O ENTRELAÇAMENTO DOS PENSAMENTOS MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL NA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

The Intertwining of Mathematical and Computational Thinking in a Problem Solving

Allan José

Sérgio Carrazedo Dantas

Resumo

Este artigo apresenta um estudo baseado em uma dissertação defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, cujo objetivo foi investigar os vestígios do pensamento matemático e do pensamento computacional na resolução de problemas. A pesquisa está ancorada na noção de pensamento matemático de Dreyfus (2002) através de uma série de processos mentais: representar, generalizar, visualizar, classificar, analisar, conjecturar, induzir, formalizar e abstrair. Já a noção de pensamento computacional se baseia em Brackmann (2017) em quatro ações não-hierárquicas: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e produção de algoritmos. Para a pesquisa ocorreu a análise de resoluções de um enunciado em um curso à distância sobre o software GeoGebra. Constatou-se a existência de um entrelaçamento do pensamento matemático e computacional, em que um transcursa a partir do outro, não sendo necessariamente iguais. Entender os processos mentais existentes nesse entrelaçamento pode contribuir em uma melhor identificação de problemas oriundos do cotidiano.

Palavras-chave: Pensamento Matemático; Pensamento Computacional; Resolução de Problemas; GeoGebra.

Abstract

This article presents a study based on a dissertation defended in a Graduate Program in Mathematics Education, whose objective was to investigate the traces of mathematical thinking and of computational thinking in problem solving. The research is anchored in Dreyfus's notion of mathematical thinking (2002) through a series of mental processes: representing, generalizing, visualizing, classifying, analyzing, conjecturing, inducing, formalizing and abstracting. The notion of computational thinking is exposed by Brackmann (2017) in four non-hierarchical actions: decomposition, pattern recognition, abstraction and algorithm production. For the research, there was the analysis of resolutions of an utterance in a distance course on the GeoGebra software. It was found the existence of an intertwining of mathematical and computational thinking, in which one proceeds from the other, not necessarily being equal. Understanding the mental processes existing in this intertwining can contribute to a better identification of problems arising from everyday life.

Keywords: Mathematical Thinking; Computational Thinking; Problem solving; GeoGebra.

Introdução

A forma como se aprende atualmente não é a mesma de décadas atrás. Aprender na atualidade exige muito mais do que somente ler, escrever, interpretar ou repetir. As habilidades intrínsecas ao processo de aprendizado contemporâneo abarcam elementos que extrapolam a visão de “um ensina, outro aprende”.

As tecnologias digitais integraram o nosso cotidiano, exigindo e aperfeiçoando uma extensa gama de habilidades que contemplam as mais diversas áreas do conhecimento. Ainda não há um consenso de quais seriam especificamente estas habilidades, porém é inegável a relação destas com a esfera computacional.

Uma habilidade fundamental para o pleno exercício da dignidade e cidadania no século XXI é a capacidade de solucionar problemas. Para tanto, esta aptidão é um dos objetivos centrais das espécies de

Pensamentos Matemático e Computacional, focos desta pesquisa.

Assim, as seções a seguir pautam as noções teóricas do Pensamento Matemático e Pensamento Computacional apresentadas por pesquisadores da área da Educação Matemática e da Computação, o percurso metodológico da pesquisa, um recorte dos dados produzidos, e a análise dos resultados com enfoque no entrelaçamento dos pensamentos evidenciado na conclusão.

Das Noções do Pensamento Matemático

Dreyfus (2002) descreve que a noção de Pensamento Matemático pode ser compreendida via uma série de processos mentais, quais sejam: representação, generalização, visualização e outros; isto com o intuito de classificar, analisar, conjecturar, induzir, formalizar ou abstrair.

A representação, para Dreyfus (2002), está alinhada na compreensão matemática do objeto. Assim, uma adequada compreensão implica em uma ampla representação de exemplos, conceitos, contraexemplos, operações, aplicações, derivações, dentre outros.

O ato de compreender está diretamente relacionado ao de pensar ou raciocinar, e, consequentemente, ao de representar. A representação mental está diretamente relacionada com a imaginação. Uma pessoa pode representar de forma diversa de outra, não há garantias de que os alunos representam da mesma forma que o professor.

A generalização é descrita por Dreyfus (2002) como um pré-requisito da abstração. Ela propicia ao ser pensante uma expansão no processo de identificar aspectos comuns, trazendo argumentos para serem utilizados em outros exemplos, muitas vezes agrupando situações relevantes.

A visualização ocorre a partir do ato de mentalizar imagens, esquemas, fatos, ou elementos que não estavam à vista anteriormente. Se a representação é vinculada ao ato de imaginar, a visualização detém uma relação mais abrangente, aliada à criatividade.

A classificação se manifesta pela ação de distribuir elementos em classes ou grupos de acordo com um sistema determinado pelo usuário. Esta divisão detém o objetivo de auxiliar no entendimento de um problema. A identificação de caminhos para a solução pode ser facilitada pelo ato de classificar.

Já a ação de analisar é derivada de uma procura, a qual demanda maior atenção, mais cautela. Polya (2006) argumenta que o processo de análise na busca do estabelecimento de um plano na resolução de um determinado problema ocorre, dentre outras etapas, na tentativa de identificação de problemas correlatos, sendo estes com semelhança total ou parcial.

Por conseguinte, a ação de conjecturar está relacionada à propositura de suposições que realizam uma estruturação mental para originar, de fato, um caminho. Muitas vezes, durante a resolução de problemas o ato de conjecturar propicia o surgimento de hipóteses. A conjectura pode decorrer a partir de meios ou métodos específicos de resolução atribuídos pelo usuário.

O processo de induzir é obtido via a condução total ou parcial da situação para se obter(em) resposta(s) experimental(ais). A indução pode decorrer da utilização do raciocínio lógico e igualdades implícitas à resolução.

O ato de formalizar ou a formalização ocorre pela criação de regras, modelos, ou procedimentos padronizados, os quais podem estabelecer projetos sequenciais e sistemáticos. Durante a resolução de problemas, é possível formalizar a adoção de símbolos que identificam elementos e acabam por facilitar a esquematização e execução do plano para a resolução.

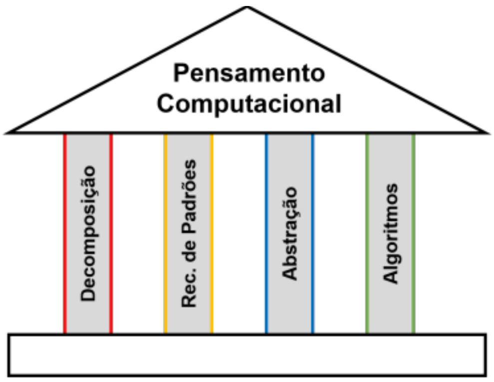
Já a abstração está relacionada ao processo de extrair aquilo que seja importante de forma total ou momentânea. A abstração pode contribuir diretamente para a fidelização de um caminho para a resolução, pois após a retirada de elementos desnecessários ocorrem maiores chances de o sujeito conseguir manipular dados, condicionantes ou incógnitas não percebidos anteriormente.

Das Noções do Pensamento Computacional

Para Barcelos e Silveira (2012), o Pensamento Computacional (PC) estabelece uma forma de *organização de pensamento*, isto desenvolvendo e sistematizando (de forma voluntária ou involuntária) importantes habilidades para a vida, tais como: decompor problemas, pensar recursivamente, realizar o reconhecimento de padrões, perceber regularidades/irregularidades, abstrair elementos, generalizar processos, desenvolver estratégias algorítmicas, construir modelos explicativos e representativos, utilizar elementos de áreas além da Computação, articular símbolos e códigos, dentre outras.

Desta forma, a noção do PC pode ser descrita a partir de quatro ações não-hierárquicas de acordo com Brackmann (2017), são elas: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e produção de algoritmos. O autor afirma que esses são pilares fundamentais ao PC, conforme a imagem abaixo:

Figura 1 - Os Quatro Pilares do Pensamento Computacional

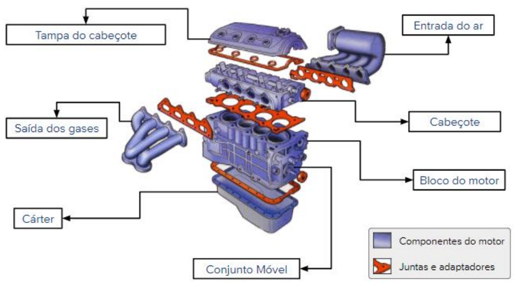


Fonte: (BRACKMANN, 2017, p. 33)

A decomposição compreende a um processo que não é utilizado apenas no PC, ela também pode ocorrer durante a resolução de qualquer problema. Decompor algo em partes contribui significativamente em uma melhor visualização dos elementos do problema, além de facilitar no estabelecimento de um plano de resolução.

A título exemplificativo, vejamos as partes e componentes de um motor de combustão de quatro tempos:

Figura 2 - Motor de combustão de quatro tempos decomposto



Fonte: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Principais-partes-de-um-motor_fig1_335988002

A análise de um problema em um motor se torna extremamente dificultosa caso ocorra de forma geral, sem vislumbrar os componentes e suas devidas funções. E, ao utilizar a decomposição, o cenário é outro, a identificação de um defeito poderá ocorrer com maior facilidade e eficiência.

O reconhecimento de padrões abrange identificar semelhanças entre a totalidade ou partes do problema – podendo ser oriundas da decomposição – com outras já anteriormente experimentadas pelo sujeito.

Esta atitude de comparar e utilizar as experiências anteriores integra o PC por estar envolta no âmbito das habilidades fundamentais de qualquer pessoa. Identificar padrões faz parte da natureza humana, o ato de comparar está presente de forma consciente – e também muitas vezes inconsciente – em nossos pensamentos. Similaridades podem contribuir positivamente durante a resolução de problemas, visto que ao se deparar com algo complexo em que existem particularidades já anteriormente enfrentadas, o encontro da solução poderá fluir mais facilmente.

Por exemplo, ao analisar diferentes espécies de gatos é possível atribuir características semelhantes e distintas, vejamos a imagem abaixo:

Figura 3 - Gatos em fila

Fonte: https://www.purina.pt/gatos/ter-um-novo-gato/questionario-se-fosse-um-gato-qual-seria

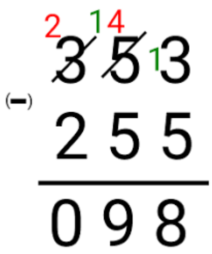
Pelo PC é possível avaliar as similaridades (padrões) e ao se deparar com novos eventos em que estas características se repetem, o usuário poderá mobilizá-las para propor a estratégia de ação. Isto como ao visualizar a imagem de um leão, ou fantasiar uma criança desenhando bigodes nas bochechas, pintando a ponta do nariz, colocando orelhinhas de formato triangular na parte superior da cabeça; reconhece-se, assim, os padrões existentes na família dos felinos.

Em sequência, ao utilizar a abstração o sujeito pondera a relevância dos elementos em sua análise e afasta aqueles considerados irrelevantes, mesmo que esta separação seja momentânea. Desta forma, é possível obter uma melhor compreensão do problema.

Logo, a aplicação do ato de abstrair abrange uma filtragem dos elementos disponíveis, retirando as informações desnecessárias e focando apenas naquelas que contribuem para a resolução. É uma forma de classificação que facilita ao sujeito se concentrar e auxilia na busca de soluções.

A abstração está presente na essência humana, desde a infância somos provocados a desenvolver este processo. Alunos possivelmente realizam a abstração nas operações básicas com números naturais, assim como na subtração disposta abaixo:

Figura 4 - Subtração por empréstimo



Fonte: https://matematicabasica.net/subtracao/

Ao visualizar pela primeira vez a subtração pelo método de “empréstimo” o aluno pode não compreender a proposta de que é preciso focar em cada classe numérica em ordem crescente – unidades, dezenas, centenas, em sequência – abstraindo as demais para não ocasionar confusão. Esta abstração decorre de forma progressiva, isto até o aluno ser capaz de resolver subtrações com mais classes no minuendo e subtraendo.

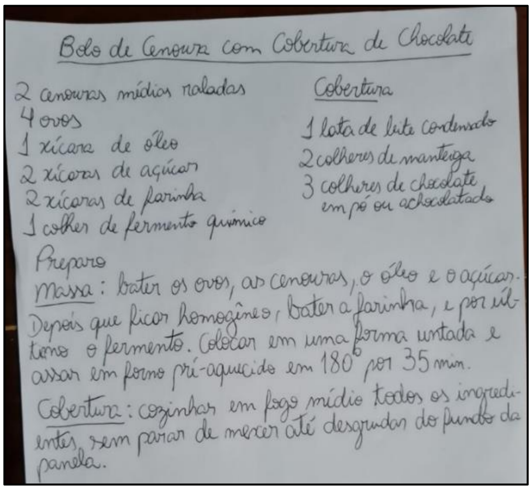
Já a produção de algoritmo abrange o processo de codificação, produção de um plano, estipulação de estratégias, ou criação de um roteiro para a resolução de problemas. O PC não ocorre na máquina, e, sim, na mente do usuário; logo, a linguagem algorítmica abarca um conjunto de regras definidas por códigos (d)escritos em qualquer área.

Brackmann (2017, p. 40) aduz que “em um algoritmo, as instruções são descritas e ordenadas para que o seu objetivo seja atingido e podem ser escritas em formato de diagramas ou pseudocódigo (linguagem humana), para depois serem escritos códigos em uma linguagem de programação.”

Desta forma, a produção de algoritmos compreende um conjunto de regras a serem seguidas para a resolução de problemas, sistematiza métodos, fórmulas, elementos, opções, limites; tudo de maneira sequencial para determinada finalidade.

A produção de algoritmos está presente, por exemplo, na elaboração de uma receita culinária para preparar um bolo, a qual possui etapas e ingredientes descritos de forma sequencial para a obtenção do resultado almejado. Abaixo a “receita secreta” de bolo de cenoura com cobertura de chocolate do primeiro autor:

Figura 5 - Receita de Bolo de Cenoura com Cobertura de Chocolate


Bolo de Cenoura com Cobertura de Chocolate

2 cenouras médias raladas
4 ovos
1 xícara de óleo
2 xícaras de açúcar
2 xícaras de farinha
1 colher de fermento químico

Cobertura
1 lata de leite condensado
2 colheres de manteiga
3 colheres de chocolate em pó ou achocolatado

Preparo
Massa: bater os ovos, as cenouras, o óleo e o açúcar. Depois que ficar homogêneo, bater a farinha, e por último o fermento. Colocar em uma forma untada e assar em forno pré-aquecido em 180° por 35 min.
Cobertura: cozinhar em fogo médio todos os ingredientes sem parar de mexer até desgrudar do fundo da panela.

Fonte: Autor

Neste sentido, a produção de algoritmos provoca uma automatização da resolução do problema, criando uma ordem sequencial de etapas. Estas podem abarcar livremente os processos de decomposição, reconhecimento de padrões e/ou abstração. O algoritmo é o mapa final que se extrai da resolução, isto com o intuito de ser aplicado em situações futuras que o demandem.

Do Percurso Metodológico

Desde as conversas iniciais sobre esta pesquisa, a ideia permeava na investigação dos vestígios que evidenciassem manifestações dos Pensamentos Matemático e Computacional. Para tanto, pautou-se, em hipótese, que a melhor forma seria vislumbrar esta investigação na prática através de resoluções reais.

Assim, o procedimento metodológico foi realizado por meio de uma pesquisa de cunho qualitativo interpretativo com intuito de investigar os vestígios de Pensamento Matemático e de Pensamento Computacional nas Resoluções de um Enunciado proposto em um curso à distância.

O curso é voltado para capacitar usuários acerca do software GeoGebra em seus aspectos técnicos e fomentar reflexões sobre seu uso em situações de ensino e aprendizagem. Os participantes postam suas respostas criando tópicos na plataforma em um fórum de discussão. Além disso, ocorre um processo interativo entre os usuários, tanto com professores, como com os outros cursistas.

O método de análise ocorreu nos seguintes critérios: a) compreender quais as etapas e ferramentas desenvolvidas pelo cursista para apresentar a sua resolução; b) investigar os vestígios de Pensamento Matemático e/ou Pensamento Computacional presentes no intercurso da resolução; c) avaliar os resíduos de enunciação elencados a critério dos autores que justificam tais vestígios.

Esta análise considerou a perspectiva metodológica no que Lins (2002) nomeou como *leitura plausível*[1]. Frisa-se que ocorreu apenas uma inspiração nesta perspectiva, visto que a análise não coaduna diretamente com todos os preceitos trazidos por Lins (2012).

Abaixo, na integra, apresenta-se o Enunciado:

[1] Lins (2012, p. 23) diz que a *leitura plausível* é "Plausível porque 'faz sentido', 'é aceitável neste contexto', 'parece ser que é assim' […] se aplica de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado."

Figura 6 - Enunciado

A multiplicação de matrizes permite codificar mensagens. Para tanto, cria-se uma numeração das letras do alfabeto, como na tabela abaixo. (O símbolo * corresponde a um espaço).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Como exemplo, suponha que a mensagem a ser transferida seja FUVEST, e que as matrizes codificadora e decodificadora sejam $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, respectivamente. A matriz em que se escreve a mensagem é $M=\begin{pmatrix}F & U & V\\ E & S & T\end{pmatrix}$, que numericamente, corresponde a $M=\begin{pmatrix}6 & 21 & 22\\ 5 & 19 & 20\end{pmatrix}$. Para fazer a codificação da mensagem, é feito o produto das matrizes

$$N=A\cdot M=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6 & 21 & 22\\ 5 & 19 & 20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}28 & 101 & 106\\ 11 & 40 & 42\end{pmatrix}$$

O destinatário, para decifrar a mensagem, deve fazer o produto da matriz decodificadora com a matriz codificada recebida:

$$M=B\cdot N=\begin{pmatrix}6 & 21 & 22\\ 5 & 19 & 20\end{pmatrix}$$

a) Se a matriz codificadora é $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, e a mensagem a ser transmitida é ESCOLA, qual é a mensagem codificada que o destinatário recebe?

b) Se a matriz codificadora é $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, e o destinatário recebe a matriz codificada $N=\begin{pmatrix}33 & 9 & 8 & 48\\ 47 & 13 & 9 & 75\end{pmatrix}$, qual foi a mensagem enviada?

c) Nem toda matriz A é uma matriz eficaz para enviar mensagens. Por exemplo, se $A=\begin{pmatrix}2 & -7\\ 4 & -14\end{pmatrix}$, encontre 4 sequências de 4 letras que as respectivas matrizes codificadas sejam sempre iguais a $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

Fonte: http://www.ogeogebra.com.br/

No total foram postadas 12 resoluções de cursistas para este enunciado. A seguir serão apresentadas duas delas selecionadas por evidenciarem com maior intensidade os vestígios do Pensamento Matemático e Computacional. A título de segurança e idoneidade foi preservada a identificação dos cursistas atribuindo nomes fictícios.

Da Análise da Cursista Karina

Karina apresentou três arquivos contemplando a resolução de cada item ("a", "b" e "c") do Enunciado. Abaixo a resolução dela do item "a":

Figura 7 - Resíduo de Enunciação Karina – Solução ao Enunciado item "a"

Cálculo Simbólico (CAS)

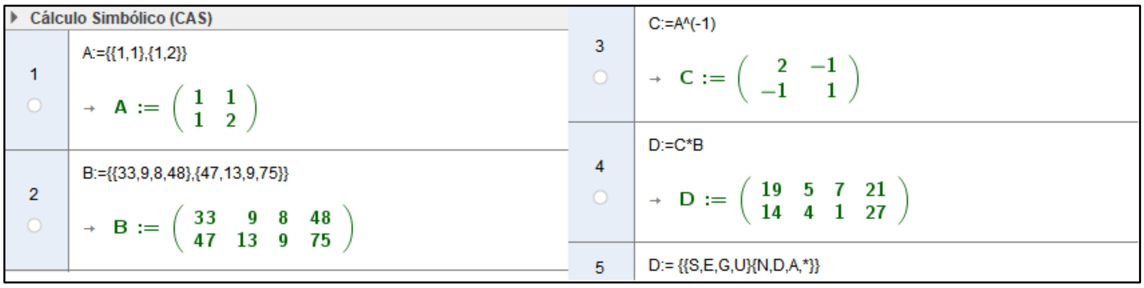
1	A:={{1,1},{1,2}} → $A := \begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$
2	B:={{5,19,3},{15,12,1}} → $B := \begin{pmatrix}5 & 19 & 3\\ 15 & 12 & 1\end{pmatrix}$
3	C:=A*B → $C := \begin{pmatrix}20 & 31 & 4\\ 35 & 43 & 5\end{pmatrix}$

Fonte: http://www.ogeogebra.com.br/

Referente às modalidades de pensamento, a resolução compreende vestígios: do ato de representar (Pensamento Matemático) – pela utilização dos símbolos "B" e "C" para representarem as matrizes a ser codificada "M" e codificada "N" respectivamente; abstração (Pensamento Matemático e Computacional) – pela inutilização dos símbolos "M" e "N" expressos no enunciado; decomposição (Pensamento Computacional) – pelo planejamento da resolução na seguinte ordem: introdução das matrizes "A" e "M" (chamada de "B"), realização da multiplicação das matrizes "A" e "M" (chamada de "B") resultando na matriz "N" (chamada de "C"); e, produção de algoritmo (Pensamento Computacional) – pela inserção do algoritmo "C:=A*B" na linha 3 para realizar a multiplicação das matrizes codificadora "A" e a ser codificada "M" (chamada de "B") para encontrar a matriz codificada "N" (chamada de "C").

Perante o item "b", a cursista produziu a seguinte resolução:

Figura 8 - Resíduo de Enunciação Karina – Solução ao Enunciado item “b”

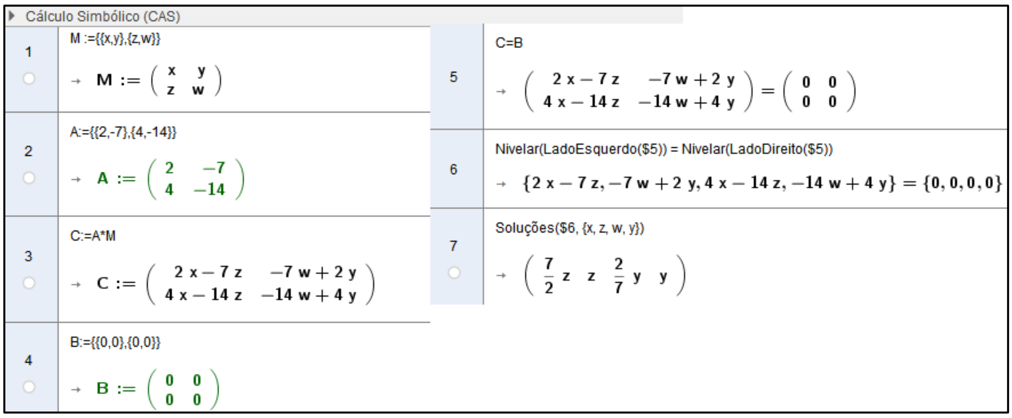


Fonte: http://www.ogeogebra.com.br/

Referente às modalidades de pensamento, a resolução compreende vestígios: do ato de representar (Pensamento Matemático) – pela utilização dos símbolos “B”, “C” e “D” para representarem as matrizes a ser decodificada “N”, decodificadora “B” e decodificada “M” respectivamente; abstração (Pensamento Matemático e Computacional) – pelo afastamento dos símbolos “B”, “M” e “N” expressos no enunciado, ante a irrelevância perante a obtenção da solução; visualizar (Pensamento Matemático) – pela inserção do comando descrito na linha 5, visto que este é o modo de inserção de matrizes no GeoGebra e a cursista inseriu na tentativa de visualizar uma matriz com linhas “S E G U” e “N D A *” respectivamente; decomposição (Pensamento Computacional) – pelo planejamento da resolução na seguinte ordem: introdução das matrizes “A” e “N” (chamada de “B”), realização da matriz inversa de “A” (chamada de “C”), multiplicação da matriz inversa de “A” e “N” (chamada de “B”) resultando na matriz “M” (chamada de “D”), e aplicação da tabela de numeração das letras expressa no enunciado; e, produção de algoritmo (Pensamento Computacional) – pela inserção dos algoritmos: “C:=A^-1” na linhas 3 para encontrar a matriz decodificadora, “D:=C*B” na linha 4 para encontrar a matriz decodificada, e “D:={{S,E,G,U}{N,D,A,*}}” na linha 5 para indicar a mensagem “SEGUNDA*”.

Relativo ao item “c” do Enunciado, a cursista produziu a seguinte resolução:

Figura 9 - Resíduo de Enunciação Karina – Solução ao Enunciado item “c”



Fonte: http://www.ogeogebra.com.br/

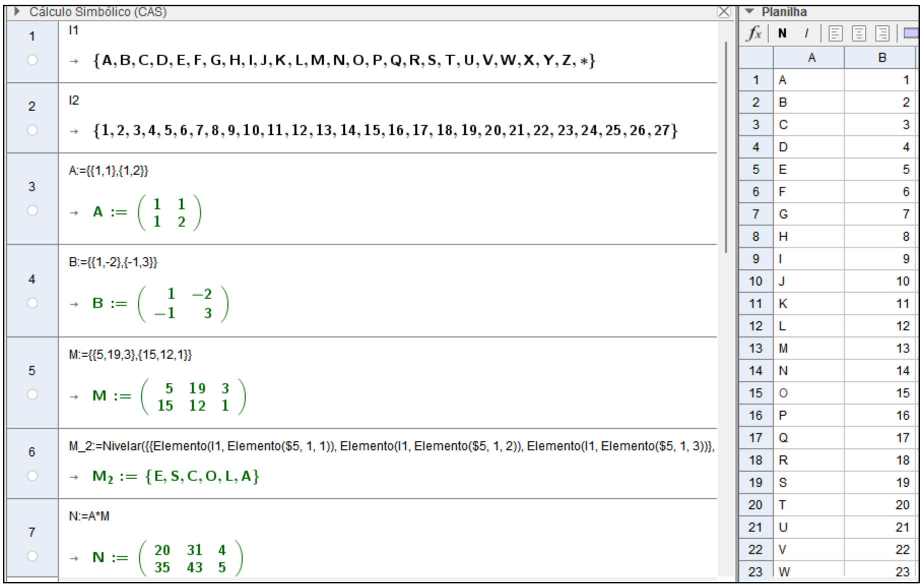
Referente às modalidades de pensamento, a resolução compreende vestígios: do ato de representar (Pensamento Matemático) – pela introdução das incógnitas na linha 1 para representar os elementos da matriz a ser codificada “M”, do símbolo “C” para a multiplicação entre as matrizes “A” e “M”, do símbolo “B” para a matriz nula de ordem 2, e da linha 7 para a solução do enunciado; generalizar

(Pensamento Matemático) – pela aplicação de uma matriz genérica através de incógnitas na linha 1, isto a ser referenciada para outros casos semelhantes a fim de encontrar a matriz a ser codificada “M”; abstração (Pensamento Matemático e Computacional) – pela desconsideração em utilizar o símbolo “N” expresso no enunciado, por não ser relevante na propositura da solução; decomposição (Pensamento Computacional) – pelo planejamento da resolução da seguinte forma: introdução da matriz genérica e da matriz codificadora “A”, multiplicação das matrizes “A” e “M”, igualdade do produto obtido com a matriz nula, e estabelecimento da solução; e, produção de algoritmo (Pensamento Computacional) – pela inserção dos algoritmos “C:=A*M” e “C=B” nas linhas 3 e 5 respectivamente.

Da Análise da Resolução do Cursista Carlos

Carlos apresentou sua resolução a partir de um arquivo, isto contendo a resolução para os itens “a” e “b” do enunciado 14. Quanto ao item “c”, o cursista solicitou ajuda aos colegas em sua postagem e não demonstrou uma resolução. Abaixo a primeira parte de sua construção referente ao item “a” do enunciado.

Figura 10 - Resíduo de Enunciação Carlos – Solução ao Enunciado item “a”

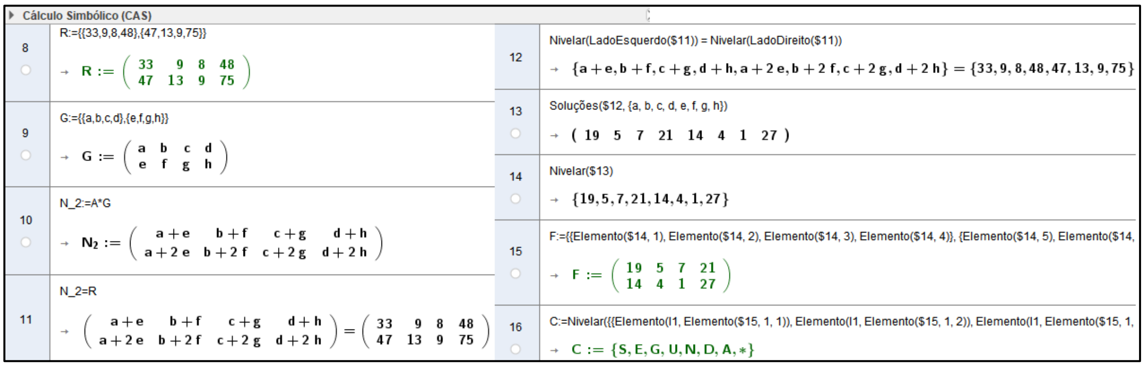


Fonte: http://www.ogeogebra.com.br/

Referente às modalidades de pensamento, a resolução compreende vestígios do ato de visualizar (Pensamento Matemático) – pela inserção da planilha da relação entre as letras e números e da disposição do comando da linha 6 para possível conferência da mensagem “ESCOLA” com os números expressos na planilha; classificar (Pensamento Matemático) – pela inserção das listas “l1” e “l2”; e, reconhecimento de padrões – (Pensamento Computacional) – pela utilização sequencial da ferramenta “Elemento” várias vezes na linha 6, revelando um padrão possivelmente advindo de experiências adquiridas durante o curso.

Para o item “b” do Enunciado, Carlos propôs a seguinte resolução:

Figura 11 - Resíduo de Enunciação Carlos – Solução ao Enunciado item “b”



Fonte: http://www.ogeogebra.com.br/

Referente às modalidades de pensamento, a resolução compreende vestígios do ato de representar (Pensamento Matemático) – pela adoção dos símbolos “R”, “G” e “N_2” nas linhas 8 a 10; generalizar (Pensamento Matemático) – pela inserção das incógnitas na linha 9 para serem utilizadas de forma genérica a outros casos semelhantes; abstração (Pensamento Matemático e Computacional) – pela desconsideração da matriz decodificadora “B” durante a resolução; e, reconhecimento de padrões – (Pensamento Computacional) – pela utilização sequencial da ferramenta “Elemento” várias vezes nas linhas 15 e 16, revelando um padrão possivelmente advindo de experiências adquiridas durante o curso, corroborando com o exposto na análise do item “a”.

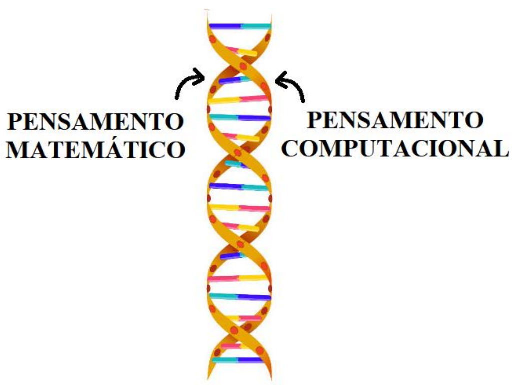
Das Considerações Finais

Durante o processo de análise verificou-se que os vestígios de Pensamento Matemático e Pensamento Computacional apresentaram características hora distintas/afastadas e hora semelhantes/próximas. Em outras palavras, percebeu-se que em determinados momentos alguns fatores que possivelmente embasavam os vestígios de Pensamento Matemático também estavam presentes nos que justificavam os vestígios de Pensamento Computacional, e vice-e-versa.

Por sua vez, na análise da cursista Karina referente ao item “b” apurou-se semelhanças nos vestígios de visualizar (Pensamento Matemático) – pela inserção do comando descrito na linha 5, visto que este é o modo de inserção de matrizes no GeoGebra na tentativa de visualizar uma matriz com linhas “S E G U” e “N D A *”; e de produção de algoritmo (Pensamento Computacional) – pela inserção dos algoritmos: “C:=A^-1” na linha 3 para encontrar a matriz decodificadora, “D:=C*B” na linha 4 para encontrar a matriz decodificada, e “D:={{S,E,G,U}{N,D,A,*}}”.

Não é crível referendar que os vestígios destacados são necessariamente iguais; e, sim, eles indiretamente parecem transcursar um a partir do outro, através de alguma espécie de entrelaçamento. Abaixo apresenta-se a ideia de um esquema gráfico sobre o envolvimento dos vestígios de Pensamento Matemático e Pensamento Computacional em uma perspectiva semelhante da fita dupla em forma de espiral presente no ácido desoxirribonucleico (DNA):

Figura 12 – Semelhança do Entrelaçamento dos Pensamentos Matemático e Computacional



Fonte: Autor

Assim sendo, entendeu-se que pelos vestígios analisados durante a resolução de problemas o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional acabam por se entrelaçar, caminham em direções semelhantes durante a produção da enunciação, possuem aspectos e elementos comuns, mas que estes não são necessariamente iguais.

Esta aproximação pode ser tão intensa que às vezes se torna quase imperceptível, isto como no caso do ato de abstrair (Pensamento Matemático) e da abstração (Pensamento Computacional). Nesta pesquisa não foi possível elencar especificamente quais são as diferenças entre estes dois processos, tanto é que durante a análise ocorreu a classificação dos vestígios que apresentavam o ato de abstrair (Pensamento Matemático) e da abstração (Pensamento Computacional) como "Pensamento Matemático e Computacional".

Ou seja, ainda na análise da cursista Karina perante o item "b" o vestígio do ato de abstrair (Pensamento Matemático e Computacional) – pelo afastamento dos símbolos "B", "M" e "N" expressos no enunciado, ante a irrelevância perante a obtenção da solução; está mais próximo do Pensamento Matemático, visto que ele possivelmente ocorreu durante a Compreensão do Problema, tema este descrito por Polya (2006) como fundamental na iniciação de uma resolução.

Mas, já na análise do cursista Carlos referente ao item "b" o vestígio de abstração (Pensamento Matemático e Computacional) – pela desconsideração da matriz decodificadora "B" durante a resolução; está mais próximo do Pensamento Computacional, pelo fato de que possivelmente Carlos fez o afastamento da matriz decodificadora "B" por identificar que ela seria desnecessária para o algoritmo criado por ele na resolução.

Conclui-se, entender os processos mentais de Pensamento Matemático e Pensamento Computacional e o entrelaçamento existente entre ambos pode contribuir na melhor identificação de problemas oriundos do cotidiano.

Referências

BARCELOS, Thiago Shumacher; SILVEIRA, Ismar Frango. Pensamento computacional e Educação Matemática: relações para o ensino de computação na educação básica. **Workshop sobre Educação em Computação - WEI**, Curitiba, 20.ed, jul., 2012. Disponível em: http://www2.sbc.org.br/csbc2012/anais_csbc/eventos/wei/. Acesso em: 24 out. 2022.

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de Atividades Desplugadas na Educação Básica.** Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

DREYFUS, Tommy. Advanced mathematical thinking processes. **Advanced mathematical thinking.** Dordrecht: Kluwer, 2002.

GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra?**. c2022. Disponível em: https://www. geogebra.org/about?lang=pt-PT. Acesso em: 20 out. 2022.

INSTITUTO GEOGEBRA – UESB. **O que é GeoGebra?**. c2014. Disponível em: http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7. Acesso em: 20 out. 2022.

LINS, Romulo Campos. Álgebra e pensamento algébrico na sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, Blumenau, v. 2, p. 26-31, 1994.

LINS, Romulo Campos. **Análise sistemática e crítica da produção acadêmica e da trajetória profissional.** Tese (Livre Docência) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

LINS, Romulo Campos. **Modelo dos Campos Semânticos**. 2012. Disponível em: http://sigma-t.org/permanente/2012.pdf. Acesso em: 07 nov. 2021.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** 2.ed. Rio de janeiro: Editora Interciência, 2006.

Allan José: Docente do Colegiado de Direito da Faculdade União de Campo Mourão (2023). Coordenador e Docente dos Colegiados de Gestão de Recursos Humanos, Comercial e Cooperativas da mesma instituição (2022). Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão (2022). Licenciado em Matemática pelo Centro Universitário de Maringá (2018). Advogado e graduado em Direito pela Faculdade Integrado de Campo Mourão (2015). e-mail: allanjoseadv@gmail.com.

Sérgio Carrazedo Dantas: Professor Adjunto do Centro de Ciências Humanas e da Educação, Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), campus de Apucarana. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unespar (PRPGEM). Possui Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (2001), Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL (2007) e Doutor em Educação Matemática pela Universidade Júlio de Mesquita Filho (Unesp Rio Claro). e-mail: sergio.dantas@unespar.edu.br.