

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 114, julio de 2023, páginas 97-115

Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

Alejandra Méndez González

Laura María Brenes Calderón

Islande Cristina Delgado Monge

(Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica)

Fecha de recepción: 20 de enero de 2023

Fecha de aceptación: 27 de abril de 2023

Resumen

El aprendizaje de la geometría, se convierte en una de las principales problemáticas en instituciones educativas, sobre todo, cuando se emplean métodos memorísticos y de mecanización; en esa perspectiva surgió la propuesta de un taller pedagógico en el cual se utilizan objetos del entorno, material concreto, el software educativo GeoGebra haciendo uso de la calculadora 3D y la realidad aumentada, además de un material complementario con el fin de favorecer el desarrollo de las habilidades de visualización y aplicación de las características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono. Participaron 10 estudiantes del Liceo de Paraíso, Cartago, Costa Rica, de ellos seis hombres y cuatro mujeres, con edades entre 16 y 18 años. El uso del software GeoGebra permitió la interacción, la exploración y visualización de las figuras geométricas tridimensionales; el uso del material concreto permitió que los y las estudiantes manipularan, cortaran, visualizaran y percibieran de manera sencilla las características y propiedades de las figuras; y el uso de los recursos didácticos, el software GeoGebra y material manipulativo logró mayor interés, participación y motivación por parte de los estudiantes, respecto a una clase tradicional.

Palabras clave

Geometría, visualización, recursos didácticos, GeoGebra, realidad aumentada.

Abstract

The learning of geometry becomes one of the main problems in educational institutions, especially when rote and mechanization methods are used; In this perspective arose the proposal of a pedagogical workshop in which objects of the environment are used, concrete material, the educational software GeoGebra making use of the 3D calculator and augmented reality, in addition to a complementary material in order to favor the development of visualization skills and application of the characteristics and properties of three-dimensional geometric figures: the sphere, the cylinder and the cone. 10 students from the Liceo de Paraíso, Cartago, Costa Rica participated, including six men and four women, aged between 16 and 18 years. The use of GeoGebra software allowed the interaction, exploration and visualization of three-dimensional geometric figures; The use of concrete material allowed students to easily manipulate, cut,



Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas

Luis Balbuena Castellano

visualize and perceive the characteristics and properties of the figures; and the use of didactic resources, GeoGebra software and manipulative material achieved greater interest, participation and motivation on the part of the students, compared to a traditional class.

Keywords

Geometry, visualization, teaching resources, GeoGebra, augmented reality.

1. Introducción

El área de Geometría es una rama de la matemática que juega un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento del ser humano, porque establece relaciones entre espacio y forma, lo cual permite observar, reconocer y describir los objetos geométricos en la cotidianidad del individuo (MEP, 2012). A partir de esto, al ser un área que se caracteriza por modelar el entorno del ser humano, es esencial que el discente adquiera un pensamiento geométrico sólido, que le permita tener la capacidad de razonamiento sobre el objeto geométrico que esté estudiando. Por lo tanto, la Geometría es un área de constantes investigaciones, no solo por su importancia en la vida del ser humano sino porque es “Una de las principales problemáticas con las que cuentan las instituciones educativas, particularmente en la asignatura de matemáticas” (Henao, 2020, p. 20).

En cuanto a la visualización espacial es un proceso, en el que se da la interpretación, acción y la relación de objetos, no simplemente se reduce a ver una ilustración en un papel, por lo cual es de gran interés y necesario para cualquier ciudadano, este se encuentra de manera continua desde primaria hasta secundaria en los Programas de Estudio de Matemáticas de Costa Rica. Al respecto Aray *et al.*, afirma que:

La visualización es, ante todo, un proceso; esto implica que debe darse de forma paulatina. La persona primeramente se ve expuesta ante un dibujo geométrico estático, pero cuando esta empieza a extraer relaciones o identificar algunas propiedades que le permitan conocer, con mayor profundidad, aquel dibujo, entonces se dice que está visualizando. (Aray *et al.*, 2019, p. 29).

Investigaciones realizadas a nivel internacional indican que la población estudiantil muestra gran diversidad de dificultades en las figuras geométricas, por ejemplo, en Colombia, Conrado (2018) indica que los estudiantes “tienen dificultades al representar y describir propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas” (p. 28), además Zapata *et al.*, (2018), encontró que “gran parte de los estudiantes al comunicarse evidencian no ser capaces de construir una imagen mental de un objeto, y encontrar elementos o partes de este que a simple vista no se ven” (p. 16); este agrega que “el proceso o la habilidad de visualizar no ha contado con la suficiente atención y ha sido trabajada muy poco al interior de las aulas” (p. 17).

A nivel nacional, según el análisis del rendimiento en las pruebas nacionales de bachillerato del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica aplicadas en la modalidad académica diurna en los últimos años, se logra encontrar que existe un déficit de conocimientos en la habilidad general de visualización y aplicación de características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono. Se tiene que para el 2017, el informe muestra que hay un 59,7% de rendimiento promedio (MEP, 2018, p. 215), para el 2018 reveló un 41% de rendimiento promedio (MEP,

2019, p. 27), incluso el informe del 2019 sólo un 32,94% de rendimiento promedio (MEP, 2020 a, p. 27), ubicando la habilidad en el nivel difícil. Estos resultados enfatizan sobre los diversos obstáculos que se presentan al enfrentar un ejercicio relacionado con alguna figura geométrica.

En este escenario y considerando la importancia de la visualización se planteó abordar el tema con una propuesta que involucre actividades y recursos didácticos que ayuden a contribuir al desarrollo de las diferentes habilidades requeridas por el discente, las cuales propongan situaciones de aprendizaje innovadoras y orientadas a una visión constructivista en el desarrollo de las lecciones, que permita una participación más activa del educando, logrando que se comprometa con su propio aprendizaje y por ende en la construcción de sus conocimientos, esto significa que “El proceso de construcción del conocimiento se basa en la “acción sobre la realidad” que realiza el sujeto que conoce” (Molina, 2015, p. 120).

Comprendiendo esta realidad, surge la pregunta ¿Cómo mediar pedagógicamente, por medio de un taller pedagógico diseñado para propiciar el desarrollo de las habilidades de visualización y aplicación de las características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales la esfera, el cilindro y el cono?, así se inicia con la propuesta que requirió el uso de objetos del entorno, material concreto y el software educativo *GeoGebra* de la calculadora 3D y la realidad aumentada, ya que la aplicación de la tecnología “Es de relevancia social puesto que es una realidad que las tecnologías están presentes en todos los ámbitos; la escuela no está excepta de ello, y mucho menos hoy en que nuestros estudiantes son llamados la “Generación de las aplicaciones” (Pizarro *et al.*, 2019, p. 100).

2. Referentes teóricos que apoyan la investigación

El presente apartado describe referentes teóricos que fundamentan el proyecto, el cual está basado en la didáctica de la matemática y bajo los lineamientos del Ministerio de Educación Pública (MEP) de Costa Rica, considerando eso se abordan en el currículo costarricense de Matemática, la enseñanza y aprendizaje de la Geometría y la visualización espacial, los recursos didácticos como el material manipulativo, el uso de software *GeoGebra* y la realidad aumentada.

2.1. El currículo costarricense de Matemática

Una reforma de los programas de Matemática aprobada en el año 2012, con el propósito de hacer un giro en la forma de enseñar, apoyada en una mediación pedagógica que se acoge a indicios fundamentales constructivistas, que recalca la construcción activa del estudiante ante sus aprendizajes; comprende una organización de manera progresiva, integrada y detallada sobre los tópicos a desarrollar desde primer grado de primaria hasta el último año de secundaria, acompañado cada nivel con documentos de apoyo curricular, así pretende dar a todos los sectores sociales y culturales un programa moderno, versátil y sólido que promueva la equidad social, mientras procura romper el mito de que el aprendizaje de la Matemática es aterrador, arduo e inservible; contrario a esto trata de familiarizar al estudiante con su entorno, de hacerlo cotidiano, atractivo y útil para la vida (MEP, 2012).

La percepción de utilidad de los aprendizajes en la vida cotidiana se favorece al vincular aquello que rodea al educando, acontecimientos familiares al entorno en el que se desenvuelve, pues motiva, aporta significado y comprensión al contenido que se desea instruir. Según expone, el programa de Matemática (2012) del MEP de Costa Rica, la participación en la resolución de problemas del propio entorno pretende que “a partir de ese primer acercamiento a lo concreto, lo sensible, a los problemas, se



trabaja en su resolución y – algo fundamental – esa construcción es la que lleva a los procesos de abstracción” (p. 11). Por lo tanto, la resolución de problemas en contextos reales viene a ser el enfoque principal del currículo nacional, “cuya conveniencia para la Educación Matemática ha sido ampliamente comprobada en la escala internacional” (MEP, 2012, p. 11), asociado con la contextualización activa “busca fortalecer un papel estudiantil activo y comprometido con su aprendizaje” (MEP, 2012, p. 17).

La construcción y el uso de modelos cercanos a la realidad del educando “promueve acciones cognitivas requeridas para el aprendizaje de las Matemáticas” (MEP, 2012, p. 28). Se puede considerar que, enriquece el desarrollo de habilidades y capacidades que son de gran importancia para la toma de decisiones en el ámbito laboral, político, social, cultural, económico, en general en situaciones y problemas presentes en la cotidianidad. Según el programa de estudio de la Matemática del MEP en Costa Rica “En Geometría se busca desarrollar la visualización (ubicación, reconocer formas geométricas en el entorno)” (MEP, 2012, p. 77) y se promueve “la construcción de los aprendizajes geométricos (...) desde lo intuitivo, manipulable, pictórico y visual hacia las representaciones más generales y abstractas” (p. 52). Recomienda que el proceso de visualización espacial se relacione con el medio del educando, utilizando, manipulando y creando objetos concretos, incluso el uso de la tecnología, de manera que evolucione su proceso hasta lograr explotar todo el potencial.

2.2. La enseñanza y aprendizaje de la Geometría analítica

Desde la antigüedad se utilizó la geometría en casos prácticos que surgían especialmente del entorno físico, incluso en la actualidad es común que estén presente figuras y formas geométricas en nuestro día a día, siendo esto un recurso propicio para abordar el área de geometría de una forma progresiva. En el área de Geometría es valioso idear estrategias metodológicas adecuadas a la realidad del estudiante, al respecto, García, revela que:

El rediseño de la práctica pedagógica implica que la instrucción debe basarse en el uso de casos prácticos que proporcionen experiencias de aprendizaje ricas, diversas y contextualizadas. La tarea de los docentes y formadores es diseñar ambientes de aprendizaje que ayuden a los alumnos a aprender; por tanto, hay que procurar que el aprendizaje sea: activo, autónomo, adaptado, colaborativo, constructivo, orientado a metas, reflexivo, centrado en problemas y casos. (García, 2017, pp. 61-62)

El propósito de la enseñanza en Geometría es “potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y (...) destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive” (Andonegui, 2006, p. 17). Es necesario recalcar la importancia del estudio de esta disciplina que facilita el desarrollo y construcción de habilidades visuales, verbales, lógicas, de diseño entre otras, por su conexión con diversas áreas del saber, que terminan siendo constantemente utilizadas en el diario vivir por su aplicabilidad en múltiples contextos. El sentido espacial es un aspecto de interés en la didáctica de la geometría, con el fin de desarrollar habilidades para la exploración, la visualización, la argumentación y la justificación mediante el descubrimiento, aplicaciones y conclusiones. Por su parte, Fernández *et al.* (2007) se refieren a la visualización como “un proceso mental ligado directamente al pensamiento espacial” (p. 7).

Los procesos de visualización “constituyen el soporte de la actividad cognitiva en geometría donde la estudiante y el estudiante “evolucionan” en su percepción de los objetos” (Castiblanco *et al.*,

2004). Originando habilidades matemáticas que motiven en el estudiante no solo ver figuras, cuerpos y sólidos geométricos sino también imaginar incluso extraer información de los elementos no visibles. “La capacidad de ver más allá de lo descriptivo en un dibujo geométrico, identificando propiedades y comprendiendo su interrelación, resume los elementos que pueden derivarse a partir de la visualización” (Aray *et al.*, 2019, p. 29). En la mediación pedagógica intervienen tanto los conceptos por aprender como el desarrollo de actividades que fomente la motivación e interés de los estudiantes, además, el uso del tiempo, los materiales y recursos a utilizar, por medio de una adecuada conducción docente. Expone García (2017) que es “como una fusión de actividades en donde se debe planificar, desarrollar y evaluar procedimientos de enseñanza (...), dichas acciones no son casuales deberán estar planificadas y presentar una apropiación del conocimiento” (p. 64).

2.3. Recursos didácticos

Los recursos didácticos son todos aquellos medios, materiales y/o conjunto de elementos que facilitan y ayudan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, siempre y cuando sea dentro de un contexto educativo global y sistemático, además donde se estimule la función de los sentidos para así acceder más fácilmente a la información, la adquisición de habilidades y destrezas, incluso la formación de actitudes y valores (Ogalde, 2008).

Entre ellos podemos mencionar objetos que se encuentran en el entorno, material impreso, material manipulativo y recursos tecnológicos que potencian el desarrollo de diversas habilidades. Por su parte Acan (2020) menciona que estos materiales “juegan un rol muy importante y promueven una enseñanza activa, dinámica en el estudiante favoreciendo a la construcción de contenidos y desarrollando en ellos competencias, habilidades, destrezas, pensamiento creativo a fin de motivarlos a interesarse por la materia. (p. 13). Además, el autor señaló que “ayudan a explicar de una manera clara y sencilla algún tema en específico, logrando que el estudiante pueda adquirir de una manera adecuada y dinámica lo que se desea transmitir” (p. 19).

Depende del recurso didáctico que se utilice, el educando necesitará un tiempo para familiarizarse, el tema a trabajar debe ser el adecuado a la técnica y se debe contar con las indicaciones de su uso para potenciar al máximo los resultados.

2.3.1. El material manipulativo como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática

Santuyo y Condori (2018) definen los materiales manipulativos como “cualquier material u objeto físico del mundo real que los estudiantes pueden “palpar” para ver y experimentar conceptos matemáticos” (p. 30). Desde que se nace, la experiencia de observar, indagar, palpar, manipular y descubrir son muy importantes en el desarrollo intelectual, ya que la exploración y el contacto generan experiencias de gran valor para un aprendizaje significativo, por lo cual, utilizar material manipulativo para enseñar matemática “favorece el aprendizaje en aspectos tales como: aprender a relacionarse adecuadamente con los demás (ser gentiles, respetuosos, trabajar en equipo); desarrollar procesos de pensamiento (anticipar, combinar elementos, clasificar, relacionar, solucionar problemas), y ejercitarse en ciertos procesos científicos (observar, interpretar modelos, experimentar)” (Galdames y Cols, 1999, citado en Santuyo y Condori, 2018, p. 31).

Por su parte, Del Rio (2019), destaca la importancia de comprender los objetos matemáticos tridimensionales y el rol que juegan los manipulables virtuales y físicos “Lo concreto habilita la exploración táctil y la manipulación física, que no requiere el aprendizaje de lenguajes de software, lo



virtual permite la exploración con facilidad (...), la mirada al interior de los objetos, la modificación de los mismos” (p. 96-97). Estos materiales favorecen tanto al estudiante que recibe la información visual, auditiva como kinestésica, desarrolla la autonomía, facilita la comprensión de conceptos abstractos y por su dinamismo mantiene la motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.3.2. El uso del Software *GeoGebra* y la Realidad Aumentada como recursos didácticos

Barrera y Reyes (2018) indican que el uso de tecnología en el salón de clase, promueve “la formación de estructuras conceptuales en procesos de razonamiento de tipo cualitativo y cuantitativo” (p. 41). Ancochea *et al.*, (2021) mostraron cómo utilizando el Software GeoGebra “es posible que el alumnado, sin necesidad de tener un conocimiento profundo sobre la fundamentación matemática de algunas superficies, pueda construir figuras elaboradas según su imaginación” (p. 1); agregan que “La versatilidad del programa permite que, con unas pocas órdenes, el alumnado pueda desarrollar su inventiva para obtener resultados imprevistos” (p. 1). Además, Hernández y Acosta (2018) indican que “Las variadas opciones exemplificadas para la formulación y solución de ejercicios con asistencia del software reflejan su utilidad para la atención diferenciada a los escolares en correspondencia con sus conocimientos previos, necesidades, potencialidades, iniciativas y creatividad en sentido general” (p. 226).

Velazco (2017) señaló que *GeoGebra* “es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente” (p. 30). Entre otras características “permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente” (Fernández, 2018, p. 57). Incluso *GeoGebra* es un recurso didáctico gratuito que posee muchas ventajas para el ámbito educativo, es muy sencilla de manipular y se puede acceder a variedad de material para su uso en fines didácticos, su interfaz posee una vista algebraica, una vista gráfica y las versiones más actuales una vista 3D, incluso brinda la opción de personalizar las propiedades de los objetos.

En relación al uso de Geogebra en las lecciones de matemática, Williner y Favieri (2023) nos indican que “la mayoría de los alumnos realiza una matematización con el software mejor que con lápiz y papel y tienen inconvenientes en lograr una justificación analítica de lo que conjeturan.” (p. 81) y además, “valoran positivamente poder observar en el software diferentes situaciones antes de justificarlas o resolverlas.” (p. 81). Al respecto, Villalpando y Aceves (2022) indican que “La observación de cuerpos geométricos y sus componentes a través de los anaglifos facilita la comprensión de los mismos, porque, además de los aspectos didácticos de la visión tridimensional, acerca una tecnología que resulta atractiva para los estudiantes.” (p. 97).

Por su parte el MEP (2012), hace referencia al valioso uso del software de geometría dinámica en la clase de Matemática, cambiando la idea de una figura estática por otra con movimiento, ya que *GeoGebra* “puede trazar cualquier figura y cambiarla con sólo “arrastrar” o mover uno de los elementos que la componen. Esto permite que la visualización sea enriquecedora y que se trabajen procesos como la generalización y la modelización” (p. 319). El software favorece al docente en su labor de enseñanza como alternativa metodológica, facilita la enseñanza, incluso al estudiante en su aprendizaje en el desarrollo de destrezas, mejorando el desempeño y la motivación.

GeoGebra posee la Realidad Aumentada, que puede ser utilizada desde un dispositivo móvil, la Realidad Aumentada (RA) “es una tecnología que combina elementos de Realidad Virtual con entornos reales. Los primeros investigadores en definirla fueron Paul Milgram y Fumio Kishino, en 1994” (Gómez *et al.*, 2018, p. 1). La aplicación Realidad Aumentada de *GeoGebra* permite colocar objetos virtuales sobre cualquier superficie del entorno, sea encima, debajo o entre algún objeto real, facilitando la exploración y visualización de la superficie, los elementos y las propiedades de los objetos, tanto a lo externo como interno de la figura, con la posibilidad de caminar alrededor o incluso “introducirse” dentro del objeto, además ofrece la posibilidad de tomar capturas de pantalla, un medio para observar la imagen desde diferentes ángulos, esto a través de la pantalla del dispositivo móvil.

Según Lee (2012), “En 2002, la RA ya había empezado a ser explorada en ámbitos educativos y se obtuvieron resultados interesantes” (p. 3). Diez años después “En 2012, (...) la comunidad científica consideraba a la RA como una tecnología con gran potencial educativo. Desde entonces se ha intensificado la exploración de la RA con fines didácticos” (Arribas *et al.*, 2014, p. 4). El uso de esta herramienta satisface “las necesidades de la realidad actual, en la que el uso de la tecnología es cada vez más utilizado y en el que la revolución industrial encaminada hacia la industria genera nuevas necesidades en los procesos de enseñanza-aprendizaje” (Cruz *et al.*, 2019, p. 116). Por lo tanto, la realidad aumentada “con una rama como la geometría es inmediata, debido a la relación natural entre los conceptos geométricos y los modelos virtuales tridimensionales” (Gómez *et al.*, 2018, p. 4). Sus múltiples ventajas, facilita al estudiante explorar los objetos tridimensionales en diferentes perspectivas.

3. Recurso elaborado

El taller pedagógico se divide en tres sesiones, según cada sólido de revolución: sesión N°1: “La esfera”; sesión N°2: “El cilindro circular recto”; y sesión N°3: “El cono circular recto”. Además, propone situaciones de aprendizaje orientadas a una visión constructivista en el desarrollo de las lecciones, que permita una participación más activa del educando, logrando que se comprometa con su propio aprendizaje y por ende en la construcción de sus conocimientos. Para su elaboración se consideró “los lineamientos para el diseño y planificación de recursos didácticos en educación matemática”, elaborado por (Chacón y Víquez, 2020), tomando en cuenta las etapas de diagnóstico, planificación y evaluación, mediante la reflexión de aspectos como: a quién, cómo, dónde y qué enseñar, además la comunicación, participación, manejo del tiempo, variedad de recursos didácticos, entre otros.

Las sesiones se dividen en etapas de la siguiente manera:

3.1. Motivación

Se trabajó una actividad motivacional para cada sesión según la figura geométrica tridimensional respectiva, contextualizada a los participantes donde pudieran familiarizarse con los objetos vistos en su entorno.

Para la sesión N°1 se utilizó 16 tarjetas (figura 1), cada una contiene una imagen diferente de objetos esféricos del contexto, con

Para la sesión N°2 se llevó una cesta con 15 diferentes envases de uso cotidiano (figura 2), algunos de estos tienen forma

Para la sesión N°3 En una mesa con tres objetos del contexto (figura 3), se pretende que el estudiante analice la forma geométrica, función y diferencias



Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

A. Meléndez González, L. M. Brenes Calderón, I. C. Delgado Monge

el fin de mostrar la utilidad, aplicación e importancia de la esfera en la vida real.



Figura 1. Tarjeta con objetos del contexto. Fuente: Elaboración propia

no tienen esa forma, con el fin de distinguir y mostrar la utilidad e importancia del cilindro circular recto en la vida cotidiana.



Figura 2. Envases de uso cotidiano. Fuente: Elaboración propia

físicas que tienen los objetos observados, lo cual introduce al debate donde explican sus argumentos e importancia del uso del cono circular recto.



Figura 3. Objetos en la mesa. Fuente: Elaboración propia

3.2. Desarrollo de la temática

Se trabaja con las habilidades específicas respectivas a cada figura geométrica tridimensional, conforme al actual Programa de Estudios de Matemática del MEP (2012) para el ciclo diversificado, siguiendo la organización y totalidad de conocimientos propuestos, utilizando material concreto y recursos tecnológicos como el teléfono móvil, computadora y proyector de video, que favorezca el aprendizaje de una manera autónoma, donde el estudiante por su cuenta descubre las respuestas a cada ficha de trabajo propuesta; cada ficha contiene preguntas con base al recurso utilizado, mediante una metodología dinámica e interactiva tanto con el material manipulativo como con el software de GeoGebra, se describe detalladamente cada actividad con su respectiva lista de materiales y recursos, procurando secuencia y coherencia entre las distintas etapas del desarrollo del taller y con instrucciones claras para la comprensión lectora. Se trabajó en la utilización de materiales reciclables, reutilizables o de uso cotidiano y recursos tecnológicos innovadores, teniendo presente una perspectiva inclusiva y democrática.

Por ejemplo, para la sesión N°1 se repasa conocimientos sobre la circunferencia y sus elementos básicos, según resultados de la evaluación diagnóstica. Para esto, se utiliza *GeoGebra* “software de geometría dinámica como una herramienta útil para la experimentación geométrica” (MEP, 2012, p. 215), donde se proyectan los elementos de la circunferencia (figura 4) y se complementa con un reloj circular de pared (figura 5). Con base en la figura y sus elementos señalados, se completa la ficha 1, se sistematiza la información y brinda conclusiones sobre los conceptos de cada elemento.

Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono

circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

A. Méndez González, L. M. Brenes Calderón, I. C. Delgado Monge

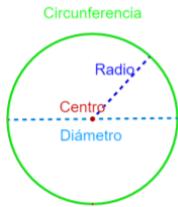


Figura 4. Elementos de la circunferencia.

Fuente: Elaboración propia



Figura 5. Reloj circular de pared.

Fuente: Elaboración propia

Seguidamente para identificar el radio y el diámetro de una esfera, se utiliza la aplicación Calculadora 3D *GeoGebra* con Realidad Aumentada (figura 6), se podrá reposicionar los objetos, caminar alrededor o dentro de estos conservando el celular en la dirección donde se encuentra el objeto y posteriormente se realizará una actividad manipulativa con el pompón de papel (figura 7), con el fin de visualizar la generación y elementos de la esfera. Se completa la ficha 2, se sistematiza la información y formalizan los conceptos de la esfera y sus elementos.



Figura 6. Elementos de la esfera en Realidad Aumentada.

Fuente: Elaboración propia



Figura 7. Pompón de papel.

Fuente: Elaboración propia

Además, se repasan los tipos de planos y sus características. Para esto, se interactúa con la aplicación *GeoGebra* (figura 8) y una caja de cartón pequeña palpable como complemento opcional (figura 9). Se observa detalladamente las semejanzas y diferencias de las superficies que se muestran en el proyector y se completa la ficha 3.

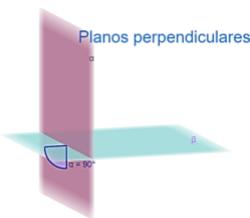


Figura 8. Planos perpendiculares con *GeoGebra*. Fuente: Elaboración propia



Figura 9. Caja de cartón pequeña.

Fuente: Elaboración propia

Para abordar las secciones planas que se forman en la esfera, se trabaja la habilidad mediante la ayuda de un compás de cartoncillo (figura 10), un objeto esférico como una naranja o un limón mandarino y trozos de cartón que representa el plano (figura 11), “se recomienda la utilización de materiales concretos reciclables, para desarrollar una Cultura ambiental para el desarrollo sostenible” (MEP, 2012, p. 136). Siguiendo las indicaciones de apoyar sobre el objeto esférico el 1º trozo de cartón



Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

A. Meléndez González, L. M. Brenes Calderón, I. C. Delgado Monge

y mover en forma perpendicular, paralela y oblicua, repetir lo mismo para el 2º trozo de cartón y observar lo que sucede en cada caso se completa la ficha 4. Además, para enriquecer la visualización de las figuras que se obtienen al atravesar la esfera con un plano se complementa con la aplicación *GeoGebra* (figura 12).



Figura 10. Compás de cartón.

Fuente: Elaboración propia



Figura 11. Objeto esférico intersecado por un trozo de cartón.

Fuente: Elaboración propia

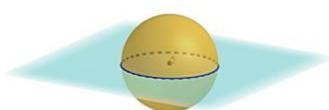


Figura 12. Esfera cortada por un plano.

Fuente: Elaboración propia

Incluso se trabajan situaciones según su entorno, involucrando docentes y materias que cursan, se expone que la profesora Ana Lilia de educación para el hogar solicita ayuda en el siguiente problema:

Ficha 5: Problema con moldes para gelatina

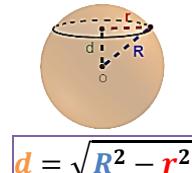
Si para elaborar un postre de gelatina, se quiere reutilizar la cáscara de las naranjas como molde y necesita cortar una “tapa” pequeña de la naranja (figura 13), para aprovechar la mayor parte del espacio de la naranja para el postre de gelatina.



Figura 13. Corte de la naranja.
Fuente: Elaboración propia

Determine:

- ¿Cuál es la medida del diámetro de la naranja?
- ¿Cuál es la medida del diámetro de la “tapa” pequeña?
- ¿Cuál es la distancia (d) del centro de la naranja al corte realizado? Partiendo de la siguiente fórmula sobre como hallar la distancia d (figura 14).



$$d = \sqrt{R^2 - r^2}$$

Figura 14. Fórmula para hallar d .
Fuente: Elaboración propia

3.3. Recapitulación o cierre del taller

Se aborda con un mapa mental para cada sesión por separado, originando una retroalimentación sobre los elementos, secciones planas y conceptos de cada figura geométrica tridimensional, donde cada estudiante expresa voluntariamente según los conocimientos adquiridos y sus propias palabras las noción que enlazan el mapa, favoreciendo la comunicación entre los participantes y el docente.

3.4. Evaluación del taller

Se desarrolla el último día del taller, mediante un cuestionario sobre el aprovechamiento del taller donde se cuestiona la orientación del docente en el desarrollo de las actividades, la utilidad de material concreto y el software *GeoGebra* para el aprendizaje, entre otras. En relación con la evaluación de los aprendizajes, está inclinada de manera formativa durante la retroalimentación de los aprendizajes adquiridos, donde el estudiante observa, analiza, reflexiona y anota en la ficha respectiva para finalmente comunicar su opinión mediante una lluvia de ideas y junto al docente realizar las conclusiones.

4. Metodología

Para el proyecto de investigación participaron estudiantes de undécimo año del Liceo de Paraíso, en modalidad diurno, matriculados en la sección 11-7 que se encontraba dividida en tres subgrupos A, B y C con el fin de evitar contagios del virus SARS-CoV-2, por lo cual respetando dicha distribución se trabajó con 10 estudiantes del subgrupo C, de los cuales seis eran hombres y cuatro mujeres, con edades entre 16 y 18 años. En cuanto a las adecuaciones curriculares, sólo un estudiante requirió adecuación curricular no significativa, ya que los casos más significativos se encuentran en el área vocacional.

En el diagnóstico, se realizó una entrevista en profundidad, según Ortez (2016) “es una entrevista personal, directa y no estructurada en la que un entrevistador hace una indagación exhaustiva para lograr que un encuestado hable libremente y exprese en forma detallada sus motivaciones, creencias y sentimientos sobre un tema” (p. 76). Dicho instrumento se utilizó para entrevistar a cuatro docentes de matemática del Liceo de Paraíso, facilitando la recolección flexible de datos sobre algunas características, necesidades y dificultades de aprendizaje que poseen los estudiantes. De la misma manera se realizó la entrevista en profundidad para cuatro estudiantes de undécimo año, con el fin de conocer las estrategias y materiales didácticos que utilizan los docentes en el proceso de enseñanza. Por otra parte, se solicitó información oral al personal auxiliar de la institución, sobre una encuesta realizada previamente por la institución para conocer los escenarios de conectividad, lo que permitió saber que la totalidad de los estudiantes de undécimo año cuenta con teléfono celular propio. Además, se realizó un diagnóstico de evaluación, con la intención de guiar el planeamiento del taller pedagógico, de una forma más específica y personalizada al discente.

Para la validación, se aplicó a cuatro especialistas en Matemática un cuestionario, que presenta “la formulación y el orden de las preguntas (...), pero no la respuesta, ni su extensión ni la posibilidad de intervención del entrevistador, por lo que permite enriquecer y profundizar en el tipo de información que se busca” (López y Fachelli, 2016, p. 10). Esto con el propósito de obtener sugerencias y/o modificaciones necesarias para organizar y diseñar de la mejor manera el taller pedagógico utilizado en la estrategia didáctica.



En la implementación y evaluación de la propuesta se trabajó con una guía de observación, al aplicar el taller pedagógico. “La observación es uno de los procedimientos más eficaces (...); en la medida que sea posible observar lo que ellos hacen, se tendrá información más precisa acerca de sus fortalezas, intereses, estrategias de aprendizaje y tipos de inteligencias” (MEP, 2013, p. 26). Contribuyendo al momento de abordar el proceso de aprendizaje, para valorar y analizar la mediación pedagógica que se efectuó en dicho taller. También se aplicó un cuestionario sobre el aprovechamiento del taller para los participantes, con el fin de evaluar la mediación, las actividades y desarrollo de la propuesta didáctica.

Para el registro sistemático se recolectaron datos con una guía de observación que sirvió en el momento de implementación y evaluación de la propuesta. Continuando mediante registros narrativos de los fenómenos estudiados, en forma descriptiva, con información detallada y precisa utilizando el lenguaje de los informantes, se estableció la información en de organización, basados en categorías de análisis, en otras palabras “la categorización o transformación de texto en datos” (Sánchez *et al.*, 2018, p.129).

5. Análisis y discusión de resultados

El análisis de los resultados se realizó gracias a la construcción de las siguientes categorías: motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje, mediación pedagógica en Geometría y recursos didácticos para la enseñanza.

5.1. Motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje

5.1.1. Motivación docente

La motivación estuvo presente durante todo el proceso del desarrollo del taller, además cada una de las actividades pasaron por una rigurosa prueba y experimentación con el propósito de realizar mejoras o cambios si fuera necesario, ya que existía un deseo por realizar el proyecto de la mejor manera posible, pensando en la funcionalidad de los materiales, novedad de los recursos y aprovechamiento del trabajo, en la figura 15 se muestra el interés por incorporar los mejores materiales e imágenes virtuales en el taller



Figura 15. Prueba de los materiales y recursos a utilizar. Fuente: Elaboración propia.

Además, en la implementación del taller la motivación interna fue muy importante para transmitir al grupo una sensación agradable que se vio reflejada en la motivación externa, donde prevaleció un ambiente alegre, se observaron expresiones, acciones y actitudes positivas, como también el adecuado comportamiento de los estudiantes ante cada actividad propuesta, incluso respuestas positivas de los estudiantes en el cuestionario sobre el aprovechamiento del taller provocaron mucha emoción en las docentes, siendo este un proceso muy valioso.

5.1.2. Motivación del estudiante

Durante la aplicación del taller se observó estudiantes motivados, concentrados e interesados al realizar sus labores; y cuidando los pequeños detalles al realizar cada una de las construcciones como por ejemplo: en la construcción del cilindro los estudiantes tuvieron problemas con la cinta adhesiva para pegar el cilindro, pero estos quisieron pegar bien el cilindro, y esto lo manifestó de manera clara el estudiante Úbeda: “[...] no profe es que yo quiero que me quede bonito el cilindro”. Además la motivación que tenían los y las estudiantes fue clave para comunicarse con sus compañeros abiertamente y preguntar o corregirse entre ellos mismos, aunque había distanciamiento social, por motivos de la pandemia, no impidió que entre ellos se ayudaran y se comunicaran ideas entre sí para realizar las actividades, como por ejemplo: en la sesión del cono el estudiante Valverde le comentó la siguiente observación a la compañera “así como estas metiendo el palillo no te va a funcionar, mira para que salga bien la altura meta el palillo en el vértice y poco a poco ve bajándolo hasta llegar al centro de la base”. En la siguiente figura se observa como la estudiante llegó a dicha construcción con la ayuda del compañero.



Figura 16. Producto final de la altura del cono. Fuente: Elaboración propia.

Se debe mencionar también que la diversión fue un detonante que convirtió el aula en un ambiente agradable donde los educandos tuvieron la disposición de aprender, en donde no hubo temor de preguntar a las docentes, no tenían temor alguno de equivocarse, y donde no hubo ningún estudiante sin querer participar, lo cual los llevó a un relajamiento y les permitió expresar sus sentimientos, por ejemplo: el estudiante Batista manifestó “profe me siento como en el kínder”, y el estudiante 5 dijo: “profe, lo que yo nunca olvidaré del colegio es que participé en un taller en quinto año y que hice conos de plastilina”.



5.2. La mediación pedagógica en Geometría

5.2.1 El desarrollo de las actividades

En la implementación del taller se observó que la mediación pedagógica en geometría tiene un papel muy importante, dado que sirvió como base para que el estudiante construya por sí solo su aprendizaje. Cada una de las actividades planificadas contribuyeron a la adquisición de los nuevos conocimientos, y también permitió la conclusión de otros conocimientos sin tener que indicarles, por ejemplo, esto se observó cuando el estudiante 3 manifestó lo siguiente “profe mira aquí anoté la medida de la altura del cilindro que es la misma medida de este lado (generatriz)” y la docente le preguntó “¿cómo llegaste a esa conclusión?” y el estudiante 3 argumentó claramente y sin temor a equivocarse, el procedimiento que utilizó para obtener esa medida. A continuación, se muestra una imagen de la medida de la altura encontrada por el estudiante 3:



Figura 17. Medida de la altura encontrada por el estudiante 3. Fuente: Elaboración propia.

5.2.2. La orientación docente

La mediación pedagógica realizada, permitió que el discente tuviera la orientación docente necesaria, la información y recursos precisos para desarrollar cada una de las actividades, donde se caracterizó como asesor en el proceso, dejando al discente el protagonismo de su propio aprendizaje, que les permitieran analizar, reflexionar y buscar diferentes estrategias para culminar las tareas asignadas, además consiguieron ser sujetos activos, interactuar con los diferentes recursos, y les posibilitó enfrentarse a cada una de las situaciones planteadas a pesar de no poseer los conocimientos necesarios para hacerlo, en la siguiente figura 18 se observa como el estudiante pudo resolver el problema planteado sin ninguna dificultad, gracias a la mediación pedagógica desarrollada.

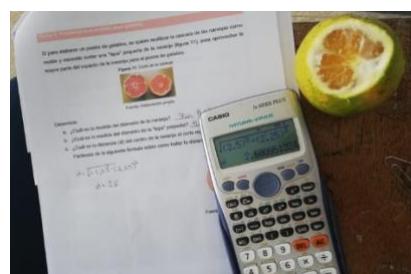


Figura 18. Resolución del problema con moldes para gelatina. Fuente: Elaboración propia.

5.3. Recursos didácticos para la enseñanza

5.3.1. Uso del material manipulativo

Durante las actividades en las cuales se hizo uso de material manipulativo se observó gran cantidad de beneficios, por ejemplo, el discente presentó un gran interés por realizar las tareas asignadas, porque les permitió trabajar de manera autónoma. El hecho que se les brinde la oportunidad de manipular los objetos, les permitió tener más interacción con estos y poderlos relacionar con su entorno, mostraron gran entusiasmo por manipular, estaban concentrados en lo que debían hacer y trabajaron con agrado, además, algunos estudiantes demostraron tener las habilidades necesarias para realizar las construcciones solicitadas, otros, por el contrario, debieron pedir ayuda, por ejemplo, hubo una estudiante que mostró tener habilidad en construir conos de plastilina, tal y como se muestra en la siguiente figura:



Figura 19. Cono realizado por una estudiante. Fuente: Elaboración propia.

Culminado la implementación del taller se procedió a realizar una encuesta a los estudiantes para determinar la importancia de utilizar el material manipulativo, para lo cual se les preguntó “las actividades realizadas con el material concreto fueron útiles para el aprendizaje”, la totalidad de los estudiantes estaban completamente de acuerdo.

5.3.2. Uso del software GeoGebra y realidad aumentada

En las actividades en las que se implementó el software GeoGebra por medio del proyector de video se observó que fue de gran ayuda a los discentes porque les permitió observar las diferentes características que tuvieran las figuras, también facilitó la interpretación y la visualización de las figuras, esto se pudo observar en las respuestas dadas por los alumnos/as en las fichas, en la siguiente imagen se puede observar las respuestas de una estudiante.

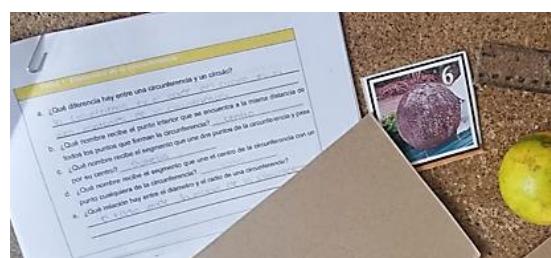


Figura 20. Respuesta del estudiante en ficha 1: elementos de la circunferencia. Fuente: Elaboración propia.



Un aspecto muy importante que se debe recalcar es que los estudiantes utilizaron por primera vez la realidad aumentada del software GeoGebra, una vez ya proyectada la figura en sus teléfonos hubo expresiones de sorpresa por parte de los alumnos/as, el estudiante 5 exclamo: “profe que bonita como se ve la figura”, estos empezaron por si solos la exploración de la figura, también se hacían preguntas entre ellos de lo que veían o de como hacían para acercar la figura.

El uso de la realidad aumentada permitió que los y las estudiantes interactúen con la figura y observaran las diferentes propiedades de estas de una manera precisa, porque podían acercar la figura hasta ver el elemento deseado, por ejemplo, en la actividad de las secciones planas de un cono les facilitó que identificaran la figura plana de acuerdo al movimiento que realizaba el plano al cono, esto se observó cuando el estudiante 2 le explicó a otro compañero como el plano cortaba el cono para lograr la elipse, Estudiante 2: “[...] mira como el plano pasa por el cono de forma como inclinada sin tocar la base del cono”.

El uso de la aplicación permitió que se generara una discusión entre los educandos, en particular, cuando estos identificaban los elementos de la esfera o cuando decían “no corte por aquí, mira como pasa el plano”, “no tiene que ser de este lado, haz para atrás el deslizador”, todas estas expresiones indicaban que se generaba una comunicación y discusión entre los discentes.

Además, se percibió que los alumnos/as manejaron rápidamente el uso del software porque la primera vez que entraron en contacto con la realidad aumentada estos realizaron los pasos indicados por las docentes, ya para la segunda vez que los estudiantes utilizaron la realidad aumentada, no hubo ningún tipo de problema con su utilización, ya los estudiantes realizaron todas las indicaciones por si solos, incluso algunos estudiantes trabajaron con la realidad aumentada y otros con la graficadora 3D, también se observó a estudiantes que proyectaron la figura en sus mesas, esto hace notar que se familiarizaron muy bien con el programa.

Para finalizar, no se puede dejar de lado la opinión del alumno/a con respecto al uso del software en el aprendizaje realizada en el cuestionario la cual es “¿las actividades realizadas con el software GeoGebra fueron útiles para el aprendizaje?”, el 90% de los y las estudiantes estuvieron completamente de acuerdo, mientras un 10% estuvieron de acuerdo.

6. Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo con lo observado en la implementación del taller, se concluye que:

- El uso del software *GeoGebra* permitió la interacción, la exploración y visualización de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto de forma lúdica e innovadora.
- El uso del material concreto permitió que los y las estudiantes manipularan, cortaran, visualizaran y percibieran de manera sencilla las características y propiedades de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto.
- El uso de problemas contextualizados permitió que los alumnos/as comprendieran mejor el espacio que los rodea y analizaran la utilidad e importancia del tema en el entorno.
- El uso de los recursos didácticos software *GeoGebra* y material manipulativo logró mayor interés, participación y motivación por parte de los estudiantes, respecto a una clase tradicional.

Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

A. Méndez González, L. M. Brenes Calderón, I. C. Delgado Monge

- El uso del software *GeoGebra* y el material manipulativo permitió generar un ambiente agradable de trabajo y propicio la comunicación entre compañeros, conduciendo de esta forma un aprendizaje más dinámico.
- La aplicación del taller proporcionó la oportunidad de implementar una metodología diferente, que motiva al discente y los mantiene concentrados en las actividades. De acuerdo con el cuestionario el taller fue valorado por los y las estudiantes como algo motivador y diferente para el aprendizaje de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto.
- El taller ayudó no solo a la visualización y aplicación de las características y propiedades de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, sino también, a experimentar situaciones a las cuales no estaban acostumbrados en su clase.
- Luego de lo examinado en la investigación del presente trabajo se realiza las siguientes recomendaciones:
- Diseñar talleres y laboratorios de matemática en el aula con la perspectiva de formar un rol de estudiante protagonista, activo en su aprendizaje, que lo dirija a adquirir el conocimiento esperado, además de enriquecer la convivencia y las relaciones sociales.
- Utilizar la calculadora 3D *GeoGebra* con la realidad aumentada en la visualización espacial de los sólidos de revolución y figuras geométricas para explorar objetos, comprobar propiedades, mejorar la claridad en la visualización y promover la motivación.
- Incrementar la conciencia ecológica en las futuras generaciones, prefiriendo materiales reutilizables y recursos amigables con el ambiente que contribuyan a disminuir la huella de carbono y conservar el medio ambiente.
- Utilizar variedad de recursos y materiales didácticos para desarrollar la clase, que promueva habilidades y destrezas necesarias para la vida y se adapten a los diferentes tipos de aprendizaje.
- Planificar y elaborar material preferiblemente propio, adecuado al estudiante, coherente al contexto y procurar contenido creativo, innovador y lúdico.

Bibliografía

- Acan, J. (2020). *Los recursos didácticos y el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, en los estudiantes de décimo año de educación general básica paralelo “b” de la unidad educativa “Pedro Vicente Maldonado”, en el período septiembre 2019* [Trabajo de grado, Universidad Nacional de Chimborazo]. Repositorio Digital UNACH. <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/6668>
- Ancochea, B., Arranz, J. M. y Muñoz, S. (2021). Superficies de revolución con GeoGebra, 61, 1-17.
- Andonegui Zabala, M. (2006). Geometría: conceptos y construcciones elementales. Serie desarrollo del pensamiento matemático, 2006/12, Caracas: UNESCO. <http://scioteca.caf.com/handle/123456789/531>
- Aray Andrade, C. A., Párraga Quijano, O. F., & Chun Molina, R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales (ReHuSo)*, 4(1), 23-36.
- Arribas, J. C., Gutiérrez, S. M., Gil, M. C., & Santos, A. C. (2014). Recursos digitales autónomos mediante realidad aumentada. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 17(2), 241-274.
- Barrera-Mora, F. y Reyes-Rodríguez, A. (2018). El rol de la tecnología en el desarrollo del entendimiento matemático vía la resolución de problemas. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 41-72.



Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

A. Meléndez González, L. M. Brenes Calderón, I. C. Delgado Monge

- Cruz , R., Martínez, M., Olmos, S., Cisneros, J., Bustamante, A., González N., Ezquivel, S., Muzquiz, N., Soberanes, A., Peña, A., Castillo, J., Castro, G. & Mendoza, M. Aportaciones al diseño de actividades educativas con Realidad Aumentada.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.
- Conrado, J. (2018). *Análisis e identificación de las características de los cuerpos que se generan al girar o trasladar figuras* [Tesis de magister, Universidad Externado de Colombia]. Repositorio UEC. <https://bdigital.uexternado.edu.co/handle/001/1131>
- Del Rio, L. (2019). Los mil y un aportes de *GeoGebra* al estudio de la Geometría Tridimensional. *Revista Épsilon*, 1(103), 89-97. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7237652>
- Fernández, T., Cajaraville, J. y Godino, J. (2007). *Configuraciones epistémicas y cognitivas en tareas de visualización y razonamiento espacial*. En M. Camacho, P. Flores, M. Bolea (Ed) Investigación en educación matemática (p. 189-198). San Cristóbal de la Laguna: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- García, Y. (2017) "La mediación pedagógica para mejorar el aprendizaje matemático en secundaria" [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. de <http://200.23.113.51/pdf/33599.pdf>
- Gómez, I., Medel, R. y García, R. (2018). Realidad Aumentada como herramienta didáctica en geometría 3D. *Revista LAJPE*, 4(12), 4303-1- 8. http://www.lajpe.org/dec18/12_4_03.pdf
- Henao, V. (2020). *GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los cuerpos redondos, una visión desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en la Institución Educativa Viboral* [Trabajo de Grado para la licenciatura, Universidad católica de Manizales]. Repositorio Interinstitucional RI-UCM. <http://hdl.handle.net/10839/3037>
- Hernández, C. M. y Acosta, T. (2018). Aprovechamiento didáctico del GeoGebra en ejercicios sobre tangencias de una esfera y un cono: dos ejemplos. *Transformación*, 14(2), 226-235.
- Ipiales, O. (2017). *Análisis de la utilización de recursos didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en la unidad educativa “La Providencia” periodo enero 2017* [Trabajo de grado, Universidad Nacional de Chimborazo]. Repositorio Digital UNACH. <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/4082>
- Lee, K. (2012). Augmented reality in education and training. *TechTrends*, 56(2), 13-21.
- López, P. y Fachelli, S. (2016). *Metodología de la Investigación Social Cuantitativa*. Universitat Autònoma de Barcelona. <http://papergate.uab.cat/plopez/content/manual-misc>
- MEP. (2012). *Programas de Estudio Matemáticas*. San José, Costa Rica.
- MEP. (2013). *Evaluación Diagnóstica*. San José, Costa Rica.
- MEP. (2018). *Informe criterios Nacional 2017*. San José, Costa Rica.
- MEP. (2019). *Informe Nacional 2018*. San José, Costa Rica.
- MEP. (2020). *Informe Nacional 2019*. San José, Costa Rica.
- Molina, Z. (2015). Fundamentos del currículo. En *Selección de enfoques curriculares* (p. 116-124). San José, C.R.: EUNED.
- Ogalde, E. B. (2008). *Los materiales didácticos*. México: Trillas.
- Ortez, E. (2016). La entrevista en profundidad en los procesos de investigación social. *Revista la Universidad*, 8(6), 75-95.
- Pizarro, L. Quispe, R. y Ramírez, A. (2019). *Efectos del software GeoGebra en el logro de capacidades matemáticas en la construcción de sólidos geométricos de los estudiantes de la institución educativa corazón de María* [Tesis de maestría, Universidad de Católica de Santa María]. Repositorio de Tesis UCSM. de <http://tesis.ucsm.edu.pe/repositorio/handle/UCSM/8824>
- Sánchez, M. Martin, M. y Canal, R. (2018). Sistematización del contenido de entrevistas grupales en las ciencias de la salud. *Campo Abierto*, 37(1), 119-132.
- Santuyo, M. y Condori, M. (2018). *Aplicación de materiales didácticos en el logro de aprendizaje en el área de Matemática en los estudiantes del tercer ciclo del nivel primario de la Institución Educativa*

Mediación pedagógica de las figuras geométricas tridimensionales: la esfera, el cilindro y el cono circular recto, por medio de un taller utilizando el software GeoGebra

A. Méndez González, L. M. Brenes Calderón, I. C. Delgado Monge

- Bajo Madre de Dios– 2018 [Trabajo de grado, Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios]. Repositorio Institucional UNAMAD. de <http://repositorio.unamad.edu.pe/handle/UNAMAD/578>
- Villalpando y Aceves (2022). Utilización de GeoGebra y la estereoscopia como auxiliares en la enseñanza de contenidos ligados a la Geometría Euclíadiana. *NÚMEROS*, 1(112), 97-118.
- Williner, B. y Favieri, (2023). Tareas con GeoGebra en el aula universitaria. Matematización horizontal y vertical. *NÚMEROS*, 1(113), 81-93.
- Zapata, F., Montoya, I. y Miranda, R. (2018). *Desarrollo de las habilidades de visualización espacial a partir de tareas apoyadas en herramientas TIC* [tesis de maestría, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional UA. <http://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/12302>
- Sánchez, M., Martín, V. y Canal, R. (2018, febrero). Sistematización del contenido de entrevistas grupales en las ciencias de la salud. *Revista Campo Abierto*, 37(1),119-132. <https://mascvux.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/download/3261/2182/>

Alejandra Méndez González. Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica. Realizó sus estudios de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica. Email: alejandra.mendez@uned.cr

Laura Brenes Calderón. Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica. Realizó sus estudios de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica. Email: lauramaria.brenes@uned.cr

Islande Cristina Delgado Monge. Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica. Realizó sus estudios de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la Universidad Nacional, la maestría en Didáctica de la Matemática y el Doctorado en Ciencias de la Educación en la Universidad de Granada España. Actualmente es académica de la Universidad Estatal a Distancia y en Universidad Nacional, en Costa Rica; ha realizado publicaciones y ponencias en el área del dominio afectivo en Enseñanza de la Matemática. Email: idelgado@uned.ac.cr

