LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LAS DERIVADAS

MARY LOCY VIERA LUGO

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
2014

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LAS DERIVADAS

MARY LOCY VIERA LUGO

ASESOR

FREDDY ENRIQUE MARIN I

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
2014

NOTA DE ACEPTACIÓN.

FIRMA DEL JURADO

MANIZALES, COLOMBIA 2014

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por su dirección, sabiduría y apoyo milagroso en todo momento para que esta primera parte de mis metas fuese alcanzada.

A la memoria de mi padre Eusebio Viera, porque desde muy pequeños nos enseñó la importancia de estudiar para poder asegurar en el presente un buen futuro. A mi madre Amanda Lugo, que ha sido mi maestra, fuente de inspiración, ayuda incondicional y mi mejor amiga en todo momento.

A mis hijos Cesar y miguel que son mi motivación cada día para superar obstáculos y enseñarles que Dios y el estudio son mi mayor legado para ellos.

A mis hermanos y hermanas en especial a Celia, Cristhian, Magalier y Samuel Filigrana quienes siempre creyeron en mí y se tomaron en serio lo de ser hermanos mayores orientándome y apoyándome en los momentos más difíciles de este recorrido hacia la consecución de uno de mis más grandes sueños.

Finalmente doy mis más sinceros agradecimientos a todas y cada una de las personas que hicieron parte de este proyecto con sus oraciones y buenos deseos, entre ellas a Alexander González, mi amiga Diana y su familia, a mi segunda familia la comunidad Adventista del Séptimo día, a mis compañeros del CEA Puerto tejada y también dedico este triunfo a la memoria de mi gran amiga y compañera Susana Lasso que de estar con nosotros este también habría sido uno de sus logros… a todos DIOS LES BENDIGA Y MULTIPLIQUE.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FOTOS

LISTA DE GRAFICOS

TABLA DE CUADROS

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de investigación fue llevado a cabo con estudiantes del grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista, la cual presta sus servicios a estudiantes de población afrodescendiente del municipio de Puerto Tejada Cauca, con el propósito de interesar a los estudiantes hacia el aprendizaje práctico de las derivadas.

El cálculo diferencial con su objeto principal de estudio aparece en un sin número de situaciones cotidianas, dado que las leyes naturales son expresadas por medio de funciones y sus derivadas, que para analizarlas se hace necesario emplear las herramientas propias del cálculo. Muestra de ello se da en las ciencias como las industriales en las cuales es muy común querer producir o vender con mínimas pérdidas de material o bien reducir gastos, en las agrícolas maximizar o minimizar áreas para cercar, en las ambientales medir y tomar referencias de valores extremos de la temperatura, en la física el estudio del movimiento, velocidad y aceleración, en la economía los costos, ingresos y utilidades marginales también son derivadas.

Sin embargo es también muy común encontrar una especie de “apatía” y predisposición al desarrollo del tema de las derivadas por parte de los estudiantes del grado undécimo tal vez por la poca comprensión del concepto de derivada o por falta del conjunto de presaberes o quizás por el desconocimiento del campo tan amplio de aplicación de las mismas en relación con sus futuras áreas de preferencias científicas.

En el desarrollo de la presente investigación se accederá a investigaciones, libros, revistas nacionales e internacionales, tesis y diferentes documentos de reconocidos ponentes, con el objeto de lograr que la resolución de problemas prioritariamente contextualizados en esta región (zonas cercanas al parque industrial del Norte del Cauca) sirvan estratégicamente al aprendizaje de las derivadas y que además puedan mostrarnos el camino para corroborar o refutar las hipótesis planteadas en la descripción del problema en base a los primeros resultados de las estadísticas tomadas de las evaluaciones aplicadas al grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista de Puerto Tejada. El análisis realizado busca brindar a los estudiantes y maestros orientación en la herramienta de la problematización práctica contextualizada en su entorno que le permita mejorar el aprendizaje de este tema.

Para esta investigación se recopiló información en un módulo, para tener acceso de forma didáctica a definiciones, propiedades y diversas aplicaciones de la derivada. Tomamos en la cuenta la Teoría de Registros semióticos, talleres grupales e individuales y evaluaciones pre y post. El grupo con el que se adelantó la investigación se dividió en dos la mitad experimental y la otra de control.

Uno de los medios por el cual se recopilará información en la institución, será la entrevista a los estudiantes del grado undécimo, a los maestros, padres de familia y eventualmente si fuera pertinente a algunos encargados de áreas específicas en las empresas de la zona del parque industrial; esto nos permitirá conocer antecedentes y preconcepciones frente al aprendizaje de las derivadas. El análisis final realizado busca brindar a los estudiantes y maestros orientación en la herramienta de la problematización-práctica contextualizada en su entorno que les permita alcanzar un aprendizaje funcional del tema de la derivada, para mejorar los resultados académicos en la asignatura de cálculo y lógicamente la calidad educativa estudiantil e institucional.

2. JUSTIFICACIÓN

La resolución de problemas es la parte más importante en la construcción del nuevo conocimiento matemático en los estudiantes, además de propiciar un medio de palpar la utilidad de la matemática en el mundo que le rodea.

Dentro de la ley Colombiana de educación el estado confiere mucha importancia a esta área, manifestada en los fines de la educación, más notoriamente desde los aspectos cognitivos, procedimentales y axiológicos; sin embargo dentro de nuestro trabajo como maestros a diario podemos observar como nuestros estudiantes tienen una lucha constante con la resolución de problemas matemáticos, ya sea por el grado de dificultad que le adjudican, o porque no saben cómo hacerlos, por la mala lectura del mismo o por la falta de motivación de la que carece esta parte esencial de los procesos matemáticos.

Para lograr un avance de real significancia, esta investigación desarrollará varias metodologías. En primera instancia el ABP con el enfoque del aprendizaje activo, que consigue que los estudiantes investiguen y reflexionen para llegar a una solución ante una situación problémica planteada por el maestro; como apoyo también se recurrirá a los planteamientos de George Polya, Alan, H. Shoenfeld, entre otros, que develan que lo más importante de la enseñanza de temas matemáticos a través de la resolución de problemas es que estos se contextualicen y orienten, para que con la ayuda del maestro lleguen a ser entendidos de forma profunda las ideas y procesos matemáticos arrojando resultados al crear, conjeturar, explorar, evaluar y verificar, que en sí ya es hacer matemática.

Con esta investigación se pretende ofrecer algunas estrategias o caminos basados en aportes de algunos grades investigadores de la didáctica en la resolución de problemas para ayudar a los estudiantes de undécimo grado a enfrentarse a problemas del cálculo diferencial de forma crítica, observadora y analítica. Dentro de las estrategias a proponer también se incorporarán fichas de trabajo, talleres grupales o individuales, los cuales permitirán que el estudiante, compruebe por sí mismo, luego consulten con sus iguales, critiquen, refuten, observen y/o analicen otras formas de pensamiento frente a la misma situación, actitud que ya es estimulante y adelanta su aprendizaje.

Con el desarrollo del proyecto se fortalecerá el currículo institucional desde lo conceptual y metodológico porque el maestro generará procesos de enseñanza enfocados a hacer del aprendizaje activo una experiencia significativa, potenciando en los estudiantes el fortalecimiento de diversas competencias.

Esta propuesta tiene como finalidad ayudar al estudiante a comprender la importancia de aprender la derivación a partir de la aplicabilidad en diversas situaciones de uso cotidiano. Gardner (1982) dice: “cada ser humano tiene una combinación única de inteligencia y este es el desafío educativo fundamental”. Esto indica que en manos del maestro se encuentran por explorar un universo de estrategias que le permitirán al estudiante un acercamiento real a su aprendizaje especialmente al encontrar la relevancia de saber reconocer, simbolizar, analizar, resolver y verificar situaciones problémicas basados en los conceptos de la temática desarrollada.

Por otro lado Barrows (1986) dice: “el ABP es un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de nuevos conocimientos”. El éxito de la propuesta radica en la practicidad del conocimiento guiado por un aprendizaje activo y organizado; particularmente los estudiantes del grado undécimo de la corporación educativa adventista de Puerto Tejada, descubrirán que la conveniencia y aplicabilidad del conocimiento mediante la problematización, marcarán la ruta hacia el mejoramiento de su proceso de aprendizaje, con un beneficio agregado como el ser competitivo en algunas áreas de aplicación de la temática en su más cercano entorno laboral, privilegiándoles en una fuerte capacidad de raciocinio y pensamiento lógico y verdadero.

Este proyecto pretende ofrecer desde una perspectiva realista el escenario, la atmósfera del proceso, que exponga los porque, expliquen las acciones y generen posibles soluciones para mejorar el aprendizaje de las derivadas por medio de la problematización, además de brindar a la comunidad especialmente a la institución el acceso a los resultados experimentales que apuntan a reorientar las estrategias metodológicas en la enseñanza del tema investigado, logrando así un nivel alto de compresión de problemas matemáticos cotidianos que requieren la temática abordada dándoles solución a través de la estrategia para finalmente acercarse desde el área a la visión trazada de ser al 2015 una destacada institución no sólo de carácter cristiano sino con altos estándares académicos.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

3.1. Formulación del problema

¿De qué manera implementar la resolución de problemas como estrategia metodológica para fortalecer el aprendizaje de las derivadas?

3.2. Descripción del problema

Los estudiantes de undécimo de la Corporación Educativa Adventista de Puerto Tejada, no evidencian un buen nivel en los tres componentes integrales: interpretativo, aptitudinal y propositivo; pues alrededor del 60% (estadísticas aplicadas a los resultados de evaluaciones del primero y segundo periodo año 2013) presentan problemas con los conceptos, proposiciones, interpretación, análisis y planteamiento de situaciones problémicas.

Como docentes conocemos que dentro de los lineamientos curriculares de las matemáticas se encuentran cinco procesos generales a saber: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos; al presentar dificultades en estos procesos los estudiantes del grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista nos han permitido llegar al planteamiento de la pregunta: ¿De qué manera la resolución de problemas sirve como estrategia metodológica para el aprendizaje de las derivadas? y de las siguientes hipótesis las cuales se comprobaran o se refutarán durante el proceso de la investigación con el objetivo de encontrar por medio de la estrategia planteada el camino hacia un saber significativo y conveniente.

- los estudiantes prefieren sólo resolver ejercicios, descartando definiciones, conceptos y procedimientos como hechos aislados y no correlacionados que guían a una posible solución.

- Los estudiantes olvidan lo que en algún momento demostraron haber aprendido, y no pasan de un modelamiento inductivo a uno deductivo o viceversa.

- la cosmovisión del estudiante en la resolución de un problema se reduce únicamente al desarrollo operacional y no se transversaliza en otros campos del saber y del vivir cotidiano.

- La falta de motivación y entusiasmo en la resolución de problemas.

En esta investigación la didáctica tiene un papel preponderante, pues a la estrategia planteada que no es nueva, se hace innovadora por la practicidad en el entorno de su aplicación y naturalmente hace parte de los métodos de enseñanza que facilitan en este caso el aprendizaje de la derivada la cual le permitirá la comprensión, manipulación e interpretación de algunos fenómenos matemáticos que requieren la modelación que ofrece este tema específico de conocimiento y por ende mejorar su calidad educativa.

4. OBJETIVOS

4.1. Objetivo general

Implementar la resolución de problemas como estrategia metodológica para fortalecer el aprendizaje de las derivadas.

4.2. Objetivos específicos

Diagnosticar las dificultades que experimentan los estudiantes en el aprendizaje de las derivadas.

Diseñar las estrategias metodológicas: formación de grupos de trabajo, visitas al parque industrial o a fincas productivas, fichas de trabajo, talleres individuales y/o grupales que motiven al estudiante a fortalecer el aprendizaje de las derivadas.

Aplicar las estrategias metodológicas diseñadas para fortalecer el aprendizaje de las derivadas.

Evaluar el impacto de la estrategia aplicada en el proceso del fortalecimiento del aprendizaje.

5. DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO

MUNICIPIO DE PUERTO TEJADA CAUCA

Foto N°.1

Nombre: Municipio de Puerto Tejada Cauca

Fuente: http://www.colombiamapas.net/puerto-tejada_cauca.html

Foto N° 2

Nombre: Ubicación de Puerto Tejada

Fuente: http://www.colombiamapas.net/puerto-tejada_cauca.html

Corporación Educativa Adventista

Foto N° 3

Nombre: Corporación Educativa Adventista

Fuente: propia de la autora

Ubicación. La corporación educativa adventista, se encuentra ubicada en la parte central del municipio de Puerto Tejada, en el departamento del Cauca, en la carrera 17 N° 16 – 45 Barrio el Edén.

Descripción de la planta física. Tiene una plante física en proceso de desarrollo, con una estructura dividida en dos pisos, algunas aulas amplias otras no tan amplias, atendiendo una población de 402 estudiantes entre primaria y bachillerato en horas de la mañana única jornada. Cuenta con una iglesia, una sala de capellanía, una oficina para coordinación académica, una oficina de recepción y secretaría, una oficina de rectoría, una oficina para tesorería, un cuarto para implementos de educación física, un pequeño cuarto de oración, una sala de sistemas, tres patios en uno de ellos se juega microfútbol, tienda escolar, internet, material didáctico como mapas, biblioteca virtual, equipo de sonido, video vean, una sala de audiovisuales compartida con un salón y en estos momentos se está construyendo las aulas primaria, pues en donde están son lugares pequeños y no hay mucha comodidad; también funciona en horas de la tarde y la noche la academia de inglés del norte y se puede asegurar que en general se respira un buen ambiente de trabajo.

Recurso humano. El CEA Puerto Tejada cuenta con 402 estudiantes con una única jornada, en calendario A. El personal que labora está conformado por una planta de 15 docentes: 6 de pre-escolar a quinto y 9 de sexto a undécimo que en su mayoría son licenciados, técnicos, tecnólogos y tres se hallan terminado sus estudios profesionales 4 administrativos (rectora, tesorero, coordinadora y secretaria), un capellán y 1 aseadora.

La población estudiantil es mixta, matriculados de jardín a undécimo, sus características socio-culturales en su mayoría son medio-alto ubicándose en los estratos 2 y 3, la población de la primaria cuenta más con el apoyo y control de sus padres que la población de la secundaria los cuales cuentan con padres que en su mayoría se desplazan hacia la ciudad de Cali, al parque industrial ubicado en cercanías al municipio , dejando con grandes cargas de responsabilidad a los abuelos, familiares cercanos y a jóvenes que a su vez se encargan de sus hermanos menores hasta la llegada de los padres, esto imposibilita un control tanto disciplinario como académico. También es importante notar que los medios tecnológicos no son bien utilizados por parte de la población estudiantil, siendo contradictoriamente una causa del mal rendimiento académico y de sus hábitos comportamentales.

Horizonte Institucional. Este centro de estudios de propiedad de la Asociación del Pacífico Sur de los Adventistas del Séptimo Día, legalmente constituida, hace parte del sistema educativo que ofrece a nivel mundial pautas y principios muy bien definidos de acuerdo a su misión y a las normas oficiales que rigen y orientan el servicio escolar para Colombia.

El CEA, fue fundado desde el año 1.954, y progresivamente viene desarrollándose en todos los aspectos. Actualmente tiene todos sus niveles y cursos de estudios con aprobación oficial mediante la Secretaría de Educación del Ministerio de Educación Nacional N° 1355 del 20 de Octubre de 2004.

Misión

Glorificar a Dios y bajo la orientación del espíritu santo y maestros dedicados a guiar a cada estudiante a una experiencia personal y transformadora con cristo, propugnando el desarrollo más elevado de sus facultades espirituales, físicas, mentales sociales y estéticas que lo capaciten para servir desinteresadamente a Dios y a la humanidad.

La misión se trabajará a través de:

a) Un indeclinable compromiso con la filosofía de la educación cristiana ASD.

b) Una educación de alta calidad.

c) Altos niveles de competitividad y servicio.

d) Un sistema administrativo y un liderazgo eficiente y eficaz

e) La utilización sabia de los recursos del sistema.

f) El CEA-Puerto Tejada procurará el logro misional a través del ofrecimiento de los niveles educativos prescolar, básica y media en articulación con el SENA bajo los programas de técnico en mantenimiento e instalación de redes eléctricas residenciales y técnico en sistemas.

Visión

Alcanzar para el año 2015 reconocimiento como un destacado colegio cristiano del municipio de Puerto Tejada, teniendo como modelo y guía a cristo Jesús, en la formación de estudiantes con un proyecto de vida integral, brindando además un excelente servicio financiero y proyección social de la comunidad**.**

Desde el año 2013 el CEA Puerto Tejada, se ha preocupado por la capacitación de los docentes y estudiantes en la lengua inglesa, y actualmente funciona en sus instalaciones la Academia de Inglés del Norte, la cual está debidamente acreditada ante el gobierno y presta sus servicios no solo al personal de la Corporación sino a la comunidad en general. La articulación con el SENA ofrecen a sus estudiantes otra posibilidad dentro de su proyecto de vida que en muchos casos por la situación de violencia que se vive en el municipio viene a ser la única.

Foto N°. 4

Nombre: Corporación Educativa Adventista- Templo

Fuente: propia de la autora

El PEI del CEA concreta y sintetiza los fundamentos Cristianos, pedagógicos, administrativos, que determinan la brújula para un correcto accionar de la institución como un todo. Como carta de navegación permite a los miembros de la comunidad educativa apropiarse del desarrollo de la parte Cristiana y académica, de las manifestaciones culturales, asumir como un colectivo los derechos y deberes ciudadanos, la conservación del medio ambiente y de los valores que desde un saber, posibiliten el cambio hacia un país con más posibilidades para todos, el logro de una sociedad más justa y equitativa, con mayor calidad de vida para sus individuos que respetan al otro y logran su desarrollo individual y social.

La necesidad e importancia de contar con un proyecto académico institucional, se enmarca dentro de los propósitos de alcanzar un desarrollo humano integral del educando, posibilitar las innovaciones curriculares, la selección, organización y distribución de los conocimientos, agentes y contextos académicos y no académicos y sus relaciones entre sí, establecer interacciones sociales de aprendizaje, normas y reglas que orientan el acceso al conocimiento, y responder a los cambios socioculturales del entorno, bajo los criterios de integración y fortalecimiento de los principios, contextos y posibilidades de la institución académica con la sociedad, ruptura de los patrones tradicionales en relación con la administración de los tiempos, métodos y espacios para el aprendizaje, la facilitación de procesos de socialización e implementación del plan de desarrollo y acercamiento directo con la práctica académica, por medio de las siguientes funciones:

1. Interpretar el proyecto político y sociocultural establecido en la constitución de 1991 y sus desarrollos legales.

2. Generar procesos de construcción pedagógica.

3. Posibilitar el cambio sobre el quehacer educativo: el pensar, el hacer, el ser y el sentir cotidianos, que permita transformar la vida institucional y dar respuesta a las necesidades de la comunidad.
4. Propiciar procesos pedagógicos y de re concepción de las relaciones institucionales y de su articulación con un nuevo currículo.

Se espera que el egresado y las asociaciones de egresados que se conformen, mantengan la identidad con la filosofía, misión, la visión y los objetivos de la Institución, por lo tanto el egresado entre otras, tener las siguientes características:

Una sólida formación cristiana. Debe ser una persona íntegra, con altos ideales fundamentados en valores, con capacidad para servirle a la sociedad utilizando los conocimientos adquiridos y aplicando los principios recibidos en su Alma Máter, de tal forma que muestre a través de su propia vida los beneficios de mantener una significativa relación con Dios.

Competencias académicas. Es una persona de excelencia que tendrá competencias cognitivas e intelectuales que le permiten el ingreso exitoso a la educación superior y su adaptación adecuada y provechosa al entorno social.

Atención personal y preocupación por su salud. El estudiante reconocerá la importancia de cuidar su salud física y mental; por ende practicará un estilo de vida que incluye la sana alimentación, hábitos de higiene, el ejercicio físico, la recreación y el descanso, que ayudarán a que su cuerpo se mantenga saludable por más tiempo.

Un compromiso con el servicio. Reconocerá en cada ser humano una criatura formada a imagen de Dios y alguien por quien Cristo murió. Por lo tanto, desarrollará una labor social enfocada en el servicio a los demás, reflejadas en la forma como se relaciona con otros en el campo familiar, educativo y social; y en la participación de actividades orientadas a ayudar a los más necesitados.

Población. El grado undécimo de nuestra institución cuerpo directo de este trabajo investigativo está conformado por 38 estudiantes, cuyas edades oscilan entre los catorce y diecisiete años. Es un grupo en donde las mujeres (19) se destacan más en el área de matemáticas, algunas (6) ejercen un liderazgo especial y competitivo no sólo en esta área de conocimiento, aún son madrinas académicas de sus compañeros para ayudarles con algunas temáticas en donde no alcanzan los logros ya sea por su “frescura y desinterés” o simplemente porque las prioridades en su mayoría para los hombres es pertenecer a un buen equipo de futbol.

Especialmente en la asignatura de cálculo muestran gran apatía, pues argumentan que los conceptos y conocimientos propios de dicha materia no les son pertinentes, ni útiles a las áreas de estudio para profesionalizarse o en el medio en que se desarrollarán laboralmente. Es por este motivo que el tema investigativo desarrollara con el fin de implementar una estrategia que haga más dinamizadora el área de las matemáticas en este caso la temática especial de las derivadas en cálculo.

6. MARCO TEORICO

El marco teórico del presente trabajo se desarrolla tomando como antecedentes algunos trabajos presentados para tesis de grado o trabajos de investigación a los que se les realiza un análisis para mirar la relación con la investigación y sus aportes, luego acercaremos lo conceptual, donde allegamos definiciones y conceptos que creamos pertinentes para apuntalar la metodología que se va a seguir en el trabajo.

6.1. Antecedentes

Históricamente el cálculo diferencial en su objeto principal: las derivadas, surge por la necesidad de dar solución a problemáticas como la obtención de máximos y mínimos, la velocidad de los cuerpos en movimiento, trazar la tangente a una curva entre otros.

Matemáticos como Fermat, descartes Newton, Bolzano y Cauchy en el orden nombrado fueron pioneros en la creación de procesos para dar solución a los problemas mencionados como por ejemplo la definición de la derivada como un límite, construcción de las tangentes a una curva en un punto dado, entre otros.

Sin embargo la historia también se ha pronunciado en cuanto a la didáctica:

Antecedente n° 1

***Título del artículo*.** Historia y epistemología de la función derivada

Autor. Ramírez R.

Entidad. Publicada en Tecné, Episteme y Didaxis: TED No. Extraordinario

http://www.pedagogica.edu.co/revistas/ojs/index.php/TED/article/viewDownloadInterstitial/261/ 252

Fecha. 2009.

Temática. Explica todo el proceso dado en veinte siglos en la historia y significancia del cálculo diferencial. Los aportes hechos por muchas personas desde los elementos matemáticos de sus épocas y culturas, la transformaron dándole a la función derivada una importancia tal que permite resolver problemas interdisciplinares aún en el campo humano social.

Antecedente n° 2

***Título del artículo*.** Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada

***Autor*:** E. Wenzelburger y R. Cantoral

***Entidad*.** Salazar Claudia Descripción de niveles de comprensión del concepto derivada Publicado en la revista TEA numero 26

http://www.pedagogica.edu.co/revistas/ojs/index.php/TED/article/viewArticle/421

Fecha. 2009.

Temática. Este proyecto se basó en el cálculo diferencial particularmente en que un gran número de estudiantes de la media no comprenden el concepto de derivada. Así que esta es una propuesta didáctica, que ayudará a los estudiantes a comprender el concepto de derivada por medio de la solución de la problemática variacional específicamente" rapidez de la variación**"**

Antecedente n° 3

Título del artículo. La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática.

***Autor*.** Salvador Llinares

Entidad. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33511205&iCveNum=9

Fecha. Mayo 2008.

Temática. Este trabajo revisa y organiza las aportaciones de las investigaciones hechas en Matemática Educativa para identificar el conocimiento generado La revisión se ha estructurado considerando: a) lo que se conoce sobre la comprensión de la derivada de una función en un punto; b) el papel que desempeñan los sistemas de representación; c) las características del desarrollo del esquema de derivada. Por último, se identifican líneas de investigación necesarias para aumentar nuestra comprensión de cómo los estudiantes dotan de significado y usan el concepto de derivada.

Antecedente n° 4

***Título del artículo*.** La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico

***Autor*.** Milagros Elena Rodríguez

***Entidad*.** Números, ISSN 0212-3096, Nº. 77 , págs. 35-49 Universidad de Oriente

Fecha. Julio, 2011

Temática. En esta la autora argumenta la importancia de la relación ciencia-matemáticas, pues para la explicación de fenómenos se necesita un lenguaje matemático y para interpretar en toda dimensión de estos fenómeno hay que recurrir a la ciencia; sin embargo es de notar que el matrimonio ciencia- matemáticas no tiene completa aceptación en la enseñanza, se enseña aisladamente no habiendo relación entre cultura y utilidad. Milagros Elena Rodríguez dice que la enseñanza, la praxis y formación del docente de matemática. Todo esto se puede hacer desde una pedagogía integral que aboga por un proceso educativo vivo y transdisciplinar que muestre el concierto de fantasías que entrelazan todas las ciencias, en mayor o menor intensidad.

> “Todas las leyes se extraen de la experiencia, pero para enunciarlas se precisa de una lengua especial; el lenguaje ordinario es demasiado pobre, y es además demasiado vago, para expresar relaciones tan delicadas, tan ricas y tan precisas. Esta es la razón por la que el físico no puede prescindir de las matemáticas; éstas le proporcionan la única lengua en la que puede hablar. (Poincaré, 1946, p.112)

Antecedente n° 5

Título del artículo**.** La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática

Autor: Gloria Sánchez, mercedes García y salvador Llinares

Entidad. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 11(2), 267-296. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&tlng=es. .

Fecha. Recuperado en 19 de abril de 2014

Temática. El análisis hecho por el autor arroja que existe una construcción progresiva del esquema de derivada en donde influyen los modos de representación tanto en relaciones lógicas durante la resolución de problemas como en el uso de elementos matemáticos en determinadas situaciones. La comprensión de la noción de derivada se centra en tres aspectos, la relación entre los conceptos básicos de razón de cambio y cociente incremental (derivada de una función en un punto); los sistemas de representación que ayudan al desarrollo de la comprensión y la relación entre la derivada de una función en un punto y la función derivada y el operador derivada.

Concluye además que en todos los niveles de la matemática educativa en especial el pensamiento matemático avanzado, el número significativo de ideas deben ser consideradas necesariamente de una manera conjunta para interpretar una presentación formal. Por último, se identifican líneas de investigación necesarias para aumentar nuestra comprensión de cómo los estudiantes dotan de significado y usan el concepto de derivada.

Antecedente n° 6

***Título del artículo*.** Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Autor. Patricia Morales Bueno y Victoria Landa Fitzgerald

Entidad. Pontificia Universidad Católica del Perú, Departamento de Ciencias, Sección Química, Lima, Perú

Fecha. Recepción: 16/06/04. Revisión: 30/08/04. Aprobación: 29/10/04

Temática. A pesar de que el aprendizaje basado en problemas se presentó como una propuesta para medicina en la Universidad de Mc Master (Canadá) los logros alcanzados han sido móviles para que se adopte en otras áreas del conocimiento en el mundo.

Este aprendizaje se caracteriza porque el estudiante es el centro de su aprendizaje, haciéndolo significativo, desarrollando habilidades y competencias para el entorno profesional. Se desarrolla en grupos pequeños de trabajo donde los estudiantes buscan resolver un problema inicial, complejo, retador para propiciar un aprendizaje autodirigido por parte de los estudiantes, donde el papel del docente es netamente facilitador del aprendizaje.

6.2. Referente conceptual

A continuación nos referiremos al silabo de cálculo dado en la corporación educativa adventista en lo que concierne a la temática de la derivada, luego abordaremos los contenidos matemáticos necesarios para la investigación, además de la estrategia metodológica propuesta**.**

Derivada. Velocidad media e instantánea, Derivada de una función, Interpretación geométrica de la derivada, Reglas de derivación, Derivada de funciones compuestas.

Aplicaciones de la derivada. Valores máximos y mínimos de una función, Crecimiento y decrecimiento, Criterio de la primera derivada.

El objetivo de la temática presentada es proveer los medios necesarios al estudiante para la adquisición de ciertas destrezas como: análisis, interpretación y aplicación de fundamentos teóricos. Finalmente el logro de los objetivos de esta asignatura se verá reflejado, y podrá ser evaluado en la eficiencia que demuestren los alumnos al resolver situaciones reales.

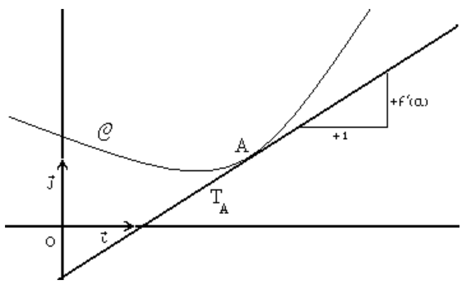
6.2.1. *La idea fundamental del cálculo.* Si observamos a nuestro alrededor podremos ver que nuestro mundo se caracteriza por cambios continuos de allí la inquietud de desarrollar métodos matemáticos para cuantificar, describir y pronosticar estos cambios. Para Wenzelburger (1993) es justamente este el propósito del Cálculo Diferencial y presenta el concepto de razón de cambio como fundamental.

El deseo de medir y de cuantificar el cambio, la variación, condujo en el siglo XVII hasta la noción de derivada.

El estudio de las operaciones con derivadas, junto con las integrales, constituye el cálculo infinitesimal. Los introductores fueron Newton y Leibnitz, de forma independiente.

Definición. Sea f una función continua, y C su curva. Sea x=a la abscisa de un punto regular, es decir donde C no hace ningún ángulo. En el punto A (a, f(a)) de C se puede trazar la tangente a la curva. Su pendiente, es f'(a), el número derivado de f en a.

La función a → *ƒ*´(a) es la derivada de *ƒ*.



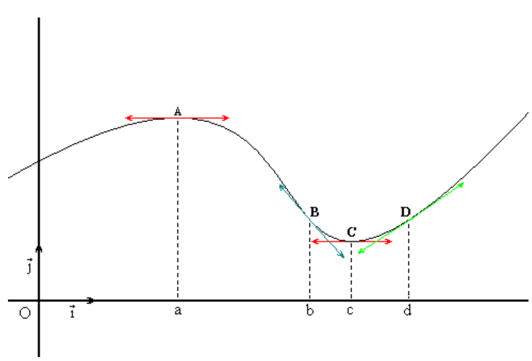
Grafica N° 1

Nombre: derivada de una función en un punto

Fuente: http://es.wikibooks.org/wiki/Archivo:Pendiente.png

El signo de *ƒ*´(a) determina si la función *ƒ* crece o decrece.

Por ejemplo en el gráfico siguiente se observa que donde *ƒ* es creciente, las rectas tangentes se dirigen hacia arriba, y por lo tanto *ƒ*´ es positiva, como en el punto D(x = d), mientras que donde *ƒ* es creciente, las tangentes apuntan hacia abajo y *ƒ*´ es negativa, como en el punto B (x = b). En los puntos A y C que son máximo y mínimo local, la tangente es horizontal, luego *ƒ*´(a) = *ƒ*´(c).



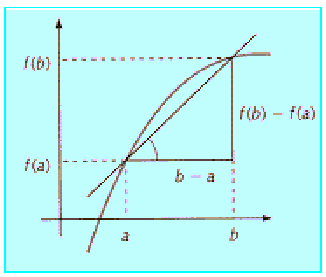
Grafica N° 2

Nombre**:** crecimiento y decrecimiento de una función

Fuente: http://es.wikibooks.org/wiki/Archivo:Derivada.png

6.2.2. Tasa de variación media.

Incremento de una función. Sea y = f(x) y a un punto del dominio de f. Suponemos que a aumenta en h, pasando al valor a +h, entonces f pasa a valer f(a +h), al valor h se le llama incremento de la variable, y a la diferencia entre f(a +h) y f(a) el incremento de la función.



Nombre**:** incremento de una función

Grafica N° 3

Fuente: http://es.wikibooks.org/wiki/Archivo:Derivada.png

Llamamos tasa de variación media (o tasa media de cambio) T.V.M., de la función y =f(x) en el intervalo.

[a, b] al cociente entre los incrementos de la función y de la variable, es decir:

$$\text{T.V.M. } [a, b] = \boxed{\frac{f(b) - f(a)}{b - a}}$$

Tasa de variación instantánea. La derivada. Consideremos un valor h (que puede ser positivo o negativo).

La tasa de variación media en el intervalo [a, a +h] sería. $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Nos interesa medir la tasa instantánea, es decir el cambio cuando la h tiende a cero, es decir:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

A este valor se le llama la **derivada** de la función f en el punto **a** y se designa por, $f'(a)$ por lo tanto, la derivada de una función en un punto es el límite de la tasa de variación media cuando el incremento de la variable tiende a 0.

$$f'(a)= \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Aplicación física de la derivada. **C**onsideremos la función espacio E= E (t).

La tasa de variación media de la función espacio en el intervalo $[t_0, t]$ es:

VM (t)= $\dfrac{E(t)-E(t_0)}{t-t_0}$ que es lo que en Física llaman la velocidad media en ese

Intervalo de tiempo, si calculamos el límite cuando t tiende a t_0, obtenemos la tasa instantánea, entonces:

La derivada del espacio respecto del tiempo es la velocidad instantánea.

6.2.3. Interpretación geométrica de la derivada. La tasa de variación media de una función f en [a, a +h] es la pendiente de la recta secante a la gráfica de f que pasa por los puntos de abscisa **a** y **a +h**.

Si h tiende a cero, el punto a +h tiende hacia el punto **a** y la recta secante pasa a ser la **recta tangente a la curva.** Por lo tanto:

<u>La derivada de la función en el punto **a** es la pendiente de la recta tangente en el punto (a, f(a))</u>

La ecuación de la recta tangente en dicho punto se puede expresar y-f(a)=f´(a) (x-a).

Ecuación punto pendiente de la recta tangente a la gráfica de f, pasa por el punto (a, f(a)) y tiene como pendiente la derivada de f en a, f´(a).

6.2.4. Reglas de derivación.

Teorema 1: <u>derivada de la suma de funciones</u>

Si f y g son funciones derivables en x_0 entonces $\frac{d(f+g)}{dx}(x_0) + \frac{dg}{dx}(x_0)$

Teorema 2: *<u>derivada del producto de funciones</u>*

Si f y g son funciones derivables en x_0 entonces

$$\frac{d(f.g)}{dx}(x_0) = g(x_0)\frac{df}{dx}(x_0) + f(x_0)\frac{dg}{dx}(x_0)$$

Teorema 3: *<u>derivada del cociente de funciones</u>*

Si f y g son funciones derivables en $g(x_0)$ con $x_0 \neq 0$

$$\frac{d\left(\frac{f}{g}\right)}{dx}(x_0) = \frac{g(x_0)\frac{df}{dx}(x_0) - f(x_0)\frac{dg}{dx}(x_0)}{g^2(x_0)}$$

Teorema 4: *<u>derivada de la función compuesta o regla de la cadena</u>*

Si g es derivable en x_0 y f derivable en $g(x_0)$

$$\frac{g(f_0 g)}{dx}(x_0) = \frac{df}{dg}[g(x_0)].\frac{dg}{dx}(x_0)$$

6.2.5. Aplicaciones de la derivada

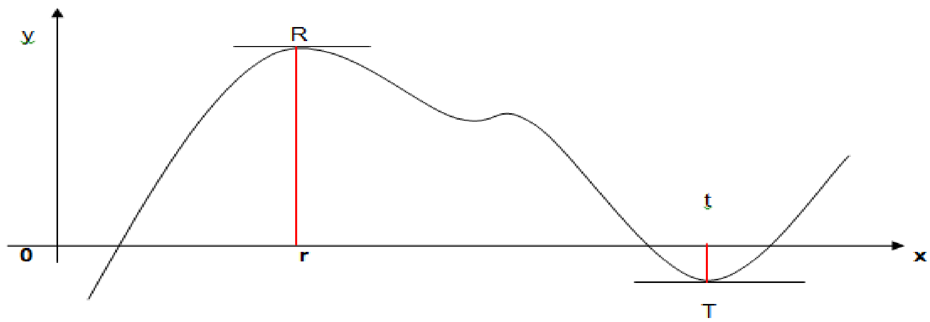
Bernhard Riemann, matemático del siglo XIX, resumía que la ciencia consiste en entender el comportamiento de la naturaleza por medio de conceptos exactos. Si esa afirmación de Riemann es cierta, no cabe duda que la derivad representa uno de los logros conceptuales más apreciados de las matemáticas.

Existen muchos fenómenos que están asociados a magnitudes que varían en forma continua con el tiempo; por ejemplo la velocidad de un automóvil, el caudal de un río, la intensidad de la corriente eléctrica que circula por un cable, la tasa de crecimiento de la población de un país, la intensidad del tráfico en una autopista o el flujo de calor que entra en un recipiente de agua. Todos estos fenómenos se pueden representar matemáticamente a partir del concepto de derivada.

De la misma forma la derivada es una herramienta para la interpretación y optimización de algunos aspectos, por ejemplo: una forma más rentable de una línea de producción, el volumen máximo de una caja hecha a partir de una hoja de lámina o el beneficio máximo que se obtiene en un nivel de producción. (2004, Editorial Santillana S.A)

En matemáticas, física y otras ciencias se utiliza la derivada para resolver problemas en los cuales hay que determinar los valores máximos y mínimos de las funciones.

6.2.6. Máximos y mínimos relativos de una función. Una función y= f(x) tiene un máximo (mínimo) relativo en un punto $x= x_{\circ}$**,** cuando $f(x_{\circ})$ es mayor (menor) que los valores de la función para los puntos inmediatamente anteriores y posteriores al considerado.



Grafica N° 4

Nombre: máximos y mínimos de una función

Fuente: de construcción propia

R [r, f(r)] es un máximo relativo de la curva puesto que $f(r) > f(x)$ en el entorno $0<|x-r|<\delta$. En la misma gráfica, T [t, f (t)] es un mínimo relativo de la curva puesto que $f(t) < f(x)$ en el entorno $0<|x-t|<\delta$.

Para determinar los máximos (mínimos) de una función f (t) continua así como su derivada se puede seguir el siguiente proceso:

1. Resolver la ecuación $f'(x_{\circ}) = 0$ para calcular los valores críticos.

2. Representar estos valores críticos sobre el eje de las abscisas de un sistema coordenado (escala numérica); de esta manera se han establecido un cierto número de intervalos.

3. Determinar el signo de $f'(x)$ en cada uno de los intervalos anteriores.

4. Para cada uno de los valores críticos $x = x_\circ$:

$f(x)$ Tiene un máximo $[= f(x_\circ)]$, si $f'(x_\circ)$ pasa de + a -

$f(x)$ Tiene un mínimo $[= f(x_\circ)]$, si $f'(x_\circ)$ pasa de - a +

$f(x)$ No tiene ni máximo ni mínimo en el punto $x = x_\circ$, si $f'(x_\circ)$ no cambia de signo.

Ejemplo:

Dada la función $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$, calcular:

a) Puntos críticos

b) Intervalos en los cuales es creciente y decreciente

a) Máximos y mínimos de y.

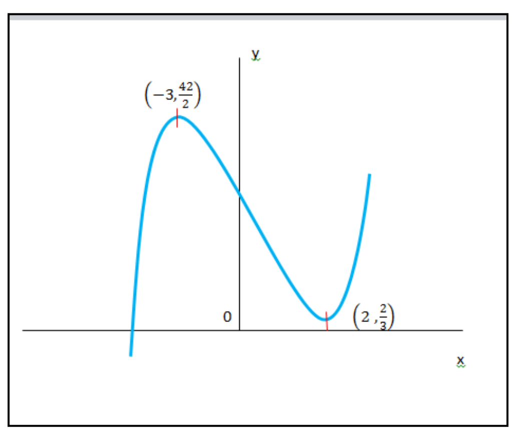


Grafico N° 5

Nombre: función $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$

Fuente: cálculo diferencial e integral de Frank Ayres, Jr.

Solución.

a) $\frac{dy}{dx} = x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$

Resolviendo $\frac{dy}{dx} = 0$ obtenemos los valores críticos $x = -3{,}2$

Los puntos críticos son: $\left(-3, \frac{43}{2}\right), \left(2, \frac{2}{3}\right)$

b) cuando $\frac{dy}{dx}$ es positiva, y es creciente; cuando $\frac{dy}{dx}$ es negativa, y es decreciente.

Cuando $x < -3$, por ejemplo $x = -4$ $\frac{dy}{dx} = (-)(-) = +$, e y es creciente

Cuando $-3 < x < 2$, por ejemplo $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = (+)(-) = -$ e y es decreciente

Cuando $x > 2$, por ejemplo $x = 3$, $\frac{dy}{dx} = (+)(+) = +$ e y es creciente.

En el siguiente diagrama se presentan los resultados.

	Máx.		Mín.	
$x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
$\frac{dy}{dx} = +$		$\frac{dy}{dx} = -$		$\frac{dy}{dx} = +$
y Creciente		y decreciente		y creciente

Gráfico N° 6

Nombre: intervalos de crecimiento y decrecimiento

Fuente: calculo diferencial e integral de Frank Ayres, Jr.

c) Veamos si hay máximo o mínimo en los valores críticos $x = -3,2$

al ir aumentando x al pasar por -3 , $\frac{dy}{dx}$ cambia de signo, de $+$ a $-$. Por tanto en $x = -3$, y tiene un máximo, igual a $\frac{43}{2}$.

Al ir aumentando x al pasar por 2 , $\frac{dy}{dx}$ cambia de signo, de $-$ a $+$. Por tanto en $x = 2$, y tiene un mínimo, igual a $\frac{2}{3}$.

6.2.7. Problemas de aplicación de máximos y mínimos. Muchos problemas no solo en las matemáticas consisten en determinar el máximo y el mínimo valor de cierta cantidad. Frecuentemente escuchamos expresiones como estas: la mayor ganancia, el menor costo, el artículo más barato, el menor tiempo empleado, la menor cantidad de material utilizado, la menor distancia. Estos problemas tienen gran importancia práctica y se pueden resolver con la ayuda de la derivada.

Se parte de la base de que los estudiantes están debidamente familiarizados con los conceptos teóricos correspondientes a funciones de variable real desarrollados respecto al concepto de derivada.

También se hace necesario que se tengan en la cuenta algunas fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes y una tabla de derivadas. Se ofrece un resumen de estás porque nos permitirán abordar los diferentes ejercicios que se plantearán a continuación como ejemplos.

6.2.8. Perímetros, áreas y volúmenes

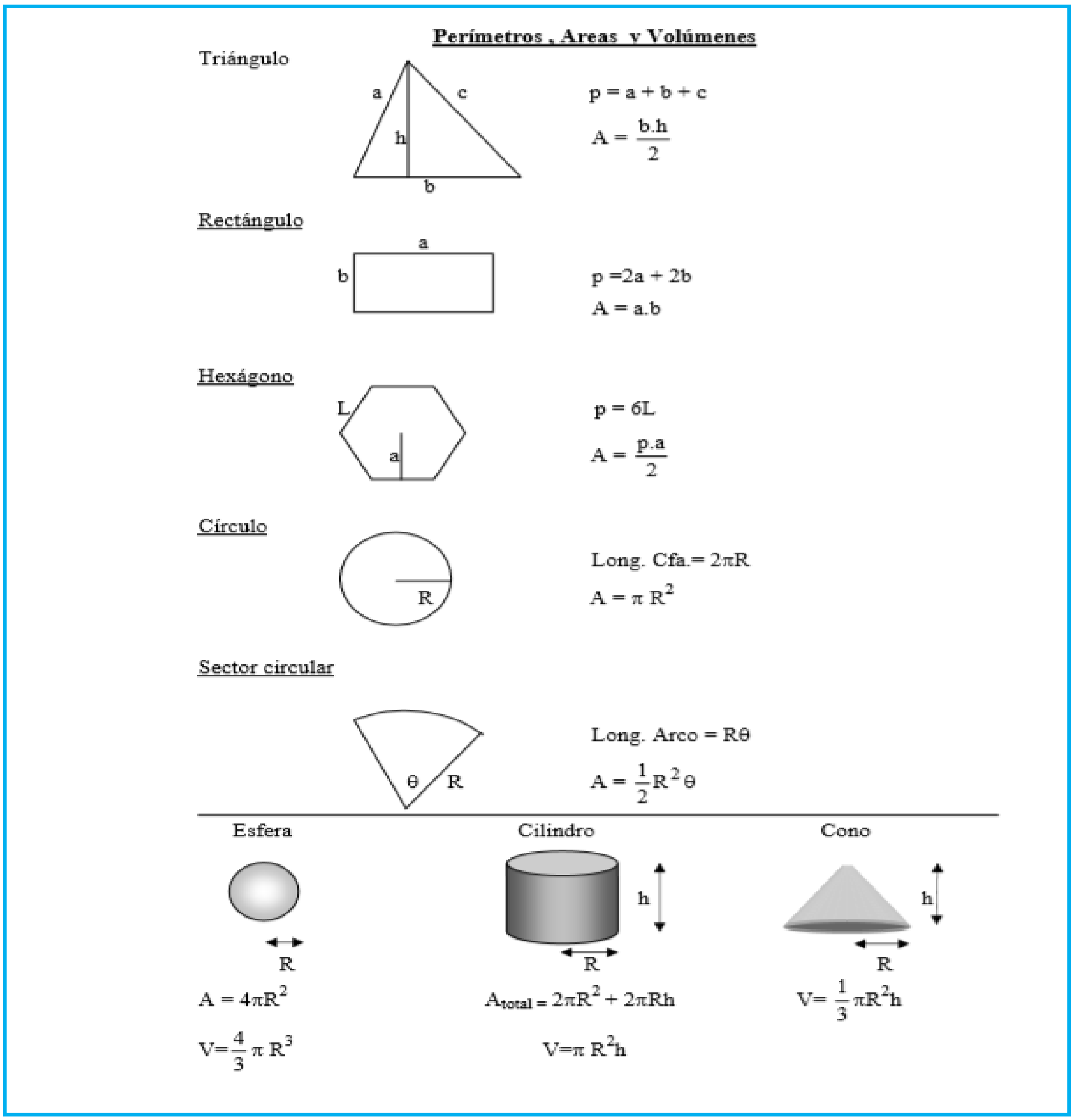


Foto Nº 5

Nombre: Formulas de perímetros, áreas y volúmenes.

Fuente: Aplicaciones de la Derivada de Ana Cólo Herrera y Héctor Patritti

6.2.9. Tabla de derivadas

$f(x)$	$\frac{df}{dx}$
k	0
x	1
$\|x\|$	$sg(x) \quad x \neq 0$
x^m	mx^{m-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt[3]{x}$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
e^x	e^x
Lx	$\frac{1}{x}$
$L\|x\|$	$\frac{1}{x}$
$Sg(x)$	$0 \quad \forall x \neq 0$
a^x	$a^x La$

Tabla Nº 1

Nombre: tabla de derivadas

Fuente: Aplicaciones de la Derivada de Ana Cólo Herrera y Héctor Patritti

A continuación hay varios problemas planteados en diferentes áreas del conocimiento como electricidad, mecánica, economía, biología, etc., los enunciados de algunos de estos ejercicios son problemas conocidos y trabajados en distintos libros de matemáticas, y otros han sido adaptados a conveniencia de la autora en ellos se valoriza la derivada de una función en un punto como indicador matemático de la rapidez instantánea de variación o tasa instantánea de variación de una función.

Un ejemplo planteado en Aplicaciones de la Derivada- CAPITULO 1 resulta ser muy práctico, interesante e ilustrativo en su análisis.

Una persona que cae a un río cuyas aguas se encuentran a muy baja temperatura.

La temperatura corporal será función del tiempo que la persona permanezca en el agua y es claro que la función será decreciente al haber perdida de calor del cuerpo hacia el agua tendiendo el ismo a alcanzar la temperatura del agua dada la diferencia de masa entre ambos.

Sin embargo en este problema resulta indispensable conocer la rapidez de disminución de la temperatura del cuerpo que por cierto no es lineal.

La disminución podría ser más rápida al principio de la caída e ir luego enlenteciéndose u ocurrir exactamente lo contrario, etc.

De toda esta información depende que sepamos cuanto tiempo se tiene aún disponible para salvar la vida de la persona, y esa información la dará justamente la derivada de la función en cuestión.

6.2.10. Diversos tipos problemas aplicados a diferentes áreas del conocimiento.

Se requiere cercar un lote rectangular de 800 metros cuadrados de área. Si uno de los lados está sobre la orilla recta de un río ¿Cuáles son las dimensiones del lote para que la longitud de la cerca sea mínima?

Para construir un envase cilíndrico de base circular cuyo volumen es de 125 centímetros cúbicos. Hallar las dimensiones que debe tener para que la cantidad de lámina empleada (área total) sea mínima.

Un vendedor de seguros es capaz de vender x pólizas por semana a un precio de: $P = 200 – 0.01x$ pesos cada una. Si el costo total es $Y = 50x + 20.000$ pesos. ¿Cuantas pólizas de seguros debe vender para que la ganancia sea máxima?

Un faro se encuentra ubicado en un punto A, situado a 4 km del punto más cercano 0 de una costa recta. En un punto B, también en la costa y a 4km de 0 hay una cabaña. Si el encargado de administrar el faro puede remar a 4km/h y caminar 5km/h. ¿Qué camino debe seguir para llegar del faro a la cabaña en el menor tiempo posible?

6.2.11. Algunas aplicaciones de la derivada y su solución

1.- Determina dos números cuya suma sea 24 y tales que el producto de uno de ellos por el cubo del otro sea máximo.

x = 1^{er} número;   y = 2º número

<u>**Relación:**</u> $x + y = 24 \;\Rightarrow\; x = 24 - y$

<u>**Función:**</u> $f(x,y) = x \cdot y^3 \;\Rightarrow\; f(y) = (24 - y) \cdot y^3 = 24y^3 - y^4$

Calculemos ahora la derivada de dicha función: $f'(y) = 72y^2 - 4y^3$

Igualando a cero dicha derivada para calcular los posibles máximos o mínimos de la función: $f'(y) = 0 \;\Rightarrow\; 72y^2 - 4y^3 = 0 \;\Rightarrow\; y = 0$ ó $72 - 4y = 0 \;\Rightarrow\; y = 0;\ y = 18$ posibles máximos ó mínimos de la función.

Hallando la 2ª derivada para saber si es un máx. ó mín.: $f''(y) = 144y - 12y^2$

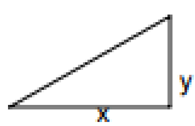
Sustituyamos los posibles máximos ó mínimos en dicha derivada:

$f''(0) = 0$ duda $\Rightarrow f''(y) = 144 - 24y \Rightarrow f''(0) = 144 \neq 0 \Rightarrow y = 0$ es P.I. de f(x)

$f''(18) = 144 \cdot 18 - 12 \cdot 18^2 = -1296 < 0$ <u>máximo</u>: $y = 18;\ x = 24 - 18 = 6$

Solución: Los números pedidos son 6 y 18.

2. Calcula el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo tal que la suma de la longitudes de sus dos catetos vale 4 cm.



x = 1^{er} cateto (base);   y = 2º cateto (altura)

<u>**Relación:**</u> $x + y = 4 \;\Rightarrow\; y = 4 - x$

<u>**Función:**</u> $f(x,y) = \dfrac{x \cdot y}{2} \;\Rightarrow\; f(x) = \dfrac{x \cdot (4 - x)}{2} = \dfrac{4x - x^2}{2}$

Calculemos ahora la derivada de dicha función: $f'(x) = \dfrac{4 - 2x}{2}$

Igualando a cero dicha derivada para calcular los posibles máximos o mínimos de la función: $f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; \dfrac{4 - 2x}{2} = 0 \;\Rightarrow\; 4 - 2x = 0 \;\Rightarrow\; x = 2$ posible máximo ó mínimo de la función.

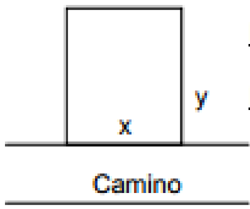
Hallando la 2ª derivada para saber si es un máx. ó mín.: $f''(x) = \dfrac{-2}{2} = -1$

Sustituyamos el posible máx. ó mín. en dicha derivada:

$f''(2) = -1 < 0$ <u>máximo</u>: $x = 2;\ y = 4 - 2 = 2 \;\Rightarrow\; A = \dfrac{2 \cdot 2}{2} = 2\ cm^2$

Solución: El área máxima que puede tener el triángulo rectángulo es de $2\ cm^2$

3.- Si se quiere vallar un campo rectangular que está junto a un camino. Si la valla del lado del camino cuesta 80 Euros/m y la de los otros 10 Euro/m, halla el área del mayor campo que puede cercarse con 28800 Euros.



Relación: $90x + 20y = 28.800 \Rightarrow 9x+2y= 2880 \Rightarrow y = 1440 - 4'5x$

Función (área): $f(x,y) = x\cdot y \Rightarrow f(x) = x\cdot(1440 - 4'5x) = 1440x - 4'5x^2$

Derivando: $f'(x) = 1440 - 9x$

Igualando a cero: $f'(x)=0 \Rightarrow 1440 - 9x = 0 \Rightarrow x = 160$ posible máx. ó mín.

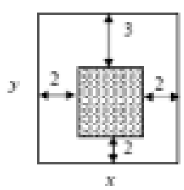
Hallando la segunda derivada: $f''(x) = -9$

Sustituyamos el posible máx. ó mín. en dicha derivada: $f''(160) = -9 < 0$ máximo.

Si $x = 160 \Rightarrow y = 1440 - 4'5\cdot 160 = 720$

Solución: El área del mayor campo que se puede cercar con 28800 Euros es de 160 m. x 720 m. = 115.200 m^2.

4. Las páginas de un libro deben medir cada una 600 cm^2 de área. Sus márgenes laterales y el inferior miden 2 cm. y el superior mide 3 cm. Calcular las dimensiones de la página que permitan obtener la mayor área impresa posible.



Alto de la página impresa: y-5
Ancho de la página impresa: x-4
Área impresa = $(x-4)\cdot(y-5)$ (función objetivo)
Área páginas = $x\cdot y = 600$ (relación) $\Rightarrow y = \dfrac{600}{x}$

Función: $f(x, y) = (x-4)\cdot(y - 5) \Rightarrow f(x) = (x-4)\cdot\left(\dfrac{600}{x} - 5\right) = 600 - 5x - \dfrac{2400}{x} + 20$

Derivando: $f'(x) = -5 + \dfrac{2400}{x^2}$

Igualando a cero: $f'(x) = 0 \Rightarrow -5 + \dfrac{2400}{x^2} = 0 \Rightarrow \dfrac{2400}{x^2} = 5 \Rightarrow x^2 = \dfrac{2400}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{480} = \pm 21,91$

Como no pude ser – 21,91 ya que las longitudes no pueden ser negativas. El único punto posible máximo ó mínimo de f(x) es x= +21,91

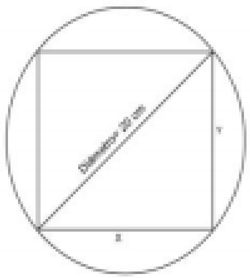
Hallando la segunda derivada: $f''(x) = \dfrac{0 - 2400\cdot 2x}{x^4} = \dfrac{-4800}{x^3}$

Sustituyamos el posible máx. ó mín. en dicha derivada: $f''(21,91) = (-) < 0$ máximo.

Si $x = 21,91 \Rightarrow y = \dfrac{600}{21,91} = 27,38$

Solución: La hoja debe tener de ancho 21,91 cm y 27,38 cm de alto..

5.- Entre todos los rectángulos inscritos en una circunferencia de radio 10 cm, calcula las dimensiones del que tenga área máxima.



Relación: $x^2 + y^2 = 20^2 \Rightarrow y^2 = 400 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{400 - x^2}$

Función: $A(x, y) = x \cdot y \Rightarrow A(x) = x \cdot \sqrt{400 - x^2} = \sqrt{400x^2 - x^4}$

Como la función es positiva se puede elevar al cuadrado sin que varíen sus máximos y/o mínimos:

$$f(x) = (A(x))^2 = x^2 \cdot (400 - x^2) = 400x^2 - x^4$$

Derivando: $f'(x) = 800x - 4x^3$

Igualando a cero: $f'(x) = 0 \Rightarrow 800x - 4x^3 = 0 \Rightarrow x \cdot (800 - 4x^2) = 0 \Rightarrow x = 0$ ó $x = \pm\sqrt{200}$ $\Rightarrow$ x = 14´14 (las longitudes no pueden ser negativas o cero) posible máx. ó mín.

Hallando la segunda derivada: $f''(x) = 800 - 12x^2$

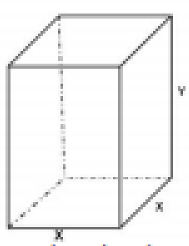
Sustituyamos el posible máximo ó mínimo en dicha derivada:

$f''(14´14) = 800 - 12 \cdot (14{,}14)^2 = -1600 < 0 \Rightarrow$ Máximo: $x = 14´14 \Rightarrow$

$y = \sqrt{400 - (14´14)^2} = \sqrt{200} = 14´14$

Solución: Tendrá área máxima un cuadrado de lado 14´14 cm.

6.- Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcular las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea el menor posible. **(PAU, SEPT´2001)**



Relación: $V = x \cdot x \cdot y = x^2 \cdot y = 13{,}5 \Rightarrow y = \frac{13{,}5}{x^2}$

Función: $f(x,y) = x^2 + 4 \cdot x \cdot y \Rightarrow f(x) = x^2 + 4 \cdot x \cdot \left(\frac{13{,}5}{x^2}\right) = x^2 + \frac{54}{x}$

Derivando: $f'(x) = 2x + \left(\frac{0 - 54}{x^2}\right) = \frac{2x^3 - 54}{x^2}$

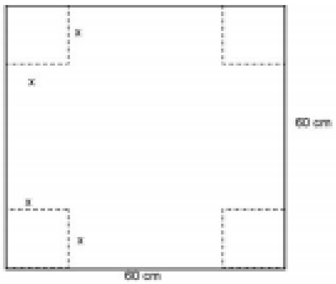
Igualando a cero: $f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^3 - 54}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^3 - 54 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{27} = 3$, posible máximo ó mínimo.

Hallando la segunda derivada: $f''(x) = 2 + \frac{54 \cdot 2x}{x^4} = 2 + \frac{108}{x^3}$

Sustituyamos el posible máx. ó mín. en dicha derivada: $f''(3) = 2 + \frac{108}{27} = 6 > 0 \Rightarrow$ mínimo: $x = 3 \Rightarrow y = \frac{13{,}5}{3^2} = 1{,}5$

Solución: Para que precise la menor cantidad de chapa, la base debe ser un cuadrado de lado 3 m y la altura 1,5 m.

9.- A partir de una cartulina cuadrada de 60 cms de lado se va a construir una caja de base cuadrada, sin tapa, a base de recortar cuatro cuadrados iguales en las esquinas de la cartulina y doblando después de la manera adecuada. Un observador indica que la caja de más capacidad se obtendrá si los cuadrados eliminados tienen 10 cm. de lado. Decidir si la observación es correcta o no. **(PAU, JUN'2001)**



Función: $f(x) = (60-2x)\cdot(60-2x)\cdot x = 4x^3 - 240x^2 + 3600x$
Derivando la función: $f'(x) = 12x^2 - 480x + 3600$

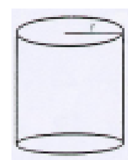
Igualando a cero: $f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 480x + 3600 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x^2 - 40x + 300 = 0 \Rightarrow x = 10$ y $x = 30$ Posibles máx ó mín.

Hallando la segunda derivada: $f''(x) = 24x - 480$
Sustituyamos los posible máximos ó mínimos en dicha derivada:

$f''(30) = 720 - 480 = 240 > 0 \Rightarrow$ Mínimo
$f''(10) = 240 - 480 < 0 \Rightarrow$ Máximo: $x = 10$

Solución: La observación es correcta.

10.- Se quiere construir depósitos cilíndricos como el de la figura, con la condición de que la altura más el perímetro de la circunferencia valgan 100 m. Comprobar que el volumen de los depósitos viene dado por la expresión $V = 100\cdot\pi\cdot r^2 - 2\cdot\pi^2\cdot r^3$ y determinar las dimensiones del que tiene volumen máximo. **(PAU,Junio'97)**



<u>Relación:</u> $h + 2\cdot\pi\cdot r = 100 \Rightarrow h = 100 - 2\cdot\pi\cdot r$
<u>Función:</u> $V = \pi\cdot r^2\cdot h \Rightarrow V(r) = \pi\cdot r^2\cdot(100 - 2\cdot\pi\cdot r) = 100\cdot\pi\cdot r^2 - 2\cdot\pi^2\cdot r^3$

Derivando: $V'(r) = 200\cdot\pi\cdot r - 6\cdot\pi^2\cdot r^2$
Igualando a cero: $V'(r) = 0 \Rightarrow r\cdot(200\cdot\pi - 6\cdot\pi^2\cdot r) = 0 \Rightarrow$ **$r = 0$** ó $200\cdot\pi - 6\cdot\pi^2\cdot r = 0$
$\Rightarrow r = 0$; $r = \dfrac{200\cdot\pi}{6\cdot\pi^2} = \dfrac{100}{3\cdot\pi} = 10{,}61$, posibles máximos ó mínimos.

Hallando la segunda derivada: $V''(r) = 200\cdot\pi - 12\cdot\pi^2\cdot r$

Sustituyamos los posibles máximos ó mínimos en dicha derivada:

$V''(0) = 200\cdot\pi - 0 > 0 \Rightarrow$ Mínimo

$V''(10{,}61) = 200\cdot\pi - 12\cdot\pi^2\cdot 10{,}61 < 0 \Rightarrow$ Máximo: $r = 10{,}61 \Rightarrow$

$h = 100 - 2\cdot\pi\cdot 10{,}61 = 33{,}34$

Solución: El depósito cilíndrico de volumen máximo tendrá de radio: 10,61 m y de altura 33,34 m.

Ejercicios Tomados de:

http://www.cartagena99.com/recursos/matematicas/ejercicios/Der_EjerciciosOptimizacion3.pdf

6.2.12. Registros de representación semiótica. RAYMOND DUVAL.

Raymond Duval ha trabajado con mucho interés en los sistemas de representación de un mismo objeto matemático generando una nueva noción llamada registro de representación. Un registro: es un signo en el sentido más amplio de la palabra: trazos, íconos, símbolos, etc. Los registros son medios de expresión y de representación caracterizados precisamente por sus respectivos sistemas semióticos.

La particularidad del aprendizaje de las matemáticas hace que las actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y de representación distinta a los del lenguaje natural o de las imágenes. Hay una clara diferencia entre lo que es un objeto matemático como los números, funciones y su representación como la escritura decimal o fraccionaria, símbolos, gráficos. Un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy distintas y sabemos que al existir confusión entre estos dos términos habrá una pérdida de comprensión. Según el autor cuando hablamos de representaciones debemos tener en la cuenta:

El sistema por el cual se produce la representación.- El pensamiento humano requiere la movilización de varios sistemas de representación de producción y su coordinación.

La relación entre la representación y el objeto representado.

La posibilidad de un acceso al objeto representado, aparte de la representación semiótica.

La razón por la que el uso de la representación es necesaria: El tema de derivadas se puede aplicar como un ejemplo de esta teoría por cuanto los alumnos tienen siempre problemas para pasar de una forma de representación a otra.

En cuanto a la temática de la derivada es de gran importancia y más que eso yo diría irrelevante valorar el enseñar y el aprender a interpretar gráficas que representen la situación que se pretende abordar de tal forma que se logre de una manera más sencilla y menos traumática pasar de la situación real a su modelación matemática y posteriormente a su solución, obteniendo de ellas (las gráficas) toda la información que realmente contienen.

También se debe considerar que en muchas situaciones es difícil o en algunos casos no es posible obtener una expresión analítica de la magnitud a estudiar, por tanto se apela entonces a instrumentos adecuados para obtener su representación gráfica, procediéndose luego a interpretarla. Como Por ejemplo el polígrafo, el electrocardiograma, etc.

6.2.13. Método de Polya para resolver problemas matemáticos.

Para resolver un problema se necesita:

Paso 1: Entender el problema

a) ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
b) ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Paso 2: Configurar un plan

a) ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
b) ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
c) He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
d) ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
e) Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más

accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

f) ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Paso 3: Ejecutar el plan

a) Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos
b) ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Paso 4: Examinar la solución obtenida

a) ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes el razonamiento?
b) ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

6.2.14. Aprendizaje basado en problemas: el método ABP.

El ABP tiene sus orígenes en la Universidad de MacMaster, en Canadá, en la década de los sesenta, y una década más tarde aparece en Europa, en la Universidad de Mastricht. El objetivo era el de mejorar la calidad de la educación médica, cambiando la orientación de un currículo basado en una colección de temas y exposiciones por parte del profesor por otro más integrado que estuviera organizado según los problemas de la vida real, que, en definitiva, es donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego.

> "El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un método de enseñanza-aprendizaje centrado en el estudiante en el que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su actividad profesional, es decir, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de competencias profesionales." *(M*aría Dolors Bernabeu y María Cónsul, S.C.)

Consiste en que un grupo de estudiantes de manera autónoma, aunque guiados por el profesor, deben encontrar la respuesta a una pregunta o solución a un problema de forma que al conseguir resolverlo correctamente suponga que los estudiantes tuvieron que buscar, entender e integrar y aplicar los conceptos básicos del contenido del problema así como los relacionados. Los estudiantes, de este modo, consiguen elaborar un diagnóstico de las necesidades de aprendizaje, construir el conocimiento de la materia y trabajar cooperativamente.

En sentido estricto, el ABP no requiere que se incluya la solución de la situación o problema presentado. Al inicio de una materia, el estudiante no tiene suficientes conocimientos y habilidades que le permitan, en forma efectiva, resolver el problema. El objetivo, en estas etapas, es que el estudiante sea capaz de descubrir qué necesita conocer para avanzar en la resolución de la cuestión propuesta (diagnóstico de necesidades de aprendizaje). A lo largo del proceso educativo, a medida que el estudiante progresa en el programa se espera que sea competente en planificar y llevar a cabo intervenciones que le permitirán, finalmente resolver el problema de forma adecuada (construcción del conocimiento). Y todo ello, trabajando de manera cooperativa.

El ABP facilita, o fuerza, a la interdisciplinaridad y la integración de conocimiento, atravesando las barreras propias del conocimiento fragmentado en disciplinas y materias.

Morales y Landa (2004) establecen que el desarrollo del proceso de ABP ocurre en ocho fases:

1. Leer y analizar el problema: se busca que los alumnos entiendan el enunciado y lo que se les demanda.

2. Realizar una lluvia de ideas: supone que los alumnos tomen conciencia de la situación a la que se enfrentan.

3. Hacer una lista de aquello que se conoce: implica que los alumnos recurran a aquellos conocimientos de los que ya disponen, a los detalles del problema que conocen y que podrán utilizar para su posterior resolución.

4. Hacer una lista con aquello que no se conoce: este paso pretende hacer consciente lo que no se sabe y que necesitarán para resolver el problema, incluso es deseable que puedan formular preguntas que orienten la resolución del problema.

5. Hacer una lista con aquello que necesita hacerse para resolver el problema: los alumnos deben plantearse las acciones a seguir para realizar la resolución.

6. Definir el problema: se trata concretamente el problema que van a resolver y en el que se va a centrar

7. Obtener información: aquí se espera que los alumnos se distribuyan las tareas de búsqueda de la información

8. Presentar resultados: en este paso se espera que los alumnos que hayan trabajado en grupo estudien y comprendan, a la vez que compartan la información obtenida en el paso 7, y por último que elaboren dicha información de manera conjunta para poder resolver la situación planteada.

6.2.15. El aprendizaje significativo.

Planteado por David Ausubel, quien muestra que el estudiante al relacionar la información nueva con sus presaberes, reconstruyendo, completando y/o reformando da paso a un nuevo conocimiento condicionado por los anteriores y los nuevos a su vez cambian y enriquecen éstos.

El aprendizaje significativo sucede cuando el estudiante relaciona sus conocimientos previos con los nuevos que va adquiriendo para dar paso a un nuevo aprendizaje. Este aprendizaje permite la retroalimentación, pues el maestro crea un entorno de instrucción donde cada estudiante puede saber de esta hablando. Este aprendizaje permite ser utilizado en nuevas situaciones, en contextos diferentes que llevan a la comprensión real.

En el aprendizaje significativo los presaberes son punto de apoyo para los nuevos conocimientos y guardan relación estrecha.

Se hace necesario que se tenga un amplio conocimiento metacognitivo para lograr integrar y organizar los nuevos conocimientos.

Que los conocimientos pasen a la memoria comprensiva, requiere de la participación activa del docente centrando su atención en el como se adquieren los aprendizajes.

Los estudiantes pueden construir su propio aprendizaje adquiriendo la competencia de aprender a aprender.

En esta investigación se hace indispensable que el estudiante logre relacionar todos los saberes a cerca de la derivada como sus definiciones, sus esquemas representativos, sus diferentes notaciones, etc. de tal forma que al enfrentarse a una situación problémica él pueda pensar, planear y ejecutar los pasos necesarios y suficientes para llegar no sólo a su solución sino a una interpretación del mismo según el contexto. Proceso base de un aprendizaje significativo, el cual muestra a través de su autonomía en el análisis y procesamiento de la información.

El maestro aquí tiene un papel bien establecido y determinante porque debe ocuparse de los contenidos que son pertinentes, ayudar al estudiante a identificar que conceptos son necesarios para comprender el contenido y permitir al estudiante que entre a manipular de cerca todo lo que pueda aproximarlo a una solución coherente de la situación planteada.

6.2.16. Didáctica de las matemáticas.

La didáctica es “el arte de enseñar” y todas las palabras con la esa raíz tienen que ver con el término “enseñanza” (Brousseau 1990b).

Y según Benedito, la didáctica “es una ciencia y tecnología que se construye, desde la teoría y la práctica en ambientes organizados de relación y comunicación intencional donde se desarrolla procesos de enseñanza aprendizaje para la formación del alumno” (1987:11).

Estas y otras definiciones sobre didáctica apuntan a definirla como una ciencia que tecnifica todo tipo de esfuerzos científicos que periten optimizar recursos procesos y métodos que puedan por decirlo así “pavimentar” (facilitar) el camino de la enseñanza para lograr llegar de manera mucho más eficaz a la comprensión y aprendizaje de alguna disciplina.

La didáctica de las matemáticas entonces es una rama de la didáctica general que investiga, reconoce, determina, señala, aplica y evalúa procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Su objeto según Chevallard s.f. es “el estudio de los hechos de la enseñanza de las matemáticas”.

La didáctica de las matemáticas es un campo disciplinar muy diferente de los otros por tanto se le considera autónomo que aún continúa en estudio desde su aparición hace 30 años aproximadamente.

Dado que la didáctica de las matemáticas estudia toda actividad que su fin sea la enseñanza dentro de su especifidad, el estudiante juega un papel protagónico en este estudio puesto que el conocimiento matemático no solo se sitúa en la esfera teórica de aprender conceptos, formulas definiciones y su aplicación en determinados momentos; el estudiante debe formular, probar, construir modelos, lenguajes, teorías, entre otros que pueda conmutar con sus iguales y ser capaz de elegir los útiles según la cultura.

Para esto es necesario que el docente proponga por medio de interrogantes situaciones adecuadas que movilicen las distintas situaciones de aprendizaje, con presaberes que el estudiante acomode y adecue a las nuevas situaciones, para luego modificar el conocimiento como respuesta al medio.

Este trabajo no dará solución a toda la problemática con la que los docentes nos enfrentamos en la enseñanza del cálculo diferencial, dada su complejidad tanto en conocimiento como en teorías epistemológicas. Sin embargo dentro del aprendizaje de las matemáticas uno de sus fines principales es la resolución de problemas. Herramienta por medio de la cual se logra equilibrar la complejidad y practicidad de los ejercicios matemáticos para fortalecer temes específicos tales como el aprendizaje de las derivadas. Esta resolución problémica en la actualidad se centra en el planteamiento, interpretación y utilización de los resultados obtenidos, ya que la tecnología por medio de diferentes programas agiliza los cálculos, mediciones y gráficos.

Polya, santos (2007),Mancera (2000) entre otros consideran muy importante esta estrategia para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, permitiéndole al estudiante acceder a diferentes recursos para plantear y resolver problemas. También se convierte en una herramienta poderosa de comunicación e interacción con el medio en el que vive ya que el estudiante puede exponer sus ideas, escuchar las de sus pares, comparar, clarificar, concluir, repercutiendo e manera significativa en el fortalecimiento y análisis de información. (Espinoza, González, Zambrano y Ramírez; 2008).

Con la debida orientación esta herramienta didáctica investigada en un inicio por George Polya en los años 40 en el siglo XX, luego confirmada y ampliada por Alan Shoenfeld, Hort Müller, dista mucho del modelo tradicional porque permite a los estudiantes hacer matemáticas: creando, conjeturando, explorando, evaluando y verificando resultados encontrados; Claramente este proceso debe ser guiado por el docente quien lo orientará en el entendimiento de los procesos e ideas matemáticas indispensables para la implementación de la estrategia; sin que él (docente) llegue a tener el papel protagónico en la explicación magistral o de otra forma de los conceptos sino que el estudiante adquiera por sí mismo los conocimientos y los aplique en la solución de una situación problémica.

Es importante entonces que el docente sea cuidadoso al seleccionar o construir problemas para que logren captar el interés del estudiante y le permitan a su nivel ser creativo para resolverlo, disfrutando al final el hecho de haber hallado la respuesta por sí mismo. Este tipo de problemas no deben tener solución inmediata, para que su desarrollo y solución salga de la rutina y le haga (al estudiante) utilizar todas sus capacidades y conocimientos.

Por otro lado existe una gran dificultad en la etapa inicial de la resolución de problemas que es la interpretación del mismo, ya sea por su carga de tecnicismos propias del contexto del problema o de la misma disciplina matemática.

El Dr. Guillermo Pérez Pantaleón en su libro "Metodología general integral para la enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos" que el maestro analice el vocabulario propio del estudiante, construido en la escuela, con sus presaberes, su entorno, etc. Para desarrollar una especie de diccionario con el que se puedan elaborar problemas en base a esta realidad y necesidades, con el fin de tengan sentido para el estudiante motivando y asegurando su comprensión y facilidad de resolución. Cabe aclarar que este vocabulario estudiantil no es estático, debe ir en aumento día tras día construyéndolo junto con el docente al avanzar en sus clases.

En la hora de enfrentarse al problema Polya, aporta unas etapas fundamentales en la solución de problemas:

a) Comprender el problema: identificar datos, incógnitas, conque elementos se cuenta, que hace falta, etc.

b) Trazar un plan para llegar a la solución: etapa de la creación de una o más estrategias a seguir para responder lo que se pide.

c) Ejecución del plan: es donde se pone en práctica el diseño elaborado

d) Evaluación del plan respecto del problema: etapa del monitoreo de la acción.

7. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

7.1. Enfoque de la investigación

El enfoque que se empleará es el cualitativo, porque se quiera profundizar en algunos aspectos del estudiantado y del profesor planteados, y en la comprobación o refutación de algunas hipótesis también planteadas a partir de la observación, la entrevista y primeras pruebas escritas durante un periodo del año escolar del grado undécimo de la corporación educativa adventista en el tema de la derivada.

Es necesario realizar algunos análisis descriptivos pues se deben tener en cuenta también las emociones, el rendimiento académico y el interés de las estudiantes al momento de aprender e interiorizar los conceptos; de este modo se complementa la investigación con una mirada sobre conductas y motivaciones sociales.

Resulta coherente entonces implementar estrategias e instrumentos de anàlisis en un primer momento, para la obtencion de material estadìstico que ayuden a desarrollar de anera real el proceso, y en segunda instancia se realizarà la observaciòn de los cambios generados en la comunidad intervenida por la aplicaciòn de la estrategia, por ùltimo se plantean unas conclusiones que validan el proceso y ofrecen de manera objetiva paràmetros eficaces para mejorar y potenciar el aprendizaje de las derivadas en los estudiantes del grado undècimo.

7.2. Tipo de investigacion

Se trabajará sobre un tema específico en el cual se han notado falencias educativas por medio de estrategias y metodologías que conduzcan a una solución.

El tipo de investigación utilizada será la investigación acción educativa porque constituye un método eficaz para la construcción del saber pedagógico por parte del docente. Además este tipo de investigación permitirá el análisis colectivo de los participantes con el fin de mejorar la práctica educativa en el tema de la enseñanza de la derivada en estudiantes de bachillerato y las diversas áreas del conocimiento donde en situaciones específicas se pudieran aplicar estos conceptos.

La investigaciòn acciòn educativa ofrece una salida, que comienza con la crìtica a la pràcctica a travès de la reflexiòn sobre el quehacer pedagògico, las teorias que presiden dicho actuar y la situaciòn vivida por los estudiantes.

En este tipo de investigaciòn la reconstrucciòn de la pràctica, es la propuesta de una pràctica alternativa màs efectiva. Ya que tiene por objeto estudiar situaciones problemáticas que se vivencian en el campo educativo y son susceptibles de ser modificadas para mejorar y fortalecer las prácticas pedagógicas y educativas, con el fin de generar en los estudiantes aprendizajes significativos que les permitan mejorar su calidad de vida.

Fases. En esta investigación se llevaron a cabo las siguientes fases:

Fase de reflexión inicial: observación detallada al grupo undécimo de la corporación educativa adventista frente a la temática de las derivadas donde se presentan las dificultades, esta etapa también incluye una encuesta que mostrará las preferencias temáticas y sus abordajes.

Como producto de este primer momento se elabora un diagnóstico institucional en el que se describe el contexto que rodea a la Institución Educativa Adventista, la manera como se ha venido orientando el proceso de enseñanza de la derivada en el establecimiento y el nivel de competencias alcanzado por los estudiantes. Asì podremos iniciar sobre una base real para determinar el problema de investigación, corroborar y/o refutar las hipòtesis planteadas y realizar su respectiva descripción.

Fase de planificación. se formulan los objetivos que se pretenden alcanzar a través de la intervención, se plantean hipótesis y variables y se traza un plan de acción realista y flexible para la consecución de dichos objetivos. Implementación de la estrategia didáctica en el grado undécimo.

De acuerdo con la intencionalidad de la investigación, en este caso la propuesta consiste en implementar la problematizaciòn como estrategia metodologica para fortalecer el apendizaje de las derivadas en los estudiantes del grado undecimo del CEA Puerto Tejada, con miras a desarrollar el pensamiento lógico, pràctico y adquieran aprendizajes significativos.

Fase de acción. es la puesta en práctica del plan. Es una acción meditada, controlada, observada, que registra datos para utilizarlos en una reflexión posterior. En este momento se planean y se desarrollan los problemas matematicos con el grupo muestra teniendo en la cuenta las diferentes aplicaciones de la temàtica en algunos campos del saber, enfatizando en aquellos que màs comunmente se les presentan y se relacionan con la zona industrial del parque al cual por su ubicaciòn dentro de las cercanìas del municipio tienen acceso y sus fincas productivas. Para esto se utilizaràn algunas metodologìas basadas en la resoluciòn de problemas ya investigadas y utilizadas por autores de reconocimiento mundial adecuadas para facilitar el aprendizaje.

Fase de reflexión: es el momento de analizar, interpretar y sacar conclusiones. En este último momento se aplica a los estudiantes un postest y se evalúa la efectividad de la propuesta con el docente encargado del area y la respectiva poblaciòn estudiantil de la institución por medio de una encuesta final, se presentan resultados, se sacan conclusiones y se hacen las respectivas recomendaciones.

Las anteriores fases permiten identificar que se trata de un proyecto investigativo descriptivo-experimental porque parte del diagnóstico y la caracterización de la población y del grupo estudiado para tener un mejor conocimiento de estos, se formulan las preguntas específicas que se busca responder, se identifican las variables del fenómeno observado, se plantean hipótesis de trabajo y un plan de acción teniendo en cuenta los recursos disponibles; después de ejecutarlo se analizan los resultados para comprobar si es válida o no las hipótesis y estos son presentados en un informe escrito.

La aplicación del pretest y el post test darán cuenta de los avances logrados gracias a la intervención.

8. PRESUPUESTO

Para la aplicación de las estrategias propuestas en este proyecto es decir talleres guìas de informaciòn , fotocopias y algunos materiales para construccion de modelos reales que permitieran en algunos visualizar màs facilmente el problema a realizar , fue necesario contar en primer lugar con el recurso humano, en este caso los estudiantes y con el escenario educativo, la corporaciòn educativa Adventista. Los insumos requeridos para la aplicación del pre test y del pos test fueron hojas de papel y fotocopias. El material didáctico elaborado por la docente en formación y los estudiantes, fue diseñado teniendo en cuenta pautas y recomendaciones ambientales, es decir, se emplearon materiales de bajo costo, fácilmente reciclables y manipulables y con bajo impacto contaminante sobre el medio y para la fundamentaciòn o conceptualizaciòn del tema ademàs de los avances en los grupos de trabajo formados en la poblaciòn fue necesario el alquiler de un video bean para las explicaciones y/o exposiciones.

MATERIALES	**PRECIO**
FOTOCOPIAS	$ 50.000
MATERIAL DIDACTICO	$25.000 por 6 grupos de trabajo c/u
ALQUILER DE VIDEO BEEAN	$20.000

SALIDA A FINCA (UNA) MUNICIPIO DE GUACHENÉ	$55.000
TOTAL	$275.000

Tabla No: 2

Nombre: Presupuesto

Fuente: practicante

9. APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS

9.1. Diagnóstico a grupo undécimo

En el grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista después de la observación de algunas clases, se implementa una encuesta en la que los estudiantes expresan sus opiniones y preferencias sobre algunas temáticas y su abordaje en el área de matemáticas.

9.2. Análisis de la encuesta

Lugar. En el grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista se aplica una encuesta en la que las preguntas son de respuestas cerradas sobre el interés y las preferencias en la asignatura de matemáticas.

Propósito. El objetivo de la encuesta es conocer el grado de aceptación de los estudiantes hacia la asignatura, la forma de asimilar la temática de la derivada y la resolución de problemas de aplicación de la derivada, y de este modo identificar las debilidades existentes y predominantes frente al tema.

Implementación: la encuesta se realiza en la clase de estadística, dado que fue el espacio que se determinó para la actividad. Hubo gran expectativa por parte del estudiantado quienes fueron más accequibles al saber que podían contestar de forma anónima las encuestas.

A continuación se presentan las gráficas correspondientes a cada pregunta realizando un análisis detallado de cada una de ellas.

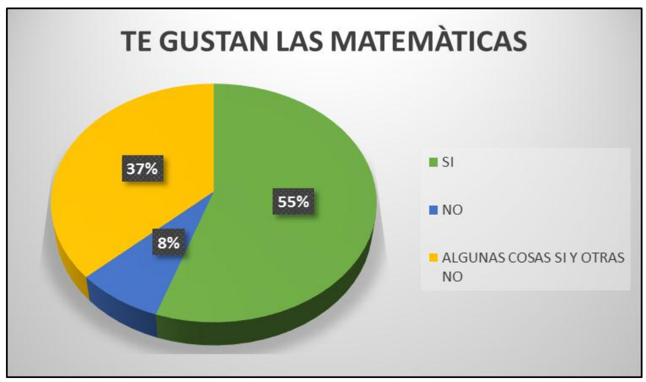
PREGUNTA Nº 1 **¿TE GUSTAN LAS MATEMÀTICAS?**

RESPUESTA	%
SI	55,26
NO	7,89
ALGUNAS COSAS SI Y OTRAS NO	36,84
TOTAL	100,00

Tabla Nº3

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº1

Fuente: propia de la autora



Gráfica Nº 7

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº1

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En la gráfica podemos ver que a la pregunta ¿te gustan las matemáticas? Un 55% respondió que SI ubicándose allí la mayoría de la población en estudio, un 8% respondió que NO y el 37% restante tienen preferencias en algunas temáticas.

PREGUNTA Nº 2

SI LA RESPUESTA FUE UN SI O UN NO COMPLETAR LA RESPUESTA CON EL ESQUEMA “PORQUE LAS MATEMÀTICAS ME PARECEN QUE SON…”SI EN CAMBIO RESPONDIÒ CON “ALGUNAS COSAS QUE ESTUDIO SI Y OTRAS NO” DAR UN EJEMPLO DE CADA CLASE.

POR QUÈ SI O PORQUÈ NO	%
INTERESANTES	12,5
UTILES PARA RESOLVER PROBLEMAS REALES	4,2
NECESARIAS	41,7
ABURRIDAS	12,5
IMPORTANTES	29,2
TOTAL	100,0

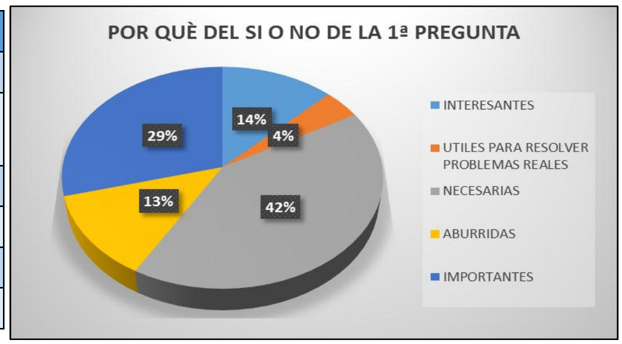


Tabla Nº4

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº2

Fuente: propio de la autora

gráfico Nº 8

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº2

fuente: propio de la autora

Análisis:

En la gráfica podemos ver que a la pregunta 1 ¿te gustan las matemáticas? Un 55% respondió que SI ubicándose allí la mayoría de la población en estudio, un 8% respondió que NO y el 37% restante según la temática a si mismo califican su gusto por el área.

al responder si o no en la pregunta 2, se les pidió completar una frase y de esta respuesta se obtuvo que la población investigada de la cual el 55.3% son mujeres y el 44.7% son hombres ven en la matemática enseñada por sus docentes con un porcentaje del 45.9% una herramienta necesaria y útil que debe ayudarles en situaciones análogas de su contexto cotidiano, el 29% aduce una importancia definida como el status del área frente a otras áreas y el 12.5% realmente ve esta área del conocimiento como aburrida y poco aplicada a sus intereses personales.

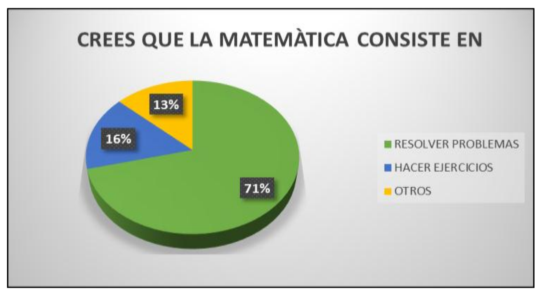
PREGUNTA Nº 3 **¿CREES QUE LA MATEMÀTICAS CONSISTE EN?**

OPCIONES	%
RESOLVER PROBLEMAS	71,1
HACER EJERCICIOS	15,8
OTROS	13,2
TOTAL	100,0

Tabla Nº5

Nombre: encuesta inicial peganta Nº3

Fuente: propia de la autora



Gráfica Nº9

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº 3

Fuente: propia de la autora

Análisis:

De las respuestas a esta pregunta podemos confirmar que un 71% de los estudiantes aducen que la matemática es una herramienta que les permite modelar y resolver situaciones problèmicas, seguido por un 16% que la ve sólo como herramienta para resolver ejercicios y un 13% que de todas formas es un porcentaje alto se sitúa en varias opciones como por ejemplo aprender conceptos, manejar operaciones básicas, entre otros, restándole una verdadera significancia al área.

PREGUNTA Nº4 **¿HAS INTENTADO RESOLVER ALGÚN PROBLEMA O REALIZAR ALGUNA ACTIVIDAD DE LAS PROPUESTAS EN LOS CUADERNOS DE MATEMÁTICAS?**

RESPUESTA	%
SI	97,4
NO	2,6
TOTAL	100,0

Tabla Nº 6

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº4

Fuente: propia de la autora

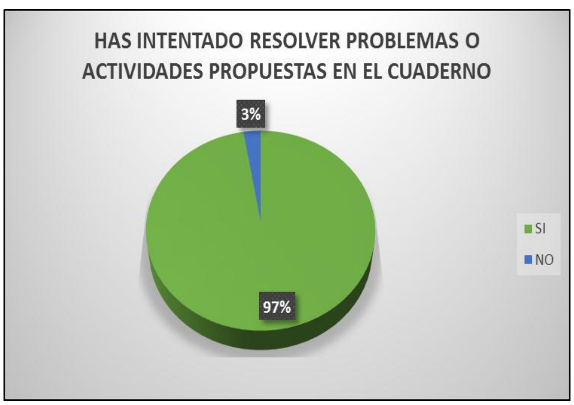


Gráfico Nº 10

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº4

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En esta respuesta podemos observar que el 97,4% de los estudiantes por la razón que sea, abordan de manera individual las actividades y/o problemas que se proponen en clases en oposición a una minoría del 3% que nunca lo ha intentado. Esto señala entonces que de alguna manera el deseo de participar y entender la temática propuesta en el área es genuino a pesar de que los resultados que pueda arrojar no sean muy positivos.

PREGUNTA Nº 5 **¿CREES QUE PROPONER PROBLEMAS Y ACTIVIDADES, DEL TIPO DE LOS PLANTEADOS POR LOS LIBROS DE MATEMÁTICAS NORMALMENTE QUE UTILIZAN EN CLASES, ES INTERESANTE?**

Tabla Nº 7

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº5

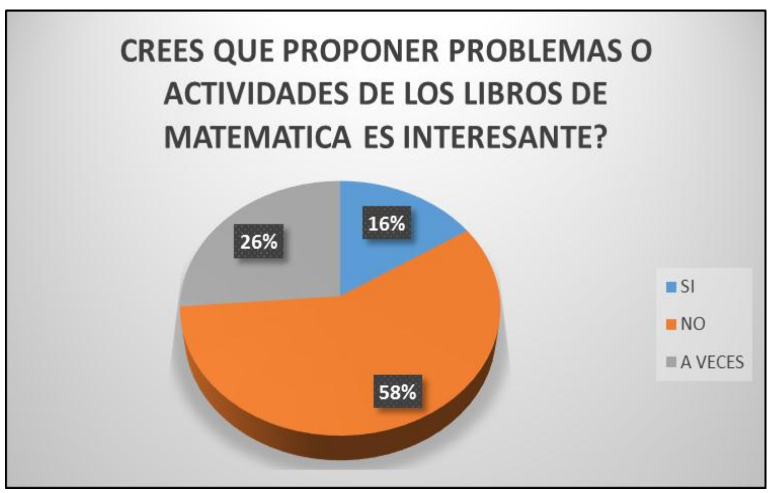
Fuente: propia de la autora

RESPUESTA	%
SI	15,8
NO	57,9
A VECES	26,3
TOTAL	100,0

Gráfico Nº 11

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº5

Fuente: propia de la autora



Análisis:

Esta pregunta permite ver en la respuesta de mayor porcentaje (NO, con un 58%) que los estudiantes argumentan que los problemas planteados en los libros de matemática que normalmente manejan, en su mayoría carecen del factor llamativo que despierta su interés. Encontramos también que un 26% de la población le encuentra algún sentido que se puede catalogar como interesante, y sólo el 16% encuentra conexión con estos problemas y/o actividades.

Esto nos conduce a determinar que este resultado debe tenerse en la cuenta para suplir las necesidades y como tal superar las dificultades existentes.

PREGUNTA Nº 6 **¿CREES QUE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS QUE SE PLANTEAN EN CLASE PARA SER RESUELTOS, COMPLETAN DE ALGUNA FORMA EL TRABAJO QUE REALIZAS?**

Tabla Nº 8

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº6

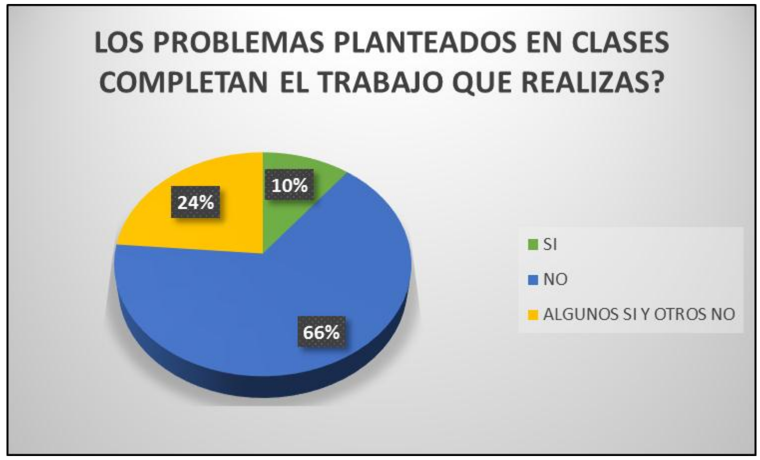
Fuente: propia de la autora

RESPUESTA	%
SI	10,5
NO	65,8
ALGUNOS SI Y OTROS NO	23,7
TOTAL	100,0

Gráfico Nº 12

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº6

Fuente: propia de la autora



Análisis:

De nuevo en esta pregunta sale a relucir la poca conexión que la población estudiada encuentra entre los problemas que se plantean en clase como aplicación y la temática a la cual pertenece dicha aplicación, pues un 66% aseguran que tales actividades y problemas no añaden más luz o completan el trabajo ya hecho en clase. El 24% hace su elección con la escogencia de ciertos ejercicios y problemas y una escasa parte de la población es decir un 10% responde forma positiva al cuestionamiento.

Esto llama la atención sobre la necesidad de la re contextualizar los problemas y las aplicaciones a las temáticas abordadas.

PREGUNTA Nº 7 **¿CRES QUE LOS PROBLEMAS Y ACTIVIDADES PLANTEADAS DESPUES DE LA CONCEPTUALIZACIÓN DE UN TEMA MATEMÁTICO HAN CAMBIADO LO QUE PIENSAS ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS?**

Tabla Nº 9

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº7

Fuente: propia de la autora

RESPUESTA	%
SI	29,0
NO	54,8
NO LO HE PENSADO	16,1
TOTAL	100,0

Gráfico Nº 13

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº7

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Se refleja en los resultados que la formulación y la modelación se ven como ruedas disyuntas a la hora de acompañar la conceptualización matemática. Un porcentaje del 54,8% que responde que NO más un 16,1% que ni si quiera lo ha pensado nos permite reconocer que las matemáticas siguen siendo la piedra de tropiezo para los estudiantes puesto que los conceptos para ellos son ítems aislados de las actividades propuestas, quedando un 29% que realmente es una minoría en comparación con la población total, que de alguna forma relacionó los procesos matemáticos y entonces halló útil los conceptos estudiados.

PREGUNTA Nº 8 **¿QUÉ PROBLEMA O ACTIVIDAD TE HA RESULTADO MÁS INTERESANTE?**

ACTIVIDADES	%
GRÀFICO DE FUNCIONES	23,5
FUNCIÒN CUADRÀTICA	14,7
FUNCIÒN LINEAL	47,1
LIMITES	5,9
CONCEPTO DE LA DERIVADA	8,8
OPTIMIZACIÒN DE MEDIDAS	0,0
TOTAL	100,0

Tabla Nº 10

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº 8

Fuente: propia de la autora

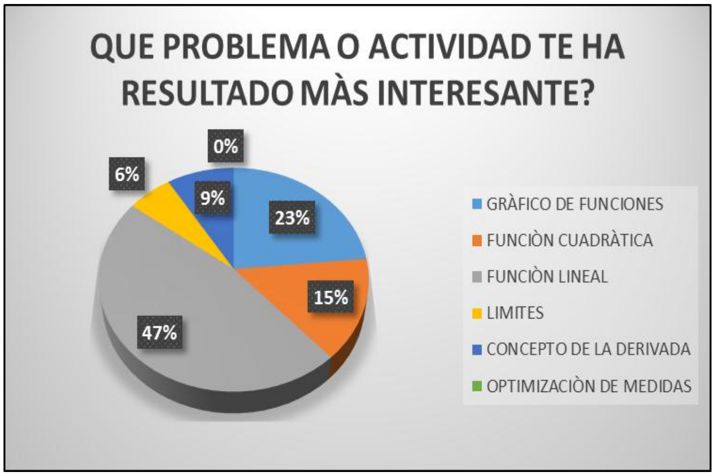


Gráfico Nº 14

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº 8

Fuente: propia de la autora

PREGUNTA Nº 9 **SUPONGASE QUE SE HA REALIZADO UNA ELECCIÓN A LAS POSIBLES ALTERNATIVAS DE LA RESPUESTA 8ª. USAR UNA SOLA PALABRA PARA COMPLETAR LA FRASE "PORQUE ME PARECIO…". SI SE ELIGIÓ LA ALTERNATIVA "NINGUNO" COMPLETAR CON UNA SOLA PALABRA LA RESPUESTA "PORQUE TODASE PARECIERON…"**

Tabla Nº 11

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº 9

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
INTERESANTE	31,6
CURIOSO	2,6
DIVERTIDO	10,5
IMPORTANCIA DE INVESTIGAR	5,3
PRÀCTICO	50
TOTAL	100,0

Gráfico Nº 15

Nombre: encuesta inicial pregunta Nº 9

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En estas preguntas (8ª y 9ª) se hace muy claro que los estudiantes de undécimo, población estudio de esta investigación, encuentran más agradable las temáticas que relaciona gráficos porque dicen entender los conceptos de una manera más práctica y y divertidas, luego le siguen todas la temáticas sobre funciones que implican también manejo de operaciones con reales argumentando que son interesantes, importantes de investigar y en ese orden con un mínimo porcentaje de 2,6% curioso. Sobre la temática de la derivada, se nota que desde los conceptos anteriores a ella es decir los límites y la continuidad, tuvieron muy poca aceptación, pues los estudiantes argumentan que no entienden, que son muchas fórmulas y si vemos el porcentaje de aplicación de las derivadas (optimización) encontraremos que es nulo pues también dicen no conocer nada del tema.

Esto nos lleva a indagar más a fondo hasta donde y como los maestros están abordando las temáticas propuestas para el grado y los porqués de dicha situación.

9.3. Análisis general

Dado que el calendario de la Corporación Educativa Adventista es A, lo más conveniente para enfrentar el problema de investigación fue aplicar la encuesta puesto que la temática de las derivadas es vista a mitad del año escolar y en la mayoría de las ocasiones finalizando el año. El maestro del área estudia actualmente VI semestre de matemáticas aplicadas y esto hizo que la temática pudiera adelantarse hasta sus inicios para lograr obtener respuestas a los interrogantes planteados para el análisis de la situación.

Este instrumento nos permitió aplicar un pretest más enfocado hacia las necesidades y falencias halladas frente al aprendizaje del concepto de la derivada y su didáctica, también fue necesario aplicar una encuesta a docentes que han dado el área en el nivel de la media para conocer la realidad de la enseñanza de esta temática en estos cursos, además de diseñar las estrategias que facilitaran el aprendizaje de dichos conceptos y que suplan las necesidades de los estudiantes y conlleven a un mejor rendimiento académico.

9.4. Aplicación de pretest

***Lugar*.** El grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista del municipio de Puerto Tejada Cauca ha sido seleccionado para aplica las estrategias metodológicas que permitirán el la mejor comprensión de la temática de las derivadas

9.5. Análisis del pre test

Lugar. En el grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista se implementa un pre-test que comprende ejercicios sobre la conceptualización de la derivada, representaciones gráficas, modelación de problemas, solución de problemas de optimización.

Propósito. propiciar que los estudiantes pongan en juego sus ideas sobre la derivada y obtener los datos iniciales para establecer un punto de partida entre lo que conocen y lo que los estudiantes no conocen respecto al concepto de la derivada y sus diferentes aplicaciones y de este modo identificar las debilidades más sobresalientes en esta temática.

Implementación. el pretest se realiza en clase de cálculo**.** Se adaptaron 8 preguntas modelo ya incluidas dentro de otra investigación hecha por la editorial Iberoamérica de la ciudad de México D.F.que para darles respuestas correctas, es necesario poner en juego alguna o algunas ideas básicas que subyacen en el concepto de derivada. Estas ideas básicas están directamente relacionadas con la cuantificación relativa dela variación por medio de la velocidad media, con la idea de límite del cociente incremental, con las pendientes de tangentes y con la velocidad instantánea.

Las preguntas no dan repuestas abiertas, constan de opciones de respuestas dentro de las cuales existen respuestas que se esperan de los estudiantes, tales respuestas fueron hechas tomando en la cuenta las dificultades ligadas a los obstáculos epistemológicos y las confusiones frecuentes en que incurren los estudiantes cuando intentan entender los conceptos básicos de cálculo.

El análisis está basado en explorar que contestan los estudiantes a cada una de las preguntas y las ideas que están implícitas en sus respuestas.

Los estudiantes estaban preocupados por la resolución de pretest, pues argumentaban no estar preparados, no recordar las definiciones, no tener claridad de las fórmulas y al hablarles de máximos y mínimos adujeron que nunca habían visto el tema. También se mostraron expectantes ante la posibilidad de fortalecer el aprendizaje de la temática por medio de la contextualización de problemas y su solución. Se les explico que debían responder en su totalidad el pretest valiéndose de lo poco o mucho que pudieran recordar y aplicar.

El cuestionario del pretest (tomado de la investigación llamada algunas ideas que acerca de la derivada se forman los estudiantes del bachillerato en sus cursos de cálculo diferencial - grupo Editorial Iberoamérica) está formado por tres situaciones relacionadas con el concepto de derivada, de estas situaciones se desprenden 8 preguntas de opción múltiple, A continuación se presentan las gráficas correspondientes a cada pregunta realizando un análisis detallado de cada una de ellas, el cuestionario se encuentra en los anexos.

El análisis de las respuestas a las preguntas se hizo en dos partes, la primera parte conformada por las preguntas 3A Y 3B porque son sobre la variación y la velocidad media y las del segundo grupo 1A, 1B, 1C, 2A, 2B Y 3C, porque se refieren al concepto de derivada.

Las preguntas de la primera parte se relacionan con la variación física. Esta pregunta indaga sobre la idea de cuantificación de cambio físico aduciendo que la respuesta necesita el resultado de $d(2)$ - $d(1)$. La diferencia solo puede obtenerse de la gráfica o por medio de la utilización de la fórmula de la función. La velocidad instantánea es un caso particular de las razones de cambio instantáneas, por medio de estas se puede determinar cuánto cambia una variable respecto de otra en un instante, esta es una de las ideas fundamentales del concepto de derivación.

Las preguntas de la segunda parte, se refieren al concepto en sí de derivada. Las primeras preguntan de la derivada como un límite. Aquí se relacionan la representación geométrica de las derivadas y la expresión analítica de su definición.

La pregunta 1B sobre la definición de derivada explora las interpretaciones estudiantiles sobre los símbolos utilizados en la definición, caso específico lo que sucede con el cociente ${}^{\Delta x}/_{\Delta y}$ cuando Δx tiende a 0. El señor A. Sierpinska (1985), en su estudio epistemológico considera que os estudiantes actuales tienden a evadir los procesos infinitos y al igual que en otras investigaciones sobre este mismo tema, noto que los estudiantes tienden a desaparecer o anular ${}^{\Delta x}/_{\Delta y}$ cuando tiende a cero.

Las preguntas 2B y 2C, buscan encontrar la dificultad de distinguir la relación entre dos funciones, la función que se deriva y la función derivada pues la mayoría de casos el gráfico de $f(x)$ es diferente del gráfico de $f'(x)$.

Análisis de las respuestas

PREGUNTA 3A

Tabla Nº:12

Nombre: pretest pregunta 3A

OPCIONES	%
1 m	13,2
5 m	23,7
15 m	26,3
10 m	21,1
no contestó	15,8
total	100

Fuente: propia de la autora

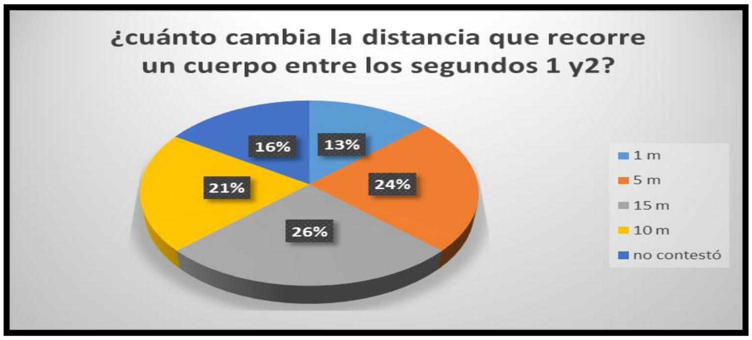


Gráfico Nº: 16

Nombre: pretest pregunta 3A

Fuente: propia de la autora

Análisis:

El 26.3% de los estudiantes contestan que la distancia cambia 15 m, es decir contestan de forma correcta; el 21.1% dicen que la distancia varía 10 m y el 23.7% contestan 5 m. estos dos últimos porcentajes muestran que no tienen claro que la distancia está dada por la sustracción $d(2)$ - $d(1)$, pues del gráfico se podía obtener o con la fórmula numérica.

PREGUNTA 3B

Tabla Nº:13

Nombre: pretest pregunta 3B

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
5 m/s	7,9
20 m/s	36,8
15 m/s	21,1
10.2 m/s	26,3
no contestó	7,9
total	100

Gráfico Nº: 17

Nombre: pretest pregunta 3B

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Esta pregunta se puede contestar si se toma en la cuenta la sustracción en la pregunta anterior, pero solo el 21.1% contestan correctamente, el 36.8% responden que la velocidad media es de 20 m/s. si se observa detalladamente las respuestas a las dos preguntas anteriores 13 estudiantes que corresponden al 34.2% del total de la población, esto podría indicar precisamente la poca relación de las ideas relacionadas con la cuantificación de la variación en este grado.

PREGUNTA 1A

Tabla Nº: 14

Nombre: pretest pregunta 1A

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
en P	18,4
en Q	39,5
en P y Q	23,7
en R	5,3
no contestó	13,2
total	100

Gráfico Nº: 18

Nombre: pretest pregunta 1A

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En esta pregunta se pide que los estudiantes den el punto donde se obtiene la derivada si se utiliza la definición dada, solo el 18.4% de la población contesta correctamente, en mayor proporción del 39.5% se encuentra la respuesta en el punto Q y el 13,2% no contestó. Esto da cuentas de que la mayoría de los estudiantes no siguen el desplazamiento de la secante hacia su posición como tangente.

PREGUNTA 1B

Tabla Nº: 15

Nombre: pretest pregunta 1B

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
se anula	39,5
es un número infinitamente pequeño	13,2
tiene por limite un número	26,3
se aproxima a un número	15,8
no contestó	5,3

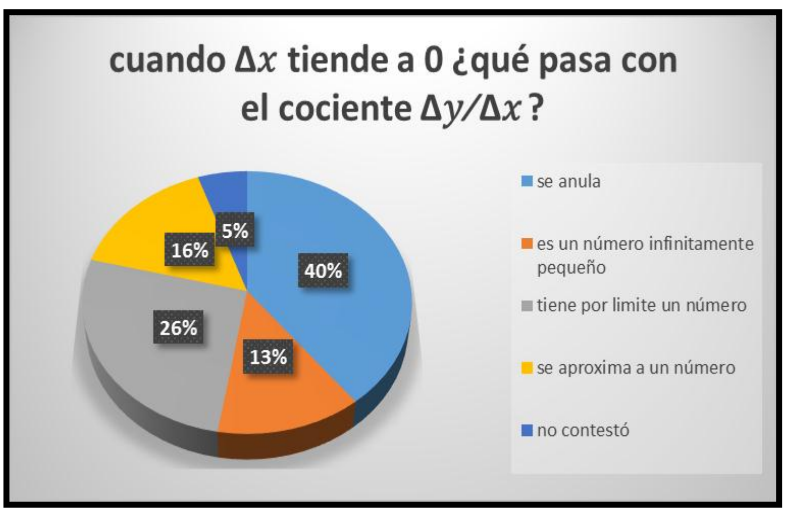


Gráfico Nº: 19

Nombre: pretest pregunta 1B

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En esta pregunta el estudiante debe recurrir a la definición que se le ha dado de derivada, y se le pregunta exactamente lo que sucede con el cociente ${}^{\Delta y}/_{\Delta x}$ cuando Δx tiende a cero. Se puede observar que un 40% de la población asegura que el cociente se anula, 13% que el cociente es infinitamente pequeño, 26% contestan que tiene por límite un número y un 16% cree que se aproxima a un número.

PREGUNTA 1C

Tabla Nº: 16

Nombre: pretest pregunta 1C

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
Δx	34,2
$\Delta x \approx 0$	28,9
Δx es un número infinitamente pequeño	26,3
ninguno de los anteriores	7,9
no contestó	2,6
TOTAL	100

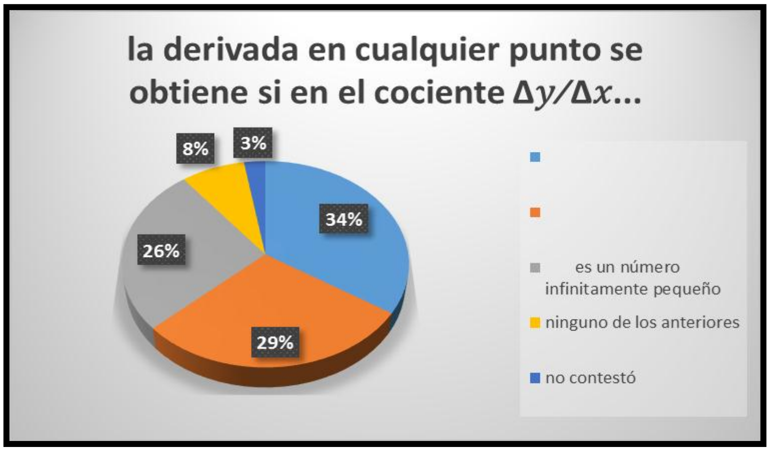


Gráfico Nº: 20

Nombre: pretest pregunta 1C

Fuente: propia de la autora

Análisis:

El 34% contesta que la derivada se obtiene si en el cociente $\Delta y/_{\Delta x}$, Δx es cero, 29% consideran que se obtiene si Δx es aproximadamente cero y 26% contestan que se obtiene si Δx es un número extremadamente pequeño y Un 8% no encuentra la solución en las opciones.

En las respuestas a las preguntas anteriores podemos observar que los estudiantes tienen confusiones serias en cuanto a la interpretación frente a los símbolos utilizados en la definición. No siempre pasa que $\Delta y/_{\Delta x}$ se anula cuando Δx tiende a cero.

Las siguientes preguntas dan cuenta de la interpretación geométrica de la derivada.

PREGUNTA 2A

Tabla Nº: 17

Nombre: pretest pregunta 2A

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
4	13,2
3	7,9
-1	21,1
2	52,6
no contestó	5,3
total	100

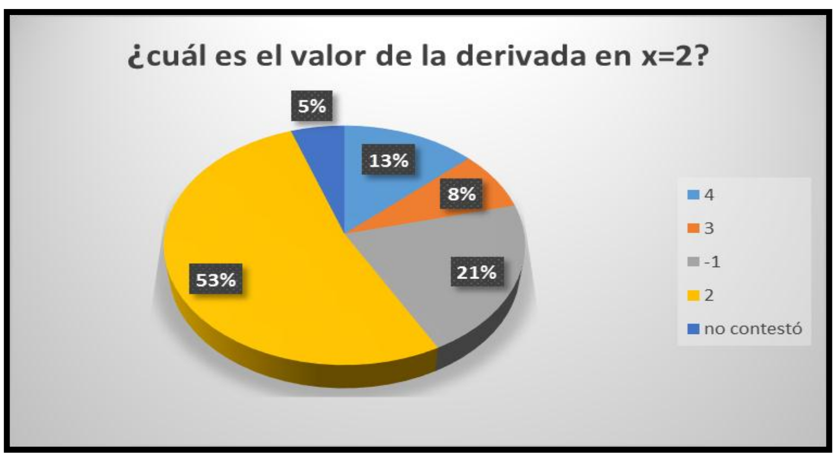


Gráfico Nº: 21

Nombre: pretest pregunta 2A

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En esta pregunta se pide el valor de la derivada en el punto $x = 2$, el 23% de los estudiantes contestan que es la opción d, es decir 2, que sería el valor correcto de $f(2)$, el 21% responde correctamente marcando la opción c, es decir -1.

Lo que se puede ver en estas respuestas es que los estudiantes dan un valor igual a la función evaluada en un punto como a su derivada evaluada en al mismo punto. Para el punto dado en este caso no funciona así.

PREGUNTA 2B

Tabla Nº:18

Nombre: pretest pregunta 2B

Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
1	47,4
-1	15,8
2	5,3
0	26,3
no contestó	5,3
total	100

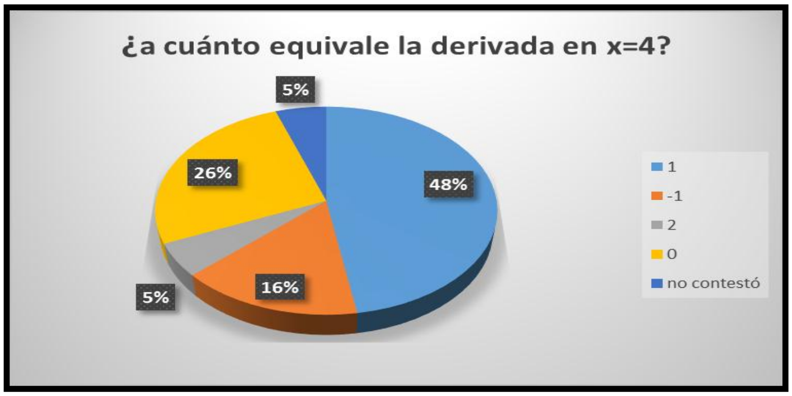


Gráfico Nº: 22

Nombre: pretest pregunta 2B

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Esta pregunta es semejante a la anterior y las respuestas dadas por los estudiantes arrojan los siguientes resultados, el 48% eligió como en el caso anterior el valor de la función evaluada en el punto 4 es decir la opción a con el valor de 1, sólo el 26% escogió que la respuesta a $f'(4) = 0$. Si echamos una mirada a las respuestas de las dos preguntas anteriores veremos que en ambos casos se tiene la tendencia $f'(x_0) = f(x_0)$, para el x_0 dado, llegando a la misma conclusión del punto anterior.

La pregunta 3C se trabaja con la velocidad de un cuerpo en $t = 1seg^2$ **(**velocidad instantánea) a continuación se presentan las respuestas.

PREGUNTA 3C

Tabla Nº: 19

Nombre: pretest pregunta 3C

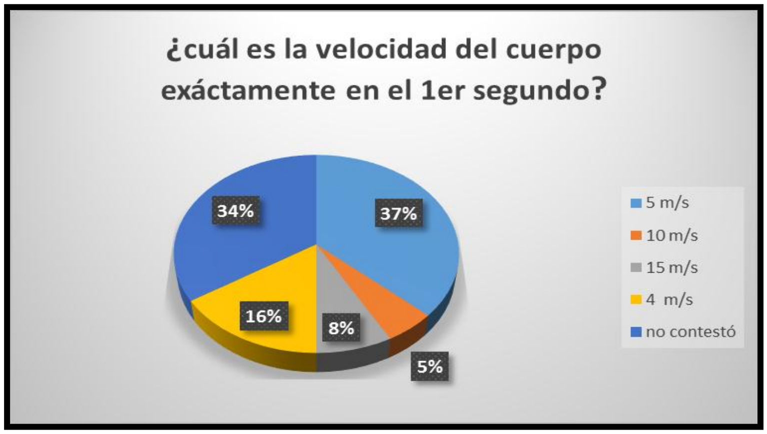
Fuente: propia de la autora

OPCIONES	%
5 m/s	36,8
10 m/s	5,3
15 m/s	7,9
4 m/s	15,8
no contestó	34,2
total	100

Gráfico Nº: 23

Nombre: pretest pregunta 3C

Fuente: propia de la autora



Análisis:

El porcentaje de los que no contestaron casi es el mismo de los que como en la anterior pregunta se dejaron llevar por la falsa idea de que la derivada en un punto es lo mismo que la función evaluada en dicho punto, solo el 5% logra responder adecuadamente la pregunta.

Esto puede indicar que la mayoría de la población en estudio tiene confuso el concepto de la derivada en un punto con lo que es la derivada evaluada en dicho punto.

10. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATÉGIAS DIDÁCTICAS

Lugar. El grado undécimo de la Corporación Educativa Adventista del municipio de Puerto Tejada Cauca ha sido seleccionado para aplicar las estrategias metodológicas que permitirán el fortalecimiento de la temática de las derivadas, dichos estrategias son implementadas durante las clases de matemáticas y algunas de física; luego de abordar las temáticas y terminar con las explicaciones.

Propósito. el objetivo fundamental es brindar a los estudiantes algunas herramientas que le permitirán ser protagonistas dentro de su aprendizaje, generándoles espacios participativos en actividades que además de enfrentarlos con un problema contextual determinado, pueda permitirles hacer uso de sus presaberes, saberes, ejemplos, problemas análogos, ingenio propio, gráficos, y demás instrumentos con el que el grupo de trabajo que forma entre sus pares pueda llegar a una solución adecuada y lo más precisa posible de la situación problémica presentada en la temática propuesta.

10.1. Aplicación de las estrategias

Teniendo un norte que seguir con la ayuda de la encuesta y el pretest, se determinó implementar las siguientes estrategias: la primera actividad se basó en la cimentación del concepto derivada por medio de clases adicionales donde a través de diversos contextos en diferentes áreas del conocimiento se áreas donde se usa esta temática se explica el fundamento teórico empleando diversos recursos como video vean, talleres, elaboración de gráficos, de recursos visuales, experimentos, etc.

Al planificar estas sesiones se tendrá en la cuenta la competencia y las capacidades que se espera desarrollar en los estudiantes.

Se ha insistido en la necesidad de lograr que el estudiante realice un aprendizaje significativo y desempeñe un rol activo para lo cual se utilizaran dos metodologías reconocidas en el campo didáctico y científico como los son la resolución problémica siguiendo a Polya y la Metodología del ABP (aprendizaje basado en problemas), utilizada más que todo en niveles superiores de aprendizaje. Para esto se contextualizaran las situaciones problemas propuestas en los algunos libros de cálculo en talleres elaborados por los mismos estudiantes y propuestos por el docente, material interactivo como video clases.

Los recursos humanos serán los docentes de cálculo, de física, la población estudiantil del grado undécimo del CEA. Puerto Tejada y eventualmente algunos profesionales que mostrarán la aplicación del concepto derivada desde su área como motivación al estudiantado.

Los materiales son guías de trabajo, cartulinas, cartón, montajes en madera, hojas de talleres y evaluaciones.

Las primeras clase sobre derivadas se hizo siguiendo el método de la clase magistral se muestra al estudiante el concepto de razón de cambio con ayuda de diapositivas y algunos gráficos elaborados en el tablero. Los estudiantes tendrán acceso a esta información desde la guía dad por el docente con el fin de que la clase esté atento.

Luego utilizando el método expositivo, dando lugar a las dudas presentadas por los estudiantes y haciendo a la vez algunos interrogantes para comprobar su comprensión presenté los subtemas: razón de cambio y la tangente a una curva, definición de derivada, presentación de gráficas y funciones derivadas.

La siguiente clase la desarrollé mostrando un poco más la parte de la problematización en otras áreas del conocimiento y pedí que formaran grupos de trabajo en donde repartí octavos de cartulina con la indicación de que entre todos los miembros del grupo pensaran, planearan y ejecutaran una forma de hacer una caja sin tapa cuyo volumen sea máximo, luego en plenaria cada grupo expresaría sus metodologías y el resultado de estas.

En otra clase el profesor de física de la institución preparo un montaje con base a un problema de su área donde no fue relevante decir el concepto de derivada pues en el desarrollo de la clase los mismos estudiantes hacían analogías entre los procesos de modelamiento y hallazgos de resultados con los hechos en la clase de cálculo.

Después de varias clases se logró que los estudiantes observaran situaciones cotidianas y de su entorno donde los incrementos y variaciones son comunes, y que entonces relacionaran el concepto de la derivada dado en la clase de cálculo con el de la velocidad en física, o la razón de cambio de un volumen con respecto al tiempo en química, o la rapidez proliferación de una bacteria contaminante en biología, el incremento o variación del área de un triángulo en geometría, la velocidad con la que se debe soltar el hilo de una cometa bajo ciertas condiciones climáticas y de altura dadas, y otros problemas de esta índole que fueron un elemento motivador para la participación de los estudiantes en el desarrollo de la clase.

Se hicieron sesiones de talleres grupales para seguir las metodologías aprendidas de Polya y el ABP para el abordaje de situaciones problèmicas.

10.2. Evidencias de la actividad

A continuación se presentan evidencias de este proceso

Foto Nº 6

Nombre: estudiantes en grupos de trabajo

Fuente: propia de la autora

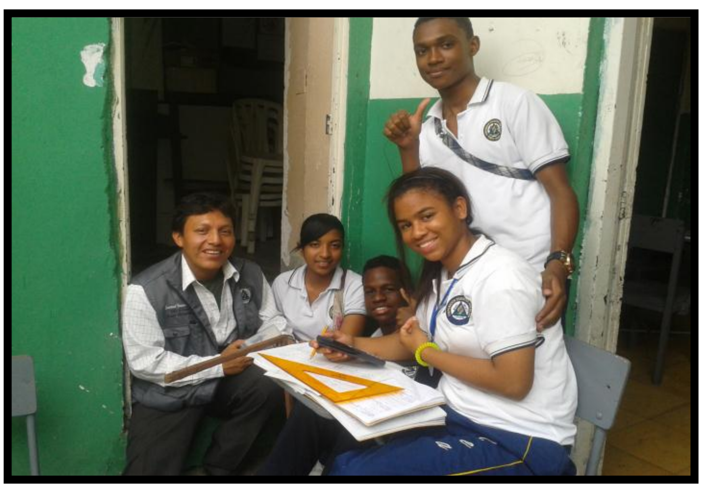


Foto Nº 7

Nombre: profesor participando en grupo de trabajo

Fuente: propia de la autora.

Fotos Nº 8 y 9

Nombre: estudiantes desarrollando un montaje en aplicación a la física de la derivada

Fuente: propia de la autora

Foto Nº 10

Nombre: estudiantes de undécimo solucionando primer taller de situaciones problèmicas contextualizadas.

Fuente: propia de la autora

Foto Nº 11

Nombre: estudiantes de 11º en la sala de internet observando clase video de aplicaciones de la derivada.

Fuente: propia de la autora

Foto Nº:12

Nombre: visita con los estudiantes de 11º a finca productiva del municipio de guachené cauca

Fuente: propia de la autora

Fotos Nº: 13 Y 14

Nombre: estudiantes de 11º desarrollando segundo taller individual.

Fuente: propia de la autora

11. APLICACIÓN DEL POSTEST

Lugar*.* El pos test se realiza en la Corporación Educativa Adventista sede Puerto Tejada Cauca en el grado undécimo.

Propósito. el propósito fundamental de este postest es evaluar, conocer realmente el impacto generado por las estrategias didácticas aplicadas, determinando los cambios y avances dados en cuanto al aprendizaje de las derivadas por medio de la problematización de situaciones a las cuales se tuvo acceso por estar dentro del contexto zonal del municipio donde viven los estudiantes. Fueron en total 5 encuentros pedagógicos de dos horas cada uno, en los que se le dedicó completa atención a la implementación de nuevas metodologías, comparando luego los resultados pre y pos a la aplicación de estas.

Implementación. El postest se aplica en la asignatura de cálculo como parte de la programación normal de evaluaciones que dentro de su área el profesor aplica. En esta parte de la investigación se procuró aplicarlo de forma individual para poder ver con más objetividad el avance de cada estudiante, logrando comparar de forma detallada la actitud y disposición frente a esta y a la anterior hecha en el pretest, se evidencia mucha más seguridad, tranquilidad y en la mayoría de los casos mucha expectativa, se podría decir emoción y/o motivación por los resultados esperados por ellos mismos y el docente frente al abordaje de la temática.

Foto Nº:15 y 16

Nombre: estudiantes 11º presentando postest

Fuente: propia de la autora

11.1. Análisis del postest:

A continuación se presentan los resultados del postest de tal forma que luego podemos hacer la comparación con los resultados del pretest

PREGUNTA Nº 1

PREGUNTA	RESPUESTAS	%
ACIERTOS	25	65,8
ERRORES	10	26,3
NO CONTESTA	3	7,9
TOTAL	38	100

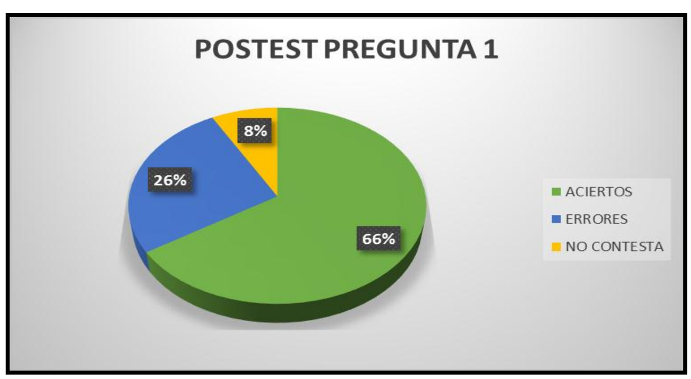


Tabla Nº:20

Nombre: postest pregunta Nº 1

Fuente: propia de la autora

Gráfico Nº:24

Nombre: postest pregunta Nº 1

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Después de la aplicación de instrumentos se muestra que el 66% de los estudiantes respondió de manera correcta, evidenciando una mejoría en el aprendizaje de la temática, también es de notar que el porcentaje de estudiantes que no se enfrentan a la situación y prefieren no contestar ha disminuido y en esta pregunta sólo el 8% aún se muestra temeroso en responder.

PREGUNTA Nº2

PREGUNTA	RESPUESTA	%
ACIERTOS	29	76,3
ERRORES	8	21,1
NO RESPONDE	1	2,6
total	38	100

Tabla Nº:21

Nombre: postest pregunta Nº 2

Fuente: propia de la autora

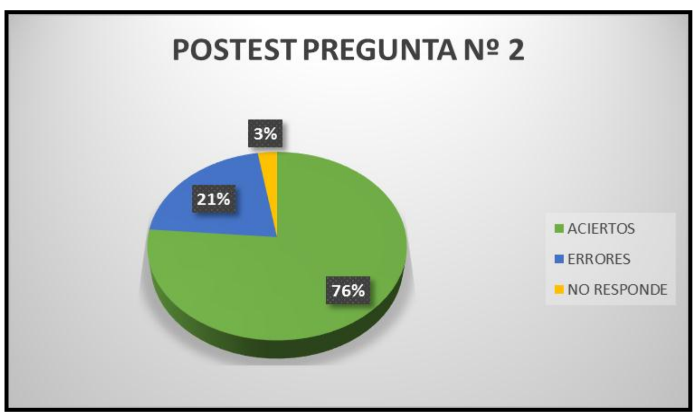


Gráfico Nº: 25

Nombre: postest pregunta Nº 2

Fuente: propia de la autora

Análisis:

En esta respuesta se evidencia en un 76% de avance grupal pues 29 estudiantes además de enfrentar la situación problémica hicieron procesos correctos y dieron la respuesta correcta, el porcentaje de errores muestra la aprehensión cognitiva de la temática y especialmente en preguntas de contextos tan reales y propios como esta. Por último es casi despreciativo el porcentaje de estudiantes que ni siquiera abordaron el ejercicio, corroborando aún más el mejoramiento del grupo.

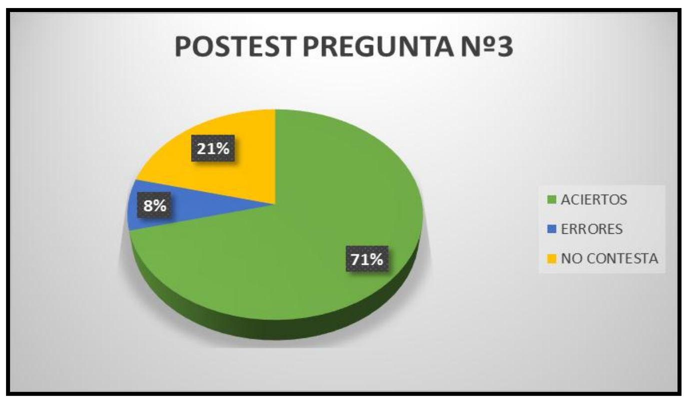
PREGUNTA Nº 3

PREGUNTA	RESPUESTA	%
ACIERTOS	27	71,1
ERRORES	3	7,9
NO CONTESTA	8	21,1
TOTAL	38	100

Tabla Nº:22

Nombre: postest pregunta Nº 3

Fuente: propia de la autora.



Gráfica Nº:26

Nombre: postest pregunta Nº 3

Fuente: propia de la autora.

PREGUNTA Nº 4

PREGUNTA	RESPUESTA	%
ACIERTOS	35	92,1
ERRORES	3	7,9
NO CONTESTA	0	0
TOTAL	38	100

Tabla Nº:23

Nombre: postest pregunta Nº 4

Fuente: propia de la autora

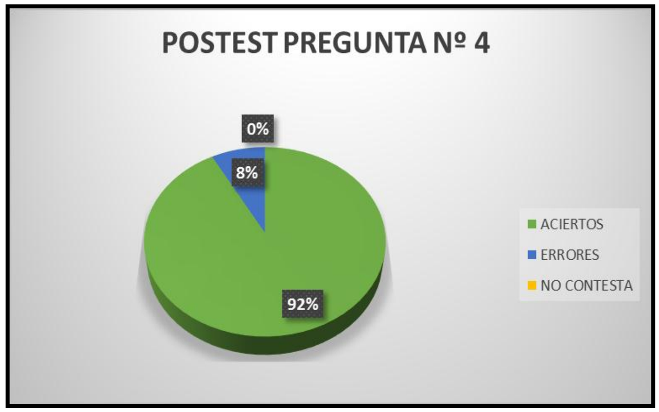


Gráfico Nº:27

Nombre: postest pregunta Nº 3

Fuente: propia de la autora

Análisis:

La pregunta relacionada con hallar la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto, evidencia un 92,1% contra un 8% a favor del avance grupal, lo que nos permite señalar que el grado es más homogéneo en cuanto a la interpretación geométrica de la derivada y su aplicación. También es importante notar que no hubo estudiantes que no se atrevieran a responder, esto podría ser interpretado con relación a las preguntas anteriores como que aun en poca medida pero sigue existiendo mucho temor a resolver situaciones problemas en cambio ejercicios directos son mucho más fáciles para ellos porque no tienen la cultura de la contextualización problémica.

PREGUNTA Nº 5

PREGUNTA	RESPUESTA	%
ACIERTOS	24	63,2
ERRORES	12	31,6
NO CONTESTA	2	5,3
TOTAL	38	100

Tabla Nº:24

Nombre: postest pregunta Nº 5

Fuente: propia de la autora

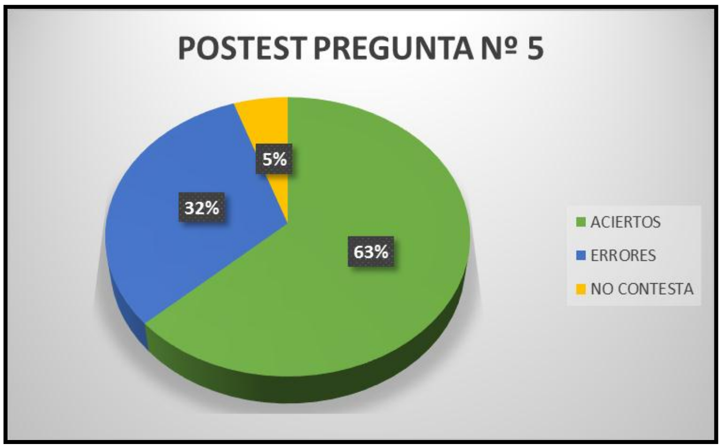


Gráfico Nº 28

Nombre: postest pregunta Nº 5

Fuente: propia de la autora.

Análisis:

Los mejores resultados se evidencian en los aciertos con un 63%, sin embargo en este ejercicio se nota un porcentaje de errores muy alto del 32%, debido en su mayoría a problemas en la parte algebraica, dado que se les dificulta factorizar, en algunas casos la simplificación de expresiones algebraicas y finalmente y en menor escala las leyes de los signos. Un 5% ni siquiera abordo los ejercicios ya al indagar por qué respondieron que no se acordaban que hacer con los polinómios (factorizar) y eso les obstruyó el proceso.

12. APLICACIÓN DE LA ENCUESTA FINAL

Lugar. La encuesta se realiza en la Corporación Educativa Adventista con sede en Puerto Tejada Cauca a los estudiantes del grado undécimo.

Propósito. Fundamentalmente lo que se pretende con esta última encuesta es escuchar por parte de los estudiantes sus opiniones acerca de la metodología empleada y los resultados en su aprendizaje y así comparar las motivaciones iniciales a la investigación y esta últimas posteriores a ella.

Implementación. Esta encuesta se aplica en la asignatura de cálculo la encuesta. En esta ocasión los estudiantes contestaron ávidamente la encuestas, muy seguros y a la expectativa del resultado de esta investigación de la cual fueron protagonistas.

A continuación se presentan las evidencias seguidas de las gráficas correspondientes a cada pregunta concluyendo al final.

Evidencias de la actividad:

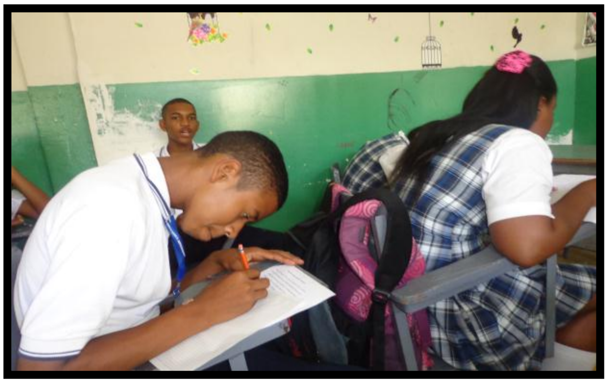
F 

foto Nº.17

Nombre: aplicación de la encuesta final

Fuente: propia de la autora.

Foto Nº:18

Nombre: aplicación de la encuesta final

Fuente: propia de la autora

14.1. Análisis de resultados

PREGUNTA Nº 1

OPCIONES	%
la derivada como recta tangente	21,1
la derivada como un limite	5,3
máximos y mínimos de una función	26,3
optimización	47,4
total	100

Tabla Nº:25

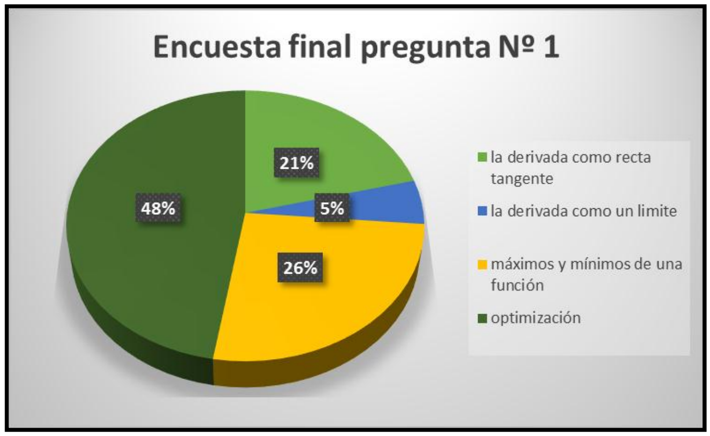
Nombre: Encuesta final pregunta Nº 1

Fuente: propia de la autora

Gráfico Nº:29

Nombre: Encuesta final pregunta Nº 1

Fuente: propia de la autora



Análisis:

las respuestas a esta primera pregunta evidencian un avance total en la motivación hacia la temática de la derivación en la siguiente escala: según el porcentaje en primer lugar optimización dado que fue el mecanismo que más se utilizó para apropiación de los conceptos de derivada, luego máximos y mínimos de una función puesto que al analizar una función la representación de la curva si es posible, el diagrama que muestra el comportamiento de la primera derivada cerca a los posibles máximos o mínimos y luego su comprobación por medio de la segunda derivada resulta un proceso lógico después del manejo de la problematización y por último la derivada como recta tangente en un punto, que realmente después de entender su significado hallarla pasa a ser un proceso más de rutina. El 5% restante se debe a que la temática no se abordó.

PREGUNTA Nº 2

OPCIONES	%
INTERESANTE	26,3
PRÁCTICO	34,2
FACIL DE ENTENDER	39,5
TOTAL	100

Tabla Nº:26

Nombre: encuesta final pregunta Nº2

Fuente: propia de la autora

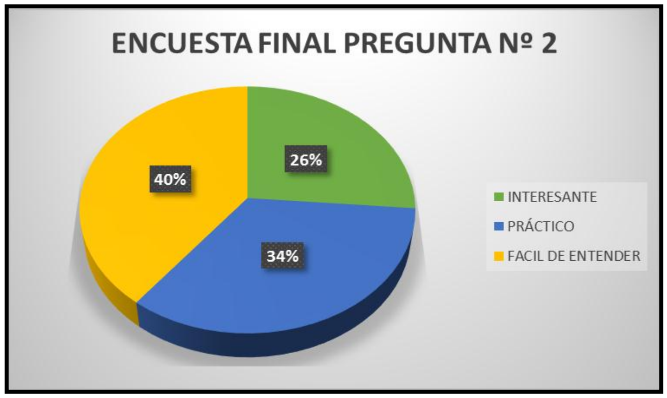


Gráfico Nº:30

Nombre: encuesta final pregunta Nº2

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Aquí se obtienen repuestas en un estado de equilibrio, con porcentajes que indican que el nivel de aceptabilidad de la temática fue total porque después de aplicar los instrumentos les pareció de mayor a menor en escala una temática fácil de entender, práctica e interesante. Podemos decir que el contexto manejado en los instrumentos de práctica fue crucial para esta investigación.

PREGUNTA Nº3

OPCIONES	%
DINÁMICA	18,4
INTERESANTE	47,4
PARTICIPATIVA	34,2
ABURRIDA	0
NO ME GUSTO	0
TOTAL	100

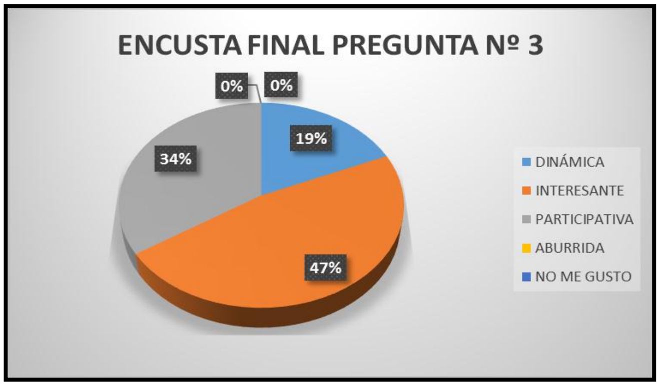


Tabla Nº: 27

Nombre: encuesta final pregunta Nº3

Fuente: propia de la autora

Gráfica Nº:31

Nombre: encuesta final pregunta Nº3

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Se puede evidenciar en las respuestas a esta pregunta que un 47% de los estudiantes califican la metodología como interesante, en menor escala pero igual de importante los que dicen que la metodología fue participativa y por último un 19% que la ve como dinámica, sin embargo ningún estudiante la calificó como aburrida y tampoco hay registros de que no haya gustado. Los estudiantes pudieron manipular los datos, acercarse de forma real al problema, debatir la forma de abordarlo, hacer su banco de datos conocidos y desconocidos, y esto como consecuencia trajo un aprendizaje significativo de la temática.

PREGUNTA Nº 4

OPCION	%
SI	100
NO	0
TOTAL	100

Tabla Nº:28

Nombre: encuesta final pregunta Nº4

Fuente: fuente propia de la autora

Gráfico Nº:32

Nombre: encuesta final pregunta Nº4

Fuente: propia de la autora

Análisis:

Toda la población aunó en la respuesta aduciendo el SI al saber el para que de aprender la temática, saber en que es utilizada y como de ellos mismos puede surgir la manera de dar soluciones a problemas análogos de su propio entorno.

PREGUNTA Nº5

Escribe una sugerencia metodológica para las temáticas siguientes

Estas fueron algunas:

a) Trabajar más en grupos

b) Mostrar la aplicación de lo que vamos a ver

c) Deberíamos ser los estudiantes quienes manejemos la clase, a veces sabemos más que el profesor

d) Que vayamos utilizando las fórmulas que nos dan para que se nos graven y no al final porque uno se confunde

e) Que sigamos haciendo grupos de trabajo porque a veces uno le entiende más a los compañeros que al profe y con ellos no da pena preguntar

f) Que nos preparen para el ICFES todos los años y no solo en algunos meses antes del examen para no perdernos temas como este.

g) Hacer grupos de trabajo mezclando personas que entienden bastante con otros que no entendemos

h) Que aunque no hallan laboratorios utilicemos materiales para que construyendo podamos aprender mejor.

i) Así la matemática no es tan aburrida y hasta me gustaría saber que otro tema nos sirve como este de la derivada.

CONCLUSIONES

Existe una marcada preferencia de los estudiantes por trabajar en grupo, esto les ayuda, pues les obliga a discutir sus ideas, aprender nuevas y dar paso a otras que satisfagan mejor la situación; esto también los prepara para realizar trabajo en equipo ya que en el campo laboral muchas veces tendrán que hacerlo.

En cuanto a la resolución de problemas se logró mejorar la actitud de los estudiantes hacia ellos, es posible fortalecer el aprendizaje de las derivadas en estudiantes del grado undécimo a través de la problematización, donde se contextualicen las situaciones cotidianas de su entorno inmediato, al mismo tiempo que encuentran la aplicabilidad directa de los conceptos aprendidos en clase.

Si antes no conocían estrategias para resolver problemas ahora ya las conocen y estas les ayudan al ponerlas en práctica ya que acceden de forma más fácil y rápida al planteamiento y la resolución de los mismos.

La actitud frente a la solución problémica cambió, dado que no solo la comparación es la opción, ahora enfrentarse a uno es escuchar varias opiniones, debatir el mejor camino e intentarlo hasta dar solución.

Una situación difícil debe motivarnos a indagar, buscar alternativas, replantear conceptos, escuchar puntos de vista, intentar por muchos caminos hasta dar con el adecuado para darle solución.

El papel actual del docente debe ser el de un ente creativo, motivador y gestor de espacios que estimulen la aprehensión de conocimientos de manera que los estudiantes asuman de forma natural el desarrollo de cualquier ejercicio.

La implementación de material que los mismos estudiantes ayuden a elaborar, es una estrategia que fortalece la unión del grupo, fomenta la sana competitividad, genera procesos de colaboración y permite a cada estudiante relacionar los elementos de su contexto y las problemáticas que surgen alrededor de dicho material.

13. HALLAZGOS

La enseñanza articulada a otros campos o disciplinas genera mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes

- El problema de Falta de Atención no siempre se presenta por el desinterés del estudiante, sino por falta de creatividad en las Interacciones y planeaciones de las clases.

- Mayor interés de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas, especialmente de temáticas que encuentran prácticas y útiles.

- Elaboración de materiales didácticos para la conformación del Centro de Recursos de Aprendizaje de Matemáticas del grado 11°.

RECOMENDACIONES

Para próximas investigaciones se recomienda:

1. Dar la oportunidad a los estudiantes de enfrentarse por sí mismos a problemáticas donde ellos se vean obligados a recuperar saberes, consultar nuevos y lograr la elaboración y ejecución de un plan en pro de su solución

2. La creatividad juega un papel muy importante en la didáctica empleada en las aulas de clase especialmente en los lugares donde la cantidad de estudiantes es mucha y donde hay renuencia por parte de los estudiantes a interesarse en el área de matemáticas.

3. Preparar desde preescolar los niños para que al llegar las pruebas de estado los maestros no se desgasten repasando temas de años anteriores a tal punto de desestimar algunas temáticas esenciales para el desarrollo y fortalecimiento del pensamiento en el grado undécimo.

14. REFLEXIONES

Al finalizar esta tesis, me detuve a reflexionar en mi rol de innovadora frente a los nuevos avances en el área educativa y pude contestar algunos cuestionamientos que llegaron a mi mente, uno de ellos era el ¿qué había aportado a la temática escogida en la tesis? y la respuesta no se hizo esperar pues a pesar de no haber creado algo nuevo, pude utilizar una metodología ya existente en otros campos a una cierta temática en cálculo que permitió ampliar la gama de posibilidades de resolución problémica utilizando la contextualización de situaciones cotidianas que involucran el concepto de derivada. El valor agregado a esta investigación es que los estudiantes pudieron comprobar que tienen un banco no muy pobre de conceptos que junto a las representaciones de cualquier tipo dan significancia y ubican dichos conceptos en situaciones muy comunes de su entorno en los que ellos pueden aventurarse a dar soluciones acertadas a cada una de ellas.

También pude comparar el estado anterior del grupo en cuanto a la dinámica de trabajo en la clase de cálculo y el estado posterior al trabajo realizado concluyendo que los docentes nos encapsulamos con ciertas metodologías no permitiendo el paso a otras que tal vez por negarnos el protagonismo desechamos; no entendiendo así uno de los fines educativos que permite al estudiante ser proactivo de su saber, hacer ciencia probando, reinventando, errando y creando nuevos caminos en el perfeccionamiento de un saber, en la comprobación de la no eficacia de alguno o en el descubrimiento de uno nuevo.

La ciencia la construimos todos y darle espacio al estudiante para pensar siendo solo un acompañante en el proceso no nos hace menos competentes, precisamente es allí donde podemos participar de forma más directa en el avance científico pues el papel orientador se complementa con el saber y la experiencia para apoyar el proceso que empieza en nuestras aulas de clases.

BIBLIOGRAFÍA

- Abarca, N. (2007). La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora. *Revista Tecnociencia Universitaria Bolivia*, *5*, 14.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), Ingeniería didáctica en educación matemática (un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 97–140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Vol. 3). México: Trillas.
- Benedito, V. (1987): *Introducción a la didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular. Barcanova, Barcelona.*
- Barrows, H. (1986). Una taxonomía de los métodos de aprendizaje basado en problemas. *Medical Education, (20*).
- Benítez, S. B. B. L. M. La resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Actas del VII CIBEM ISSN*, *2301*(0797), 3206.
- Bernabeu, M.D, & Cónsul, M. Aprendizaje basado en problemas: El Método ABP

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study* (Vol. 7). Libros del Zorzal.
- Castro, A. M., Reyes, R. M. A., Coria, C. R., García, Y. Y., & Gutiérrez, Q. M. (2003). Experiencia en la aplicación del método del aprendizaje basado en problemas en una asignatura de libre elección. *Revista de la Facultad de Medicina*, *46*, 246-50.
- Cervantes, G., Mendoza, A., Peñaloza, L., Ramírez, M., & Viñas, M. M. (2011). Descripción y análisis de procesos de pensamiento de estudiantes al resolver problemas matemáticos. *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo*, (1).,
- Chevallard, s.f. La enseñanza de la geometría en la secundaria, *I.R.E.M. d' Aix Marseille (traducción de F. Villarroya)*
- Dolores, C. (1998). Algunas ideas que acerca de la derivada se forman los estudiantes del bachillerato en sus cursos de Cálculo Diferencial. *Investigaciones en Matemáticas Educativas II*, 257-272.
- Dolores C. (2000). El futuro del cálculo infinitesimal. Capítulo V: ICME-8 Sevilla, España. Cantoral R. (coordinador). *Grupo Editorial Iberoamérica. México D. F. pp. 155-181.*

- de Innovación Educativa, S. (2008). Aprendizaje basado en Problemas. Guías rápidas sobre nuevas metodologías, Disponible en Bueno, P. M., & Fitzgerald, V. L. (2004). Aprendizaje Basado En Problemas Problem–Based Learning. *Theoria*, *13*, 145-157.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173-201.
- Galera García, J. D. (2013). Resultados de la puesta en práctica del aprendizaje basado en problemas en un grupo de estudiantes de 1º de bachillerato
- Gardner, H (1998). Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica. Barcelona: Paidós
- Gómez, B. R. (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y educadores*, *8*.
- Mancera, E. (2000). Saber Matemáticas es saber resolver problemas. *Grupo editorial Iberoamericana, México*.
- Mieles, M. M. B., & Montero, K. L. K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, *10*(2), 7-19.
- Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*,*13*(1), 145-157.

- Núñez-Malherbe, R. (2003). La enseñanza problémica. Una estrategia didáctica coherente.
- Polya, G. (1965). “Cómo plantear y resolver problemas”. Ed. Trillas.
- Quintana Sánchez, D. J. (2012). Tratamiento didáctico de la derivada-La aplicación del programa Derive.
- Ramírez R. Historia y epistemología de la función derivada Publicada en Tecné, Episteme y Didaxis: TED No. Extraordinario, 2009. http://www.pedagogica.edu.co/revistas/ojs/index.php/TED/article/viewDownloadInterstitial/261/ 252
- Rodríguez, M. E. (2011). La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico. *NÚMEROS*, *77*.
- Robayo, Y. A. L. Desarrollo del concepto de la derivada sin la noción del límite.
- Said, J. H. N., & Heber, J. (2004). Resolución de Problemas Matematicos.*Capítulo*, *1*, 3-10.
- Salazar Claudia Descripción de niveles de comprensión del concepto derivada Publicado en la revista TEA numero 26 segundo semestre 2009.
- Salinas, P. R. Aprendizaje basado en problemas (ABP), propuestas innovadoras para la enseñanza del cálculo diferencial e integral.
- Salinas, P. R. Tesis para Optar al grado académico de Magíster en Enseñanza de las Ciencias, Mención Matemática.

- Salvador Llinares La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática, publicado en la revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Mayo 2008

  http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33511205&iCveNum=9

- Sánchez-Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *11*(2), 267-296.

- Santos-Trigo, M. (2007). La resolucion de problemas matematicos.*Fundamentos cognitivios. Mexico: Trillas*.

- Shoenfield, A.H. (1985). “Mathematical Problem Solving”. Academic Press, Nueva York**.**

- Wenzelburger, E. (1993). Introducción de los conceptos fundamentales del Cálculo diferencial e integral–Una propuesta didáctica. *Educación Matemática*,*5*(3), 93-123.

ANEXO - CUESTIONARIO

CORPORACION EDUCATIVA ADVENTISTA

C. E. A.

Asignatura: cálculo-undécimo
Segundo Periodo
Tema: la derivada
Docente practicante: Mary Locy Viera Lugo

Nombre ______________________________ fecha _______nota ___________

Logro: Utiliza el concepto de derivación en diferentes ejercicios y en situaciones cotidianas donde se necesite la optimización.

Resuelve las siguientes situaciones haciendo uso de las herramientas trabajadas en clase en el tema de la derivada.

1. Un tendero ha comprobado que a un precio de $100 la unidad, vende una cantidad de 400 paletas diariamente. Por cada peso que aumenta el precio, vende 4 paletas menos al día. Si el costo por unidad es de $80, ¿a qué precio de venta es máximo el beneficio diario que obtiene el tendero? ¿cuál será ese beneficio?
2. Una finca productiva en el municipio de guachené tiene actualmente 22 árboles, que producen 200 carambolos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 5 frutos. ¿cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la finca para que la producción sea máxima? ¿cuál será la producción?

3. Un depósito abierto de plástico con base cuadrada y capacidad para 4000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible?
4. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \sqrt{x^2 - 3x + 6}$ en $x_0 = 2$
5. Estudia los intervalos de crecimiento y los máximos y mínimos de la función: $f(x) = \frac{4x-12}{(x-2)^2}$

ANEXO - ENCUESTA FINAL

CORPORACION EDUCATIVA ADVENTISTA
C. E. A.

Asignatura: cálculo-undécimo
Segundo Periodo
Tema: la derivada
Docente practicante: Mary Locy Viera Lugo

Nombre ______________________________ **fecha** ___________________

1. ¿qué tea de cálculo ha llamado más tu atención?

   a) Concepto de derivada como recta tangente en un punto

   b) Concepto de derivada como límite

   c) Máximos y mínimos de funciones

   d) Optimización

2. ¿cuál es la razón del tema escogido?

   a) Interesante

   b) Práctico

   c) Facilidad para entenderlo

   d) Otros ¿cuáles?

3. Que piensas de la metodología utilizada para el tema de optimización?

a) dinámica

b) interesante

c) participativa

d) aburrida

e) no me gustó

4. crees que la metodología te ayudó a comprender un poco más el concepto de derivación? Por qué?

   a) Si

   b) No

5. Escribe una sugerencia metodológica para las temáticas siguientes

ANEXO- PRETEST

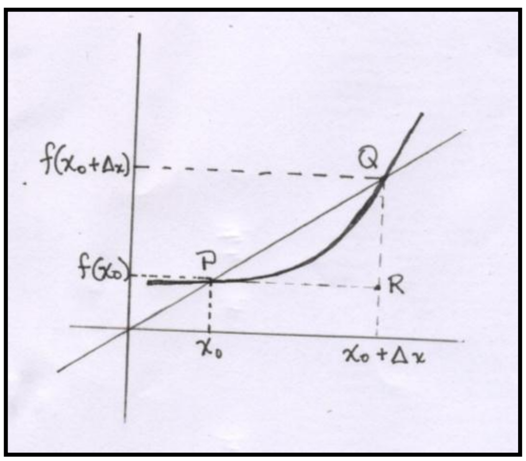
CORPORACION EDUCATIVA ADVENTISTA
C. E. A.

Asignatura: cálculo-undécimo
Segundo Periodo
Tema: la derivada
Docente practicante: Mary Locy Viera Lugo

Nombre ______________________________ **fecha** __________________

1. El dibujo que aparece a continuación se utiliza para representar la derivada de una función en un punto y se define como:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)\Delta x}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \qquad \text{Donde} \quad y = f(x)$$



A. ¿en qué punto del gráfico la fórmula da la derivada de la función?:

a) En P b) en Q c) en P y Q d) en R

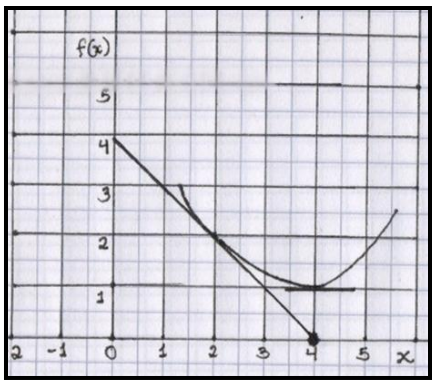
B. ¿cuándo Δx tiende a 0 qué pasa con el cociente $\Delta x/\Delta y$?

a) Se anula b) es un número infinitamente pequeño c) tiene por límite un número d) se aproxima a un número

C. La derivada en cualquier punto se obtiene si el cociente $\Delta x/\Delta y$….

a) $\Delta x = 0$ b) $\Delta x \approx 0$ c) Δx es un número infinitamente pequeño d) ninguno de los anteriores.

1. En el siguiente dibujo se muestra el gráfico de cierta función $f(x)$



Nombre: función $f(x)$

Fuente: investigación editorial Iberoamérica

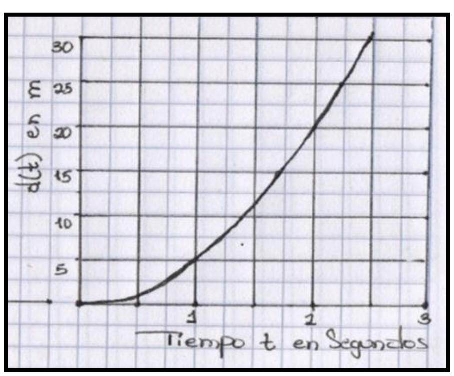
A. ¿cuál es el valor correcto de $f(2)$?

a) 4 b) 3 c) -1 d) 2

B. ¿A cuánto equivale la derivada en $x = 4$?

a) 1 b) -1 c) 2 d) 0

2. La distancia que recorren los cuerpos en la caída libre sobre la superficie terrestre está dada aproximadamente por la fórmula $d(t) = 5t^2$. Observe la gráfica



Nombre: grafica $d(t) = 5t^2$

Fuente: investigación editorial Iberoamérica

A. ¿cuánto cambia la distancia que recorre el cuerpo entre el 1º y 2º segundo?

a) 1 m b) 5 m c)15 m d)10 m

B. ¿Cuál es la velocidad del cuerpo entre el 1º y 2º segundo?

a) $5\,{}^{m}/_{s}$ b) $20\,{}^{m}/_{s}$ c) $15\,{}^{m}/_{s}$ d) $10.2\,{}^{m}/_{s}$

C. ¿Cuál es la velocidad del cuerpo exactamente en el 1er. Segundo?

a) $5\,{}^{m}/_{s}$ b) $10\,{}^{m}/_{s}$ c) $15\,{}^{m}/_{s}$ d) $4\,{}^{m}/_{s}$