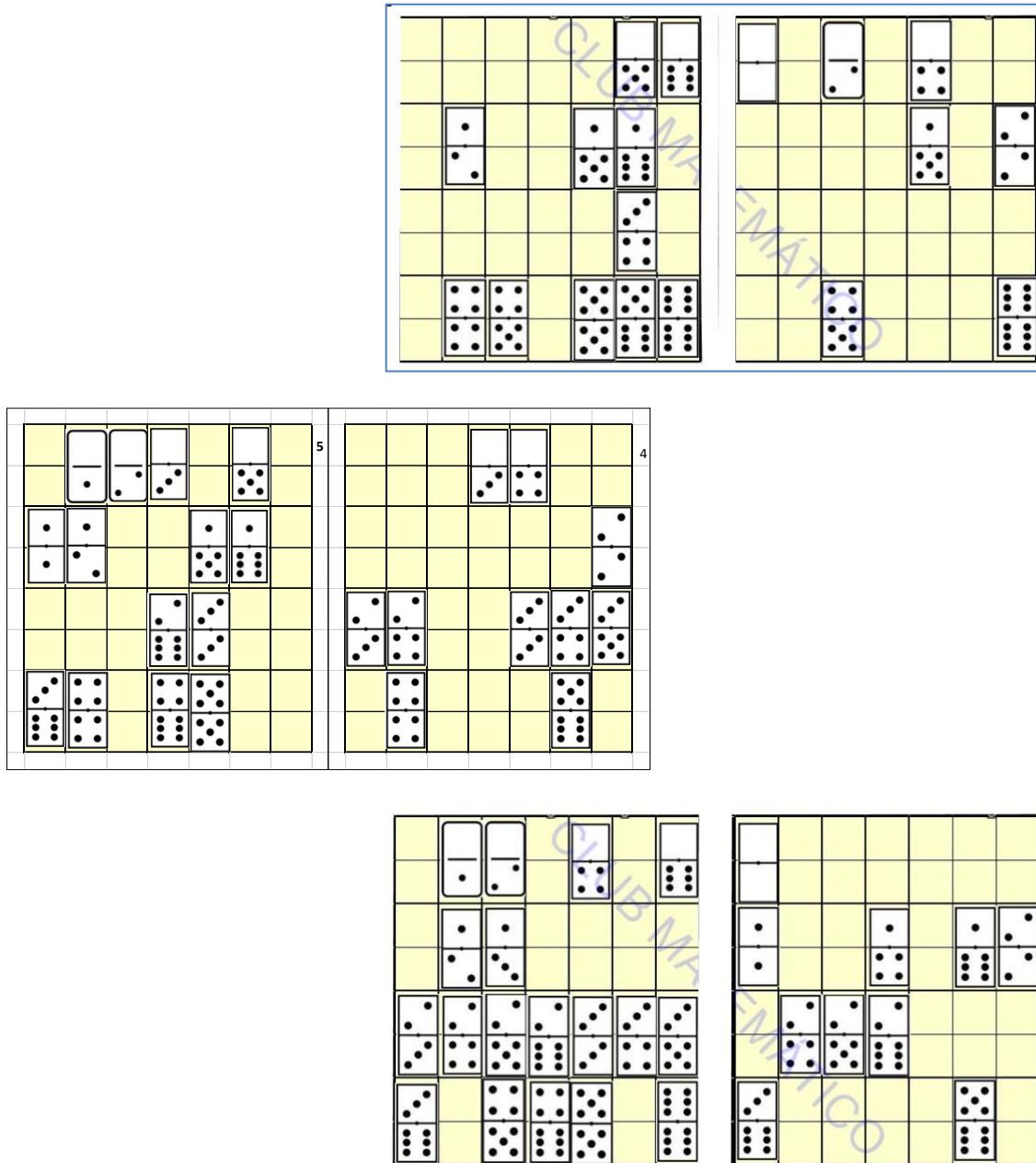


Figura 20

### Otras figuras

El conjunto de tarjetas originales lo hemos cambiado por otro en el que las partes opacas se han rellenado con imágenes.



Como en los casos anteriores, el espectador señala en qué tarjetas está el valor que elige y colocadas las restantes una encima de otra, nos permite ver a través de las ventanas transparentes, que número es el escogido.

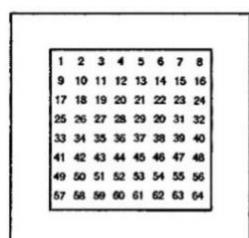
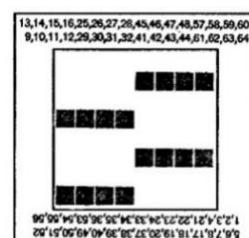
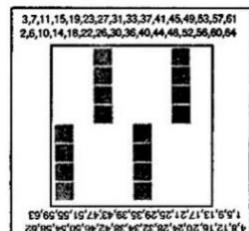
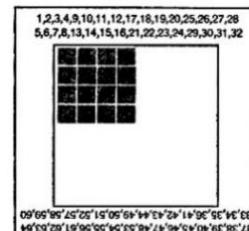
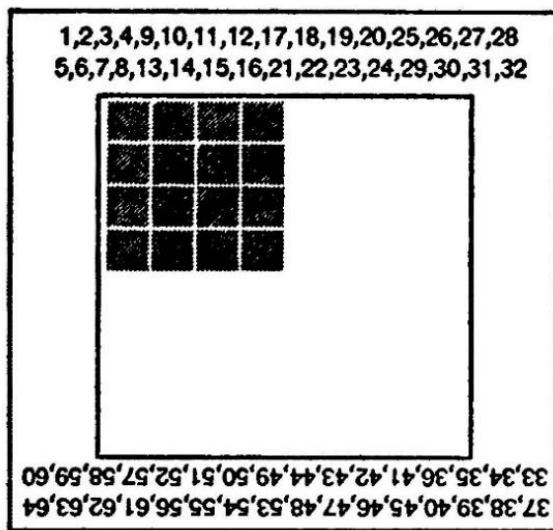
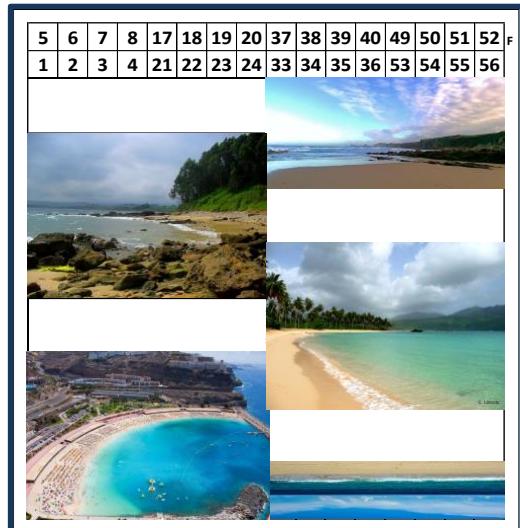
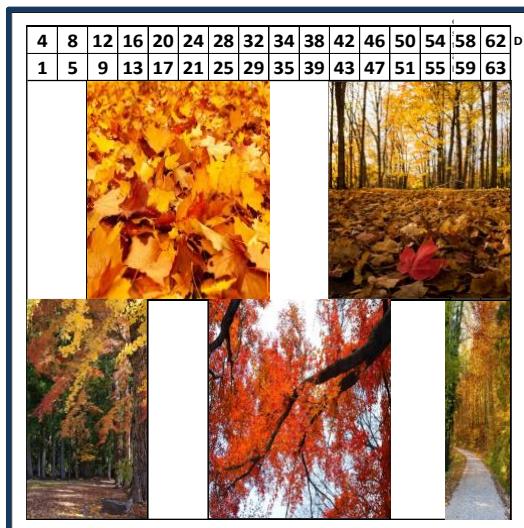
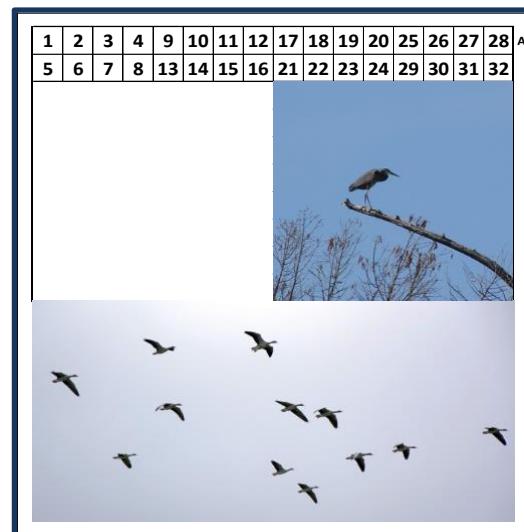
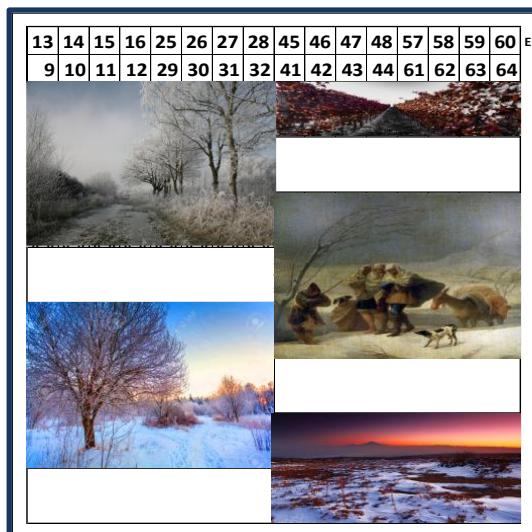


FIGURE 3. Window Reader's Cards for Numbers 1 to 64.





### En base factorial.

Veamos otro juego de tarjetas con un formato diferente.

Los números 1, 6, 7, 12, 13, 18, 19 y 24 tienen un cero en la penúltima posición; los números 2, 3, 8, 9, 14, 15, 20 y 21 tienen un uno en la penúltima posición y los números 4, 5, 10, 11, 16, 17, 22 y 23 tienen un dos en dicha penúltima posición. Por eso distinguimos en las cartulinas correspondientes los tres posibles valores.

Los números 1, 2, 3, 4, 5 y 24 tienen un cero en la antepenúltima posición de su representación factorial; los números 6, 7, 8, 9, 10 y 11 tienen un uno en dicha posición; los números 12, 13, 14, 15, 16 y 17 tienen un dos y los números 18, 19, 20, 21, 22 y 23 tienen un tres. Así pues, en la cartulina correspondiente se distinguen los cuatro casos citados.

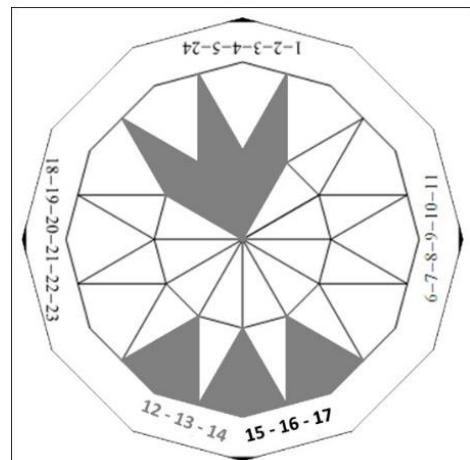
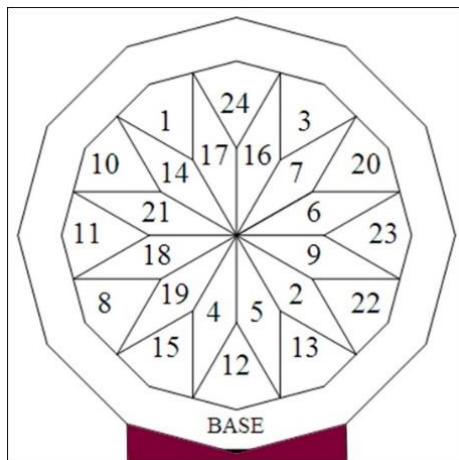
Por último, el sistema de ventanas y la colocación de los números en la primera cartulina hace que se transforme al sistema decimal el único número cuyas cifras en el sistema factorial cumplen todos los datos.

(Juego elaborado por **Jesús García**, basado en el sistema de numeración en base factorial)  
<mailto:pedro.alegria@ehu.es>

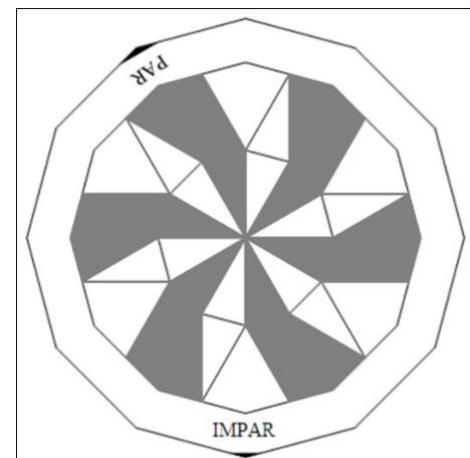
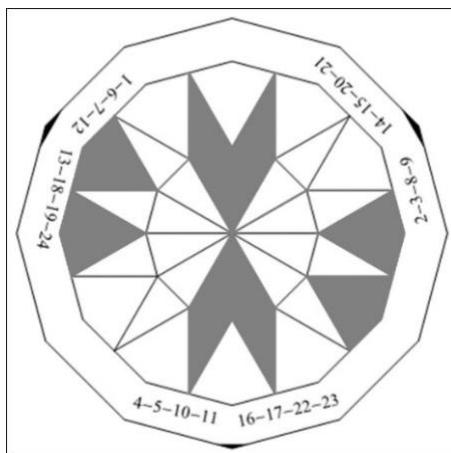
El autor lo explica así:



En este juego se trata de adivinar el número elegido por el espectador, entre los impresos en una cartulina del 1 al 24, que se combina con otras, donde aparecen conjuntos de estos números y que presentan ciertas perforaciones. Para ello:



## JUEGOS



1. Imprimir unas cartulinas con las figuras que se muestran anteriormente y recórtalas formando cuatro dodecágonos del mismo tamaño. Recortar también las regiones impresas en negro para formar diferentes agujeros en las cartulinas.

Se deja sobre la mesa la primera cartulina, que llamaremos "cartulina madre".

2. Pide a un espectador que piense un número entre 1 y 24, mientras se le entregan las otras tres cartulinas.
3. El espectador mira la primera cartulina y compara el valor del número pensado con uno de los que aparecen escritos en la cartulina (par o impar). Dejará esta cartulina sobre la mesa, encima de la "cartulina clave", haciendo coincidir la base de ésta con el valor que corresponda a su número.
4. A continuación, realizará la misma operación con las dos cartulinas restantes. Girando adecuadamente cada una de las cartulinas, hará coincidir la base de la "cartulina clave" con el valor que corresponda al número pensado.

5. Al final, el número pensado por el espectador será el único que se ve a través de los agujeros de las cartulinas.

El tema es amplio, pero lo dejamos aquí por ahora. Que lo disfruten. Buen verano.

#### Cuestiones y tareas pendientes del artículo anterior.

Cuestión 1



El lector debe dibujar las tarjetas que faltan para tener todos los valores citados.

Esta es la tarjeta que faltaba.

32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43
44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	*

Cuestión 2



Dejamos alguna de las tarjetas sin reproducir, como un problema a resolver. Pero pueden conseguirlas en la página WEB indicada o pedírnoslas a nuestros correos si quieren tenerla antes de que publiquemos las soluciones a las cuestiones propuestas en el próximo NÚMEROS.

#### Sacando la pierna.

En nuestro anterior artículo atribuimos a Nelo Maestre la autoría del juego de tarjetas con personajes de comic. No es así. Su autor es Antonio Omatas Soria quien en su blog

MATEMATICZANDO LA REALIDAD.  
Aprender matemáticas de forma diferente

<http://mates.aomatas.com/un-poco-de-magia-matematica/>



Antonio Omatas

tiene muchas actividades y materiales. Nuestras disculpas a los lectores y a los mencionados divulgadores de la matemática recreativa.

Esta es la tarjeta que faltaba:





## Bibliografía

- Anónimo. (1969). *Digital Computer Basics Prepared By The Bureau of Naval Personnel*. New York. Dover Publications, Inc.
- Blasco, F. (2007). *Matemagia*. Madrid. Ediciones Temas de Hoy S.A.
- Brandreth, G. (1999). *Juegos con números*. Barcelona. Gedisa Editorial.
- Brousseau, Brother Alfred. *Fibonacci Magic Cards*; California; St Mary's College.
- Colomb, J.; Gagnaire, P. y otros (1973). *Fichas perforadas a través de los conjuntos, la lógica y la numeración*. Barcelona. Editorial Teide.
- Fulves, K. (1983). *Self-Working Number Magic*. New York. Dover Publications Inc.
- Gardner, M. (1972). *Codes, Ciphers and Secret Writing*. New York. Dover Publications, Inc.
- Gardner, M. (1992). *Magia Inteligente*. Madrid. Zugarto Ediciones S. A.
- Gardner, M. (1985). *Máquinas y diagramas lógicos*. Madrid. Alianza Editorial S. A.
- Gardner, M. (1972). *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Madrid. Alianza Editorial S. A.
- Hawtin, J. (1990). *Secret Menssages*. England. Tarquin Publications.
- Kraitchik, M. (1953). *Mathematical Recreations*. New York. Dover Publications, Inc.
- Laffing, J. (1973). *Codes and Ciphers*. LONDON. Abelard-Schuman Limited
- Lezaun Iturralde, M. (2010). *Las matemáticas de lo secreto*. Revista NÚMEROS 74
- Licks, H. E. (1917). *Recreations in Mathematics*. New York; D. Van Nostrand Company
- Muñoz Santonja, J. (2010). *TALLER DE MAGIA Y MATEMÁTICA*. "Matemáticas y competencias básicas". C.P.R. Oviedo
- Scarne, J. (1951). *Scarner's Magic Tricks*. New York. New American Library.
- Travis, F. y Hindley J. (1975). *Cómo hacer de espías*. Madrid. PLESA.

## Webgrafía.

<http://mates.aomatos.com/un-poco-de-magia-matematica/>

Blog de Antonio Omato con recursos y actividades.

<https://divermates.es/blog/tag/matemagia/> (varias entradas)

Dirigida por Nelo Maestre, ofrece diversos materiales para explicar conceptos matemáticos.

<https://www.creativecrafthouse.com/swords-of-truth-magic-with-math-puzzle-trick.html>

Tienda de Creative Crafthouse, que realiza trabajos con grabación y corte mediante laser.

[http://www.divulgamat.net/divulgamat15/index.php?option=com\\_alphacontent&section=11&category=63&Itemid=67](http://www.divulgamat.net/divulgamat15/index.php?option=com_alphacontent&section=11&category=63&Itemid=67) (varias entradas)

Sección de la Real Sociedad Matemática Española, que lleva el Profesor Pedro Alegría.

<http://magiaporprincipios.blogspot.com/>

Blog de Pedro Alegría con comentarios y materiales adicionales a su libro "Magia por principios".

<https://es.wikipedia.org/> (varias entradas)

dianabrausin.blogspot.com/2008/04/sistema-numrico-en-base-factorial\_14.html

Blog de Diana Marcela Brausin, estudiante de matemáticas (a estas alturas debe ser egresada) de la Universidad Pedagógica Nacional

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

**Club Matemático**

F  
U  
E  
C  
O  
S



**Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas**  
*Luis Balbuena Castellano*

Vol. 111 → julio de 2022

| 139