REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

"CADA UM TEM 25, 25 MAIS 25 É 50, MAIS 25 É 75, MAIS 25 É 100, É IGUAL A UM METRO": PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NOS ANOS INICIAIS

"Each One Has 25, 25 Plus 25 Is 50, Plus 25 Is 75, Plus 25 Is 100, Is Equal To One Meter": Mathematical Reasoning Processes In The Early Years

Eliane Maria de Oliveira **ARAMAN**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio-PR, Brasil.
elianearaman@utfpr.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-1808-2599

Janete Aparecida de Melo **BELLINI**
Prefeitura Municipal de Londrina, Londrina-PR, Brasil.
janetemelobellini3@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-8780-1673

Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento Acadêmico de Matemática, Londrina-PR, Brasil.
henriqueelias@utfpr.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-9660-7303

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de uma investigação qualitativa cujo objetivo foi analisar os processos de raciocínio matemático desenvolvidos por alunos do 4º. ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de Londrina-PR ao resolverem uma sequência de tarefas de caráter exploratório que abordaram conteúdos da unidade temática de grandezas e medidas, especificamente, medidas de comprimento. Os dados foram coletados por meio da gravação de áudios, fotografias e registros escritos elaborados pelos alunos ao resolverem as tarefas. A pesquisa seguiu os pressupostos metodológicos da Investigação Baseada em *Design* (IBD). Como aportes teóricos, abordamos as definições de raciocínio matemático e seus processos, as tarefas exploratórias e o ensino de medidas. Neste artigo, apresentamos dados relativos a duas duplas de alunos ao resolverem duas tarefas exploratórias. Como resultados, observamos que os alunos, ao resolverem as tarefas, revisitaram conteúdos matemáticos como adição, subtração, multiplicação, relações entre medidas e estimativas de comprimento. Ainda, utilizaram de diferentes estratégias de resolução e mobilizaram os processos de conjecturar, comparar e justificar, evidenciando que tarefas elaboradas e aplicadas numa perspectiva de ensino exploratório contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático, Tarefas Exploratórias, Medidas

ABSTRACT

This paper presents the results of a qualitative investigation whose objective was to analyze the mathematical reasoning processes developed by students of the fourth year of Elementary School in a municipal school in the city of Londrina-PR when solving a sequence of exploratory tasks that approached contents of the thematic unit of magnitudes and measurements, specifically length measurements. Data were collected through the recording of audios, videos and written records prepared by the students when solving the tasks. The research followed the methodological assumptions of Design-Based Research. As theoretical contributions, we approach the definitions of mathematical reasoning and its processes, exploratory tasks and the teaching of measures. In this article, we present data related to two pairs of students when solving two exploratory tasks. As a result, we observed that students, when solving the tasks, revisited mathematical content such as addition, subtraction, multiplication, relationships between meter and centimeter measurements and length estimates. Still, they used different resolution strategies and mobilized the processes of conjecturing, comparing and justifying, showing that tasks elaborated and applied in an exploratory teaching perspective contribute to the development of mathematical reasoning.

Keywords: Mathematical Reasoning, Exploratory Tasks, Measurements

1 INTRODUÇÃO

Diversas pesquisas destacam a relevância do raciocínio matemático desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (Araman & Serrazina, 2020). Para Jeannotte e Kieran (2017, p. 7), o raciocínio matemático é um "processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Documentos curriculares como o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2020), bem como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), destacam a importância do raciocínio matemático e a necessidade de desenvolver, nos alunos, "as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente" (Brasil, 2018, p. 266).

O raciocínio matemático possibilita, aos alunos, elevarem as suas funções superiores cognitivas, apoiarem-se em conteúdos já adquiridos e avançarem no conhecimento, sendo um "contributo para a aprendizagem da Matemática enquanto disciplina lógica e coerente, para a aprendizagem da Matemática com compreensão" (Mata-Pereira, 2018, p. 1).

A BNCC (Brasil, 2018, p. 58) destaca a necessidade de inserir o aluno em um processo de aprendizagem que privilegie "novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos". Nesse sentido, Ponte (2005) considera necessário proporcionar, aos alunos, tarefas desafiadoras que permitam pensar, refletir, criticar, justificar e ter autonomia em sua aprendizagem. Neste caso, as tarefas exploratórias podem ser uma opção para isso.

Entendemos que tanto os autores que estudam o raciocínio matemático quanto os documentos curriculares reconhecem a importância do desenvolvimento do raciocínio matemático desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Motivados por essa necessidade, realizamos a presente pesquisa, cujo objetivo é analisar os processos de raciocínio matemático desenvolvidos por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental de uma escola Municipal da cidade de Londrina-PR ao resolverem uma sequência de tarefas de caráter exploratório sobre medidas de comprimento.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Raciocínio Matemático

O raciocínio matemático é definido por diversos autores como um processo mental e narrativo que utiliza o conhecimento já existente para formular novos conhecimentos. Jeannotte e Kieran (2017, p. 7), por exemplo, consideram que "o raciocínio matemático é um processo de comunicação com outros e ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Para Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 782), o raciocínio matemático é entendido como "um processo que utiliza informação já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões".

Jeannotte e Kieran (2017) destacam dois aspectos referentes ao raciocínio matemático: a estrutura e o processo. A dedução, a indução e a abdução compõem os aspectos estruturais, que não constituem o foco desta pesquisa[1]. Com relação aos processos, Jeannotte e Kieran (2017) definiram oito processos que compreendem: "a procura de semelhanças e diferenças, envolvendo generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar, os processos relativos à validação que são justificar e provar; e a exemplificação, que dá suporte aos outros processos" (Araman, Serrazina & Ponte, 2020, p. 443). O Quadro 1 descreve os processos de raciocínio matemático relacionados à busca de semelhanças e diferenças segundo Jeannotte e Kieran (2017).

[1] Para aprofundamentos sobre os aspectos estruturais, veja Ponte, Quaresma & Mata-Pereira (2020).

Quadro 1: Processos relacionados à busca de semelhanças e diferenças

Processos	Definição
Generalizar	"Um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos de um conjunto a partir de um subconjunto deste conjunto" (p. 9). Estratégia utilizada para um caso particular que serve para os demais casos matemáticos.
Conjecturar	"Um processo de raciocínio matemático que, pela busca de similaridades e diferenças, infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável ou possível e que tem potencial para teorização matemática" (p. 10). Construção de narrativa provável, argumentadas com possibilidade de validação.
Identificar padrão	"Um processo do raciocínio matemático que, pela busca de similaridades e diferenças, infere na narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas" (p. 10). Identificar o padrão que tem relação com a classe de objetos matemáticos.
Comparar	"Um processo do raciocínio matemático que infere, pela busca de similaridades e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em propriedades e definições matemáticas" (p. 11).
Classificar	"Um processo do raciocínio matemático que infere, pela busca de similaridade e diferença entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em propriedades" (p. 11). Separação por critérios matemáticos.

Fonte: Baseado em Jeannotte e Kieran (2017)

A validação consiste em um processo do raciocínio matemático que visa modificar o valor epistêmico de uma narrativa e pode ser feita de três formas: justificar, provar e provar formalmente. O Quadro 2 apresenta as definições dos processos de raciocínio matemático referentes à validação segundo Jeannotte e Kieran (2017).

Quadro 2: Processos de validação

Processos	Definição
Justificar	"É um processo do raciocínio matemático que, pela busca de dados, garantias e suporte, modifica o valor epistêmico de uma narrativa" (p. 12). Tem potencial para modificar uma conjectura de provável para mais provável.
Prova	"Um processo de raciocínio matemático que busca dados, garantias para apoiar e modificar o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeira" (p. 12). Tem a natureza dedutiva, sem justificativa adicional.
Prova formal	"Um processo do raciocínio matemático que busca dados, garantias para modificar o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeira" (p. 13). Tem a natureza dedutiva, formalizada e reconhecida pela classe da comunidade matemática.

Fonte: Baseado em Jeannotte e Kieran (2017)

Temos ainda o exemplificar, que é um processo de raciocínio matemático "que suporta outros processos de raciocínio matemático inferindo exemplos que auxiliam na busca por semelhanças e diferenças e busca de validação" (Jeannotte & Kieran, 2017). A exemplificação está relacionada com todos os processos. Jeannotte e Kieran (2017, p. 14) explicam a exemplificação como sendo "um processo de raciocínio matemático que suporta outros processos de raciocínio matemático inferindo exemplos que auxiliam em: i) a busca por semelhanças e diferenças; ii) a busca de validação".

Outro aspecto a ser considerado no desenvolvimento do raciocínio matemático é a proposição de tarefas com potencial para tal desenvolvimento. De acordo com Ponte

(2005), é necessário proporcionar aos alunos tarefas desafiadoras que os impulsionem a pensar, refletir, criticar, justificar e ter autonomia em sua aprendizagem.

Para Ponte (2013, p.4), existem diversos tipos de tarefas (por exemplo: problemas, exercícios, exploratórias, pesquisa, investigações, modelação e projetos) e cada um tem suas características. As tarefas exploratórias são compreendidas como tarefas de natureza aberta e com um nível de complexidade menos elevado do que uma investigação ou um problema, mas com mais potencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático do que, por exemplo, as tarefas do tipo exercícios, que são mais voltados para a memorização. Por isso, nesta pesquisa, optamos pela tarefa de caráter exploratório.

Para além da seleção de tarefas com potencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático, o modo de conduzi-las em sala de aula é um ponto a ser destacado e, nessa perspectiva, a abordagem do ensino exploratório apresenta contribuições.

> A abordagem de ensino-exploratório, baseada numa seleção criteriosa de tarefas e num ambiente estimulante de comunicação, com destaque para as discussões coletivas, proporciona um ensino da Matemática com compreensão e é uma base importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático. (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2020, p.11)

Estes autores referem-se ao fato de que o ensino exploratório consegue dar voz aos estudantes durante a realização das tarefas. Eles são motivados pelo professor a expressarem os seus raciocínios, permitindo que, a partir de suas produções, ocorram discussões e novas conclusões.

2.2 Ensino de medidas de comprimento

Para o ensino de medidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme as habilidades previstas na BNCC (Brasil, 2018), a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. É sugerido, ainda, que o processo de medir seja iniciado "utilizando, preferencialmente, unidades não convencionais para fazer as comparações e medições, o que dá sentido à ação de medir, evitando a ênfase em procedimentos de transformação de unidades convencionais" (Brasil, 2018, p.273). Podendo, assim, utilizar inicialmente comparações entre tamanhos e medidas não padronizadas para melhor compreensão dos alunos e depois inserir a medida padronizada.

Van de Walle (2009 p. 404), ao abordar o desenvolvimento do conceito de medida, descreve algumas ideias importantes, entre elas a de que medir envolve a comparação de um “atributo de um objeto ou situação com uma unidade que tenha o mesmo atributo. Comprimentos são comparados às unidades de comprimento, áreas às unidades de área, intervalos de tempo às unidades de tempo, e assim por diante”. Além disso, medir com significado e estimar medidas requer conhecimento e familiaridade pessoal com a unidade de medida. Por fim, estimar medidas e experimentar referências pessoais com as unidades de medidas auxilia no uso significativo e previne erros futuros em medidas (Van de Walle, 2009).

Para medir, o estudante deve executar três etapas: “1. Decidir qual atributo específico do objeto (ou fenômeno) deve ser medido. 2. Escolher uma unidade de medida que tenha aquele atributo e seja adequada. 3. Comparar as unidades, enchendo, cobrindo, emparelhando” (Van de Walle, 2009, p. 406). Para efetuar uma medição, existem três fases com características distintas: “escolha da unidade, comparação com a unidade e expressão numérica que é o resultado da comparação”. Nessas comparações, poderão surgir o aspecto quantitativo, “quantos a mais”, “quantos a menos”, mas com a utilização de um instrumento padrão de comparação. (Caraça, 1951, p. 30).

Os materiais manipulativos podem ser uma opção para auxiliar na compreensão das medidas por meio de comparações e medições. Segundo Brito (2003, p.60), os materiais manipulativos “são uteis quando eles possibilitam e estimulam as crianças a pensarem, fazendo relações abstratas ao responderem determinados problemas”. A mesma autora afirma a importância dos materiais manipulativos para promover a construção das medidas de comprimento, “permitindo a superação de dificuldades verificadas no ambiente papel e lápis, quando esses materiais estimulam os alunos a desenvolverem uma maior reflexão, diante das situações apresentadas, para terem mais possibilidades de validarem suas respostas” (Brito, 2003, p.73). Evidenciamos a necessidade de os alunos participarem de tarefas exploratórias com a utilização de materiais manipulativos, de experiências de comparação de tamanhos e de criar estratégias de medição.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

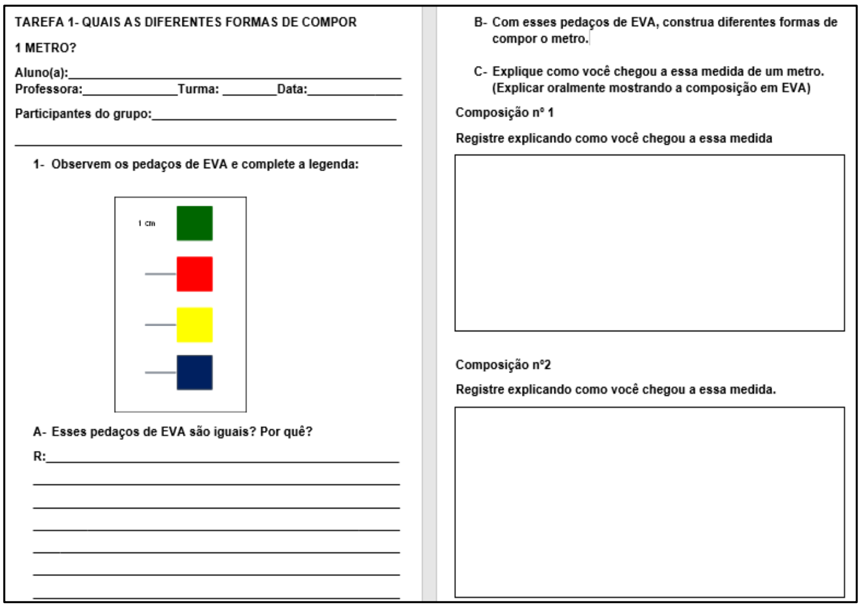
Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa inserida num projeto[2] mais amplo

[2] Aprovado pelo comitê de Ética sob parecer nº 5.161.835.

desenvolvido na Universidade Tecnológica Federal do Paraná intitulado “Raciocínio matemático e seus processos no ensino e na aprendizagem matemática”. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994) que segue os pressupostos da Investigação Baseada em *Design* - IBD (Ponte et.al, 2016).

A coleta de dados foi realizada em novembro de 2021. As tarefas foram elaboradas considerando a terceira etapa proposta por Van de Walle (2009)[3] e aplicadas em uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental. Participaram das tarefas 16 alunos organizados em duplas. Os dados selecionados para esta pesquisa foram coletados por meio da gravação em áudio, fotografias e pelos registros escritos elaborados pelos alunos durante a resolução das tarefas. Neste artigo, apresentamos os resultados da análise somente de duas duplas de alunos. O critério para selecionar essas duplas para análise dos dados se deu, primeiro, pela qualidade dos áudios (em algumas duplas, a gravação do áudio ficou ruim, com muitos ruídos e muito baixo, dificultando a transcrição) e, segundo, por serem duplas que estiveram juntas em todas as tarefas.

As tarefas foram desenvolvidas seguindo os pressupostos do ensino exploratório (Ponte, 2010). No primeiro dia, os alunos fizeram a resolução autônoma da tarefa 1, item A. No segundo dia, a resolução autônoma da tarefa 1, item B e C e da tarefa 2, seguida da plenária com a turma, momento no qual as duplas foram convidadas a explicar para a turma como chegaram a tais resultados. A Tarefa 1 é apresentada na Figura 1 e a Tarefa 2 na Figura 2.


TAREFA 1- QUAIS AS DIFERENTES FORMAS DE COMPOR 1 METRO?

Aluno(a):__________
Professora:__________Turma: ______Data:________

Participantes do grupo:__________

1- Observem os pedaços de EVA e complete a legenda:

A- Esses pedaços de EVA são iguais? Por quê?

R:__________

B- Com esses pedaços de EVA, construa diferentes formas de compor o metro.

C- Explique como você chegou a essa medida de um metro. (Explicar oralmente mostrando a composição em EVA)

Composição nº 1

Registre explicando como você chegou a essa medida

Composição nº2

Registre explicando como você chegou a essa medida.

Figura 1: Tarefa 1 - Quais as diferentes formas de compor 1 metro
Fonte: Bellini (2022, p. 39)

[3] As etapas 1 e 2 foram contempladas em um momento anterior.

TAREFA 2 – QUAIS AS FORMAS DE COMPOR O METRO COM MEDIDAS IGUAIS?

A- Com os pedaços de EVA, faça as composições
B- Explique como você compôs cada um.

Composição Nº 1: COMPOR O METRO COM MEDIDAS IGUAIS:

O QUE UMA PARTE DESSAS REPRESENTA EM REALÇÃO AO METRO? EXPLIQUE.

Figura 2: Tarefa 2 - Quais as formas de compor o metro com medidas iguais?
Fonte: Bellini (2022, p. 40)

Em um primeiro momento, os alunos receberam o material didático composto por pedaços de EVA com medidas diferentes, conforme as cores, e uma legenda (Figura 1). Os pedaços de EVA verdes tinham 1 cm, então, na tarefa 1 (Figura 1), a professora propôs aos alunos que descobrissem as medidas dos outros pedaços de EVA, de acordo com as cores. Os alunos não poderiam usar régua, nem outra medida padrão. O objetivo era que, observando que o verde tinha 1 cm, os alunos usassem tal medida para descobrir as demais.

Após determinarem as medidas dos pedaços de EVA (verde 1 cm, vermelho 10 cm, amarelo, 25 cm e azul 50 cm), foram explicados os enunciados dos itens A, B, C da tarefa 1 para que as duplas resolvessem utilizando os pedações de EVA de cores diferentes. Em um segundo momento, os alunos começaram a resolver de maneira autônoma e em duplas, os itens que compõem a tarefa.

Na tarefa 2 (Figura 2), os alunos teriam que compor o metro, mas, desta vez, com medidas iguais, ou seja, utilizando a mesma cor até compor o metro e, após, explicar para a professora e para a turma como fizeram. Em uma segunda etapa da tarefa 2, os alunos tiveram que observar uma das partes, comparar com o metro e relatar o que essa parte representa em relação ao metro. O objetivo dessa segunda etapa da tarefa era observar se os alunos, por meio da própria tarefa, mobilizassem raciocínios matemáticos que os levassem ao conteúdo de frações, observando a parte e o todo.

Num terceiro momento, as duplas foram convidadas para irem à lousa para relatar ao grande grupo como resolveram as tarefas.

Nesta pesquisa, focalizamos na análise dos processos de raciocínio matemático evidenciados por duas duplas de alunos, mediante os estudos realizados anteriormente por Jeannotte e Kieran (2017) e Araman, Serrazina e Ponte (2020). Ao final de cada trecho analisado, apresentamos Quadros que sintetizam os processos de raciocínio matemático manifestados pelos alunos. Para esta pesquisa, delimitamos nossas análises apenas a três dos processos de raciocínio matemático apresentados nos Quadros 1 e 2, os processos de comparar, conjecturar e justificar, uma vez que a tarefa apresentava maior potencial para o desenvolvimento de tais processos.

4 RESULTADOS

Apresentamos as resoluções realizadas pelas duplas Antonio e Junior e Karina e Luiza[4] ao resolverem os itens B e C da tarefa 1. O item A não será apresentado neste artigo devido às limitações de laudas. Entretanto, esclarecemos que os alunos resolveram sem dificuldades o item A da tarefa 1, determinando corretamente as medidas dos demais pedaços de EVA a partir da comparação com o pedaço verde, que já sabiam que media 1 cm. Para a resolução do item A da tarefa 1, os alunos recorreram ao processo de comparação. A partir do estabelecimento das demais medidas dos pedações de EVA, seguiram com a resolução dos itens B e C, que apresentamos a seguir.

Tarefa 1 - Dupla Antonio e Junior

Junior: 10 mais 5 é 15. Vou repetir 10 mais 5 é 15.
Antonio: Sim, 15 e 15 é 30.
Junior: 15 mais 15 é 30. Mais 15 é 45. Mais 15 é 60, e agora 4 de 10.
Professora: Quanto dá esse 4 de 10?
Antonio: 40.
Junior: Deu 40 mais 60 que é igual a 100.

Nessa tarefa, Junior e Antonio iniciam considerando que o EVA vermelho mede 10 cm e o EVA verde,1 cm. Junior iniciou com o EVA de 10 cm e adicionou cinco pedaços de EVA de 1 cm, totalizando 15 cm. Antonio sugere dobrar essa quantidade, totalizando 30 centímetros (15 e 15 é 30). Em seguida, Junior valida a estratégia de adicionar mais 15 iniciada por Antonio e dá prosseguimento a ela: acrescenta mais 15 cm, resultando em 45 cm e adiciona mais 15 cm, resultando em 60 cm. Sugere acrescentar quatro EVA de 10 cm, considerando os 60 cm que já tinham para compor os 100 cm que precisavam para chegar

[4] Nomes fictícios.

à medida do metro. Junior justifica a conjectura, realizando o cálculo quando afirma que 40 cm mais 60 cm é igual a 100 cm. Foram descrevendo todos os valores em uma tabela e apresentando os cálculos paralelamente, como mostra a Figura 3.

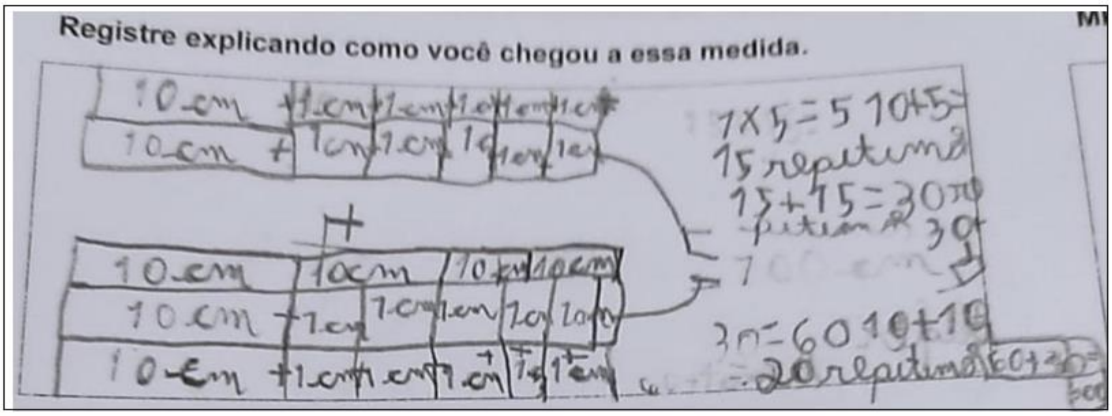


Figura 3: Resolução da tarefa 1B de Antonio e Junior
Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 3: Síntese dos processos de raciocínio da dupla Antonio e Junior na resolução da Tarefa 1

Diálogo/escrita	Processos desenvolvidos	Explicação dos processos desenvolvidos
Junior: 15+15 é 30 + 15 é 45 + 15, 60 e agora 4 de 10	Conjectura	Junior elabora uma conjectura quando faz os cálculos de adição chegando a 60 cm, após isso, completa com 4 EVA vermelho com medida de 10 cm cada.
Junior: Deu 40 + 60 que é igual a 100.	Justificação	Junior consegue justificar a sua conjectura, somando os 60 cm que tinha obtido anteriormente com os 4 EVA vermelhos, que juntos formam 40 cm, completando assim os 100 cm.

Fonte: Dados da pesquisa

Tarefa 1 - Dupla Karina e Luiza

A dupla inicia as discussões e resoluções das tarefas 1 B e C.

Professora: Agora que vocês já descobriram as medidas, podem compor o metro com os pedaços de EVA com cores diferentes. Pode um da dupla ir montando e outro falando as ideias, fazer junto e vão registrando na tarefa como foi feito. Não pode usar a régua, nada de medir, somente pedaços de EVA. Vamos relembrar, quantos centímetros tem o metro mesmo?
Alunos: 100 cm.
Karina: Agora a gente vai ter que fazer 1 metro. Como a gente vai fazer? Quem vai fazer a composição?
Luiza: Eu.
Karina: Eu vou dar as ideias.
Luiza: Tá bom.
Professora: Façam a composição do metro, não é para usar a mesma cor, usem cores diferentes.
Karina: Vamos pegar o azul de 50 cm.
Luiza: Vamos fazer assim, 50+25, cinco mais zero é 5, 5+ 2 é 7, então ficou 75.
Luiza: Pega mais um vermelho pra mim. Mais 10.
Karina: Dá 85 cm.

Luiza: Mais um amarelo.
Karina: É, mais um amarelo.
Luiza: 110. Não, o amarelo esquece.

Karina parte da ideia de iniciar com o EVA azul. Luiza aceita e inicia com a peça de EVA azul de 50 cm e uma peça amarela de 25 cm. Ela faz a adição primeiro das unidades, em seguida, das dezenas e chega em 75 cm. Luiza coloca uma peça vermelha, e Karina diz que resulta em 85 cm. Luiza pede mais um amarelo, Karina concorda em colocar mais um pedaço de EVA que mede 25cm, formando assim uma conjectura para a composição do metro. Em seguida, Luiza refuta essa conjectura quando faz o cálculo mental e verifica que o total será 110 cm e que ultrapassa a medida de 100 cm referente ao metro, evidenciando, assim, uma conjectura que não é válida.

Karina: Mais um vermelho é 10, mais 10.
Luiza: 85 mais 10, zero mais 5 é cinco, oito mais um é nove, ficou 95.
Karina: A gente pode usar um verde.
Luiza: É, legal, a gente pode usar um verde.
Karina: Vai usar o verde?
Luiza: Eu estou fazendo as contas.
Karina: Se usar dois verdes vai dar 97.
Luiza: Então faz aí.
Karina: Mais 3.
Luiza: Mais 4, mais 5, vai.
Karina: 5?
Karina: 95, 96, 97, 98, 99, 100, deu cem já.
Luiza: Deu?
Karina: Sim, deu 100 já, 100 cm é um metro.
Luiza: É um metro.

Após Luiza refutar a conjectura anterior, que resultou em 110 cm, ela retira a peça de EVA amarelo de 25 cm, retornando assim ao total de 85 cm. Karina coloca mais uma peça de EVA vermelho, sendo mais 10 cm. Luiza faz os cálculos novamente, a partir da soma das unidades após as dezenas, totalizando 95 cm. Karina sugere utilizar os EVA verdes para completar, Luiza concorda. Elas percebem que, se forem adicionando sempre mais um, vão chegar ao total de 100 cm, elaborando assim uma conjectura que é validada por meio do cálculo mental. No trecho abaixo, as alunas refazem a estratégia verificando se está correta, elas observam as partes de EVA e fazem os cálculos novamente.

Luiza: 5 centímetros, mais o vermelho de 10 centímetros, mais 25 centímetros, mais 50 centímetros que dá um metro.
Luiza: É para deixar montado?
Professora: Sim, vocês terminaram?
Karina: Sim, ela montou e eu dei as ideias, a gente montou junto.
Professora: Como vocês fizeram? Explica pra mim.
Karina: A gente colocou 5 de 1 centímetro, outro de 10, outro de 25 cm e um de azul.

Karina: Verde, amarelo e azul.
Luiza: A gente pegou 5 de 1 cm, 2 vermelhos de 10 cm, mais um de 25 cm e o azul de 50 cm.

As alunas explicam para a professora como fizeram a composição do metro. Luiza faz uma conjectura quando faz a composição com os pedaços de EVA de 5 cm, mais o vermelho de 10 cm, mais 25 cm, mais 50 cm, dizendo que daria um metro, entretanto trata-se de uma conjectura que não é válida, porque a soma resulta em 90 cm. Karina repete a conjectura de Luiza dizendo que "a gente colocou 5 de 1 centímetro, outro de 10, outro de 25 cm e um de azul"; em seguida, Luiza percebe que faltam 10 centímetros e refaz a conjectura, sendo esta válida por completar os 100 cm do metro.

Professora: Deu 1 metro? Como deu um metro? Por que deu 1 metro?
Luiza: Porque a gente fez a conta.
Professora: Como vocês fizeram a conta?
Luiza: 10 mais 5 igual é 25, 25 mais 25 dá 50, 50 mais 50 dá um metro.

A professora desafia as alunas na tentativa de que elas justifiquem a conjectura, porém, Luiza se equivoca e totaliza apenas 90 cm. A professora as questiona novamente, instigando as alunas a apresentarem uma justificação.

Professora: Podem explicar novamente como fizeram?
Luiza: A gente pegou 5 de 1 metro.
Professora: 5 de 1 metro?
Karina: Não, de 1 cm.
Luiza: 2 de 10 cm.
Luiza: 5 cm, mais 10 cm, mais 10 cm, mais 25 cm, mais 50 cm é igual a 1 metro.

Nessa hora, Luiza percebe que são necessários dois pedaços de 10 cm para formar o metro, então, ela justifica fazendo os cálculos e, dessa vez, valida a conjectura. Essa resolução pode ser observada na Figura 4. É possível notar, pela Figura 4, que, no cálculo, aparecem duas vezes 10 cm, mas, no desenho que foi feito anteriormente à explicação, aparece somente uma peça vermelha de 10 cm. Essa imagem é do desenho anterior à explicação da dupla e aos questionamentos da professora. Ao final, a dupla conseguiu justificar e compreender a composição correta de 100 cm.

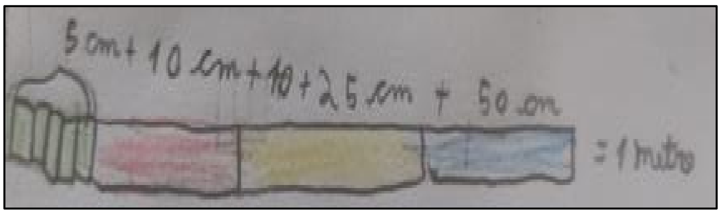
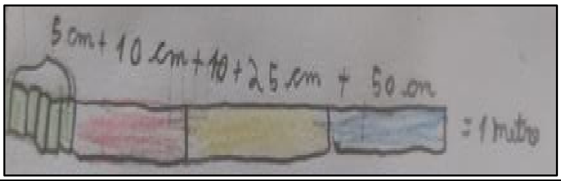


Figura 4: Resolução da tarefa 1B de Karina e Luiza
Fonte: Dados da pesquisa

Quadro 4: Síntese dos processos de raciocínio da dupla Karina e Luiza na resolução da Tarefa 1

Diálogo/escrita	Processos desenvolvidos	Explicação dos processos desenvolvidos
Karina: dá 85 cm. *Luiza: mais um amarelo.* *Karina: É mais um amarelo.* *Luiza: 110, não amarelo esquece.*	Comparação Conjectura	As alunas já têm 85 cm, então, as duas concordam em colocar mais um pedaço de EVA amarelo de 25 cm, fazem o cálculo e percebem que resultou 110 cm, elas comparam aos 100 cm do metro e desistem do pedaço de EVA amarelo.
Luiza: 85 mais 10, zero mais 5 é cinco, oito mais um é nove, ficou 95. *Karina: A gente pode usar um verde.* *Luiza: É legal, a gente pode usar um verde.* *Karina: Vai usar o verde?* *Luiza: Eu estou fazendo as contas.* *Karina: Se usar dois verdes vai dar 97.* *Luiza: Então faz aí.* *Karina: Mais 3.* *Luiza: Mais 4, mais 5, vai.* *Karina: 5?* *Karina: 95,96,97,98,99,100, deu cem já.* *Luiza: Deu?*	Comparação Conjectura	Na sequência após Luiza desistir do pedaço amarelo de 25 cm, elas continuaram a partir de 85 cm. Pegaram mais um pedaço vermelho de 10 cm, totalizando 95 cm, completaram com pedaços de EVA verdes, até chegarem a nova conjectura de 100 cm. Aqui elas fizeram a comparação de quantos centímetros elas já tinham e o quanto faltava para completar os 100 cm, sendo o processo de comparação e conjectura.
Luiza: 5 centímetros, mais o vermelho de 10 centímetros, mais 25 centímetros, mais 50 centímetros que dá um metro. *Karina: A gente colocou 5 de 1 centímetro, outro de 10, outro de 25 cm e um de azul.*	Conjectura	Luiza elabora uma nova conjectura, porém ela adiciona “5+10+25+50”, que totaliza 90 cm, fica faltando 10 cm para dar 1 m. Karina faz o mesmo, tenta justificar a conjectura, comenta sobre somente uma peça de 10 cm, sendo uma conjectura inválida.
Luiza: A gente pegou 5 de 1 cm, 2 vermelhos de 10 cm, mais um de 25 cm e o azul de 50 cm.	Comparação Conjectura	Luiza compara, percebe que faltam 10 cm e refaz a conjectura, agora com duas peças vermelhas de 10 cm, totalizando assim, os 100 cm.
Luiza: 5 cm+10 cm+10+25cm+50 cm= 1 metro 	Justificação	No final elas conseguem justificar nessa representação do cálculo: “5cm+10cm+10+25cm+50 cm = 1 m”. No desenho feito anteriormente, ainda fica faltando uma peça de EVA vermelho de 10 cm.

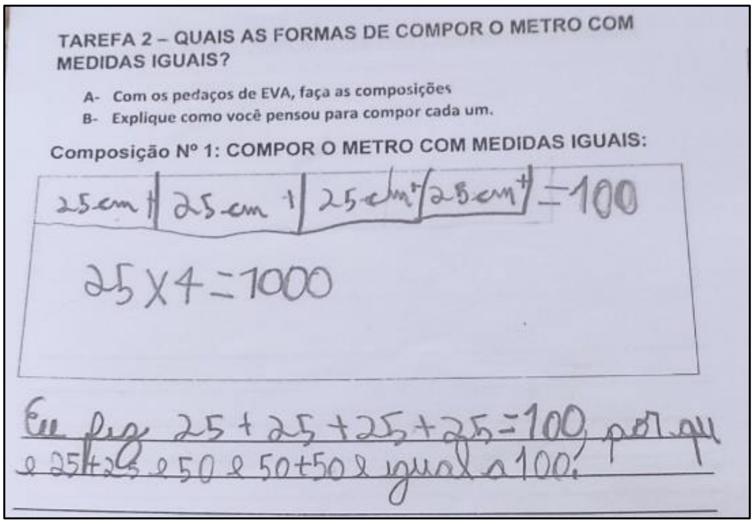
Fonte: Dados da pesquisa

Tarefa 2 - Dupla Antonio e Junior

A professora explica que eles têm que formar o metro com medidas iguais e explicar como fizeram.

Junior: Eu peguei um EVA amarelo, eu peguei 4 EVA amarelo.
Junior: Cada um tem 25, 25 mais 25 é 50 mais 25 é 75, mais 25, 100, é igual a um metro.

Nesse momento, os alunos conversam sobre a composição do metro com medidas iguais e começam a compor, utilizando os pedaços de EVA. Junior faz uma conjectura, pegando quatro pedaços de EVA amarelos medindo 25 cm cada.



TAREFA 2 – QUAIS AS FORMAS DE COMPOR O METRO COM MEDIDAS IGUAIS?

A- Com os pedaços de EVA, faça as composições
B- Explique como você pensou para compor cada um.

Composição Nº 1: COMPOR O METRO COM MEDIDAS IGUAIS:

25 cm + 25 cm + 25 cm + 25 cm + = 100

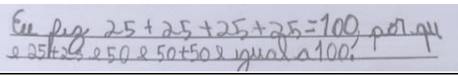
25 X 4 = 1000

Eu fiz 25 + 25 + 25 + 25 = 100 porque e 25 + 25 e 50 e 50+50 e igual a 100.

Figura 5: Resolução de Antonio e Junior da Tarefa 2
Fonte: Dados da pesquisa

Após fazerem os cálculos mentalmente com os pedaços de EVA, os alunos registraram sua resolução na tarefa escrita. Na figura 5, podemos observar que Junior desenhou quatro vezes 25 cm, com o total de "100". Após isso, faz uma multiplicação colocando o resultado "1000", mas em seguida, nota-se que ele consegue justificar a sua conjectura somando quatro vezes de 25 igual a 100, e 25 mais 25 é igual a 50, e 50 mais 50 é igual a 100.

Quadro 5 - Síntese dos processos de raciocínio da dupla Antonio e Junior na resolução da Tarefa 2

Diálogo/escrita	Processos desenvolvidos	Explicação dos processos desenvolvidos
Junior: Eu peguei 4 EVA amarelo.	Conjectura	Junior apresenta uma conjectura ao propor quatro pedaços de EVA amarelo que medem 25 cm cada.
Junior: Cada um tem 25, 25 mais 25 é 50 mais 25 é 75, mais 25, 100, é igual a um metro.  Eu fiz 25 + 25 + 25 + 25 = 100 porque e 25 + 25 e 50 e 50+50 e igual a 100.	Justificação	Nesse trecho, Junior faz uma justificação, ele faz os cálculos para ter certeza de que completou 100 cm referentes ao metro.

Fonte: Dados da pesquisa

No momento da plenária, a professora pede aos alunos Junior e Antonio que expliquem para a turma como eles fizeram a tarefa, fazendo a composição do metro com medidas iguais e explicando qual a relação de uma parte dessa com o metro. Os alunos mostraram segurando as quatro partes do EVA amarelo e explicaram escrevendo no quadro "25+25+25+25". Depois, somaram "25+25=50" duas vezes e somaram 50+50, totalizando os 100 cm, como pode ser visto na Figura 6. Também confirmaram o cálculo por meio da multiplicação 25x4=100.

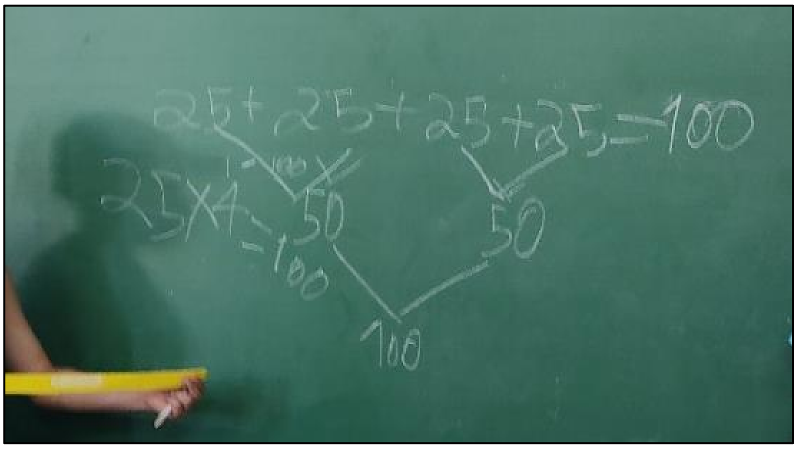


Figura 6: Resolução da tarefa 2 por Antonio e Junior no momento da explicação para a turma
Fonte: Dados da pesquisa

Após esse momento, eles fizeram outro registo no quadro representando as quatro partes de EVA e a professora conduziu a discussão questionando sobre o que cada parte representa em relação ao metro.

Professora: E a outra pergunta era, o que cada parte dessa representa em relação ao metro?
Junior: Essa parte representa 25 de quatro.
Professora: 25 de 4 será que é isso?
Antonio: Essa parte representa uma parte de um metro.
Professora: Uma parte de um metro? Desenha pra mim e explica.
Professora: Pessoal, vocês estão vendo como eles fizeram? Vocês concordam, vocês podem concordar ou não, dar uma ideia. Eles fizeram 4 de 25 centímetros e agora? Uma parte dessas representa o quê comparado ao metro?
Alunos: Não sei.
Professora: Uma parte dessa representa o que em relação ao metro? Circula no quadro uma dessas partes.
Junior: Uma parte de quatro.
Alunos: A primeira parte.
Junior: Uma parte de 25.
Professora: Uma parte de 25?
Antonio: Uma parte de um metro.
Professora: Uma parte de um metro? E que parte é essa de um metro?
Junior: A primeira parte.
Professora: Muito bem.
Professora: Junior, o Antonio chegou até uma parte de um metro e você o que diz?
Junior: Uma parte de quatro.
Professora: Por que é uma parte de quatro?
Junior: Porque para formar o metro precisa quatro partes de 25.
Professora: Então quer dizer que para dar 1 metro precisou de quatro partes de 25 centímetros?
Junior: Isso.
Professora: Então, o Antonio chegou na conclusão de "uma parte de um metro" e o Junior a "uma parte de quatro".

Os alunos iniciam uma discussão para explicar o que cada parte de 25 cm representa em relação ao metro. Junior diz que cada parte representa 25 de quatro, apesar de não ser uma conjectura válida, ela dá suporte para formar uma conjectura válida. A professora questiona se é isso mesmo, o que leva os alunos a pensarem em outras possibilidades ou justificar o que estão dizendo. Antonio diz que a parte de 25 cm representa uma parte do metro, o que configura outra conjectura. A professora questiona os alunos e eles dizem que é a primeira parte. Junior concorda com os alunos e completa a conjectura dizendo que é uma parte de quatro. Após isso, a professora questiona perguntando: “por que é uma parte de quatro?” Ele justifica dizendo: “porque para formar o metro precisa quatro partes de 25”. Assim, os alunos justificam a conjectura.

Quadro 6: Síntese dos processos de raciocínio da dupla Antonio e Junior na resolução da Tarefa 2

Diálogo	Processos desenvolvidos	Explicação dos processos desenvolvidos
Junior: Essa parte representa 25 de quatro.	Conjectura	Junior diz que uma parte do EVA de 25 cm comparado ao metro representa 25 de 4. Ele elaborou uma conjectura não válida.
Antonio: Essa parte representa uma parte de um metro.	Comparação e Conjectura	Antonio está explicando que uma parte de 25 cm, comparado ao metro, representa uma parte de um metro, sendo uma comparação e uma conjectura.
Junior: A primeira parte.	Conjectura	Junior continua elaborando sua conjectura concordando com os alunos da turma e dizendo que a parte de EVA de 25 cm representa a primeira parte.
Junior: Uma parte de quatro.	Comparação Conjectura	Junior completa sua conjectura quando diz que a parte de 25 cm representa uma parte de quatro. Nesse momento, ele faz uma comparação de parte e todo.
Junior: Porque para formar o metro precisa quatro partes de 25.	Justificação	Quando a professora pergunta “por que é uma parte de quatro”? Junior justifica dizendo que para formar o metro são necessárias quatro partes.

Fonte: Dados da pesquisa

Tarefa 2 - Dupla Karina e Luiza

Karina: Professora, é da mesma cor?
Professora: Sim, compor o metro com medidas iguais, da mesma cor.
Karina: Que cor a gente vai montar 1 metro?
Heloisa: Eu já sei, verde.
[...]
Karina: A gente está fazendo 50 de 1 centímetro.
Luiza: Não, a gente está fazendo 1 metro de 1 centímetro.
Karina: Isso, 1 metro de 1 cm.
Luiza: Acabei, agora você vai ter que contar. Contar e anotar.
Karina: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15....49
Luiza: Coloca mais 1.
Karina: 1,2,3.
Luiza: Espera aí, quer me ajudar?
Karina: 1,2,3....50, deu 50.

Nesse trecho, as alunas utilizando os pedaços de EVA, foram contando e colando, em uma fita crepe, 50 pedaços de EVA verde de com a medida de 1 cm cada.

Luiza: Não mexe.
Karina: Está complicado.
Karina: Conta pra mim.
Luiza: 1,2,3...48, tem só 48.
Karina: Não tem problema vai juntar tudo.
Luiza: 1,2,3,4...49.
Karina: Cadê a fita? Você não colocou aqui.
Karina: A gente vai ter que fazer de outra forma.
Luiza: Não, foi a única que ninguém fez até agora.
Luiza: Me ajuda, você vai ter que me ajudar a colocar 50 aqui.
Luiza: 1,2,3...32.
Professora: Estão conseguindo?
Luiza: Sim, obrigada professora.
Luiza: 1,2,3...49.
Karina: Precisa de fita.
Luiza: 1,2,3.....50.
Luiza: Agora vamos contar de novo.
Luiza: 1,2,3...50, vamos ver se deu certo?
Karina: Vamos.
Luiza: A gente tem que juntar os dois.
Karina: Ok.
[...]
Professora: Terminaram?
Luiza: Sim, deu cem.
Professora: Então vamos explicar para a turma.
Karina: A gente pegou 50 de 1 cm e mais 50 de 1 cm e que deu 1 metro.
Professora: E o que uma parte dessa representa em relação ao metro?
Luiza: Representa uma parte de um metro.

Para essa tarefa, as alunas utilizam a contagem de pedaços de EVA de 1 cm. Elas foram colando numa fita crepe e comparando com o todo, no caso, os 100 cm para verificar o quanto faltava para completar. Primeiro, completam 50 cm, em seguida, repetem a ação, colocando mais 50 pedaços de EVA verde, formando mais 50 cm. Ao final, adicionam uma parte à outra, formando os 100 cm.

Quadro 7: Síntese dos processos de raciocínio da dupla Karina e Luiza na resolução da Tarefa 2

Diálogo/escrita	Processos desenvolvidos	Explicação dos processos desenvolvidos
Luiza: 50+50.	Conjectura	Aqui a aluna faz uma conjectura de 50 peças verdes de 1 cm mais 50 peças de 1 cm.
Luiza: A gente tem que juntar os dois.	Conjectura	Após montar duas partes de 50 cm cada, Heloisa diz “a gente tem que juntar os dois”. Aqui ela faz a conjectura que 50+50 é 100 cm.
Karina: A gente pegou 50 de 1 cm e mais 50 de 1 cm e que deu 1 metro.	Justificação	Neste trecho, Karina justifica que, ao se adicionar 50 cm formados por 1 cm e mais outra parte de EVA, também com 50 cm de 1 cm, compõe-se assim os 100 cm do metro.
Luiza: Representa uma parte de um metro.	Comparação e conjectura	Luiza faz a comparação de 1 cm com o metro e fala que 1 cm é uma parte do metro.

Fonte: Dados da pesquisa

As alunas finalizam dizendo que 1 cm representa uma parte de um metro. Mesmo elas não validando essa conjectura, este processo dá suporte para novas aprendizagens, no caso, o conteúdo de frações, equivalência de medidas, transformações de unidades de medidas. Juntamente com os processos de comparação, conjectura e justificação, ocorreu a aprendizagem de alguns conteúdos sobre a medida de comprimento “metro”, estimativas de medidas de comprimento e adições. As alunas comprovaram, com o auxílio do material manipulável, a composição do metro e foram capazes de discutir, trabalhar em dupla, respeitar a opinião da colega, ter autonomia para resolver a tarefa e desenvolveram “atitudes de autoestima, de perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas” (Brasil, 2018, p.530).

5 DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo foi analisar os processos de raciocínio matemático desenvolvidos pelos alunos do quarto ano do Ensino Fundamental ao resolverem tarefas de caráter exploratório sobre medida de comprimento.

Os resultados obtidos sugerem que as tarefas exploratórias têm potencial para mobilizar, nos alunos, os processos de raciocínio matemático de comparar, conjecturar e justificar. Além do desenvolvimento desses processos, as tarefas também auxiliaram na aprendizagem de alguns conteúdos da unidade temática grandezas e medidas, especificamente sobre medidas de comprimento (o metro), que são referentes ao 4º ano do Ensino Fundamental e as habilidades descritas nos documentos oficiais como a BNCC (Brasil, 2018).

A abordagem do ensino exploratório permitiu aos alunos dialogarem sobre a tarefa, discutirem as conjecturas, aceitando-as ou, se necessário, refutando-as, e, em alguns momentos, chegarem na justificação. Isso contribuiu para colocar em prática o que indica a BNCC (Brasil, 2018) quanto a promover “novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos” e desenvolver, nos alunos, “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 266). Durante a resolução das tarefas, os alunos puderam expressar as suas ideias e suas formas de pensar, bem como ouvir os colegas, aceitar, refutar ou apoiar suas conjecturas durante as resoluções para formar o metro.

A tarefa exploratória proporcionou aos alunos algumas atitudes indicadas por Ponte (2005), tais como refletir, avaliar, resolver as tarefas de forma autônoma, sem muitas interferências da professora. Assim, eles puderam utilizar conceitos matemáticos já conhecidos para construir novos conhecimentos matemáticos, característica fundamental do raciocínio matemático (Jeannotte & Kieran, 2017). Quando as conjecturas não eram válidas, os alunos continuavam tentando até alcançar uma conjectura que fosse validada pelo parceiro da dupla e pela turma, efetivando, assim, a utilização do raciocínio matemático no sentido de Mata-Pereira e Ponte (2018).

No que diz respeito às primeiras noções de medidas de comprimento, entendemos que os alunos se envolveram com as três etapas mencionadas por Van de Walle (2009). Inicialmente, foi utilizado o que se refere à primeira etapa quando os alunos conheceram a legenda e o material didático que contém diferentes pedaços de EVA para que fizessem as comparações e descobrissem as medidas. No que diz respeito à segunda etapa, os alunos fizeram as comparações, começaram a cobrir as peças maiores com pedaços de EVA verde que media um centímetro. Já na terceira etapa, os alunos utilizaram as peças de EVA, sendo medidas informais para comparar e compor a medida padrão, no caso, o metro, sendo essa uma comparação entre instrumentos.

As tarefas exploratórias contribuíram para que os alunos desenvolvessem conhecimentos em conteúdos como adição, subtração, multiplicação com parcelas iguais, relações entre medidas de metro e centímetro, estimativas de comprimento e relações entre medidas de comprimento, além de possibilitarem a introdução da noção de fração.

Sobre os processos de raciocínio matemático, os alunos manifestaram três processos de raciocínio: comparar, conjecturar e justificar (Jeannotte & Kieran, 2017). Sobre comparar, em diversos momentos, foi comparado o EVA verde de 1 cm com os demais pedaços de EVA para descobrir todas as demais medidas e completar a legenda. As conjecturas feitas pelos alunos ocorreram nos momentos em que eles comparavam as medidas dos pedaços de EVA na tentativa de compor o metro. Mesmo quando uma conjectura é inválida, ela colabora para o desenvolvimento do raciocínio matemático, proporcionando ao aluno chegar a uma conjectura válida com argumentos matemáticos para sustentar a justificação (Lannin, Ellis & Elliot, 2011). Durante as tarefas, verificamos que os alunos foram capazes de analisar as suas conjecturas e a conjectura de outros alunos. Além disso, os alunos justificaram matematicamente como fizeram a composição do metro quando apresentaram para os colegas da turma ou quando explicaram para a professora como eles resolveram as tarefas e porque aquela resolução era válida, apoiados por argumentos matemáticos também válidos, evidenciando o desenvolvimento do processo de justificar (Araman & Serrazina, 2020).

Finalizando, os dados obtidos nesta pesquisa evidenciam a pertinência de se desenvolver o raciocínio matemático desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, como sugerem Araman e Serrazina (2020). Além disso, podemos perceber que, durante a realização da tarefa, além da mobilização dos processos de raciocínio, os alunos, de forma autônoma, revisitaram diversos conhecimentos matemáticos e desenvolveram outros, como a compreensão da formação do metro. Tais aspectos são fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio matemático, conforme nos apontam Jeannotte e Kieran (2017). Também destacamos que uma tarefa elaborada na perspectiva do ensino exploratório (Ponte, 2005) apoiada, neste caso de forma particular, pelo uso de material manipulável, trouxe contribuições para a aprendizagem matemática dos alunos.

REFERÊNCIAS

Araman, E. & Serrazina, L. (2020). Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v.9*(18)*, 118-136.

Araman, E., Serrazina, L. & Ponte, J. P. (2020). Raciocínio Matemático nos Primeiros Anos: ações de duas professoras ao discutir tarefas com seus alunos. *Bolema*, v. 34*(67)*, 441-461.

Bellini, J. de M. (2022). *Processos de raciocínio matemático no Ensino Fundamental: tarefas exploratórias sobre medidas de comprimento*. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação.* Portugal: Porto Editora.

Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.

Brito, A. (2003). *Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental*. (Dissertação de Mestrado em Educação), UFPE - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Caraça, B. (1951). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa, Tipografia Matemática.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 96*(1)*, 1-16.

Lannin, J., Ellis, A. B. & Elliott, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten - grade 8***.** Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, v. 32*(62)*, 781–801.

Morais, C., Serrazina, L. & Ponte, J. P. (2018). Mathematical Reasoning Fostered by (Fostering) Transformations of Rational Number Representations**.** *Acta Scientiae*, Canoas, v. 20*(4)*, 552-570.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2020). (2007). *Princípios e Normas para a matemática escolar* (M. Melo, Trad). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. *Associação dos Professores de Matemática*, Lisboa, 11-34.

Ponte, J. P. (2010). Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem**.** *Union – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, v. 21, 13-30.

Ponte, J. P. (2013). Explorar e Investigar em Matemática: Desafio para os Alunos e Professores. *Movimento-Revista de Educação*, Lisboa.

Ponte, J. P., Quaresma, M. & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?”. *Educação e Matemática*, v. 156, 7-11.

Ponte, J. P. et al. (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, v. 25*(2)*, 77-98.

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Ed. 6, Porto Alegre, Artmed.

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA
“Cada Um Tem 25, 25 Mais 25 É 50, Mais 25 É 75, Mais 25 É 100, É Igual A Um Metro”: Processos De Raciocínio Manifestados Por Alunos Ao Resolverem Tarefas Exploratórias

Eliane Maria de Oliveira Araman
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento Acadêmico de Matemática, Cornélio Procópio-PR, Brasil.
elianearaman@utfpr.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-1808-2599

Janete Aparecida de Melo Bellini
Mestrado
Prefeitura Municipal de Londrina, Secretaria Municipal de Londrina, Londrina-PR, Brasil.
janetemelobellini3@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-8780-1673

Henrique Rizek Elias
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento Acadêmico de Matemática, Londrina-PR, Brasil.
henriqueelias@utfpr.edu.br
https://orcid.org/0000-0002-9660-7303

Endereço de correspondência do principal autor
Av. Alberto Carazzai, 1640, Cornélio Procópio-PR, Brasil, CEP: 86300-000.

AGRADECIMENTOS
Não se aplica.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: E. M. de O. Araman
Coleta de dados: E. M. de O. Araman, J. A. de M. Bellini
Análise de dados: E. M. de O. Araman, J. A. de M. Bellini
Discussão dos resultados: E. M. de O. Araman, J. A. de M. Bellini, H. R. Elias
Revisão: E. M. de O. Araman, H. R. Elias

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
A pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética sob parecer nº 5.161.835 (número do CAAE: 49773821.1.0000.5547).

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 12-06-2023 – Aprovado em: 11-10-2023