CREACIÓN DE PROBLEMAS DE PROBABILIDAD Y RAZONAMIENTO PROPORCIONAL. UNA EXPERIENCIA CON MAESTROS EN FORMACIÓN[i]

Probability problem posing and proportional reasoning. An experience with trainee teachers

Burgos, M.[a], Tizón-Escamilla, N.[a] y Chaverri, J. [b]

[a]Universidad de Granada, [b]Universidad de Costa Rica

Resumen

La invención de problemas es una competencia fundamental que potencia los conocimientos didáctico-matemáticos del docente de matemáticas, por lo que debe ser un objetivo en los planes de desarrollo profesional. En la acción formativa descrita en este trabajo, los maestros en formación deben elaborar problemas que involucren el razonamiento proporcional a partir de una situación dada en un contexto probabilístico. Los participantes deben identificar el nivel de razonamiento algebraico elemental (RAE) implicado y después crear, mediante variación del problema, nuevos problemas cuya resolución implique niveles superiores de RAE. Los resultados muestran que menos de la mitad de los participantes fueron capaces de diseñar problemas adecuados. Sin embargo, en un porcentaje elevado, crearon nuevos problemas que implicaban niveles de RAE superiores, aunque exhibieron dificultades para reconocer los objetos y procesos algebraicos en su resolución.

Palabras clave: *creación de problemas, niveles de algebrización, razonamiento proporcional, probabilidad, formación de profesores.*

Abstract

Problem-posing is a fundamental competence that enhances the didactic-mathematical knowledge of the mathematics teacher, so it should be a goal in professional development plans. In the formative action described in this work, trainee teachers must pose problems involving proportional reasoning from a given situation in a probabilistic context. Participants must identify the algebraic reasoning levels involved and then create, by varying the original problem, new problems whose solution involves higher levels of algebraic reasoning. The results show that less than a half of the participants were able to design appropriate problems. However, high percentage created new problems involving higher levels of algebraic reasoning, although they exhibited difficulties in recognising the algebraic objects and processes in their solution.

Keywords: *problem posing, algebraization levels, proportional reasoning, probability, teacher training.*

INTRODUCCIÓN

Mientras que en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas se ha situado en el centro de los programas curriculares y la práctica educativa, la creación de problemas ha recibido menor atención. Sin embargo, invención y resolución de problemas deben verse como propuestas complementarias que coordinadas permiten incrementar las competencias matemáticas de los estudiantes (Espinoza et al., 2014).

Para que los profesores puedan diseñar tareas de creación de problemas adecuadas para sus estudiantes, también ellos deben estar familiarizados con esta tarea. Los docentes, además de resolver problemas de forma flexible, deben ser capaces de elegirlos, modificarlos o crearlos con una finalidad

Burgos, M., Tizón-Escamilla, N. y Chaverri, J. (2023). Creación de problemas de probabilidad y razonamiento proporcional. Una experiencia con maestros en formación. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 171–178). SEIEM.

didáctica (facilitar o profundizar en el aprendizaje de sus alumnos y estimular su razonamiento), así como de evaluar críticamente la calidad de la actividad matemática que promueven (Malaspina et al., 2019). A pesar de esto, la investigación sobre creación de problemas en la formación de profesores muestra que, incluso profesores con años de experiencia tienen dificultades para proponer problemas que potencien el aprendizaje de sus estudiantes (Mallart et al., 2018).

En esta investigación se describe por medio de un estudio de caso, el diseño, implementación y resultados de una intervención formativa con futuros maestros de Educación Primaria, con la que se pretende desarrollar su competencia para crear problemas matemáticos con un fin didáctico: involucrar el razonamiento proporcional y algebraico en el contexto de la probabilidad. El razonamiento proporcional es considerado como un componente básico del razonamiento probabilístico pues forma parte integrante de los componentes de análisis del espacio muestral, de la cuantificación proporcional de las probabilidades y de la comprensión y uso de las correlaciones (Bryant y Nunes, 2012). La falta de razonamiento proporcional en la resolución de problemas elementales de comparación de probabilidades se encuentra no sólo en estudiantes, sino también en futuros maestros (Vásquez y Alsina, 2015), que además muestran un conocimiento matemático y didáctico insuficiente sobre la proporcionalidad (Buforn et al., 2017; Weiland et al., 2019).

En la experiencia que se describe en este trabajo, los maestros en formación deben elaborar un problema, que llamamos problema Pre, que involucre el razonamiento proporcional a partir de una situación dada en un contexto probabilístico. Los participantes deben identificar los niveles de razonamiento algebraico implicado (Godino et al., 2014). Después, los futuros docentes crean, por variación del problema Pre, uno o varios problemas Pos, cuya solución implique niveles de razonamiento algebraico superiores. Así, planteamos las siguientes preguntas de investigación:

- *¿qué tipo de problemas crean los maestros en formación para involucrar el razonamiento proporcional en el contexto de la probabilidad?,*
- *¿reconocen los aspectos algebraicos implicados en sus soluciones?*
- *¿cómo los consideran para elaborar nuevos problemas que motiven niveles superiores de razonamiento algebraico?*

MARCO TEÓRICO

En este trabajo aplicaremos algunas herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino et al., 2019).

Significado pragmático y niveles de algebrización

Desde la concepción antropológica de la matemática asumida por el EOS, la noción de práctica matemática ocupa un lugar central (Godino et al., 2019). Se considera práctica matemática a toda actuación o expresión realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos. Las entidades materiales o inmateriales que intervienen en las prácticas matemáticas, sustentando y regulando su realización, son los objetos matemáticos, clasificados en el EOS según su naturaleza y función en: situaciones-problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos. En Godino et al. (2014) se propone un modelo de razonamiento algebraico para la Educación Primaria, estableciendo criterios que permiten identificar la actividad matemática puramente aritmética (nivel 0 de algebrización) y distinguirla de los progresivos niveles de razonamiento algebraico elemental (RAE). Los criterios utilizados para delimitar los distintos niveles se basan en la clase de objetos y procesos matemáticos involucrados: tipos de representaciones usadas, procesos de generalización implicados y cálculo analítico puesto en juego en la actividad matemática correspondiente. Dichos niveles son:

- *Nivel 0*. Se opera con objetos intensivos de primer grado de generalidad, usando lenguajes natural, numérico, icónico, gestual.

- *Nivel 1*. Se usan objetos intensivos de segundo grado de generalidad, propiedades de la estructura algebraica de los naturales y la igualdad como equivalencia.
- *Nivel 2*. Se usan representaciones simbólico – literales para referir a los objetos intensivos reconocidos, los cuales están ligados a la información espacial, temporal y contextual; se resuelven ecuaciones de la forma Ax + B = C.
- *Nivel 3*. Los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información contextual. Se realizan operaciones con indeterminadas; se resuelven ecuaciones de la forma Ax+B=Cx+D.

En el EOS, se dice que un objeto es extensivo si interviene en la práctica matemática como un caso particular, mientras que es intensivo si interviene como una clase o tipo de objetos. Los niveles de RAE se proponen para modelizar el conocimiento institucional y personal que se pone en juego en las prácticas operativas y discursivas implicadas en la resolución de problemas matemáticos, esto es, para describir la actividad matemática que se hace bajo la perspectiva de los objetos y procesos característicos del álgebra (relaciones binarias, operaciones y sus propiedades, funciones y estructuras; generalización, unitarización, cálculo sintáctico). Los niveles se atribuyen a la actividad matemática que desarrolla el sujeto que resuelve un problema, no a la tarea matemática en sí, que puede ser resuelta de distintas maneras, poniendo en juego una actividad algebraica diferente.

Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor

El modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) del profesor desarrollado en el marco del EOS articula las categorías de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor de matemáticas, por medio de las facetas y componentes de los procesos de estudio matemático consideradas en dicho marco (Godino et al., 2017). Así, se acepta que el profesor debe tener *conocimiento matemático per se,* que le permita resolver los problemas y tareas propuestas en el currículum del nivel educativo donde imparte su docencia, y *ampliado*, para articularlo con los niveles superiores. A medida que se ponga en juego algún contenido matemático el profesor debe tener un *conocimiento didáctico-matemático* de las distintas facetas que afectan el proceso educativo: *epistémica*, *ecológica*, *cognitiva*, *afectiva*, *mediacional* e *interaccional*. Además de disponer de estos conocimientos, el modelo CCDM propone que el profesor debe ser *competente* para abordar los problemas didácticos básicos presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En particular, la *competencia de análisis e intervención didáctica* permite al profesor describir, explicar y juzgar lo que ha sucedido en el proceso de estudio y hacer propuestas de mejora. Dicha competencia contempla, entre otras, la identificación de las situaciones-problemas y las prácticas implicadas en su resolución, el reconocimiento de la configuración de objetos y procesos intervinientes y emergentes de las prácticas matemáticas, y la identificación de los grados de razonamiento algebraico implicado.

La competencia en creación de problemas

De acuerdo con Malaspina et al. (2019) la creación de problemas es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema, el cual está determinado por cuatro elementos fundamentales: la *información*, es decir, los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema; el *requerimiento,* esto es, lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones; el *contexto*, que puede ser intra matemático o extra-matemático, y el *entorno matemático* en el que se ubican los objetos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema. La creación de nuevos problemas puede darse a través de dos procedimientos: a) la *variación* de un problema dado, por el que se construye un nuevo problema modificando uno o más de los cuatro elementos de un problema inicial, o b) la *elaboración* de un nuevo problema *de forma libre*, *a partir de una situación* (dada o configurada por el autor), o bien, *por un requerimiento específico*, que puede tener énfasis matemático o didáctico. El conocimiento didáctico-matemático sobre el contenido, en nuestro caso la proporcionalidad, es especialmente importante para responder adecuadamente al requerimiento.

Las competencias matemáticas y de análisis e intervención didáctica del profesor (Godino et al., 2017) son fundamentales en la creación de problemas con fines didácticos. De forma recíproca, la creación de problemas sirve de medio para desarrollarlas, pues se requiere: reflexionar sobre la estructura global del problema, los objetivos que persigue, si la información facilitada es suficiente para resolver el problema y de qué forma puede abordarse, y analizar los objetos y procesos matemáticos que intervienen y cómo se relacionan para dar solución al problema propuesto.

MÉTODO

Se trata de un experimento de enseñanza concebido en el marco de las investigaciones de diseño aplicando el EOS como teoría base. Por razones de espacio, solo mostramos los resultados de la evaluación de un primer ciclo de experimentación, aplicando un método mixto, cuantitativo y cualitativo (Castro y Godino, 2011).

La población en la que se centra la investigación son estudiantes de sexto semestre del grado de Educación Primaria en la Universidad de Granada. Uno de los focos fundamentales de la asignatura de Diseño y Desarrollo del Currículo de Matemáticas en que se desarrolla la experiencia es el análisis, diseño y secuenciación de tareas matemáticas según unos contenidos específicos y determinadas expectativas de aprendizaje. La tarea se propuso como parte de las actividades voluntarias de clase en dicho contexto. Participaron 17 maestros en formación (MF, en adelante) que resolvieron la tarea durante una sesión de clase (una hora). Los participantes recibieron formación sobre las características del modelo de RAE (tipos de objetos y procesos algebraicos y niveles) aplicado al análisis de prácticas desde el punto de vista institucional y personal (ejemplificadas con respuestas de alumnos de primaria a tareas de proporcionalidad). La Figura 1 incluye la consigna planteada.

Figura 1. Tarea propuesta sobre creación de problemas a los maestros en formación.

Crea a partir de la siguiente situación un problema en el contexto de la probabilidad que involucre el razonamiento proporcional en su solución.

Situación
En la caja A se han metido 2 bolas blancas y 3 bolas negras. En la caja B se han metido 4 bolas blancas y 7 bolas negras.

A este problema lo llamaremos problema Pre. Resuélvelo. Identifica los objetos y procesos matemáticos y asigna de manera justificada el nivel de razonamiento algebraico implicado.

A partir del problema Pre que has elaborado, propón justificadamente y resuelve nuevos problemas (Pos1, Pos2,...) cuya solución implique niveles de razonamiento algebraico superiores.

En la primera parte de la tarea, se persigue la creación de un problema a partir de una situación para responder a un requerimiento didáctico-matemático, a saber, involucrar el razonamiento proporcional. Por este motivo, se establecieron las siguientes categorías de pertinencia: un problema se considera *pertinente* si partiendo de la situación propuesta, se añaden una o varias preguntas significativas (no tiene ambigüedad en su formulación y se puede responder a la pregunta con la información dada) de manera que en su solución aparece involucrado el razonamiento proporcional (Figura 2). Cuando el problema no cumple alguna de estas condiciones se considera *no pertinente*. Un problema no pertinente puede ser: *significativo* si todas las preguntas están bien formuladas, pero altera la situación propuesta (modificando, por ejemplo, el número de bolas en cada caja de la situación inicial) o no involucra el razonamiento proporcional (error en el entorno, como se observa en la Figura 3); *parcialmente significativo*, si las preguntas están bien formuladas, pero altera la situación propuesta y no involucra el razonamiento proporcional o presenta varias preguntas, algunas de las cuales no son significativas (por ejemplo, MF10 pregunta "¿en qué caja es más probable que salga una bola blanca?" pero también "¿qué diferencia de probabilidad hay entre las dos cajas?" que no es adecuada), o *no significativo* cuando las preguntas no están correctamente formuladas. Además, se establece una categorización *a posteriori* atendiendo al tipo de requerimiento que plantea.

El análisis de los niveles de RAE en las soluciones propuestas por los MF se realiza identificando las prácticas, objetos y procesos y aplicando los criterios establecidos en el modelo. Este análisis previo permite determinar el grado de corrección en la asignación de nivel de RAE por parte de los MF.

A continuación, los MF debían crear problemas por variación de su problema Pre, según el modelo de Malaspina et al. (2019), esto es, modificando contexto, entorno, información o requerimiento, para responder a una finalidad didáctico-matemática: modificar el nivel de RAE implicado. Un problema Pos se considera *pertinente* si es significativo, variación del problema Pre y requiere un nivel de RAE superior en su solución. Cuando el problema no cumple alguna de estas condiciones se considera *no pertinente*. Un problema *no pertinente* puede ser: *significativo* si está correctamente formulado, pero no es variación del problema Pre o la solución propuesta no implica aumento del nivel de RAE; *parcialmente significativo*, si no es variación del problema Pre y no cambia el nivel de RAE, o bien *no significativo* si las preguntas no están bien formuladas. En este caso también se lleva a cabo una categorización *a posteriori* de los problemas atendiendo a su requerimiento.

RESULTADOS

Formulación y análisis del problema Pre

Un 47,06% de los MF formularon un problema Pre pertinente que requiere (explícita o implícitamente) la comparación de las probabilidades (véase la Figura 2).

Figura 2. Problema Pre pertinente (MF4). Escoger la caja que garantice mayor posibilidad de éxito.

En la caja A se han metido 2 bolas blancas y 3 bolas negras. En la caja B se han metido 4 bolas blancas y 7 bolas negras. Si consigues sacar una bola blanca obtienes un punto extra en matemáticas. ¿Cuál de las dos cajas escogerías para intentar sacar una bola blanca? Razona tu respuesta.

También se aprecia un porcentaje elevado (41,18%) de MF cuyo problema Pre requiere explícitamente el cálculo de la probabilidad de extraer una bola de un color determinado de una o de las dos cajas, sin necesidad de ser comparadas, por lo que se consideran significativos, pero no pertinentes, pues no involucran el razonamiento proporcional (Figura 3).

Figura 3. Problema Pre significativo no pertinente (MF16). Cálculo sin comparación de probabilidades.

Sobre una mesa tenemos dos cajas con bolas de colores. Una de ellas, la caja A contiene 2 bolas blancas y 3 bolas negras, y la caja B contiene 4 bolas blancas y 7 bolas negras. En esta situación, si sacamos una bola de la caja B, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea negra?

En varios de los problemas de este tipo se plantean más de una cuestión referentes al cálculo de la probabilidad (Figura 5), cambiando en cada cuestión la caja seleccionada y/o el color de la bola. No se ha encontrado ningún problema no significativo entre los propuestos.

Una vez propuesto y resuelto el problema, los MF debían indicar los objetos y procesos y finalmente asignar el nivel de RAE implicado en la solución. En un 76,47% de los casos, los MF resolvieron correctamente los problemas. En aquellos problemas que involucraban el razonamiento proporcional (52,94%), este viene identificado por medio de la relación multiplicativa entre casos favorables y desfavorables en ambas cajas, la comparación entre fracciones o el cálculo de porcentajes como razón entre casos favorables y casos totales. Sin embargo, el número de MF que identifican objetos propios del razonamiento proporcional (comparación de fracciones/razones, porcentajes o relación de proporcionalidad directa) en su posterior análisis es considerablemente menor (23,53%).

En relación con la asignación del nivel de RAE, en un 58,83% de los casos los MF no identifican correctamente el nivel de RAE implicado (todas de niveles 0 o 1 de RAE): un 41,18% de ellos asigna un nivel de RAE superior a resoluciones que se corresponden con un nivel 0, un 5,88% asignan nivel superior a las de nivel 1 y un 11,77% consideran aritméticas aquellas de nivel 1. Por el contrario, el

17,65% de los MF detectan adecuadamente la ausencia de actividad algebraica en su resolución (Figura 4) y un 23,53% asignan adecuadamente nivel 1 de RAE a la solución propuesta (Figura 5).

Figura 4. Solución al problema Pre (izquierda) de MF4 (Figura 2) y asignación correcta de nivel 0 RAE (derecha).

En la caja B encontramos el doble de bolas blancas y más del doble de bolas negras, por lo que al haber más del doble de bolas negras en la caja B la probabilidad de sacar una bola negra es mayor en la caja A que en la B.	Intervienen los valores numéricos particulares, es decir, número de bolas blancas y negras que encontramos en la caja. Justificación apoyada en el conocimiento de las operaciones aritméticas (doble de una cantidad) Aritmética: Nivel 0 RAE

En este caso, con los objetos intensivos de primer grado en la Figura 5, MF10 se refiere a "fracciones, porcentajes y relación de proporcionalidad" reconocidos previamente en su análisis.

Figura 5. Problema Pre, solución y asignación correcta de nivel 1 RAE (MF10)

¿Qué probabilidad hay de que salga una bola blanca en la caja A? Exprésala en forma de fracción y de porcentaje. 2 bolas blancas 3 bolas negras Total=2+3=5 bolas Probabilidad de que salga una bola blanca=2/5=40% *¿Qué probabilidad hay de que salga una bola blanca en la caja B? Exprésala en forma de fracción y de porcentaje.* 4 bolas blancas 7 bolas negras Total=4+7=11 bolas Probabilidad de que salga una bola blanca=4/11=36% *¿En qué caja es más probable que salga una bola blanca?* 40% > 36% Es más probable que salga una bola blanca en la caja A.
El razonamiento algebraico implicado es de **nivel 1** ya que se aplican relaciones y propiedades genéricas de las operaciones con objetos intensivos de primer grado.

Dado que en su mayoría los MF no justifican su asignación de nivel de RAE, no es posible conocer cómo han tenido en cuenta el análisis de objetos y procesos algebraicos emergentes en esta decisión.

Formulación y análisis del problema Pos

Se propusieron 30 problemas Pos, de los cuales solo cuatro fueron no significativos. Los tipos de problemas Pos creados respondían a una de estas categorías: 1) determinación de la composición de una caja a partir de una probabilidad conocida (34,62%, 7 pertinentes, 2 no pertinentes significativos) (Figura 6); 2) determinación o modificación de la composición de las cajas conocida la razón de bolas blancas a negras o a totales (23,08%, 3 pertinentes, 3 no pertinentes significativos) (Figura 7); 3) comparación de probabilidades de sacar una bola en las dos cajas (15,38%, 1 pertinente, 3 no pertinentes: 2 significativos, 1 parcialmente significativo) (similar a Figura 2), 4) cálculo explícito de la probabilidad simple o compuesta (26,92%, 5 pertinentes, 2 no pertinentes significativos).

Figura 6. Problema Pre (izquierda) y problema Pos (derecha) propuestos por MF1.

Tenemos dos cajas. La caja A contiene 2 bolas blancas y 3 bolas negras. Y la caja B contiene 4 bolas blancas y 7 negras. ¿Qué probabilidad hay de q salga una bola blanca en cada caja?	Tenemos dos cajas. La caja A contiene 2 bolas blancas y 3 bolas negras. Y la caja B contiene 4 bolas blancas y 7 negras. ¿Cuántas bolas negras quitarías a una de las cajas para que en ambas la probabilidad de sacar una bola blanca fuese la misma? ¿A qué caja le quitarías?

En lo que respecta a cómo se realiza la variación del problema Pre, el 46,15% de los MF modifican sólo el requerimiento, planteando una pregunta diferente derivada de la situación original (véase Figura 6). Cambian el requerimiento junto con la información en un 19,23% y requerimiento junto a información y entorno en un 23,08% de los problemas, proponiéndose en estos casos una situación que lleva a determinar la composición de una nueva caja o modificar la de una de las cajas dadas conocida la proporción de bolas blancas/negras.

Figura 7. Problema Pos. Determinación de la composición de la caja con razón (MF9).

En la caja hay 5 bolas negras por cada 8 blancas, si en total tenemos 20 bolas negras ¿Cuántas bolas blancas hay en la caja ? ¿Y en total?

Un 69,23% de los problemas Pos propuestos conllevan en su resolución una actividad algebraica de nivel superior a la involucrada en el problema Pre de origen. En particular, el 30,77% de los problemas implican un nivel 1 de RAE, pues recurren al uso de los números racionales. Este carácter proto-algebraico es identificado correctamente por la mitad de los MF. Los problemas cuya solución implica un nivel 2 de RAE, la segunda categoría más frecuente (19,23%), son aquellos que requieren determinar o modificar la composición de una caja conocida la razón de bolas blancas a bolas negras o totales, pues sus resoluciones llevan a plantear y resolver una ecuación proporcional (tipo Ax=B). Esto ocurre en la solución propuesta por MF1 (Figura 8) a su problema Pos (Figura 6), si bien no identifica de forma adecuada el nivel de RAE implicado. En este caso corresponde a un nivel 2, pues se plantea y resuelve una ecuación del tipo Ax+B=C.

Figura 8. Resolución problema Pos (nivel 2 RAE) propuesta por MF1. Identificación errónea de nivel RAE.

P(bola blanca en A)= $\frac{2}{5}$ = 0,4 P(bola blanca en B) = $\frac{4}{11}$ = 0,36

En la caja A hay más probabilidad de sacar bola blanca. $\frac{3}{10} < \frac{2}{5}$

Por lo que hay que quitar bolas negras a la caja B para que tenga la misma probabilidad de sacar bola blanca en ambas cajas.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{11-x} = 2(11-x) = 20 => 11 - x = 10$$
$$=> -x = 10 - 11 => -x = -1 => x = 1$$

P(bola blanca en A)= $\frac{2}{5}$ = 0,4 P(bola blanca en B) = $\frac{4}{10}$ = 0,4

Solución habría que quitar 1 bola negra a la caja B para que ambas cajas tengan la misma probabilidad de sacar una bola blanca.

Nivel de RAE 1. Operación con números particulares, aplicando propiedades de la estructura algebraica del conjunto de números naturales y la igualdad como equivalencia.

El resto de problemas Pos cuya resolución implica una actividad algebraica de nivel superior al problema Pre original se sitúan en niveles de RAE mayores que 2, si bien ningún MF fue capaz de identificar dicho nivel de manera correcta. Estos problemas plantean situaciones de modificación de la composición de las cajas o creación de nuevas cajas conocida la razón entre bolas de diferentes colores. Tres de estos problemas movilizan en su resolución el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales que se resuelven por sustitución, lo cual supone un nivel 3 de RAE.

CONCLUSIONES

La creación de problemas es una actividad ampliamente reconocida para mejorar la competencia matemática de los futuros docentes de educación primaria (Mallart et al., 2018; Malaspina et al., 2019). En respuesta a las preguntas que nos planteamos en este trabajo, hemos observado que el tipo de problema creado por los MF con mayor frecuencia se fundamenta en la comparación de probabilidades. Sin embargo, podemos concluir que, en general, los MF tuvieron dificultades para crear problemas que involucraban el razonamiento proporcional en el contexto de la probabilidad, ya que menos de la mitad de los MF fueron capaces de introducir elementos propios del razonamiento proporcional en sus tareas partiendo de la situación dada. Este resultado concuerda con aquellos que muestran las dificultades encontradas por MF al resolver tareas que involucran el razonamiento proporcional en contexto aritmético (Buforn et al., 2017; Burgos y Godino, 2022; Weiland et al., 2019), o probabilístico (Ortiz et al., 2006; Vásquez y Alsina, 2015; Burgos et al., 2022). Además, en relación a la segunda pregunta de investigación planteada, los MF no reconocieron de forma adecuada la actividad algebraica presente en sus resoluciones. Por el contrario, Tuvieron mayor éxito a la hora de proponer problemas por variación del problema Pre. A pesar de no haber identificado de manera correcta los niveles de RAE implicados en la solución del problema Pre, o de no haber podido justificar su asignación, más de la mitad de los problemas Pos propuestos movilizan un razonamiento algebraico superior al problema Pre. Los MF tampoco identifican adecuadamente el nivel de RAE involucrado en la resolución de estos problemas. Este hecho nos conduce a pensar que, en respuesta a la tercera pregunta de investigación de este trabajo, los MF reconocen la existencia de una mayor demanda cognitiva a nivel algebraico, si bien presentan dificultades a la hora de establecer cuáles son los objetos y procesos algebraicos concretos involucrados en su resolución. Este hecho concuerda con investigaciones previas donde remarcan las dificultades que presentan los futuros docentes de educación primaria en entornos algebraicos (Blanton y Kaput, 2005). De esta forma, el modelo de RAE se podría emplear para reforzar el discurso profesional sobre los objetos y procesos algebraicos una vez identificados los niveles, de manera que la discusión permita reflexionar más sobre la naturaleza de las entidades que sobre la complejidad de resolución que parecen vincular al nivel.

Referencias

Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice that Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36* (5), 412-446.

Bryant, P., & Nunes, T. (2012*). Children's understanding of probability: A literature review* (full report). The Nuffield Foundation.

Buforn, À., Fernández, C. y Llinares, S. (2017). Conocimiento del razonamiento proporcional de los estudiantes para maestro y cómo reconocen características de la comprensión de los estudiantes. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 167-176). SEIEM

Burgos, M. y Godino J. D. (2022). Assessing the Epistemic Analysis Competence of Prospective Primary School Teachers on Proportionality Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20,* 367–389.

Burgos, M., López-Martín, M.M., Aguayo-Arriagada, C.G. y Albanese, V. (2022). Análisis cognitivo de tareas de comparación de probabilidades por futuro profesorado de Educación Primaria. *Uniciencia, 36*(1), 588-611.

Castro, W. F. y Godino, J. D. (2011). Métodos mixtos de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010). En M. Marín et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 99). SEIEM.

Espinoza, J., Lupiáñez, J.L. y Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 14*(2), 1–12.

Godino, J.D., Aké,L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias, 32*(1), 199-219.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics 39*(1), 37-42.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31*(57), 90-113.

Malaspina, U., Torres, C., y Rubio, N. (2019). How to stimulate in-service teachers' didactic analysis competence by means of problem posing. En P. Liljedahl, y L. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical Problem Solving* (pp. 133–151). Springer.

Mallart, A., Font, V. y Diez, J. (2018). Case Study on Mathematics Pre-service Teachers' Difficulties in Problem Posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(4), 1465–1481

Ortiz, J.J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L. y Rodríguez, J.D. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En Bolea, M.P.; Moreno, M.; González, M.J. (Eds.), *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 267-276). Instituto de Estudios Altoaragoneses.

Vásquez, C., y Alsina, A. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática,7*, 27-48.

Weiland, T., Orrill, C., Brown, R. y Nagar, G. G. (2019). Mathematics teachers' ability to identify situations appropriate for proportional reasoning. *Research in Mathematics Education, 21*(3), 233–250.

---

[i] Este trabajo se desarrolla en el marco del proyecto PID2019-105601GB-I00/AEI/0.13039/501100011033, con apoyo del Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).