Desafios: Uma Estratégia para Ensinar e Aprender

Armindo Cassol

Resumo

Ao dedicar-me ao trabalho que estou apresentando, o objetivo foi ilustrar e colocar em discussão uma possibilidade metodológica de ensino-aprendizagem de Matemática. Consiste em propor algum desafio e chamar os participantes do processo de aprendizagem a aceitá-lo e empenhar-se em resolvê-lo. No desafio proposto como ilustração, mostro a possibilidade de dar conta dos mesmos conceitos, e mesmo de forma mais completa e interessante do que aqueles vistos numa aula mais tradicional.

Introdução

Lembro dos meus tempos de internato, cursando o Ginásio (hoje, corresponderia ao final do ensino fundamental e começo do ensino médio). Em todo final dos meses do período escolar, havia a publicação dos resultados daquele mês. Era um ato cujos assistentes eram o diretor, os professores e, claro, os próprios colegas. Os resultados não eram apenas declarados, não. Os alunos eram chamados a ocupar um lugar em uma fila ao redor da sala, em ordem decrescente das médias das notas obtidas. Havia premiação dos primeiros e recomendações/advertências, nem sempre amistosas, aos últimos. A emulação em melhorar a posição na fila, produzida por este ato, era tanta e provocava uma dedicação tão grande que servia de motivo para insistentes pedidos em favor do aumento do tempo destinado ao estudo, passando este a estender-se até altas horas da noite. Também produzia efeitos "colaterais" desagradáveis, como uma tendência em "esconder o jogo" de colegas encarados como concorrentes ao lugar na fila classificatória do próximo mês.

Eu sei que os tempos são outros, as pessoas são outras, a cultura é diferente e que tais métodos não teriam hoje iguais rersultados. Também não é meu desejo que retornem. Não deverá ter sido agradável ocupar o final de uma fila que, pretensamente, classificava os estudantes em bem ou mal dotados intelectualmente. Com o conseqüente julgamento sobre seu pouco apetite para tarefas ligadas aos livros, ou pior, um julgamento sobre sua (in)capacidade intelectual.

Uma das grandes e constantes queixas dos colegas professores, ouvida nos intervalos de aula, nos encontros de professores e em reuniões de trabalho é exatamente a falta de disposição para o "trabalho" de aprender que estudantes de hoje nos causam. Ora, aprender é um ato natural. Deveria ser naturalmente agradável. Não cansativo e desestimulante. Como, então, poderia ser melhorada a disposição para a atividade de aprender? O modelo com o qual eu, e acredito que boa parte dos leitores, aprenderam Matemática exauriu seu potencial motivador. Não dá para imaginar que estudantes, tendo à sua disposição tecnologias variadas e com maravilhosos efeitos visuais, se entusiasmem em aprender Geometria se a primeira frase que o professor diz se assemelha a essa: *"três pontos não colineares determinam um só plano"*. Que coisa mais "cafona"! Talvez o efeito possa ser outro se, em vez de uma afirmação como aquela, perguntamos: *"por que um banquinho com três pernas não balança quanto um de quatro pernas"*? Com a primeira afirmação, realmente não vejo como entusiasmar alguém. Mas é possível que se queira buscar resposta à pergunta sobre o balanço do banquinho de quatro pernas. Mesmo que saibamos ser a primeira afirmação a resposta à pergunta sobre a estabilidade do banquinho, isso não mais produz engajamento de estudantes na tarefa de aprender Matemática (Geometria euclidiana) como gostaríamos que o fizessem. Isso provoca manifestações e queixas: dizemos que não mais se dedicam ao estudo, por isso não mais aprendem...

Hoje, penso eu, com base em alguns anos de trabalho, uma das formas de produzir uma maior dedicação para a aprendizagem é a provocação, por meio de **desafios**. É esta provocação que pode colocar em atividade as potencialidades de aprendizagem. Não tenho dúvidas disso. Desafio aqui consiste numa estratégia para *"levar o aluno a formular perguntas* (a outros ou a ele mesmo) *e sair à procura de respostas"* (Costa e Grou 1992). Busca-se encaminhá-los para a aprendizagem. É isso o que quis enfatizar ao lembrar dos tempos de ginásio. Com todas as implicações negativas que, reconheço, existiram, havia a preocupação de desencadear mecanismos que levassem alguém a engajar-se na tarefa de aprender. O desafio de que falo é propício para iniciar formulando perguntas e procurar respostas. Muito provavelmente os procedimentos que relatei a respeito dos "meus tempos de internato" não tinham um embasamento teórico como alguma pesquisa que lhes desse sustentação. Atrevo-me a dizer que eram fruto de experiências bem sucedidas para a época. Daí seu uso em internatos de Escolas Lassalistas.

Creio não haver muitas discordâncias quando afirmo que provocar alunos por meio de desafios, desde que aceitos por eles, provoca uma natural disposição pelo menos para pensar sobre eles e procurar vencê-los. A partir dessa aceitação, é natural, também, a busca do envolvimento de outras pessoas das relações desses alunos: pais, grupos de discussão, professores de outras disciplinas ou até dessas mesmas disciplinas, mas de outras turmas e com outros níveis de conhecimento. O problema posto a nós, professores, é como fazer isso como estratégia de sala de aula? Não são de meu conhecimento publicações com relações de atividades desafiadoras no ensino médio, por exemplo. Também não poderia ser uma estratégia de uso freqüente. Isso seria trasformá-la numa rotina e, portanto, perder seu efeito motivador. A dosagem adequada teria que ser estudada também. Mesmo que pontual, proponho-me a trazer uma ilustração do que estou dizendo, com um problema no campo da Geometria plana.

Uma casa na ilha:
Onde está o centro de um triângulo?

Penso que uma pergunta como esta e falando da Geometria axiomática, só tem resposta se for definido o que é centro de um triângulo. Em vez de preocupar-me sobre o que se quer dizer com centro de um triângulo, vou propor o seguinte problema:

Teodoro e Suélen, pais de Letícia, Leandro e Liége, são proprietários de uma pequena ilha em forma triangular (fig. 1). Os lados desta ilha são as praias **A**, **B** *e* **C**. *A praia* **A** *é mansa, de águas mornas, deliciosa para a prática de natação. Letícia gosta desta praia. A praia* **B** *tem altas ondas, é propícia para surfar. Leandro gosta de surfar.* **C** *é uma praia com pedras altas, pode-se apreciar um pôr-de-sol maravilhoso. Liége gosta desta praia. Em que ponto da ilha Teodoro e Suélen vão construir uma casa de tal forma que os três filhos tenham a* <u>*mesma distância*</u> *para se deslocar de casa até sua praia preferida?*

Eu não sei não se essa ilha existe de fato. Não perguntem isso, pois se existir, não direi onde. Mesmo assim parece-me que vale a pena pensar como resolver o problema. Digo mais: examinar estratégias de solução, as tentativas, as que são abandonadas e por que são abandonadas, no que se pensa e quais objetos são constituídos e sua lógica, os traçados geométricos, as operações que são processadas e a lógica que as orienta, é muito mais interessante do que a solução em si mesma. É o que penso quando o ponto de vista privilegiado é o ensino-aprendizagem. Por outro lado, apresentar a solução sem deixar tempo a que estudantes e professores produzam e amadureçam seus argumentos, é desperdiçar uma bela oportunidade para examinar conceitos e propriedades sobre Geometria euclidiana. O olhar constante para o relógio com a finalidade de cumprir programas, sem conceder tempo para que a aprendizagem se faça, tem um preço: uma redução da aprendizagem dita significativa.

Voltemos a pensar na ilha e no lugar onde construir a casa. Um problema destes pode ser proposto a quem já sabe Geometria plana, ou então como um anúncio para começar a ensinar e aprender Geometria. No primeiro caso, serve como um desafio e um teste para poder "medir" a Geometria que sabemos. No segundo caso, como um anúncio do que a Geometria plana pode resolver. Em ambos, pode atender ao propósito do engajamento ao estudo de Geometria.

Quando proposto a estudantes e a estudantes-professores, a resposta que, invariavelmente, tenho recebido é esta: a casa deve ser construída **no centro do triângulo**. Convido o leitor, conhecedor de Geometria, a tentar lembrar se existe, nos tratados de Geometria, o conceito de **centro** de um triângulo qualquer. Outra questão que me foi posta é esta: qual tipo de triângulo tem a tal ilha: isóscles, retângulo, equilátero, ...?

Este levantamento já é um dos benefícios do desafio proposto pelo problema. Os que aceitam o desafio começam a **pensar** e **falar** sobre ele. Os diálogos necessitam interlocutores (colegas, pais, professores, profissionais). Tais interlocutores oferecem suas alternativas. Considero que falar de Geometria e propor soluções ao desafio é um excelente benefício prestado ao ensino-aprendizagem. Com isso ela deixa de ser um ato individual para ser social e socializado (Vygotsky, 1991). Acredito que, hoje, este é um diferencial a ser construído. Ele enriquece e dá maior consistência à aprendizagem, além de desenvolver outras potencialidades, como a capacidade do trabalho em equipe.

Ao encaminhar a solução, surgem questões que, em geral, não são objeto de discussão num ensino dito tradicional. Uma delas: é mesmo possível que a casa seja construída num local de forma que nenhum dos filhos necessite caminhar mais do que o outro? Abre-se, assim, a possibilidade de discutir a **existência** ou não da solução. Outra questão: não seria possível haver mais de uma posição para atendimento do propósito do problema? Assim é posto o problema da **unicidade** da solução, naturalmente. A hipótese de que Teodoro e Suélen tenham que dizer aos filhos: "infelizmente, alguém de vocês terá que caminhar mais que o outro" passa a ser considerada, com a vantagem de ser provocada pela natureza do problema.

Pense o leitor, agora, no problema alterado em relação ao original:

> *Teodoro e Suélen, pais de Letícia, Leandro e Liége, são proprietários de uma pequena ilha em forma triangular. Cada um dos três filhos têm preferências diferentes. Por isso se dirigem às praias situadas nos* <u>três vértices</u> *do triângulo* **M, N** *e* **P (fig. 1)**. *Em que ponto da ilha Teodoro e Suélen vão construir uma casa de tal forma que os três filhos tenham a* <u>mesma distância</u> *para se deslocar da casa até sua praia preferida?*

E agora, onde se deve construir a casa? Existe sempre a possibilidade de <u>um local na ilha</u> para construir a casa? Como encontrá-lo, ou se não houver este local, como convencer meu interlocutor, que no caso são os três filhos, da impossibilidade de um tal local?

Talvez tenha que haver mais hipóteses, o que seria benéfico. Assim, o problema não seria simplesmente posto. Não estaria depurado e livre dos entraves que possam tornar sua solução discutível ou até impossível. Propor um problema já livre das ligações com realidades possíveis, provocadoras de questões, se, por um lado, dá segurança a respeito da existência da solução, por outro esconde uma oportunidade de mostrar que a Matemática não é aplicação de fórmulas e sim que tem espaço para outras formas de aprender, tais como: a discussão, a produção de significados[3] e de formular soluções diferenciadas construídas nestas discussões, no manejo de conceitos e com criatividade.

Depois das considerações que acabei de fazer, resolver o problema pode parecer contraditório. Estaria apresentando um problema desafiador e, ao resolvê-lo, retirando exatamente seu caráter de desafio. Para não perder o desafio e não furtar-me de exibir uma solução, vou indicar a solução da primeira versão e deixar a segunda como desafio. Ao apresentar uma solução, permito-me explorar outras características do problema que me são caras.

Solução do problema
(versão 1: as praias são os lados)

Para melhor compreensão do que estou falando, convido o leitor a ter em mente a fig. 1 representando a ilha já "limpa".

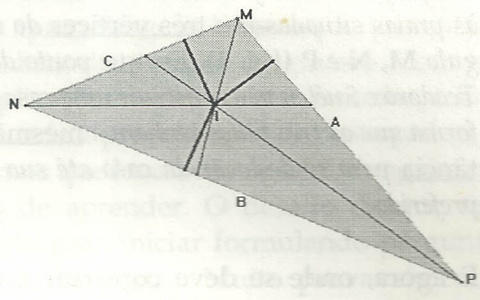

Fig. 1: Ilha triangular "limpa" com bissetrizes e distâncias de I até os lados

A localização da casa para que a distância até as três praias seja a mesma é o ponto I.

Explico. O ponto I é ponto de intersecção das três bissetrizes do triângulo. Para justificafar que este ponto está a igual distância dos três lados (as três praias), lembro que "bissetriz é o segmento que parte de um vértice do triângulo e vai até o lado oposto, dividindo o ângulo em duas partes iguais". Se isso não ajuda muito, lembro ainda que os pontos de uma bissetriz são tais que a "**distância de qualquer um de seus pontos até os lados é sempre a mesma**". Ilustro isso na fig. 2, onde desenho um ângulo, parte de sua bissetriz e as distâncias de um ponto, sobre a bissetriz, até os lados do ângulo. Confira o leitor, na fig. 2, o significado e a exatidão da afirmação "**distância de qualquer um de seus pontos até os lados é sempre a mesma**". Alunos nem sempre têm o conceito correto de distância de um ponto a uma reta. Se deste conceito não fizer parte a noção de **perpendicularidade** entre o segmento e a reta, a confusão está implantada. Com freqüência, é a ausência desse conceito que se transforma num complicador para a compreensão do problema e de sua solução.

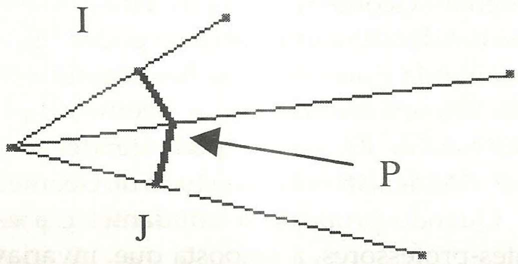

Fig. 2: as distâncias de P até I e J são iguais

Retornemos à solução do problema da localização da casa na ilha. Queremos mostrar que as distâncias da casa a cada uma das três praias são iguais.

3 A compreensão do termo significado, neste texto, é a do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS). Neste modelo, significado é tudo aquilo que é possível ser dito a respeito de alguma coisa e que efetivamente se diz. O MTCS foi idealizado por Rômulo Campos Lins e é uma das formas que permite explicar e compreender problemas de aprendizagem. Aos interessados em maiores informações a respeito, recomendo a leitura do artigo de Rômulo Campos Lins, sob o título: O Modelo Teórico dos Campos Semânticos, na Revista Dynamis, FURB, Blumenau, 1994, v. 1, n.7, p. 29-39.

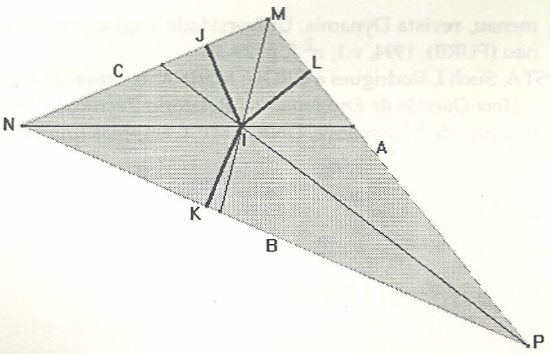

Fig. 3: as distâncias de I até K, L e J são iguais

Já afirmamos que a casa deverá ser construída na posição I. As conclusões 1) e 2) que seguem justificam-se porque bissetriz é o conjunto de pontos cujas distâncias até os lados são iguais. Elas permitem afirmar:

1) pelo fato de I pertencer à bissetriz que sai de M, IJ = IL;
2) mas I também pertence à bissetriz de N, o que implica IJ = IK;
3) de 1) e 2) conclui-se que IJ = IK = IL.

Simples, não?

Conclusão

No percurso da proposição do desafio até a solução que apresentei, existem oportunidades para muita aprendizagem de Geometria. Vou apresentar uma lista delas, sem nenhuma presunção de ser completa. É possível discutir:

a) os diversos tipos de triângulos (é possível que, em alguns deles, o desafio não tenha solução);
b) o que é centro de um triângulo? (talvez seja centro de massa!);
c) os conceitos de altura (a existência de três alturas de um mesmo triângulo pode ser uma novidade), bissetriz, mediana, mediatriz;
d) o Cabri Géomètre[4] (ou outro software equivalente) para ajudar na construção destes segmentos, com vantagem considerável pela rapidez, exatidão e variação de exemplos. Esse mesmo Software pode ser utilizado para constatar a igualdade das distâncias;
e) as propriedades das bissetrizes, das alturas, das medianas, das mediatrizes;
f) as propriedades dos pontos de intersecção de bissetrizes, de medianas, de alturas. Entre essas propriedades, a da posição do ponto de intersecção em relação ao triângulo, (estão sempre dentro ou podem estar fora do triângulo? Se puderem estar fora, significa a possibilidade de a casa ser construída na água...);
g) a constatação e exploração de que certas definições produzem significados mais convenientes do que outras. Exemplifico: se nesse problema for utilizada como definição de bissetriz, "*...reta que divide um ângulo em duas partes iguais*", talvez não produza significado igual àquele produzido por esta outra definição de bissetriz, "*...conjunto de pontos cujas distâncias até os lados do ângulo são iguais...*". Ou esta, "*bissetriz é o lugar geométrico dos pontos do plano que estão a igual distância dos lados...*". Isso permite também recuperar o conceito de "lugar geométrico".

Para concluir, renovo o convite para vencer o desafio de determinar o ponto onde construir a casa para que as distâncias até os vértices sejam iguais (é o problema modificado que sugerimos). Já que a ilha é mais difícil de ser conseguida do que localizar a casa, pense em resolver o problema da localização. Não deixe que nenhum dos filhos sequer sonhe com a injustiça de ter que caminhar mais do que algum de seus irmãos para chegar a sua praia preferida.

4 Cabri Géomètre é um software feito por um grupo de pesquisadores em Educação Matemática de Grenoble, França, para ajudar no ensino-aprendizagem de Geometria Plana. Já existem duas versões: Cabri I e Cabri II. São comercializados por EDUCARE INFORMÁTICA, telefone 011-2887555.

Referências bibliográficas

VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1991, 168p.

LINS, R. C. *O Modelo Teórico dos Campos Semânticos*: Uma Análise Epistemológica da Álgebra e do Pensamento Algébrico. Blumenau, revista Dynamis, Universidade Regional de Blumenau (FURB), 1994, v.1, nº 7, p. 29-39.

COSTA, Sueli I, Rodrigues e GROU, Maria A. B. *Ensino de Cálculo – Uma Questão de Envolvimento*: Relatório Técnico nº 06/92, Instituto de Matemática, UNICAMP, Campinas (mimeo.).

----- ❖ ----- ❖ -----

Armindo Cassol – Mestre em Educação Matemática: UNESP, Rio Claro, SP. Professor da UNISINOS, pertencente à equipe do Laboratório de Educação Matemática. E-mail: acassol@exatas.unisinos.tche.br