revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

INTRODUZINDO O ESTUDO DE FUNÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU: UM OLHAR À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.25.325-344

Andreza Santana da Silva[1]
Franklin Fernando Ferreira Pachêco[2]
Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da Silva[3]
Gabrielly Beatriz Batista Machado[4]
Marcela Silva de Albuquerque[5]

Resumo: A presente pesquisa analisou a introdução do estudo da Função Polinomial de primeiro grau sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola federal do estado de Pernambuco. Para tal, realizou-se a observação e a gravação de duas aulas geminadas em áudio que depois foram transcritas e analisadas as transformações de tratamento e conversão, procedimento de construção do gráfico, fenômeno de congruência semântica e da heterogeneidade nos dois sentidos das conversões. A partir da análise constatou-se que o docente apresentou mais de um tipo de representação semiótica para a função polinomial do primeiro grau, assim como no decorrer das aulas foram realizadas atividades de tratamento no registro algébrico e também conversões no sentido de representação algébrica para representação gráfica, porém, sempre mediado pela representação tabular. Dessa forma, a abordagem utilizada para construção do gráfico foi a ponto a ponto. No que se refere ao fenômeno de congruência semântica, apenas a univocidade semântica terminal foi estabelecida enquanto critério. A correspondência entre os elementos significantes não foi estabelecida, e a ordem na organização das unidades significantes não se enquadra nas análises pelo fato dos registros de partida e chegada terem dimensões distintas.

Palavras-chave: Ensino de Função Polinomial do 1º grau. Tratamento. Conversão. Fenômeno de congruência semântica.

THE TEACHING PROCESS OF FIRST-DEGREE POLYNOMIAL FUNCTION: A VIEW THE LIGHT OF THE THEORY SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS

Abstract: The present research analyzed the introduction of the study of the Polynomial Function of the first degree from the perspective of the Theory of Registers of Semiotic Representation, in a class of the 9th year of Elementary School of a federal school in the state of Pernambuco. To this end, two twinned audio classes were observed and recorded, which were later transcribed and analyzed the processing and conversion transformations, the graph construction procedure, the phenomenon of semantic congruence and heterogeneity in both directions of conversions. From the analysis, it was found that the teacher presented more than one type of semiotic representation for the polynomial

[1] Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. E-mail: andrezass19@hotmail.com.
[2] Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. E-mail: pacheco.franklin9@gmail.com.
[3] Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. E-mail: elizabethrosendo@hotmail.com.
[4] Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. E-mail: gabriellybeatrizbatista@gmail.com.
[5] Mestre em Ensino das Ciências pela Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil. E-mail: albqrq.marcela@gmail.com.

function of the first degree, as well as, during the classes, treatment activities were carried out in the algebraic register and also conversions from algebraic representation to representation graphic, however, always mediated by the tabular representation. Thus, the approach used to construct the graph was point-to-point. With regard to the phenomenon of semantic congruence, only terminal semantic univocity was established as a criterion. Correspondence between the significant elements was not established, and the order in the organization of the significant units does not fit in the analyzes because the departure and arrival records have different dimensions.
Keywords: Teaching Polynomial Function of the 1st degree. Treatment. Conversion. Phenomenon of semantic congruence.

Introdução

Ensinar matemática é um constante desafio. E é verdade que a matemática tem um caráter didático e cognitivo diferente das outras disciplinas como a biologia, a física e a química, pelos seus objetos de estudo serem caracterizados como abstratos.

Ao ensinar a Biologia podemos dispor dos objetos em estudo da "vida real", porém quando se trata dos objetos de estudo da matemática necessitamos de representações para evocar tais objetos, pois os mesmos não são acessíveis aos nossos olhos ou ainda pelas lentes de um microscópio. Embora os conhecimentos da matemática estejam presentes na vida cotidiana do ser humano, o seu estudo se centra na abstração. Uma criança, por exemplo, que possui três reais decidi ir à padaria, ao chegar no recinto observa que cada pão custa o valor de cinquenta centavos e se alegra por poder levar seis pães para a sua casa. Nessa simples compra distintos conhecimentos matemáticos estiveram presentes: quantidade, intervalo de duração de tempo, sistema monetário, números reais, etc. É possível frisar, dessa forma, que a matemática está presente na construção do saber do cidadão, seja por meio formal (educacional) ou informal (cotidiano).

Esta pesquisa se situa no âmbito escolar, contexto formal, que contribui para o cidadão adquirir competências e habilidades para a sua vida pessoal e profissional (BRASIL, 2018). Diante dos diversos conceitos que integram a disciplina de matemática, ao longo da Educação Básica, olhou – se nesse texto, para o de função polinomial do primeiro grau[6].

Na tentativa de explicitar como acontece a compreensão dos objetos matemáticos, em meados dos anos 1990, o psicólogo francês Raymond Duval desenvolveu a Teoria dos

[6]Esta pesquisa foi fruto de um trabalho coletivo na disciplina de Construtos Teóricos da Didática da Matemática cursada pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. A proposta se centrou em observar e áudio-gravar, no mínimo, uma aula de matemática para analisá-la acerca das teorias da Didática da Matemática Francesa, estudadas no decorrer da disciplina, tais como a Transposição Didática, a Teoria Antropológica do Didático, a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, sendo esta última teoria a que faz parte deste recorte.

Registros de Representação Semiótica (TRRS) que tem como respaldo o funcionamento cognitivo para a aprendizagem matemática, para ele "os problemas específicos de compreensão que os alunos enfrentam na aprendizagem da matemática têm sua origem na situação epistemológica particular do conhecimento matemático, e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades" (DUVAL, 2011, p. 9).

Então, para ensinar matemática, é imprescindível ter o conhecimento dos processos cognitivos que são necessários para o pensamento matemático de forma a criar condições favoráveis de aprendizagem aos discentes. Por conseguinte, segundo Duval (2003), para que ocorra à aprendizagem matemática é necessária a **diversificação de registros de representação** – existem diferentes registros para um mesmo objeto matemático, a exemplo de função, temos: o registro algébrico, gráfico, língua natural, tabular; **a diferenciação entre representante e representado** – reconhecer o que é a representação e o que é o objeto matemático em estudo, de forma a não os confundir. Isto é, cada representação possui conteúdos (elementos, especificações) diferentes explicitando cada uma delas, propriedades do objeto matemático, como já expõe Duval (2011, p. 47) "duas representações diferentes não apresentam ou não explicitam a mesma coisa do objeto que elas representam"; e **a coordenação desses diferentes registros** – significa perceber a variação que acontece nas unidades de sentido[7] envolvidas em cada um dos registros, por exemplo, dada uma função polinomial do primeiro grau em seu registro algébrico é preciso observar as variações que acontecem em suas unidades de sentido (coeficiente angular "a", coeficiente linear "b"), em relação ao registro gráfico (o que acontece se $a > 0$? ou se $b = 0$?), e visse versa.

Deste modo, analisou – se à luz da TRRS de Duval (2003, 2009, 2011) a introdução do estudo da função polinomial do primeiro grau em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Duas aulas geminadas foram gravadas em áudio e transcritas, dando subsídio para produção das análises dos resultados. A partir disto, ainda, identificou – se na prática pedagógica docente existia a presença de conversões e tratamentos para a abordagem do conceito, assim como qual foi o procedimento adotado para a construção do esboço gráfico, o fenômeno de congruência semântica e a heterogeneidade nos dois sentidos da conversão.

Além dessa introdução, apresentamos outras três seções que se subseguem na descrição de alguns aspectos da TRRS fazendo alusão ao conteúdo matemático trabalhado, Função Polinomial do Primeiro Grau, seguido dos aspectos metodológicos, análise e discussão dos resultados, e finalmente, as considerações finais.

---

[7] São as variáveis que se mostram nas representações, ou seja, ao alterar-se uma variável no registro de partida, altera-se também o registro de chegada.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a função polinomial do primeiro grau

Conforme já mencionado, o conhecimento matemático é abstrato, não sendo acessível ao toque ou a visão, ou seja, não podemos encontrá-los em nosso cotidiano como acontecem ao estudar o ciclo da vida em biologia. Por esse exemplo é possível sentir, ver ou pegar um animal em fase de crescimento. No entanto, a matemática de maneira geral necessita de representações para serem evocadas no momento em que se aprende um conceito matemático (D'AMORE, 2005).

A compreensão dessas representações é algo complexo no que tange a aprendizagem matemática, então, a TRRS de Raymond Duval, que tem por foco o funcionamento cognitivo do ser humano na aprendizagem da matemática, elucida alguns elementos que permeiam e justificam a compreensão dos objetos matemáticos por meio das representações. Entende-se que as representações semióticas "têm a função de se colocar no lugar de algo, esse algo, na matemática, seria o objeto em estudo" (SILVA, 2020, p. 26).

Os signos também são utilizados para representar algo, no entanto, não se podem confundir representações semióticas com signos, para isso Duval (2011, p. 37 - 38) sinaliza que as representações semióticas se diferem dos signos por duas características: "a organização interna que varia de um tipo de representação semiótica a outra [...] e não importa qual representação semiótica, existem sempre várias maneiras de distinguir as unidades de sentido ou os níveis de organização".

As relações que os signos e as representações têm com o objeto distinguem-se "[...] entre as forças cognitivas das produções intencionais, produzidas nos sistemas de signos, e das forças cognitivas das representações, produzidas nos sistemas físicos" (SILVA, 2013, p. 34), isto é, as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, as figuras, os gráficos, já os signos são palavras, letras, algarismos, siglas, que correspondem a unidades elementares de sentido, servindo apenas para codificar (DUVAL, 2011).

Diante disso, Duval (2009) pontua que o funcionamento cognitivo para a aprendizagem de um conceito matemático requer: *semiósis* – que é a apreensão ou produção de uma representação semiótica e *noésis* – apreensão conceitual do objeto, sendo que eles não são dissociados, pelo contrário, não há *noésis* sem *semiósis* e nem *semiósis* sem *noésis.*

Existem três atividades cognitivas que estão relacionadas à *semiósis*: a formação de uma representação identificável, e as transformações de tratamento e conversão (DUVAL, 2009).

A formação de uma representação identificável compreende a produção das representações semióticas que se estabelecem pelas regras de conformidade, próprias do sistema semiótico utilizado. Assim, ao representar algebricamente uma função do tipo $f(x) = ax + b$, por exemplo, é necessário que o indivíduo conheça as regras de organização desse registro, tais como, a terminologia **f(x)** sendo uma notação que diz respeito a uma função no registro algébrico; os valores de **a** e **b** correspondem a números reais; e o **x** possui uma relação de dependência com o **f(x)**. Sendo assim, as manipulações realizadas nesse tipo de registro acontecem de maneira diferenciada do registro gráfico, por exemplo.

O tratamento é uma transformação interna a um mesmo registro de representação (DUVAL, 2009), sendo assim, o registro de partida é o mesmo de chegada após a transformação. Ao simplificarmos uma equação algébrica, por exemplo, a transformamos sem sair do registro algébrico, como expõe a Figura 1.

Figura 1: Exemplo da transformação de tratamento

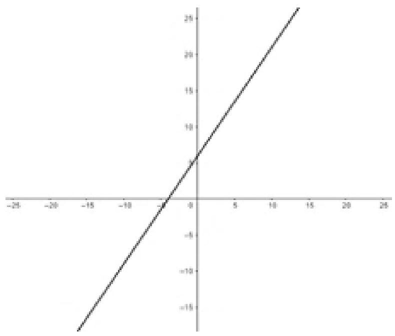
$$15x^2 + 6x^2 - 27 - 3x^2 = 13 + 4x - 2x^2 + 2$$
$$15x^2 - 3x^2 + \mathbf{2x^2} + 6x^2 - \mathbf{4x} - 27 + \mathbf{27} = 13 + 2 + \mathbf{27} - 2x^2 + \mathbf{2x^2} + 4x - \mathbf{4x}$$
$$20x^2 - 4x = 42$$

Fonte: Elaborada pelos autores

Diante desse exemplo, é relevante salientar que para exista a possibilidade de realizar os tratamentos, o sujeito precisa conhecer as regras de conformidade que estão inerentes ao registro (a partir do exemplo dado na Figura 1, para simplificar a expressão inicial organizamos os termos com incógnitas no lado esquerdo e os que não têm incógnita do lado direito, para realizarmos esse procedimento obedecemos às propriedades de igualdade, realizando as operações nos dois membros, como é possível observar nos termos que estão em negrito) para só assim poder transformá-los. Uma impossibilidade nas regras de tratamento entre o registro algébrico seria operar os termos com incógnitas aos que não as têm, ou ainda realizar operações de termos com incógnitas distintas.

Já a transformação de conversão acontece em registros diferentes, em outras palavras, é uma transformação externa em que o registro de chegada não é o mesmo registro de partida, e que se conservam totalmente ou partes do objeto representado (DUVAL, 2009). Como exemplo de conversão temos as transformações do registro em língua natural para o algébrico, ou ainda do registro algébrico para o gráfico e vice-versa, ou seja, para essas transformações se têm um mesmo objeto matemático representado em diferentes registros (Quadro 1).

Quadro 1: Exemplos de registros de representação distintos para um mesmo objeto

Registro em Língua natural	Uma confecção de roupas produz peças em que existe um custo fixo de R$ 6,00 mais um custo variável de R$1,50 por peça produzida. Dê a função que fornece o custo da produção em função de x.
Registro Algébrico	$C(x) = 1{,}5x + 6$
Registro Gráfico	

Fonte: Elaborado pelos autores

A conversão não é uma atividade fácil de ser realizada, ela implica conhecer bem as regras de funcionamento de cada registro, articulando as variáveis cognitivas. Portanto, converter não é “somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Vemos, então, que duas representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não têm de forma alguma o mesmo conteúdo” (DUVAL, 2003, p. 22).

Em relação à atividade de conversão existem dois fenômenos: a variação de congruência semântica e a heterogeneidade nos dois sentidos. O nível de congruência e não congruência entre dois registros está no fato de aproximação ou distanciamento entre o registro de partida e o de chegada, obedecendo assim a três fatores (DUVAL, 2009, p. 68 - 69):

> O primeiro é **a possibilidade de uma correspondência “semântica” dos elementos significantes**: a cada unidade significante simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significante elementar. [...] O segundo critério é a **univocidade “semântica” terminal:** a cada unidade significante elementar da representação de partida, corresponde uma só unidade significante elementar no registro de chegada. [...] O terceiro critério é relativo à organização das unidades significantes. [...] na **ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações** é pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão.

Para esclarecer essa relação de congruência exemplifica-se o seguinte caso: se ao trabalhar função polinomial do primeiro grau o professor constrói a representação gráfica de uma função atribuindo valores a fim de montar pares ordenados em uma tabela, pontuá-los no plano cartesiano e depois traçar o gráfico a partir deles, percebemos um nível de congruência semântica alto entre os pares ordenados estabelecidos na tabela com os que são encontrados no plano cartesiano, mas não o é entre a representação algébrica e a gráfica, assim como, “a conversão no outro sentido, da função em sua forma geométrica (gráfico) para a numérica (tabela), é altamente não congruente, pois nesse modo não há ligação entre o gráfico e a expressão algébrica da função correspondente” (SALIN, 2014, p. 24), além disso nem todos os pontos presentes na reta representada no registro gráfico estarão dispostos na tabela, mesmo a tabela sendo grande e comportando muitos valores.

Nessa situação, Moretti (2003) salienta para as consequências desse tipo de procedimento ao construir um gráfico, pois “não há ligação entre o gráfico e a expressão algébrica correspondente” (p. 151), e expõe que a melhor forma de realizar o esboço do gráfico seria por meio da translação deste que se enquadra na interpretação global das propriedades figurais, haja vista que por esse procedimento é possível estabelecer correspondência entre o gráfico e a expressão algébrica.

Por conseguinte, para se construir um gráfico, tem-se a existência de três procedimentos: abordagem ponto a ponto, extensão do traçado do gráfico e de interpretação global das propriedades figurais, como definem Maggio, Soares e Nehring (2011, p. 41):

> O procedimento de pontuar corresponde à representação de um ponto com base em um par ordenado e a identificação do par ordenado a partir do ponto, o procedimento de extensão do traçado do gráfico corresponde à união dos pontos por traços, delineando o gráfico, e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais corresponde à associação das variáveis visuais pertinentes à representação gráfica com as variáveis escalares (simbólicas), da representação algébrica, permitindo a percepção de que a modificação da escrita implica a mudança da representação gráfica.

O procedimento que mais se adequa a TRRS é o de interpretação global das propriedades figurais, tendo em vista que esta leva em consideração a coordenação entre as unidades de sentido de cada representação.

Assim, Duval (1988) expõe, para uma equação do primeiro grau do tipo $y = ax + b$, as variáveis visuais presentes na representação gráfica e as unidades simbólicas correspondentes em sua representação algébrica, aqui denotadas respectivamente para a função polinomial do primeiro grau:

- **Sentido da inclinação da reta:** ascendente se o sinal do coeficiente angular for maior que zero, ou descendente se o coeficiente angular for menor que zero;

- **Ângulo com os eixos:** partição simétrica se o valor do coeficiente angular for igual a um; ângulo menor se o valor do coeficiente angular for menor que um; e ângulo maior se o valor do coeficiente angular for maior que um;
- **Posição sobre o eixo vertical (ordenada):** Corta o eixo acima da origem se o valor do coeficiente linear é positivo; Corta o eixo abaixo da origem se o valor do coeficiente linear é negativo; Corta o eixo na origem se o valor do coeficiente linear é nulo.

O outro fenômeno relacionado ao procedimento de conversão é a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão, quer dizer que não basta realizar a conversão em apenas um sentido, por exemplo, representação algébrica → representação gráfica, é necessário também fazer o procedimento inverso, representação gráfica → representação algébrica, como justifica Duval (2009) “as regras de conversão não são as mesmas segundo o sentido no qual a mudança de registro é efetuada” (p. 61).

Diante disto, buscamos responder aqui como acontece a introdução do estudo da Função Polinomial de primeiro grau analisada sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica em uma turma do 9º ano do Ensino fundamental, em uma escola federal do estado de Pernambuco?

Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa se centrou na análise da introdução do estudo da Função Polinomial de Primeiro Grau, por meio da observação da prática pedagógica do professor de matemática, em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola federal do estado de Pernambuco. As duas aulas geminadas observadas e que deram suporte para as análises trataram-se do primeiro contato dos estudantes com a função polinomial do primeiro grau. A condução das aulas pelo professor foi interativa e dialogada, em que os estudantes expunham os conhecimentos prévios a partir das representações apresentadas pelo professor e de seus questionamentos, não necessariamente no intuito de formalizar o conhecimento, mas de construí-lo ao longo das aulas.

Assim, foi realizada a observação com a gravação em áudio. Consequentemente, transcreveram-se as aulas áudio gravadas e para análise utilizou-se como base as mesmas categorias adotadas por Silva (2020) - Representações da função quadrática, Tratamento, Conversão, Procedimentos de construção do gráfico, Fenômeno de congruência semântica – ao observar aulas lecionadas por um professor de matemática sobre função quadrática, também sob a ótica da TRRS. No entanto, olharemos para essas categorias, ajustando-as para o nosso foco que é na função polinomial de primeiro grau: **Representações da função polinomial do primeiro grau, Tratamento, Conversão, Procedimentos de construção do gráfico, Fenômeno de congruência semântica**.

Baseado nessas categorias de análises, dispomos de alguns questionamentos a serem respondidos em cada uma delas, aos quais denominaremos aqui de critérios de análise das aulas, conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2: Categorias e critérios de análise das aulas

Categorias de análise das aulas	Critérios de análise das aulas
Representações da função polinomial do primeiro grau	Quais as representações da função polinomial do primeiro grau o professor apresenta em suas aulas? Com qual frequência cada uma delas é abordada?
Tratamento	São realizados procedimentos de tratamento pelo professor no decorrer das aulas? Em caso afirmativo, utilizando-se de qual registro de representação semiótica? Com que frequência?
Conversão	São realizados procedimentos de conversão pelo professor no decorrer das aulas? Quais os registros de representação semiótica são utilizados? Em quais sentidos acontecem às conversões? É possível identificar heterogeneidade nos dois sentidos das conversões realizadas pelo professor?
Procedimentos de construção do gráfico	Qual o procedimento de construção do gráfico é utilizado pelo professor (abordagem ponto a ponto, extensão do traçado ou de interpretação global das propriedades figurais)?
Fenômeno de congruência semântica	Os três critérios estabelecidos por Duval (2009): Correspondência semântica entre os elementos significantes, univocidade semântica terminal e ordem dentro da organização das unidades são estabelecidas ou não na conversão entre duas representações?

Fonte: Elaborado pelos autores – Adaptado de Silva (2020)

Os excertos da transcrição que estarão apresentados no próximo tópico, análise e discussão dos resultados, possuem alguns símbolos que significam, respectivamente: **AL:** Aluno; **ALs:** Alunos (Quando mais de um aluno dá a resposta simultaneamente); **P:** Professor; **RP:** Registros do Professor na lousa. Não fazemos diferenciação entre alunos nesta análise, pois o foco estava na prática do professor e nos registros representados por ele na lousa.

Análise e Discussão dos Resultados

Neste tópico serão apresentadas as análises das aulas transcritas, com base nos critérios listados. No que se refere à categoria **Representações da função polinomial do primeiro grau**, no decorrer das aulas, foi possível identificar três tipos de representações: a algébrica, a tabular e a gráfica. Isso se deve, de acordo com as inferências dos pesquisadores e observadores, ao fato de que a condução das aulas voltou-se para o ensino e a aprendizagem da construção do gráfico da função polinomial do primeiro grau.

No início das aulas foi realizada a relação entre a equação e a função. A representação algébrica inicial, escrita na lousa, deu-se para que os estudantes pudessem chegar a uma equação:

Quadro 3: Representações algébricas registradas na lousa

Registro do professor
$x + 2$ $y = x + 2$

Fonte: Dados da pesquisa

A partir da segunda representação algébrica, disposta no Quadro 3, que foi denominada pelos estudantes por equação, o professor instigava-os a informarem para quê servia uma equação do primeiro grau, e entre as tantas respostas, aconteceu de falarem sobre o gráfico, informando que este seria uma reta. Dessa forma, o professor incentivou-os a encontrarem uma forma de esboçarem o gráfico e de definir qual seria o formato do gráfico dessa equação. Por este motivo, as representações algébricas, gráfica e tabular foram as utilizadas, à medida que se dava a lei de formação da função ou mesmo uma equação polinomial do primeiro grau, para construir o gráfico utilizava-se como representação auxiliar a tabela que constitui em atribuir valores para a variável independente (x), que o professor denominava de “chutar números”, de modo a encontrar os valores respectivos para a variável dependente (y). Como veremos nos excertos que estarão presentes nas categorias de análise das transformações de tratamento e conversão.

A segunda categoria de análise pauta-se na atividade de **tratamento** realizada pelo professor em suas aulas. O tratamento ocorreu mais no aspecto do registro de representação algébrico, na manipulação com as funções a fim de encontrar os pares ordenados para serem preenchidos na representação tabular.

De acordo com os registros do professor em conjunto com a transcrição do que foi falado, salientamos que para a primeira equação ($y = x + 2$), ele selecionou pontos com os estudantes, e calcularam juntos mentalmente já que se tratava de uma equação mais simples. Trataremos, então, da função que foi trabalhada posteriormente pelo professor, analisando os excertos.

> **RP:** $f(x) = -x + \frac{1}{2}$
> **P:** Ó F chutou menos um para x. É isso que vou resolver agora. Coraçãozinho pra tu também. Vê só, F acabou de chutar menos um. Então onde tem x eu tenho que escrever o quê?
> **AL:** Menos um.
> **P:** Então, isso aqui vai ficar em função de menos um. Menos, menos um mais um meio. E agora?
> **ALs:** Um mais um meio.
> **P:** Um mais um meio. Que é igual a quem?
> **AL:** três meio.
> **RP:**

Quadro 4: Tratamento na representação algébrica

Registro do professor
$f(x) = -x + \frac{1}{2}$ $f(-1) = -(-1) + \frac{1}{2}$ $f(-1) = 1 + \frac{1}{2}$ $y = 1 + \frac{1}{2}$ $y = \frac{3}{2}$

Fonte: Dados da pesquisa

Junto aos estudantes, o professor continua a manipular algebricamente a função polinomial do primeiro grau atribuindo valores para **x** e a partir da lei de formação encontrando valores para **y**. Em todos os momentos em que é realizado esse procedimento, não são realizadas alterações entre registros, as transformações são realizadas no mesmo registro de representação, o que de acordo com a TRRS se caracteriza como tratamento.

Não foi realizado nenhum tipo de tratamento na representação gráfica, como o da translação, por exemplo. Salientamos da importância também desse tipo de tratamento gráfico, pois ele possui funcionamento e propriedades distintas da representação algébrica, e possibilita ao estudante perceber as variações que ocorrem na movimentação do gráfico, mesmo que ela não esteja coordenada com a representação algébrica, mas é possível fazer leitura de valores visuais, como o vértice, a concavidade e as raízes de uma função sem usar o registro algébrico. No entanto, em relação a este ponto que aqui tocamos, frisamos que foram observadas apenas duas aulas geminadas, e que esse tipo de atividade pode ter sido trabalhado em outros momentos com os estudantes, aos quais não foram observados.

A atividade de **conversão** que consta na terceira categoria de análise esteve presente nas transformações da representação algébrica para a representação gráfica, no entanto, essa transformação não se deu por via direta, mas aconteceu por meio de uma representação auxiliar – a tabela de valores. Ou seja, primeiro realiza-se a conversão da representação algébrica para a tabular, e só então a conversão da representação tabular para a gráfica.

Com a equação representada na lousa e disposta no Quadro 3 ($y = x + 2$), foi-se questionado qual o gráfico correspondente e como fazê-lo. Entre conversas sobre conhecimentos de conteúdos já estudados em outras aulas, os alunos chegaram à ideia de plano cartesiano e pares ordenados, nomeando-os de abscissa e ordenada, conforme haviam aprendido.

> **P:** Então, cada ponto do plano cartesiano tem dois numerozinhos pra encontrar esses pontos, um que vem de **x** e o outro que vem de **y**, certo?
> **AL:** É isso mesmo!
> **AL:** Eu tava pensando aqui, pra fazer a reta não é necessário primeiro a gente supor um número para um deles dois, e aí a partir desse número encontrar o outro?
> **P:** Ela disse o seguinte: Que a gente vai supor um número para **x** ou para **y**, e na hora que eu disser um número a gente consegue encontrar o outro. Se eu disser que **x** é zero, que é bem difícil fazer essa conta, quem vai ser **y**?

Desse excerto, são extraídas ideias iniciais para a construção da tabela, que servirá para agrupar os pares ordenados (x, y) de forma que possam ser convertidos na representação gráfica exposta na Figura 2.

Antes disso, são realizados os tratamentos no registro algébrico para encontrar o valor da ordenada. Esse processo inicial conduz a primeira conversão, da representação algébrica para a representação tabular, conforme mostra a Tabela 1, construída pelo professor com os estudantes para a equação ($y = x + 2$):

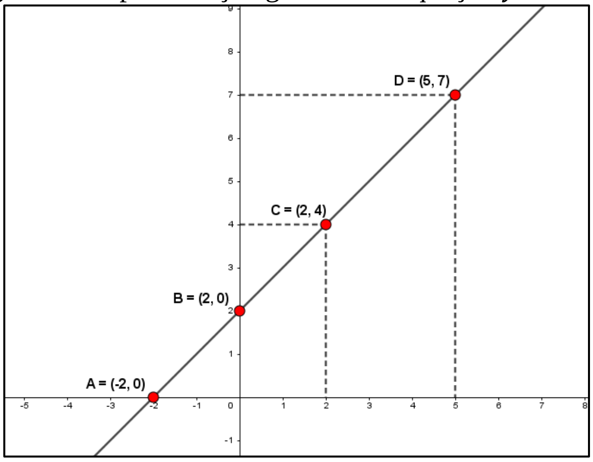
Tabela 1: Representação tabular da equação $y = x + 2$.

X	Y
0	2
-2	0
88	90
-22	-20
2	4
-1	1
5	7

Fonte: Dados da pesquisa

De posse da tabela, foram tomados os menores valores para os pares ordenados a fim de pontuá-los no plano cartesiano e construir a representação gráfica, ligando os pontos. Essa é a segunda conversão – representação tabular para representação gráfica – realizada dentro da conversão maior que é da representação algébrica para a gráfica.

Figura 2: Representação gráfica[8] da equação $y = x + 2$.



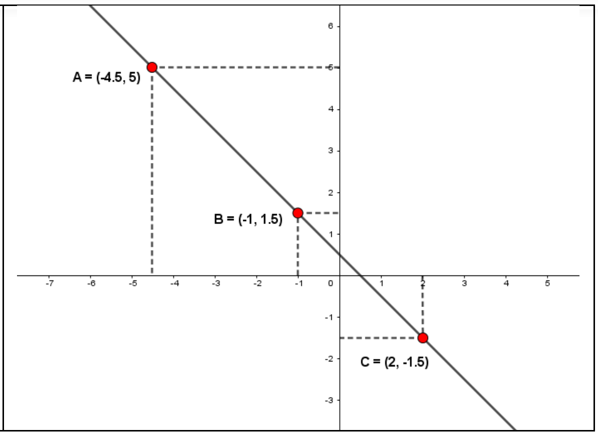
Fonte: Dados da pesquisa

Esse mesmo procedimento é realizado em outros exemplos que o professor aborda e constrói junto aos estudantes. Estão dispostos nos Quadros 5 e 6.

Quadro 5: Segundo exemplo das aulas para construção do gráfico

<table>
<tr><td>Representação Algébrica</td><td>$f(x) = -x + \frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td>Representação Tabular</td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-1</td><td>$\frac{3}{2}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$-\frac{3}{2}$</td></tr><tr><td>$-\frac{9}{5}$</td><td>5</td></tr></table></td></tr>
</table>

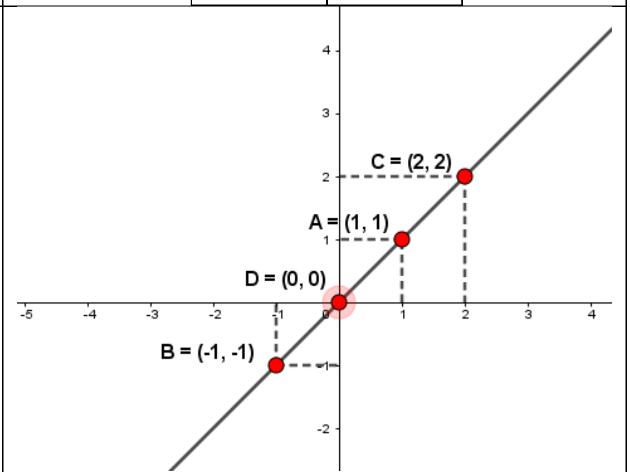
[8] Todas as representações gráficas dispostas nesta pesquisa foram construídas no *GeoGebra*, embora o professor o tenha feito na lousa.

Representação Gráfica	

Fonte: Dados da Pesquisa

No exemplo disposto no Quadro 6, o intuito era encontrar uma função em que o gráfico passasse na origem. O docente registrou a função $f(x) = x$ e os alunos foram optando por valores para **x** ou para **y**, e concluiram que os valores seriam iguais, portanto ao esboçar o gráfico, esta passaria na origem.

Quadro 6: Terceiro exemplo das aulas para construção do gráfico

Representação Algébrica	$f(x) = x$
Representação Tabular	***X*** / ***Y***: **1** / **1**; **-1** / **-1**; **0** / **0**; **2** / **2**
Representação Gráfica	

Fonte: Dados da Pesquisa

Com base nos exemplos que foram apresentados pelo professor nestas duas aulas observadas, salientamos a ênfase na conversão no sentido representação algébrica para representação gráfica, e como já exposto anteriormente, esta conversão não é direta, acontece por via de uma representação auxiliar, que neste caso é a tabela. Não houve a conversão no sentido contrário. No entanto, Duval (2009) enfatiza que ao realizar o sentido inverso da conversão são alteradas as regras, além de que são observadas outras propriedades em relação ao conteúdo exposto nas representações. De tal forma, que ao realizar a conversão do sentido da representação gráfica para a algébrica, como o estudante vai agir ao se deparar com o gráfico em que tenha pontos destacados com pares ordenados e chegar a sua representação algébrica correspondente? Quais as variáveis visuais dispostas na representação gráfica que favorecem ao estudante encontrar os coeficientes **a** e **b** para converter na representação algébrica?

Por esses questionamentos, para que o estudante consiga realizar a conversão para representação algébrica, tem-se que organizar os pares ordenados em uma tabela e fazer a generalização, no entanto, para isso é preciso que ele tenha mais que três pares ordenados. Ainda assim, vale enfatizar que a função polinomial do primeiro grau é constituída por infinitos pontos, e não apenas alguns pares ordenados selecionados.

Com base nos exemplos analisados, e por estes tratarem do esboço do gráfico da função polinomial do primeiro grau, destacamos a quarta categoria de análise que corresponde a averiguar os **procedimentos de construção do gráfico** com base na TRRS.

A abordagem utilizada pelo docente para a construção do gráfico trata-se da abordagem ponto a ponto, ao qual selecionam-se valores para a variável independente e realizando o tratamento na representação algébrica encontram-se valores para a variável dependente. Após isso organiza-se em uma tabela os pares ordenados e pontua-os no plano cartesiano a fim de traçar o gráfico ligando esses pontos. Esse tipo de procedimento não leva em consideração a articulação entre as unidades de sentido presentes em cada uma das representações, ou seja, não se faz "ligação entre o gráfico e a expressão algébrica da função correspondente" (MORETTI, 2003, p. 151).

Embora tenha usado a abordagem ponto a ponto para construir o gráfico da função polinomial do primeiro grau com os estudantes, o professor pontuou alguns aspectos presentes na representação algébrica e o que estes implicam na representação gráfica, como o caso do sinal do coeficiente **a**.

> **AL:** O coeficiente angular dessa reta aí é negativo e o dessa outra é positivo.
> **P:** Aí, o que é que a gente pode dizer a partir disso?
> **P:** Mas, ai olhando só pro A, os meninos aqui juntando o que eles disseram. O A vai determinar se a reta tá assim, assim, assim, assim (gesticula com os

braços nas posições das retas). Lembrando a forma que a gente escreve. Como é que a gente escreve?
P: Quando eu venho ler meu texto, que é um texto matemática, quando eu venho ler, tô aqui lendo, o que é que acontece com a reta (apontando para o esboço do gráfico da equação $y = x + 2$)?
AL: Ela é crescente.
P: Ai que lindo, ela é crescente. Ela tá crescendo. Quando eu venho ler aqui o quê que tá acontecendo com a minha reta (apontando para o esboço do gráfico da função $f(x) = -x + \frac{1}{2}$)?
Al: Decrescente.
P: Então, quando o coeficiente angular é positivo a reta é o quê?
ALs: Crescente
P: Quando o coeficiente angular é negativo?
ALs: Decrescente
P: Os meninos já falaram sobre isso, o b é exatamente onde o gráfico corta o y, sempre.

Ainda assim, não se refere à abordagem de interpretação global das propriedades figurais, pois isso torna-se uma espécie de regras convencionais, e não uma articulação entre os registros de representação algébrico e gráfico, de forma que deixasse visível no gráfico que o deslocamento das variáveis visuais corresponde a alterações das unidades simbólicas na lei de formação da função. Ou seja, o que foi feito pelo docente, foi uma leitura estática de algumas unidades de sentido, sem fazer alterar, necessariamente, as representações gráficas e algébricas expostas na lousa.

A TRRS frisa sobre a importância na utilização do procedimento de interpretação global das propriedades figurais nas conversões entre representação gráfica e algébrica, já que este tipo de abordagem tende a enfatizar as unidades de sentido, evidenciando que ao alterarem-se estas em uma representação, também se alteram na representação ao qual está sendo convertida. Por exemplo, o sinal do coeficiente angular (**a**) da função polinomial do primeiro grau indica o sentido de inclinação do traçado da reta; o coeficiente linear (**b**) demarcará o ponto pelo qual a reta tocará no eixo das ordenadas. Entre outras variáveis visuais que podem ser observadas e que são destacadas por Duval[9] (1988).

Fazendo menção a categoria de análise **fenômeno de congruência semântica**, destacamos que o terceiro critério estabelecido por Duval (2009) – ordem dentro da organização das unidades significantes – não é pertinente para análise, pois as representações que são convertidas não possuem a mesma dimensão, ou seja, a representação algébrica não possui a mesma dimensão da representação gráfica. No entanto, cabe-nos analisar os dois primeiros critérios – correspondência semântica dos elementos significantes e univocidade

[9] Graphiques et equations: L'articulation de deux registres.

semântica terminal – nos exemplos observados durante as aulas, e que foram expostos nessa seção ao longo das discussões nas categorias anteriores de análises.

No que se refere à correspondência semântica dos elementos significantes, não é possível associar em nenhum dos exemplos as unidades de sentido dos registros de partida (representação algébrica) e de chegada (representação gráfica), da forma como foi realizada a conversão, de tal forma que este critério não é respeitado. Existe uma correspondência semântica da representação tabular para a representação gráfica, visto os pares ordenados delineados, mas a representação tabular não é o registro de partida e sim uma representação auxiliar. Seria diferente, se o procedimento de construção do gráfico fosse pela abordagem de interpretação global das propriedades figurais, pois cada elemento significante da representação algébrica estaria associado e articulado com a representação gráfica, como por exemplo, a inclinação da reta e o sinal do coeficiente angular, ou mesmo, se a reta irá passar na origem ou não a depender se o coeficiente linear for zero ou diferente de zero.

Já na univocidade semântica terminal, cada um dos exemplos possui uma só unidade significante no registro de partida correspondente a uma única unidade significante no registro de chegada. Dessa forma esse critério é respeitado. A partir dessa análise, observamos que a conversão realizada entre as representações algébricas e gráficas não são simples, e que uma não transparece na outra. Apesar disso, o uso da abordagem ponto a ponto adota apenas uma regra, e não explicita elementos significantes e conteúdos dispostos na mesma, ocasionando em possíveis obstáculos de aprendizagem para estes alunos, como já evidenciado por Duval (1988) ao realizar atividades de construção do gráfico de uma equação do primeiro grau.

Mencionamos, novamente, que foram apenas duas aulas observadas, dessa forma, no decorrer de outras aulas o professor pode ter realizado exemplos e atividades no sentido inverso da conversão, além de ter adotado outros caminhos para a construção do gráfico.

Considerações Finais

Com o intuito de responder o objetivo dessa pesquisa, que foi o de analisar o processo de ensino da Função Polinomial do 1º grau sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, gravou-se e transcreveu-se duas aulas (100 min) de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola federal do estado de Pernambuco.

Durante a análise foi possível perceber que em seu ensino o docente utilizou mais de um tipo de representação para a função polinomial do primeiro grau, sendo elas: representação algébrica, gráfica e tabular.

No que tange as atividades de transformações apontadas pela TRRS, o tratamento foi observado apenas na manipulação da representação algébrica, principalmente para encontrar os valores da variável dependente, estipulando valores para a variável dependente. Já a conversão acontece notadamente na direção registro algébrica para o registro gráfico, porém, sempre mediado pela representação tabular, na busca de encontrar pares ordenados que satisfizessem a função dada e que possam ser marcados no plano cartesiano a fim de traçar o gráfico. Sendo esse tipo de abordagem de construção do gráfico denominado como abordagem ponto a ponto, e esta não articula os registros de representação de partida e de chegada, fazendo associação entre as unidades significantes de cada uma das representações, como acontece na utilização da abordagem de interpretação das propriedades figurais.

Sobre o fenômeno de congruência semântica, observou-se que diante dos critérios adotados pela TRRS (DUVAL, 2009), um deles – ordem dentro da organização das unidades significantes - não se enquadra na análise, pois as dimensões entre os registros de partida e o de chegada são diferentes. Sobre o critério da correspondência semântica dos elementos significantes, a forma como foi realizada a conversão não associa as unidades de sentido entre cada uma das representações, de tal forma que esse critério não é respeitado. No entanto, se levássemos em consideração a representação de partida sendo a tabular e a de chegada sendo a gráfica, teríamos esse critério respeitado, pois os elementos significantes da tabela (pares ordenados) estão associados ao gráfico.

E a univocidade semântica terminal é estabelecida, tendo em vista que para cada unidade de sentido da representação algébrica existe uma única unidade de sentido da representação gráfica, como, por exemplo, a inclinação da reta, enquanto variável visual do gráfico, em associação com o sinal do coeficiente angular, que é uma unidade de sentido da representação algébrica.

Pontua-se que em apenas duas aulas não se esgotou o estudo sobre função polinomial do primeiro grau, o que nos impossibilita de tirar conclusões como o da heterogeneidade nos dois sentidos da conversão, pois nas aulas observadas foram realizadas conversões, apenas, na direção representação algébrica para gráfica, mas pode ter acontecido em outras aulas que não foram observadas, do docente realizar a conversão no sentido inverso. Com base nisso, pontua-se a insuficiência desse estudo enquanto a análise de alguns aspectos da teoria, haja vista que não foram observadas todas as aulas em que o docente trabalhou o conteúdo em ênfase. Assim, segue como sugestão ao analisar-se o ensino de um determinado conteúdo, que se possa observar e gravar todas as aulas em que este for trabalhado o objeto matemático em estudo.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. 600 p.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da matemática.** Coleção: Ensaios transversais. Editora: escrituras. Edição : 01 / 2005. 128 f. V. 31.

DUVAL, R. **Graphiques et equations:** L'articulation de deux registres. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, n. 1, p. 235-261, 1988.

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** *In:* MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus Editora, 2003, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano.** Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. *In:* Tânia M. M. Campos (org). Tradução: Marlene Alves Dias. – 1. ed. – São Paulo: PROEM, 2011.

MAGGIO, D. P.; SOARES, M. A. S.; NEHRING, C. M. Registros de representação semiótica da função afim: análise de livros didáticos de matemática no Ensino Médio. **Revista eletrônica de Educação Matemática.** ISSN 1981-1322. Florianópolis. V.05 nº01 p. 38-47, 2011. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p38. Acesso em: 21 de dezembro de 2021.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas através da interpretação global das propriedades figurais. In: Machado, S. D. A. (org). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p. 149-160.

SALIN, E. B. **Matemática Dinâmica:** uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas. 206 f. Dissertação – Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2014. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/108425. Acesso em 02 de janeiro de 2022.

SILVA, A. S. **Registros de representação semiótica e função quadrática:** um olhar sobre o ensino e a abordagem no livro didático. 161 f. Dissertação – Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/39695. Acesso em 13 de janeiro de 2022.

SILVA, C. R. **Signos peirceanos e registros de representação semiótica:** qual semiótica para matemática e seu ensino? 202 f. Tese – Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo/ SP, 2013. Disponível em: https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/10982/1/Cintia%20Rosa%20da%20Silva.pdf. Acesso em 12 de junho de 2022.

Recebido em: 31 de janeiro de 2022
Aprovado em: 27 de julho de 2022