

Monografía

**ESTRUCTURAS DE LA LÓGICA MATEMÁTICA COMPARADAS CON LAS DE
ESTRUCTURAS DE LA LINGÜÍSTICA DEL ESPAÑOL**

Presentada por:

Mario Torres Duarte

Código 91.426.668

Asesor docente:

José Alberto Rivera Piragauta

Programa Licenciatura en Matemáticas

Escuela de Ciencias de la Educación ECEDU

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA UNAD

Bogotá D.C. 2019

Índice general

1. Glosario	4
2. RAE Resumen Analítico del Escrito	7
3. Palabras clave	8
4. Definición del problema	9
5. Justificación	13
6. Objetivos	16
7. Marco conceptual y teórico	17
8. Enfoque de la investigación	19
9. Resultados. Algunas estructuras de la lógica matemática comparadas con las de la lingüística del Español	20
9.1 Presentación	20
9.2 Definiciones	21
9.2.1 En matemáticas	21
9.2.2 En la lingüística	22
9.2.3 Cuadro de resultados	23
10. Anexos	28
10.1 Breviario sobre el origen de las matemáticas	29
10.2 De la importancia de la Didáctica de la Matemática	35
10.3 La Didáctica de las Matemáticas o la manera efectiva de enseñar Matemáticas ...	39
10.4 La Pedagogía como la principal ciencia de la educación	44
10.5 Matemática y cultura	49
10.6 Organizar el currículo de matemáticas para educación básica, media y superior 51	51
10.7 Aprender a aprender, un camino posible para la Educación Matemática	57
10.8 Algo de lúdica para desarrollar una mente matemática	61
10.9 Para tener en cuenta	64
10.10 La lectura, una didáctica para la formación de seres humanos más sabios	66
11. Conclusiones	72
2. Guía didáctica	73
12.1 Introducción	73
12.2 Presentación	74
12.3.1 Nombre del curso	74

12.3.2 Destinatarios	74
12.3.3 Modalidad	75
12.3.4 Intensidad horaria por semana.....	75
12.3.5 Metodología	75
12.3.6 Requisitos previos	75
12.3.7 Objetivos	76
12.3.8 Plan de Asignatura	76
13. Taller: Ejercicios comparativos de algunas estructuras de la lógica matemática comparadas con las de la lingüística del español.....	77
14. Referencias.....	78

1. Glosario

Lógica matemática: Es la disciplina que trata de métodos de razonamiento. En un nivel elemental, la lógica proporciona reglas y técnicas para determinar si es o no válido un argumento dado. El razonamiento lógico se emplea en matemáticas para demostrar teoremas; en ciencias de la computación para verificar si son o no correctos los programas; en las ciencias física y naturales, para sacar conclusiones de experimentos; y en las ciencias sociales y en la vida cotidiana, para resolver una multitud de problemas

Lingüística: La Lingüística es la disciplina científica que investiga el origen, la evolución y la estructura del lenguaje, a fin de deducir las leyes que rigen las lenguas (antiguas y modernas). Así, la Lingüística estudia las estructuras fundamentales del lenguaje humano, sus variaciones a través de todas las familias de lenguas (las cuales también identifica y clasifica) y las condiciones que hacen posible la comprensión y la comunicación por medio de la lengua natural. Como toda ciencia, la Lingüística cuenta con propuestas teóricas, métodos de análisis y dominios de estudio que le son propios. No obstante, la Lingüística es una ciencia *pluridisciplinaria*, caracterizada por una gran riqueza epistemológica a la hora de abordar el fenómeno del lenguaje.

Sintaxis: Es la parte de la gramática que estudia la forma en que se combinan y se relacionan las palabras para formar secuencias mayores como los sintagmas y las oraciones, así como la función que desempeñan dentro de éstas. La palabra sintaxis procede del latín *syntaxis*, y éste a su vez del griego σύνταξις, y significa 'ordenar, 'coordinar'.

Semántica: Se denomina como semántica a la ciencia lingüística que estudia el significado de las palabras y expresiones, es decir, lo que las palabras quieren decir cuando hablamos o escribimos. Término acuñado por Michel Bréal en 1833.

Gramática: Es la ciencia que tiene como objeto de estudio a los componentes de una lengua y sus combinaciones. El concepto halla su origen en el término en latín *grammatica* y hace referencia, por otra parte, al arte de dominar una lengua de modo correcto, tanto desde el habla como con la escritura.

Operaciones Lógicas: Son expresiones matemáticas cuyo resultado es un valor booleano (verdadero o falso). Estas expresiones se utilizan principalmente en las estructuras de control.

Razonamiento: Es el proceso y el resultado de razonar. Este verbo, por su parte, consiste en organizar y estructurar las ideas para arribar a una conclusión.

Objetos matemáticos: Un objeto matemático es un objeto abstracto estudiado en matemáticas. Algunos ejemplos típicos de objetos matemáticos son números, conjuntos, funciones y figuras geométricas. La existencia y naturaleza de los objetos matemáticos es materia de debate en la filosofía de la matemática y ha dado lugar a corrientes de pensamiento como el logicismo, el platonismo matemático y el formalismo matemático.

Semióticas: Teoría que tiene como objeto de interés a los signos. Esta ciencia se encarga de analizar la presencia de éstos en la sociedad, al igual que la semiología. Ambos conceptos son tomados como sinónimos por el diccionario de la Real Academia Española (RAE), aunque los expertos establecen algunas diferencias.

Paradoja: Se designa un hecho o una frase que parece oponerse a los principios de la lógica. La palabra, como tal, proviene del latín *paradoxa*, plural de *paradoxon*, que significa ‘lo contrario a la opinión común’; este a su vez viene del griego παράδοξα (parádoxa), plural de παράδοξον (parádoxon), que podría traducirse como ‘inesperado’, ‘increíble’ o ‘singular’.

Lecturabilidad: Es la facultad de los contenidos para ser comprendidos como mensaje, al margen de los medios utilizados para expresar las ideas. Es decir, se refiere a aspectos gramaticales, sintácticos, léxicos, icónicos, de imagen, etc. que ayudan a la asimilación de los contenidos.

Legitimidad: Es el conjunto de características tipográficas y lingüísticas del texto escrito que permiten leerlo y comprenderlo con facilidad.

Guía didáctica: Es un instrumento con orientación técnica para el estudiante, que incluye toda la información necesaria para el correcto y provechoso desempeño de este dentro de las actividades académicas de aprendizaje independiente.

Lingüística matemática: Se refiere a la aplicación de técnicas estadísticas, probabilísticas o esquemas matemáticos abstractos a la comprensión de los fenómenos lingüísticos. Aunque algunos de los primeros trabajos que hacían amplio uso de la estadística, la probabilidad y la teoría de la información datan de 1964, la lingüística matemática no constituye hoy en día un área establecida de la ciencia normal, ya que constituye una colección de trabajos heterogéneos, algunos de gran complejidad y muy ambiciosos, pero en general poco conocidos por la mayoría de lingüistas.

2. RAE Resumen Analítico del Escrito

En la relación de la lógica matemática con la lingüística, se percibe un sistema de creencias que las distancia, dado que se ha supuesto que estos dos saberes no tienen similitudes que las emparenten. Entendido ese sistema de creencias como el conjunto de opiniones producto de una formación académica que supone a la matemática como una ciencia dura y exacta contraria a la lingüística, se crea un paradigma difícil de romper.

Sin embargo, en diferentes estudios que serán referenciados en este trabajo, se ha logrado demostrar que, pasando por encima de esa creencia o mito, estas dos disciplinas del saber están relacionadas, dadas las afinidades en la arquitectura interna de sus lenguajes.

Aunque son saberes distintos, en la morfología de sus lenguajes están las semejanzas, ya que ambas deben descifrar y describir el universo a través de sus leyes. Ambas son materias que no se agotan y que, por el contrario, están vivas en todas las expresiones de la naturaleza, de la academia y de la sociedad incluyendo la cotidianidad.

Es claro que aunque las similitudes no son evidentes, en la estructura interna de ambas se encuentra lo compatible. Un texto lingüístico pudiera ser traducido al lenguaje lógico matemático y un texto matemático pudiera ser visto como texto lingüístico, siempre que estas dos experimentaciones mantengan el nivel sintáctico a ser mostrado en esta monografía.

3. Palabras clave

Lógica matemática, Lingüística, Lenguaje, Estructura, Sintaxis, Semántica.

4. Definición del problema

La relación de la lógica matemática con la lingüística ha supuesto una problemática difícil de comprender y resolver. Es el encuentro de dos saberes en apariencia diferentes y sin puntos mayores de convergencia. Una de las creencias o mitos populares es la de suponer que la matemática es una ciencia dura que siempre es exacta, precisa, teórica, abstracta y que, por tanto, no da lugar a dudas. Para Manuel López Pellicer, Bertrand Russell, el reconocido matemático y estudioso del lenguaje formal británico, ha desmitificado esta creencia.

Russell defendió el buen uso de la gramática, pues señaló que en su mal uso residen gran parte de los problemas filosóficos, al no respetar una serie de principios o reglas para las operaciones lógicas, lo que lleva a problemas conocidos como *trampas del lenguaje*, destacando su artículo maestro *Sobre el Denotar* (1905), en el que Russell, siguiendo al psicólogo pragmático W. James en sus “*Principios de Psicología*” distingue entre “*conocimiento directo*”, consistente en estar enterado, y el “*conocimiento acerca de*” que emplea una *descripción*. (Pellicer, 2010, p.418)

Lo anterior nos da una clave para entender la relación de las estructuras de la lógica matemática con las de la lingüística del español, la cual residiría en poder deducir técnicas y reglas que son comunes a las dos: La lingüística, que como disciplina científica, investiga el origen, la evolución y la estructura del lenguaje natural, a fin de inferir sus leyes y, en ese sentido, se encarga de investigar las estructuras esenciales del lenguaje y su evolución. También estudia las formas que hacen posible la comprensión y la comunicación a través de la lengua, cuyo objeto de estudio es el lenguaje humano. En otras palabras, la lingüística es una ciencia teórica que explica y diseña teorías del lenguaje y sus objetos. En el libro *La lingüística, su historia y su desarrollo*, se afirma:

Tal vez lo más característico de la vida humana sea la omnipresencia del lenguaje. El universo lingüístico nos envuelve de tal forma que no podemos salir de los límites que nos impone. No lo podemos observar desde afuera porque el más allá del lenguaje es impensable. Lo pensable, y comunicable, lo es desde el lenguaje. El lenguaje es elemento constitutivo de la intersubjetividad y de la vida social. Que toda actividad artística,

científica, cotidiana, es esencialmente lingüística, es una actividad que los artistas, los científicos, las personas que reflexionan sobre el conocimiento descubren a cada momento. El problema del lingüista será el de cómo elaborar una teoría de esta omnipresencia del lenguaje en la vida de las personas y de las sociedades en su interiorización en los sujetos creadores de historia individual y colectiva. (Serrano, 1983, p.11)

En cuanto a la lógica matemática, esta es parte tanto de la lógica como de la matemática y en general se refiere a la disciplina que trata de los métodos de razonamiento, proporcionando reglas y técnicas para determinar la validez de un argumento presentado. La lógica matemática se usa en múltiples disciplinas, como la matemática misma, para demostrar teoremas, por ejemplo; en la computación, para verificar si son o no correctos los algoritmos usando el álgebra booleana; en las ciencias como la física y las naturales, para sacar conclusiones de experimentos o para predecir o modelar fenómenos y sus consecuencias.

El razonamiento se usa constantemente para darle sentido lógico a múltiples actividades de la academia o de la vida cotidiana, de ahí la capacidad que tiene la lógica matemática para relacionarse con diversas disciplinas del saber.

Lo anterior significa que la lógica matemática formaliza un lenguaje que involucra los objetos matemáticos y sus representaciones semióticas (números, conjuntos, figuras geométricas, etc.), que estudia, de modo que sus leyes puedan ser comprensibles al momento de utilizarlas.

En *La lingüística, su historia y su desarrollo* se nos precisa:

La ciencia lingüística está doblemente vinculada al lenguaje: como lingüística, obviamente, y como ciencia. La actividad científica conduce a elaborar teorías, y una teoría es un constructo lingüístico, un correlato lingüístico de un determinado dominio de la realidad. De entre los muchos usos del lenguaje hay uno que es el uso argumentativo que ha permitido desarrollar la lógica y la metodología de la ciencia. Descripción, argumentación y explicación son actos lingüísticos que intervienen directamente en los resultados de la actividad científica, la construcción de teorías. La lingüística pues precisará de un estatuto epistemológico especial respecto a las otras disciplinas científicas. (Serrano, 1983, p.11)

Escritores estrechamente relacionados con la matemática a través de la historia, corroboran la tesis del emparentamiento de estas dos disciplinas, al utilizar en sus textos problemas de lógica descritos desde la lingüística, tales como Jorge Luis Borges (1889-1986), en *El Aleph* (1949); Miguel de Cervantes Saavedra (1547-1616), en *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha* (1615); Lewis Carroll (1832-1898), en *Alicia en el país de las maravillas* (1865), entre muchos otros como Malba Tahan (1895-1974) con su obra *El hombre que calculaba* (1938).

En *El Quijote*, siendo Sancho Panza gobernador de la ínsula de Barataria, se le presentaron varios problemas que tenía que resolver para hacer justicia. Una de las situaciones más interesantes es esta:

—Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío, y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso... Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma: «Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar, y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna». Sabida esta ley y la rigurosa condición della, pasaban muchos, y luego en lo que juraban se echaba de ver que decían verdad y los jueces los dejaban pasar libremente. Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento y dijeron: «Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y conforme a la ley debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre». Pídese a vuestra merced, señor gobernador, qué harán los jueces del tal hombre, que aún hasta agora están dudosos y suspensos, y, habiendo tenido noticia del agudo y elevado entendimiento de vuestra merced, me enviaron a mí a que suplicase a vuestra merced de su parte diese su parecer en tan intricado y dudoso caso. (Cervantes Saavedra, 1615, p.535)

Visto el problema planteado a Sancho, vemos como Cervantes escribió una paradoja semántica utilizando las leyes formales de la matemática, escritas en lenguaje formal lingüístico.

También en la matemática de la India durante los siglos V al XII, período llamado *La época de la poesía*, las obras se escribieron en verso con un lenguaje poético.

La raíz cuadrada de la mitad de un enjambre de abejas se esconde en la espesura del jardín; una abeja hembra con su macho quedan encerrados en una flor de loto, que los sedujo con su dulce perfume; y los 8/9 del enjambre quedaron atrás. Dime el número de abejas.

(Baskhara II, s. XII)

Entendiendo que la literatura es una forma particular del lenguaje, y que la poesía es una de las formas de la literatura, es notable ver cómo ésta no ignora la relación con la matemática y particularmente con la lógica matemática. Esto se da porque para mantener un ritmo o musicalidad adecuado, el poeta elige palabras que casen bien, que mantengan su concordancia o que encajen no sólo en su significado, sino midiendo su duración, es decir, la métrica, definida, por los diccionarios en general, como el arte que trata de la medida, estructura y combinación de los versos y por tanto trabaja con proporciones matemáticas.

5. Justificación

Comparar las estructuras de la lógica matemática con las estructuras de la lingüística del español, supone un problema complejo, dada la poca apreciación en cuanto a la relación de estas dos disciplinas del saber, más en un medio como el colombiano.

Por ello se hace necesario resaltar las estadísticas que muestran que el proceso enseñanza-aprendizaje, en cuanto a estas dos disciplinas, está fallando y por tanto, las aísla aún más, ya que si los estudiantes no comprenden los mínimos de cada uno de estos saberes, es obvio que tampoco comprenderán su relación.

En lo referente al lenguaje, las estadísticas de diferentes estudios comparativos al respecto, en especial el realizado por Centro Regional para el Fomento del Libro en América Latina y el Caribe, (Cerlalc, 2012), con estudios realizados desde el 2002, revelan un panorama desolador. Según este estudio, un 67% de los colombianos no leen sencillamente porque no les gusta. El índice de lectura de revistas es del 26%, mientras que en Chile es del 47%. En lectura de periódicos Colombia es el segundo país donde menos se lee de América Latina, con un porcentaje del 29%, en comparación con Perú con un 71%, mientras Brasil es el que más lee por motivos de “actualización cultural”, con un 55%. También Colombia es penúltimo en América Latina en cuanto a compradores de libros con solo un 32%, pues el hábito de lectura está relacionado directamente con el consumo de libros y en consecuencia, con la lecturabilidad, como se ha expresado permanentemente en documentos de la Cámara Colombiana del Libro.

En cuanto a las matemáticas, los resultados de las Pruebas Saber, Icfes y ECAES han sido un tema en constante discusión, debido a las bajas calificaciones que obtienen los estudiantes en los exámenes estandarizados, pruebas que se aplican anualmente a los estudiantes de las instituciones educativas de Colombia.

Para entender el porqué de estos resultados, se hace imperativo reconocer las causas que generan las grandes dificultades que existen para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, entendiendo que varias de éstas están en el proceso comunicativo:

Veamos algunos ejemplos de estas dificultades:

- Los textos matemáticos generalmente usan palabras que no aparecen en otros ámbitos, y los emplean sin ninguna contextualización.
- La forma estándar de enunciar los problemas en matemáticas y lo poco que se relacionan generalmente con la realidad y el entorno
- Para explicar algunos conceptos, los docentes comúnmente recurren a un “lenguaje escolar” que, en vez de aclarar o aportar logran,
- un efecto contraproducente. A este respecto dice D’Amore: “De hecho cuando se hace matemática, la comunicación no se da ciertamente en el lenguaje matemático, y ni siquiera se da en la lengua común; se asume una sintaxis específica (a veces engorrosa), una semántica considerada oportuna y nace una extraña lengua...” (D’Amore, 2006)
- Cada una de las matemáticas emplea una forma de lenguaje y símbolos particulares, que la mayoría de las veces se diferencian dependiendo del contexto o de su utilidad. Por ejemplo: La notación de conjuntos, los símbolos empleados en lógica o la forma de escritura que se emplea en la geometría; además de ser bastante diferentes, se usan generalmente en contextos igualmente diferentes. (García, 2014, p.3)

Las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje en las dos áreas descritas, aparecen en todos los niveles, haciéndose más grave si desde los primeros grados no se aclararon las dudas, trasladándose éstas a los niveles superiores, conduciendo a un aprendizaje mecánico que se reproduce en la edad adulta, al generalizarse la idea sobre lo “complicadas” que son. En realidad el problema estuvo en que no se supo comunicar su enseñanza en el proceso educativo, es decir, no hubo una didáctica en este proceso.

Descubrir qué une la lógica matemática con la lingüística, ayuda profundamente a conocer mejor el funcionamiento de nuestro entorno y del mundo en general, y da herramientas fundamentales para que el proceso de enseñanza-aprendizaje, sea más efectivo y eficaz, lo cual sirve para la comprensión de otras disciplinas del saber.

No parece extraño, ni sorprende, que uno intuitivamente perciba la relación que existe entre las matemáticas, la literatura y el arte. Cuando el escritor emplea el acento en una letra, está introduciendo en el lenguaje una medida de aumento de la intensidad en la forma de pronunciar una vocal; de manera que la ortografía, obedece a reglas matemáticas, de la misma manera que la teoría de la música, para la ejecución correcta de los sonidos en un instrumento musical. (Zubieta, 2012, p.1)

Es ahí donde la lógica matemática y la lingüística se encuentran, dado que en ambas está la utilización de un lenguaje formal con las leyes que involucran sus objetos de estudio. Por demás, hay que decir que también esta relación establece sus diferencias conceptuales.

Por tanto, este escrito describirá las estructuras de estas dos disciplinas a través de sus conceptos y mostrará las semejanzas, tales como la disyunción, la conjunción, la factorización, la negación y las leyes de la inferencia en ambas disciplinas del saber.

Poder describir la relación de la lógica matemática con la lingüística desde sus estructuras y enseñarlas a través de la didáctica, perfecciona el proceso educativo y por tanto, tendríamos estudiantes y ciudadanos con un mayor conocimiento, lo cual redundaría en el desarrollo de un pensamiento crítico para poder analizar, comprender, diagnosticar y dar soluciones a los problemas del mundo donde están sumergidos, de forma que participen en la construcción de un mejor saber interdisciplinario.

6. Objetivos

6.1 Generales

- Comparar la relación de las estructuras semánticas y sintácticas de la lógica matemática con las estructuras de la lingüística.
- Desarrollar una didáctica a través de la comprensión de la relación de estos dos campos del saber, de forma que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se facilite su conocimiento.

6.2 Específicos

- Describir las estructuras semánticas y sintácticas de la lógica matemática con las de la lingüística, que posibiliten encontrar similitudes.
- Dar claridad a la relación entre las estructuras de la lógica matemática y las de la lingüística, con ejemplos específicos a ser desarrollados en la presente monografía.
- Elaborar una guía didáctica para docentes y estudiantes que permita comprender la relación de la lógica matemática y la lingüística, de forma que se desmitifique su distancia, en función a mejorar el proceso educativo.

7. Marco conceptual y teórico

La lingüística matemática aparecida a finales de los años cincuenta del siglo pasado, nos dará herramientas para la comprensión de lo propuesto en esta monografía. Por ello, en el texto *Elementos de la lingüística matemática* de Sebastià Serrano se afirma:

1. La aparición de la lingüística matemática se encuentra estrechamente ligada a la necesidad de formular un metalenguaje o lenguaje formal.
2. La expresión lingüística matemática empezó a usarse, salvo algún antecedente esporádico y aislado, a mediados de la década de 1950-1960, apareciendo casi simultáneamente en la Unión Soviética y en los Estados Unidos. Posteriormente se ha ido extendiendo por otros países como consecuencia del desarrollo vertiginoso de ordenadores electrónicos.

Ya por su denominación, se ve que esta disciplina se encuentra vinculada tanto a la lingüística como a las matemáticas. Blonfield ha extraído de esta relación la conclusión que se imponía para la ciencia del lenguaje al afirmar en *Aspectos* que “dado que las matemáticas son una actividad verbal esa disciplina presupone naturalmente la lingüística”. Esta interconexión requiere, consecuentemente, la colaboración de lingüistas y matemáticos; el matemático debe familiarizarse con las estructuras lingüísticas fundamentales y con determinados hechos de la lengua, el lingüista, por su parte, con ciertas nociones matemáticas.

Desde esta perspectiva la lingüística matemática se encuentra incardinada en una de las características más significativas de nuestro siglo: las relaciones interdisciplinares tan bien puestas de manifiesto por lingüistas eminentes como, por ejemplo, Jakobson, Chomsky (considerado por algunos estudiosos, v.g. Gladkij y Mel'cus“ como el fundador de esta nueva disciplina”), constituye un ejemplo ineludible de investigador interdisciplinario, en su obra *El lenguaje y entendimiento* aborda, de manera muy clara, la intersección lingüística-matemática. (Serrano, p.17)

El grupo de investigación OuLipo de Francia inició el estudio sobre la relación entre matemática y lingüística.

OuLiPo es un grupo de experimentación literaria fundado en 1960 por Raymond Queneau, literato amante de las matemáticas, y François le Lionnais, un matemático aficionado a la literatura. El acrónimo OuLiPo significa “*Taller de Literatura Potencial*” porque busca a través de la auto-imposición de ciertas “restricciones” o “trabas literarias” que el autor explore novedosas estructuras literarias, y descubra por esa vía nuevas formas poéticas o novelescas. La llamada “literatura oulipiana” busca forzar al lenguaje a través de prohibiciones para que revele su potencial oculto jugando con la naturaleza, el orden o el número de letras, sílabas o palabras.

Muchas de estas construcciones se inspiran en conceptos matemáticos. Por ejemplo, la “literatura combinatoria” que se basa principalmente en el concepto de configuración, y del que nace la técnica potencial “S7” que se asocia al concepto matemático de “permutación” porque consiste en generar una reordenación de palabras de un verso según una regla prefijada. (emotools wikinnovation, 2008, p.1)

Lo que han llamado *literatura oulipiana* ha consistido en encontrar a través de forzar al lenguaje, su potencial escondido u oculto jugando con el orden, el número de letras, de sílabas o de palabras en una combinatoria experimental. Lo anterior se da porque este grupo de manera consciente, intenta unir dos disciplinas en apariencia muy diferentes, como son matemática con literatura, a través de conceptos como el de la restricción, es decir semántica, fonética, combinatoria, algoritmo, fractal, traídas de la matemática para aplicarse sobre las palabras, puesto que éstas son el objeto propio del lenguaje.

Por ello se considera que divulgar algunos resultados de esta experimentación se antoja interesante, para cientos de entusiastas de estas materias. No hacerlo implicaría seguir negando la relación propuesta y no permitir un mayor avance en el conocimiento.

8. Enfoque de la investigación

El método será el sintético, puesto que se trata de estudiar las relaciones estructurales entre la lógica matemática y la lingüística a partir del reconocimiento y comprensión de ellas, bajo la perspectiva de totalidad. Irá de esta manera de lo abstracto –las estructuras invisibles de estas dos disciplinas- a lo concreto, el establecimiento de cada una de estas relaciones y su generalidad en el lenguaje.

Mediante el análisis documental, ya que permite recolectar datos a través de los documentos que contengan la información relevante a las estructuras de la matemática a través de la Lógica Matemática, y del leguaje a través de la gramática, sintaxis y semántica.

Para ello se hace necesario recolectar información sobre el objeto de estudio a través de una lista de chequeo.

9. Resultados. Algunas estructuras de la lógica matemática comparadas con las de la lingüística del Español

9.1 Presentación

Una de los propósitos primordiales de esta monografía, es el de comparar la relación de las estructuras de la lógica matemática con las estructuras de la lingüística. Es por ello que en este apartado, abordaremos algunas de esas estructuras para ver sus similitudes sintácticas y semánticas, entendiendo que éstas no se encuentran en la superficie de cada una de las disciplinas comparadas, sino en su interior.

Comprender esta relación desde sus profundidades o estructuras, llevaría a una mejor comprensión de las matemáticas llegando hasta lo abstracto, y a un mejor manejo del lenguaje por cualquier medio:

Por otra parte, el lenguaje matemático utilizado desde el período helénico hasta nuestros días, se ha caracterizado por su precisión, claridad y exactitud; atributos que por cierto, en opinión de muchos autores -como Pío Baroja-, deberían estar incluidos en el estilo de cualquier escritor. De este modo se manifiesta al respecto, por ejemplo, René Dugas: “La matemática enseña también a escribir, si se quiere que la concisión, la claridad y la precisión sean cualidades del estilo... El lenguaje matemático obliga a una gimnasia intelectual sumamente intensa: el hombre de un solo libro, es decir, de un solo simbolismo, no puede ser matemático (Dugas, 1976). (Peralta, 2007, p.1)

La matemática necesita del lenguaje para poderse expresar coherentemente y en ese sentido, el lenguaje matemático se ha universalizado, siendo hoy en día utilizado y entendido en el mundo entero, sin diferencias de países, lenguas, pueblos. En cuanto al lenguaje, éste necesita de las matemáticas para fortalecer su estructura gramatical. En diferentes documentos escritos y virtuales y sin que tenga un autor en específico, se asevera:

Una gramática formal es una estructura matemática con un conjunto de reglas de formación que definen las cadenas de caracteres admisibles en un determinado lenguaje formal o lengua natural.

Las gramáticas formales aparecen en varios contextos diferentes: la lógica matemática, las ciencias de la computación y la lingüística teórica, frecuentemente con métodos e intereses divergentes. Hay semejanzas entre el idioma de las matemáticas y los idiomas naturales.

Domene (2010) afirma “Es evidente, por ello, que la aplicación de las Matemáticas a la Lingüística y la matematización de la Gramática es algo necesario, y que reportaría evidentes ventajas en la investigación lingüística”. (p.22)

También nos indica:

El estudio de las operaciones y sus propiedades es otra parte importante del estudio de las matemáticas. Todo idioma tiene un sistema de puntuación que indica cómo se deben agrupar las palabras para evitar ambigüedades. En matemáticas se usan los paréntesis para indicar qué operación se hace primero, $40/(10/20)$ no es lo mismo que $(40/10)/2$. (Domene, 2010, p.22)

9.2 Definiciones

9.2.1 En matemáticas

Factorización matemática: En general es una técnica que consiste en la descomposición de una expresión matemática (número, suma, resta, producto, división, matriz, polinomio, etc.) en forma de producto. Lo anterior significa que a una expresión matemática se le simplifica para reescribirla en términos de sus factores.

Monomio: Es una expresión algebraica en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones. Las únicas operaciones que aparecen entre las letras son el producto y la potencia de exponente natural.

Elementos de un monomio: Dado el monomio AX^B se distinguen los siguientes elementos:

Constante: A

Variable: X

Coeficiente: B

Ejemplos:

$$5X^3$$

$$-8X^4$$

9.2.2 En la lingüística

Oración canónica:

Es una expresión con sentido lógico y tiene la siguiente estructura: primero va el sujeto, luego el verbo y por último el complemento. Sujeto + verbo + complemento, S + V + C.

Ejemplos:

Camila estudia en la UNAD. S + V + C

Camila es hermana de Juan David. S + V + C

Factorización lingüística:

Consiste en usar la inferencia gramatical para encontrar en las estructuras de las oraciones, una regla sintáctica a partir de las oraciones canónicas.

9.2.3 Cuadro de resultados

Estructura 1	
Factorización	
En lingüística	En Matemáticas
<p>Consiste en usar la inferencia gramatical para encontrar en las estructuras de las oraciones, una regla sintáctica a partir de las oraciones canónicas.</p> <p>Camila es hermana de Juan David y Camila estudia en la UNAD es equivalente a Camila es hermana de Juan David y estudia en la UNAD Se factorizó Camila Se pueden factorizar todo tipo de palabras.</p>	<p>Técnica que consiste en la descomposición de una expresión matemática (número, suma, resta, producto, división, matriz, polinomio, etc.) en forma de producto. Lo anterior significa que a una expresión matemática se le simplifica para reescribirla en términos de sus factores.</p> <p>En general $a*b + a*c = a(b+c)$</p> <p>Se factorizo "a"</p>
Estructura 2	
La conjunción	
<p>Es un grupo de palabras que tienen como función establecer relaciones o conexiones entre palabras, sintagmas, frases u oraciones. Estas relaciones entre ellas son de jerarquía sintáctica y de tipo semántico.</p>	<p>Se simboliza con \wedge y significa "y". Une al menos dos proposiciones y es un conector lógico cuyo valor de verdad resulta ser cierto sólo si ambas proposiciones son ciertas, y falso si al menos una de ella lo es.</p>
Tipos de conjunción	
<p>Las conjunciones coordinantes o propias Unen palabras, sintagmas y oraciones del mismo nivel sintáctico, de forma que sus elementos son intercambiables sin que se altere el significado conjunto.</p> <p>Conjunciones copulativas Sirven para reunir en una sola unidad funcional dos o más elementos homogéneos e indican su adición</p> <p><i>y, e, ni, que</i></p> <p><i>Ni</i></p>	

Equivale a **y**. Indica adición de dos términos necesariamente negativos:

Camila no es hermana de Juan David y Camila no es hermana de Santiago = Camila no es hermana de Juan David ni Camila es hermana de Santiago = Camila ni es hermana de Juan David ni de Santiago.

Que

Camila llora que llora = Camila llora y llora

En general si decimos que *Camila es hermana de Juan David y Camila es estudiante de la UNAD*, se enlazan dos oraciones para construir una mayor, a través del conector o conjunción **y** siendo el tipo de relación que hay entre las dos, de igualdad, de forma que se pueden intercambiar sin cambiar el sentido de la oración.

Camila es hermana de Juan David y Camila es estudiante de la UNAD = Camila es estudiante de la UNAD y Camila es hermana de Juan David.

Conjunciones adversativas

Contraponen dos oraciones, de manera que cada una corrige a la otra.

pero, mas, aunque, sino, aunque, siquiera

Mas

Indica una restricción más suave que **pero**

Camila hizo un juramento mas fue en vano

Proposición a = *Camila no es hermana de Juan David*

Proposición b = *Camila no es hermana de Santiago*

$$a \wedge b = b \wedge a$$

Proposición a = *Camila llora*

Proposición b = *Camila llora*

$$a \wedge b$$

Proposición a = *Camila es hermana de Juan David*

Proposición b = *Camila es estudiante de la UNAD*

$$a \wedge b = b \wedge a$$

a = *Camila hizo un juramento*

b = *fue en vano*

$$a \wedge b$$

$$\text{¿} a \wedge b = b \wedge a?$$

<p><i>Fue en vano y Camila hizo un juramento</i> Lo anterior carece de sentido semántico</p> <p>Una conjunción adversativa es exclusiva si hay incompatibilidad entre las dos oraciones coordinadas de manera que la afirmativa excluya totalmente a la negativa.</p> <p>sino, sino que, antes bien, al contrario</p>	b \wedge a Solo es válido a \wedge b
<p>sino</p> <p><i>No lo hizo Camila sino Santiago</i></p>	a = <i>No lo hizo Camila</i> b = <i>lo hizo Santiago</i> $a \wedge b$
<p><i>Lo hizo Santiago y no lo hizo Camila.</i></p> <p>pero</p> <p><i>Camila iría al cine pero no puede</i></p>	es equivalente a b \wedge a
	a = <i>Camila iría al cine</i> b = <i>no puede</i> $a \wedge b$
	<i>?a \wedge b = b \wedge a?</i>
<p><i>No puede y Camila iría al cine</i> Carece de sentido y solo es válido entonces a \wedge b para este tipo de conjunciones.</p>	b \wedge a
Estructura 3	
La disyunción	
La disyunción inclusiva	
Indica alternancia entre dos opciones, en el sentido que pueden hacerse las dos cosas. También cuando se unen dos expresiones con idéntico valor denominativo.	Es un conector lógico cuyo valor de verdad resulta ser falso sólo si ambas proposiciones son falsas, y en cierto de cualquier otra forma. En lenguajes formales, la palabra "o" se utiliza en español para simbolizar una disyunción lógica y se simboliza " \vee ".

En esa bolsa hay dulces o bocadillos

1. Solo hay dulces en la bolsa.
2. Solo hay bocadillos en la bolsa.
3. Hay dulces y bocadillos en la bolsa.

Una cuarta opción es que ni haya dulces ni bocadillos en la bolsa, por lo que el valor de verdad de la oración es falso.

En lingüística se suele usar la anotación “y/o”.

$$\begin{aligned}a &= \text{En esa bolsa hay dulces} \\b &= \text{En esa bolsa hay bocadillos} \\a \vee b &\end{aligned}$$

$$a \vee b = b \vee a$$

La disyunción exclusiva

Al igual que en la lógica matemática, indican alternancia inclusiva o bien exclusiva o excluyente.

Son ***o*** o su variante ***u***. Se sitúan entre los términos que indican la alternancia, o bien antepuestos a cada uno de ellos:

Es día ***o*** es noche.

Lo que es lo mismo que decir:

O es día ***o*** es noche.

O solo es día ***o solo*** es noche.

Lo que implicaría que es día y no noche, o es noche y no día

Es un operador lógico en la cual se conectan dos proposiciones por “o”, “o solo”, “o solamente”, “o...o”, y se simboliza \vee

Su valor de verdad solamente será verdadero cuando una de las proposiciones sea verdadera y la otra falsa. En otras palabras, solo puede ocurrir uno de los dos hechos planteados en las proposiciones.

a = es día.

b = es noche.

$$a \vee b$$

Una tercera posibilidad es que sea día y sea noche al mismo tiempo, pero eso desde la lógica matemática no es posible, por lo que el valor de verdad de la proposición es falso.

La cuarta posibilidad u opción es que ni sea día ni sea noche y esto tampoco es posible, por lo que sería falso el valor de verdad de toda la proposición.

Estructura 4

La Disyunción explicativa

Son aquellas que unen proposiciones que expresan lo mismo, pero de distinta forma, a fin de explicarse mutuamente.

o sea, esto es, es decir, mejor dicho

a = Está haciendo mucho frío

<p>Está haciendo mucho frío, mejor dicho está helando</p> <p>Está haciendo mucho frío, <i>mejor dicho, está helando</i> = <i>Está helando, mejor dicho, está haciendo mucho frío.</i></p> <p>Lo anterior equivale a:</p> <p>Está haciendo mucho frío <i>o</i> <i>está helando</i> = <i>Está helando o está haciendo mucho frío.</i></p>	<p>b = Está helando</p> <p>a \vee b = b \vee a</p>
---	--

Estructura 5

<p>Une oraciones que no son intercambiables entre sí, ya que si se intercambian, el significado o resultado es distinto o agramatical. Esto se da porque una posee mayor jerarquía que la otra y al menos una de esas oraciones no tiene sentido completo sin la otra.</p> <p><i>entonces, como, cuando, que, porque, para qué</i></p> <p>Estudió <i>luego</i> sacó buenas notas, lo cual no es lo mismo que Sacó buenas notas, <i>luego estudió</i>, dado que en la oración original <i>Sacó buenas notas</i> está subordinada a “estudió”.</p>	<p>El conector en estos casos que unen a las proposiciones es → y significa Entonces.</p> <p>a = <i>estudió</i> b = <i>sacó buenas notas</i> <i>a → b</i> lo que se traduciría en: <i>Estudio entonces sacó buenas notas.</i></p> <p>Lo cual se traduce que siendo a una causa, b es el efecto esperado de esa causa y por tanto, al igual que en lingüística <i>a → b</i> no necesariamente es igual a <i>b → a</i></p>
---	--

10.Anexos

- 10.1 Breviario sobre la historia de las matemáticas
- 10.2 De la importancia de la Didáctica de la Matemáticas
- 10.3 La Didáctica de la Matemática o la manera efectiva de enseñar matemáticas
- 10.4 La Pedagogía como la principal ciencia de la educación
- 10.5 Matemáticas y Cultura.
- 10.6 Organizar el currículo de matemáticas
- 10.7 Aprender a aprender, un camino posible para la Educación Matemática
- 10.8 Algo de lúdica para desarrollar una mente matemática
- 10.9 Para tener en cuenta
- 10.10 La lectura, una didáctica para la formación de seres humanos más sabios

10.1 Breviario sobre el origen de las matemáticas

“Las Matemáticas no son un recorrido prudente por una autopista despejada, sino un viaje a un terreno salvaje y extraño, en el cual los exploradores se pierden a menudo”.

W.S. Anglin

Matemáticas significa "saber pensar sobre lo que hay que saber".

No se sabe aún en qué momento nacieron las matemáticas, pero es claro que se dieron a partir de la necesidad de contar y esta necesidad se tradujo en el primer concepto de número con el descubrimiento del Uno o la Unidad. Prueba de ello se encuentra no solamente en las paredes de antiguas cavernas hace 40 mil años, sino en huesos y primeros utensilios, en los que se intuye una manera primaria de contar con rayas.

En diversas partes del mundo se han hallado restos de lo que parecen ser los primeros intentos del ser humano para contar. En las montañas de Lebombo, entre la República de Sudáfrica y el Reino de Suazilandia, se encontró el peroné de un babuino que data de hace aproximadamente 37 mil años y en el que aparecen 29 muescas, casi con seguridad de marcas de alguien que intentaba contar algo. Otro hueso similar, que data de hace 32 mil años, encontrado en 1937 en Moravia, parte de la antigua Checoslovaquia, tiene 57 muescas profundas, de las cuales las primeras 25 se hallan repartidas en grupos de cinco.
(Recamán, 2016, p.10)

Es así como el nacimiento del *Uno* fue generando el nacimiento de otros como el *Dos*, el *Tres* y así sucesivamente. Es en la cultura sumeria donde se inventan las matemáticas y es en la mesopotámica donde empiezan a desarrollarlas, en paralelo con el surgimiento de las primeras civilizaciones y sus ciudades, creciendo la humanidad en una cultura que conlleva a la creación de un sistema que permitiera recaudar impuestos o tomar medidas para las construcciones.

Desarrollar un calendario para saber las temporadas de cosecha hace que desde la Mesopotamia se empiecen a implementar los primeros sistemas numéricos para contar.

Fue en Sumer, antigua región de la Baja Mesopotamia cercana al golfo Pérsico y situada entre los ríos Tigris y Éufrates, en el territorio que hoy se conoce como Irak, donde se puede decir con certeza que nació la matemática, y con ella el concepto de número. Unos 2.500 años antes de Cristo los comerciantes sumerios ya estaban familiarizados con algún sistema de pesas y medidas, e incluso hacían uso de la aritmética para calcular intereses simples y compuestos. (Recamán, 2016, p.18)

Egipto recoge los conocimientos de los mesopotámicos y avanza de una manera mucho más desarrollada. Llegan incluso al número *Un millón* como el número sagrado del faraón. La manera práctica de conceptualizar el número *Uno* o la unidad en Egipto, fue calcular la distancia del codo del faraón hasta el extremo del dedo medio con el brazo extendido, más la anchura de la mano, lo cual supuso un avance impresionante puesto que fue el inicio de la parametrización de algo que ya no era tan abstracto. Con esto, el *Uno* se volvió la medida de todas las cosas y el avance de la matemática fue trascendental, puesto que permitió el perfeccionamiento de construcciones maravillosas y monumentales.

Hace 2500 años en la Antigua Grecia, Pitágoras, un matemático que creó escuela pero del que poco se sabe, salvo por los documentos dejados por sus discípulos y filósofos posteriores como Aristóteles, habría de decir que todo estaba hecho de números, incluso la música y por tanto, hasta el cosmos se podía explicar a partir de las matemáticas. Sobre esta escuela, Stewart (2016) afirma: “Su fundador, Pitágoras, nació en Samos alrededor del 569 a.C. Cuándo y dónde murió es un misterio, pero en el 460 a.C. el culto que él fundó fue atacado y destruido, y sus lugares de reunión asaltados y quemados”. También afirma: “El aspecto más influyente de la filosofía del culto pitagórico es la creencia en que el universo se funda en los números”.

Posteriormente Arquímedes iría más allá de los conceptos de Pitágoras, llevando a la matemáticas a que se configurara como una verdadera ciencia. El Uno dejaría de ser la esencia del universo, aunque seguiría contribuyendo al avance de las matemáticas. Arquímedes en sus

obsesiones, dio herramientas a la cartografía moderna, que pudo a partir de sus tesis, trasladar a un plano el globo terráqueo.

La obra de Arquímedes fue desarrollada fundamentalmente a través de cartas escritas en el más absoluto rigor euclíadiano y con un marcado énfasis en la aplicación de los métodos matemáticos a la Mecánica y la Física. Así por ejemplo en *Sobre el equilibrio de las figuras planas* expone la ley de las palancas, *Sobre los cuerpos que flotan* estudia los principios básicos de la hidrostática, etc. También a él pertenecen toda una serie de inventos prácticos y artefactos bélicos como: el tornillo sifón, la rueda dentada, los sistemas de palancas, la polea móvil, el planetario, las catapultas, etc. (Parra, 2009, p.3)

Una seguidilla de matemáticos cuyos aportes incluso hoy en día son tenidos en cuenta o bien para perfeccionarlos o bien para refutarlos como son Euclides, Tales, Aristóteles y demás, lograron que las matemáticas se configurara como una disciplina científica de influencia total sobre la cultura del hombre. Fueron así los griegos, los teóricos matemáticos que influyeron y siguen influyendo a los investigadores y científicos de esta ciencia.

Sin embargo, la llegada de los romanos implicó el olvido por un tiempo de las teorías para llevar a las matemáticas a lo pragmático que se ve en el desarrollo de este imperio en sus armas de guerra, arquitectura e ingeniería y la manera como se organizó numéricamente su ejército. Su sistema numérico no estaba diseñado para hacer cálculos, así que tocaba utilizar otras herramientas, como la tabla para calcular.

En este periodo se produjeron bruscos cambios económicos, sociales y culturales, en parte debido al gran predominio del Imperio Romano, en donde no se cultivó el estudio de la matemática. Las guerras que se produjeron destruyeron diversos centros científicos; de esta manera, por estos tiempos no se estimuló el trabajo creador. (Ortiz, 2005. p.299)

En India en las primeras centenas de nuestra era, se creó un sistema numérico en el que cada dígito tenía un símbolo diferente y un valor propio. Son los que conocemos como números arábigos.

Pero poco a poco, el sistema hindú fue cogiendo fuerza. El texto más antiguo acerca de este sistema es el *Kitab al-jam' wal tafriq bi hisab al-Hind* (*Libro acerca de la adición y la sustracción según el método de los indios*) escrito por Muhammad ibn-Musa al-Juarismi (c. 780-850), uno de los primeros miembros de la Casa de la Sabiduría. En este texto, del que no existe una copia original en árabe sino varias traducciones al latín hechas en Europa en el siglo XII, Al-Juarismi introduce nueve caracteres diferentes para representar los primeros números enteros y un círculo para representar el cero. (Recamán, 2016, p.52)

Algo descubrieron los indios que cambiaría para siempre la historia de la humanidad: el cero y con éste, la matemática dio un brinco de incalculables proporciones, ya que hicieron de la nada “un número”. Cuando el cero empezó a ser combinado con el uno y demás dígitos, la magia de los números adquirió el infinito que se necesitaba para desarrollar un verdadero sistema numérico que sirviera para contar, calcular, abstraer, decodificar, crear modelos, incluso para el entendimiento de la existencia de números negativos y toda la gama de conjuntos de números que se dio a partir de este descubrimiento. Con los dígitos entonces los indios podían hacer los números infinitamente grandes y al contrario. Es por esto que ellos sabían mucho antes que Occidente, que La Tierra giraba sobre su eje y se movía alrededor del Sol. Mientras tanto, Occidente vivía en el oscurantismo medieval cristiano que había cerrado las puertas de la mente a la ciencia.

Es en la antigua Persia donde en La ley del Profeta, las matemáticas deben ser usadas para poder hacer realidad los dogmas del Corán. Sin embargo, su sistema numérico aun es incipiente para esto, de manera que tuvieron que adoptar los números indios, y con este modelo numérico, pusieron a jugar a los números con la configuración de ecuaciones conocidas como cuadráticas, así que el avance fue fundamental en el desarrollo del álgebra, la aritmética, la astronomía.

Por otro lado, los chinos desde la antigüedad sentaron otra manera de contar utilizando una parrilla de bambú que representaban los dígitos. Para ellos, los números tenían un significado

cósmico. Algunos números era mejor no verlos y otros eran de buena suerte. Los chinos crearon lo que hoy conocemos como sudokus, lo que demostraba su admiración por el juego numérico al que le daban un carácter sagrado. Los astrónomos eran matemáticos y asesoraban a sus emperadores en asuntos del calendario y reproducción, desarrollando progresiones geométricas y ecuaciones.

Antiguamente en China, realizar cálculos no implicaba directamente el manejo de numerales escritos. El medio que se usaba para realizar operaciones eran las varillas de contar. Dichas varas, hechas de bambú, se utilizaban para operar con ellas, ordenándolas en diferentes configuraciones sobre el suelo o cualquier superficie plana, para representar números y realizar cálculos con ellos. Estas varillas se transportaban en un manojo hexagonal que se podía llevar cómodamente en la mano y su longitud ha variado mucho durante el transcurso del tiempo. Desde la dinastía Hán hasta la dinastía Suí ha ido disminuyendo gradualmente desde los 14 cm. a los 7 cm. Esto se debe, probablemente, a que las varillas pequeñas son más fáciles de manipular. Con respecto al momento histórico en el que aparecieron, no se sabe nada a ciencia cierta, sólo que surgieron debido a los requerimientos del desarrollo de la sociedad, el comercio, la administración y la ciencia, que precisaban de un sistema de cálculo eficiente y rápido, y que desde el periodo de los Estados Combatientes (481 - 221 a.C.) la gente estaba familiarizada con ellas, puesto que se ha encontrado cerámica de esta época que tiene marcas hechas con varillas. Por lo que puede ser que el sistema de notación decimal posicional haya aparecido durante la época Primavera y Otoño (770 - 476 a.C.) o durante los Estados Combatientes. Las varas de contar más antiguas que se han encontrado datan de la época de la dinastía Hán. (Algarra, Borges, García, Hernández, Hernández, 2004, p.9)

Occidente seguía sumido en la normativa romana, aunque ahora con los intercambios comerciales, los números arábigos empezaron a hacer presencia fundamental. Es así como Leonardo de Pisa conocido como Fibonacci, al fascinarse con los números recién llegados de Oriente, escribe *Liber abbaci* (1202), traducido como *El libro del Cálculo*.

Considerado como un aporte imprescindible, incluso mostró la utilidad de estos números a los comerciantes para hacer sus cuentas. Sin embargo, en las ciudades más importantes de Europa

fueron prohibidos por la desconfianza que generaban por su origen.

Finalmente los números romanos fueron desplazados por los número indios o arábigos al poder calcular con exactitud con éstos últimos, operaciones como impuestos o intereses por préstamos, es decir, fue por cuenta del comercio, que se impusieron los nuevos números.

El *Liber abbaci* contiene no sólo las reglas para hacer cálculos con los números indo-arábigos, sino numerosos problemas de diversas índole, tales como el cálculo de ganancias, la conversión de monedas y la medición. Aunque su fuente principal es la matemática de los árabes, aprendida en numerosos viajes, la mayoría de los problemas son de su propia creación y muestran su enorme creatividad.

El más famoso de los problemas de *Liber abbaci* es el de los conejos:

¿Cuántos conejos pueden criarse en un año a partir de una pareja de conejos? Cierta persona coloca una pareja en conejos en determinado lugar rodeado de paredes por todos lados. Queremos saber cuántas parejas se pueden criar en un año a partir de esa pareja, suponiendo que está en la naturaleza de los conejos que cada mes den a luz otra pareja, y que en el segundo mes después de nacer, cada nueva pareja pueda ya engendrar.

(Recamán, 2016, p.58)

10.2 De la importancia de la Didáctica de la Matemática

Se entiende como didáctica al arte de enseñar y como tal, es una disciplina de la pedagogía, ya que se inscribe en las ciencias de la educación encargadas del estudio y la intervención en el proceso enseñanza-aprendizaje, cuyo fin es el de optimizar métodos, técnicas y herramientas que están involucrados en él.

Desde su significado más elemental hasta el más complejo, la didáctica pasa por el arte de enseñar, de instruir o de guiar, es decir, que como ciencia es un arte y como arte es una ciencia. Esto tiene que ver con el hecho de que los griegos la consideraban un arte y con el transcurrir de la historia, se forjó como ciencia, conceptualizándose hoy en día como fundamental para la enseñanza y el aprendizaje, y en este caso en particular, de las matemáticas.

Más allá de simplemente impartir conocimiento a partir de lo que son sus teorías, la didáctica nos permiten explorar la forma más adecuada de cómo hacerlo. En ese sentido, la didáctica lleva a que el conocimiento de las matemáticas sea asimilado por el estudiante sin traumatismos. Es ahí donde la lúdica literalmente juega un papel fundamental en la ecuación enseñanza-aprendizaje.

Encontramos el origen del término con un significado distinto del literario en Centroeuropa en el siglo XVII. Ratke y sobre todo Comenio utilizaron la denominación de Didáctica tomada del latín, no del griego. Para Comenio, el autor más importante de los inicios de esta disciplina, con su obra *Didáctica Magna*, la Didáctica era “el artificio universal para enseñar todas las cosas a todos, con rapidez, alegría y eficacia”. Luego esta palabra cayó en desuso, hasta que en el siglo XIX Herbart y sus discípulos la resucitaron. Limitaban su contenido al conjunto de los medios educativos e instructivos. Otto Willmann volvió a darle un carácter más general, tal vez en exceso, como teoría de la adquisición de lo que posee un valor formativo, es decir, la teoría de la formación humana. Con lo cual llegaba a confundirse con toda la Pedagogía o ciencia global la educación. Hoy el término Didáctica está completamente extendido en todo el ámbito europeo continental y países de su órbita cultural. En Alemania, Francia, Italia, España e Iberoamérica goza de una gran tradición y desarrollo. Pertenece al léxico culto generalizado. Al mismo tiempo, hay que destacar que

el término es poco usado¹ en todo el territorio anglosajón, aunque no así su contenido. Al mismo contenido se le aplica el nombre de enseñanza o el de aprendizaje, según el punto de vista. Y hoy tiende a coincidir, por una superposición del campo abarcado, con el término currículum. (Mallart, 2001, p.4)

Dado que la epistemología de las matemáticas se define como la ciencia que estudia el conocimiento matemático, es decir es la teoría del conocimiento matemático y es desde esta arista de la didáctica de las matemáticas, que se puede apoyar a los docentes y a los establecimientos de educación en su propio desarrollo, de manera que esto pueda ser herramienta fundamental para la adquisición de nuevos conocimientos y sobre todo, de nuevas competencias para los alumnos.

Lo anterior debido a que la epistemología es crítica y se hace eje transversal en la formación de docentes cada vez mejor preparados, lo que por ende los volvería innovadores y autónomos y por tanto, facilitadores del aprendizaje de las matemáticas en sus alumnos.

Al tener profesores críticos y por tanto reflexivos, estaremos cumpliendo con el objetivo de su actualización, puesto que ese sería el aporte más significativo de la didáctica de las matemáticas. Tendrán así herramientas de planificación, enseñanza y evaluación, interactuando con mayor eficacia y eficiencia con sus alumnos y generando un estudiantado a su vez crítico, a partir de la diversidad y mejoramiento de estilos de la enseñanza y el aprendizaje.

Como podemos observar hoy en día, el conocimiento está al alcance de todos, por lo tanto, parte de la estructura de la educación (docente, alumno, el saber), no se debe desprender de trabajar de mano de la didáctica, ya que es esta ciencia la que nos da luces para evitar la falta de atención hacia las matemáticas, dada por una cultura con imaginarios falaces con respecto a esta disciplina.

Tradicionalmente se enseñan contenidos y temas que se considera que todos los niños y niñas deben conocer, la revolución educativa plantea que lo importante no es solo conocer, sino también saber y saber hacer, es decir, aplicar lo que se sabe para desempeñarse en una

situación de la vida real. Por su parte, las matemáticas, debido a su carácter abstracto, necesitan de ambientes propios, que estimulen en el estudiante el desarrollo del pensamiento matemático y faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje, además, las matemáticas requieren de estrategias didáctico-pedagógicas que despierten la curiosidad, el interés y el gusto por la materia, y que desvirtúen el temor que estas producen en los estudiantes (Fandiño, 2006). En el mismo sentido, se requiere que el saber matemático esté relacionado constantemente con la praxis cotidiana desde tempranos años escolares, para que el alumno, durante su desarrollo mental, la asimile y la haga parte de él, como herramienta que facilite numerosos procesos en la interacción con el medio. López-Quijano, 2015, p.1)

Con la epistemología podemos encontrar la raíz del problema, para así con base en los diferentes enfoques de la didáctica, encontremos las herramientas adecuadas para el beneficio del hombre y su conocimiento.

Una de las herramientas fundamentales a ser aplicadas con constancia es la lúdica, puesto que ella facilita el aprendizaje de las matemáticas, normalizándola para bien de la sociedad.

El juego en la enseñanza de las matemáticas. En un momento histórico, como el que actualmente atraviesa la educación en Colombia, donde se suceden cambios de hondas repercusiones en la dinámica escolar, se torna urgente y necesario conocer e implementar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, estrategias atrayentes e innovadoras que estimulen el gusto, interés y motivación de los alumnos hacia la asimilación, dominio y resignificación del conocimiento matemático, dado sus altos niveles de disposición hacia la enseñanza-aprendizaje del área. En el proceso de apropiación de conceptos se hace necesario la creatividad e inventiva en la enseñanza, razón que explica la utilidad de los juegos en la presentación de contenidos matemáticos, para abordarlos en clase y asimilarlos de manera consciente y significativa con base en las capacidades y habilidades para resolver problemas. Caneo (1987, p.19) plantea que la utilización de estas técnicas dentro del aula de clases, desarrolla ciertas ventajas en los estudiantes, no solo concernientes al proceso

de cognición de ellos, sino en muchos aspectos más que pueden ser expresados de la siguiente forma:

- Permite romper con la rutina, dejando de lado la enseñanza tradicional, la cual es monótona.
- Desarrolla capacidades en los niños porque mediante los juegos se puede aumentar la disposición al aprendizaje.
- Permite la socialización, uno de los procesos que los niños deben trabajar desde el inicio de su educación.
- En lo intelectual-cognitivo fomenta la observación, la atención, las capacidades lógicas, la fantasía, la imaginación, la iniciativa, la investigación científica, los conocimientos, las habilidades, los hábitos y el potencial creador, entre otros.

Todas estas ventajas hacen que los juegos sean herramientas fundamentales para la educación, porque gracias a su utilización se puede enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. (Córdoba-Pérez, 2016, p.33)

Es la Didáctica de la Matemáticas, que sin estar apartada de la ciencia en sí, se convierte a partir de sus propios preceptos, en la dinamizadora de la Ciencia de las Matemáticas como tal y de las Matemáticas Escolares o aplicadas en los diferentes tipos de aula a favor del conocimiento.

10.3 La Didáctica de las Matemáticas o la manera efectiva de enseñar Matemáticas

Por generaciones se ha sabido que una mayoría de personas que habiendo pasado al menos por la escuela, hasta incluso haber obtenido títulos en especializaciones en universidades prestigiosas, han estado frustradas respecto a sus conocimientos en matemáticas, básicamente porque creen no entenderlas, les parecen complejas, densas y nada divertidas, una suerte de camisa de fuerza que se cursó por ser un requisito para obtener un título.

Se preguntan para qué sirven en la práctica y ponen como ejemplo casi siempre al Cálculo. Les parecen inútiles más allá de saber las operaciones básicas de los números, que resuelven sin ninguna lógica aparente a partir de una máquina.

¿Dónde está el problema?

En general está en la concepción que la escuela tiene sobre la enseñanza de esta disciplina y en particular, en el docente que la enseña. Su carencia pedagógica va en línea con su comportamiento de sabio que enseña una ciencia que mal supone solo está destinada a ser aprendida por mentes privilegiadas, de la cual él es uno de sus elegidos. Y se postula que ha sido por este convencimiento equivocado, que el profesor de matemáticas deleza de un método didáctico de enseñanza, dejándole al estudiante que sea su inteligencia la que sea capaz de llevarla a aprenderla. Muchos ejercicios y una manera críptica de enseñanza, han dado como resultado una aversión a una ciencia que es todo lo contrario de lo que muchos creen, es decir, son ciencia pero también arte, sirven para muchas cosas de la vida real, como la de solucionar problemas cotidianos o profesionales, están presentes en todo a pesar de que no las vemos.

En muchos casos, es el docente quien alimenta esta manera de concebir a las matemáticas, básicamente porque necesita mantenerse en un lugar privilegiado del conocimiento, del cual saldría cuando se desmitifique y se sepa que cualquier persona está en capacidad de aprenderlas sin necesidad de ser un especialista o un científico.

La solución está en saber enseñar matemáticas y verificar que éstas sean aprendidas. La pregunta sería ¿pero cómo enseñarlas?

La respuesta está en la didáctica. Desde hace años en diferentes congresos en el mundo, se ha discutido esta problemática y de allí se ha venido perfeccionado una nueva manera de enseñar matemáticas, un modelo revolucionario sobre la producción de conocimiento. Con aportes de otras disciplinas como la psicología, la pedagogía o la biología, se ha dado un enfoque teórico en el sentido de una Didáctica de la Matemática como “instrumento de identificación, formalización y sistematización de concepciones, expectativas y modelos de enseñanza y aprendizaje” como suelen estar definidas en múltiples documentos como los de la UNAD de Colombia, que también nos indican el enfoque práctico como “el análisis de situaciones reales, vividas, observadas y de innovación educativa, tal como la elaboración fundamentada de propuestas de mejora de la enseñanza y el aprendizaje del saber matemático”. Todo lo anterior se resume entonces en que la formación en educación debe enfocarse esencialmente en la divulgación y desarrollo del pensamiento para obtener una actitud matemática.

Una de las grandes preocupaciones de la educación en nuestro país es la deserción escolar cuya principal causa es el fracaso en el aprendizaje de la matemática. Las investigaciones en educación matemática señalan que las dificultades de los estudiantes se deben tanto a la complejidad de los conceptos como a las metodologías. Sin embargo, otra causa de estas dificultades es la concepción de la educación matemática tradicional. Por lo tanto, si se modifica esta mirada de la educación se superan muchas dificultades (Federici, 2004). (Andrade, C. 2014, p.1)

La Teoría de los obstáculos en el aprendizaje, aporta en el entendimiento del proceso del aprendizaje, en la medida en que nos da luces en la resolución de problemas o como franquear aquellas barreras que nos impiden obtener un aprendizaje, de manera que podamos entender el fenómeno controlando sus variables.

Cuando las dificultades no se pueden superar, se convierten en obstáculos porque impiden avanzar en la construcción del nuevo conocimiento. Estos obstáculos pueden ser de tres

tipos, según de dónde provengan: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos (Brousseau, 1989). Los obstáculos ontogenéticos provienen de condiciones genéticas específicas de los estudiantes y por lo tanto, no se pueden evitar mediante la formación de docentes. Los obstáculos epistemológicos son parte del proceso de aprendizaje y no solo no se deben evitar sino que se deben enfrentar porque juegan un papel muy importante en la adquisición del nuevo conocimiento. Por ejemplo, el salto conceptual entre los números naturales y los números racionales (Brousseau, 1989). Por el contrario, los obstáculos didácticos provienen de la enseñanza, y se deben evitar porque impiden superar los obstáculos epistemológicos, es decir, impiden ver las cosas de una nueva manera. Por esta razón, no se puede seguir aplazando la reflexión sobre estos obstáculos, porque si se conocen se pueden evitar. (Andrade, C. 2014, p.2)

De esta manera avanzamos en la comprensión de este proceso que debe cambiar la ecuación clásica de enseñanza-aprendizaje por una didáctica en donde se comprende que cada obstáculo es un nuevo aprendizaje y se conceptúa desde los ambientes escolares y su influencia en aspectos psicológicos, hasta dificultades neurológicas, de manera que se pueda propiciar un nuevo aprendizaje desde su proceso de producción.

La transposición didáctica es clave sobre cómo está conformado el sistema didáctico, donde al dúo docente-alumno entra el eje de que es lo que se enseña, qué se aprende y qué condiciones rodean este sistema, así que la triada se completa: docente-alumno-saber profundizando la resolución del saber matemático. El docente tiene ahora una responsabilidad fundamental no solo en lo que el suponía que era enseñar, sino en saber qué enseña verificando ese saber en el estudiante, es decir, en su aprendizaje. El alumno se siente también con la responsabilidad de saber qué le están enseñando y qué está aprendiendo, dándose un círculo de realimentación valioso para el logro de los objetivos a través de la didáctica de las matemáticas.

Chevallard (1991[1985]) sistematiza el concepto (en el contexto de las matemáticas) en tanto que refiere el paso del saber sabio al saber enseñado y lo convierte en una herramienta que permite la reflexión en el proceso como tal –la distancia entre saber sabio y saber enseñado– y la vigilancia epistemológica sobre un determinado objeto de estudio.

Chevallard ubica la TD en una proyección que trata de replantear cuidadosamente las transformaciones que puede sufrir un saber para que sea enseñado; es decir, trata de articular el análisis epistemológico con el análisis didáctico. En este proceso, Chevallard distingue unos fenómenos tales como la “despersonalización” del saber, como requisito para la “publicidad” del mismo y, consecuentemente, para la “producción social” de conocimiento. En otros términos, el saber, como signo, en el instante en que sale a la luz pública ya no le pertenece al autor, sino al lector del mismo; éste es quien lo comprende, lo interpreta y lo reconstruye pensando en sus intereses o en los intereses del contexto de análisis. Se genera lo que Chevallard denomina “creatividad dinámica”. (Ramírez, 2002, p.34)

Esta Transposición didáctica desarrolla la adaptación de conocimiento matemático necesario para que pueda transformarlo en conocimiento y éste pueda ser enseñado y aprendido. El docente ejerce su propia vigilancia epistemológica, comprobando que lo que va a enseñar lo comprenda y lo puede transmitir de manera eficiente, siempre que reflexione permanentemente sobre su práctica. Para esto debe implementar una metodología que le permita desde la óptica, desprenderse de mitos y tabúes sobre la enseñanza de las matemáticas, desligarse de paradigmas personales, conceptuales o históricos, cuestionar las ideas, de manera que esta reflexión traiga consigo un principio de adquisición de nuevos conocimientos, fundamental para que la transposición sea efectiva. En otras palabras, entender no solo los obstáculos, sino saber saltarlos, base fundamental del aprendizaje.

Las Teoría de las situaciones didácticas nos lleva a entender que no hay conocimiento que no se construya por interacciones entre el sujeto que aprende y el objeto que se enseña. De esta manera, el conocimiento se va jerarquizando de acuerdo con cada estructura mental, centrando el conocimiento matemático a partir de estas relaciones.

En este apartado sea hace necesario comprender el término de a-didáctica:

Una situación es didáctica cuando un individuo (profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (alumno) un saber matemático dado. Una situación es a-didáctica cuando se

da interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema. Como el medio es impersonal, no tiene ninguna intención didáctica: no desea enseñarle nada al alumno. Por eso este tipo de situación recibe el nombre de a-didáctica. Aunque podría pensarse que estas dos situaciones están totalmente en oposición, puesto que una necesita del profesor y la otra no, según la TSD se da una interacción de estas dos situaciones, en la que la situación a-didáctica puede ser parte de una situación didáctica. (Acosta, Martín E., Monroy, Lilian A., 2010, p.174)

Ampliando el concepto, encontramos que:

En el desarrollo de una situación didáctica, aparecen “momentos”, denominados como situaciones a-didácticas, que se caracterizan por el trabajo que realiza el alumno interactuando con el problema propuesto o bien discutiendo con sus compañeros acerca de éste, es decir, cuando interactúa con el medio preparado por su mentor. El profesor debe procurar que el alumno se responsabilice por trabajar en él y si no llega a su solución, al menos indique ciertas aproximaciones según los objetivos propuestos. Así, en estas situaciones a-didácticas interesa observar “cómo se las arregla” el estudiante ante el problema que le demanda el maestro. (Vidal, 2016, p.3)

El alumno ahora tiene una herramienta adicional, que de forma a-didáctica también será capaz de producir conocimiento sin la mediación del docente, siendo autónomo en la profundización de ese saber y relacionándolo con la didáctica misma. Así se arma un modelo interactivo que se comparte y se discute en los encuentros colectivos entre alumnos y docente, a partir de la reflexión misma de lo que se ha enseñado y lo que se ha aprendido.

La lúdica juega aquí un papel enorme en la adquisición de saberes matemático, ya que motiva a cada uno de los miembros participantes en la consecución de los objetivos fundamentales. El resultado será entonces seres humanos con conocimientos suficientes en matemáticas, que le permitan relacionarlos en su vida cotidiana y profesional y por ende, en un mejoramiento de su eficiencia en la construcción de su proyecto de vida y su éxito.

10.4 La Pedagogía como la principal ciencia de la educación

La educación se refiere a desarrollar los fundamentos teóricos considerados en el proceso de enseñanza-aprendizaje y de pedagogía, como ámbitos disciplinares y su conceptualización. Incluye los espacios de la investigación e innovación educativa con objetos, epistemología y métodos propios.

En el campo del conocimiento, la didáctica es una disciplina dependiente de la pedagogía, puesto que la pedagogía abarca todo lo referente al estudio de la educación, y la didáctica le aporta todo el desarrollo teórico-práctico relacionado a los procesos de enseñanza.

La pedagogía como ciencia encargada de estudiar la educación, se alimenta de la didáctica además de otras ramas del saber como la Administración educativa, Historia de la educación, Psicología educacional, Sociología de la educación, Filosofía de la educación entre otras:

A pesar de que se piensa que es una ciencia de carácter psicosocial que tiene por objeto el estudio de la educación con el fin de conocerla, analizarla y perfeccionarla, y a pesar de que la pedagogía es una ciencia que se nutre de disciplinas como la sociología, la economía, la antropología, la psicología, la historia, la medicina, etc., es preciso señalar que es fundamentalmente filosófica y que su objeto de estudio es la "formación", es decir en palabras de Hegel, de aquel proceso en donde el sujeto pasa de una «conciencia en sí» a una «conciencia para sí» y donde el sujeto reconoce el lugar que ocupa en el mundo y se reconoce como constructor y transformador de éste. (Hevia Bernal, 2010, p.1)

Didáctica que viene del latín "*ars docendi*", hace clara referencia con todo lo concerniente a la actividad de enseñar. En la didáctica, el objeto del trabajo es esencialmente la enseñanza y para esto, crea espacios y situaciones bajo la forma de clases, actividades recreativas, lúdica para una mejor enseñanza, es decir *El arte de enseñar*. Supone el hecho de que si se mejora la enseñanza, mejorará también el aprendizaje.

En cuanto a las matemáticas, éstas se consideran como una actividad de resolución de problemas, compartida socialmente como lenguaje simbólico y sistema conceptual organizado lógicamente, es decir, su aprendizaje es una construcción social de significados. Mediante este lenguaje simbólico, las matemáticas expresan las situaciones problema y las soluciones construidas, puesto que son un sistema conceptualizado lógica y organizadamente.

Las matemáticas como ciencia, son un cuerpo teórico dado a través de la historia y también son la actividad humana de quienes las piensan como objeto de reflexión o como herramienta útil en la cotidianidad. Desde el punto de vista filosófico, los objetos matemáticos como entidades culturales, no pueden ser descritos únicamente desde su aspecto formal, sino que las matemáticas son una serie de actividades humanas que se interesan por la solución de problemas, como los que tienen que ver con el mundo físico, social, biológico entre muchos más, incluyendo el dominio propio de las matemáticas, donde sus objetos emergen y se transforman con el tiempo.

La actividad matemática nace desde el primer intento que hace el ser humano por lograr el dominio sobre su entorno. La repetición de situaciones y la similitud observada en muchos fenómenos diversos debieron conducir al humano en su primer paso hacia la abstracción matemática.

En particular, la actividad matemática se constituye en una mediadora de las interrelaciones en el salón de clases al momento de aprender matemáticas, es decir, es la herramienta para la construcción de conocimiento matemático por parte de los estudiantes. La actividad matemática es el conjunto de acciones que se llevan a cabo para cumplir los objetivos del programa de matemáticas y que consisten en la ejecución de procesos o tareas mediante la utilización los recursos humanos, materiales, técnicos, lúdicos entre otros.

Desarrollar la actividad matemática implica adoptar ciertas habilidades y destrezas como análisis de situaciones problemáticas, realizar operaciones de cálculo con precisión y rapidez, hacer mediciones y estimaciones hasta las operaciones más complejas. La actividad matemática regula los argumentos matemáticos influyendo en los momentos de aprendizaje. De esta manera, la competencia matemática de resolución de problemas,

implica la construcción de nuevos conocimientos en la actividad misma y de dar respuesta a problemas de otras disciplinas y por supuesto, de la cotidianidad. Las actividades matemáticas al momento de ser aplicadas, adoptan diversas estrategias para controlar los procesos y reflexionar sobre los mismos de modo consciente y crítico.

También sobre la actividad matemática, nos indican:

Desde una perspectiva cultural de la educación matemática, el primer paso para trasgredir posiciones mecanicistas, es acercarnos a la enculturación matemática, donde se vean las matemáticas como una manera de conocer. De acuerdo con Bishop (1999) podemos entender la enculturación matemática como un proceso intencional de interacción por el cual se construyen conceptos, significados, procesos y valores, dirigido a crear ideas con el objetivo de movilizar en cada estudiante una manera de conocer. Desde esta mirada, entendemos la actividad matemática del estudiante como todas aquellas acciones dirigidas a la enculturación matemática, es decir, a la producción de significados, conceptos, procedimientos y valores, a través de la negociación socialmente compartida, posibilitando ver las matemáticas como una manera de conocer y no como un asunto acabado. Como la enculturación es un proceso interpersonal, las acciones llevadas a cabo por los estudiantes están inmersas en un contexto de interacción entre el docente y éstos, donde se presta atención tanto a los significados individuales como a los compartidos. (Cardona, Martínez, Ocampo, Múnera, 2015, P.3)

La comprensión matemática hace alusión fundamentalmente a una actividad matemática cognitiva, en el sentido en que es un ejercicio efectivo del pensamiento matemático, pero no limitándose a una dimensión cognitiva sino también abarcando las dimensiones culturales, escolares y situadas de la actividad matemática.

El estudio de la actividad matemática convierte al ser humano en una persona con características particulares tales como ser capaz de plantear, interpretar y resolver problemas que requieren la aplicación de conocimientos que ofrece la ciencia de la matemática.

La estructura de la actividad matemática, puede considerarse a partir del problema matemático que constituye la necesidad de la actuación del alumno, y la búsqueda de los conceptos o procedimientos como objetivos parciales que son los instrumentos para actuar en las condiciones específicas del problema a enfrentar.

Se hace imperativo enseñarlas precisamente para hacer una mejor comprensión del mundo en que vivimos, tratando de decodificarlo a través de un lenguaje simbólico. Esto permite un avance no solo en el conocimiento de este mundo, sino en el desarrollo de la humanidad.

Es por esto que para poderlas enseñar se especifica su objeto de investigación desarrollándose una Educación Matemática y en particular, una Didáctica de la Matemática que nos indica desde diferentes y diversos enfoques como se enseñan matemáticas. Ello permite crear teorías y modelos sobre cómo se produce el conocimiento matemático a nivel individual y social y cuál es el conocimiento matemático adecuado o susceptible a ser producido en el ámbito de una institución educativa.

El Ministerio de Educación de Colombia en su Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, nos indica:

En la enumeración anterior se pueden ver con claridad –aunque en distinto orden– los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitarse procedimientos y algoritmos. (MEN, p.51)

Sin embargo, no existe un único modelo de enseñanza de las matemáticas y por el contrario, hay una variedad de métodos, por lo que el objetivo principal de la Didáctica de las Matemáticas es introducir al alumno en la actividad Matemática a través de la resolución de problemas reales. En este sentido se evalúan los métodos utilizados y se justifica la valoración del grado de condiciones necesarias haciendo referencia a los criterios asumidos en la evaluación, como por

ejemplo los contenidos adecuados para la Educación. Para ello es indispensable evaluar los métodos utilizados, y decidir si la idoneidad matemática del método es baja, moderada o alta.

Como reflexión, queda que al momento de enseñar las matemáticas, se hace prioritario conocer al alumno. Debemos explorar sus habilidades, reconocerlas y enriquecerlas, teniendo en cuenta lo que podrían en su momento aportar y no forzarlos con saturación de información que conllevan a una inmensidad de vacíos e inquietudes que finalmente perjudican su aprendizaje. La enseñanza de las matemáticas puede ser irónicamente una tarea fácil de aplicar, y trabajando en equipo con el alumno obviamente motivando una mutua confianza. Teniendo muy en cuenta que el alumno se dispone a aprender, por lo cual que se espera que tenga equivocaciones. Cuando se enseñan matemáticas se debe tener paciencia ya que los alumnos no son iguales al momento de asimilar conocimientos, así como hay niños fáciles de educar hay otros que son todo lo contrario, es ahí donde debe relucir el profesionalismo y la inventiva del docente aplicando el método más adecuado y eficiente.

10.5 Matemática y cultura

La matemática es considerada como un saber cultural, entendiendo a la cultura como toda construcción del ser humano transformador de su entorno y que lo diferencia de los demás seres vivos. Al ser las matemáticas a través de un lenguaje simbólico, una ciencia que intenta resolver problemas decodificando la realidad, esto nos lleva a entender que el conocimiento matemático no es una copia objetiva de una única realidad externa al ser, sino que por el contrario, es una construcción social de significados, es decir, es un proceso cultural en permanente desarrollo y evolución.

Se concibe a la matemática como un conjunto organizado de saberes producidos por la cultura, lo cual permite entender la diferencia entre el conocimiento que se produce en una situación particular y el saber estructurado a partir de sucesivas intervenciones, producto de situaciones específicas.

Relación directa entre cultura y matemática se da al momento de introducir el saber matemático al aula, puesto que allí se producen discursos intencionales que facilitan la comunicación de ideas matemáticas y en consecuencia, favorece la formación de consensos que son vistos como el medio para lograr una participación de la cultura en el ámbito didáctico.

Podemos decir, sin temor a equivocarnos, que las matemáticas son un hecho cultural de primera magnitud, y que es imposible pensar cultura alguna sin matemáticas. Lo esencial para justificar la aserción anterior sobre las matemáticas radica en dos pilares inamovibles: El primero es la constatación de que en cualquier cultura, los procesos de contar y medir aparecen de una u otra forma. El segundo es que con independencia de la cultura de origen, los desarrollos teóricos subsiguientes –aunque generados por otras culturas- siempre son coherentes con cualquier antecedente matemático y lo engloban en su seno. Esta invariancia del hecho cultural matemático nos lleva imparablemente a la consideración, estudio y análisis de las relaciones profundas entre matemática y cultura, tema tantas veces olvidado y que bien merece unos momentos de reflexión. (Montesinos, 1997, p.10)

De esta manera, la relación se da en el sentido en que el docente de matemáticas debe conocer la historia y la epistemología de las matemáticas para su enriquecimiento cultural, con lo cual facilita su labor. El profesor intenta cumplir unos objetivos con contenido significativo desde los ámbitos del saber y cultural.

Las matemáticas son parte de nuestra cultura y han sido una actividad humana desde los primeros tiempos de la civilización, siendo los griegos quienes la convirtieron de ciencia empírica a racional, por lo tanto, permite a los estudiantes apreciar mejor su legado cultural al suministrarles una amplia perspectiva de los logros culturales de la humanidad.

10.6 Organizar el currículo de matemáticas para educación básica, media y superior

En Colombia, la Ley General de Educación (1994) establece como principios para organizar el currículo, la flexibilidad y autonomía curricular acorde a las necesidades locales, regionales y nacionales.

Para la organización del currículo se propone tener en cuenta:

Los Lineamientos curriculares de matemáticas se publican en 1998. Este documento plantea algunos criterios para orientar el currículo y presenta los enfoques que debería tener la enseñanza de las matemáticas en el país.

El documento de los lineamientos curriculares contempla una visión global e integral del quehacer matemático que incluye tres aspectos para la organización del currículo: a) los procesos generales, relacionados con el aprendizaje, como el razonamiento, la resolución y el planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

b) los conocimientos básicos, relacionados con el desarrollo de los pensamientos numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional.

c) los contextos con los que se generan situaciones problemáticas de las mismas matemáticas, de la vida diaria y de las otras ciencias (MEN, 1998b, pp.18-20)

Este documento propone que hacer matemáticas implica ocuparse de problemas y enfatiza la necesidad de reflexionar sobre cuestiones como ¿para qué y cómo se enseñan las matemáticas?, ¿qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura?, ¿cómo se puede organizar el currículo de matemáticas? y ¿qué principios, estrategias y criterios orientarían la evaluación del desempeño matemático de los alumnos? (MEN, 1998b, p.9). (Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. F., Pinzón, A.)

La propuesta de situaciones problemáticas busca que las aplicaciones y los problemas no se reserven, para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ella pueda y deba utilizarse como contexto, dentro del cual los alumnos descubren

o reinventan las matemáticas. Las situaciones problemáticas comprometen desde la afectividad del estudiante, pasando por lograr el acercamiento significativo al aprendizaje de las matemáticas, hasta alcanzar el logro en el desarrollo de procesos de pensamientos matemático en el estudiante.

La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante: – que el alumno manipule los objetos matemáticos; – que active su propia capacidad mental; – que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente; – que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; – que adquiera confianza en sí mismo; – que se divierta con su propia actividad mental; – que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; – que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (Guzmán, p.111)

El currículo de matemáticas debe dar respuestas a los siguientes interrogantes, expuestos por el profesor Luis Rico (1990):

- ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento?
- ¿Qué es el aprendizaje?
- ¿Qué es la enseñanza?
- ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento útil?

La intención del currículum es ofrecer propuestas específicas sobre:

- * Modos de entender el conocimiento
- * Interpretar el aprendizaje
- * Poner en práctica la enseñanza
- * Valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados.

Estas cuestiones marcan dimensiones prioritarias para organizar la reflexión curricular, pero no señalan su contenido explícito. La primera cuestión ¿qué es el conocimiento? sirve de referencia para otras cuestiones más precisas, tales como: ¿qué es, en qué consiste el conocimiento matemático? ¿Qué características relevantes diferencian este conocimiento de otros? ¿Por qué es importante este conocimiento? ¿Qué relaciones sostiene el conocimiento matemático con las determinaciones culturales de nuestra sociedad? La discusión sobre ¿qué es el conocimiento matemático? no es trivial y afecta profundamente al diseño y desarrollo del currículum de matemáticas. La segunda cuestión: ¿qué es el aprendizaje? interviene en el diseño y desarrollo del currículum. También esta cuestión genérica encierra un núcleo amplio de cuestiones importantes: ¿en qué consiste el aprendizaje?, ¿cómo se produce? ¿Cómo aprenden niños y jóvenes? el aprendizaje, ¿es resultado de una evolución o efecto de la instrucción? ¿Qué función tiene una teoría del aprendizaje?

Por lo que se refiere a nuestra disciplina la pregunta básica se enuncia así: ¿cómo se caracteriza el aprendizaje de las matemáticas? Todo currículum de matemáticas necesita estar basado en alguna teoría o esquema conceptual que permita dar respuesta fundada a cuestiones generales como las siguientes: ¿Cómo son las personas en el trabajo con matemáticas? ¿Cómo se desarrolla la comprensión de los conceptos matemáticos? ¿En qué consiste la capacidad matemática? La tercera cuestión ¿qué es la enseñanza? da también lugar a una diversificación de cuestiones específicas y precisas. (Rico, p.20)

El mismo autor establece cuatro dimensiones del currículo que permiten organizar los niveles de reflexión:

- Dimensión cultural/conceptual
- Dimensión Cognitiva
- Dimensión Ética
- Dimensión Social. (Rico, 21)

Ellas deben estar enmarcadas tanto en la Planificación en el Aula y como en la Planificación para el Sistema Educativo.

En cuanto a los objetivos para la secundaria, estos deben estar acordes al carácter formativo y a la obligatoriedad de este nivel educativo. Las matemáticas en secundaria deben contribuir a desarrollar en los estudiantes las capacidades para:

1. Emplear las formas de expresión matemática en la comunicación precisa y rigurosa.
2. Utilizar el pensamiento lógico para formular, inferir y deducir.
3. Cuantificar e interpretar aspectos de la realidad.
4. Elaborar estrategias y valorar su conveniencia para la identificación y resolución de problemas.
5. Utilizar técnicas sencillas para recoger información y formarse un juicio sobre ella.
6. Reconocer y explicar la realidad desde puntos de vista: determinista/aleatorio, finito/infinito, exacto/aproximado.
7. Identificar formas y relaciones espaciales analizando las propiedades y relaciones geométricas implicadas.
8. Analizar críticamente las funciones que desempeñan datos estadísticos, gráficos, planos, cálculos y sus aportes, para una mejor comprensión de los mensajes.
9. Resolver problemas de situaciones cotidianas de acuerdo con los modos propios de la actividad matemática.
10. Conocer y valorar sus propias habilidades matemáticas.

Estos objetivos están vinculados a uno o varios bloques de contenidos generales y obligan a establecer criterios que permitan su concreción. (UNAD, Módulo Didáctica de las Matemáticas, p.151)

Por lo tanto, el énfasis debe estar en el pensamiento matemático que se espera sea desarrollado y aplicado por los estudiantes, en todo el ciclo escolar. Estas habilidades esperadas se denominan estándares y se organizan según los grandes componentes del pensamiento matemático:

Aquí se puede ver una clara relación con los cinco tipos de pensamiento matemático enunciados en los Lineamientos Curriculares: en la aritmética, el pensamiento

numérico; en la geometría, el pensamiento espacial y el métrico; en el álgebra y el cálculo, el pensamiento métrico y el variacional, y en la probabilidad y estadística, el pensamiento aleatorio; finalmente, puede verse la alusión al pensamiento lógico, llamado también hipotético-deductivo o pensamiento formal. (MEN, p.13)

La organización del contenido matemático debe tener en cuenta los criterios disciplinar y cognitivo. El criterio disciplinar los agrupa en cinco grandes bloques:

- 1) Números y operaciones (sistemas numéricos)
- 2) Medida, estimación y cálculo de magnitudes (sistema métrico)
- 3) Representación y organización en el espacio (sistema geométrico)
- 4) Interpretación, representación y tratamiento de la información (sistema de datos)
- 5) Tratamiento del azar (sistemas aleatorios). (UNAD, Módulo Didáctica de las Matemáticas, p.161)

El criterio cognitivo los organiza en conocimientos conceptuales y procedimentales, pero también incluye unos conocimientos actitudinales.

En cuanto a la estrategia, esta se define como:

Cualquier procedimiento o regla de acción que permite obtener una conclusión o responder a una cuestión, haciendo uso de relaciones y conceptos de una determinada estructura conceptual, se denomina estrategia. Las estrategias guían la elección de qué técnica emplear o de los conocimientos, razonamientos y destrezas a los que debe recurrirse en cada etapa de la resolución de un problema; las estrategias procesan estructuras conceptuales. (Rico, p .11)

Evaluación

La evaluación no debe ser para controlar la promoción, sino para detectar fallas y proceder a su tratamiento (evaluación formativa = diagnosticar e informar. Es continua). No se debe confundir la evaluación con el examen (la evaluación sumativa = agregación de los logros

conseguidos por el alumno en diversos aspectos del aprendizaje, y suele dar lugar a una calificación).

Los instrumentos adecuados para llevar adelante la evaluación deben reunir las siguientes condiciones:

1. Relevancia práctica: Presentar situaciones que tengan significado práctico para la vida.
2. Coherencia o fragmentación de la tarea: La tarea debe permitir al estudiante seleccionar su repertorio de técnicas, recorrer una cadena de razonamientos o comparar métodos alternativos.
3. Rangos de respuestas posibles: Proponer tareas que posibiliten al estudiante trabajar con un amplio rango de capacidades y talentos.
4. Extensión y valor de la tarea: Para que muestre el pensamiento de orden superior.
5. Modo de trabajar las tareas: Explorar cómo se puede evaluar la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo. (UNAD, Módulo Didáctica de las Matemáticas, p.161)

Con los elementos aquí descritos en cuanto a la manera de organizar el currículo en sus componentes, aplicables al desarrollo de la Guía Didáctica, tenemos una aproximación que nos puede permitir concretar planes de formación dentro del sistema educativo, para el logro de las competencias descritas en esta monografía.

10.7 Aprender a aprender, un camino posible para la Educación Matemática

Ha sido recurrente el hecho generalizado de que personas maduras en edad, expresen cierto nivel de desprecio por y hacia las matemáticas, incluso en reconocidos profesionales en áreas como la medicina, el arte, el derecho y un largo etc. Como ya se ha mencionado en apartes de este documento, esta situación se ha dado históricamente por la manera casi que antipedagógica en la enseñanza de esta disciplina, de manera que lo fundamental del aprendizaje, se ha convertido en una camisa de fuerza, donde la lúdica y el placer a la hora de ser enseñadas no se dan.

Las matemáticas tienen un contenido en casi todos los quehaceres de la vida cotidiana. Un buen chef así no lo sepa, usa matemáticas todo el tiempo al momento de distribuir las proporciones de los ingredientes al preparar una comida, por ejemplo. Los abogados al momento de abordar un caso, hacen análisis matemáticos más allá de las cuentas numéricas que el proceso exige, al discernir sobre cómo llevarlo hacia uno u otro resultado, es decir, están haciendo inferencias lógicas.

Es una realidad que alumnos de todos los niveles y de cualquier condición, coincidan en señalar a las matemáticas como la cátedra que mayormente complica su rendimiento académico. En una encuesta realizada en la Unidad Educativa, en septiembre del 2012, el 85 por ciento de los encuestados se manifiestan así, y lo hacen por distintas razones:

- Su carácter abstracto (64 %)
- El método del profesor (53%)
- No se tiene bases (48%)
- Es distinta a las demás (42%)
- Procedimientos (35%)
- No es de aplicación práctica (33%)
- Otros (28%)

Si recordamos que ésta ciencia forma parte del currículo desde la educación básica hasta los estudios superiores, merece entonces una atención especial, ya que se sabe que a más de que es parte intrínseca de las ingenierías y de otras carreras técnica, su rol es también generar un pensamiento lógico, crítico e integrador, puntal fundamental del desarrollo académico actual. (Vásquez, 2014, p.3)

En cuanto a maneras de dar solución a la problemática planteada, en el documento Estrategias didácticas y estilos docentes presentado en el 10 *festival internacional de matemática* realizado en 2016 en Limón, Costa Rica, se indica:

Para el caso de la presente investigación se concibe la Matemática como un saber que se re-construye, el cual pone atención a las complejas relaciones existentes entre el docente, los contenidos matemáticos, el estudiantado, los recursos, estrategias y técnicas didácticas, así como al contexto donde se den los procesos educativos relacionados con esta materia. Lo que en consecuencia genera que se conciba la mediación pedagógica como aquella mediación capaz de promover y acompañar el aprendizaje de nuestros interlocutores, es decir, de promover en los educandos la tarea de construirse y de apropiarse del mundo y de sí mismos.

Situación que demanda según Martínez (1988, en Ferreiro, 2007, p.6) que el docente al mediar cumpla entre otros requisitos con los siguientes:

La reciprocidad, es decir, una relación actividad-comunicación mutua, en la que ambos, mediador y alumno, participen activamente. La intencionalidad, o sea, tener muy claro qué quieren lograr y cómo ha de lograrse; tanto el docente mediador como el estudiante que hace suya esa intención, dada la reciprocidad que se alcanza. El significado, es decir, que el estudiante le encuentre sentido a la tarea. La trascendencia, que equivale a ir más allá del aquí y el ahora, y crear un nuevo sistema de necesidades que muevan a acciones posteriores. El sentimiento de capacidad o autoestima, o lo que es lo mismo, despertar en los alumnos el sentimiento de que son capaces. (Espeleta, Zamora, 2016, p.52)

De ahí la importancia de una actitud que conlleve a una acción docente, que vaya en línea con la promoción y consecución de los logros planteados, generando ambientes convenientes en el aprendizaje, donde estén integrados los contenidos con las competencia pedagógicas.

Por ello es importante llevar las recomendaciones de distintos congresos y documentos, sobre el mejoramiento de la enseñanza de la matemática a partir de una didáctica, para que se llegue a la praxis de la docencia y hacia la escolaridad de manera adecuada, consistente y coherente, que permitan superar el peso de la tradición y el miedo a romper estructuras pre modernas, que claramente no han dado resultados, como se ha visto recientemente en las pruebas PISA, en las cuales los estudiantes no han sabido resolver problemas lógicos de la cotidianidad.

En este sentido, se debe hacer un esfuerzo por parte de la institucionalidad en la formación de docentes, que los lleven a aplicar en las aulas conceptos renovadores que muestren que las matemáticas están vivas, de manera que acerque a los estudiantes a esta ciencia, con problemas de la vida real y reconozcan su aplicabilidad en sus entornos vivenciales. Esto facilitaría su conocimiento en un proceso de enseñanza-aprendizaje al momento en que se adentren en cuestiones de abstracción científica.

No se trata por supuesto que todos los estudiantes sean científicos de esta ciencia, sino que la aprenden y la aprehendan de manera placentera y práctica, aunque por supuesto bajo una metodología adecuada como ya se ha explicado. Esto también generaría estudiantes que se decidan por la investigación o la educación de las matemáticas, quienes serán los mayores aportadores al desarrollo de una educación con seres mejor formados.

El diagnóstico indica que se debe cambiar la tradicional fórmula en la que se enfocaba la educación matemática hacia la enseñanza, por la ecuación enseñanza-aprendizaje donde pesa más el aprendizaje en el sentido de que este debe ser verificado tanto por el docente como por el estudiante en una realimentación constante, que se da a partir de actividades matemáticas donde las situaciones problemáticas se basen en cuestiones reales, quizás una manera práctica de llegar a abstracción profundas. Así, el profesor deja el papel de “dictador” de clases, por el de tutor de

sus estudiantes, dándoles una participación constante en la solución consensuada de dudas, reflexiones, análisis, disquisiciones.

Deben aplicarse ejes transversales en los procesos que hagan posible conseguir los logros y sus competencias. La lúdica es uno de esos ejes que hacen que la educación matemática sea aprendida como un placer que tiene implicaciones formales e informales en los quehaceres de todos los miembros involucrados, no solo en el contrato didáctico mismo, sino en todos los participantes de la sociedad más allá del área escolar.

Una herramienta que ya se ha vuelto imperativa en la Educación Matemática está dada a través de los medios digitales y la internet, con sus aulas virtuales y foros colaborativos, donde una disruptiva de la educación rompe con los mitos de una matemática “cósmica” y por tanto lejana de la mayoría de los seres humanos.

El modelo de Educación moderna es hoy en día, la combinación de todos los métodos de enseñanza-aprendizaje y sus herramientas tradicionales y modernas, como la tecnología misma. Por supuesto que para que esto se haga efectivo, los conceptos de currículo para la educación de las matemáticas, se hacen necesarios regularlos, estimularlos y aplicarlos teniendo en cuenta las particularidades de cada ambiente.

La didáctica desde la modernidad es entonces, la herramienta fundamental para que una Educación Matemática consistente, adecuada, eficaz y eficiente sea una realidad y con ello, se mataría en algunos años el tabú de unas matemáticas alejadas de seres comunes y corrientes.

10.8 Algo de lúdica para desarrollar una mente matemática

A docentes, estudiantes, padres de familia, directivos y en general a los miembros del sistema educativo, se les debe insistir sobre lo fundamental que es aprender matemáticas, a través de un eje transversal como es la lúdica. De esta manera se les recomiendan desde el ajedrez hasta juegos electrónicos como Chips, para que se diviertan aprendiendo matemáticas y agudizando el pensamiento lógico. Incluso libros como “Juegos y acertijos para la enseñanza de las matemáticas” o “A jugar con más números” del profesor Bernardo Recamán Santos. También páginas web con disímiles juegos virtuales que nos enseñan matemáticas casi sin que nos demos cuenta, superando esa educación mecanizada, tediosa y tortuosa que se ha tenido históricamente. Las cartas o los naipes son uno de esos juegos antiquísimos que algunos escogen, bien para jugar en grupo o en solitario y aunque no se sabe exactamente si se originaron en Egipto, India o China. Animales, dioses, guerreros, príncipes, avatares, flechas, corazones y un interesantísimo etc. hacen parte de los elementos de las cartas.

Función del juego matemático. Como se ha podido demostrar a través de la historia, el juego como recurso didáctico es fundamental para la generación del aprendizaje significativo para los menores. Esa es su función, no obstante, pero según Caneo (1987) debe cumplir con ciertos principios que garanticen una acción educativa:

Lúdica y enseñanza de matemáticas.

El juego debe facilitar reacciones útiles para los menores, siendo de esta forma sencilla y fácil de comprender.

Debe provocar el interés de los niños por lo que debe ser adecuado al nivel evolutivo en el que se encuentran.

Debe ser un agente socializador, en donde se pueda expresar libremente una opinión o idea, sin que el niño tenga miedo a estar equivocado.

Debe adaptarse a las diferencias individuales y al interés y capacidad en conjunto, tomando en cuenta los niveles de cognición que se presentan.

Debe adaptarse al crecimiento en los niños, por lo tanto se deben desarrollar juegos de acuerdo con las edades que ellos presentan. (Córdoba-Pérez, 2016, p.34)

El juego cumple un rol esencial en la formación de la personalidad y es de gran importancia para el desarrollo de la inteligencia, como lo han demostrado teóricos tan eminentes como Jean Piaget y Vigostky; sirve también como equilibrio de la afectividad y permite al niño su socialización y la incorporación de su identidad social; el juego se constituye como una herramienta operativa que brinda amplias posibilidades a la práctica educativa como un elemento renovador de la enseñanza y como medio para el aprendizaje que posibilita el desarrollo integral del niño (Majo y Marqués, 2001, p.27)

Los matemáticos han desarrollado la teoría de la probabilidad que ha estado desde sus inicios vinculada con los juegos de azar y particularmente con los juegos de las cartas o naipes. En las culturas egipcia, griega y romana era tradición la afición a los juegos de azar como las cartas y de hecho, se han encontrado restos de huesos y objetos usados con sentido lúdico y de naipes en todo oriente.

Es curioso que el inicio de la Teoría moderna de la Probabilidad se deba al cruce de “cartas” entre B. Pascal (1623–1662) y P. Fermat (1601–1665) después de las preguntas que el segundo le hizo al primero sobre algunos juegos de azar relacionados con el lanzamiento de un dado, y a técnicas de reparto de apuestas en partidas inconclusas de cartas.

En cuanto al concepto en sí, la probabilidad y el azar siempre ha estado en la mente del ser humano. Por ejemplo:

- Sumerios y Asirios utilizaban un hueso extraído del talón de animales como ovejas, ciervos o caballos, denominado astrágalo o talus, que tallaban para que pudieran caer en cuatro posiciones distintas, por lo que son considerados como los precursores de los dados.
- En el caso de la civilización egipcia, algunas pinturas encontradas en las tumbas de los faraones muestran tanto astrágalos como tableros para el registro de los resultados.
- Por su parte, los juegos con dados se practicaron ininterrumpidamente desde los tiempos del Imperio Romano hasta el Renacimiento, aunque no se conoce apenas las reglas con las que jugaban. Uno de estos juegos, denominado "hazard", palabra que en inglés y francés

significa riesgo o peligro, fue introducido en Europa con la Tercera Cruzada. Las raíces etimológicas del término provienen de la palabra árabe "al-azar", que significa "dado". Posteriormente, en el "Purgatorio" de Dante el término aparece ya como "azar".

- En la actualidad, ruletas, máquinas tragaperras, loterías, quinielas, nos indican que dicha fascinación del hombre por el juego, continúa. (Estadística para todos, 1)

Sobre el origen de la probabilidad, se afirma:

En este tiempo la Teoría de la Probabilidad encuentra sus aplicaciones primeras a la demografía. Incluiría este periodo lo que tradicionalmente se ha conocido como el comienzo de la teoría; la correspondencia entre Pascal y Fermat sobre el problema de los puntos o como han de repartirse las ganancias de un juego cuando éste ha de ser interrumpido. Continuaría con el tratado de Huygens "*Reckoning at Games of Chance*" y podemos decir que los fundamentos están consolidados, cuando Pascal escribe su tratado "*Arithmetical Triangle*" sobre el triángulo aritmético y sus aplicaciones en 1655.

10.9 Para tener en cuenta

Peralta (2001) dice que “en su estructura formal la poesía tiene algo de matemáticas; en concreto en la periodicidad (noción matemática), tanto de sensaciones fonéticas (rima) como de acentos (ritmo)”. (p.3)

Se ha insistido históricamente en que leer y por tanto consumir libros es parte fundamental en la formación no sólo académica sino integral de los individuos ya que ayuda a mejorar habilidades como el pensamiento crítico, el razonamiento complejo y la escritura entre otras.

Armando Zambrano Leal, director de la Maestría en Educación de la Universidad Icesi, dice que:

Para nadie es un secreto que en las universidades los estudiantes leen poco o no leen.

Que las instituciones de educación superior se vean enfrentadas a introducir cursos de escritura y de lectura muestra que lo clásico de la universidad se esfumó. Si los estudiantes no leen, pues sencillamente tampoco escriben y esto tiene efectos negativos en los procesos de aprendizaje y en su formación. Las universidades colombianas han tomado el asunto en serio y los esfuerzos son gigantescos. Pero el problema no reside ahí, pues este atraviesa todo el sistema escolar. (<https://www.elpais.com.co/cali/expertos-analizan-por-que-estudiantes-en-colombia-no-tienen-habitos-de-lectura.html>)

Esta problemática atraviesa todo el sistema escolar, particularmente las universidades. Las estadísticas de diferentes estudios comparativos al respecto del tema de investigación, en especial las del año 2012 realizado por el Cерлalc (Centro Regional para el Fomento del Libro en América Latina y el Caribe) que se basa en los datos de investigaciones realizados desde el 2002, revelan un panorama desolador. Según este estudio, un 67% de los colombianos no leen sencillamente porque no les gusta. El índice de lectura de revistas es del 26%, mientras que en Chile es del 47%.

En lectura de periódicos Colombia es el segundo país donde menos se lee, con un porcentaje del 29%, a comparación de Perú con un 71%. Mientras Brasil es el que más lee por motivos de “actualización cultural” con un 55%, el índice de Colombia no llega al 10%.

¿Qué tanto leen los colombianos? ¿A qué se debe eso? Reconocer cuáles son sus prácticas y preferencias de lectura, ya que no es un fenómeno vinculado estrictamente al ambiente de la educación, pues sus alcances cognitivos implican muchas áreas en la formación de los individuos.

El país es penúltimo en América Latina en cuanto a compradores de libros con solo un 32%, pues el hábito de lectura está relacionado directamente con el consumo de libros.

Lo anterior ha dado como consecuencia que el promedio de libros leídos por año sea el más bajo de la región. Los colombianos leen 1.9 libros al año, mientras que los brasileños leen 4, los argentinos 4.6 y los chilenos 5.4 según datos del CERLAC en el informe:

Por ello se hace imperativo conocer los hábitos de lectura de los universitarios colombianos que implican un bajo consumo de libros, para plantear posibles soluciones.

Las Políticas Pùblicas sobre hábitos de lectura de otros países con resultados aceptables deben ser observadas con cuidado al aplicar algunas de sus acciones, siempre teniendo en cuenta el contexto colombiano, para evitar la copia de modelos que por las circunstancias y las características de cada territorio, podrían no funcionar con eficiencia en Colombia.

Se debe considerar que para el desarrollo de la formulación de esta investigación de mayor interés para la educación, debe ser viable, pertinente, al alcance de nuestras capacidades como docentes, de relevancia para la comunidad académica y de fundamental interés para Colombia. Es claro que si se quiere formar a los colombianos en hábitos de lectura y por tanto de consumo de libros aceptable, se hace necesario una mejor formación de alumnos, profesores, padres de familia y demás miembros de la comunidad educativa, que minimice un sistema de creencias que implica que leer es aburrido y que quienes lo hacen pertenecen a un privilegiado mundo de intelectuales y demás hacedores del saber.

10.10 La lectura, una didáctica para la formación de seres humanos más sabios

Se entiende por didáctica al arte de enseñar y como tal, es una disciplina de la pedagogía, ya que se inscribe en las ciencias de la educación encargadas del estudio y la intervención en el proceso enseñanza-aprendizaje, cuyo fin es el de optimizar métodos, técnicas y herramientas que están involucrados en él.

Desde su significado más elemental hasta el más complejo, la didáctica pasa por el *arte de enseñar*, de instruir o de guiar, es decir, que como ciencia es un arte y como arte es una ciencia. Esto tiene que ver con el hecho de que los griegos la consideraban un arte y con el transcurrir de la historia, se forjó como ciencia conceptualizándose hoy en día como fundamental para optimizar el proceso enseñanza-aprendizaje, donde el docente no sólo debe enfocarse en enseñar, sino en indagar que al aprendizaje se haya dado.

Más allá de simplemente impartir conocimiento a partir de lo que son sus teorías, la didáctica nos permite explorar la forma más adecuada de cómo enseñar. En este sentido, es importante en nuestro contexto, romper los paradigmas contra la lectura como una actividad dada para mentes privilegias. La didáctica lleva a que el conocimiento -como resultado de leer- sea asimilado sin traumatismos. Es ahí donde la lúdica literalmente juega un papel fundamental en la eficiencia del proceso educativo.

Es indudable la importancia de lectura como una experiencia didáctica transversal a cualquier proceso educativo y pedagógico. En recientes indagaciones en Colombia, se puede afirmar que no hay políticas coherentes que conlleven a que los estudiantes en particular y las personas en general, lean voluntariamente y con placer, dada la ausencia de una metodología eficiente y eficaz, que conlleve a desarrollar un proceso cognitivo a través de leer.

Se sabe que estudiar significa ante todo leer y leer implica aprender. En este entendido, la lectura atraviesa todas las disciplinas, conllevando a la escritura como instrumento de desarrollo de ese aprendizaje a través de las diferentes actividades realizadas no solo en la escuela, sino en la vida laboral y por supuesto, en la vida cotidiana. Lo anterior implica que la lectura se convierte en

herramienta fundamental de conceptualización del proceso enseñanza-aprendizaje. La lectura está en el centro del aprendizaje y por ende, en favorecer la autonomía de los estudiantes en su formación.

Leer constituye una actividad recreativa y si se quiere, al servicio del ocio. En la escuela, la lectura se presenta en muchos casos, como una imposición del plan lector adoptado por el establecimiento educativo, pero carece de una dimensión fundamental en cuanto a un aprendizaje que implique placer.

Se hace necesario formar a docentes, con unos conocimientos esenciales y profundos sobre cómo se debe enseñar a leer y que sean capaces de indagar y perfilar los conocimientos de sus alumnos, para que sean tomados en cuenta como facilitadores en el enriquecimiento de los mismos.

Lo que ha sido evidente y es notorio en las estadísticas, es que la escuela ha fallado en esta tarea. No se trata de que los estudiantes sepan leer y entender literalmente el texto escrito, puesto que en gran porcentaje se les dificulta ir más allá de lo textual, para realizar una comprensión y valoración de lo leído. De ahí la importancia de relacionar lo leído con la indagación de sus pre saberes y con su vida diaria.

El artículo *La Lectura como experiencia didáctica* de Marisela Partido Calva, señala dos posibles causas:

- a) Una suposición optimista por parte de los maestros, quienes consideran que los estudiantes por sí solos desarrollarán habilidades y estrategias para llevar a cabo la lectura. En la práctica educativa nos encontramos con un gran número de estudiantes que desconocen o no saben utilizar estrategias para obtener información, para organizar el contenido temático y para poner en práctica sus funciones cognoscitivas; consecuentemente, les es difícil acceder a nuevos aprendizajes a través de la lectura.

- b) Una interpretación inadecuada de la función del texto dentro del proceso de aprendizaje, como resultado de no prestarle atención a su naturaleza, estructura y contenido.

Como se ve, los factores que intervienen en la problemática de la lectura son diversos y pueden ser agrupados en internos y externos. Los primeros se refieren a los conocimientos que posee el lector, puntos de vista, procesos y recursos cognoscitivos del sujeto, formación y motivación; es decir, hacen alusión a los aspectos cognoscitivos, afectivos y motivacionales del lector. Por su parte, los factores externos tienen relación con los aspectos físicos y ambientales, así como también hacen referencia a la estructura sintáctica del texto y su contenido, tipo de texto, etc. (Partido, p.5)

Muchos docentes por asuntos de currículo y sus exigencias, sean estas Competencias, Logros, Indicadores, Lineamientos etc., asumen las “lecturas recomendadas” a sus alumnos, adecuándolas a los requisitos del currículo, cuando debería ser una adecuación dada por el entorno de la tríada comunidad, docentes y estudiantes, es decir, incentivando el interés de formar a través de la lectura y sus implicaciones en el aprendizaje de las otras disciplinas. El docente adquiere así el papel de guía, indagando con sus estudiantes el aprendizaje propuesto.

Esa falta de formación ha implicado que los maestros indiquen a sus estudiantes, qué deben leer, condicionando a sus estudiantes a encontrar elementos gramaticales y de forma, de manera que quien pretende leer no lo hace con libertad y placer, sino que lo hace como si fuera un ejercicio tedioso, para cumplir con una evaluación, cuando el conocimiento por la lectura puede darse sin estos requisitos, que seguro que serán adquiridos en la medida en que se lea más.

En el artículo mencionado *La Lectura como experiencia didáctica*, (Partido, 1998), se señala:

El profesor es un mediador importante entre el estudiante y el texto escrito; de alguna manera determina el encuentro del alumno con los procesos de descodificación de la palabra escrita. Analizar cómo se realiza ese proceso y qué tan compatible es con el comportamiento del alumno parece ser esencial para entender cómo responde el estudiante

a la participación del profesor en el desarrollo de su propia competencia comunicativa. Con frecuencia, el maestro influye de manera inconsciente en las actitudes y valores de los estudiantes, al comunicar no sólo conocimientos, sino también actitudes. En efecto, los docentes son modelos a los que se observa y de los que se aprende y por ello, desempeñan un papel crítico en las actitudes de los estudiantes frente a la lectura, su estimulo e influencia posibilitan que los alumnos adopten una actitud positiva hacia esta forma de aprendizaje. (Partido, p.6)

¿En qué hace más sabios una didáctica de la lectura a los seres humanos?

- En adquirir y desarrollar un pensamiento crítico.
- En entender mejor cómo funciona el mundo y sus contextos.
- En aprender con mayor facilidad.
- En ser más eficientes y eficaces.
- En tener una mejor comprensión lectora.
- En aumentar nuestro vocabulario.
- En mejorar nuestra gramática y tener una mejor ortografía.
- En saber expresar ideas propias y ajena.
- En saber argumentar.
- En mejorar nuestra escritura.
- En aumentar nuestra curiosidad y conocimiento.
- En estar mejor informados.
- En despertar nuestra imaginación y creatividad
- En hacer abstracciones.

También ejercita a nuestro cerebro dado que se ha comprobado que la lectura despierta vías neuronales y activa la memoria:

Según Guillermo García Ribas, Coordinador del Grupo de Estudio de Conducta y Demencias de la Sociedad Española de Neurología (SEN), “la lectura es una de las actividades más beneficiosas para la salud, puesto que se ha demostrado que estimula la

actividad cerebral y fortalece las conexiones neuronales". Un cerebro activo no solo realiza mejor sus funciones, sino que incrementa la rapidez de la respuesta. Mientras leemos, obligamos a nuestro cerebro a pensar, a ordenar ideas, a interrelacionar conceptos, a ejercitarse la memoria y a imaginar, lo que permite mejorar nuestra capacidad intelectual estimulando nuestras neuronas. La lectura también genera temas de conversación, lo que facilita la interacción y las relaciones sociales, otro aspecto clave para mantener nuestro cerebro ejercitado. (Mundo Mayor, 2015, p.1)

En los últimos años, han sido muchos los estudios que han relacionado el nivel de lectura y escritura con un aumento de la reserva cognitiva. "Desde el punto de vista de la neurología, el concepto de reserva cognitiva ha cobrado una gran importancia, no solo porque se ha visto que existe una relación directa entre la misma y el buen funcionamiento cognitivo y ejecutivo de nuestro cerebro cuando envejecemos, sino porque se ha demostrado que es un factor protector ante los síntomas clínicos de las enfermedades neurodegenerativas", mantiene el Dr. Guillermo García Ribas. "Se ha comprobado que cuanto mayor reserva cognitiva posee un individuo, mayor capacidad tiene su cerebro para compensar el daño cerebral generado por ciertas patologías". (Médicos y Pacientes, p.1)

Se ha insistido por expertos, que "leer es un placer". Antonio Acevedo nos cuenta lo siguiente al respecto:

El placer de leer es una aventura maravillosa por la imaginación del lenguaje y es el mejor ejercicio del ocio creativo. Harold Bloom en su libro Cómo leer y por qué (2000) dice que leer bien es uno de los mayores placeres que pueda proporcionar la soledad porque en su experiencia ha encontrado que es el placer más curativo, leer lo devuelve a uno a la otredad en tanto que la lectura imaginativa es el encuentro con el otro y por eso alivia la soledad, y solo la lectura constante y profunda aumenta y afianza por completo la personalidad, y que para leer sentimientos humanos hay que ser capaz de leer humanamente. En efecto, la práctica solitaria de la lectura es una experiencia maravillosa como el amor. El placer del texto es tan maravilloso como el placer del cuerpo, leer es como hacer un largo viaje por el mundo sin necesidad de comprar billetes aéreos y llegar a hoteles. Un hombre que no lee

es un hombre inocente, perdido, inerme y en ese estado de indefensión puede ser objeto de cualquier paso en falso en la vida. (Acevedo, p.1)

Se puede afirmar que desde la medicina se ha podido demostrar que leer es beneficiosa para la salud:

Fomentar la lectura también tiene otras ventajas para nuestra salud. Leer, sobre todo relatos de ficción, puede ayudar a reducir el nivel de estrés, que es origen o factor de empeoramiento de muchas dolencias neurológicas como cefaleas, epilepsias o trastornos del sueño. Además, leer un poco antes de irnos a dormir, puede ayudar a desarrollar buenas rutinas de higiene de sueño, sobre todo si acostumbramos a nuestro cerebro a relacionar esta actividad con la hora de dormir. (Médicos y Pacientes, p.1)

11. Conclusiones

1. Se ha podido establecer una relación estrecha de algunas estructuras de la matemática con las de las lingüísticas del español, con similitudes gramaticales, específicamente en lo referente a la sintaxis y la semántica.
2. Las similitudes de las estructuras comparadas no son evidentes, pero en su arquitectura interna se encuentra lo compatible.
3. Un texto lingüístico pudiera ser traducido al lenguaje lógico matemático y un texto matemático pudiera ser visto como texto lingüístico, siempre que estas dos experimentaciones mantengan el nivel sintáctico a ser mostrado en esta monografía.
4. Una manera eficiente y eficaz de mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, tanto de la lógica matemática como de la lingüística del español, es implementar un curso que identifique las similitudes de sus estructuras en Educación Básica Media y en los programas de licenciaturas tanto en Matemáticas como de Lingüística/literatura.
5. Una guía didáctica se hace necesaria, para darle cuerpo al curso señalado en el punto anterior. Ella identificará nuevas competencias que se referirán específicamente a la habilidad para encontrar patrones entre la lógica matemática y la lingüística del español.
6. Economía del leguaje = precisión.

2. Guía didáctica

12.1 Introducción

En esta monografía, se ha propuesto ofrecer una visión de la relación de las Estructuras de la Lógica Matemática con las de la Lingüística del Español, a través de los instrumentos conceptuales y metodológicos de la didáctica.

Es así como se hace imperativo plasmar los resultados en una guía didáctica o de estudio, entendiendo ésta como un documento que acerca el material didáctico al desarrollo cognitivo del alumno a través de la tutoría del docente, con el fin de que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea eficiente y eficaz.

Esta Guía Didáctica intenta ser un elemento motivador e incentivador prioritario, que conlleve a despertar el interés por la temática tratada. Para ello, debe ser idónea como herramienta que permita guiar y facilitar el aprendizaje, ayudando a comprender y aplicar los conocimientos adquiridos, realimentarlos e integrarlos a través de los recursos que se presentan al estudiante como apoyo para su aprendizaje. Es importante resaltar como eje transversal del proceso educativo, el diálogo, la indagación del aprendizaje y la lúdica permanente, ya que son instrumentos fundamentales para el logro de las competencias propuestas.

Y desde la perspectiva docente, se trata del documento en el que se plasma toda la planificación docente de la asignatura que a la vez supone una especie de “contrato” con los estudiantes (e incluso con la sociedad), un compromiso docente respecto a:

- Lo que se les ofrece.
- Lo que se espera de ellos.
- Lo que se entiende como más o menos relevante.
- Los recursos o facilitaciones que se les brindan.
- Las orientaciones y ayuda que se les garantizan.
- Las actividades de aprendizaje que se les proponen.
- La dedicación (medida en horas) que se sugiere como tiempo medio para ocuparse de las diferentes actividades y estudio.

- La exigencia que se determina para entender como logradas unas u otras competencias, resultados de aprendizaje (evaluación), etc. (García Aretio, 2009, p.2)

Se propone desarrollar una guía didáctica con los elementos básicos de ésta, que sean en cualquier caso, una bitácora para docentes y alumnos, de manera que se pueda optimizar, de acuerdo con la planificación, el conocimiento propuesto.

12.2 Presentación

Este documento es una guía didáctica a ser desarrollada en los cursos de matemáticas y de lingüística, que permitirá mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de estos dos saberes, de modo que tanto docentes como estudiantes, puedan comprender la relación dinámica de las estructuras de la lógica matemática con las de la lingüística del español.

Para ello, estableceremos los siguientes pasos, con los tiempos del desarrollo de cada uno de ellos, en caso tal:

1. Nombre del curso
2. Destinatarios
3. Modalidad
4. Intensidad horaria por semana
5. Metodología
6. Requisitos previos
7. Objetivos
8. Plan de asignatura: Contenidos y estándares

12.3 Desarrollo de la Guía Didáctica

12.3.1 Nombre del curso

Estructuras de la lógica matemática comparadas con las estructuras de la lingüística del Español.

12.3.2 Destinatarios

Docentes y estudiantes de Lingüística del español, Lengua materna y afines de Educación básica Media.

Docentes y estudiantes de matemáticas a partir de la Educación Básica Media.

Docentes y estudiantes de las facultades de licenciatura en matemáticas.

Docentes y estudiantes de las facultades de licenciatura en lingüística/literatura.

12.3.3 Modalidad

Presencial: 32 horas en el aula de clase.

Otras actividades no presenciales:

Foros: 10 horas

Chats: 2 horas

Skype: 2 horas

Mensajería: 2 horas

Subtotal: 16 horas

Total: 48 horas

Meses: 4

Semanas: 16

Total horas: 48

12.3.4 Intensidad horaria por semana

Total semanas: 16

Promedio Presencial por semana: 2 horas

Promedio No presencial (otras actividades) por semana: 1 hora

Total horas: 48

12.3.5 Metodología

Campos del pensamiento: Matemático y de comunicación.

Metodología: Basada en los postulados de la lógica matemáticas y la teoría del lenguaje integral – lingüística del español.

12.3.6 Requisitos previos

Conocimientos básicos de lógica matemática y lingüística según el currículo escolar para Educación Básica Media y de licenciaturas en matemáticas y lingüística-literatura.

12.3.7 Objetivos

Generales

- Enseñar la relación de las estructuras semánticas y sintácticas de la lógica matemática con las estructuras de la lingüística
- Desarrollar una didáctica a través de la comprensión de la relación de estos dos campos del saber, de forma que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se facilite su conocimiento.

Específicos

- Describir las estructuras semánticas y sintácticas de la lógica matemática con las de la lingüística, que posibiliten encontrar similitudes.
- Dar claridad a la relación entre las estructuras de la lógica matemática y las de la lingüística con ejemplos específicos desarrollados en la presente monografía.
- Realimentar el conocimiento adquirido sobre la temática del curso, entre docentes y estudiantes.

12.3.8 Plan de Asignatura

Nota: Ver archivo adjunto ***Tabla Guía Didáctica.pdf***

13. Taller: Ejercicios comparativos de algunas estructuras de la lógica matemática comparadas con las de la lingüística del español

Nota: Ver archivo adjunto: *Taller Monografía.pdf*.

14. Referencias

Acosta, Martín E., Monroy Blanco, Lilian A., Rueda Gómez, Karol L. (2010). Situaciones didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio. *Revista Integración*. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/html/3270/327028436006/>

Acevedo, (2013). El placer de leer. *Las 2 Orillas*. Recuperado de: <https://www.las2orillas.co/el-placer-de-leer/>

Algarra, Borges, García, Hernández, Hernández. (2004). *Las Matemáticas Chinas*. Recuperado de: <http://paginaspersonales.deusto.es/cruz.borges/Papers/04Historia.pdf>

Andrade, C. (2014). *Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes*. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/5056/1/EscobarObst%C3%A1culosALME2011.pdf>

Bhāskara II. (2015). *Lilavati. Matemáticas en verso del siglo XII*. Real Sociedad Matemática Española. Madrid, España: S.M.

Córdoba-Perez, Martínez-Cuesta. (2016). La lúdica como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas en la Institución Educativa Padre Isaac Rodríguez. *Revista de la Facultad de Educación*. Recuperado de
<http://funes.uniandes.edu.co/10379/1/C%C3%B3rdoba2016La.pdf>

Cervantes Saavedra, M. (1981). *El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*. México D.F. México: Editorial Porrua, S.A.

Domene, J.F. 2010. *Lingüística y Matemáticas*. Alicante: Universidad de Alicante. Recuperado de: https://www.e-buc.com/portades/9788497171151_L33_24.pdf

El País.com. (2013). *Expertos analizan por qué estudiantes en Colombia no tienen hábitos de lectura*. Cali, Colombia. Recuperado de: <https://www.elpais.com.co/cali/expertos-analizan-por-que-estudiantes-en-colombia-no-tienen-habitos-de-lectura.html>

Espeleta, Zamora. (2016). *Estrategias didácticas y estilos docentes*. 10 Festival internacional de Matemáticas. Limón, Costa Rica. Recuperado de: <https://docplayer.es/94307294-10-festival-internacional-de-matematica-al-11-de-junio-de-limon-costa-rica-memorias-10-festival-internacional-de-matematica.html>

emotoools wikinnovation. (1988). *Grupo OuLipo: Matemáticas que se hibridan con la literatura*. Recuperado de: <http://www.emotoools.com/contents/articulos-y-blogs/grupo-oulipo-matematicas-que-hibridan-con-la-liter/>

García, C. (2014). *Lenguaje y comunicación en matemáticas. Una aproximación teórica desde las matemáticas a los Conceptos de lenguaje y comunicación en relación con los Procesos de enseñanza y aprendizaje*. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.

García, A. 2009. *La Guía Didáctica*. Editorial del BENED, UNESCO.

Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. F., Pinzón, A. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste*. Educación y Educadores. Bogotá, Colombia: Universidad dela Sabana. Recuperado de: <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/5859/4507>

Guzmán, Miguel. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*. Madrid, España: Editorial Popular.

Hevia B., Daisy. (2010). *Arte y pedagogía*. Recuperado de: http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/williamsoler/arte_y_pedagogia.pdf

López-Quijano. (2015). *La enseñanza de las matemáticas, un reto para los maestros del siglo XXI*. Recuperado de file:///C:/Users/1234/Downloads/993-Texto%20del%20art%C3%ADculo-2705-1-10-20150422.pdf

Mallart, J. (2001) *Didáctica: concepto, objeto y finalidades*. Recuperado de
<http://www.xtec.cat/~tperulle/act0696/notesUned/tema1.pdf>

Médicos y Pacientes. (2013). *La lectura estimula la actividad cerebral y fortalece las conexiones neuronales*. Recuperado de: <http://www.medicosypacientes.com/articulo/la-lectura-estimula-la-actividad-cerebral-y-fortalece-las-conexiones-neuronales>

MEN (2003). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el Pensamiento Matemático: ¡Un Reto Escolar!* Recuperado de:
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Montesinos, J. (1997). Matemáticas y cultura. Seminario Orotava de Historia de la Ciencia. Números. *Revista de didáctica de las matemáticas*. No. 30. Junio 1997. Págs. 6 a 14 Recuperado de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/30/Articulo01.pdf>

Mundo Mayor. (2015). *Conexiones neuronales*. Recuperado de:
<https://mundomayor.com/RedMM/Blogs/TabId/126/ArtMID/756/userid/1/ArticleID/709/191Te-gusta-leer.aspx>

Ortiz, A. (2005). La Matemática en la antigüedad. *Historia de la Matemática. Volumen 1*. Pontificia Universidad Católica del Perú. Recuperado de:
<http://textos.pucp.edu.pe/pdf/2389.pdf>

Parra, E. (2009). *Arquímedes: su vida, obras y aportes a la matemática moderna*. Recuperado de: file:///C:/Users/1234/Downloads/2040-Texto%20del%20art%C3%ADculo-6056-1-10-20141031.pdf

Partido Calva, M. (2011). *La lectura como experiencia didáctica*. Recuperado de:
<https://es.scribd.com/document/330962044/La-Lectura-Como-Experiencia-Didactica>

Pellicer, M. (2010). Bertrand Russell: centenario de Principios de las Matemáticas. *Revista de la Real Academia de las Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*. Madrid, España: Vol. 104, Nº. 2.

Peralta, F.J. (2007). *Sobre las buenas relaciones entre matemáticas y literatura*. Madrid, España: Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de <http://www.encuentros-multidisciplinares.org/Revistan%C2%BA8/Fco%20J%20Peralta%201.pdf>

Ramírez, R. (2002). *Aproximación al concepto de transposición didáctica*. Recuperado de:
<file:///C:/Users/1234/Downloads/6052-Texto%20del%20art%C3%ADculo-15326-1-10-20170527.pdf>

Recamán, B. (2016). *Los números: Una historia para contar*. Bogotá, Colombia: Taurus, Grupo Santillana.

Rico, Luis. (1998). *Concepto de Currículum desde la Educación Matemática*. Granada, España: Departamento Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/524/1/RicoL98-2713.PDF>

Rico, Luis, (2010). *Matemáticas y su Didáctica para Formación Inicial de Maestros de Primaria*. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/519/1/RicoL00-150.PDF>

Serrano, S. (1983). *La lingüística, su historia y su desarrollo*. Biblioteca de Divulgación Temática. Barcelona, España: Montesinos.

Serrano, S. (2006). *Elementos de la lingüística matemática*. Barcelona, España: Editorial Anagrama.

Vásquez, M. (2014). *Propuesta Didáctica de las Matemáticas*. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología y Educación. Buenos Aires, Argentina. Recuperado de: file:///C:/Users/1234/Downloads/485%20(4).pdf

Vidal, R. (2016). *La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones*. Recuperado de: <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/01/DOC-La-Didactica.pdf>

Zubieta, G. 2102. Las matemáticas en la estructura de la literatura. Recuperado de: <http://altitudeclinic.com/blog/2012/04/las-matematicas-en-la-estructura-de-la-literatura/>