

ANÁLISE DE ERROS EM UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA DE GEOMETRIA ESPACIAL

Error analysis in the problem situation spatial geometry

Ivaildo Pedroso de Almeida

Rudinei Alves dos Santos

Verônica Solimar dos Santos

Resumo

Este artigo apresenta estudo acerca da Metodologia de Análise de Erros em situação-problema que aborda tópicos de Geometria Espacial, obtido através do relato de experiência realizado com alunos da terceira série do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do IFPA/Campus Santarém, na disciplina Matemática. Ressalta-se que o objetivo central desta proposta foi analisar soluções da situação-problema, a fim de detectar erros cometidos pelos alunos que poderão contribuir para a avaliação/reflexão do professor sobre o ensino e aprendizagem da Geometria. O presente trabalho aponta dificuldades relacionadas a conceitos explorados em séries anteriores que precisam ser superadas para a aquisição de novos conceitos. Assim, vislumbra-se a Análise de Erros, a Teoria dos Campos Conceituais e o Modelo de Van Hiele como recursos teóricos viáveis para se enfrentar essas dificuldades.

Palavras-chave: Análise de Erro; Geometria Espacial; Relato de Experiência.

Abstract

This article presents the study about the Error Analysis Methodology in the problem situation that addresses Spatial Geometry, through the report of an experience carried out with students of the third series of the Technical Course in Informatics Integrated to High School of the IFPA / Campus Santarém, in Mathematics. It is emphasized that the central objective of this proposal was the analysis of solutions to the problem situation, in order to detect errors made by students that can contribute to the teacher's assessment / reflection on teaching and learning of Geometry. The present work it points difficulties related to the explored concepts in previous series and that needs to be overcome for the acquisition of new concepts. Thus, the Error Analysis, the Theory of Conceptual Field and the

Van Hiele Model are seen as viable theoretical resources for facing these difficulties.

Keywords: Error Analysis; Spatial Geometry; Experience Report.

Introdução

Ainda hoje a matemática é tida como uma das disciplinas do currículo escolar que mais representa entrave na vida escolar do aluno, refletindo consideravelmente na sua inserção social, pois uma reprovação no contexto sistemático dessa ciência pode comprometer também as atividades do aluno enquanto cidadão. A não aprendizagem do saber matemático no âmbito escolar implica, muitas vezes, a reprovação que o impede de ser contínuo na formação acadêmica, e, principalmente, limita o direito a uma educação de qualidade, necessária para permitir a todos os indivíduos uma melhor condição de vida e maior reconhecimento social. Nessa conjuntura, ao voltar o olhar sobre a própria prática percebe-se que o ensino de Geometria (uma das grandes áreas do conhecimento matemático) ainda está carregado por uma abordagem dissociada do contexto em que o aluno está inserido, desvalorizando fatos sociais, econômicos, culturais e históricos. Com isso, o professor perde a oportunidade de mostrar que o tema permite analisar, compreender e interagir com o mundo, além de estar dificultando a reflexão do aluno sobre a relevância da disciplina matemática para sua formação.

Essa relevância do estudo da Geometria é destacada no PCN de Matemática do ensino médio:

As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser

desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1999, p.89-91).

Nesse sentido a resolução de situações-problema que abordem questões contextualizadas, apresenta-se como uma estratégia que pode exceder o caráter somativo e classificatório de uma atividade, pois é capaz de despertar o interesse do aluno e, assim, estimula-o a se envolver no processo como sujeito ativo, disposto a produzir registros de suas resoluções que manifestem erros reveladores sobre o ensino e aprendizagem. Com isso, o aluno informa ao professor, de acordo com Silva (2016, p. 74), “que não domina um dos conceitos-chave pra tal solução e que, portanto, não possui condições plenas de solucioná-lo”. Assim, o uso pedagógico do erro deve ser uma prática vivenciada efetivamente por professores e alunos a fim de esclarecer dúvidas e promover conhecimento.

A análise criteriosa e qualitativa das respostas dos alunos deve ser uma prática contínua do professor, pois segundo Cury (2018, p. 29), talvez, seja: “a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os alunos e auxiliá-los a (re) construir seu conhecimento”. E desse contexto emerge o questionamento: quais as possíveis contribuições da Metodologia de Análise de Erro para o Ensino de Geometria Espacial? Com base no exposto, o presente trabalho objetiva analisar soluções de uma situação-problema sobre Geometria Espacial, a fim de detectar erros cometidos pelos alunos que poderão contribuir para a avaliação/reflexão do professor sobre o ensino e aprendizagem. Então as próximas sessões discorrerão sobre a fundamentação teórica, metodologia, análise dos erros e interpretação, além das considerações finais.

Fundamentação Teórica

A resolução de uma situação-problema pode configurar-se como um elo de comunicação entre alunos e entre aluno e seu professor. A despeito disso, os atores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, não podem compreendê-lo como um obstáculo que conduza a frustração,

empecilho ou indicador de fracasso. Nesse sentido, o professor não pode, simplesmente, combatê-lo e evitá-lo a qualquer custo, precisa explorá-lo como estratégia para identificação e superação das dificuldades externadas pelos alunos.

O ato de corrigir a resolução de uma situação-problema proposta como atividade avaliativa na disciplina Matemática, muitas vezes consiste em simplesmente encontrar erros no resultado sem refletir sobre suas relações com conceitos ainda não compreendidos pelos alunos. Postura criticada por Silva (2016, p.71), quando afirma que: “esse tipo de correção leva em conta o produto final, isto é, somente a resposta obtida, e não a solução dada pelo aluno”.

Essa postura que muitos professores assumem durante o ato de corrigir, valorizando exclusivamente o produto final é corroborada por Cury (2018), quando diz:

Ora, essa ideia, certamente, era corrente (como parece ser ainda hoje) no trabalho dos matemáticos, que apresentavam somente o produto final, sem as incertezas, as hesitações, as falhas, as idas-e-vindas de seus raciocínios. Dessa forma, essa concepção se reproduzia entre os estudantes e fazia com que seus professores procurassem eliminar os erros, ao invés de aproveitá-los para entender suas dificuldades. (Cury, 2018, p. 27).

O erro deve ser visto como espelho do processo de ensino, pois é fruto da construção do conceito abordado em sala de aula que se tornou explícito através das representações usadas pelos alunos. A partir dessa percepção, o professor deve buscar caminhos que conduza o aluno a superação de suas dificuldades conceituais, projetando, nesse momento, o início ou reinício das suas ações.

Em meio ao processo de ensino e aprendizagem os erros podem ser vistos como pontes que levam a aquisição do conhecimento e não como cercas que isolam aqueles que, ainda, estão em processo de construção dos conceitos matemáticos. Essa postura é primordial no processo formativo e possui alto potencial inclusivo, pois os alunos, embora cometam de forma recorrente o mesmo erro, não podem ser

deixados à margem do processo de construção do conhecimento. Logo, a construção do conhecimento precisa ser entendida como um processo e não como um produto.

Professores e alunos devem prezar pelo tratamento crítico do erro, pois são fundamentais e inevitáveis. Sem o interesse de buscar os motivos que conduzem ao erro, o professor se furta da oportunidade de visualizar as dificuldades carregadas por seus alunos ao longo do processo de ensino e aprendizagem, como destacado por Cury (2008, p. 24-25):

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadequado. Os erros desse tipo são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos. (Brousseau apud Cury).

Observa-se na prática de muitos professores de matemática que o erro é visto como reflexo da incapacidade do aluno. E essa postura punitiva do professor, pode encerrar a ação formativa, uma vez que desconsidera conhecimentos prévios e desvaloriza acertos parciais, caracterizando esse processo como mero instrumento de certificação, o que pode estimular a evasão escolar. Tais erros podem, inclusive, ter raiz em temas anteriores ao conteúdo atual, mas com grande potencial de influenciar negativamente no estudo de outros campos da Matemática, como, em particular, a Geometria Espacial que é o foco de interesse deste artigo.

Ao tratar da Geometria, é importante ancorar-se no Modelo do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, também conhecido como Modelo de Van Hiele. Essa teoria desenvolvida para o ensino da geometria é composta por cinco níveis de compreensão: Visualização; Análise; Dedução Informal; Dedução Formal; Rigor e cinco fases de aprendizagem: Informação; Orientação Dirigida; Explicitação, Orientação Livre e Integração. De acordo com Santos *et al* (2021), o Modelo oportuniza ao professor visão geral do

processo de ensino e aprendizagem, o que favorece a interação entre os atores do processo e possibilita atingir o conhecimento geométrico de forma mais organizada.

Ademais, ao buscar analisar o erro cometido pelos alunos, recorre-se a Teoria dos Campos Conceituais – TCC. Essa teoria busca explicar o desenvolvimento do processo de conceitualização do sujeito em ação e o criador dessa teoria, Gérard Vergnaud (2009), ao tratar do erro, ressalta a importância de serem analisados e acrescenta que somente essa análise oportunizará ao professor conhecer as dificuldades enfrentadas por seus alunos e os procedimentos pedagógicos que precisam ser adotados para a superação desses obstáculos de aprendizagem.

Assim, a Teoria dos Campos Conceituais, indubitavelmente, ratifica a importância do erro do aluno, como recurso necessário para se traçar novos caminhos que possam conduzir paulatinamente a superação das dificuldades, como se observa a seguir.

O domínio de um campo conceitual não ocorre em alguns meses, nem mesmo em alguns anos. Ao contrário, novos problemas e novas propriedades devem ser estudados ao longo de vários anos se quisermos que os alunos progressivamente os dominem. De nada serve tentar contornar as dificuldades conceituais; elas são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, mas isso não ocorre de um só golpe. (VERNAUD, 1983, p. 401 apud MOREIRA, 2002, p.2).

Essa necessidade de buscar continuamente as dificuldades conceituais para poder enfrentá-las, encaminha à discussão a Análise de Erros que, segundo Cury (2018, p.15): “além de ser uma metodologia de pesquisa, pode ser também enfocada como metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula”. Associar a Análise de Erros a TCC e o Modelo de Van Hiele amplificará a possibilidade de identificar melhores caminhos para o ensino da geometria, pois a Análise de Erros organizará o processo de análise, a TCC contribuirá com a análise dos invariantes

operatórios¹ evocados pelos alunos envolvidos e o Modelo de Van Hiele identificará o nível de compreensão geométrica do aluno, que poderá conduzir ao (re)direcionamento de futuras intervenções.

Nessa perspectiva, a Análise de Erros associada ao conhecimento da TCC e ao Modelo de Van Hiele potencializa a capacidade do professor buscar abordagem para o conhecimento matemático que minimizem frustrações passadas e evite desconfortos futuros relacionados à disciplina na jornada de formação do aluno. Com base nesses conhecimentos o professor é capaz de refletir acerca do pensamento retrogrado que o impede de visitar um tema anteriormente abordado, como ratificado a seguir:

A ignorância do professor para com o Campo Conceitual de seus alunos permite a este acreditar que o que o aluno não aprendeu das séries anteriores é problema somente do aluno, concorrendo para a exclusão, a baixa autoestima e a crença falsa de que aquela disciplina é difícil, até mesmo inacessível. (Silva, 2016, p.41).

E a partir da prática percebe-se que essas crenças equivocadas dos professores de que não se deve ensinar o que já foi visto nas séries anteriores, conduzem o ensino da Matemática a um cenário catastrófico. E, em particular, o ensino de Geometria Espacial se torna um desastre, pois para que o aluno alcance sucesso na resolução de uma situação-problema precisa-se fazer uso de uma série de conhecimentos prévios, muito deles apresentados no Ensino Fundamental.

Nessa perspectiva, torna-se necessário um processo de ensino e aprendizagem que relacione e estimule elos com conceitos anteriores. A fim de promover a construção do conhecimento através de situações pessoais e coletivas capazes de evocar os conceitos que irão estruturar paulatinamente a formação cognitiva do aluno. Por isso, o processo de construção dos conceitos geométricos não acontece de forma imediata, necessitando de estratégias que explorem as dificuldades dos alunos como oportunidades para aprimorar as ações de

ensino. A vista disso, a resolução de problemas é um recurso muito importante, pois, segundo Vergnaud (1985 apud Silva, 2016, p. 173), diante de uma situação-problema “o sujeito entra em contato com duas (ou mais) situações que o colocam na condição de ativação do campo conceitual”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais Plus (PCN+) para o Ensino Médio, também destacam que a resolução de problemas contribui para o desenvolvimento dos alunos, como se destaca a seguir:

Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. (BRASIL, 2002, p.113).

Então, ancorar-se na Análise do Erro cometidos em situações-problema a sombra da TCC e no Modelo de Van Hiele, para usá-lo, segundo Borasi (1985 apud Cury 2018, p.39), como “trampolim para aprendizagem” é importantíssimo para o ensino e aprendizagem da geometria. Ademais, em consonância com Magina *et al* (2001, p.12): “ensinar pressupõe um claro entendimento das atuais competências e concepções do aluno, de suas competências quando ele era mais jovem e das competências que ele precisará ter quando for mais velho. Esta é uma consequência direta da Teoria dos Campos Conceituais - herança do passado e preparação para o futuro”.

Metodologia

Contexto da Aplicação

A atividade foi desenvolvida no terceiro bimestre de 2019, junto à turma de terceira série do Curso Técnico em Informática Integrada ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) Campus Santarém que está localizado na mesorregião do Baixo Amazonas, no Estado do Pará.

¹ Segundo Vergnaud (1990), invariante operatório é conhecimento contido nos esquemas

mentais que também são conhecidos como conceito-em-ação e teorema-em-ação.

A situação-problema, encontrada no apêndice deste artigo, aborda o reconhecimento, nomenclatura, cálculo de volume e massa dos sólidos que compõem um obelisco inspirado no monumento construído no dia 07/08/1922, em alusão ao primeiro centenário de independência do Brasil, na cidade de Santarém. Esse monumento é composto por representações de alguns entes geométricos. A mais acima (em cor azul) se assemelha a uma pirâmide de base quadrangular não regular, entretanto é mais conveniente tratá-lo como tronco de uma pirâmide. Abaixo dessa representação existe uma região pintada de cor amarela, composta pelas representações de um paralelepípedo e quatro partes de cilindros que dão um formato arredondado para essa superfície. As duas estruturas mais abaixo são representações de blocos retangulares. A maior aparenta ser um cubo, mas ao se tomar suas medidas essa impressão não se confirma.

Apesar dos alunos terem apresentado resolução para toda a situação-problema proposta (veja apêndice), este trabalho analisa somente os erros cometidos pelos grupos de alunos ao tentarem reconhecer e nomear os sólidos geométricos envolvidos na atividade. E para melhor acompanhar o desenvolvimento da atividade, os alunos foram divididos em grupos com três ou quatro componentes. Cada grupo foi composto por: um(a) coordenador(a), com a função de estimular os membros a participarem das discussões, além de garantir que o(a) secretário(a) acompanhasse as discussões e realizasse corretamente as anotações; um(a) secretário(a) responsável por anotar corretamente as observações realizadas pelo grupo e, ao final da discussão, ler as anotações aos membros do grupo; um(a) comunicador(a) responsável por apresentar oralmente à turma e aos professores os resultados alcançados.

Etapas analisadas da atividade

Inicialmente, houve uma abordagem contextualizada acerca da relevância histórica do Obelisco. Em seguida, foi entregue de forma impressa aos grupos a situação-problema. Nessa parte da atividade solicitou-se que, a partir das figuras da

questão, os grupos buscassem identificar os entes geométricos que compõem o obelisco.

Para execução da segunda parte da atividade, a turma foi conduzida até a Praça Barão de Santarém, onde está localizado o Obelisco. Ao chegar no local, os grupos receberam a segunda parte da atividade que solicitava um esboço do Obelisco com registro de suas dimensões reais e a nomeação dos entes geométricos identificados. Cada grupo teve aproximadamente 20 minutos, em separado dos demais, para realizarem suas observações, medições e concluir essa parte da atividade.

Após retornarem ao Campus, os grupos deram continuidade as demais etapas da atividade que não serão descritas, pois o trabalho dará foco as etapas acima mencionadas. Ressalta-se que o momento no qual as conclusões dos grupos sobre a atividade foram socializadas, também contribuiu para as discussões inerentes a análise dos erros apresentados neste trabalho.

Metodologia da Análise do Erro

Segundo Cury (2018, p.63): “independentemente das teorias que fundamentavam as pesquisas e da forma como as respostas eram apresentadas, sempre estava analisando o *conteúdo* da produção, ou seja, empregando uma metodologia de análise de dados conhecida como *análise de conteúdo*”. Desta forma, seguindo o caminho traçado por Cury (2018) que se ancora nas etapas básicas da análise de conteúdo (Pré-análise; Exploração do Material e Tratamento dos Resultados e Interpretações) definidas por Bardin (1979) se desenvolverá esta metodologia.

A primeira etapa inicia-se com a *leitura flutuante*, termo utilizado por Bardin (1979) para caracterizar o primeiro contato do pesquisador com os registros, no qual paulatinamente a leitura se torna cada vez mais precisa, buscando-se fazer emergir as primeiras hipóteses acerca dos resultados.

A segunda etapa, constitui-se do momento de categorização das respostas. Segundo Bardin (1979, p.119): “a categorização tem por primeiro objetivo (da mesma maneira que a análise documental), fornecer, por condensação, uma

representação simplificada dos dados brutos”. É uma fase longa e criteriosa, na qual o pesquisador já consegue produzir interpretação dos dados.

E, por fim, a terceira fase consiste no tratamento dos resultados construídos nas fases anteriores. Segundo Cury *et al* (2009, p.3), as categorias são apresentadas por meio de quadros com indicação de frequências e percentagens ou com a produção de um “texto-síntese” que resuma cada uma, incluindo-se, também, exemplos dos erros cometidos. Evidencia-se que, segundo Bardin (1979), os resultados obtidos podem ser base para novas análises. Então se espera que neste caso particular os resultados contribuam para análises que estimulem a avaliação/reflexão do professor sobre o processo de ensino e aprendizagem de geometria.

Análise dos Erros e Interpretação

O objetivo da primeira questão é verificar a capacidade dos alunos identificarem um sólido a partir das características visualizadas em uma figura, e, ao analisar os registros referentes a essa questão, verificou-se a possibilidade de agrupamento em três categorias: 1ª) “visão plana”; 2ª) “visão global”; 3ª) “visão detalhista”.

A primeira categoria recebeu esse nome por se verificar o uso de nomenclaturas de entes geométricos planos para nomear entes geométricos tridimensionais. O grupo 6 nomeou o maior bloco azul do obelisco como quadrado. Já o grupo 7, nomeou o sólido que se assemelha a uma pirâmide de triângulo. Veja o quadro 1.

Quadro 1: Respostas

| | |
|---------|---|
| Grupo 6 | 1. O obelisco é formado por uma pirâmide e um quadrado azul. |
| Grupo 7 | Foram identificados três sólidos geométricos, o triângulo, o cubo e o paralelepípedo. Desses três sólidos, o que se destacava em altura era o sólido da pirâmide. Outro sólido que tinha um comprimento maior era o cubo. |

Fonte: Registros dos grupos, 2019

Vergnaud (2009) defende que a construção de um conceito é lenta e progressiva, precisando contar com situações que favoreçam a evocação desses conceitos. Assim, o conhecimento construído dentro de um conjunto de situações pode ser adaptado na tentativa de resolver novas classes de situação. A vista disso, o grupo 6 evocou o conhecimento prévio sobre quadrado que pode ser adaptado para construção de novos conhecimentos geométricos. O grupo afirmou que um quadrado se encontrava na base da pirâmide, ou seja, abaixo dela. Onde, na realidade se encontra um bloco retangular com arestas de medidas distintas, porém, a olho nu, possíveis de serem confundidas. Fato que levou o grupo a recorrer ao conceito de quadrado para apresentar uma solução

para situação que, por conseguinte, remete a identificação de um possível conceito-em-ação² explorado pelo grupo: *quadrado é um ente geométrico com lados iguais*. Operando com esse conceito-em-ação, um bloco retangular, com arestas supostamente iguais, enquadra-se no conceito evocado. Então, podendo ser tratado como um *quadrado*.

Outrossim, os alunos do grupo 7, não diferenciaram entes bidimensionais de tridimensionais, pois os reuniram em seus textos sem distinção e consideraram que a face de um objeto tridimensional dá nome ao ente geométrico. Além disso, recorreram a medida de comprimento, ao invés da medida de volume, para determinar as maiores representações dos entes geométricos visualizados no obelisco. Isto é, para o grupo 7, *quanto maior o comprimento, maior o*

² Um conceito-em-ação é um objeto, um predicado ou uma categoria considerada relevante. (VERGANUD, 1998, p. 168)

volume da representação do ente geométrico. O que também pode caracterizar um conceito-em-ação evocado.

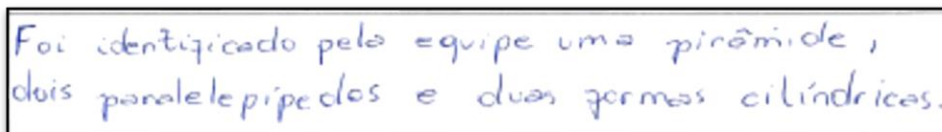
Os registros dos grupos indicam que os alunos pesquisados se encontram no primeiro nível de Van Hiele. “No primeiro nível, os alunos reconhecem as figuras ou os objetos por sua aparência global, identificando triângulos, quadrados, círculos, esferas, cubos, cilindros etc., sem serem capazes ainda de descrevê-los através de propriedades características” (MACHADO, 2011, p.56). Diante disso, faz-se necessário explorar novas classes de situações que possam transformar os conceitos-em-ação pertinente na ação dos alunos, mas não aceito do ponto de vista matemático, em conceitos matemáticos.

A segunda categoria, intitulada “visão global”, não cometeu os erros destacados na categoria anterior, contudo não atentou para o detalhe da região amarela de bordas arredondadas, abaixo da suposta pirâmide. Os grupos 1 e 4 foram reunidos nessa categoria. No qual o grupo 1 identificou uma pirâmide e três paralelepípedos e o grupo 4 identificou uma pirâmide, um cubo e um paralelepípedo. Esses grupos, não

explicitaram conscientemente propriedades geométricas para caracterizarem os entes geométricos, mostrando que ainda se apegam a aparência global. Fato que aponta para necessidade de formalização matemática dos conceitos geométricos evocados. Assim, tais alunos também se encontram no primeiro nível de van Hiele. Constatação relevante para TCC e corroborada por Silva (2016), ao afirmar que é necessário o professor diagnosticar quais conceitos, ainda, não foram compreendidos pelo aluno para que possam ter êxito nos problemas propostos.

E a terceira categoria, intitulada de “visão detalhista”, se diferencia das outras por atentar para existência de uma região do obelisco com formato arredondado. Os três grupos dessa categoria associaram essa região a um cilindro, como exemplificado na figura 1.

Figura 1 – Resposta do grupo 5 a questão 1



Foi identificado pela equipe uma pirâmide, dois paralelepípedos e duas formas cilíndricas.

Fonte: Registro dos alunos, 2019

Sendo assim, considera-se que o nível de compreensão geométrica desses grupos é o mesmo dos grupos anteriores, pois, apesar de perceberem a existência de uma superfície arredondada, não utilizaram propriedades para caracterizarem os entes geométricos. Mesmo assim, demonstram possuir maior repertórios de conceitos em construção.

A segunda questão analisada neste trabalho objetivou conduzir os grupos a reflexão sobre a identificação dos sólidos realizada na primeira questão da situação-problema. Os grupos visitaram o local onde se encontra o obelisco e com o auxílio de escada, trena e um teodolito (figura 2) construído por um dos alunos, realizaram

medições na tentativa de confirmar as hipóteses sobre a composição do obelisco feitas em sala de aula. Nessa etapa os alunos demonstraram grande dificuldade em realizar as medidas necessárias. Alguns grupos, por exemplo, confundiram a escala de polegadas com o a de centímetros, mostrando não reconhecer a relação entre essas escalas e nem apresentar noção de espaço unidimensional.

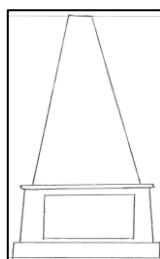
Figura 2 - Visita ao obelisco



Fonte: Arquivo dos autores, 2019

Devido as dificuldades relacionadas ao uso dos instrumentos de medidas, o grupo 6 não registrou as dimensões do obelisco em seu esboço e confirmou a hipótese de que o obelisco é composto por uma pirâmide quadrangular e um quadrado. Esse grupo foi o único a representar o esboço por meio de uma vista frontal e ter percebido que o vértice do ente geométrico foi seccionado (Veja a figura 3). O que poderia ter levado a conclusão de que se tratava de um tronco de pirâmide, mas isso não aconteceu. Em contrapartida o grupo 6 visualizou uma característica importante do ente geométrico, mas não operou nenhum conceito. De acordo com Vergnaud (2009) o conhecimento deve ser operatório, pois, caso não seja, não se trata de conhecimento. Ou seja, o aluno precisa conseguir usar os conceitos geométricos em ação, por isso é importante envolvê-los por situações que permitam a evocação de conceitos que indicarão ao professor como está se desenvolvendo o processo de ensino e aprendizagem. E diante do erro cometido pelo grupo, o professor será capaz de propor novas situações que explorem o conceito ainda não compreendido.

Figura 3 - Esboço elaborado pelo grupo 6

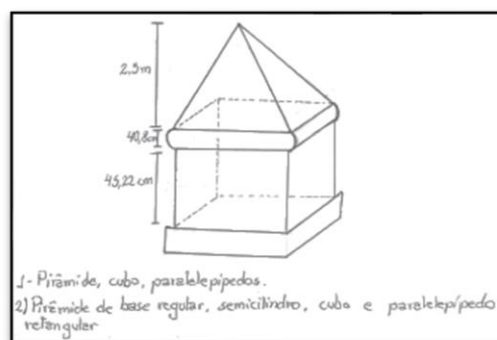


Fonte: Registros dos grupos, 2019

Ao comparar as tentativas de identificação dos sólidos realizadas na primeira questão com as respostas das questões seguintes verificou-se que, na categoria “visão plana”, o grupo 7 refutou

sua afirmativa anterior, pois identificou a partir do contato real com o obelisco que ele era composto por uma pirâmide irregular, um cubo e um paralelepípedo retangular. Assim, apesar de ainda existirem equívocos, o grupo avançou no sentido de excluir o triângulo de sua lista. Enquanto o grupo 1, que compõem a categoria “visão geral”, após contato com o monumento, registrou: *analisando melhor, o monumento é composto por uma pirâmide de base retangular, dois paralelepípedos, nenhum chega a ser um cubo*. Discordando, em parte, do que havia concluído na questão 1, pois supunha que existiam três paralelepípedos. Mas, salienta-se que o grupo continuou a ignorar a região amarela do obelisco que possui bordas arredondadas. E o grupo 4 (categoria “visão geral”) ao visitar o obelisco identificou a existência da região arredondada e a chamou de semicilindro, além de identificar uma pirâmide de base regular, um cubo e um paralelepípedo retangular. Veja a figura 4.

Figura 4 - Resposta apresentada pelo grupo 4



Fonte: Registros dos grupos

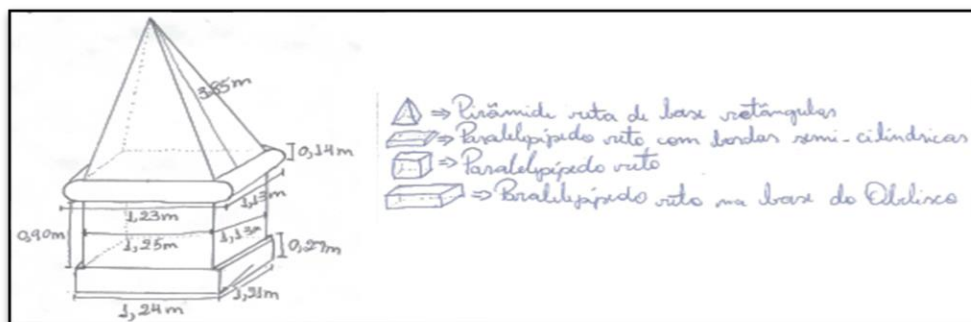
Os grupos 1, 4 e 7, continuaram identificando equivocadamente a representação de uma pirâmide no monumento e o grupo 1, diferentemente dos grupos 4 e 7, descartou a existência da representação de cubos. Apesar das diferenças detectadas nos registros dos grupos, chama-se a atenção para necessidade de situações que favoreçam a exploração dos conceitos estudados, pois todos esses conceitos já haviam sido estudados em séries anteriores pelos alunos, mas, como verificou-se, não foram compreendidos. Vergnaud (1990) afirma que as situações que dão sentido ao conceito, ou seja, é por

meio da resolução dessas situações que os alunos compreendem os conceitos envolvidos.

Os grupos 2, 3 e 5 que compõem a categoria “visão detalhada” ao visitarem o obelisco confirmaram suas hipóteses e tentaram melhor caracterizar os sólidos identificados, além de destacarem em seus esboços regiões arredondadas que continuam a tratar como formas cilíndricas, como ilustra-se na figura 5. Percebe-se que, apesar dos erros, os alunos desses grupos

evocaram conceitos geométricos mais elaborados, como o de *pirâmide reta de base retangular*. Fato que os coloca mais próximo do segundo nível de Van Hiele, chamado de Análise. Nesse nível, segundo Santos *et al* (2021, p.49469), “o aluno reconhece partes dos objetos que começam a ser identificadas e analisadas. Não consegue relacionar classes de objetos, mas percebe que determinadas características são inerentes a certos conjuntos de objetos”.

Figura 5 - Resposta apresentada pelo grupo 3



Fonte: Registro dos grupos, 2019

Ao se debruçar sobre as repostas apresentadas verificam-se que os erros cometidos pelos alunos estão relacionados as propriedades dos sólidos geométricos. Propriedades estudadas em etapas anteriores da formação, mas que não podem ser negligenciadas pelo professor em nenhuma série escolar. Caso isso ocorra, um equívoco do ponto de vista da Teoria dos Campos Conceituais está sendo cometido, pois, como já afirmado anteriormente, um conceito se constrói ao longo de um grande período de tempo. Desta forma, o professor precisa usar o erro do aluno como indicador para a necessidade de direcionamento e/ou redirecionamento do processo de ensino e aprendizagem

De fato, frente ao que foi exposto por meio da análise dos erros e, apesar de alguns alunos estarem mais próximo do segundo nível de Van Hiele, observa-se que a turma analisada ainda opera no primeiro nível. De acordo com Santos *et al* (2021), nesse nível, o aluno inicia a percepção do universo que o rodeia, pois reconhece os objetos geométricos globalmente e assim associa-os a formas naturais e/ou artificiais, mas sem explorar intencionalmente as propriedades.

Os registros mostram claramente a dificuldade de reconhecerem os entes geométricos representados por suas propriedades, demonstrando somente um reconhecimento global que não é suficiente para a série em que os alunos se encontram. Neste nível, o aluno é incapaz de nomear o ente geométrico com precisão, mesmo quando é levado a interagir de forma concreta com o objeto de estudo.

Ressalta-se que o próprio Modelo de Van Hiele apresenta direcionamento para superação das dificuldades destacadas. Logo é importante que o professor busque aprofundamento sobre o Modelo que propõem a evolução do conhecimento geométrico de forma sequencial através dos níveis de compreensão que devem ser percorridos ordenadamente para aquisição dos conceitos geométricos.

Nesse contexto, o professor, com base em suas observações sobre os invariantes operatórios evocados, precisa reavaliar e readequar suas ações de ensino, para melhor promover o desenvolvimento do pensamento geométrico. Portanto, é fundamental para o avanço do conhecimento (re) planejar estratégia de ensino que

possibilite aos alunos a oportunidade de revisitarem conceitos em construção e fundamentais para aquisição dos conceitos geométricos.

Considerações Finais

Ao revisitar as estratégias de ensino, geralmente, visa-se o aprimoramento de ações capazes de conduzir o aluno ao êxito em determinada etapa de sua formação, contudo essa busca dissociada de uma avaliação reflexiva sobre as dificuldades percebidas, não possui garantia de eficácia, pois as novas estratégias podem continuar falhando por falta ou excesso, uma vez que não se fundamentam nos erros cometidos pelos alunos, erros negligenciados por professores que continuam a tratá-lo como um simples indicador da ausência de conhecimento. Então, este trabalho apresenta-se como uma janela que possibilita não somente a reflexão sobre o aprendizado do aluno, mas também acerca do ensino. Além de ilustrar na prática como proceder com a metodologia de análise de erros em uma situação-problema de Geometria.

É importante ressaltar as dificuldades enfrentadas na execução deste trabalho, pois analisar os erros cometidos por alunos requer paciência e dedicação, uma vez que se faz necessário elaborar e/ou selecionar situações que envolvam os alunos e, simultaneamente, sejam férteis para evocação de invariantes operatórios, necessários para identificação de como o aluno está construindo os conceitos geométricos, sem inviabilizarem a busca pela solução ou produzir frustração que levem a desistência.

Mesmo assim, ao se percorrer este trabalho, acredita-se ter oportunizado aos leitores momentos de reflexão acerca da própria prática, por intermédio da discussão sobre a relevância de buscar e analisar os erros cometidos por alunos. Outrossim, buscou-se articular a Análise do Erro, a Teoria dos Campos Conceituais e o Modelo de Van Hiele para subsidiar novas estratégias que possam impulsionar e dinamizar o processo de ensino e aprendizagem. Estratégia que visa apontar melhores dias para alunos abandonados em

meios aos seus “gritos” de socorro, materializados em forma de erros.

Referências

BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1979.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

CURY, H. Noronha et al. **A análise de erros como metodologia de investigação**. Lisboa: APM, 2009. v. 1. p. 1-12. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf>. Acesso em: 03 jul. 2019.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. São Paulo: Cortez, 2011.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; NUNES, Terezinha; GITIRANA, Verônica. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 2. ed. São Paulo: Editora PROEM, 2001.

_____. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). PCN + Ensino Médio: **orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais** – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. Investigação em Ensino de Ciências: 2002. V7(1), pp. 7-29. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/141212/000375268.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 31 ago. 2019.

SANTOS, R. A; MANCUSO, S; SILVA, F. H. S. Poliedros de Platão: Abordagem Ancorada no Modelo de Van Hiele e na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud Título do artigo. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 7, n. 5, p. 49465 - 49488, mai. 2021. Disponível em: <<https://www.brazilianjournals.com/index.php/BJD/article/download/29931/23589>>. Acesso em: 18 mai. 2021.

SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Educação Matemática: Caminhos Necessários**. Belém: Palheta, 2016.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**. v. 17, n. 2, 1998, p. 167-181. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0364021399800573>>. Acesso em: 17 jul. 2019.

_____. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

_____. La teoría de los campos conceptuales. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, 1990, p. 133-170. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/122730/mod_resource/content/1/art_vergnaud_espanhol.pdf>. Acesso em: 27 nov. 2019.

_____. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Org.). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. 1. Ed. Curitiba: CRV, 2009. p. 13 – 35.

Ivaildo Pedrosa de Almeida: Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1998). É professor efetivo das Redes Estadual e Municipal de Ensino, desde 1997. Atualmente coordena o Programa Mais Educação, na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Madre Imaculada. ivaildopa@gmail.com

Rudinei Alves dos Santos: Instituto Federal do Pará. <https://orcid.org/0000-0001-6214-3726>. rudinei.alves@ifpa.edu.br

Verônica Solimar dos Santos: Instituto Federal do Pará. <https://orcid.org/0000-0002-8745-1773>. veronica.santos@ifpa.edu.br . veronica.santos@ifpa.edu.br

APÊNDICE - SITUAÇÃO - PROBLEMA

[...] A Praça Barão de Santarém mais conhecida como Praça de São Sebastião. Seu primeiro nome foi Largo da Municipalidade, em virtude da construção do prédio da Câmara Municipal em 1853. O Largo da Municipalidade teve o seu nome mudado para Praça Barão de Santarém, conforme lei municipal. Atualmente, a praça apresenta harmoniosa estrutura com jardins, parques de diversões e frondosas mangueiras. Nessa praça foi erguido em concreto armado um Obelisco em comemoração ao centenário de fundação da cidade de Santarém, como está ilustrado nas figuras abaixo.

Figura 1- Fotografia de 1945

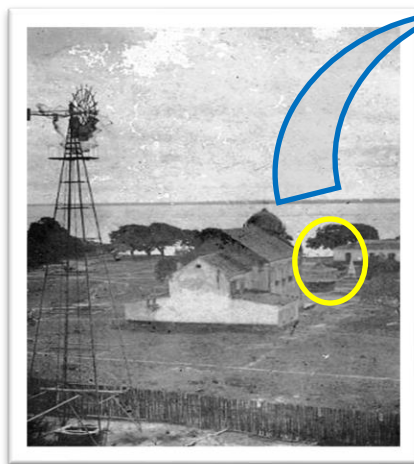


Figura 2- Fotografia de julho de 2019



Fonte: Disponível em:

<http://ignacioneto.blogspot.com/2012/08/santarem-praca-barao-de-santarem-decada.html>

Fonte: Acervo dos Autores, 2019

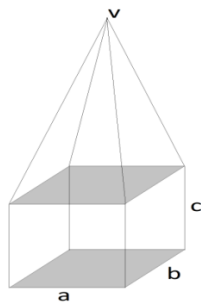
Questão 1: Identifique sólidos geométricos que compõem o obelisco.

Questão 2: Elabore um planejamento detalhado para calcular a massa do obelisco em quilogramas, incluindo instrumentos de medidas necessários para realizar medidas.

Questão 3: Faça um esboço do obelisco com as dimensões reais desse monumento.

Questão 4: Nomeie os sólidos que compõem o obelisco.

Questão 5: Calcule em metro cúbico o volume ocupado pelo obelisco. Para efeito de simplificação de cálculo considere que o obelisco é formado, somente, por um prisma reto quadrangular regular e por uma pirâmide quadrangular regular, com a base igual a do prisma, como ilustrado na figura abaixo.



Dados:

- V: Vértice da Pirâmide.
- Medidas das arestas da base do prisma: $a = 100\text{cm}$ e $b = 100\text{cm}$.
- Medidas da aresta lateral do prisma: $c = 120\text{cm}$.
- Medida do apótema da pirâmide: $g = 50\sqrt{65}\text{cm}$.