

**Estrategias para potencializar los pensamientos variacional y numérico a través del  
aprendizaje vivencial.**

**PROYECTO APLICADO**

**LEYDI JOHANA ARCINIEGAS GUARÍN**

**Licenciatura en Matemáticas**

**Asesor: Jenny Patricia Cárdenas**

**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD**

**ESCUELA CIENCIAS DE EDUCACIÓN -ECEDU**

**Bucaramanga, junio de 2019.**

<b>Resumen analítico especializado (RAE)</b>	
<b>Título</b>	Estrategias para potencializar los pensamientos variacional y numérico a través del aprendizaje vivencial.
<b>Modalidad de trabajo de grado</b>	Proyecto Aplicado como opción de grado para optar por el título de Licenciado en Matemáticas.
<b>Autor</b>	Leydi Johana Arciniegas Guarín
<b>Palabras Claves</b>	Pensamiento Variacional, Pensamiento Numérico, Estrategia Vivencial, Ministerio de Educación, estrategia Vivencial.
<b>Problema</b>	El presente proyecto surge de la necesidad de potencializar el pensamiento numérico y variacional de los estudiantes del grado quinto primaria del Colegio La Presentación de Bucaramanga con el fin de generar estrategias vivenciales, para desarrollar sus habilidades al resolver situaciones problema de proporcionalidad, siendo este un concepto que está incluido en los saberes que se propone promover desde los Aprendizajes Básicos de la Educación en Colombia.
<b>Objetivo</b>	El proyecto plantea como objetivo central el potencializar el pensamiento variacional y Numérico en estudiantes del grado quinto de primaria en la resolución de situaciones problema. Así mismo se plantea e implementa las diferentes estrategias vivenciales que permitan a los estudiantes la construcción de

	<p>conocimientos y fortalecer los procesos algorítmicos para lograr dar solución a las situaciones y finalmente analizar los resultados obtenidos de la implementación de dichas estrategias que posibilitan el desarrollo del pensamiento Variacional - Numérico en clase de Matemáticas.</p>
<b>Contenido</b>	<p>Primero se realiza una investigación teórica de los lineamientos Curriculares, Estándares y la reglamentación en la constitución política de Colombia para definir la educación y los derechos en los estudiantes del grado quinto de primaria, de la misma manera se habla de las mejoras prácticas en el aula de clase, teniendo en cuenta las dificultades que presentan los estudiantes en edades promedio de 10 a 12 años, que tipo actividades ayudan a potencializar los pensamientos enfocados en la resolución de situaciones problema, por medio de estrategias vivenciales que ayudan a fortalecer el conocimiento, logrando en los estudiantes que sean más autónomos y reflexivos de sus propios conocimientos, siendo esto fundamental para el aprendizaje significativo.</p>
<b>Metodología</b>	<p>La metodología aplicada es fundamentada en una investigación mixta, que permite ver los resultados cuantitativos, pero a su vez las actitudes de los estudiantes frente a las estrategias desarrolladas, dejando ver a la vez los procesos educativos de</p>

	<p>cada uno de ellos. La docente quien realiza este proyecto aplicado, parte de su vivencia en el aula de clases conformada por 150 estudiantes del grado quinto primaria, donde se toma una muestra de 81 estudiantes; se realiza una serie de fases que desarrollan guiados por la docente, esto va desde una fase inicial (diagnóstica) hasta una fase final (prueba), donde se analizan una serie de datos teniendo en cuenta las actitudes tomadas por los estudiantes, para finalmente dar unas conclusiones y recomendaciones.</p>
<p><b>Conclusiones</b></p>	<p>Una buena práctica hace que el aprendizaje de los estudiantes en edades de 10 a 12 años sea más significativa, dado que en la actualidad ellos están a la vanguardia de la tecnología por su mismo entorno social, dándole menos interés o motivación a la comprensión de significados matemáticos o algoritmos, por esto se planea y aplica una estrategia vivencial para este tipo de estudiantes, ya que al realizar el análisis de la situación académica, se visualiza que solo se memorizan los temas por un momento de evaluación; sin darle un significado para la implementación de sus vida. Al finalizar la aplicación de las fases y evaluar esta; se evidencia la mejora del aprendizaje en los estudiantes del grado quinto de primaria de manera significativa.</p>

## TABLA DE CONTENIDO

1.	<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
2.	<b>Descripción y planteamiento del problema.....</b>	<b>3</b>
3.	<b>Justificación.....</b>	<b>4</b>
4.	<b>Objetivos.....</b>	<b>6</b>
	<b>4.1. Objetivo General .....</b>	<b>6</b>
	<b>4.2. Objetivos específicos .....</b>	<b>6</b>
5.	<b>MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>7</b>
	<b>5.1. Pensamiento Variacional.....</b>	<b>8</b>
	<b>5.2. Pensamiento numérico.....</b>	<b>11</b>
	<b>5.3. Historia de la Proporcionalidad.....</b>	<b>12</b>
	<b>5.4. Estrategias Didácticas.....</b>	<b>17</b>
	<b>5.4. Caracterización de los niños de quinto primaria, edad de 10 - 12 años.....</b>	<b>22</b>
	<b>5.5. Dificultades que tienen los niños para el desarrollo del pensamiento Variacional y numérico .....</b>	<b>24</b>
	<b>5.6. Actividades para desarrollar el pensamiento variacional y numérico en los estudiantes .....</b>	<b>25</b>
	<b>5.7. Desarrollo del Pensamiento Variacional-Numérico.....</b>	<b>25</b>
	<b>5.8. Didáctica para el desarrollo del pensamiento variacional-Numérico .....</b>	<b>27</b>
	<b>5.9. El enfoque de resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento variacional-Numérico .....</b>	<b>29</b>

<b>6.1. Proporcionalidad.....</b>	<b>31</b>
<b>6.2.1. Razón.....</b>	<b>31</b>
<b>6.2.2. Proporcionalidad Directa.....</b>	<b>32</b>
<b>6.2.3. Proporcionalidad Inversa.....</b>	<b>32</b>
<b>6.2.4. Representación .....</b>	<b>32</b>
<b>6.3. Estrategia Didáctica.....</b>	<b>32</b>
<b>6.4. Situación Problema (resolución de problemas).....</b>	<b>33</b>
<b>7.1. COLEGIO LA PRESENTACION BUCARAMANGA .....</b>	<b>34</b>
<b>7.1.1. Reseña histórica .....</b>	<b>35</b>
<b>7.1.2. Misión y Visión.....</b>	<b>36</b>
<b>7.1.3. Características del PEI .....</b>	<b>37</b>
<b>7.1.4. Perspectiva del área de matemáticas.....</b>	<b>37</b>
<b>7.1.5. Modelo Pedagógico de Formación Integral Humana .....</b>	<b>38</b>
<b>8.1. Población y muestra.....</b>	<b>40</b>
<b>8.2. Aspectos Metodológicos.....</b>	<b>40</b>
<b>8.3. Desarrollo de la estrategia.....</b>	<b>43</b>
<b>8.3.1. Estructura de la estrategia. ....</b>	<b>44</b>
<b>8.3.2. Planificación de la travesía matemática.....</b>	<b>46</b>
<b>8.4. Actividad #1. Primera Fase.....</b>	<b>48</b>
<b>8.4.1 Instructivo del juego de “casa de cambio”.....</b>	<b>54</b>
<b>8.4.2. Descripción general de la experiencia de aula.....</b>	<b>54</b>

8.4.3.	Objetivos .....	55
8.4.4.	Dificultades .....	56
8.5.	Actividad #2. Segunda Fase .....	57
8.5.1.	Indicaciones para el desarrollo de la actividad .....	62
8.5.2.	Descripción de la experiencia .....	62
8.5.3.	Objetivos .....	63
8.5.4.	Dificultades .....	63
8.5.5.	Conclusiones .....	64
8.6.	Actividad #3. Fase 3 .....	64
8.6.1.	Instructivo de la actividad .....	67
8.6.2.	Descripción general de la experiencia .....	67
8.7.	Actividad #4. FASE 4.....	68
8.7.1.	Instructivo de la evaluación.....	72
8.7.2.	Descripción general de la experiencia de aula. ....	72
8.7.3.	Objetivos .....	73
8.7.4.	Dificultades .....	73
8.7.5.	Conclusiones de la fase #4.....	74
8.8.	Fuentes de información .....	75
8.9.	Análisis e interpretación de resultados .....	76
9.	Conclusiones .....	83
10.	Recomendaciones .....	84

11. Referencias ..... 86



## LISTA DE FIGURAS

1. Ilustración 1. Papiro de Rhind.....	15
2. Ilustración 2. Cubo de origami .....	66
3. Ilustración 3. Actividad final.....	70
4. Ilustración 4. Actividad inicial.....	70
5. Ilustración 5. Representación de datos de la actividad final.....	74
6. Ilustración 6. Representación de datos de la actividad inicial por nivel alto.....	78
7. Ilustración 7. Representación de datos de la actividad inicial por nivel medio.....	78
8. Ilustración 8. Representación de datos de la actividad inicial por nivel bajo.....	79
9. Ilustración 9. Resultado inicial por grados y niveles.....	79
10. Ilustración 10. Representación de datos de la actividad por niveles y grados.....	80
11. Ilustración 11. Representación de datos de la actividad por niveles y grados.....	81
12. Representación final por grados y niveles .....	81
13. Ilustración 12. Comparación de resultados .....	82

## LISTA DE TABLAS

1. Tabla 1. Resultados por niveles de la primera fase.....	74
2. Tabla 2. Resultados de la fase inicial.....	77
3. Tabla 3. Resultado de la fase final.....	80

## **1. Introducción**

La enseñanza y aprendizaje de la matemática siempre ha presentado grandes retos para los docentes, como disciplina, concepción e interpretación que hace cada individuo de los objetos matemáticos en diferentes niveles educativos. Por ende, es importante analizar las situaciones que se presentan a diario en las aulas de clase y los problemas de enseñanza y aprendizaje de la matemática, los cuales persisten aun cuando los estudiantes inician su formación profesional técnica, tecnológica y universitaria.

El presente trabajo surge de la necesidad de implementar en la Educación Básica Primaria, procesos que promuevan el desarrollo de habilidades del pensamiento variacional a través de nuevas estrategias desde edades tempranas, partiendo de distintas investigaciones que revelan las dificultades comunes tales como el enfoque didáctico que evidencian las relaciones existentes entre el desarrollo del pensamiento Numérico y del pensamiento Variacional (López, 2013), o el hecho de que la Educación Básica Primaria hace más énfasis en enseñar lo numérico y lo geométrico a través de operaciones y resolución de problemas, dejando de lado el estudio de la variación y el cambio, se propone como principal objetivo de este trabajo aportar elementos que permitan una reflexión para proponer estrategias a desarrollar en aula de clases para promover el desarrollo de habilidades del pensamiento Variacional y numérico que sean herramientas para los docentes que permitan la conceptualización de los estudiantes a través de la experiencia.

En cuanto a antecedentes teóricos, el tema de los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas abordado por Triviño Quiceno, 2013, (p. 58,59), es fundamental entender los tipos de obstáculos que un estudiante encontrará en clase de matemáticas y su naturaleza. Por otro lado, Mancha, 2004, p. 295, habla que Piaget plantea la teoría del desarrollo cognitivo lo cual es una herramienta fundamental que permite a los docentes conocer a partir de las características de sus estudiantes, la forma como se debe construir el conocimiento matemático y desarrollar competencias. Otro antecedente teórico que propicia esta investigación está relacionado con la postura que el gobierno nacional de Colombia tiene con respecto a consolidar ciudadanos matemáticamente competentes (MEN, 2014) lo cual implica que se realicen investigaciones desde diversas perspectivas en pro de que los estudiantes del presente se conviertan en ciudadanos que cumplan con unos estándares matemáticos necesarios para ejercer sus derechos democráticos.

En cuanto a antecedentes prácticos, en los últimos años se ha consolidado la idea de que las matemáticas son la ciencia de las estructuras, Gómez (2013), afirma. “Al entender las matemáticas no solo como estructuras tangibles sino también de carácter intangible, es posible reflexionar acerca de la construcción matemática que cada individuo hace en su sistema cognitivo” (p. 8,9), como a su vez de manera que si esa construcción tiene unas bases sólidas será posible que los estudiantes puedan ser matemáticamente competentes (Alcalá Hernández, 2002). Siendo esto para la sociedad un desarrollo cognitivo ya que los estudiantes al realizar sus propias construcciones e ir las perfeccionando en su desarrollo educativo, pueden brindar a la sociedad un desarrollo más competitivo y no tener ciudadanos incompetentes para el desarrollo de trabajos que requieran sus habilidades matemáticas.

Dentro de los factores determinantes en la orientación del problema, se deben tener en cuenta los conocimientos, competencias y/o enfoques que se deben clasificar como fundamentos matemáticos; es decir aquellas destrezas o competencias con las que debe contar un estudiante para que pueda aprobar con éxito determinado ciclo escolar y determinar los obstáculos presentes en el aprendizaje de las matemáticas que pueden estar impidiendo que el estudiante construya su conocimiento de una manera eficaz y fluida. El docente de matemáticas como investigador, no se puede limitar a clasificar si un estudiante es bueno o malo, sino que también indagar y analizar sus actitudes frente al aprendizaje en la clase de matemática, puesto que es fundamental que esté motivado para que pueda superar las dificultades.

Finalmente, es pertinente analizar el contexto en el que se desarrolla la clase de matemáticas y los problemas de aprendizaje que persisten, de lo contrario; no será posible que los estudiantes sean ciudadanos matemáticamente competentes de acuerdo a los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional por lo que seguirán teniendo dificultades al abordar las matemáticas en la universidad o serán simplemente ciudadanos que no les encuentran sentido a las matemáticas.

Este problema de investigación afecta a los estudiantes de todos los niveles; aunque se hará énfasis en los estudiantes de primaria y para delimitar el problema aún más es posible que el docente investigador analice un curso en particular, debido a que la magnitud del problema es tan grande que puede afectar incluso a estudiantes universitario.

## **2. Descripción y planteamiento del problema.**

Inicialmente se parte la necesidad de potenciar el pensamiento numérico y variacional a través de situaciones problema, debido a las dificultades que presentan los estudiantes del grado

de quinto primaria del Colegio la Presentación de Bucaramanga al resolver situaciones problema de proporcionalidad, siendo este un concepto básico que está incluido en los saberes que se propone promover desde los Aprendizajes Básicos de la Educación Colombiana para el grado de quinto primaria que van desarrollando el pensamiento numérico-variacional. En diferentes ejercicios presentados a los estudiantes, se evidencia que estos repiten los mismos errores; también se analizan que ciertos distractores no han sido puestos azar, son las posibles formas de razonar de los estudiantes o un aprendizaje incompleto o con vacíos que en algunos casos les resulta válido. Los estudiantes del grado de quinto primaria, con el ánimo que realicen sus propias construcciones conceptuales por medio del aprendizaje basado en estrategias vivenciales y actividades lúdicas, las cuales les permite utilizar los conceptos construidos con anterioridad, para dar una solución correcta, logrando así que los estudiantes puedan potencializar sus habilidades en el pensamiento numérico - variacional.

### **3. Justificación**

La importancia de este trabajo radica en las dificultades de comprensión que se presentan los estudiantes en clase de matemáticas; tal como lo expone Sánchez Francisco, (1995) el libro; *Manual de dificultades de aprendizaje*: “lenguaje, lecto-escritura y matemáticas”. Normalmente como docentes dentro de nuestro quehacer diario, encontramos estudiantes que tienen dificultades a la hora de aplicar conceptos matemáticos; en muchos casos el problema está relacionado con conceptos básicos que no se han podido interiorizar de manera correcta. A manera de ejemplo, se puede decir que un estudiante que tiene dificultades para sumar o restar números naturales, posiblemente tenga problemas para hallar el mínimo común múltiplo, de dos o más números; esto permite reflexionar acerca de que existen conocimientos,

técnicas, herramientas, competencias y disposiciones básicas que no son determinantes en el éxito o fracaso de un estudiante en el área de matemáticas.

Este proyecto está enfocado al abordaje de las necesidades de la población donde se desarrolló el presente trabajo de investigación, puesto que, al desarrollar niños capaces de ver la matemática como una necesidad, mas no como una obligación sin sentido.

Se propone para la comprensión de la proporcionalidad , potenciar el pensamiento variacional de los niños del grado de quinto primaria, de tal forma que no sólo presente fundamentos matemáticos sólidos sino que también sean capaces de transferirlos y aplicarlos en situaciones cotidianas, viendo así que la matemática no es un campo de estudio complicado, más bien, que es necesaria en la cotidianidad ; principalmente se debe cambiar el enfoque erróneo acerca de la matemática, haciendo que los mismos estudiantes cambien la mentalidad, lo cual llevará a los estudiantes a reflexionar acerca de las matemáticas como una construcción interesante y necesaria, que requiere de unas bases sólidas.

El hecho de que la educación en la actualidad esté orientada a un modelo activo y participativo, permite establecer nuevas estrategias para el aprendizaje (aprendizaje significativo), y cambia los paradigmas tradicionales de la educación como transmisión y observación; estamos ante una transformación del quehacer educativo en todos los niveles.

Dentro de los aspectos innovadores del proyecto investigativo se debe tener en cuenta el hecho que es necesario cambiar la visión acerca de las matemáticas, pasando a una perspectiva dinámica, de construcción y relación con el entorno. Generando así espacios de interacción entre los estudiantes, en donde puedan identificar sus falencias y corregirlas; motivando así a nuestros estudiantes a ser gestores de su propio aprendizaje (Martín Ortega, 2008), con el fin de que los

mismos encuentren recursos que les permitan construir sus matemáticas de una manera eficaz y con bases duraderas.

El objeto de estudio del presente trabajo es la aplicación de una estrategia que potencialice el pensamiento Numérico-Variacional por medio de la proporcionalidad, desde el diseño curricular institucional, basado en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), los estándares básicos de competencia y los lineamientos, dados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

¿Qué tipo de estrategias se pueden implementar para potenciar los pensamientos Variacional y Numérico a través del aprendizaje vivencial con estudiantes de grado quinto?

## **4. Objetivos**

### **4.1. Objetivo General**

Implementar diferentes estrategias para potencializar el pensamiento Numérico y Variacional con los estudiantes de quinto de primaria a través del aprendizaje vivencial

### **4.2. Objetivos específicos**

1. Determinar el nivel de los conocimientos básicos necesarios para el desarrollo del pensamiento variacional y numérico de los estudiantes de quinto primaria.
2. Diseñar e implementar una estrategia vivencial, para potenciar el pensamiento Variacional y Numérico con los estudiantes de quinto de primaria.
3. Analizar el impacto de las estrategias diseñadas para estudiantes de quinto primaria con el fin de potenciar el pensamiento variacional - Numérico.



## 5. MARCO TEÓRICO

En el desarrollo de este trabajo se evidencia la enseñanza y el aprendizaje de los niños del grado quinto primaria, para promover y potencializar las habilidades del pensamiento por medio de estrategias vivenciales dentro y fuera del aula de clases. Primero se hará una breve introducción al pensamiento variacional y numérico a lo largo de la historia, su importancia y sus antecedentes. También se presenta cuáles son los procesos de aplicación para plantear una estrategia vivencial para potencializar las habilidades del pensamiento Variacional - Numérico con los estudiantes de quinto primaria. Si bien, se tienen en cuenta varios elementos de normas que están contenido en los objetivos de este proyecto como los son: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los estándares básicos en competencias matemáticas y los derechos básicos de aprendizaje de las matemáticas.

En la constitución política de Colombia en el Artículo 67 se definen la educación como “un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social, con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura” (constitución Política de Colombia, edición 2011, p 29). Lo anterior evidencia que en la constitución política de Colombia se encuentran las bases legales para que la educación sea de manera espontánea un deber y un derecho para los ciudadanos, y por ende para nuestros estudiantes.

Asimismo, la Ley general de Educación en su artículo 20, hace referencia a los objetivos generales de la educación básica, siendo uno de estos objetivos correspondiente al literal c, que hace alusión a:

c) Ampliar y profundizar el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

También en los estándares básicos de competencia en matemáticas, se abordan los tipos de pensamientos matemáticos que se trabajan a lo largo de la investigación que son: Pensamiento Variacional y pensamiento Numérico. (MEN, 2006).

El hecho que un docente sea más reflexivo, informativo, investigativo, responsable y actualizado, hace que sus estudiantes obtienen beneficios que se derivan del conocimiento, tecnología y procedimientos que se realizan en el ámbito de su educación, a su vez logrando “las mejoras prácticas” para describir un trabajo actualizado en el campo que se realiza.

### **5.1. Pensamiento Variacional.**

El pensamiento variacional está relacionado con el reconocimiento, la percepción y el cambio de diferentes contextos, una de las características de este pensamiento son los aspectos de variación, tales como el cambio y las variables intervienen, teniendo en cuenta las posibles relaciones de las variables de cambio. Para dar una definición del pensamiento Variacional el Ministerio de Educación Nacional nos plantea:

“Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.” (MEN, 2006, p. 66).

Para el Ministerio de Educación Nacional (MEN), según el párrafo anterior, se observa la importancia del desarrollo de habilidades para potencializar el pensamiento variacional en niños de básica primaria, dado que su propósito es construir y cultivar en ellos posibles soluciones a

una situación problema de un contexto social de su cotidianidad; donde el estudiante es competente, mas no frustrado matemáticamente y así lograr darle sentido a las matemáticas, siendo una persona que aporta a la sociedad en su constante desarrollo.

En concordancia con la ley 115 de 1994, artículo 78, donde se establecen los indicadores para los docentes y entidades educativas de Colombia existen una serie de archivos titulados “Lineamientos Curriculares”. La ley define, el currículo y los lineamientos Curriculares:

En el artículo 77. Se refleja el adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.

ARTÍCULO 78. Los establecimientos educativos, de conformidad con las disposiciones vigentes y con su Proyecto Educativo Institucional. (MEN, 1994, p 17)

De acuerdo a lo con lo anterior, se puede concluir que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) aprueba el reforzar el pensamiento variacional, mediante acciones que involucran experiencias matemáticas en los diferentes contextos dentro y fuera del aula de clase, fundamentando la significación del tema de proporcionalidad.

En el año 2015 El Ministerio de Educación Nacional da a conocer los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), en donde están organizadas las estrategias, metodologías, enfoques y contextos, los cuales deberán ser definidos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) enfocado en los planes de área del Colegio.

## 5.2. Pensamiento numérico

En esta propuesta se trabajara el concepto más general del pensamiento Numérico, con base al procedimiento algorítmico, las habilidades y destrezas numéricas; para desarrollar los sistemas numéricos, debido a que través del tiempo ha variado la concepción de la significación del número, desarrollado las destrezas, estimaciones, etcétera.

En este momento, si bien nos define que el pensamiento variacional es:

*“el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Dichos planteamientos se enriquecen si, además, se propone trabajar con las magnitudes, las cantidades y sus medidas como base para dar significado y comprender mejor los procesos generales relativos al pensamiento numérico y para ligarlo con el pensamiento métrico.” (Ministerio de Educación Nacional, Lineamientos Curriculares, p. 58)*

De acuerdo a lo anterior, el pensamiento numérico se adquiere gradualmente en la vida de los estudiantes, haciendo que comprendan los números y sus relaciones con el mundo exterior, ya sea por medio de la utilización de sus concepciones, habilidades y razonamientos abstractos, los cuales les dan la oportunidad de pensar en los números para utilizarlos al dar solución, creando así en ellos puntos de referencia para la comprensión de los números.

El contexto es la forma como los estudiantes se aproximan a las matemáticas siendo un aspecto determinante para potencializar el pensamiento numérico, aún, para la apropiación de la interpretación numérica es necesario facilitar situaciones experimentales para los estudiantes. Notoriamente, el pensamiento numérico a veces es delimitado por el contexto en el cual las matemáticas evolucionan, por ejemplo, mientras un estudiante en el colegio no comprende porque 789 sea la suma de  $56+98$ , el mismo estudiante en la cafetería no puede exigir que le revisen si la cuenta de la compra es \$10.500 por los artículos con precios de \$3.000 y \$2.500, se puede concluir que los estudiantes no son muy hábiles para realizar los cálculos con algoritmos, por lo tanto no están desarrollando el pensamiento.

### **5.3. Historia de la Proporcionalidad.**

“Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto: pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas”, Pólya (1965).

La desproporcionalidad al igual que la proporcionalidad ha estado presente desde los tiempos antes de Cristo, en Grecia El Coloso de Rodas era una gran estatua del dios griego Helios la cual fue construida por Cares de Lindos de manera desproporcionada y algunas otras de sus construcciones dejando ver lo inmenso de estas estatuas y al tiempo hacer sentir pequeñas a las personas que las admiran. Las matemáticas se dieron para entender, analizar el mundo que nos rodea y el universo en el que se encuentra este. Existe una leyenda hacia el año 600 A.C., que atribuye a Tales el uso de sus conocimientos de geometría para medir la altura de la pirámide más alta de Egipto y calcular la distancia a la costa de barcos en alta mar. Diógenes Laertes, junto con Plinio y Plutarco señalan que la medida de la altura de las pirámides se llevó a cabo a través de la determinación de la longitud de la sombra que ellas producían cuando una vara clavada verticalmente en el suelo producía una sombra igual a su altura. Para medir la distancia de los barcos en alta mar a la costa, la leyenda dice que Tales fue el primero en emplear la proporcionalidad de los lados de triángulos semejantes. Hay dudas muy grandes con respecto a esto, ya que estas ideas se habían manejado con mucha anterioridad en Egipto y Mesopotamia, donde Tales invirtió una parte de su vida.

Si bien se ve desde la antigüedad se ha investigado la proporcionalidad, encontrando múltiples definiciones de la misma, pero siempre refiriéndose a la importancia de su análisis, de su fácil comprensión, haciéndose necesario definir algunos conceptos fundamentales en la proporcionalidad para lo cual, Correa (2006) plantea:

*“Que, por proporción, en aritmética y geometría, entendemos la relación especial entre un grupo de números o cantidades. En términos generales, según la noción aritmética,*

*proporción es la igualdad de dos razones, entendiendo por razón la relación entre dos números, definida como el cociente de un número por el otro”. (p.605)*

Esto hace referencia a la proporción como el cociente de dos números, como lo plantea Perry, Guacaneme, Andrade y Fernández, 2003, p.31., “de medida (o cociente) para referirse a la razón y a la idea de igualdad entre medidas para la proporción”.

Hacia el año 325 - 265 A.C., el primero en definir La proporcionalidad y hablar de razón Fue Euclides en su libro V de los Elementos, Una proporción entre tres términos es la menor posible. Cuando tres magnitudes son proporcionales, se dice que la primera guarda con la tercera una razón duplicada de la que con la segunda. Cuando cuatro magnitudes son proporcionales, se dice que la primera guarda con la cuarta una razón triplicada de la que, con la segunda, y así siempre, sucesivamente, sea cual fuere la proporción. Una razón por alternancia consiste en tomar el antecedente en relación con el antecedente y el consecuente en relación con el consecuente. Una razón por inversión consiste en tomar el consecuente como antecedente en relación con el antecedente como consecuente. La composición de una razón consiste en tomar el antecedente junto con el consecuente como una sola en relación con el propio consecuente.

Para Grattan-Guinness (1996), en la obra Euclidiana existen tres tipos distintos de cantidades, a saber: “los números, las magnitudes y las razones”, de manera análoga Corry (1994) ha afirmado que la razón no puede concebirse como una cantidad en tanto que la idea de cantidad griega no la admite: de hecho, afirma que “La razón a diferencia del número y de la magnitud no mide nada ni es cantidad” (p10.).



Así mismo en investigaciones por diferentes autores sobre la proporcionalidad señalan Azcarate y Deulofeu (1990) refieren que, para abordar la proporcionalidad como modelo de función, se hace necesario el estudio anterior de conceptos como razón y proporción, así como la resolución de problemas de proporcionalidad. Según estos dos autores se debe comprender de manera significativa la proporcionalidad y la razón para dar solución a la diversidad de situaciones que se pueden plantear en cualquier entorno social.

Después de un breve recorrido por la historia de las investigaciones sobre la proporcionalidad por los diferentes autores, se evidencia que es un recurso para resolver los problemas cotidianos desde la antigüedad, por ejemplo, en el Papiro de Rhind (s. XVII a. n. e.) encuentra, entre otros muchos problemas, el siguiente” (p320).



Figura 1: Papiro de Rhind. Traducción “Si 10 hekat de grasa deben durar un año, ¿cuánta grasa puede usarse en un día?” (Marcén et al., 2013, p320.)

Como se puede ver en el Papiro de Rhind, una situación problema que surge de la cotidianidad del comercio en esa época, donde se da solución por medio de la proporcionalidad, unido con las publicaciones del libro V de los elementos donde habla de la proporcionalidad

Euclides, para en los años ochenta la preocupación no era la investigación del tema, sino cómo se podía enseñar toda esta teoría a otro desde la escuela.

Durante este proceso de construcción de la definición de proporcionalidad surgen varios autores como Lest, quien propone cinco fases para el aprendizaje de este:

*“1 fase se presenta como aquella en la que el estudiante realiza un análisis de una situación problema centrando su atención solo en una variable permitiendo que este sea un análisis parcial de la misma, seguidamente la fase 2 en la que se establecen las variaciones y su correlación, pero solo de manera cualitativa. La fase 3 el uso de estrategias cerradas en el reconocimiento de patrones y correlación entre magnitudes. La 4 fase se reconoce estructuras y relaciones existentes. La 5 fase se presenta la relación de proporcionalidad”. (Ceballos, E, 2012. p24).*

Hoy por hoy se ve que las matemáticas son un instrumento diario para el desarrollo de una sociedad humana a las diversas aplicaciones que surgen día a día y su presencia se hacen indispensables en la complejidad del pensamiento científico, cuando se busca analizar un evento científico y hechos que pueden alterar las condiciones de un lugar en particular, surge la necesidad de aplicar las matemáticas a partir de lo básico llegando a los más complejos, cada idea que pueda imaginarse el ser humano tendrá que hacer un análisis de elementos matemáticos, el concepto de proporcionalidad está enlazado con temas de medición, fracciones, ideas geométricas, el cálculo, entre otros.

Como se ve en la historia de la matemáticas el desarrollar una habilidad desde la práctica de una situación de la vida cotidiana, nace como una necesidad de comprender, analizar y razonar el entorno del mismo ser humano, por lo tanto estamos en una constante construcción del conocimiento, como lo exalta Gómez (1998), el paso de los números naturales a los números enteros, y de los números enteros a los números racionales, brinda la oportunidad para explorar y considerar nuevos tipos de relaciones (en comparación de las que usualmente se trabajan) entre dichos números, las cuales al mismo tiempo proporcionan la base para conceptos matemáticos más complejos como el de número real, por lo general, en las matemáticas suelen encontrarse en la necesidad de resolver problemas prácticos concretos manipulando los conceptos abstractos, dependiendo de la concepción dadas por las condiciones de cada época.

#### **5.4. Estrategias Didácticas.**

“El concepto de estrategias didácticas se involucra con la selección de actividades y prácticas pedagógicas en diferentes momentos formativos, métodos y recursos en los procesos de Enseñanza - Aprendizaje” (Velazco, M y Mosquera, 2013)

Las estrategias de aprendizaje según Díaz, B y Hernández, G, 2001., consisten en un procedimiento o conjunto de pasos o habilidad de un estudiante que adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas.

Sin embargo, las estrategias de enseñanza se pueden definir como los procedimientos planteados y empleados por el docente con la intención de involucrar a sus estudiantes en un mundo de conceptos, los cuales sean de fácil comprensión para ellos.

Concluyendo que como maestros se debe reflexionar respecto a la necesidad de transformar las prácticas pedagógicas partiendo de la planeación de una propuesta educativa que implementa estrategias didácticas adecuadas a los contextos sociales de cada educando para fortalecer su aprendizaje e incentivar su autonomía en la resolución de situaciones problemas, según Spiegel, A, 2008, dice que “la clase es el resultado de un trabajo arduo pero apasionante”.

Esto implica que el docente debe planificar la enseñanza de manera consciente y reflexiva, analizando de qué manera puede lograr un aprendizaje significativo y exitoso, para lograr esto se debe tener en cuenta la claridad de los objetivos, la integración de saberes, la preparación y seguimiento del proceso de aprendizaje del estudiante, así como la presentación de recursos y herramientas a utilizar, entre otros factores.

Siendo importante la planificación de estrategias, para el desarrollo del pensamiento de los estudiantes en la resolución de problemas, asimismo, Ángulo y Tirado (2012) en la investigación denominada “El juego como estrategia para enseñar matemática en educación primaria”, el objetivo del estudio fue promover estrategias de aprendizaje a través del juego, dirigidas para docentes de primero a tercer grado de Educación Primaria, donde esta investigación fue diseñada como una investigación de campo, apoyada en una revisión

documental de tipo descriptivo, obteniendo como resultado la necesidad de diseñar juegos Didácticos, dedicados a los estudiantes de estos cursos.

De lo anterior, se puede concluir la importancia de la planeación de estrategias didácticas óptimas para los estudiantes de cada nivel de grado, teniendo en cuenta sus condiciones sociales, de aprendizaje y los objetivos planeados con anterioridad.

### **5.5. Estrategia vivencial**

La estrategia didáctica es una secuencia de técnicas y actividades de enseñanza, que se utilizan en el desarrollo de un proceso de enseñanza- aprendizaje; que se procede por una serie de fases sustentadas en desarrollos teóricos y validadas por propuestas prácticas y valoradas cuantitativamente por un resultado obtenido de un instrumento aplicado, al construir estrategias para propiciar la interacción con la realidad, la activación de conocimientos previos y generación de expectativas; para la solución de problemas y la abstracción de contenidos conceptuales, modificando modelos de solución, es uno de los objetivos primordiales de una estrategias de aprendizaje para los estudiantes de quinto primaria.

Una de las estrategias a utilizar es el aprendizaje basado en problemas a un grupo de estudiantes con la facilitación de un tutor (docente) a analizar y resolver una situación problemática relacionada con su entorno social y físico. No siempre el objetivo se centra en resolver el problema, sino que sea utilizado para identificar conocimientos y conceptos de manera grupal o individual. Wilkerson & Feletti (1989), infieren que la técnica para solucionar una situación involucra tres pasos: confrontar el problema; realizar estudio independiente, y

regresar al problema. Las ventajas de este tipo de estrategia utilizada es una mayor motivación por parte de los estudiantes, logrando que estos se involucren en el aprendizaje ya que pueden integrar su realidad y observar resultados de dicha interacción, siendo esto más significativo y desarrollando habilidades del pensamiento crítico y creativo.

Las matemáticas son indispensables para el desarrollo de nuestra vida en una sociedad, con ellas se puede ver y describir nuestro entorno al igual que el mundo, nos encontramos rodeados de distintas situaciones que nos conllevan a desarrollar el pensamiento crítico, lógico-matemático en los contextos cotidianos, por esto se debe trabajar la temática en el aula de clases en una forma más concisa, que contribuya en el aprendizaje y la puntualización de habilidades de los niños en un aula de clase, en el desarrollo del sentido de la proporcionalidad que posibilita numerosas relaciones entre distintas ideas y conceptos matemáticos estudiados durante los anteriores años escolares, proponiendo actividades lúdicas y conceptuales, según Becker (1997), afirma que los estudiantes al ser motivados intrínsecamente muestran mejores resultados al estar comprometidos con el aprendizaje, como así mismo lo proponen los Psicólogos de la educación y especialistas en la enseñanza Bonwell C. & Eison J. (1991).

Por otra parte, el aprendizaje activo es una estrategia de aprendizaje vivencial que puede ser definido como todas las estrategias de enseñanza-aprendizaje que el profesor realiza en un aula de clases donde involucra una participación activa del estudiante, es decir, donde el estudiante no solo escuche al docente o escriba en su cuaderno lo que este dice. Watkins, 2003, propone cuatro etapas para este aprendizaje; Hacer, Revisar, Aprender y Aplicar. El método activo es el resultado de combinar métodos generales de enseñanza, con elementos dirigidos

específicamente a aquellos estudiantes con distintos ritmos de aprendizaje, siendo un método de aprendizaje equilibrado, significativo, eficiente, eficaz y transparente.

Los beneficios de este tipo de aprendizaje son que el estudiante aumenta su participación en clase, enriquecen las aportaciones de sus compañeros, el aprendizaje común es más estimulante, los estudiantes crean sus propias conjeturas, se trabaja la inteligencia emocional y el docente se incorpora al aprendizaje, mejorando su relación con los estudiantes, gracias a las experiencias de los diferentes laboratorios desarrollados en forma grupal o individual en la obtención de nuevos conocimientos, así logrando la reflexión del conocimiento aprendido, en cualquier situación problema.

La importancia de implementar el aprendizaje activo se da para que los estudiantes se apropien de los conocimientos por medio de actividades que promueven el desarrollo integral del estudiante, para el desarrollo y construcción de conocimientos más significativos, así se pueden potencializar sus habilidades y actitudes, además se promueve la adaptación activa a la solución de situaciones problema, desarrollando los niveles simples a complejos, Salem (2012), hace referencia a que los estudiantes logran una comprensión más profunda de los conceptos, es decir permiten lograr que las ideas funcionen, al igual que Kurfiss (1998), los estudiantes escuchan y comentan los razonamientos de sus compañeros lo cual ayuda a darse cuenta de cuanto necesitan mejorar su comprensión.

De modo que se implementa un método de aprendizaje beneficioso, ya que se genera una comprensión más profunda de los temas, desarrollando el pensamiento crítico y las habilidades para resolver problemas, haciendo que el estudiante se sienta más involucrado, aumentando su

motivación e interés por el aprendizaje y la interacción entre los mismos para desarrollar sus habilidades de comunicación.

Estas actividades se estructuran con la suficiente flexibilidad para ser adaptada a las necesidades de aprendizaje del grupo, la información es compartida por el docente y el estudiante, ya que él puede solucionar una situación dada, en un contexto de la vida real, para que él pueda darle solución por medio del conocimiento adquirido, sintetizando, analizando y realizando las operaciones necesarias para llegar a una respuesta concreta, bien sea de manera individual o colaborativa.

#### **5.4. Caracterización de los niños de quinto primaria, edad de 10 - 12 años.**

Los niños del grado quinto a esta edad presentan muchos cambios, ya sean físicos, cambios en su entorno, la necesidad de independencia y el deseo de ser aceptado por la sociedad, teniendo en cuenta que por lo general comienzan a tener ideas más abstractas, mejorando sus habilidades de ordenar sus ideas y planear, pero aún se les dificulta discriminar hechos de opiniones, según Soriano, G, 2010., Cualquiera que sea el idioma que aprenden, los niños siguen una pauta similar en el desarrollo del lenguaje. ¿Cómo se da este desarrollo?

Al responder esta pregunta daría como resultado la explicación de dos teorías más importantes: La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget y la teoría sociocultural cognitiva de Vygotsky. Donde Piaget afirma que los niños crean de forma activa su propio conocimiento del mundo y atraviesan una serie de fases dentro del desarrollo cognitivo, pero para Vygotsky quien



pensaba que el niño construye de forma activa su propio aprendizaje y conocimiento, sin embargo, dio un papel primordial a la interacción social y la cultura dentro del desarrollo cognitivo.

Considerando que el desarrollo cognoscitivo, de acuerdo a las conceptualizaciones de Jean Piaget, en el inicio de este periodo se observan manifestaciones características de la culminación del pensamiento intuitivo y comienzan a organizar sus ideas y consolidar las operaciones más concretas; esto quiere decir que en su pensamiento puede realizar la representación conceptual, la construcción de los sistemas operacionales lógico y espacio-tiempo, siendo este un pensamiento más recíproco; el niño puede aplicar los procesos lógicos a problemas más concretos o reales, aprende de manera más fácil los esquemas lógicos de seriación, ordenamiento mental de conjuntos, clasificación de los conceptos, empleando el razonamiento inductivo y deductivo, así logrando la abstracción sobre conocimientos concretos observados o aprendidos en su entorno.

En la búsqueda de brindar un aprendizaje más significativo e interesante para estos niños, se proponen actividades que motivan al estudiante su curiosidad por el conocimiento, la construcción de conceptos y el desarrollo del pensamiento autónomo, asimismo la potencialización de sus habilidades matemáticas en el desarrollo de la proporcionalidad del pensamiento Variacional-Numérico.

## 5.5. Dificultades que tienen los niños para el desarrollo del pensamiento Variacional y numérico.

El proceso del pensamiento Variacional, “tiene que ver con el reconocimiento, la percepción la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, al igual que la modelación de distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos”. Ministerios de Educación Nacional (MEN) Estándares Básicos de competencias Matemáticas, pág. 67.

Se presentan dificultades en el paso del pensamiento numérico al pensamiento variacional y las alternativas para su tratamiento, centrando la atención de este trabajo en la generalización de estrategias para potencializar el pensamiento variacional desde una didáctica pensada para el grado quinto primaria desde el tema de proporcionalidad.

En la transición de este pensamiento se presentan diversas dificultades, a causa de las falsas concepciones que se producen errores en los procesos relativos aritméticos. Enfatizando en las investigaciones sobre el aprendizaje del “**álgebra elemental**”, como es llamado por Mason (1985) se aborda algunos de esos errores, que no permiten reconocer lo común en lo particular.

Kieran (1992) la discriminación entre las diferentes formas en las cuales las letras son usadas en el álgebra, pueden presentar dificultades a los estudiantes. Kuchemann (1981) categorizar los seis niveles de interpretación de letras, de acuerdo al mínimo nivel requerido para una ejecución exitosa.

Estas son algunas de las de las dificultades usuales cuando se está abordando el pensamiento variacional y el pensamiento numérico en su etapa inicial desde la aritmética, la relación que existe en la comprensión del número, su representación y los sistemas numéricos, las cuales son consideradas en el diseño y análisis del presente trabajo, al desarrollar estrategias vivenciales para potencializar el pensamiento variacional en la Educación Básica Primaria.

#### **5.6. Actividades para desarrollar el pensamiento variacional y numérico en los estudiantes.**

Para el desarrollo del pensamiento variacional- numérico en los estudiantes del grado quinto primaria, la cual hace referencia a los procesos cognitivos, que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas.

Las actividades que facilitan la construcción del conocimiento y que tipo de situaciones del entorno cultivan el interés por el aprendizaje, logrando que los estudiantes interactúen con su entorno y socialice sus procesos aritméticos, comprendiendo los números y cómo utilizarlos, manipularlos e interpretar en el mundo que los rodea.

#### **5.7. Desarrollo del Pensamiento Variacional-Numérico.**

Existen diferentes autores los cuales expresan la importancia del desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, para potencializar los procesos de interpretación, comprensión y entendimiento de fenómenos relacionados con su entorno.

Según esto y relacionando la exposición de varios autores García (1999) señala que la educación matemática debe estar encaminada al reconocimiento de los procesos de cambio y variación de los fenómenos que rodea al estudiante en su entorno, por ende, es importante trabajar en un buen desarrollo del pensamiento variacional desde las diferentes propuestas curriculares.

Se ha determinado que es de gran importancia desarrollar en los estudiantes pensamiento variacional y propone que el objetivo es desligar de la educación la enseñanza de contenidos matemáticas sin sentido, más bien se debe potencializar en los estudiantes el dominio en el campo conceptual, para que el estudiante puede modelar las situaciones problemas que rodean su entorno, relacionado con la variación o el cambio.

Dentro de este gran concepto encontramos otros que se despliegan como lo son: magnitudes, razón, proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa; desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en 1998, se propone el desarrollo del pensamiento variacional desde las situaciones presentadas en el entorno del educando, así representando los diversos procesos de interpretación y comprensión, utilizando a su vez símbolos o gráficos para su desarrollo y obtención de una respuesta correcta.

Una de las dificultades que se ha encontrado en la interpretación de los lineamientos curriculares respecto al “pensamiento Variacional”, es que no es muy claro de entender, ya que puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta

reproducir un pensamiento más reflexivo e indagador que pueda no solo resolver sin analizar y sistemáticas una serie de operaciones trabajadas a partir de una fórmula.

### **5.8. Didáctica para el desarrollo del pensamiento variacional-Numérico.**

El objetivo principal para potencializar el pensamiento variacional en los estudiantes del grado de quinto primaria es que aprenda métodos y procesos que sean de utilidad para la aplicación en las situaciones dadas.

Un maestro debe saber cómo generar estrategias que le permitan potencializar el pensamiento Variacional. Para ello investigaciones como la de Godino, Ake, Gonzalo & Wilhelmi, (2012), establecen que:

*La formación del maestro debe contemplar la comunicación y construcción de nociones, procesos y significados algebraicos, descubriendo su función central en la actividad matemática. Solo así serán los maestros capaces de desarrollar el razonamiento algebraico a lo largo de los distintos niveles.*

En este nivel los estudiantes deben tener conocimiento de algunas características del razonamiento algebraico que hace parte del desarrollo del pensamiento variacional como lo son: los patrones o regularidades, el uso de símbolos, las variables y las funciones (se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados).

Según los autores Aké, Godino, & Gonzalo (2012), quienes proponen una distinción para los niveles de razonamiento algebraicos, para la educación primaria, clasificándolos en cuatro grupos definiendo cada uno en su nivel de razonamiento algebraico; caracterizando el “sentido algebraico”, tratándose de las capacidades del sujeto para:

- Usar de manera sistemática símbolos para expresar cantidades indeterminadas y generalizaciones.
- Reconocer y aplicar propiedades estructurales de los sistemas matemáticos, particularmente propiedades de las operaciones y relaciones.
- Reconocer patrones, regularidades y funcione.
- Modelizar situaciones matemáticas o del mundo real con expresiones simbólico-literales y operar de manera sintáctica (siguiendo reglas) con ellas, para obtener una respuesta interpretable en la situación dada. (p46)

De lo anterior se puede concluir que al desarrollar diferentes didácticas para que el estudiante mantenga su atención en el aula de clase, destacando los problemas diversos que se le presentan con distintos niveles de dificultad, permitiendo que el niño vaya a su ritmo de trabajo y logrando que estudiantes con una alta de comprensión, puedan explicar de manera más fácil a sus compañeros; llevándolos a potencializar sus habilidades matemáticas para mejorar la modelación de nuevos métodos numéricos y la creación de problemas o la matematización de una situación de la vida real, así desarrollando su pensamiento Variacional- Numérico.

## **5.9. El enfoque de resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento variacional-Numérico.**

En los lineamientos curriculares en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional MEN (1998), se propone el desarrollo del pensamiento variacional a partir de situaciones problema en los diferentes contextos del entorno, considerando la Heurística que se considera como el conjunto de estrategias y métodos empleados para resolver problemas razón por la cual a lo largo de la historia se haya brindado gran importancia al estudio de dichos métodos.

Según Pappus de Alejandría (S: III –IV) en su obra Colección Matemática hace reflexiones respecto a los procesos de razonamiento que pueden conllevar a la solución de una situación problema. Más adelante Bernardo Bolzano (181-1848), da aportes sobre las reglas a seguir dentro de una investigación.

En 1888 John Dewey, plantea un modelo para la resolución de problemas que consta de 6 fases:

1. Identificación de la situación problema
2. Definición precisa del problema
3. Análisis medio – fines. Plan de solución
4. Ejecución del plan
5. Asunción de las consecuencias
6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

Asimismo, Graham Wallas (1858 – 1932) en su obra *The Art of Thought* (1926) propone y describe un modelo para la resolución de problemas de cuatro pasos:

1. Preparación

2. Incubación
3. Iluminación
4. Verificación

Pero George Polya (1887-1985) en su libro “how to solve it”, afirma que “trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular “las operaciones típicamente útiles” en este proceso”. El aseguraba que la persona (estudiante) bajo la correcta asesoría de otro (el maestro), puede hacer sus propias técnicas de resolución de problemas que considere efectivas, dejando ver que los maestros que deseen que sus estudiantes sepan resolver problemas, deben hacerlos interesantes y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica, en aras de lograr una plena asimilación de las técnicas para la asimilación de estas.

Para que el niño logre desarrollar un problema debe tener claro:

Entender el problema

Configurar un plan de solución

Ejecutar dicho plan

Mirar hacia atrás para obtener una solución.

Finalmente, se puede afirmar que el niño aprende a través de la imitación y de la continua práctica, teniendo en cuenta y recomendando a los docentes que a la hora de realizar la formulación de un problema para darle solución un niño, se debe trabajar con palabras comprensibles para ellos, llevándolo a un lenguaje matemático que el niño entienda en su nivel.



## **6. Marco conceptual**

### **6.1. Proporcionalidad**

Una proporción aparece en general bajo la forma de igualdad entre dos fracciones. En consecuencia, el producto cruzado de los numeradores y denominadores serán iguales entre sí.

#### **6.2.1. Razón**

Si bien el término de razón no siempre se puede asociar con una fracción, conllevando esto que sea una dificultad para los niños. La importancia de diferenciar que la razón es un par ordenado de cantidades de magnitud, el concepto de razón aparece al hablar de las distintas interpretaciones de las fracciones, siendo la razón comprendida como la comparación entre dos partes, sin embargo, se debe prestar atención al término razón, ya que no siempre es sinónimo de una fracción y allí empiezan algunas dificultades para los estudiantes. Las fracciones en cambio se usan para comparar el mismo tipo de objetos como «tres de cinco partes», lo que se indica con  $\frac{3}{5}$ . Las razones se pueden designar mediante símbolos distintos que las fracciones.

La razón 4 a 16 se puede escribir como  $4:16$ , o  $\frac{4}{16}$ . En una caja de chocolates la razón de los chocolates rellenos a los chocolates que no lo son puede ser  $9:3$ , pero también se puede decir que puede ser  $9:0$ , cuando todos son rellenos.

### **6.2.2. Proporcionalidad Directa**

Dos magnitudes son directamente proporcionales si cumplen las siguientes condiciones:

- Al aumentar una de las magnitudes, la otra también aumenta, y al disminuir una de ellas, la otra también disminuye.
- El cociente entre las medidas correspondientes de ambas magnitudes es siempre igual.

### **6.2.3. Proporcionalidad Inversa**

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si cumplen las siguientes condiciones:

- Al aumentar una de las magnitudes, la otra disminuye, y al disminuir una de ellas, la otra aumenta.
- El producto entre las medidas correspondientes de ambas magnitudes es siempre igual.

### **6.2.4. Representación**

La relación entre dos magnitudes directamente proporcionales se puede representar en el plano cartesiano y su gráfica es una línea recta.

La relación entre dos magnitudes inversamente proporcionales se puede representar en el plano cartesiano y su gráfica es una línea curva.

## **6.3. Estrategia Didáctica**

Nuestros saberes y prácticas, es necesaria una estrategia didáctica vivencia, como objetos de reconstrucción tienen la necesidad de ser facilitadas hacia el aprendizaje autónomo de los

estudiantes, y a través de un conjunto de principios de actuación comunes, de mejorar las estrategias didácticas y, lograr una mayor implicación entre los profesores y estudiantes. Además, la estrategia de intervención mediante la reconstrucción gráfica y vivencia es un proceso distintivo de lo tradicional, caracterizado por el contexto peculiar, que conforman los participantes y sus metas, así como del pensamiento simbólico, que contribuye a la reconstrucción de contenidos desde un enfoque crítico.

#### **6.4. Situación Problema (resolución de problemas)**

Para lograr la resolución de situaciones problema, Schoenfeld afirma que la formulación de conjeturas deberá ser una acción fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas y no únicamente limitar la acción matemática a hacer ejercicios. En este sentido, para enseñar matemáticas es brindarle al estudiante la oportunidad de hacer matemáticas desde él, en su contexto real, y desde las situaciones que para él sean problemas. Sin embargo, para que exista el problema es indispensable que la persona asuma un posicionamiento de la situación, es decir, acepte el reto y se dé a la tarea de buscar posibles soluciones. En concordancia con lo anterior y teniendo en cuenta que el pensamiento matemático se caracteriza por la actividad de resolución de problemas, resulta coherente enseñar matemáticas apoyándonos en el conocimiento informal de los estudiantes y sus estrategias heurísticas, reglas o técnicas muy generales que le permiten al estudiante avanzar en el proceso de resolución de problemas, para verificar la validez o no de sus conjeturas en situaciones reales y construir así desde situaciones reales concretas los conceptos matemáticos.

""Es importante acercar el conocimiento a la vida cotidiana, comprender que los principios básicos de la ciencia nos rodean por doquier, integrar el conocimiento a la vida. " Además de que estas "experiencias sensibles" ponen a los niños y jóvenes en contacto directo con la realidad y permiten desarrollar habilidades y destrezas manuales y experimentales desde temprana edad, condición necesaria para lograr un verdadero desarrollo tecnológico". Al realizar las experiencias e intentar su interpretación, los niños y jóvenes ponen en acción sus conceptos, tejen su propia red de relaciones conceptuales y se inician en la discusión. Es cada vez más urgente educar hombres con pensamiento independiente y capacidad crítica, hombres capaces de pensar por sí mismos y de disentir respetuosa y constructivamente.

## **7. MARCO CONTEXTUAL**

El presente trabajo se llevará a cabo en el Colegio La Presentación de Bucaramanga en el departamento de Santander - Colombia. A continuación, se hará una breve descripción de la ubicación del colegio, así como del colegio La Presentación de Bucaramanga y del grupo con el cual se llevará a cabo el presente.

### **7.1. COLEGIO LA PRESENTACION BUCARAMANGA**

#### **Ubicación:**

Calle 56 No. 33-38 Bucaramanga

### **7.1.1. Reseña histórica**

El combate de Peralonso en diciembre de 1899, cuando Rafael Uribe Uribe quería tomarse a Bucaramanga y es rechazado por el General Vicente Villamizar, y la segunda, la batalla de Palonegro, en mayo de 1901. En el transcurso de este evento, las Hermanas de la Presentación acuden a los hospitales para atender la emergencia y necesariamente tienen que suspender actividades académicas. Posterior a este hecho, el Colegio de La Presentación inicia el siglo con paso firme y su crecimiento se hace notorio tanto en número de alumnas como su calidad académica, entregando a la sociedad de entonces generaciones llenas de valores y virtudes, acontecimiento que permanece intacto como objetivo fundamental hasta el día de hoy. La cabeza de la Iglesia en Colombia estaba en manos de Monseñor Bernardo Restrepo Restrepo, y es él quien propicia la venida a Colombia de los Hermanos de las Escuelas Cristianas y a quienes hoy reconocemos plenamente por sus cualidades académicas, docentes y sus grandes aportes a la enseñanza.

Todo este movimiento educativo trae consigo la imposición de teorías sobre la forma de instruir a los educandos y es así cómo se difunde un sistema educativo de estilo europeo, mediante un modelo de formación integral sobre las tradiciones y todo lo que esto conlleva, las cuales se sostienen hasta mediados de los años cincuenta, momento en el que se gira el esquema hacia la tecnificación para dar respuesta a la necesidad industrial creciente, dando una forma sistemática de educación con programas muy bien planeados para el logro de objetivos definidos previamente en términos funcionales, dando al alumno una dimensión de receptor pasivo. En 1948 se da el gran paso a la educación superior con la creación de la Universidad Industrial de Santander.

### 7.1.2. Misión y Visión

#### Misión

El colegio de La Presentación de Bucaramanga es una comunidad educativa, dirigida por las Hermanas de la Caridad Dominicanas de La Presentación de la Santísima Virgen, y orientada por los principios pedagógicos de Marie Poussepin. Realiza su misión evangelizadora a través de la formación integral, el desarrollo de las áreas del saber, en proceso personalizado, investigativo, social y ecológico; que busca la verdad y el sentido de la vida. Perfila estudiantes de bien, con alta calidad de servicio, competentes, responsables, comprometidos con la sociedad en la respuesta al momento, abiertos a la pluriculturalidad y proyectados hacia el cambio en la justicia y la paz.

#### Visión

Hacia el año 2020, el Colegio de La Presentación de Bucaramanga, se consolida como referente de calidad educativa nacional e internacional en forma integral personalizada y coeducativa, a través de su propuesta pedagógica, el liderazgo evangélico, la promoción de la solidaridad, la promoción de la solidaridad, el trabajo y la democratización del conocimiento. En procura de afianzar la identidad de las personas según las dinámicas curriculares de: sociedad del conocimiento, nuevas tecnologías de la información y la comunicación, interdisciplinariedad y diálogo multicultural.

### **7.1.3. Características del PEI**

El proyecto educativo institucional, según la ley de educación 115, es el marco de referencia en el cual se articulan el nivel de superestructura, estructura e infraestructura con las áreas básicas de gestión, académica, comunitaria y financiera, a fin de que coordinadas y direccionadas en torno a la misión, objetivos, metas y estrategias se gestionan los planes, programas, proyectos y actividades que construyen la oferta educativa, la cualifican y la proyectan.

Además de las exigencias de ley, el proyecto educativo recoge las tendencias formativas universalmente válidas, pertinentes al contexto sociocultural del colegio y a las necesidades psicoevolutivas de los estudiantes y las estudiantes: hace acopio de la experiencia educativa de la iglesia católica, y, sobre todo, se apropia de la tradición y carisma educativo de la Presentación

En su proceso de actualización participan todas las instancias que conforman la comunidad educativa, de acuerdo con las funciones que les atañen, los procesos que lideran y las responsabilidades que les competen.

### **7.1.4. Perspectiva del área de matemáticas**

**ÁMBITO CONCEPTUAL:** El modelo pedagógico sustentado en los supuestos o ejes de “FORMACIÓN INTEGRAL HUMANA” se construye en la acción pedagógica docente, explícitamente en la interrelación enseñanza “aprendizaje, docente” dicente, sujeto - cultura. La propuesta se centra en el sujeto histórico capaz de entender la realidad, comprenderse a sí mismo en relación con los otros, transformar la historia y la cultura

hacia posibilidades de relación humana más satisfactorias y significativas, es decir: construirse comprensivamente dándole significatividad a su propia vida en todas las dimensiones. En cuanto modelo, la propuesta de la institución sirve, como marco de referencia en permanente construcción para la práctica docente, en tanto generadora de relaciones intersubjetivas: “componente interaccional”; en cuanto se construye el conocimiento, según el estatus de cada área: “componente epistémico”; e integra a los sujetos en la propia comprensión de sí mismos y del sentido de su vida: “componente psicológico”; con miras a que construyan significatividad, trascienden la realidad transformándola y cuiden la naturaleza: “componente bio trascendental”. Es decir, el modelo pedagógico del Colegio de la Presentación de Bucaramanga es una propuesta antropológica, personalista, una alternativa epistemológica multidisciplinar, que en contexto sociocultural de identidad humana se experimenta “como construcción permanente de identidad y trascendencia”.

#### **7.1.5. Modelo Pedagógico de Formación Integral Humana**

En tanto Pedagógico el modelo institucional emerge y se consolida en las interrelaciones de los sujetos, motivadas hacia el aprendizaje integral, como: “construcción de sí mismo, elaboración de nuevos conocimientos, prácticas culturales centradas en valores, normas, tradiciones y, dinámica transformadora de la historia”. Ahora bien, cuando se habla de formación, “categoría de gran significatividad”, se recurre a la tradición que ésta tiene en la cultura de occidente y, que a juicio de Hans Gadamer es uno de los mayores aportes de la historia de la cultura a la riqueza universal humana, pues está vinculada a la construcción de los



sujetos en tanto capaces de auto decidir el propio sentido de la vida de manera autónoma, responsable y dando cuenta de las propias decisiones. Además, la formación del “espíritu” “recoge la tradición occidental griega que ve en la persona humana al sujeto capaz de llegar a las más altas expresiones de sensibilidad, solidaridad, compromiso, juicio ético, científicidad y capacidad de comprometerse políticamente con el bien común. Quiere decir lo anterior que la formación del “espíritu humano” comprende todas las dimensiones del sujeto: “entendimiento o cognición, sensibilidad o afecto, decisión y/o libertad comprometida y vivencia en la cívicas o el bien común. Por consiguiente, la formación integral humana por la cual propende la Institución se orienta a la construcción de “códigos de civilidad”, o de estructuras humanas de bien común en cuanto: respeto del otro, respeto por la naturaleza y trascendencia.

## **8. Metodología**

El presente trabajo es la investigación es de corte mixto (cuantitativo y cualitativo) con carácter interpretativo y analista, puesto que estudia cómo potencializar del pensamiento Variacional y en el pensamiento Numérico en los estudiantes del grado quinto primaria del Colegio, aplicando estrategias didácticas para potencializar sus habilidades matemáticas en la resolución de situaciones problema enfocadas en la proporcionalidad, permitiendo investigar e integrar el componente de la práctica pedagógica, relacionando una problemática cotidiana que se experimenta como docente en su quehacer diario.

Al igual teniendo en cuenta lo mencionado por Restrepo (2004):

*Docente que inicia en el ejercicio profesional pedagógico se ve abocado a deconstruir su práctica inicial, en su búsqueda de un saber hacer más acorde con la realidad de las escuelas y colegios, y con las expectativas y problemáticas que los estudiantes experimentan. (p 51)*

De lo anterior, se determina que es relevante el diálogo entre el saber teórico y práctico de un docente, siguiendo lo expuesto por Restrepo (2004) es pensar que la teoría es el punto inicial para un buen quehacer, pero solo a través de la práctica individual se valida la teoría.

### **8.1. Población y muestra.**

Este proyecto se implementa en un grupo de 150 estudiantes de tres quintos distribuidos en grupos de 30 estudiantes, donde se toma una muestra de los tres grupos distribuido en dos grupos de 28 y uno de 25 estudiantes, de los cuales se analizan los resultados presentados en las actividades trabajadas durante los encuentros.

### **8.2. Aspectos Metodológicos**

En la presente investigación se utilizará el enfoque Cuantitativo, *pues* al analizar las dificultades matemáticas con respecto a la resolución de la temática por medio de situaciones problema, tiene como propósito: obtener resultados numéricos, hacer un seguimiento a los estudiantes que permita establecer qué debilidades existen en las bases matemáticas y poder proporcionarles los conocimientos adecuados para su aprendizaje significativo.

Desde los inicios de la educación se busca que los estudiantes construyan el pensamiento variacional y a su vez desarrollen el pensamiento numérico, el propósito para el desarrollo del pensamiento variacional es construir distintos caminos y acercamientos significativos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente, uno de los ejemplos utilizados para este tipo de pensamiento es el crecimiento de una planta durante un tiempo determinado, el cambio de temperatura en un día, el flujo de vehículos y la representación gráfica o de tablas de estas situaciones, siendo esto una dificultad para los niños del grado quinto de primaria, dado que a esta edad les cuesta el proceso de un pensamiento más reflexivo y recíproco, para conseguir o analizar los patrones de secuencia de una situación dada, al igual la comprensión del significado del número que se utiliza en los diferentes contextos, donde la importancia del manejo de operaciones y la comprensión de este en una situación determinada, varía dependiendo de su pregunta contextualizada en una cotidianidad del medio social en el que se encuentra el estudiante.

*Tipo de diseño de investigación:*

El diseño es *experimental, transversal y descriptivo*, dado que se basa en analizar las debilidades y la adquisición de nuevos conceptos de los estudiantes, a la luz de los temas de proporcionalidad directa; con la intención de conocer resultados no alterados; lo cual implica que la investigación y la práctica debe ser lo más objetiva posible.

*Pruebas que se tienen previsto hacer.*

Para este trabajo; las pruebas son de tipo matemático. En base a los resultados de las pruebas, se identificarán esas dificultades y en base a esas dificultades, se plantean hipótesis que para ser confirmadas necesitaran de un periodo de seguimiento a la muestra seleccionada de estudiantes con el fin de poder identificar generalidades.

*Relacionan el enfoque, el diseño y las pruebas con los objetivos del proyecto.*

El objetivo general que se plantea en este proyecto de investigación es la implementación de estrategias vivenciales para potencializar el pensamiento variacional-numérico. Al analizar las dificultades y las conceptualizaciones que presenta un grupo de estudiantes de quinto primaria, con base a esos fundamentos matemáticos endebles; vemos que los objetivos específicos son esos peldaños fundamentales para alcanzar el objetivo general; en cuanto a la relación de los objetivos con el enfoque; por lo general en estudios relacionados con la educación los métodos utilizados son cuantitativos, dado que existen resultados que se pueden expresar con números; así mismo es un diseño no experimental, puesto que se desea conocer la realidad sin hacer alteraciones, lo cual nos lleva al carácter descriptivo de este proyecto. Finalmente, las pruebas matemáticas que se harán (pruebas habituales), serán ese vehículo que permita identificar esos fundamentos matemáticos endebles en el tema de la proporcionalidad para potencializar el pensamiento Variacional.

### **8.3. Desarrollo de la estrategia.**

#### **“LA TRAVESÍA MATEMÁTICA”**

Al diseñar esta propuesta se piensa en el objetivo de fortalecer la conceptualización del tema de proporcionalidad y a su vez potencializar el pensamiento variacional y numérico, impartiendo a los estudiantes actividades lúdicas para motivarlos por el gusto del aprender matemático. Sin embargo, la participación de los estudiantes en el aula de clases es activa para compartir sus éxitos y fracasos, logrando construir los conceptos matemáticos significativos y proporcionando respuestas con su justificación algorítmica.

#### **Proceso**

Antes de iniciar el trabajo con los estudiantes, es necesario orientarlos para fortalecer los procesos matemáticos a través de la ejercitación en casa, por medio del desarrollo de operaciones básicas y situaciones problema que ayudan al desarrollo de habilidades para el pensamiento variacional - numérico.

Estas actividades de refuerzo son bien acogidas por los padres de familia, pues el desarrollo de la estrategia propuesta se debe tener claridad de las operaciones básicas para un buen desempeño en el desarrollo numérico de las situaciones problema de proporcionalidad directa e inversa, teniendo en cuenta el tiempo, el contexto y los gustos de los niños del grado quinto de primaria, se busca la mejor forma para la apropiación de conocimientos y construcción de otros.

La didáctica se desarrollará en 4 fases que se implementará un taller en cada encuentro, con una duración de 2:00 horas o menos. Teniendo en cuenta que estas actividades organizan brevemente una estructura de los conceptos y aplicaciones a trabajar con los estudiantes; en algunas actividades se integran con otras disciplinas del conocimiento.

Así mismo, es necesario recrear un ambiente adecuado, definir el espacio físico, la disponibilidad, accesibilidad y presentación de este material.

Es importante destacar que las situaciones problema y actividades han sido seleccionadas teniendo en cuenta la edad de los estudiantes de quinto primaria, este proyecto se ha dividido en fases para motivar la planificación de Antes del viaje al país de las matemáticas, la travesía y la llegada al país de las matemáticas, para finalmente realizar una evaluación del conocimiento aprendido y dar un soporte de la potencialización del pensamiento variacional-numérico.

### **8.3.1. Estructura de la estrategia.**

Esta propuesta está dividida en cuatro fases:

- Motivación para el inicio del proyecto: En este primer momento se realizarán actividades de cálculo y situaciones problema con los estudiantes del grado quinto primarios, para motivarlos a elaborar unos excelentes procesos operacionales y que se sientan comprometidos con la consecución de los objetivos propuestos por el taller.

Durante el taller de divulgación se les explica el proyecto y se les permite dar sus opiniones o ideas, proponer los espacios y las actividades con las cuales desean participar.

- **Planificación:** Se invita a los estudiantes a tomar una hoja y sus útiles escolares como: regla, lápiz, colores, entre otros.
- **Desarrollo:** Los estudiantes forman equipos de 4 integrantes y deben escoger un monitor, quien dará las respuestas al finalizar cada prueba, para así saber si serán otorgados los puntos de bonificación.

Al finalizar esta primera actividad, se le revisará a cada uno de los grupos las hojas con las operaciones para determinar qué grupo es el ganador y analizar los resultados obtenidos.

Se escoge este tipo de instrumento ya que puede ser utilizado como autoevaluación y como docentes se puede observar las siguientes ventajas:

1. Se obtiene las operaciones de los estudiantes para las respuestas de cada ejercicio a elaborar.
2. Permite visualizar el proceso académico, de actitudes, capacidades y habilidades.

Actitudes que se evidenciaron durante la aplicación de las fases: emoción, frustración, alegría y sorpresa.

Capacidades que se evidenciaron durante la aplicación de las fases:

compañerismo, porque entre ellos se explicaban si alguno no comprendía cómo realizar la actividad y el desarrollo de la capacidad para retener información a largo plazo.

Las habilidades que mejoran: el cálculo mental, la comprensión de lectura de una situación problema, poder realizar cambios de valores sin que se les dificultará y el lenguaje matemático

3. Permite a los estudiantes sistematizar sus aprendizajes.

Se evidencia la sistematización de los aprendizajes en la última fase al ver los resultados obtenidos en mejora, analizar la capacidad de comprensión de una situación planteada de manera escrita y no escrita.

4. Se sensibiliza al estudiante sobre su manera de aprender (metacognición)

Al realizar la primera actividad de la Fase Uno la mayoría de las estudiantes no recordaban cómo realizar las operaciones y cómo analizar el contexto con el tema de proporcionalidad, se realiza una socialización con los estudiantes a quienes se les sensibiliza para que mejoren sus métodos de estudio.

5. Se puede llevar a cabo en diferentes situaciones (individual, grupal, debates, entre otros).

### 8.3.2. Planificación de la travesía matemática

<p>Antes del viaje al país de las matemáticas</p> <p>Taller N° 1</p>	<p>Juego de Casa de Cambio</p> <p>Cada niño va a realizar su diario de aventuras en donde escribirá las operaciones necesarias que utilizará para el desarrollo de cada actividad propuesta por la docente, así obtendrá puntos y podrá pasar a la siguiente actividad, logrando continuar por cada una de esta, para llegar al país</p>
--	--



	de las matemáticas.
La Travesía Taller N°2	<p>Fiesta de dos dimensiones: Organizar la fiesta de las figuras de dos dimensiones. Semejanzas de imágenes.</p> <p>Taller N°2: Se invita a los estudiantes a ver la proyección de figuras geométricas bidimensionales como inicio a la aventura de construir y explorar nuevos conocimientos.</p> <p>Se les solicita materiales que sean manipulables para ellos como: linterna, cartulina, tijeras, entre otros útiles para que ellos puedan construir su propia máquina de proyección y así comenzar una aventura al conocimiento de las matemáticas. Al finalizar la actividad de apropiación del conocimiento, se plantean situaciones problemas a cada grupo de estudiantes.</p>
Desarrollo de la travesía Taller N°3	<p>Encuentra el volumen: se organizan los estudiantes en el aula de clase junto a los materiales solicitados con anterioridad (6 hojas de origami de 10*10 cm), y se proyecta un video en el cual puedan seguir el paso a paso de la construcción del cubo de manera autónoma, y de la misma forma hallar el volumen del cubo construido.</p> <p>Luego se les presenta a los estudiantes un cubo con mayor valor en sus aristas y así se les plantea la situación problema: ¿Cuántos cubos de 10*10 cm necesito para</p>

	<p>llenar este que tiene como medida de arista 100 cm?, dada la situación se reunirán en los grupos ya conformados haciendo el respectivo análisis matemático, para lograr dar una respuesta acertada y justificada a la docente.</p> <p>Finalizando con la variación de medias de las aristas de los cubos pequeños desarrollando el pensamiento variacional y a su vez el pensamiento numérico hallando los volúmenes y la capacidad del cubo mayor.</p> <p>Esta actividad se implementa con los estudiantes para reforzar la conceptualización y aplicación de conceptos aprendidos con anterioridad.</p>
<p>Llegada al país de las matemáticas</p> <p>Taller N°4</p>	<p>Taller N° 4: llegada al país de las Matemáticas.</p> <p>Al finalizar el taller N°4 se encuentra la evaluación.</p>

#### **8.4. Actividad #1. Primera Fase.**

##### PRIMERA FASE: DIAGNÓSTICA

Esta primera fase surge con la necesidad de conocer y caracterizar la actividad matemática en estudiantes del grado quinto primaria en el Colegio, a partir del análisis de procedimientos que utilizan para dar respuesta a situaciones problema en matemáticas, determinando un tema

puntual como lo es la proporcionalidad. Sin contar que dicha caracterización sea el protocolo de un producto terminado, más bien es el inicio de una propuesta estratégica para potencializar el pensamiento Variacional y a su vez el pensamiento Numérico, en todo caso se propone este instrumento para analizar como docente los diversos procedimientos que los estudiantes usan para resolver situaciones determinadas enmarcadas dentro de los pensamientos variacional-numérico, a su vez recogiendo resultados como recurso pedagógico para definir las estrategias o didácticas para que potencien el aprendizaje significativo en ellos.

**Estrategia didáctica:** “Antes el viaje al país de las matemáticas”

### **Prueba diagnóstica**

Las estrategias vivenciales en matemáticas como actividades lúdicas hacen ver el proceso de aprendizaje más agradable para los estudiantes, porque el tabú de las matemáticas es que son incomprensibles haciendo este proceso muy aburrido para ellos, por este motivo se proponen estrategias vivenciales para que el estudiante aprenda de manera más significativa las matemáticas, haciendo que estas sean agradables para los ellos, logrando que desarrollen y potencialicen sus habilidades para dar solución a las diferentes situaciones problema planteadas, logrando el desarrollo de los pensamientos Variacional y Numérico.

Estas estrategias se deben complementar con una serie de actividades y construcciones de conceptos teóricos, que se ocupa el docente y facilita que los estudiantes gocen de las clases de matemáticas, ofreciendo espacios de interacción estudiante-maestro, creando un ambiente reflexivo y crítico.

Para identificar el nivel de comprensión de una situación problema utilizando la proporcionalidad para determinar el desarrollo de habilidades del pensamiento variacional-Numérico en el grado quinto primaria en el Colegio, se propone realizar un diagnóstico a partir de una prueba construida por la docente, para determinar las operaciones y situaciones presentadas que van relacionados con proporcionalidad.

En esta fase de la travesía el estudiante, debe realizar su diario de aventura en donde escribirá las operaciones necesarias que utiliza para el desarrollo o dar solución a cada una de las preguntas realizadas en el juego casa de Cambio para así lograr acumular una serie de puntos y poder ser el ganador de esta actividad.

La prueba se muestra a continuación:

## **TALLER N° 1**

### **CASA DE CAMBIO**

Se realizará esta actividad en equipos de 4 integrantes haciendo uso de la casa de cambio, junto con su orden de juego siguiendo las pautas establecidas por la docente.

Cada equipo escogerá un líder, quien recogerá el dinero, de tal forma que pueda realizar los cambios estipulados en tiempos determinados.

**Idea inicial.**

Una casa de cambio es una organización o centro que permite a los clientes cambiar una divisa por otra. Las casas de cambio son instituciones financieras dedicadas a la compraventa de divisas de diferentes países y que puede –o no- estar vinculadas a los grupos financieros.

<b>Divisas</b>	<b>Valor en peso colombiano</b>
EURO	3.632
DÓLAR	3.200
REAL	840
LIBRA ESTERLINA	4.100
BOLÍVAR	319,43
YEN	29,84

1. Para los siguientes casos, compara las cantidades:
  - a. si aculas 25 dólares y 35 Bolívares ¿Cuánto dinero en Colombia tendrías?

---

---

Operación respectiva.

b. ¿Podrías comprar en Colombia un iPhone con un costo de \$1'500'000?

---

---

Operación respectiva.

c. Si ganaras 10 dólares más en total ¿cuánto dinero colombiano sería?

---

---

Operación respectiva.

d. Escribe una relación entre Euros y pesos colombianos.

---

---

Operación respectiva.

2. Después de Lanzar el dado y terminar el juego, ¿Cuánto dinero colombiano acumulo el grupo?

---

---

Operación respectiva.

#### **8.4.1 Instructivo del juego de “casa de cambio”**

El juego de casa de cambio consiste en hacer cambio de billetes de otros países a la moneda colombiana, según la equivalencia que se fija apropiadamente. Cada grupo empieza con cierta cantidad de dinero. Mediante el lanzamiento de un dado por parte de los jugadores en su respectivo turno, van ganando billetes. A medida que acumulan billetes de otros países y, según permita la suerte al lanzar los dados, cuando se acumula la suficiente cantidad de dinero se realiza el cambio de moneda a pesos.

De modo que, al realizar la equivalencia de una moneda a otra quedando establecido el valor de cada moneda nacional e internacional, cada grupo debe determinar en pesos, cuánto dinero tiene en total, así el que tenga más cantidad es el grupo ganador.

Al trabajar este juego, se plantean situaciones que requiere que los estudiantes utilicen la proporcionalidad para hallar los valores determinados, por ejemplo:

Un dólar tiene un costo en la casa de cambio de 3.200 pesos, si al tener el grupo 12 dólares, ¿A cuántos pesos equivalen?, por lo cual los estudiantes deben realizar una proporcionalidad y utilizar el pensamiento numérico para determinar el valor correcto de esta situación.

#### **8.4.2. Descripción general de la experiencia de aula.**

Al inicio los estudiantes no comprendieron el ejercicio, elaboraban conteos con los dedos, no utilizaban la multiplicación y utilizaban la suma secuencial del mismo valor, haciendo el ejercicio más complicado; pudiendo hallar valores en menor tiempo posible.



Se realiza un stop en el juego dando nuevamente explicaciones de operaciones básicas y recordando que la suma repetitiva de un mismo valor es la multiplicación por la cantidad de veces que se suma, se les entrega nuevamente el taller N° 1 para comenzar la actividad desde cero, se hace una reinducción con una explicación más detallada de lo que debe realizar cada grupo de trabajo, al igual el diálogo con los estudiantes que no desean trabajar, que solo ven y no participan, se utiliza una nueva forma de componer los grupo de trabajo para que así no haya la queja de los integrantes y puedan ser armonioso el desarrollo de la actividad, se les sugiere que cada grupo escoja un líder, llevar los utensilios necesarios para poder realizar las operaciones, que lean y comprendan lo que se les solicita en cada pregunta y lanzar el dado bien.

El juego de casa de cambio consiste en hacer cambios de moneda como lo estipula la misma casa, la equivalencia fija de cada moneda. Cada grupo comienza con una base de dinero para luego realizar el cambio, determinando un proceso algorítmico que los mismos estudiantes descubren para transformar la moneda y a través del juego pueda reforzar las operaciones básicas, posteriormente; se envía talleres de refuerzo en casa donde ellos aplican lo aprendido.

#### **8.4.3. Objetivos de la actividad**

- Comprendiendo el concepto de la proporcionalidad.
- Evidenciar un mejor razonamiento en la lógica de procesos algorítmicos para obtener resultados.
- Potencializar el desarrollo del pensamiento variacional al realizar los respectivos cambios de moneda.

- Se potencializa el desarrollo del pensamiento Numérico al realizar la comprensión del valor numérico para cada una de las operaciones básicas respectivas.

#### 8.4.4. Dificultades

- Algunos estudiantes se les dificulta la comprensión del cambio de moneda.
- Algunos estudiantes se les dificulta las operaciones básicas con números decimales
- En el taller de refuerzo se evidencia el uso de calculadora y la falta de colaboración de los padres de familia en hacer acompañamiento a sus hijos.
- Se evidencia en el taller en casa la falta de comprensión de los ejercicios ya que estos fueron explicados de forma mecánica por parte de los padres de familia.

#### 8.4.5. Conclusiones.

Por medio de esta estrategia lúdica se trabaja con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas:

- *“Resuelvo y formulo problemas como estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones”.*
- *Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.*
- *Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.*  
*(Ministerio de Educación Nacional MEN, p82)*

A su vez se puede reconocer la estructura operacional de los estudiantes, la comprensión del concepto y la aplicación de este en una situación problema determinada, teniendo en cuenta la motivación de ellos, para el desarrollo completo de la actividad y la forma cooperativa entre

estudiantes para alcanzar un objetivo en común, así evidenciando en su trabajo el nivel de conocimiento necesario para el desarrollo del pensamiento variacional y Numérico.

### **8.5. Actividad #2. Segunda Fase**

#### **SEGUNDA FASE: APROPIACIÓN DEL TEMA**

En esta segunda fase se implementa para la apropiación del tema, después de realizada la primera fase y ver que algunos de los estudiantes quedaron con dudas sobre el desarrollo de los cambios realizados en el juego, se explica el tema de proporcionalidad en el salón de clases, copiando en el cuaderno las definiciones y haciendo ejercicios prácticos para su comprensión. El propósito de esta actividad es afianzar cada una de las explicaciones dadas por la docente a cargo igualmente cada uno pasa al tablero realizando el ejercicio, justificando el desarrollo de este con operaciones y dando respuesta correcta a cada ejercicio planteado.

#### **Estrategia didáctica: “LA TRAVESÍA”**

##### **Afianzamiento del conocimiento**

En esta actividad se puede reflexionar y observar que las matemáticas no son solo del salón de clases sino también del entorno que nos rodea, ya que los estudiantes utilizaran con apropiación del conocimiento respuestas, justificadas con procesos algorítmicos y llegar a la solución correcta.

Esta estrategia debe construir y afianzar conocimientos que se le han facilitado durante la actividad a aplicar y siempre cuentan., con la motivación por el aprendizaje de las matemáticas, siendo este más agradable para los estudiantes.

En esta parte de las actividades los estudiantes deben traer materiales para construir una máquina de proyección de figuras geométricas.

La prueba se muestra a continuación.

## **TALLER N° 2**

### **FIESTA BIDIMENSIONAL**

### **MAGNITUDES QUE VARÍAN EN FORMA PROPORCIONAL.**

Se realizará esta actividad en equipos ya estipulados en la anterior actividad, junto con su orden de juego siguiendo las pautas establecidas por la docente.

Cada equipo se organizará y su líder recoge las instrucciones de la actividad.

#### **Idea inicial.**

La semejanza de figuras geométricas, decimos que dos figuras que tienen la misma forma aun con diferentes dimensiones se llaman semejantes si sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales.

Figuras a construir:

- Cuadrado

- Rectángulo
- Triángulo
- Pentágono

1. Construyan una máquina según las indicaciones de la docente con los materiales: cartón, tijeras, colores y linterna. Luego contesta las preguntas:

- Mantenga constante la distancia entre la linterna y la pared.
- Acerquen y alejen el cartón que tiene la pequeña abertura de la figura geométrica a la linterna y observen qué sucede con las dimensiones de la figura en la pared. ¿Cuándo la distancia  $D$  entre el cartón y la linterna disminuye, aumentan o disminuyen las dimensiones de la figura geométrica? Y ¿Qué pasa cuando aumenta?


c. Ahora mantengan constante la distancia entre el cartón y la pared (es decir, mantengan constante a  $d$ ) y alejen o acerquen la linterna. Observen qué sucede con las dimensiones de la figura geométrica en la pared. Escriban qué pasa con cada figura geométrica a medida que la distancia entre la linterna y la pared ( $D+d$ ) se hace mayor y que cuando se hace menor.


d. Tomando medidas completas cuando alejas o acercas la linterna la siguiente tabla y relaciona las medidas.						
Figuras geométricas	Medidas					
Cuadrado	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:
Rectángulo	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:
Triángulo	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:	Largo: Ancho: Alto:
Pentágono	Largo: Ancho:	Largo: Ancho:	Largo: Ancho:	Largo: Ancho:	Largo: Ancho:	Largo: Ancho:

	Alto:	Alto:	Alto:	Alto:	Alto:	Alto:
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------

e. Con los anteriores valores halla el perímetro de cada una de las figuras, completando la tabla y plasmando las operaciones.

Figuras geométricas	PERÍMETRO					
Cuadrado						
Rectángulo						
Triángulo						
pentágono						

operaciones
-------------

f. Según lo aprendido en clase y en cada una de las actividades se tiene un cuadrado de medida de 3 cm de lado, halla el área, completa la siguiente tabla y realiza la gráfica, escribiendo si es una proporcionalidad directa o inversa.

Medida del lado	cm	cm	cm	2cm	5cm	8cm	1cm	4cm	7cm
-----------------	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Área									

### 8.5.1. Indicaciones para el desarrollo de la actividad

En esta actividad se propone realizar una máquina de proyección para que los estudiantes analicen y puedan participar activamente en la sección. Tiempo: 2 horas.

Se reúne al grupo de estudiantes para seguir con la travesía matemática, se invita a todos a abordar el barco matemático, cuyo destino será la isla de las figuras geométricas, las aventuras las vivirán a partir del desarrollo de enigmas geométricos.

La observación gira en torno a las figuras geométricas y sus semejanzas a través de la máquina que elaborarán en cartón con diferentes figuras geométricas.

Durante la actividad la docente en su diario registra las actitudes y respuestas más comunes de los estudiantes.

### 8.5.2. Descripción de la experiencia

Al iniciar la actividad los estudiantes deben traer sus materiales para hacer las respectivas construcciones de figuras geométricas para proyectarlas y ver como aumentan o



disminuyen sin cambiar su forma, pero uno de los grupos no trajo la linterna, haciendo que la actividad se parara mientras una padre de familia la conseguía para el trabajo en clase, en esta actividad muy motivados los estudiantes porque ellos debían construir las figuras planteadas, tomaban las medidas de las distancias con el cartabón y escribían estas en la hoja de trabajo, pero en uno de los grupos al realizar el cuadrado sus lados paralelos estaban muy abiertos haciendo que este no fuera un cuadrado sino más bien un trapecio, los estudiantes muy interesados por desarrollar la actividad comentan si pueden agregar esta figura geométrica y ver si con esta nueva se puede realizar lo mismo que con las otras, al realizar las operaciones, surgen algunas dudas las cuales fueron mediadas por la docente a su tiempo, el desarrollo de esta actividad fue mejor que en la de la anterior fase, ya que la participación fue más activa y describieron e interpretaron variaciones representadas en gráficos, representando patrones numéricos con tablas.

### **8.5.3. Objetivos de la actividad**

- analizar y representar en tablas o diagramas de barras los datos obtenidos.
- Realizar operaciones con más agilidad
- Potencializar el pensamiento variacional cuando los estudiantes relacionan, analizan y explican las relaciones de dependencia entre cantidades que varían.
- Usar las diferentes estrategias de cálculo para resolver problemas o situaciones dadas.

### **8.5.4. Dificultades**

- Algunos estudiantes no identifican del contexto, que cálculos realizar
- Se evidencia que en unos pocos aún los cálculos básicos se les dificulta

- Al iniciar la actividad la escucha de los estudiantes se les dificulta para seguir las instrucciones dadas por la docente.

### **8.5.5. Conclusiones**

En esta fase se evidencia la conceptualización del tema de proporcionalidad, teniendo en cuenta que las actividades lúdicas propuestas potencializan los pensamientos Variacional y Numérico, al igual que son construidas desde el currículo del colegio, así cumpliendo con los derechos básicos de Aprendizaje (DBA) planteados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), dado que se puede identificar que los estudiantes resuelven, formulan e identifican en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto y lo razona con los resultados obtenidos, teniendo en cuenta la modelación de situaciones mediante la proporcionalidad directa y el análisis de relaciones de comparación entre las representaciones gráficas y los datos obtenidos; demostrando que la estrategia diseñada y planteada para los estudiantes es acorde para potencializar sus habilidades en el pensamiento variacional y Numérico.

### **8.6. Actividad #3. Fase 3**

#### **FASE TRES: APLICACIÓN**

Esta tercera fase es la continuación de las anteriores fases, donde los estudiantes realizan la aplicación de forma autónoma del aprendizaje y la construcción de sus conceptualizaciones, a partir del análisis de procedimientos que utilizan para dar respuesta a la situación planteada como actividad principal en esta fase.

Es importante como docente tener en cuenta los resultados obtenidos durante la experiencia, recordando que es con base al pensamiento variacional y Numérico, para potencializar habilidades, por medio de nuevas estrategias construidas de forma vivencial.

### **Estrategia didáctica: “Desarrollo de la Travesía”.**

#### **Aplicación de conceptos.**

Permite ver la importancia de la apropiación de conceptos con anterioridad ya que en este momento se realizará la aplicación de estos, por medio de una estrategia vivencial que hace que el estudiante esté motivado durante la aplicación de esta.

Esta estrategia se debe complementar con explicaciones propias de las dudas que surgen al momento del desarrollo de esta, para los estudiantes esta forma de aprendizaje les facilita la conceptualización y comprensión de los temas a trabajar, al igual se puede evidenciar el desarrollo de sus habilidades del pensamiento Variacional y Numérico en el grado de quinto primaria.

La prueba se muestra a continuación:

## **TALLER N° 3**

ENCUENTRA MI VOLUMEN

En esta ocasión los estudiantes trabajaran solos las construcciones de los cubos en origami, para así ver cómo se llena el cubo mayor con estos, luego deben reunirse y mediante esta

conceptualización, aplicaran lo conceptualizado y desarrollado operacionalmente, para dar respuestas concisas y justificadas al taller.

### **Idea principal.**

Dado que la longitud, la profundidad y la altura de un cubo son iguales, se puede acotar que el proceso elevado al cubo de cualquiera de estas medidas será el volumen de cualquier cubo, el volumen es el espacio que ocupa un cuerpo geométrico.

Los estudiantes llevaran 6 hojas de origami de 10x10, para realizar la construcción del cubo con ayuda del siguiente video. <https://www.youtube.com/watch?v=xrIm5AE8xMs>



Figura 2. Cubo de origami (Fuente elaboración: propia)

1. Determina cuántos cubos de se necesitan para llenar la caja de 1m x 1m x 1m.
2. Si suponemos que elaboramos cubos con medidas de 50 cm x 50 cm x 50 cm ¿Cuántos cubos necesitaremos para llenar la caja?, realiza las operaciones necesarias para dar respuesta.

3. Si construimos cubos de 5m de arista. ¿Cuántos necesitaríamos para llenar la caja grande?

4. Completa la tabla y realiza un diagrama que representen las dos magnitudes.

Volumen de cubo pequeño					
Volumen del cubo grande.					

### 8.6.1. Instructivo de la actividad

Además, se trabaja con ellos la parte de volumen y medidas cubicas con la elaboración de un cubo de origami con medidas de 10x10x10, luego se realiza otra parte de esta actividad elaborando cubos más pequeños de 1cm de largo, 1cm de alto y 1 cm ancho, para llenar el cubo más grande así dándoles un aprendizaje más significativo para sus vidas.

En estas actividades anexamos una experimental la cual se trataba de llenar dos tarros de diferentes medidas con arena para que comprendieran que la capacidad va sujeta al volumen.

### 8.6.2. Descripción general de la experiencia

La introducción de esta actividad se produce con las preguntas de los significados de las palabras materia, masa, peso y gravedad; donde se realiza una conceptualización construida por los niños. Ellos desde el área de ciencias naturales trabajaron estas palabras pero matemáticamente no sabían qué significaba, solo tenían una definición memorizada, por lo que realizamos ejercicios orales con estas, uno de ellos fue definir el peso en términos matemáticos y físicos,  $\text{peso} = \text{masa} * \text{gravedad}$ ; ya con esto les preguntaba a los chicos si el peso de una persona sería el mismo en la tierra o en la luna, el 30% del contesto que sí, el 20% no sabía y el 50% dijo que no, entonces a ese 50% les preguntaba por qué no?, una de las justificaciones fue que si en la luna el hombre puede saltar tan alto la gravedad no es la misma que en la tierra, por lo que el peso sería diferente si se aplica el cambio de gravedad.

Fue la mejor respuesta que pudo dar varios de ellos, con este aprendizaje hace que sea más significativo y vean la importancia de las matemáticas implícitamente en la vida cotidiana.

#### **8.7. Actividad #4. FASE 4**

En esta fase se elabora una evaluación escrita donde se califica de forma cuantitativa para analizar los resultados de estos tres grupos trabajados y de la aplicación de las fases 1,2 y 3 en estudiantes del Colegio y las estrategias utilizadas para el aprendizaje de nuevos conceptos, al igual revisar si estas estrategias potencializan las habilidades para el pensamiento variacional y Numérico.

La prueba se muestra a continuación:

# VERIFICACIÓN

## VERIFICACIÓN DE DESEMPEÑO

1. Un tendero se da cuenta de que un paquete de 16 pastillas de chocolate pesa 500 gr. El tendero pregunta: ¿Cuánto pesarán 16, 8, 4, 2, 32,64 pastillas de chocolate? Completa la tabla.

N° pastillas	peso en gramos
16	
8	
4	
2	
32	
64	

2. La ilustración 1, muestra el desplazamiento de un hombre que va por un camino. Cada vez que el hombre avanza en su desplazamiento, recorre una distancia, en tanto que va transcurriendo tiempo. Se han mencionado dos Magnitudes distancia y tiempo. Según esta información se puede afirmar:



Ilustración 1

Figura 3. Ilustración 1. Imagen tomada de: Ministerio de Educación Nacional MEN, 2016.

- a. Mientras más camine, menos tiempo pasa.
- b. Mientras más tiempo pasa, menos camina.
- c. Mientras más camine, más tiempo pasa.
- d. Ninguna de las anteriores.

3. La ilustración 2 muestra una secuencia de cuadrados, que va aumentando de acuerdo con el tamaño del lado.

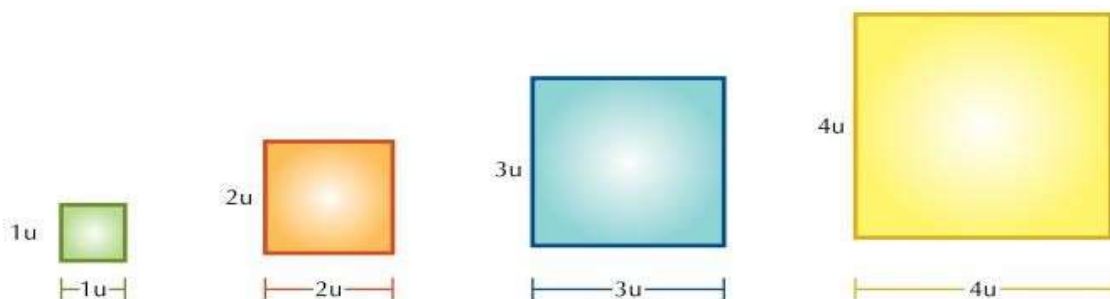


Ilustración 2

Figura 4. Ilustración 2. Imagen tomada de: Ministerio de Educación Nacional MEN, 2017.

Según la información completa la siguiente tabla con el perímetro de cada una de la figura de la ilustración 2.



Longitud del lado (cm)					
perímetro (cm)					

4. Realiza la gráfica de la anterior tabla.

5. Si se determinara la razón en el ejemplo anterior sería correcto afirmar que:

- a. Si se cambia la longitud del lado de un cuadrado el perímetro del mismo cuadrado cambia 6 veces el valor de la longitud del lado.
- b. Si un cuadrado cuyo lado mide 5 cm tiene un perímetro de 25 cm.
- c. la relación de lado y perímetro sería  $12/5$
- d. Si se cambia la longitud de un lado de un cuadrado el perímetro del mismo cuadrado cambia 4 veces el valor de la longitud del lado.

6. En un cajón de limones y uvas están en la proporción  $9/6$ , si la cantidad de limones y uvas es 500, según esto la cantidad de limones y uvas que ha es:

- a. 300 limones y 200 uvas
- b. 400 limones y 100 uvas
- c. 250 limones y 250 uvas
- d. 350 limones y 150 uvas

7. la razón entre los tiros encuestados los tiros realizados por un jugador en un partido de basquetbol son de  $\frac{2}{5}$ . Si lanzo 15 tiros al arco, se podrá decir que encesto:

- a. 4 tiros
- b. 3 tiros
- c. 5 tiros
- d. 6 tiros

### **8.7.1. Instructivo de la evaluación**

La evaluación es un evento que se utiliza para medir el nivel de conocimientos, actitudes y rendimiento de los estudiantes, frente a unas situaciones, para poder analizar y valorar los avances del nivel de conocimiento de cada uno de ellos, al igual analizar los resultados y poder valorar si las estrategias implementadas han sido las apropiadas, para lograr los objetivos planteados al inicio de la investigación.

A cada uno de los estudiantes se le entregará la hoja de evaluación junto a una hoja cuadriculada, para que puedan solucionar en un tiempo determinado.

### **8.7.2. Descripción general de la experiencia de aula.**

Al iniciar la prueba de evaluación de conocimientos algunos de los estudiantes se encontraban nerviosos y no podían comprender los enunciados planteados, realizaban nuevamente conteos con los dedos, procesos algorítmicos de forma incorrecta, tanto así que no tenían en cuenta el tiempo de la prueba que pronto iba a terminar. Mientras que en su mayoría se veía la disposición de realizar la prueba escrita de forma silenciosa y concentrada elaborando los cálculos, teniendo en cuenta que realizaban de forma correcta los algoritmos a utilizar.

### **8.7.3. Objetivos de la actividad**

- La revisión de las pruebas escritas se evidencia que el 85% de los estudiantes aprueban esta y desarrollan las operaciones correctas para obtener los resultados
- Motivar los estudiantes para desarrollar en silencio la prueba escrita.
- Comprendiendo los enunciados y la abstracción de información para el desarrollo.
- Implementando nuevas estrategias para mejorar el proceso operacional

### **8.7.4. Dificultades**

- El no alcanzar los objetivos proyectados en pocos estudiantes.
- Dificultad de operaciones básicas
- La falta de práctica en operaciones
- La falta de análisis de la situación planteada
- El nerviosismo por parte de los estudiantes.

### 8.7.5. Conclusiones de la fase #4

En este momento se puede realizar un análisis significativo para la evaluación y ver el resultado por diagramas o gráficos, basados en los resultados cuantitativos

Tabla de resultados de la fase #4 (Verificación) en los grados de quinto primaria del Colegio.

estudiantes del grado	alto	aceptable	bajo
5°			
5A	21	5	2
5B	13	9	6
5C	16	7	2

Tabla 1. tabla de resultados por niveles y grados.  
Fuente: Creación propia.



Ilustración 5. Representación de datos de la actividad final.  
Fuente: Creación propia.

Como se puede observar según los resultados obtenidos, tenemos un alto rendimiento en los estudiantes tomados como muestra para este proyecto aplicado, observando la viabilidad de las estrategia aplicadas a los estudiante con las diferentes actividades lúdicas potencializando las habilidades de los pensamientos variacional y numérico, si bien aún existe la posibilidad de mejora en el aprendizaje, para el 18% de los estudiantes que potencialicen sus habilidades del pensamiento variacional- numérico y puedan estar en el nivel alto, al igual que el 7% que se encuentra en el nivel bajo, una ayuda para estos niños que se encuentran en el nivel bajo es el constante diálogo con los padres de familia, donde se les evidencia las diferentes formas de explicación y aplicabilidad en los talleres de afianzamiento, quienes muestran un leve grado de preocupación, con comentario como: “Si las matemáticas no fueron para mí, mucho menos para mi hijo”, los cuales fueron remitidos a psicología, para que comprendan el manejo y las diversas formas motivación para que sus hijos mejoren en el aprendizaje de las matemáticas. Cabe señalar que el impacto de las estrategias diseñadas para los estudiantes del grado quinto primaria del Colegio fue positivas y acordes para potencializar las habilidades de los pensamientos Numérico - Variacional.

### **8.8. Fuentes de información.**

Fuente de información serán los talleres desarrollados con cada estudiante en el aula de clase. La observación de la docente del trabajo realizado por los estudiantes, tanto

actitudinales como procedimentales, respondiendo las dudas o preguntas que surjan durante cada encuentro de trabajo en dichos talleres.

## **8.9. Análisis e interpretación de resultados**

Al iniciar la travesía matemática se aplica una prueba diagnóstica vista como un taller o fase #1 donde los resultados no fueron los mejores por esperarse que el trabajo en las clases ha sido con mucho esfuerzo y actividades pedagógicas para un aprendizaje significativo, en dos quintos se obtuvo que el 70% de los estudiantes quienes aprobaron realizando las operaciones correctas e identificando cada uno de los conceptos obtenidos, además por indagación a los estudiantes la mayoría no sabía qué procesos se necesitaban y no identificaban los temas a trabajar, en el tercer quinto se observó que más del 60 % de los estudiantes perdieron la prueba por lo que es una alarma como docente, lo que me hizo reflexionar que el grupo debería trabajar otra metodología para que pudieran comprender mejor los temas y la práctica desde casa de las operaciones básicas, con este grado de quinto se necesitaron más ayudas de parte del colegio y padres de familia; ya que estaban en la época que solo les interesaba tener novio o estar a la moda, los estudiantes que en años anteriores habían sido destacados, en este momento no lo eran y no les interesaba el estudio de ninguna asignatura, por parte del colegio colaborativo por la psicóloga, quien logró que los estudiantes hicieran conciencia del error en el que se encontraban, se citó a los padres de familia dándoles indicaciones de estas edades y la importancia de su presencia en sus vidas, ya que

algunos solo se encontraban con personas ajena a su cargo, gracias a este apoyo se pudo desarrollar de la mejor forma las actividades propuestas para potencializar las habilidades del pensamiento Variacional y Numérico en estos estudiantes, por medio de la estrategia vivencial. Al finalizar este grupo tuvo una gran acogida al método ya que su indisciplina la apatía y la tertulia entre ellos mismos, se mejoró con los juegos y las manualidades.

Tablas de comparación entre los tres quintos en la primera fase de la Travesía Matemática.

estudiantes del grado 5°	alto	aceptable	bajo
5A	1	2	25
5B	12	1	15
5C	10	2	13

Tabla 2.tabla de resultados por niveles y grados, fase inicial.  
Fuente: Creación propia.



Ilustración 6. Representación de datos de la actividad inicial por nivel alto.  
Fuente: Creación propia.



Ilustración 7. Representación de datos de la actividad inicial por nivel aceptable.  
Fuente: Creación propia.





Ilustración 8. Representación de datos de la actividad inicial por nivel alto.  
Fuente: Creación propia.

Al realizar los gráficos de la tabla de datos de la primera fase (datos de entrada de los estudiantes), se observa que el un 61% de los estudiantes les dificulta la comprensión y los algoritmos matemáticos básicos para el desarrollo de una situación problema planteada.

Si miramos el porcentaje del nivel de rendimiento Bajo de los estudiantes del grado de 5A es de un 89% de estudiantes que se encuentran, lo que indica que no se llega a los aprendizajes Básicos planteados por el Ministerio de Educación Nacional, en 5B el porcentaje es de un 54% de estudiantes en el nivel bajo y en 5C un porcentaje del 52% de estudiantes en este nivel.

Dejando ver la necesidad de utilizar nuevas estrategias de aprendizaje y el desarrollo del pensamiento variacional - Numérico, para un mejor desempeño en pruebas que necesiten las habilidades de estos dos pensamientos.



Ilustración 9. Representación de resultados iniciales por grados y niveles.  
Fuente: Creación propia.

Cuando se presenta el gráfico de resultados iniciales, claramente se ve la dificultad en uno de los grados de quinto primaria del Colegio, donde la mayoría de sus estudiantes se encuentra en un nivel bajo, debido a esta necesidad tan marcada, surge la propuesta de este proyecto aplicado para analizar los resultados obtenidos al iniciar y al finalizar.

Ahora bien, se realiza una comparación con los resultados obtenidos al finalizar la estrategia aplicada con los tres grupos (fase #4 Verificación).

	alto	aceptable	bajo
5A	21	5	2
5B	13	9	6
5C	16	7	2

Tabla 3. tabla de resultados por niveles y grados, de la fase final  
Fuente: Creación propia.

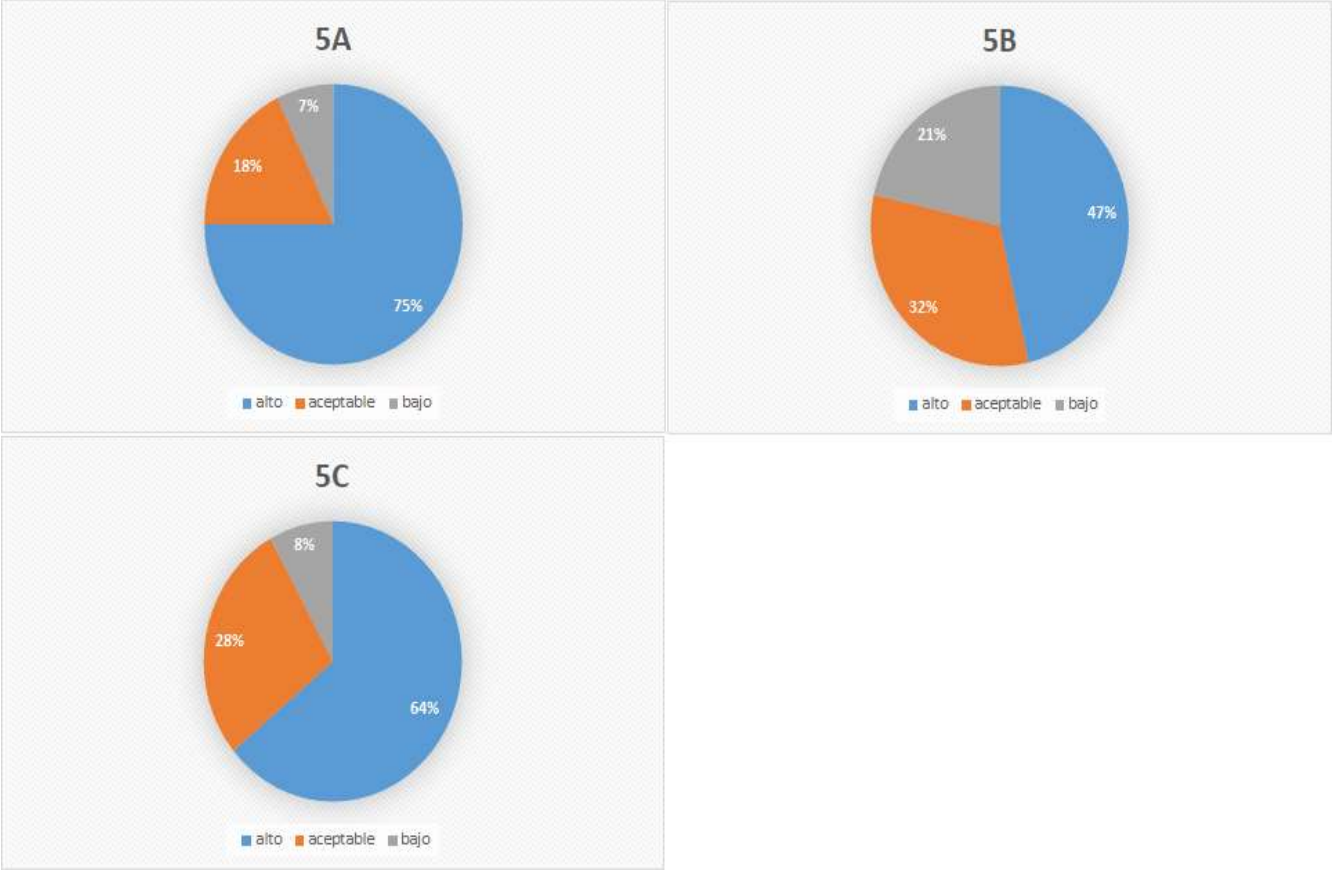


Ilustración 10. Representación de datos de la actividad inicial por niveles y grados.  
Fuente: Creación propia.

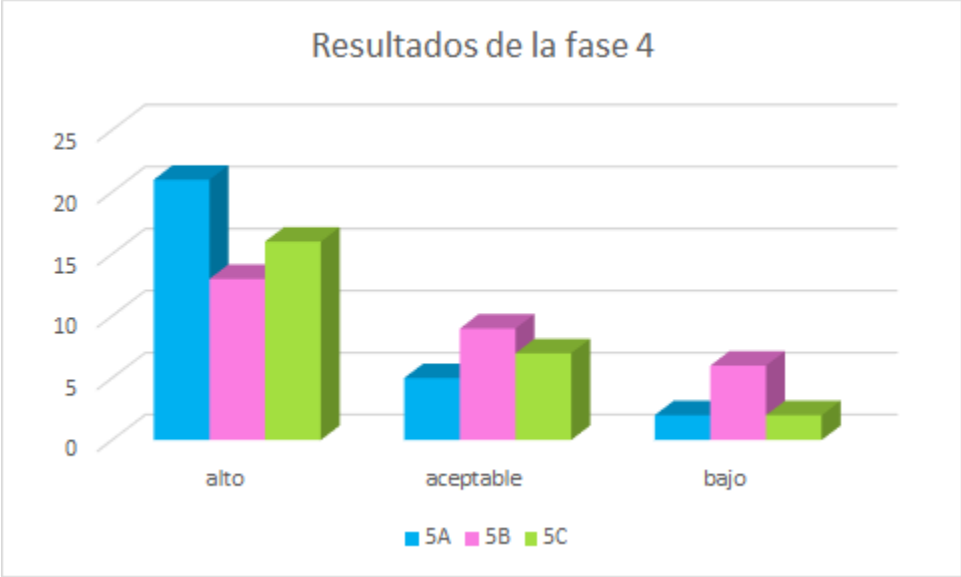


Ilustración 11. Representación de datos de la actividad final por niveles y grados.  
Fuente: Creación propia.

Se observa que el nivel de bajo se mitiga haciendo que los otros dos niveles aumenten, para tener una buena práctica pedagógica y evidenciar que con la estrategia pedagógica se logra potencializar las habilidades del pensamiento variacional y Numérico, para obtener mejores resultados por los estudiantes de estas edades en el grado de quinto primaria del Colegio.

Comparación de la gráfica de resultados Fase 1 y Fase 4.

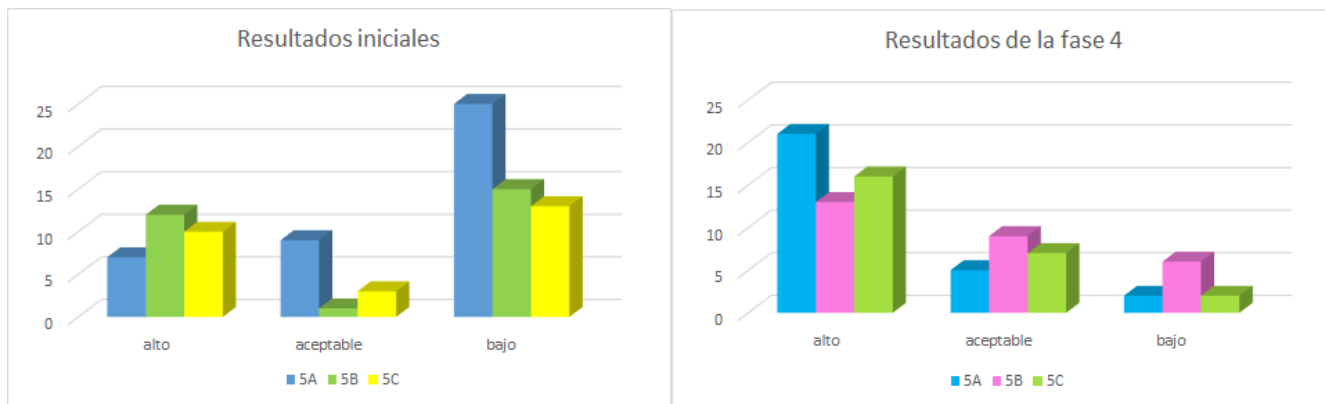


Ilustración 12. Comparación de resultados de la actividad inicial y la final.  
Fuente: Creación propia.

Al analizar los resultados obtenidos en la primera fase y comparar con la última fase, se puede evidenciar que el nivel de desempeño bajo disminuyó de forma significativa haciendo que estos estudiantes que se encontraban en este nivel se distribuyeran en los otros dos, al igual hubo un aumento significativo en el nivel alto por parte del grado de 5A, que era el grupo con más niños en el nivel bajo.

## 9. Conclusiones

Al determinar una prueba inicial (diagnóstico) como una actividad o juego para los estudiantes, se puede tener un mejor resultado de una realidad latente en todos los estudiantes de primaria, la cual puede ser que ellos solo están estudiando para el momento de la evaluación, haciendo que el aprendizaje sea momentáneo, mas no duradero, por esto se pudo observar en el momento de la práctica pedagógica que muchos no sabían las tablas de multiplicar, sumas repetitivas, no se acordaban cómo dividir por dos cifras y los conteos los realizaban con los dedos de las manos de él mismo y con ayuda del compañero, terminando de esta forma sumas de grandes cantidades. Al obtener los resultados de sus conocimientos básicos con base al desarrollo de la primera fase y la no comprensión de la situación planteada, dio un resultado negativo, quedando claro que el desarrollo de su pensamiento numérico y variacional era inferior al promedio de un estudiante del grado de quinto primaria, gracias a esto se ve la necesidad de implementar una nueva estrategia de construcción de conocimientos, la cual fue aprobada en su momento para la Rectora del Colegio, demostrando que es importante que estos estudiantes comprendan la importancia del significado del número y reevalúen su proceso de metacognición, para lograr que puedan comprender, razonar, evaluar y reflexionar de procesos algorítmicos concretos para el desarrollo de situaciones de su cotidianidad en los estratos cuatro y cinco, como la primera fase se relaciona con un evento de su vida cotidiana porque los padres de estos estudiantes realizan divisas para sus familiares que se encuentran en otro países o reciben divisas por sus tíos, abuelos, entre otros; por lo tanto no era una situación ajena a su realidad, si bien estos estudiantes realizan compras online de accesorios, juegos, etc., en dólares o Euros, se puede decir que deben hacer el cambio

de moneda para saber el valor en pesos Colombianos de su pedido y poder pedirle a sus padres el pago de esta compra, la importancia de esta práctica es analizar los resultados y la influencia que hace para la potencialización del pensamiento Numérico- Variacional; que es notoria al comparar los resultados iniciales con los resultados finales, donde el mismo estudiante comprende la importancia del número, identifica y desarrolla procesos algorítmicos de manera correcta para dar solución a una situación planteada o dada, mientras que por otro lado identifica, describe, relaciona e interpreta las variaciones representadas en los gráficos que relaciona los patrones numérico con tablas y reglas en las diversas situaciones sociales, económicas y de ciencias Naturales. Como conclusión de la práctica pedagógica se cumple con el objetivo principal de implementar diferentes estrategias que desarrollen el pensamiento variacional y numérico en los estudiantes de quinto primaria, al igual respondiendo concretamente a la pregunta planteada cuando se implementan las estrategias vivenciales logrando una mejor percepción de los conceptos.

## **10. Recomendaciones**

En consecuencia de las actividades implementadas con los estudiantes del grado quinto de matemáticas del Colegio, se describe y analizan para dar algunas recomendaciones a los docentes.

Con relación a los estudiantes.

- Se observan las limitaciones generales para solucionar problemas relacionados con el pensamiento variacional-numérico a tal punto que el 23% no acierta a la solución correcta del problema aplicado.

- Solo en 77% de los estudiantes aciertan en la solución apropiada de la situación

- Las insuficiencias que poseen los estudiantes tienen al momento de dar solución a un problema donde implica variación y cambio.

De acuerdo a lo anterior con los resultados del diagnóstico se puede concluir:

- Los estudiantes no identifican patrones de cambio con operaciones de suma y división, incluso cuando la situación se presenta con figuras.

- Presentan dificultades alcanzar la solución de situaciones problema.

Teniendo en cuenta con base a los resultados de la presente estrategia vivencial, se presentan las siguientes recomendaciones:

- Desarrollar actividades para el mismo grado en las demás áreas del saber, donde el estudiante utilice operaciones básicas, para el desarrollo del pensamiento variacional-numérico, tenga más rapidez y productividad en su aplicación sino para que el estudiante vaya adquiriendo gradualmente las competencias necesarias con la minimización de la ansiedad.

- El docente de matemáticas debe identificar y caracterizar a sus estudiantes, dado que todos no tienen el mismo ritmo de aprendizaje y deben reforzar en sus casas lo conceptos aprendidos

- El docente de matemáticas debe mantener un constante diálogo con los padres de familia de los estudiantes que presenten mayor dificultad en las actividades desarrolladas.
- Al iniciar la clase debe tener a los estudiantes en silencio para que ellos puedan comprender las indicaciones y el objetivo de la clase a trabajar.
- El docente de matemáticas debe estar atento a responder de manera asertiva las dudas o los inconvenientes que presenten los estudiantes a la hora de estar desarrollando la actividad.
- Para la aplicación de la estrategia el docente debe preparar con anterioridad el material con el fin que al desarrollar esta en la clase no tenga inconvenientes de improvisación.

## **11. Referencias**

Anderson W. (2005). Comparison of student performances in cooperative learning and traditional lecture-based biochemistry classes.

*Bonwell C. & Eison J. (1991). Active Learning: Creating Excitement in the Classroom.*

Buzan, T. & Barry (1996). El Libro de los Mapas Mentales, España: Ediciones Urano, S.A.



Bohórquez, A. (2015). Memorias segundo encuentro distrital de educación Matemática.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Encontrado en:

<https://es.scribd.com/document/319618424/Memorias-segundo-encuentro-distrital-de-educacion-matematica>

Camacho, G. (2016). Estrategia didáctica para el fortalecimiento del proceso lector en estudiantes de quinto de primaria. Universidad Cooperativa de Colombia, Bucaramanga - Santander.

Chocarro, A. (2017). La proporcionalidad en el mundo. Universidad de la Rioja.

Díaz, F. (2002). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación constructivista, México: McGraw Hill.

Ellis, Ottaway, Varner, Becker, y Moore (1997). Emoción, motivación y comprensión del texto: la detección de contradicciones en los pasajes. *Revista de psicología experimental: general*, 126 (2), 131-146.

Iriarte, A. & Sierra, I. (2003) Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos, Sistema de Universidades estatales del Caribe Colombiano-Sue Caribe.

Fundamentos para profesores de matemáticas encontradas en:

[http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1\\_Fundamentos.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf)

Gómez, O. (2015). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado Noveno. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá –Colombia.

González, J. (2017). La resignificación de la proporcionalidad directa e inversa para docentes de la básica primaria, desde una mirada etnomatemática. Universidad de Medellín. Medellín - Colombia. En centrado en:

<http://funes.uniandes.edu.co/11383/1/Gonz%C3%A1lez2017La.pdf?cv=1>

Guacaneme, E. (2002). Una mirada al tratamiento de la proporcionalidad en textos escolares de Matemáticas. Revista EMA, 2002, vol. 7, N° 1, 3-42. Encontrado en:

[http://funes.uniandes.edu.co/1146/1/80\\_Guacaneme2002Una\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1146/1/80_Guacaneme2002Una_RevEMA.pdf)

Guacaneme, E. (2008). Interpretaciones de las definiciones de razón y proporción. IX Coloquio Regional de Matemáticas, Universidad de Nariño, marzo 6 al 8 de 2008. Encontrado en:

[https://www.academia.edu/5503565/Interpretaciones\\_de\\_las\\_definiciones\\_de\\_raz%C3%B3n\\_y\\_proporci%C3%B3n](https://www.academia.edu/5503565/Interpretaciones_de_las_definiciones_de_raz%C3%B3n_y_proporci%C3%B3n)

Hernández M., (2013). Ejemplo del planteamiento del problema. Encontrado en:  
<https://es.scribd.com/document/315016976/Ejemplo-de-Planteamiento-Del-Problema?cv=1>

Romberg, T. (1992), “Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas” (en inglés). En: Philip W. Jackson (ed.), Handbook of research on curriculum: A project of the American Educational Research Association. Macmillan. New York.

Jaramillo, L. (2012). La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático. Universidad Nacional de Colombia. Medellín- Colombia.

Kember D. & Leung D., (2005). The influence of active learning experience on the development of graduate capabilities

Kurfiss, J. (1988): “Critical thinking: theory, research, practice and possibilities”, Ashe Eric higher Education report n° 2, Association for the study of higher Education, Washington.

Mendoza, H. (2017). Estrategias didácticas dirigidas a la enseñanza de la matemática en el subsistema de educación Básica. Universidad de Carabobo. Valencia - Barcelona.

MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado en:  
[https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)

Monereo, C. (1990) Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. *Infancia y Aprendizaje*, 50, pp. 3-25.

Motta, J. (2017). La proporcionalidad en la solución de problemas de medición, variación y aleatoriedad. Universidad de Colombia. Manizales - Caldas, Colombia.

Morín, A. (2013) Pilares del desarrollo en estudiantes de cuarto y quinto grado. Recuperado en: <https://www.understood.org/es-mx/learning-attention-issues/signs-symptoms/developmental-milestones/developmental-milestones-for-typical-fourth-and-fifth-graders>

Paladines, D. (2018). Desarrollo del pensamiento variacional en Básica primaria-Universidad Nacional de Colombia. Manizales-Colombia.

Pimienta, J. (2005). Metodología Constructivista. Guía para la planeación docente. México: Editorial Pearson.

*Prince M. (2004). Does Active Learning Work? A Review of the Research.*

Rivera, E. (2012). Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: Generalización de patrones. Universidad del Valle. Santiago de Cali. Colombia.

Sánchez, L. F. (2013). Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: Generalización de patrones numéricos. Universidad del Valle-Cali-Colombia.

Salemi, M. (2002) “An illustrated case for active learning”, se publicó the southern economic journal, vol. 68, N° 3, pp. 721 – 731.

Steen, L. (1988) “The science of patterns,” Science. Vol. 240 (29 April, 1988), 611-61617.

Thaman, R. (2013). Promoting active learning in respiratory physiology.

Tirado, A. (2006). Plan de área de Matemáticas, Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo. Se encuentra en: <https://www.slideshare.net/JORGE145/12002?cv=1>

Torres, A. (1998). La sistematización de experiencias educativas: Reflexiones sobre una práctica reciente. Ponencia presentada al Congreso Iberoamericano. La Habana, Cuba. Recuperado en: [http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab13\\_04art.pdf](http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab13_04art.pdf)

Woolfolk, A. (1999). Psicología Educativa, México: Editorial Pearson

Vásquez, F. (2008), La experiencia pedagógica: un espacio de reflexión. Utp. Facultad de ciencias de la educación. Colombia. Recuperado en:

<http://www.utp.edu.co/educacion/raton/antes/Miraton8/articulos/experiencia.pdf>

Vásquez, F. (2010), Estrategias de enseñanza: investigaciones sobre didáctica en instituciones educativas de la ciudad de parto. Universidad de la Salle. Bogotá D. C. Recuperado en:

<http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/fce-unisalle/20170117011106/Estrategias.pdf>

Villarreal, J. (2013). Matemática Educativa 13 Encuentro Colombiano Ecme. Encontrado en:

<https://es.scribd.com/doc/294974027/Matematica-Educativa-13-Encuentro-Colombiano-Ecme>