Geometría práctica

por
RICARDO ALONSO LIARTE
(IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Ramón Mateo Lozano nació el 31 de agosto de 1783 en Monreal del Campo, Teruel. Con 20 años obtuvo el grado de Bachiller en Cánones y continuó su formación, en este caso en las áreas de las matemáticas, arquitectura e ingeniería, alcanzando en 1808 el grado de subteniente de ingenieros. Inmerso en la guerra de la Independencia, y formando parte del Ejército Regular de Aragón, destacó en la reconstrucción y defensa de distintos enclaves de la ciudad de Zaragoza durante el segundo sitio, destacando la que mantuvo del convento de Santa Mónica, lo que le granjeó el apodo de «ingeniero de Santa Mónica». Apresado al finalizar el sitio, se escapó durante el traslado y huyó a Reus desde donde continuó colaborando con el ejército en distintos frentes. Vuelto a apresar, durante su encierro se dedicó a enseñar matemáticas y fortificación a sus compañeros de cautiverio.

En 1816 la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País lo designa como profesor de matemáticas, labor que desempeña de forma grata hasta que en 1822 se reincorpora al ejército. Un año más tarde es nombrado profesor del Colegio General Militar en Segovia hasta 1829. Es allí donde compila la obra que se menciona más adelante, un tratado de topografía escrito como texto para la asignatura que impartía en el citado colegio.

Falleció en Zaragoza, el 26 de mayo de 1840 a consecuencia de un accidente mientras paseaba por la ronda de la ciudad. Su hija, años más tarde, trasladó los restos de Ramón Mateo al panteón familiar de su localidad natal.

Dejó dos publicaciones: *Memoria sobre la importancia de la plaza de Jaca, con el proyecto de las obras necesarias para ponerla en buen estado de defensa* y *Geometría práctica*, un tratado de topografía por cuyos méritos se le libró certificación muy honorífica.

Geometría practica

Se trata de un manual manuscrito, fechado en 1826, que se encuentra depositado en la biblioteca Central Militar, en Madrid, y accesible en este enlace. El ejemplar que se conserva fue un regalo de la familia de un militar a la biblioteca de la Academia de Ingenieros de Segovia. En la primera página consta: «Tratado de Geometría practica arreglado para los Caballeros Cadetes del Real Colegio General Militar. Por su Profesor el Capitán del Real Cuerpo de Yngenieros D. Ramón Mateo. Segovia. Año 1826.»

En su introducción dice:

> La Geometría practica no es otra cosa que la aplicación de los principios de la Geometría especulativa y de la Trigonometría plana a la determinación de las dimensiones de la extensión, considerándola sobre los mismos cuerpos, o sobre el terreno. Sabemos que las dimensiones de la extensión se consideran como líneas, como superficies o como cuerpos; por consiguiente la Geometría práctica determinará estas dimensiones sobre cualquier cuerpo o sobre cualquier terreno, en todos los casos, cuya resolución dependa de los principios establecidos en la Geometría especulativa, y en la trigonometría plana.

Luego habla de la necesidad de utilizar instrumentos sobre el terreno, que se describirán a lo largo del manual, del mismo modo que sobre el papel se usan la regla y el compás.

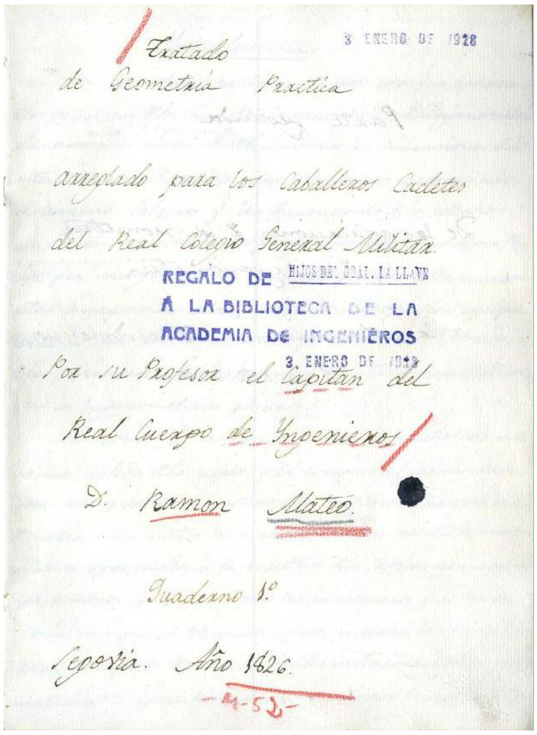
Tratado
de Geometría Práctica
arreglado para los Caballeros Cadetes
del Real Colegio General Militar.
REGALO DE HIJOS DEL GRAL. LA LLAVE
A LA BIBLIOTECA DE LA
ACADEMIA DE INGENIEROS
3 ENERO DE 1928
Por su Profesor el Capitán del
Real Cuerpo de Yngenieros
D. Ramon Mateo.
Quaderno 1º
Segovia. Año 1826.
M-52

Figura 1

Consta de dos partes. La primera dedicada a las líneas y la segunda a las superficies.

Respecto a las líneas el autor diferencia entre su trazado y su medición, y así estructura esta parte del manual. Se detallan las distintas posibilidades con las que nos podemos encontrar en el trazado y medición de líneas sobre un terreno: líneas enteramente accesibles, solo accesibles en los extremos o inaccesibles. Describe lo que llama métodos particulares para la medición de líneas: utilizando la velocidad del sonido o un barómetro, así como la longitud de la sombra o la reflexión en un espejo. Estos últimos siguen siendo propuestos en nuestras aulas y representan una buena práctica de geometría práctica en el patio.

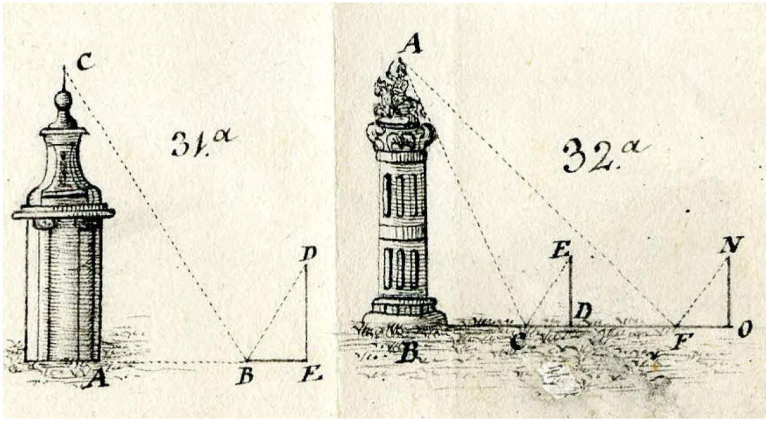

Figura 2

La segunda parte está dedicada al levantamiento de planos: con cuerdas, trigonométricamente, con la plancheta, con la brújula y con el cartabón. Termina el manual con las láminas que contienen las 64 figuras que ilustran los problemas y resoluciones planteados a lo largo del texto, algunas de las cuales se incluyen en este artículo.

Algunos casos prácticos

Las mediciones en el patio o el exterior del centro permiten hacer práctica la geometría que se muestra en las aulas, con sus ángulos, distancias y superficies ya medidas. Estar sobre el terreno obliga a plantearse al alumno qué mediciones necesita realizar y cómo llevarlas a cabo. No es necesario disponer de aparatos muy precisos y a veces pueden fabricarlos ellos mismos (cuadrantes, teodolitos básicos, clinómetros, báculos…), pero es muy interesante tenerlos en la mano y darles la función para la que han sido construidos.

De todas las propuestas que se muestran en este tratado de topografía extraemos tres sencillas prácticas que pueden realizarse en el patio de cualquier centro, que no requieren de material sofisticado y que pueden sorprender a nuestros alumnos, a veces, por la sencillez del procedimiento.

Las dos primeras se encuentran en el artículo 1.º «De la traza de las líneas»: el trazado de una paralela y una perpendicular a una recta por un punto dado. Corresponden a los problemas número 8 y número 10 del manual al que nos referimos. El tercer ejemplo pertenece a la lección 2.º: «De las líneas accesibles solo en sus extremos o en algunos otros puntos», y se corresponde con el número 23.

Problema 8

Señalada una línea *AB* y un punto *C* fuera de ella, tirar una paralela a la *AB* que pase por el punto *C*

Es evidente que abordar este problema sobre un papel con regla y escuadra o regla y compás no reviste una gran dificultad más allá de seguir el procedimiento junto con la habilidad y limpieza de quien lo ejecuta. La realidad, sobre el terreno, presenta dificultades que sobre el papel no existen. Una, el material e instrumental con el que resolver el problema y otra, la posibilidad o imposibilidad de acceso al punto exterior a la recta o a la misma recta, o a ambos: orografía del terreno, obstáculos, etc. Estos últimos casos se apoyan en la búsqueda de nuevos puntos que sean accesibles, la medición y traslación de ángulos y el uso de la trigonometría para la resolución de triángulos. Todo queda detallado en el manual. Corresponden estos casos a actividades para poner en práctica con alumnado que conozca la resolución de triángulos cualesquiera.

Sin embargo, vamos a comentar, por su sencillez, el caso en el que punto y recta son accesibles y que se puede llevar a cabo con cualquier curso. En esta situación se presentan dos soluciones: una con ángulos y otra utilizando nada más que una cuerda.

En el primer caso se propone tomar un punto *D* sobre la recta *AB*, medir el ángulo *CDA* y fomar con vértice en *C* el ángulo *DCE* de la misma amplitud que *CDA* (figura 3).

En el caso de la cuerda, se trata simplemente de formar un paralelogramo con una cuerda (en el texto se indica el uso de dos cuerdas pero puede hacerse con una sola).

> Tómese cualquier punto de la *AB*, y mídase una cualquier distancia *DA*, v.g. 6 varas; mídase la distancia *AC* y sea v.g. 5 varas; tomando con dos cuerdas las distancias *AC*, *AD* y asegurando un extremo de cada una en los puntos *C* y *D*, juntense los otros dos extremos y poniéndolas tirante señálese el punto *E* donde concurre su unión: La recta *CE* será paralela a la *AB*.

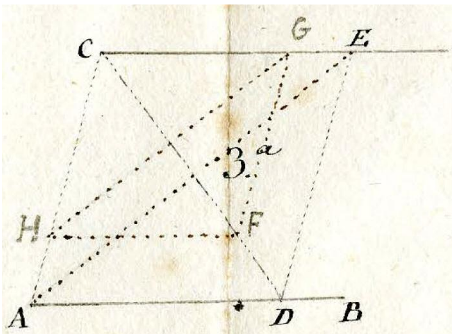

Figura 3

A la hora de ponerlo en práctica, con una sola cuerda, se coloca un extremo en *C*, se fija la cuerda también en *A* y el otro extremo, sobre la línea nos indica el punto *D*. A partir de ese momento, los alumnos que están en *C* y *D* intercambian sus posiciones y por último quien está en *A*, sin soltar la cuerda, se coloca al otro lado del segmento imaginario *CD* manteniendo la tirantez de la cuerda en sus dos partes. Llegará así a determinar el punto *E* necesario para trazar la recta *CE* paralela a la *AB*. Vemos aquí una aplicación práctica de la simetría central.

Problema10

Desde un punto dado *A*, tirar una perpendicular a una línea dada *BC*

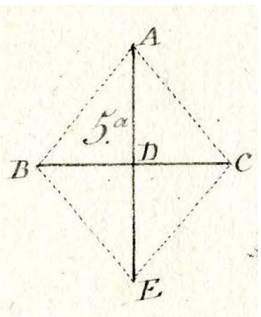

Figura 4

De nuevo nos encontramos ante un problema de trazado de rectas, que se puede abordar en el patio en una situación más real que sobre el papel. La solución que se propone utiliza de nuevo una cuerda. Tomar una cuerda y doblarla por la mitad. Colocar el punto medio en *A* y llevar los dos extremos de la cuerda sobre la recta *BC* de forma que quede tirante la cuerda. En ese momento fijar los extremos y desplazar el punto medio al otro lado de la línea *BC* hasta que la cuerda vuelva a estar tirante. Ese punto *E* unido a *A* nos dará la perpendicular buscada. En este caso es la simetría axial la que está presente en la resolución del problema.

¿Qué ocurriría si la línea *BC* está interrumpida por un obstáculo y no se puede utilizar el método anterior? El autor propone la solución:

> Si la perpendicular se hubiese de tirar, fig 6, al extremo *B* de la línea *BC*, tiraríamos la recta *AC*, dividiéndola en medio en el punto *D*; desde este punto con la distancia *AD* señalaríamos el punto *B* en la *BC* y tirando la *AB* esta será la perpendicular pedida.

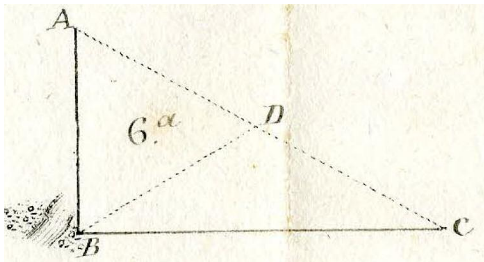

Figura 5

Vemos pues en este método la utilización del circuncentro de un triángulo rectángulo para encontrar, con una simple cuerda el pie de la perpendicular buscada.

Problema 23

Determinar la distancia horizontal *AB* accesible solo en el extremo *B*

Para medir la distancia entre dos puntos cuando solo uno de ellos es accesible se proponen varios métodos que van desde el uso de la proporcionalidad a la trigonometría. Veámoslos:

En el punto *B* tírese la recta *BC* perpendicular a la *AB*, y sobre ella en el punto *C* levántese la perpendicular *CD*; tírese una visual desde *D* a *A*; señálese en la *BC* el punto *E* en el que dicha visual la corta y mídanse las distancias *EC*, *CD* y *EB*; los triángulos semejantes *ABE*, *ECD* nos darán $EC:CD::EB:AB$»

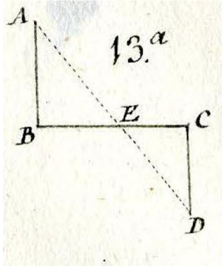

Figura 6

La construcción sobre el terreno de dos triángulos rectángulos semejantes implica el trazado de la perpendicular a un segmento por uno de sus extremos, asunto este que está detallado en el problema 9 del manual y en el que propone usar medidas de 3, 4 y 5 varas (la terna pitagórica o su versión de la cuerda de 12 nudos).

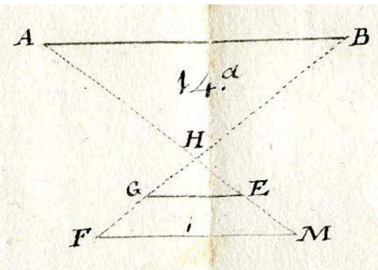

Figura 7

«Colóquese un piquete en un punto cualquiera *H*, y en la dirección *BH* fíjese otro piquete en *F*, de modo que $HF=HB$; fórmese en el punto *F* un ángulo $HFM=ABH$; búsquese en la recta *FM* un punto *M* que se alinee con los *H* y *A*, y midiendo la distancia *FM* será el valor de la distancia *AB* que buscamos porque los triángulos semejantes *HFM*, *HAB* nos dan $HF:AB::FM:AB$; pero $HF=HB$; luego $FM=AB$.
Si hubiéramos tomado *HG* igual al tercio, cuarto u otra cualquier parte de *HB*, practicando las mismas operaciones resultaría *GE* igual al tercio, cuarto de *AB*.

En esta solución la construcción del triángulo semejante al *ABH* requiere de mediciones precisas de ángulos por lo que el aparato con el que se realicen las mediciones angulares deberá estar bien ajustado y realizar un uso cuidadoso en las lecturas.

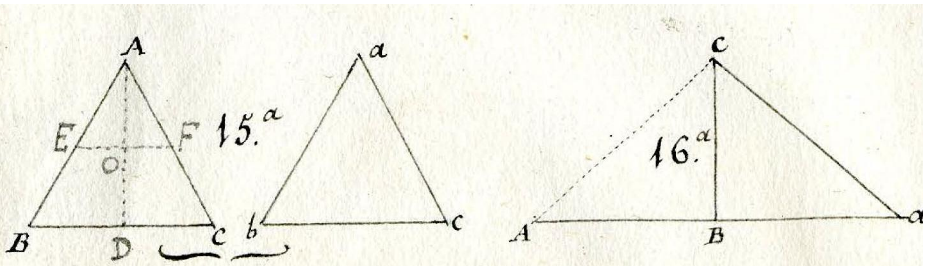

Figura 8

Si el terreno se presentase horizontal, podríamos medir la distancia *AB* fig 15.ª, formando en el mismo terreno el triángulo *abc* totalmente igual al triángulo *ABC*; lo que se logrará tomando $bc=BC$ y haciendo los ángulos en *b* y *c* iguales a los en *B* y *C*; hecho lo cual midiendo ab se tendrá el valor de *AB*.
Esta misma operación podrá hacerse sobre *BC*, fig 16.ª, cuando el terreno lo permita, formando los ángulos *BCa*, *CBa* iguales a los *BCA*, *CBA*, y entonces *Ba* será igual a *BA*.

Para la construcción de la réplica a tamaño original (o incluso a escala) del triángulo formado por los puntos dados y un tercero elegido arbitrariamente sobre el terreno requiere de nuevo precisión en la medida de los ángulos y su traslación al nuevo triángulo. Una vez construido ya simplemente se trata de medir la distancia entre dos puntos accesibles y no requiere ningún tipo de cálculo.

El autor concluye las propuestas de resolución del problema con una llamada a la trigonometría:

En las prácticas anteriores solo nos hemos valido de cuerdas y piquetes y de la semejanza de los triángulos: ahora hallaremos la misma distancia con el auxilio de la trigonometría. Para esto en el punto *B* accesible, fig 14.ª, tómese con un instrumento el ángulo *ABH*, y en el punto *H*, tómese también el ángulo *AHB* y mídase la distancia *HB*. Con estos datos conoceremos en el triángulo *AHB*, dos ángulos y un lado, y resolviéndolo hallaremos el lado AB que buscamos.

La posibilidad de aplicar varios procedimientos a la medición de la misma distancia permite llevar a cabo posteriormente un análisis de los resultados, valorando cuál es más preciso, cuál convendría más según las circunstancias orográficas, la corrección de errores, etc. Además se puede tener una medida bastante real pues se dispone de herramientas tecnológicas como el láser o *apps* que permiten medir distancias sobre mapas.

Estos tres ejemplos solo pretenden ser una pequeña muestra de los problemas que se plantean en este manual y que se pueden llevar de forma fácil al aula, o mejor dicho, al patio. Hay mucha distancia entre un dato que nos dan en el texto de un problema y un dato real que para conseguirlo requiere usar correctamente un instrumento, ser preciso, manejar el error, etc. Este tipo de actividades prácticas nos permiten medirla.

Durante el curso 2021-2022 se llevó a cabo en el instituto un proyecto «En torno a los tiempos de Goya», y de ahí surgió el interés por investigar un poco sobre el trabajo de este monrealero y nos encontramos con la grata sorpresa de que sus propuestas podemos plantearlas en la actualidad con nuestros alumnos. Esta comunicación es fruto de ese trabajo y para que sirva de recuerdo y reconocimiento a la labor docente de Ramón Mateo Lozano.

Referencias bibliográficas

BIBLIOTECA CENTRAL MILITAR — Ubicación: DE — Signatura: MS-103 — N.º de registro: 10748 — Código de barras: 2032109.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza), Daniel Sierra Ruiz (CPI El Espartidero, Zaragoza).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Julio de 2023
ISSN: 2386-8821e