

RELACIONES ENTRE INDAGACIÓN Y MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO ARQUEOLÓGICO

Relations between mathematical inquiry and modelling in an archaeological context

Falcó-Solsona, P. J., Sala-Sebastià, G., Ledezma y C., Font, V.

Universitat de Barcelona

Resumen

Se presenta un estudio de los subprocesos comunes entre los procesos de indagación y modelización matemática, así como de las sinergias que se pueden establecer entre ambos, con el objetivo general de observar las evidencias que emergen y analizarlas. Para ello se implementó una secuencia didáctica basada en un contexto histórico-arqueológico, diseñada usando los criterios de idoneidad didáctica, para promover el desarrollo de la indagación y la modelización matemática. Esta implementación se llevó a cabo en febrero de 2023 con 93 estudiantes (de 12–13 años) en una escuela de Catalunya, y los primeros resultados analizados muestran la aparición conjunta de algunos subprocesos de indagación y modelización matemática durante el desarrollo de la secuencia.

Palabras clave: *criterios de idoneidad didáctica, diseño e implementación de tareas, indagación matemática, modelización matemática.*

Abstract

We present a study of the common subprocesses between the inquiry and mathematical modelling processes, as well as the synergies that can be established between them, with the general aim of observing and analysing the arising evidence. To this end, we implemented a didactic sequence based on a historical-archaeological context, which we designed by using the didactic suitability criteria for promoting the development of inquiry and mathematical modelling. We performed this implementation in February 2023 with 93 students (aged 12–13) in a school from Catalonia, and the first results show the joint appearance of some mathematical inquiry and modelling subprocesses.

Keywords: *didactic suitability criteria, inquiry, mathematical modelling, task-design and implementation.*

INTRODUCCIÓN

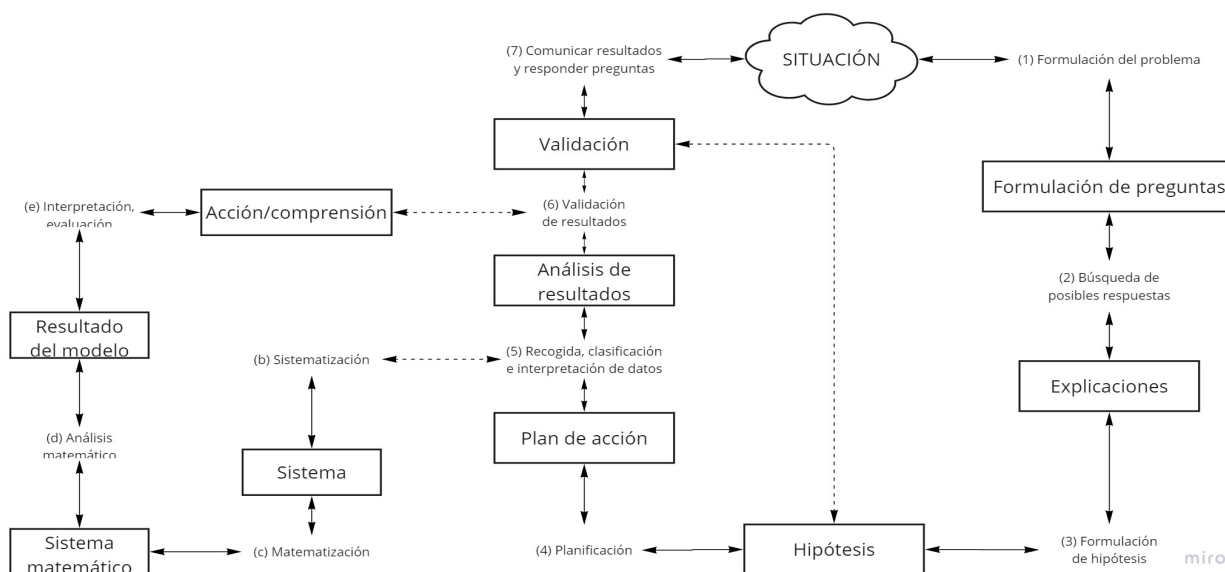
Los procesos de indagación y modelización matemática han sido tratados ampliamente en la literatura sobre didáctica de la matemática (Artigue y Blomhøj, 2013; Blomhøj, 2004; National Research Council, 1996; Rocard et al., 2007; Sala-Sebastià, 2016), considerándose que las tareas de aprendizaje y las secuencias didácticas que promueven el trabajo de estos procesos pueden ser facilitadoras de un aprendizaje significativo de las matemáticas.

La indagación es definida, con amplio consenso, en los *National Science Education Standards* (National Research Council, 1996), contemplando los distintos subprocesos incluidos en la indagación, a saber: observación; planteamiento de preguntas; búsqueda en libros y otras fuentes de información para ver aquello que ya es conocido; planificación de la investigación; revisión de este conocimiento bajo la luz de pruebas experimentales; uso de herramientas para recoger, analizar e interpretar datos; propuesta de respuestas, explicaciones e interpretaciones; y comunicación de resultados. El Informe Rocard (Rocard et al., 2007) apunta hacia este tipo de prácticas en la enseñanza y exhorta a la didáctica de las ciencias a dirigir la educación de las materias científicas hacia prácticas

que permitan investigar, proponer preguntas, explorar y evaluar las propias conclusiones. Por su parte, Sala Sebastià (2016) define la indagación como la capacidad de formularse preguntas de investigación e intentar responderlas usando las ciencias, planteándola como una competencia metodológica, centrada en el aprendizaje y la adquisición de métodos de trabajo y estrategias que permitan resolver problemas en el contexto escolar y, a largo plazo, en la vida adulta, y transversal, que se desarrolla a lo largo de las distintas áreas y materias del currículo. Además, esta autora desarrolla una propuesta de caracterización de la competencia de indagación donde se definen los distintos subprocesos que la conforman, dando indicadores para la identificación y evaluación de los procesos de indagación de los estudiantes.

Por otra parte, la modelización matemática requiere del uso de un modelo matemático, que es “la relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones, por un lado, y una situación o fenómeno de naturaleza no matemática, por el otro lado” (Blomhøj, 2004, p. 21. Traducción propia). El mismo autor destaca que, cuando se aplican las matemáticas a una situación extramatemática, necesariamente existe un modelo matemático involucrado, explícita o implícitamente, en dicha aplicación; así como que el hecho de percibir la situación o fenómeno modelado y los conceptos matemáticos utilizados en una situación de modelización matemática como objetos separados, pero interrelacionados, es una condición epistemológica necesaria para que un estudiante pueda experimentar con un modelo matemático y reflexionar sobre las relaciones existentes en él (Blomhøj, 2004). Para Blomhøj (2004), la modelización matemática es un proceso de naturaleza cíclica donde el conocimiento previo necesario (tanto teórico como experiencial) es un aspecto importante para dar significación a la situación de aprendizaje, o problema, que genera el conflicto cognitivo necesario para poder obtener un modelo matemático.

Figura 1. Modelo analítico integral de los procesos de indagación y modelización matemática (Sala Sebastià, Barquero y Font, 2021). Traducción propia.



La indagación y la modelización matemática se relacionan en Artigue y Blomhøj (2013), donde se afirma que, con relación a la educación matemática basada en la indagación, el concepto de modelización ofrece una forma sistemática de entender y trabajar con la relación entre las matemáticas y las situaciones o fenómenos problemáticos en otras disciplinas y en contextos extramatemáticos en general. Sala-Sebastià, Barquero y Font (2021), partiendo de las caracterizaciones de indagación matemática y de modelización matemática de Sala-Sebastià (2016) y de Blomhøj (2004), han elaborado un esquema del proceso de indagación matemática que expresa el carácter dinámico, cíclico y de constante evaluación y construcción de hipótesis de los estudiantes, y que es la base de la primera propuesta que aparece en la literatura de identificación de procesos

comunes entre las competencias de indagación y de modelización matemática (Figura 1). Así pues, los procesos de indagación y modelización matemáticas están bien estudiados, existiendo diversas propuestas de modelos para ambos procesos que permiten observar, identificar y analizar los distintos subprocesos que los estudiantes pueden llevar a cabo cuando se involucran en situaciones de aprendizaje que los promuevan. No obstante, no es tan extensa la literatura en relación con los puntos de conexión y sinergias que se establecen entre ambos procesos. Solamente un par de publicaciones recientes (Sala-Sebastià, Barquero y Font, 2021; Sala-Sebastià, Font y Ledezma, 2021) ponen en evidencia que los subprocesos comunes entre ambos procesos pueden converger en sinergias que potencien o influyan en el desarrollo tanto de la modelización como de la indagación.

Los objetivos del presente estudio son: (1) identificar los subprocesos de indagación y modelización matemática emergentes en la implementación de una secuencia didáctica interdisciplinar de contexto histórico-arqueológico; (2) identificar las relaciones —coincidencias, concatenaciones— y sinergias —entendido el concepto de *sinergia* como “la interacción entre dos o más agentes o fuerzas de manera que su efecto combinado es mayor que la suma de sus efectos individuales” (Maracci et al., 2013, en Sala Sebastià, Barquero y Font, 2021. Traducción propia).

MARCO TEÓRICO

Modelo integral de indagación y modelización

Las sinergias identificadas entre los dos procesos descritos se encuentran en dos artículos de reciente publicación (Sala-Sebastià, Barquero y Font, 2021; Sala-Sebastià, Font y Ledezma, 2021), los cuales sirven de base para esta investigación en curso. Cabe destacar que estas publicaciones toman como modelo descriptivo del proceso de modelización matemática propuesto por Blomhøj (2004), mencionado previamente, entre otras propuestas posibles, argumentando que es una conceptualización del proceso de modelización ampliamente aceptada y donde el proceso es descrito de manera dinámica, con subprocesos por los cuales los estudiantes no necesariamente deben avanzar siempre secuencialmente (Sala-Sebastià, Barquero y Font, 2021), lo que facilita metodológicamente la comparación con el modelo del proceso de indagación. Para conceptualizar el proceso de indagación matemática, ambos trabajos toman como modelo la propuesta de Sala Sebastià (2016), mencionado previamente, ya que describe, al igual que el modelo elegido para conceptualizar la modelización, el proceso de indagación como un proceso dinámico con subprocesos bien desarrollados. Esta elección de modelos facilitó el análisis de la emergencia de puntos de conexión entre ambos subprocesos en los estudios llevados a cabo.

Se observa que los dos procesos están motivados de forma habitual por preguntas del entorno próximo al estudiante y que conectan situaciones reales con el conocimiento matemático que se pretende construir (Sala-Sebastià, Barquero y Font, 2021). También, se señala que “parte importante del proceso de indagación consiste en transformar la situación problemática en cuestiones abordables desde un punto de vista matemático, a través de un proceso de modelización matemática” (Sala Sebastià, Font y Ledezma, 2021, p. 126). Sala-Sebastià, Barquero y Font (2021) realizaron una propuesta de modelo integral, que es el que se toma como modelo en esta investigación (Figura 1).

Criterios de idoneidad didáctica

Los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID) del Enfoque Onto-Semiótico (EOS) son pautas para diseñar, valorar y mejorar las actividades de aprendizaje con la finalidad que tengan una alta idoneidad didáctica. Son un constructo que nace de los consensos existentes en la comunidad educativa sobre cómo debería ser una buena enseñanza de las matemáticas y, por tanto, se ha observado en numerosas ocasiones que docentes que no han sido formados previamente en el uso de los CID reflexionan sobre la propia práctica utilizando criterios para orientar su práctica que se pueden reinterpretar en términos de los CID (Breda et al., 2017). Los CID valoran seis criterios de idoneidad, dándose especial importancia al equilibrio entre ellos al diseñar una secuencia didáctica:

criterio de idoneidad epistémica (que las matemáticas que se enseñan sean de calidad), criterio de idoneidad cognitiva (que los conceptos matemáticos sean significativos para el alumnado y adecuados a sus conocimientos previos), criterio de idoneidad interaccional (que la enseñanza promueva interacciones para identificar y resolver los conflictos semióticos potenciales), criterio de idoneidad mediacional (que la enseñanza se adecue a los recursos disponibles), idoneidad afectiva (que se promueva la motivación e implicación del estudiante) y criterio de idoneidad ecológica (que la enseñanza se adecue al proyecto educativo y al currículo) (Godino y Burgos, 2020). Estos seis criterios se desarrollan en componentes e indicadores, que son los que guían de forma efectiva al diseño y la evaluación de la idoneidad didáctica de una actividad de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y que se han utilizado para el diseño de la actividad implementada para garantizar su calidad.

METODOLOGÍA

La secuencia didáctica ha sido diseñada por el primer autor contemplando la aplicación de los CID para garantizar una alta idoneidad didáctica. Por ejemplo, con relación a la idoneidad afectiva, la secuencia se basa en un contexto histórico, concretamente arqueológico, próximo y significativo para los estudiantes, que actúa no sólo como una base para el planteamiento del problema a resolver, sino como una fuente esencial de datos a partir de la cual realizar hipótesis y obtener conclusiones justificadas relevantes para la indagación y modelización que se lleve a cabo; con relación a la idoneidad mediacional, la secuencia contempla un trabajo en varios equipos en el cual el alcance de consensos respecto a los descubrimientos hechos es necesario. También, se dio mucha importancia al componente riqueza de procesos del criterio de idoneidad epistémica, así como al componente conexiones interdisciplinarias del criterio ecológico.

La secuencia didáctica se implementó en febrero de 2023 en un curso de 1º de educación secundaria obligatoria (12–13 años) de una escuela concertada en Badalona (Catalunya), donde participaron los 93 alumnos de los tres grupos clase del curso. Los participantes trabajaron en 18 equipos de investigación colaborativos de 5-6 integrantes (rotulados desde G1 a G18), organizados considerando ciertas responsabilidades rotativas a lo largo de las sesiones de implementación. La secuencia tiene en cuenta contenidos y competencias curriculares de las distintas materias correspondientes al nivel (Generalitat de Catalunya, 2022), de modo que cumpla con el desarrollo del curso escolar el trabajo escolar habitual de los estudiantes. El contexto de la implementación consideró las características de la escuela, que tiene dos edificios (uno para la etapa de infantil y primaria, y otro para la etapa de secundaria y Bachillerato). Recientemente, se han hecho obras para reforzar el muro que rodea el patio del edificio de primaria —este edificio está situado justo delante del Museu de Badalona, un museo en cuyo subsuelo se encuentran parte de las ruinas de la antigua ciudad romana de *Baetulo* (nombre romano de la ciudad de Badalona). Dado el desnivel del terreno, el patio que queda rodeado por el muro reforzado está por debajo del nivel de la calle que separa la escuela del museo. Hasta este punto, toda la situación es real, y la gran mayoría de los alumnos de 1º de secundaria la conocen, ya que cursaron primaria en la escuela. La situación problemática planteada fue que, en la excavación para reforzar los cimientos del muro, se encontraron unos trozos de cerámica que podrían corresponder a objetos antiguos, quizás romanos, incompletos y con forma de cuerpos de revolución (platos, cuencos, jarrones). Se dijo a los estudiantes que se comunicó el hallazgo al Museu y que éste envió un par de técnicos en arqueología para documentar las piezas y elaborar un primer informe arqueológico. También, se explicó a los estudiantes que las piezas habían sido cedidas temporalmente a la escuela que, aprovechando que el alumnado de 1º de secundaria había estado estudiando las características de la sociedad romana y el proceso de romanización de Catalunya, encargó a las clases de 1º de secundaria que investigasen el origen de las piezas.

Para llevar a cabo la implementación de la secuencia didáctica se contó con la colaboración de arqueólogas del Museu, quienes cedieron piezas auténticas de cerámica romana que no están actualmente en exposición. Estas piezas reunían suficientes características observables para que los

estudiantes pudieran deducir (a través de sus conocimientos previos sobre la sociedad romana y sobre la antigua ciudad de *Baetulo* en particular, o bien, a través de fuentes documentales accesibles que se pueden consultar) el periodo concreto en que fueron hechas, así como sus usos (doméstico, religioso, social), la clase social a la que pertenecieron sus dueños, etc. También, se facilitaron informes preliminares, que eran simulaciones de los verdaderos informes que hace el equipo de arqueólogos del Museu, con detalles de otros objetos contextuales que podían arrojar luz sobre su origen. El problema planteado utilizó el contexto histórico y arqueológico como fuente básica para promover el proceso de indagación, y remitió a un contexto próximo a la vida cotidiana de los alumnos (el hallazgo es verosímil y se hizo en un lugar, el patio de primaria, donde jugaban hasta hace pocos meses), de modo que era potencialmente motivador.

Nos referimos por *fase* a la sesión o sesiones de clase en las que los estudiantes se han dedicado a una determinada tarea de la secuencia didáctica. Así pues, la secuencia didáctica, en la que el primer autor hizo de investigador y de docente de apoyo, constó de siete fases —explicadas con más detalle al presentar los resultados— durante las cuales se usaron distintos instrumentos de recogida de datos: observación directa de las sesiones y registro anecdótico por parte del primer autor; grabaciones de las sesiones; y producciones de los estudiantes. En la *séptima fase*, posterior a la implementación de la secuencia didáctica con los estudiantes y que aún se está llevando a cabo al momento de escribir esta comunicación, se hacen entrevistas semiestructuradas con algunos de los estudiantes y con los docentes participantes en la implementación de la secuencia didáctica, para lo cual se usan los siguientes instrumentos para recoger datos: grabación (transcripción y notas) de las entrevistas con los estudiantes y grabación (transcripción y notas) de las entrevistas con los docentes. Una vez recogidos los datos por parte del primer autor con los distintos instrumentos mencionados, se llevó a cabo un análisis temático donde se siguió una adaptación de las fases propuestas por Braun y Clarke (2006) teniendo en cuenta que los códigos iniciales son los diferentes subprocesos descritos en Sala Sebastià, Barquero y Font (2021). También se realizaron dos triangulaciones entre los autores, una para consensuar la categorización y, después, para discutir los resultados.

A partir de los datos recogidos se identificaron y categorizaron evidencias de los subprocesos de indagación y modelización matemática propuestos en el modelo analítico integral de Sala, Barquero y Font (2021): *formulación del problema* [IM1], *búsqueda de posibles respuestas al problema* [IM2], *formulación de hipótesis* [IM3], *planificación de las acciones para resolver el problema* [IM4], *recogida, clasificación e interpretación de datos* [IM5], *sistematización de la información* [IMb], *matematización de los datos para obtener un sistema matemático* [IMc], *análisis matemático para obtener un modelo que dé resultados* [IMd], *interpretación de los resultados y evaluación del modelo* [IME], *validación de los resultados del modelo* [IM6] y *comunicación de resultados y respuesta a las preguntas del problema* [IM7].

RESULTADOS

La implementación de la secuencia didáctica se realizó durante el mes de febrero de 2023; por lo tanto, hay acciones de análisis de datos que aún se están llevando a cabo al redactar esta comunicación. Así pues, se presentan resultados preliminares fruto de los primeros análisis del trabajo de los estudiantes y de las primeras entrevistas hechas con algunos de ellos. Se espera tener más resultados a lo largo de los meses de marzo y abril, habiendo finalizado los análisis.

En la *primera fase* se hizo la presentación del caso con la colaboración del director de la escuela y los estudiantes se plantearon preguntas acerca de los objetos encontrados para determinar qué información se puede descubrir de cada objeto, además de comprobar si el descubrimiento se había dado dentro de los límites de la antigua *Baetulo*. Todos los grupos de estudiantes plantearon preguntas que les surgían ante las distintas piezas partiendo de la información que les daba la situación planteada; por ejemplo, el G3: [IM1]. A continuación, los distintos grupos especularon sobre las posibles respuestas a esas preguntas e hipotetizaron, centrándose en la época histórica a la cual

pertenecía el objeto; por ejemplo, el G5: “podría ser de los años en que los romanos existían, estaban en Badalona. Pensamos esto porque al lado del cole, que es donde lo han encontrado, es al lado del museo donde hay restos romanos” [IM2] e [IM3]; aunque ofreciendo también otras hipótesis que se descartaron por distintos motivos (se sugirió, por ejemplo, que en el terreno de la escuela había habido en época romana un cementerio). Al final de la primera fase los estudiantes dedujeron que necesitaban saber con certeza si las piezas eran o no de origen romano, y de qué periodo de la presencia romana en Badalona, ya que sus primeras investigaciones les llevaron a descubrir que esa presencia no fue siempre la misma; había que dedicar, pues, la siguiente sesión a descubrir esa cuestión [IM4].

En la *segunda fase* se hizo la datación de las piezas: a partir del informe preliminar del Museu, que afirma que se encontraron restos orgánicos entre las piezas de cerámica e indica la concentración de carbono-14 (C14) de dichos restos [IM5]. Los estudiantes elaboraron gráficas de concentración de C14 con GeoGebra [IMb] e [IMc]; y localizaron la antigüedad que deben tener las piezas para corresponderse con la concentración de C14 observada (con el consecuente uso del significado de las gráficas de tipo exponencial y familiarizándose con el uso de GeoGebra) [IMd] e [IMe]. Todos los grupos lograron datar las piezas, llegando a años más o menos similares (no iguales debido a la gran cantidad de decimales de los puntos de la gráfica de GeoGebra generada); así explicaba su proceso el G8 en el informe que redactaron:

Dentro de las dos piezas encontradas se detectaron restos de huevos de codorniz. Con el carbono 14 (C14) que contenían podemos datar el año aproximados de nuestras piezas. [IM5]

Si cogemos el % de C14 (78,6435%) que hay en los restos de materia orgánica encontrada y utilizamos el GeoGebra, obtenemos que los restos de huevos de codorniz son de hace 1986 años. Es decir, podemos estimar que el origen de nuestras piezas es aproximadamente el año 37 d.C. [IM5], [IMb], [IMe]

Hemos utilizado la fórmula $F(x) = 100 \cdot (1/2)^{(x/5730)}$ en la calculadora de GeoGebra. Hemos buscado el punto de % de C14 en la gráfica y nos da que han pasado 1986 años. Si los restamos a la fecha actual nos da que las piezas son del 37 d.C. [IMb], [IMc], [IMd], [IMe]

En la *tercera fase* los estudiantes llevaron a cabo una investigación sobre los usos y tipos de cerámicas del periodo romano en el que se fecharon las piezas del hallazgo, comparando con las observaciones realizadas, y elaborando y contrastando hipótesis hasta llegar a un consenso. Los descubrimientos hechos durante la segunda fase situaron la investigación en un nuevo contexto y los estudiantes retrocedieron en el ciclo planteado por Sala Sebastià, Barquero y Font (2021); no se formularon preguntas nuevas, pero los nuevos datos de que disponían [IM5] les conducían a buscar nuevas respuestas a las preguntas de investigación [IM2] y a elaborar nuevas hipótesis [IM3].

En la *cuarta fase* los estudiantes estudiaron la forma y las medidas que tenía la pieza originalmente, utilizando propiedades geométricas del círculo para lograr conocer el radio original de las distintas piezas. En esta fase se observó una gran riqueza de subprocesos, ya que los estudiantes retomaron el problema de la forma original de las piezas [IM1], planificaron la cantidad de secciones circulares que necesitaban conocer para obtener la forma original de la figura [IM4], recogieron los datos necesarios [IM5] del contorno conocido de las piezas y elaboraron un modelo matemático de las piezas [IMb] e [IMc], y trabajaron matemáticamente sobre ese modelo [IMd] para conseguir resultados [IMe] que luego pudieron validar comparándolos con la planta conocida de la pieza [IM6]. Podemos observar un ejemplo de producción de los estudiantes del G3 en esta fase en la Figura 2.

En la *quinta fase* los estudiantes usaron la información geométrica obtenida anteriormente para digitalizar las piezas con forma original y completa, elaborando una reconstrucción 3D de las mismas con el programa Tinkercad. Hicieron una breve planificación del trabajo [IM4] que debían hacer (dominar el programa Tinkercad mejor de lo que la mayoría lo dominaban, reproducir las piezas teniendo en cuenta las formas y las medidas deducidas con anterioridad); y partieron del modelo en 2D [IMb] utilizado en la fase anterior para desarrollar un nuevo modelo en 3D [IMc] con el programa

Tinkercad, con el cual fueron aproximando la figura original [IMd] e [IMe]. Podemos observar un ejemplo de producción de los estudiantes del G12 en esta fase en la Figura 2.

Figura 2. Producciones de los alumnos: (a) reconstrucción 3D del G12 Tinkercad; (b) reproducción de la planta de una de las piezas de cerámica utilizando métodos geométricos hecha por el G3.



En la *sexta fase* los estudiantes visitaron el Museu de Badalona, incluyendo el laboratorio donde se restauran las piezas que se encuentran, para contrastar sus descubrimientos y método de trabajo con los de los profesionales [IM6] y, posteriormente, expusieron los informes con sus hallazgos en el aula [IM7].

CONSIDERACIONES FINALES

Los resultados preliminares expuestos sugieren algunas consideraciones importantes para destacar. En primer lugar, se observa que ciertos subprocesos aparecen encadenados de forma recurrente como, por ejemplo, cuando se generó la necesidad de buscar nueva información [IM5] y se activaron los procesos de búsqueda de posibles respuestas al problema [IM2] y de formulación de hipótesis [IM3], generándose sinergias entre [IM2] e [IM3]. No obstante, del subproceso de planificación de las acciones para resolver el problema [IM4], no siempre se recogen evidencias. En segundo lugar, se observa que, cuando los estudiantes obtuvieron sus primeros resultados, a partir de los cuales pudieron limitar las posibles respuestas a la pregunta inicial (porque era muy amplia), centraron su atención en profundizar los descubrimientos hechos. Ejemplo de ello fue que, después de la segunda fase, los estudiantes ya conocían la datación de las piezas de cerámica que estaban investigando, de modo que había muchas preguntas iniciales que se formularon y que se tenían que observar a la luz de este descubrimiento. Del mismo modo, en la tercera fase, cuando los estudiantes profundizaron en las características de las piezas de cerámica, se observó una iteración de los subprocesos [IM2], [IM3] e [IM5]. En tercer lugar, se observó una iteración en los subprocesos correspondientes a la modelización ([IMb], [IMc], [IMd] e [IMe]) cuando los estudiantes construyeron la reconstrucción geométrica de la pieza cerámica en 2D y, a partir de éste, el modelo de la misma pieza en 3D.

Otro aspecto para destacar es que, de los grupos de estudiantes que obtuvieron mejores conclusiones (con una investigación más rigurosa, contemplando más posibilidades y fuentes de información, planteando distintos escenarios, contrastando sus deducciones y llegando a conclusiones mejor argumentadas), se obtuvieron evidencias de que han desarrollado, a partir del subproceso [IM1], los siguientes subprocesos propios de modelización matemática: [IMb], [IMc], [IMd] e [IMe]; así como los subprocesos propios de indagación matemática: [IM2], [IM3], [IM4] e [IM5]. Se han encontrado evidencias de subprocesos de modelización matemática en la realización de tareas concretas que implican un uso específico de información de tipo matemático (no se han hecho evidentes, pues, procesos de modelización matemática en tareas que requerían una búsqueda de datos e información extramatemática), siendo un resultado coincidente con el de Sala Sebastià, Font y Ledezma (2021). Blomhøj (2004) ya destaca la importancia de los datos y de los conocimientos previos para abordar las tareas de modelización matemática, y se deduce efectivamente que la sistematización de la información requiere de los procesos intermedios propios de la indagación matemática para poder seleccionar los elementos clave del problema, plantearse sus dificultades y los conocimientos previos

en que los estudiantes se podrán apoyar, descartar respuestas y proponer hipótesis a partir de las cuales empezar a trabajar.

La limitación de este estudio es que está aún en una fase inicial de su desarrollo. Se espera, a medida que se analicen más datos, poder ofrecer descriptores de cada uno de los subprocesos de indagación y modelización para poder caracterizar todo el proceso como una competencia que se pueda trabajar y evaluar de manera conjunta por parte de los docentes. Por otra parte, la implementación realizada ha confirmado que los criterios de idoneidad didáctica que se priorizaron en el diseño han garantizado una práctica de calidad, ya que la situación presentada realmente motivó a los alumnos, se lograron realizar subprocesos relevantes de indagación y modelización, y se establecieron conexiones interdisciplinarias entre historia y matemáticas.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al Proyecto PID2021-127104NB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y por “FEDER Una manera de hacer Europa”.

Referencias

- Artigue, M., y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM - Mathematics Education*, 45(6), 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En B. A. Clarke, D. M. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, D. V. Lambdin, F. Lester, A. Wallby, y K. Wallby (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 145-159). National Center for Mathematics Education.
- Braun, V., y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Generalitat de Catalunya. (2022). Decret 175/2022, de 27 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació bàsica. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 8762, 491.
- Godino, J., y Burgos, M. (2020). ¿Cómo enseñar las matemáticas y las ciencias experimentales? Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación. *Paradigma*, XLI(e), 80-106. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.0.p80-106.id872>
- Maaß, K., y Doorman, M. (2013). A model for a widespread implementation of inquiry-based learning. *ZDM - Mathematics Education*, 45(6), 887-899. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0505-7>
- National Research Council. (1996). *National Science Education Standards*. National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/4962>
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Wlaberg-Henriksson, H., y Hemmo, V. (2007). *Science Education Now: A New Pedagogy for the Future of Europe*.
- Sala-Sebastià, G. (2016). *Competència d'indagació matemàtica en contextos històrics a Primària i Secundària*. Universitat de Barcelona.
- Sala-Sebastià, G., Barquero, B., y Font, V. (2021). Inquiry and modeling for teaching mathematics in interdisciplinary contexts: How are they interrelated? *Mathematics*, 9(15), Artículo 1714. <https://doi.org/10.3390/math9151714>
- Sala-Sebastià, G., Font, V., y Ledezma, C. (2021). Relaciones entre los procesos de modelización matemática y de indagación desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas. *Cuadrante*, 30(1), 116-139. <https://doi.org/10.48489/QUADRANTE.23590>