

Felipe Medrano

y sus cuadrados mágicos

por

ANTONIO M. OLLER MARCÉN

(Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza)

Desde un punto de vista matemático, un cuadrado mágico consiste simplemente en una matriz cuadrada, cuyas entradas son enteros positivos, de forma que al sumar los elementos de cada fila, columna y diagonal se obtiene siempre el mismo valor.

Estos objetos recibieron atención ya desde épocas muy antiguas. La relativa dificultad de su construcción les otorgaba un aura de misterio y hacía que fueran considerados objetos con un cierto carácter místico, cercanos al ocultismo, y con propiedades mágicas. Hay que tener en cuenta que, en la antigüedad, las propias matemáticas formaban un cuerpo de conocimiento cerrado y accesible solo a unos pocos iniciados. Los pitagóricos, por ejemplo, pueden verse como una secta desde el punto de vista filosófico o religioso en la que las matemáticas no jugaban un papel científico, sino que organizaban y sistematizaban toda su cosmología y su sistema de creencias.

Según algunas fuentes, el origen de los cuadrados mágicos estaría en la India. De hecho, parece ser que en algunos tratados antiguos se utiliza vocabulario proveniente del ajedrez para describir el modo en que los números se desplazan en la matriz durante el proceso de construcción. En la figura adjunta podemos ver un cuadrado mágico grabado en los muros del templo jainita de Parshvanatha, construido en el siglo X en Khajuraho. Resulta interesante ver la grafía primigenia de las cifras y comprobar las diferencias y similitudes con su forma actual.



7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Al margen de su origen remoto, el tratamiento relativamente sistemático de los cuadrados mágicos se inició en el mundo árabe medieval. Por ejemplo, aparecen cuadrados mágicos en un importante texto de los siglos X-XI originario de Basora denominado *Enciclopedia de los hermanos de la pureza*. Este texto abordaba contenidos científicos (matemáticas, música, astronomía, etc.) pero también filosóficos y religiosos. Frecuentemente se considera que contiene elementos esotéricos, por lo que no resulta sorprendente la presencia de cuadrados mágicos. Este texto, por cierto, se difundió de forma bastante temprana en la taifa de Zaragoza, influyendo notablemente en el pensamiento filosófico de Avempace.

No solo los matemáticos de la India o los árabes prestaron atención a estos objetos. Existen también ejemplos de su presencia en textos chinos y japoneses. Posteriormente, como en muchos otros casos, la Europa medieval y renacentista recogió, asimiló y reelaboró estas ideas. Es muy conocido, por ejemplo, el cuadrado mágico que aparece en el grabado *Melancolía I* (1514) de Alberto Durero.

Luca Pacioli, a caballo entre los siglos XV y XVI, habla de cuadrados mágicos en un manuscrito titulado *De viribus quantitatis*, en el que se presentan juegos, acertijos y rompecabezas matemáticos; y que se considera como el primer texto que describe un juego de magia con cartas. Gerolamo Cardano en su *Practica arithmetice et mensurandi singularis* (1539) recoge cuadrados mágicos de distintos tamaños (el más grande de tamaño 9×9) en un contexto astrológico (puede apreciarse en la figura adjunta).

Más de dos siglos después de los ejemplos anteriores, en 1744, se publicó en Madrid un tratado relativamente breve (no llega a las 50 páginas de texto) titulado *Quadrados mágicos, que sobre los que figuraban los egipcios, y pythagoricos, para la superticiosa adoracion de sus falsos dioses ha adelantado el prolijo estudio de don Phelipe Medrano, cavallero del orden de Santiago*. La obra va dedicada a la entonces reina, Isabel de Farnesio, y lleva la aprobación de Diego de Torres y Villarroel. Diego de Torres era en ese momento catedrático de matemáticas en la Universidad de Salamanca, pero era mucho más conocido como autor de almanaques y pronósticos que publicaba bajo el pseudónimo de «El gran Piscator de Salamanca». Posiblemente exista relación entre su afición a las profecías y adivinaciones y sus elogiosas palabras hacia una obra centrada en tan mágico objeto:

La obra es muy digna de ser celebrada y el autor merece no solo el aplauso, los elogios y las estimaciones, sino también muchas gracias.

Tras la dedicatoria, las aprobaciones y los poemas de elogio al autor, el libro de Medrano comienza con un prólogo de tres páginas que se inicia de un modo muy ilustrativo:

Halleme en conversación en que un caballero amigo mío, tomando nueve naipes, formó un cuadrado de tres casas por lado, con las circunstancias que para su bondad se requieren, causó a diversos circunstantes admiración.

Es de entender en estas palabras que el caballero amigo formó un cuadrado mágico con las nueve cartas y que dicho cuadrado sorprendió a los asistentes. Medrano entonces relata que se embarcó en el empeño de ser capaz de construir dichos objetos de forma sistemática. En el relato que hace hay otro interesante fragmento:

Atribuían al sumo hacedor el cuadrado de una casa [...] a Saturno el de tres, a Júpiter el de cuatro, a Marte el de cinco, [...] y a la Luna el de nueve.

✱

QUADRADOS MAGICOS, QUE SOBRE LOS QUE FIGURABAN LOS EGYPCIOS, Y PYGTHAGORICOS, PARA LA SUPERTICIOSA ADORACION DE SUS FALSOS DIOS, HA ADELANTADO EL PROLIJO ESTUDIO DE DON PHELIPE MEDRANO, CAVALLERO DEL ORDEN DE SANTIAGO, Y CONSAGRA ALA SACR. REAL, CATHOLICA MAGESTAD DE LA REYNA NTRA. SEÑORA D^{NA} ISABEL FARNESIO.

AÑO DE MDCCXLIV.

Fol. 19.

PROBLEMA.

QUADRADO DE DIEZ Y SEIS CASAS POR LADO, QUE HAZEN 256. en que M. D. J. D. L. pidió pafise, las ocho numeros menores en esta forma: El 1. y el 8. en los dos angulos inferiores del Quadrado el 4. y el 5. en el medio de el lado superior y el 2. en la segunda casa dentro del Quadrado al lado izquierdo, distanse quatro casas del numero primero: el tres al mismo lado, quarta casa dentro del Quadrado, y distante otras quatro del numero 2. y del numero 4. T el 6. y el 7. en correspondencia del 2. y el 5. al lado derecho. De forma, que si se pafisse una linea arqueada por las casas de todos los pedidos, diese una linea por dioclica. Y para que se baliese con facilidad, van notados con una Egrilla al lado, contiene 34. Juntas de a 1066.

124	55	10	215	190	127	189	44	8	219	220	60	172	21	21	108
151	74	119	170	16	157	93	128	188	93	101	11	76	247	7	140
87	128	18	106	19	164	100	133	124	166	166	69	17	204	13	18
43	147	102	33	152	68	132	61	197	37	38	193	149	44	116	84
11	158	94	227	8	140	48	157	30	173	109	212	110	91	155	17
192	126	190	8	177	16	208	112	244	77	143	53	46	187	121	195
154	67	131	62	144	49	141	80	108	116	180	12	59	124	70	151
10	163	99	121	112	109	17	76	48	148	84	127	219	102	166	17
98	123	31	162	86	136	43	150	128	14	51	111	162	20	118	102
110	63	155	66	182	11	203	118	82	179	143	110	71	250	58	135
191	81	194	117	119	44	246	78	147	115	78	174	123	191	87	186
9	126	141	159	107	114	32	171	46	108	141	191	154	39	111	90
64	159	68	156	106	116	24	169	111	210	18	175	149	19	40	100
124	97	164	12	127	60	248	71	143	50	243	79	75	168	127	121
110	96	160	12	124	9	210	120	178	11	207	114	130	104	89	135
81	192	128	192	88	133	41	152	82	239	47	146	87	217	11	48

Otro

Fol. 36.

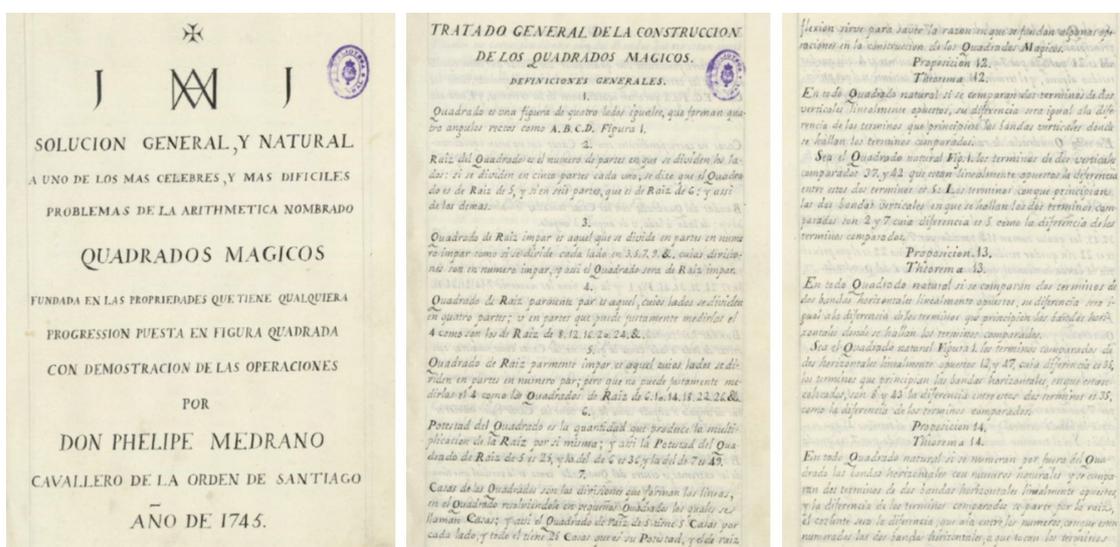
OTRO QUADRADO DE FEINTE Y UNA CASAS POR LADO, QUE HAZEN 441. C. 1545. que por dizejo melibea, que los antecederen, contiene 44. Juntas de a 464.

275	118	161	404	116	181	21	114	157	100	112	164	102	120	191	416	167	60	102	146	189
297	140	183	424	7	50	91	136	179	141	114	186	129	172	437	127	19	82	125	168	190
219	163	405	117	19	73	115	158	201	160	126	108	151	194	417	18	61	104	147	169	212
241	184	437	8	51	94	137	180	144	137	198	130	171	416	133	40	83	116	148	191	252
163	406	218	30	73	116	159	102	166	109	110	152	191	428	19	61	103	127	170	134	227
185	428	9	52	95	138	182	145	188	131	143	174	119	41	84	106	149	192	160	199	8
207	449	31	74	117	160	202	167	210	151	164	196	419	10	61	82	138	171	225	271	111
429	10	51	96	139	182	246	189	124	175	186	413	210	43	64	107	150	192	167	100	143
210	12	75	118	161	204	168	11	154	197	408	440	31	43	86	139	172	126	179	122	160
11	54	97	140	182	147	190	111	176	419	101	121	33	61	108	141	194	158	203	144	82
33	76	119	161	206	169	111	155	195	441	121	1	44	87	130	173	127	180	221	166	109
99	98	141	184	148	191	134	177	430	111	12	31	60	109	141	192	159	203	146	182	111
271	120	162	206	170	121	166	199	121	3	34	46	83	121	174	218	181	124	167	401	112
99	142	184	249	192	131	158	200	212	24	67	110	182	196	202	116	209	421	125	160	107
123	164	207	271	144	157	179	433	2	46	78	89	112	176	229	229	212	168	441	221	110
142	156	150	292	126	155	100	12	32	68	100	111	164	197	161	104	127	190	423	14	172
66	208	272	115	137	180	421	4	47	94	123	111	16	240	182	116	269	423	224	16	79
187	251	194	116	159	401	124	16	69	112	441	198	262	108	248	291	424	16	81	101	110
209	273	195	228	181	424	5	48	91	124	166	172	241	244	237	170	423	125	37	80	112
192	174	117	160	403	112	17	70	111	166	188	199	262	106	149	191	424	16	89	102	145
152	196	129	282	125	6	49	93	121	178	104	142	182	178	412	166	15	84	112	107	110

Estos dos pequeños fragmentos resultan interesantes porque hacen mención a los juegos de cartas y la astrología y los planetas (o dioses). Estos dos elementos nos llevan, respectivamente a las obras de Pacioli y Cardano que hemos comentado antes, si bien no es posible saber si Medrano tenía algún tipo de conocimiento de las mismas. Además, si se compara la descripción del autor con los cuadrados mostrados por Cardano, vemos que los tamaños difieren.

Sea como sea, tras el prólogo, la obra consiste meramente en una sucesión de 42 folios en los que se muestran cuadrados mágicos de diversos tamaños, desde 3×3 , hasta 32×32 . Desafortunadamente, no se da ni una sola pista o indicación sobre el procedimiento seguido para construirlos. De hecho, los tres últimos cuadrados presentados, de tamaño 32×32 , se proponen inicialmente como problema. Se presenta el cuadrado casi vacío, como en un moderno sudoku, solo con unas pocas casillas conocidas y se pide completarlo. En los tres casos Medrano da la solución en el folio siguiente.

Para resolver el misterio habría que esperar un año. En 1745, el mismo Phelipe Medrano compuso un manuscrito titulado *Solucion general, y natural a uno de los mas celebres, y mas dificiles problemas de la Arithmetica nombrado quadrados mágicos fundada en las propiedades que tiene qualquiera progression puesta en figura quadrada con demostracion de las operaciones*. Esta obra es considerablemente más extensa que la anterior, supera holgadamente las 200 páginas de texto y tablas, y tiene un carácter mucho más matemático, tal y como su título ya da a entender. Quizás esta circunstancia explique, en parte, por qué este manuscrito jamás, hasta donde sabemos, llegase a ver la imprenta.



De hecho, tal y como podemos apreciar en la imagen, el discurso tiene una clara organización euclidea. Se comienza con un listado de definiciones generales como:

Progression es una continuacion de cantidades que guardan entre ellas alguna suerte de semejanza, y cada una de estas quantidades se llama Termino.

A estas definiciones les sigue un listado de 46 teoremas con sus demostraciones. La primera proposición que se demuestra, por ejemplo, es:

En toda Progression Arithmetica la suma de los dos terminos extremos es igual a la suma de qualquier dos terminos equidistantes de los extremos.

Tras el listado de teoremas, el autor pasa a describir y justificar con todo detalle, una serie de métodos para construir cuadrados mágicos. Los métodos presentados se organizan según la paridad del tamaño del cuadrado. Así, Medrano da dos métodos para el caso impar, tres métodos para el caso múltiplo de cuatro y dos métodos para el caso restante.

La parte final de la obra, antes de presentar una serie de tablas, figuras y un extenso catálogo de ejemplos, Medrano dedica 32 páginas a hablar de cubos mágicos. Es interesante observar, tal y como se aprecia en la figura, la variedad de desarrollos planos del cubo utilizada por el autor en sus descripciones.

Partese la suma dada por 2, y el cociente 600 es la suma que convendrá cada dos Cuadrados enterales.

Sumas de 272. Sumas de a 292. Sumas de a 328.

1	24	44	67	14	66	54	2	1	57	32	56	62	15	67	2	1	65	65	29	76	14	72	2	1	28	57	68	75	14	63	2
48	68	5	26	19	37	49	31	72	16	41	17	42	27	55	22	81	13	17	53	56	18	60	36	49	76	3	26	6	46	31	71
32	9	59	32	45	27	23	41	45	21	68	12	51	53	6	79	21	57	77	9	16	6	63	32	5	64	53	19	67	16	58	
55	40	24	98	58	6	10	62	28	52	5	61	31	46	18	51	51	25	5	73	22	52	24	64	72	45	24	9	54	27	30	23
64	8	12	52	22	16	59	44	49	8	20	69	23	14	59	50	78	12	54	20	23	27	51	63	73	17	12	52	30	7	47	76
47	17	29	43	14	61	7	57	61	25	13	44	43	66	7	32	32	8	66	58	59	10	31	21	8	29	58	22	55	15	24	
24	59	39	25	38	18	50	36	20	60	48	7	10	19	54	13	50	74	16	24	11	7	99	69	16	59	48	21	11	18	66	59
4	6	56	16	65	43	26	3	4	53	65	24	7	47	26	3	4	70	28	62	75	71	16	3	4	60	65	23	51	74	26	3

Sumas de a 308.

mente opuestos, y respecto de que cada uno ha de ser de suma diferente, se pueden repartir entre ellos a voluntad, haciendo que uno sume 280, y

43	39	28	24	57	6	27	44
5	32	35	62	69	10	23	40
20	9	58	47	14	65	36	19
64	54	13	1	2	53	48	31
40	25	63	4	3	30	52	49
16	11	21	46	45	56	26	7
17	5	12	55	64	37	15	18
59	8	38	29	22	31	41	60

Sumas de a 304. Sumas de a 284. Sumas de a 280.

68	17	8	59	58	26	45	23	66	12	43	21	44	15	55	27	25	5	46	56	51	10	39	20	61	17	9	53	68	10	40	22
16	51	60	25	61	7	74	10	5	59	28	50	65	18	53	6	36	64	17	13	63	6	43	18	13	49	57	21	56	6	52	26
44	7	32	67	31	53	18	50	17	39	16	70	31	60	11	40	23	9	40	60	14	55	26	35	41	5	29	63	14	64	18	44
24	75	52	1	2	66	15	69	54	32	55	1	2	49	22	49	44	52	29	1	2	59	22	47	25	69	45	1	2	66	30	48
77	21	56	4	3	27	57	65	47	24	69	4	3	14	61	64	53	16	57	4	3	31	38	58	32	50	54	4	3	53	31	59
47	13	64	24	73	49	99	11	13	58	25	46	68	59	30	7	28	33	24	45	50	46	23	11	20	38	66	16	67	15	39	19
5	55	20	72	22	14	70	46	20	51	8	63	44	45	30	19	8	61	12	49	62	34	27	7	46	28	8	58	47	27	59	7
29	63	12	48	54	62	6	30	62	9	42	28	23	24	41	52	41	20	37	32	15	19	42	54	42	24	12	62	23	43	11	63

El Cuadrado del medio de la Cruz suma 260, y el centralmente opuesto al Cuadrado C, los cuales son complementos a 564 que es la suma común a cada

La suma de cada quatro faces paralelas es 498

Sumas de a 120. Sumas de a 132. Sumas de a 129.

12	4	25	16	37	29
30	5	38	20	6	24
31	33	32	9	8	10
13	27	18	23	14	28
11	35	3	21	36	17
26	19	7	34	22	15

Sumas de a 117.

6	12	35	3	32	29
30	16	20	17	25	9
24	11	31	34	2	45
24	37	5	8	28	13
31	14	22	19	23	18
10	27	4	36	7	33
10	28	2	40	14	32
34	35	36	6	7	8
33	41	3	4	19	27
9	1	38	39	24	15
11	16	30	12	26	31
29	5	17	25	37	19

La Magia de los cubos en que se figuraron las tres dimensiones se puede nombrar incipita, y la de estos ultimos en que se ponen Cuadrados en todas sus superficies se puede decir Circunscripta,

pieza por W como son las faces señaladas con A y B. El Cuadrado Magico que empieza su progresion por 5 pongase centralmente opuesto al que empieza

Sumas de a 280. Sumas de a 259. Sumas de a 203.

50	24	54	35	16	39	20
44	18	48	29	52	33	14
31	12	42	23	46	27	57
25	35	36	10	40	21	51
19	49	30	53	34	15	38
13	43	17	47	28	58	32
56	37	11	41	22	45	26

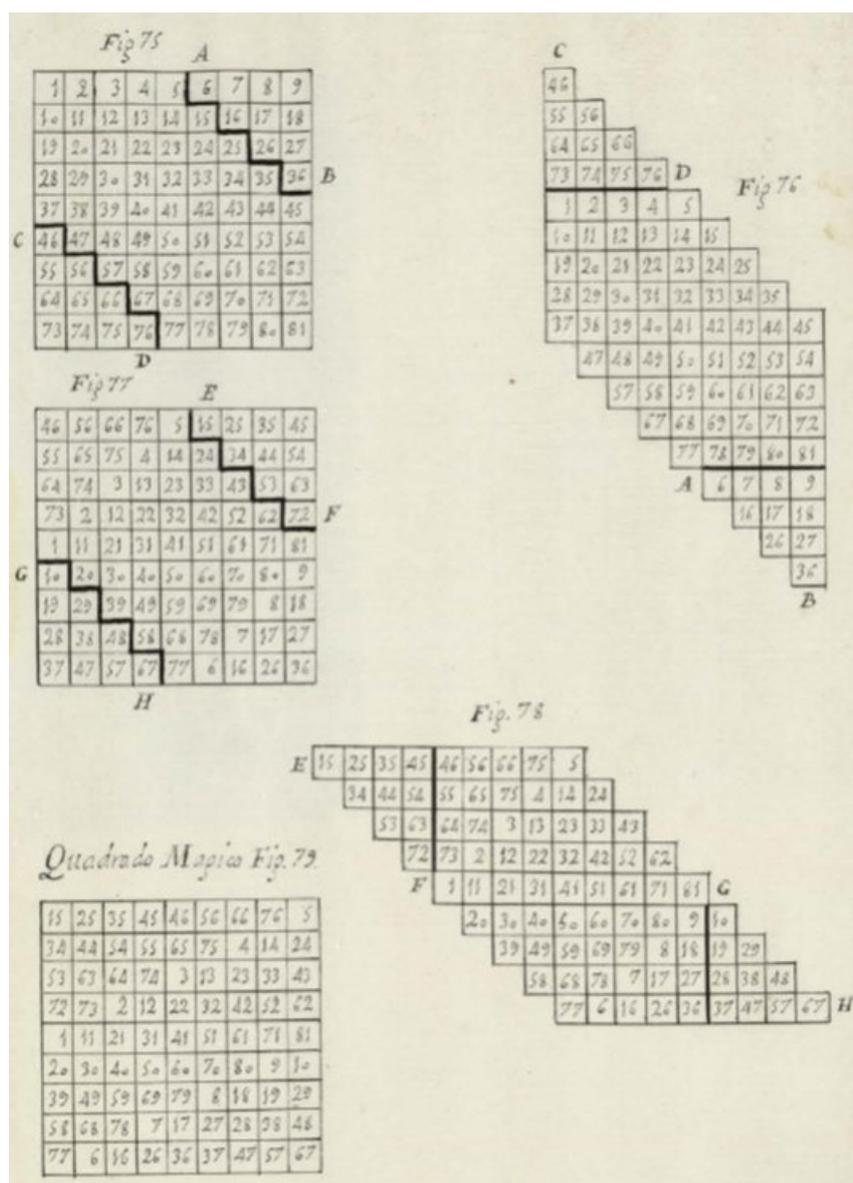
Sumas de a 224.

49	55	28	64	37	17	32	61	28	51	25	41	15	38	34	42	47	8	16	24	32	43	33	16	52	41	28	11
18	33	48	56	29	58	38	20	43	17	40	56	30	53	44	52	11	12	21	26	36	40	23	10	44	35	18	50
59	39	19	34	49	57	23	35	58	32	48	22	45	19	49	5	15	23	31	39	41	30	17	55	42	25	8	47
51	24	60	40	20	35	50	50	24	47	18	37	60	27	10	18	20	28	33	43	51	24	13	49	32	15	54	37
36	44	52	25	61	41	21	16	39	55	29	52	26	42	13	22	34	38	46	48	7	20	56	39	22	12	44	34
42	24	30	45	53	26	62	31	54	21	44	18	34	57	25	27	35	40	50	9	17	14	46	29	19	51	38	27
27	63	43	16	31	46	54	46	13	36	59	33	49	23	29	37	45	53	6	14	19	53	36	26	9	45	34	21
14	39	50	40	34	30	24																					
31	21	11	57	47	41	37																					
44	38	28	18	15	54	48																					
55	51	45	35	25	22	12																					
19	13	58	52	42	32	29																					
36	26	16	59	49	39																						
46	43	33	27	23	17	56																					

Evidentemente, resultaría demasiado extenso entrar a describir aquí todos los distintos métodos y procedimientos de Medrano. Nos vamos a conformar con presentar el primero y más sencillo que da el autor. Se trata de un método para construir cuadrados mágicos de tamaño impar. El autor lo ejemplifica con un cuadrado de lado 9. El texto original utiliza la terminología presentada en las definiciones y hace referencia a las proposiciones demostradas. Nosotros omitimos dichas referencias y confiamos en que la terminología es razonablemente fácil de comprender con ayuda de las figuras correspondientes que se incluyen (hemos modernizado y simplificado el discurso, siendo las figuras a las que se refiere las que aparecen en la imagen de la página siguiente):

Para hacer cualquier cuadrado mágico de lado impar, fórmese un cuadrado natural como el de la Figura 75. Háganse en él dos segmentos triangulares equiláteros, los cuales están ejecutados en el ángulo superior de la derecha y en el inferior de la izquierda. Muévase el triángulo AB abajo y CD arriba como están en la Figura 76, cópiense las nueve diagonales compuestas halladas y se tendrá un cuadrado como el de la Figura 77. Háganse otros dos segmentos triangulares equiláteros en el ángulo superior de la derecha y en el inferior de la izquierda, como son EF y GH. Muévase el triángulo EF a la izquierda y GH a la derecha como están en la Figura 78. Cópiese esta figura del modo que se quiera, ya sea poniendo las diagonales halladas por verticales o por horizontales y el cuadrado será mágico como el de la Figura 79.

Tal y como hemos comentado, el interés por los cuadrados mágicos no era algo meramente anecdótico. Además de algunos de los nombres mencionados, otras figuras importantes, como Pascal, escribieron sobre este tema. Aunque es difícil saber las fuentes de que disponía Medrano al abordar su trabajo, sí que tenemos constancia por una



carta de 1753 de que tenía conocimiento de un trabajo posterior titulado *Méthode facile pour faire tels quarrés magiques que l'on voudra* publicado en 1750 por el francés Louis-Léon d'Ons-en-Bray en la Académie Royale des Sciences de París. No sucede lo mismo en el sentido contrario. El francés menciona diversos autores en su introducción y afirma que se centra solo en los casos pares, ya que sobre los casos impares ya existen muchos trabajos (no menciona a Medrano). Una comparativa rápida parece indicar que los métodos de Medrano son aparentemente diferentes de los de d'Ons-en-Bray. Desafortunadamente, no tenemos constancia de que Medrano continuara trabajando en este tema y los datos sobre su vida son escasos. En todo caso, estamos ante un ejemplo interesante, y hasta cierto punto paradigmático, del relativo aislamiento que la ciencia española sufrió, pese a poder hacer aportaciones interesantes, durante gran parte de la historia.

Al inicio dijimos que la dificultad en su construcción otorgaba a los cuadrados mágicos un carácter misterioso. Terminamos con las palabras del anónimo académico francés que evaluó el trabajo de d'Ons-en-Bray en las *Mémoires de la citada academia*:

Si los antiguos matemáticos que otorgaron a estas configuraciones numéricas el nombre de mágicas hubieran conocido la extrema simplicidad a la que su construcción se puede reducir, seguramente se lo habrían retirado. Esos cuadrados, sin embargo, nunca habrían merecido ese apelativo con mayor razón: la verdadera magia de las matemáticas consiste en abordar las cosas más sorprendentes mediante los métodos más simples.