

LA FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE POLÍGONO EN ESTUDIANTES DE 3 AÑOS

Polygon concept formation in students of 3 years old

Buform, À. y Bernabeu, M.

Universidad de Alicante

Resumen

La formación de los conceptos geométricos es compleja debido a las dificultades que los estudiantes presentan para reconocer atributos relevantes de las figuras geométricas. Por ello, el objetivo de este estudio es implementar una instrucción sobre la formación del concepto de polígono combinando lo perceptual y lo conceptual para ayudar a los estudiantes de Educación Infantil (3 años) a progresar entre los diferentes niveles del desarrollo del pensamiento geométrico (pre-reconocimiento, visualización, sincrético y análisis). Los participantes de esta instrucción han sido 21 estudiantes de Educación Infantil que no habían recibido instrucción alguna sobre geometría previamente. Los resultados han mostrado que, tras la instrucción convenientemente dirigida hacia la formación del concepto de polígono, los estudiantes han podido pasar de un nivel pre-reconocimiento y/o visualización a un nivel sincrético y/o análisis.

Palabras clave: concepto de polígono, Educación Infantil, niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, instrucción guiada, formación del concepto

Abstract

The geometric concept formation is complex due to the difficulties students have in recognising relevant attributes of geometric figures. Therefore, the aim of this study is to implement an instruction on polygon concept formation combining perceptual and conceptual data to help young children (3 years old) to progress among the different levels of geometric thinking development (pre-recognition, visualisation, syncretic and analysis). The participants in this instruction were 21 Early Childhood Education students who had not previously received any instruction in geometry. The results have shown that, after instruction suitably directed towards the polygon concept formation, the students have been able to move from a pre-recognition and/or visualisation level to a syncretic and/or analysis level.

Keywords: polygon concept, Early Childhood Education, developmental levels of geometric thinking, guided instruction, concept formation

INTRODUCCIÓN

La geometría es una de las áreas básicas de las matemáticas que deben ser desarrolladas en la primera infancia (Aslan y Arnas, 2007; Clements et al., 2022). Para ello, desde edades tempranas se debe ayudar a los estudiantes a la formación de los conceptos geométricos. De acuerdo con Hershkowitz (1990), la formación del concepto consiste en saber discriminar qué atributos son relevantes y no-relevantes en una figura para poder clasificarla como un ejemplo o no-ejemplo del concepto. Así, ante un no-polígono parecido a un cuadrado en posición prototípica (Figura 1), reconocer este como un no-ejemplo de cuadrilátero por tener curvas en lugar de vértices. Para saber realizar dicha discriminación, se debe ampliar la imagen del concepto de los estudiantes a partir de un amplio abanico de ejemplos y no-ejemplos de los conceptos geométricos tratados (Tall y Vinner, 1981; Tsamir et al., 2008). Entendemos imagen del concepto como el conjunto de figuras, dibujos o

representaciones que se evocan en la mente de un individuo, vinculados a un determinado concepto geométrico, y por el conjunto de propiedades asociadas al concepto (Tall y Vinner, 1981).

Figura 1. No-ejemplo de cuadrilátero



Diversas investigaciones (Bernabeu et al., 2017; Halat y Yesil-Dagli, 2016; Verdine et al., 2016) han mostrado que la formación de los conceptos geométricos es compleja debido a las dificultades que los estudiantes presentan para reconocer atributos relevantes de las figuras geométricas. Una de estas dificultades es el no diferenciar los ejemplos de los no-ejemplos de un concepto, debido al peso de los atributos no-relevantes (posición, regularidad, simetría,...) asociados a los ejemplos prototípicos de las figuras geométricas que presentan en su imagen del concepto (Tall y Vinner, 1981; Tsamir et al., 2008). Estudios previos han afirmado que el uso de ejemplos y no-ejemplos prototípicos y no-prototípicos de figuras geométricas puede ayudar a solventar las dificultades que presentan los estudiantes en relación con estas (Bernabeu et al., 2022).

En Educación Infantil, diversas investigaciones se han centrado en cómo los estudiantes reconocen figuras geométricas de manera general (círculos, cuadrados, triángulos, rectángulos, pentágonos, estrellas,...) (Clements et al., 1999; Verdine et al., 2016) o ciertas figuras geométricas como los triángulos (Tsamir et al., 2008) o cuadrados (Halat y Yesil-Dagli, 2016). Sin embargo, falta información sobre investigaciones que estudien la base de esas figuras geométricas, es decir, el concepto de polígono.

Por otro lado, diversas investigaciones han resaltado la importancia de la intervención, tanto el rol del maestro como la secuencia de tareas, para caracterizar el desarrollo de la comprensión de los conceptos geométricos a través de los niveles del pensamiento geométrico de van Hiele (Berciano et al., 2017; Clements et al., 1999; Gutiérrez y Jaime, 2012). Por ejemplo, Berciano et al. (2017) concluyeron que la intervención de la maestra, a través de diferentes tareas para favorecer un acercamiento al concepto de cilindro en estudiantes de infantil, fomentó que un estudiante de educación infantil desgranara y argumentara en mayor medida las propiedades del cilindro, incrementando su nivel de razonamiento geométrico de van Hiele (mostrando en algunas ocasiones características del nivel 2, nivel poco frecuente en Educación Infantil). Así mismo, Gutiérrez y Jaime (2012) afirmaron que es necesario que las actividades propuestas que se vayan a trabajar con los estudiantes para poder pasar de un nivel a otro estén convenientemente dirigidas hacia los conceptos o propiedades que se quieren trabajar y estas se presenten de manera progresiva.

Por ello, este estudio se centra en cómo los estudiantes de infantil reconocen progresivamente los atributos relevantes del concepto de polígono para la formación de la definición de este tras una instrucción diseñada ad hoc.

MARCO TEÓRICO

El modelo de razonamiento de van Hiele sobre el pensamiento geométrico está caracterizado por diferentes niveles. De acuerdo con Gutiérrez (2012), en Educación Infantil solo se alcanza el Nivel 1, sin embargo, Berciano et al. (2017) afirman y corroboran en su investigación que son alcanzables los niveles 1 y 2. En el Nivel 1 (visualización) los estudiantes perciben las figuras geométricas de manera global, sin reconocer partes o propiedades de las figuras, haciendo descripciones visuales, táctiles, etc., y comparándolas con objetos de su entorno (Gutiérrez, 2012). De este modo, un estudiante podría decir que un rectángulo “se parece a una puerta” al compararlo con un objeto de su entorno; o también podría reconocer que un triángulo equilátero (figura prototípica) es un triángulo, pero no podría justificar su pertenencia, ya que no reconoce partes o propiedades. En el Nivel 2 (análisis) los estudiantes son capaces de reconocer y analizar las partes y propiedades de las

figuras geométricas a través de la manipulación y la experimentación (Gutiérrez, 2012). Así, por ejemplo, un estudiante reconocería que una figura es un triángulo porque tiene tres lados.

Sin embargo, algunos autores consideran que los niveles de van Hiele no están tan claros cuando se trata de estudiantes de infantil (Clements y Battista, 1992; Clements et al., 1999). Por ejemplo, algunos estudiantes de esta etapa no pueden distinguir unas figuras geométricas de otras que no están en la misma clase (Aslan y Arnas, 2007; Clements y Battista, 1992). Es decir, un estudiante no distinguiría un cuadrado de otra figura geométrica como la de la Figura 1, y consideraría que ambas figuras pertenecen a la misma clase. Por ese motivo, consideran que estos estudiantes se encuentran en una fase de transición hacia el Nivel 1 (visualización), que llaman nivel *pre-reconocimiento* (Clements y Battista, 1992). Por otro lado, Aslan y Arnas (2007) afirman que la transición del Nivel 1 (visualización) al Nivel 2 (análisis) tampoco está clara, y corroboran el nivel propuesto por Clements et al. (1999), nivel *sincrético*, el cual consiste en una *síntesis de conocimiento verbal declarativo e imaginario* (p. 206). Por ejemplo, cuando los estudiantes, ante actividades de clasificar figuras geométricas, consideran a los triángulos isósceles “figuras alargadas”, y a las figuras que presentan lados curvos como “figuras con un puente”. Por lo tanto, en este estudio vamos a considerar cuatro niveles para el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de Educación Infantil: pre-reconocimiento; visualización; sincrético; y análisis.

El recorrido de estos niveles se caracteriza por asociar paulatinamente lo perceptual y lo conceptual. Esta asociación requiere interacciones adecuadas entre las imágenes y la definición del concepto. Fischbein (1993) estableció la idea del *concepto figural* para describir la relación entre lo perceptivo, como el reconocimiento de ciertos atributos, y las condiciones lógicas que rigen el concepto, como las propiedades matemáticas que definen el concepto. Por lo que el paso del nivel pre-reconocimiento al nivel análisis conlleva el desarrollo del concepto figural de los estudiantes.

Asimismo, la instrucción guiada ayuda a establecer esta asociación entre las figuras geométricas y sus propiedades (Berciano et al., 2017; Gutiérrez y Jaime, 2012). Por ello, el objetivo de este estudio es implementar una instrucción sobre la formación del concepto de polígono combinando lo perceptual y lo conceptual para ayudar a los estudiantes de Educación Infantil a progresar entre los diferentes niveles del desarrollo del pensamiento geométrico. De este modo, las cuestiones de investigación son las siguientes:

- ¿En qué nivel se encuentran los estudiantes de Educación Infantil previo a la instrucción?
- ¿Cómo construyen el concepto de polígono los estudiantes de Educación Infantil a partir de una instrucción diseñada ad hoc?

MÉTODO

Participantes y contexto curricular

Los participantes de este estudio fueron 21 estudiantes de Educación Infantil de 3 años. En relación con el contexto curricular, las investigaciones que han tratado la geometría plana (Clements et al., 1999; Verdine et al., 2016) solo tratan los conceptos de círculo, cuadrado, rectángulo y triángulo. Sin embargo, la Competencia específica 2 del Decreto 100/2022 expone la necesidad de “Llevar a cabo investigaciones sencillas, individuales y grupales, orientadas a explorar objetos, seres vivos, fenómenos y sucesos del entorno próximo utilizando destrezas lógico-matemáticas, científicas y tecnológicas elementales” (p. 41129). Por ello, en esta investigación nos centraremos en dotar de sentido el concepto de polígono (figura geométrica plana cerrada con lados rectos y no-cruzados) a partir de la exploración de objetos de manera grupal y, a partir de este concepto, generar otros conceptos referentes a diferentes clases de polígonos (sin particularizar casos como el cuadrado o rectángulo). Los estudiantes que participaron en esta investigación no habían recibido instrucción alguna sobre geometría durante el curso 2021-2022 salvo los que ellos conocían por su propia experiencia extraescolar.

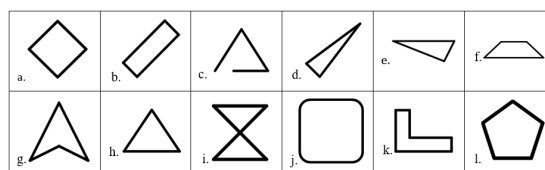
Instrumento y procedimiento

Para llevar a cabo este estudio, se diseñó una instrucción convenientemente dirigida hacia la formación del concepto de polígono (Gutiérrez y Jaime, 2012). La instrucción se llevó a cabo por una miembro del grupo de investigación la cual pasará a llamarse maestra-investigadora. La instrucción constó de 4 sesiones cuyo objetivo fue (a) conocer las ideas previas de los estudiantes en relación con la geometría plana (prueba inicial) (sesión 1); y (b) ayudar a la formación del concepto de polígono (sesión 1 y 2) y las clases de polígonos según el número de lados (triángulos, cuadriláteros y pentágonos) (sesión 2 y 3). La sesión 4, fue una sesión de repaso tanto del concepto de polígono, como de las clases de polígonos según el número de lados. Las sesiones fueron grabadas en vídeo. En concreto, en este estudio nos vamos a centrar en la prueba inicial y la formación del concepto de polígono. Además, decir que las figuras que usamos en esta investigación fueron diseñadas para tener un amplio abanico de figuras no-prototípicas (Tsamir et al., 2008), aunque considerando alguna prototípica, y haciendo que algunas prototípicas fueran no-ejemplos de la clase a la que pertenecían (figura abierta parecida al triángulo equilátero (Figura 2c); o la figura con lados curvos en lugar de vértices parecida al cuadrado (Figura 2j)).

(a) Prueba inicial

La prueba inicial estaba formada por un conjunto de 12 figuras (9 polígonos y 3 no-polígonos) (Figura 2) que se presentaron a los estudiantes de forma progresiva para saber qué conocían sobre esas figuras (imagen del concepto). En esta tarea no se realizó ningún tipo de corrección a los estudiantes, simplemente la maestra-investigadora repetía lo que los estudiantes decían.

Figura 2. Figuras de la prueba inicial



(b) Formación del concepto de polígono

Para la formación del concepto de polígono nos basamos en la idea de Hershkowitz (1990) de que la estructura de los conceptos puede ser considerada como la conjunción de los atributos relevantes: (i) figura plana, (ii) estar cerrada, (iii) tener lados rectos; y (iv) no tener lados cruzados. Por ello, realizamos tareas por cada uno de los atributos relevantes para que los estudiantes vieran las diferencias entre: figuras planas y no-planas; líneas rectas y curvas; figuras cerradas y abiertas; figuras con lados cruzados y no-cruzados. Primeramente, realizábamos una tarea de reconocer diferencias entre los atributos mostrando una imagen con un atributo y otra con el opuesto (p. ej. una figura con algún lado curvo y otra con lados rectos) (Figura 3), donde la maestra-investigadora guiaba la resolución si los estudiantes no resolvían correctamente la tarea. Posteriormente, se presentaban un conjunto de figuras (Figura 4) y los estudiantes tenían que clasificarlas y explicar el porqué de su pertenencia (p. ej. ante un polígono, clasificarlo en figuras con lados rectos y explicar que tiene lados rectos porque no tiene curvas o ante un no-polígono, clasificarla como figura con lados curvos porque tiene un lado curvo (o en forma de “C”).

Figura 3. Ejemplo de figura con algún lado curvo y figura con lados rectos

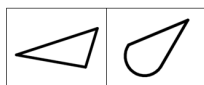
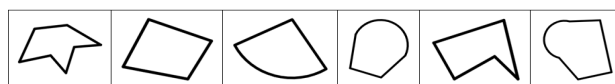


Figura 4. Ejemplos de figuras con lados rectos y figuras con lados curvos



Después de realizar las tareas de reconocer y clasificar para cada atributo relevante por separado, se realizaron dos tareas con la misma estructura, para el concepto de polígono (conjunción de todos los atributos relevantes). En la tarea de reconocer diferencias se colocaron ejemplos de polígonos en un lado de la pizarra y ejemplos de no-polígonos en otro lado. De este modo, los estudiantes llegaron a la conclusión (con ayuda de la maestra-investigadora) que todas las figuras de un conjunto eran planas, estaban cerradas, con lados rectos y no-cruzados. La maestra-investigadora concluyó proporcionando el término de *polígono* a las figuras que cumplieran esos cuatro atributos. Por el contrario, se dedujo que, si alguna figura no cumplía alguno de estos atributos relevantes, no se podía considerar polígono (formación del concepto de polígono). Posterior a esto, se realizó la tarea de clasificar polígonos y no-polígonos para reforzar el concepto de polígono.

Análisis

Para determinar las características de la comprensión de las figuras geométricas analizamos cualitativamente los discursos producidos en las dos primeras sesiones al realizar las diversas tareas. Este análisis se llevó a cabo en dos fases. En la primera fase se visualizaron los vídeos y se transcribieron para tener los discursos entre la maestra-investigadora y los estudiantes. En la segunda fase se codificaron las respuestas en relación con los diferentes niveles considerados en esta investigación. En la Tabla 1 mostramos un ejemplo de este análisis.

Tabla 1. Ejemplos de la codificación de las respuestas

Niveles	Ejemplo del discurso
Pre-reconocimiento	“Es un cuadrado” (refiriéndose a la Figura 1)
Visualización	“Es una rampa” (refiriéndose a un triángulo obtusángulo)
Sincrético	“No es un polígono porque tiene un arcoíris” (refiriéndose a un lado curvo)
Análisis	“No es un polígono porque está abierta”

RESULTADOS

A partir del análisis, se observó que cuando se realizó la prueba inicial y la tarea de reconocer diferencias para cada uno de los atributos relevantes del concepto de polígono, los estudiantes aportaron un vocabulario menos matemático, ya que todavía no habían recibido la instrucción y no conocían los términos de estos atributos. En las tareas de clasificar ejemplos y no-ejemplos de los atributos dados y de los polígonos, los estudiantes ya podían usar algunos términos de los atributos del polígono aprendidos en las tareas de reconocer diferencias. Por ello, en relación con los objetivos de este estudio, los resultados se van a mostrar en dos bloques: (a) resultados previos a la instrucción (procedentes del cuestionario inicial y tareas de reconocer diferencias entre los atributos del polígono); y (b) durante la instrucción (procedentes de las tareas de clasificar ejemplos y no-ejemplos de los atributos del polígono y de polígonos).

Resultados previos a la instrucción

Los resultados obtenidos antes de la instrucción han mostrado que los estudiantes se encontraban en el nivel pre-reconocimiento y en el nivel visualización. A continuación, se muestran las respuestas de algunos estudiantes referentes a estos niveles.

Respuestas de nivel pre-reconocimiento

En el cuestionario inicial, los estudiantes no fueron capaces de distinguir unas figuras geométricas de otras que no están en la misma clase. Por ejemplo, reconocieron la figura abierta (Figura 2c) y el triángulo equilátero (Figura 2h, figura prototípica) como ejemplos de “triángulos”. Es decir, los estudiantes reconocieron ambas figuras geométricas como figuras de la misma clase (la clase de los triángulos) cuando realmente una sí lo era y la otra no. De forma similar, los estudiantes reconocieron una figura con curvas (Figura 2j) como un “cuadrado”, cuando esta figura geométrica no pertenece a la clase de los cuadriláteros.

En las tareas de reconocer las diferencias entre los atributos del polígono también encontramos respuestas de este nivel. Por ejemplo, ante la tarea de reconocer diferencias entre las figuras planas y no-planas, reconocieron el cubo como “un cuadrado”, cuando un cuadrado no pertenece a la clase de los poliedros.

Respuestas de nivel visualización

En relación con el cuestionario inicial, en algunas figuras geométricas que se les mostraron a los participantes, se observó que los estudiantes las percibían de manera global, sin reconocer partes o propiedades, y las comparaban con objetos de su entorno. Por ejemplo, cuando se les mostró el hexágono (Figura 2k), los estudiantes lo reconocieron como “una L”; el cuadrilátero cóncavo (Figura 2g) lo reconocieron como “una A”, “un avión” o “una U si la giramos”; y el trapecio isósceles (Figura 2f) como “una corona” o “una montaña”. Por otro lado, también se encontraron ejemplos de cómo los estudiantes sí que reconocían figuras geométricas por su nombre, pero las percibían de forma global, como un todo. Por ejemplo, cuando se les mostró el cuadrado (en posición no-prototípica) (Figura 2^a), algunos estudiantes sí que dijeron “cuadrado” y otros estudiantes dijeron “diamante” (objeto de su entorno). Sin embargo, cuando la maestra-investigadora giró la figura para ponerla en posición prototípica, los estudiantes dijeron “cuadrado”.

En cuanto a las tareas de reconocer las diferencias entre los atributos del polígono también se observaron respuestas de este nivel. Por ejemplo, cuando tuvieron que diferenciar entre figura plana y no-plana al mostrarles una caja de bombones en forma de prisma hexagonal y un triángulo obtusángulo, reconocieron el triángulo como una “rampa”; y al mostrarles un pentágono irregular y un cilindro, reconocieron el pentágono como una “corbata”.

Todos estos ejemplos, muestran cómo los estudiantes definieron o reconocieron estas figuras geométricas comparándolas con objetos de su entorno, y, además, muestran la incapacidad de los estudiantes de reconocer las partes de la figura, así como el peso que presentan las figuras prototípicas en la imagen del concepto de los estudiantes.

Resultados durante la instrucción

En este apartado encontramos respuestas de nivel visualización, sincrético y análisis. Cabe comentar que, aunque se encontraron respuestas de nivel visualización, los estudiantes iban cambiando su vocabulario y empezaban a justificar según el atributo (aunque no fuera con un lenguaje completamente matemático).

Respuestas de nivel visualización

En cuanto a las respuestas de este nivel observamos que los estudiantes seguían comparando las figuras que no eran conocidas con objetos de la vida cotidiana. Por ejemplo, cuando se clasificaron las figuras con lados curvos o rectos, reconocieron un heptágono cóncavo (con dos concavidades) como un “barco de papel”; un pentágono cóncavo como “una bota de agua”; o un no-polígono de dos lados rectos y uno curvo como “una cobertura” (refiriéndose al símbolo del Wifi).

Respuestas de nivel sincrético

Respecto a las respuestas de este nivel, se observó cómo los estudiantes reconocían algunas propiedades o atributos de las figuras mostradas, usando un vocabulario verbal declarativo e imaginario. En concreto, se observó que los estudiantes usaban algunos términos matemáticos y algunos términos no matemáticos, relativos a lo visual (vocabulario mixto). Por ejemplo, ante la figura de clasificar figuras abiertas o cerradas, justificaron que las figuras estaban abiertas al decir “abierto porque tiene un trozo ahí” (señalando con el dedo la parte abierta) o “abierto porque le falta una pieza” (refiriéndose a un lado). Es decir, los estudiantes usaron el término matemático “abierto”, pero para justificarlo usaron un vocabulario no matemático (trozo o pieza). Ante una tarea de clasificar polígonos y no-polígonos, los estudiantes clasificaron un polígono cóncavo como

un ejemplo de polígono “porque está cerrada [...], no tiene X, no está curva, [...] planita”. En esta respuesta se observa que los estudiantes reconocieron las partes o atributos de las figuras, pero usando un vocabulario mixto. En este caso usaron la idea de X para referirse a “cruzado”.

Se observó, por tanto, que los estudiantes fueron cambiando sus justificaciones y pasaron de reconocer las figuras como un todo, a reconocer algunas propiedades o atributos de las figuras mostradas. Sin embargo, a pesar de empezar a reconocer algunos atributos, los estudiantes todavía no usaban un vocabulario matemático apropiado.

Respuestas de nivel análisis

En cuanto a las respuestas de este, se observó que los estudiantes fueron capaces de reconocer y analizar las partes y propiedades de las figuras geométricas. En la tarea de clasificar polígonos y no-polígonos, un estudiante justificó que una figura abierta “no es un polígono [...] porque está abierto”, o ante una figura abierta con un lado curvo un estudiante reconoció que “no es polígono [...] porque está abierta [...] y tiene lados curvos”.

Las respuestas de este nivel aparecieron en menor medida, pero sí se observó un cambio antes y durante la instrucción en la combinación de lo perceptual y lo conceptual, al hacer referencia a las partes de las figuras en vez de al todo.

DISCUSIÓN

El objetivo de este estudio era implementar una instrucción sobre la formación del concepto de polígono combinando lo perceptual y lo conceptual para ayudar a los estudiantes de Educación Infantil (3 años) a progresar entre los diferentes niveles del desarrollo del pensamiento geométrico. Los resultados muestran que los estudiantes en un primer momento están en un nivel pre-reconocimiento y visual y que conforme se va avanzando en la instrucción sobre el concepto de polígono, los estudiantes avanzan a un nivel sincrético, y en algunos casos, a un nivel análisis. Esta progresión evidencia la asociación paulatina de lo perceptual con lo conceptual (Fischbein, 1993) y que los estudiantes de Educación Infantil con el apoyo de una maestra pueden llegar a reconocer atributos de las figuras geométricas (nivel análisis) (Berciano et al., 2017).

En lo que respecta al momento previo a la instrucción, las respuestas de los estudiantes se basaron en reconocer figuras como ejemplos de clases a las que no pertenecían (Nivel pre-reconocimiento); y reconocer figuras que sí que pertenecen a una clase porque eran ejemplos prototípicos o reconocer estas comparándolas con objetos de su entorno (Nivel visualización). Como los estudiantes no habían recibido instrucción alguna, las respuestas proporcionadas en los momentos del cuestionario inicial y en las tareas de reconocer las diferencias entre los atributos del polígono procedían de su experiencia extraescolar. En concreto, cuando se presentaban figuras prototípicas (o no-polígonos parecidos a figuras prototípicas) los estudiantes las reconocían por su nombre (aunque no fueran ejemplos de esa clase) (Tsamir et al., 2008), pero cuando estas eran no-prototípicas las comparaban con objetos de su entorno, ya que no eran capaces de fijarse en sus partes (Bernabeu et al., 2017; Halat y Yesil-Dagli, 2016).

En cambio, durante la instrucción, tras ver las diferencias entre los atributos del concepto de polígono y haber proporcionado los términos de estos, los estudiantes fueron fijándose cada vez más en las partes de las figuras. Intuimos que esto se debe al diseño de la instrucción llevado a cabo en esta investigación, ya que usamos un amplio abanico de ejemplos y no-ejemplos de atributos de los polígonos y de polígonos para que se fijaran en las partes de las figuras y no en el todo (Bernabeu et al., 2022). Esto amplió la imagen del concepto de los estudiantes de una centrada en ejemplos rígidos (basándose en ejemplos prototípicos), a una más amplia (Tall y Vinner, 1981).

Por otro lado, en cuanto a las respuestas de nivel análisis, los ejemplos encontrados eran de cuando reconocían no-polígonos como no-ejemplos de polígonos. Esto puede ser porque los estudiantes

solamente tenían que reconocer uno o dos de los atributos relevantes que no se cumplían para la definición de polígono. Sin embargo, no encontramos ninguna respuesta de nivel análisis para justificar la pertenencia de una figura a la clase de los polígonos, ya que tenían que hacer la conjunción de cuatro atributos (plano, cerrado, lados rectos y no-cruzados), solamente si la maestra-investigadora les guiaba. Los resultados mostraron que, o bien los estudiantes solamente se fijaban en alguno de los atributos, o bien usaban un vocabulario mixto (nivel sincrético).

Referencias

- Aslan, D. y Arnas, Y. (2007) Three- to six-year-old children's recognition of geometric shapes, *International Journal of Early Years Education*, 15(1), 83-104, <https://doi.org/10.1080/09669760601106646>
- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C. y Salgado, M. (2017). Razonamiento y argumentación en la resolución de problemas geométricos en educación infantil: un estudio de caso. En J. M. Muñoz, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 147-156). SEIEM.
- Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2017). Características de la comprensión de figuras geométricas en estudiantes de 6 a 12 años. En J. M. Muñoz, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 157-166). SEIEM.
- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2022). Cambios en la comprensión de las relaciones entre polígonos en estudiantes de 8-9 años. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(2), 49-70. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3208>
- Clements, D. y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). Macmillan.
- Clements, D., Swaminathan, S., Hannibal, M. y Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education*, 30(2), 192-212. <https://doi.org/10.2307/749610>
- Clements, D. H., Sarama, J. y Joswick, C. (2022). Learning and teaching geometry in early childhood. En A. Sharif-Rasslan y D. Hassidov (Eds.), *Special Issues in Early Childhood Mathematics Education Research* (pp. 95-131). Brill.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139-162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Gutiérrez, A. (2012). Investigar es evolucionar. Un ejemplo de investigación en procesos de razonamiento. En N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. Graó.
- Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 32, 55-70.
- Halat, E. y Yesil-Dagli, Ü. Y. (2016). Preschool students' understanding of a geometric shape, the square. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 830-848. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a25>
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En Nesher y Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.
- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Tsamir, P., Tirosh, D. y Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5>
- Verdine, B. N., Lucca, K. R., Golinkoff, R. M., Hirsh-Pasek, K. y Newcombe, N. S. (2016). The shape of things: The origin of young children's knowledge of the names and properties of geometric forms. *Journal of Cognition and Development*, 17(1), 142-161. <https://doi.org/10.1080/15248372.2015.1016610>