Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

POTENCIALIDADES EPISTEMOLÓGICAS DO USO DE REPRESENTAÇÕES VISUAIS NA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DO ÂNGULO EXTERNO

Epistemological Potential Of The Use Of Visual Diagrams In The Demonstration Of The External Angle Theorem

Inocêncio Fernandes Balieiro **FILHO**
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, Brasil
Inocencio.balieiro@unesp.br
https://orcid.org/0000-0003-4012-959X

Silvia Mello **MAHDAVI**
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, Brasil
s.mello@unesp.br
https://orcid.org/0009-0009-0729-0489

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

No relato de experiência aqui apresentado estabelecemos uma discussão sobre as potencialidades epistemológicas do uso de representações visuais no processo de ensino-aprendizagem do Teorema do Ângulo Externo, mediante o desenvolvimento e aplicação de uma atividade prática para uma turma de alunos da disciplina Geometria Euclidiana de um Curso de Licenciatura em Matemática. A pesquisa foi desenvolvida por meio de uma abordagem qualitativa. Os dados foram coletados por meio de documentos (atividades desenvolvidas pelos alunos) e gravação de uma aula remota. Para a análise dos dados obtidos foi usada a análise qualitativa proposta por Yin (2016). Ao analisarmos os resultados obtidos à luz da literatura estudada, em especial, Arcavi (2003), podemos conjecturar que os alunos foram capazes de construir a demonstração do Teorema do Ângulo Externo, o que evidencia que as representações visuais apresentam potencial como um recurso facilitador no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mas, além disso, podem ser usadas como um recurso para a construção de uma demonstração, o que evidencia suas potencialidades epistemológicas de recurso de demonstração, justificação, raciocínio e intuição e criatividade.

Palavras-chave: Representação Visual, Pensamento Geométrico, Epistemologia

ABSTRACT

In the experience report presented here, we established a discussion about the epistemological potentialities of the use of visual representations in the teaching-learning process of the External Angle Theorem, through the development and application of a practical activity for the Euclidean Geometry discipline´s students, of a Degree Course in Mathematics. The research was developed through a qualitative approach. Data were collected through documents (activities developed by students) and recording of a remote class. For the analysis of the data obtained, the qualitative analysis proposed by Yin (2016) was used. By analyzing the results obtained in the light of the studied literature, in particular Arcavi (2003), we can conjecture that the students were able to construct the demonstration of the External Angle Theorem, which shows that visual representations have potential as a facilitating resource in the process of teaching and learning Mathematics, but, in addition, they can be used as a resource for the construction of a demonstration, which highlights their epistemological potential as a resource for demonstration, justification, reasoning and intuition and creativity.

Keywords: Visual Representation, Geometric Thinking, Epistemology

1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da civilização, o homem utiliza representações visuais (figuras ou diagramas visuais) como forma de comunicar ideias e registrar a sua história, em diferentes áreas do conhecimento. Considerando que, no mundo em que vivemos, a informação é transmitida basicamente em embalagens visuais e que as tecnologias apoiam e incentivam uma comunicação essencialmente visual, Arcavi (2003) enfatiza a ideia de que a visualização oferece ao homem um método de ver o invisível. Para Arcavi (2003), num sentido mais abstrato, ver o invisível refere-se a desenvolver uma compreensão mais abrangente, nos auxiliando a ultrapassar as limitações de aprendizagem ou de compreensão de um problema. Nessa perspectiva, o autor examina as diferentes formas por meio das quais as representações visuais são utilizadas na Educação Matemática.

Ainda que as representações visuais sejam usadas como um recurso facilitador no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, as potencialidades das representações visuais como um recurso para descoberta, para a construção de um conceito ou de uma demonstração, ou seja, as potencialidades epistemológicas, ainda são pouco exploradas.

O pensamento geométrico é parte das nossas atividades cotidianas. Como apontam Johnston-Wilder e Mason (2005), ao mover ou montar móveis em uma casa, na leitura de mapas, ao usar o GPS (Sistema de Posicionamento Global) ou ao perceber a perspectiva em uma obra de arte ou fotografia, estamos empregando o pensamento geométrico. Da mesma forma, na dialética ensino/aprendizagem, os estudantes, nos diferentes níveis de ensino, vivenciam situações em que empregam o pensamento geométrico. Assim, para apreender Matemática, os alunos devem ser encorajados a usar o pensamento geométrico. E, em mesma medida, os professores devem ser estimulados a promover em sala de aula atividades que possibilitem o desenvolvimento do pensamento geométrico dos seus alunos.

Giaquinto (2007) defende que o pensamento geométrico pode ser trabalhado por meio das representações visuais, mas enfatiza que ainda predomina uma visão psicológica, e não epistemológica, do seu uso. Segundo o autor, as representações visuais podem ilustrar casos de uma definição, dando-nos uma compreensão mais abrangente de suas aplicações, nos ajudam a entender a descrição de uma situação matemática ou os passos em algum raciocínio estabelecido, sentença por sentença, ou ainda podem sugerir uma proposição para investigação ou uma ideia para uma demonstração, que indicam uma visão predominante do papel facilitador das representações visuais, mas "*Elas não são consideradas um recurso para descoberta, justificação, demonstração ou qualquer outra maneira de adicionar valor epistêmico ao nosso patrimônio matemático*." (Giaquinto, 2007, p.1).

Nesse contexto, no presente relato é realizada uma discussão sobre as potencialidades epistemológicas do uso de representações visuais no processo de ensino-aprendizagem do teorema do Ângulo Externo e da propriedade que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180 graus, presentes na Proposição XXXII[1] do Livro I de Os Elementos de Euclides, a partir dos resultados obtidos por meio do desenvolvimento de uma atividade com alunos de uma turma da disciplina Geometria Euclidiana de um Curso de Licenciatura em Matemática. Desse modo, o objetivo do relato é discutir o potencial das representações visuais como um recurso de demonstração, justificação, raciocínio, intuição e criatividade, no caso da construção da demonstração do teorema do Ângulo Externo.

2 POTENCIALIDADES DAS REPRESENTAÇÕES VISUAIS NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA

Conforme Arcavi (2003), o sentido da visão é importante não só pelo seu aspecto biológico, mas também pelo aspecto sociocultural. A visão é largamente explorada de diferentes perspectivas. Para o autor, a visualização é a habilidade, o processo e o produto da criação e interpretação de imagens e diagramas. Nessa perspectiva, a nossa mente exerce o papel de uma ferramenta tecnológica, com o propósito de retratar e comunicar informação, a fim de desenvolver ideias previamente desconhecidas ou avançar no entendimento de outras ideias.

O autor também aponta que a visualização pode ter um papel complementar em três aspectos: como suporte e ilustração de resultados essencialmente simbólicos; como uma possível maneira de resolver o conflito entre soluções simbólicas (corretas) e (incorretas) intuições; e como uma maneira de nos ajudar a nos envolver e recuperar fundamentos conceituais que podem ser facilmente contornado por soluções formais.

---

[1]Todo ângulo externo de um triângulo mede mais do que qualquer dos ângulos internos a ele não adjacentes.

Arcavi (2003) discute diversos exemplos que tratam das possibilidades epistemológicas das representações visuais. Por exemplo, a representação gráfica da média de frações positivas, decompostas num paralelogramo, nos mostra muito mais do que simples equações. Nessa representação conseguimos enxergar as magnitudes das frações por meio das inclinações das retas, que ligam a origem a um ponto específico (a, b). Quanto mais íngreme a reta, maior a fração e vice-versa. A média dessas retas, isto é, das frações, representa a diagonal do paralelogramo. Frações equivalentes são representadas por pontos na mesma reta.

Atrelar o sentido da visão à Matemática, ou qualquer outra disciplina é, sem dúvida, uma experiência enriquecedora, inovadora e necessária. No caso da Matemática, já sabemos o quanto gráficos, diagramas e figuras podem complementar ou até mesmo substituir textos. O uso das representações visuais na Matemática se faz presente em diferentes situações como em provas de concursos, jornais, revistas, programas de televisão, infográficos na internet, entre outros.

As representações visuais sempre estiveram presentes na Matemática, mas o desenvolvimento da Matemática do século XIX mostrou que afirmações matemáticas que pareciam óbvias por conta de uma visualização intuitiva, revelavam-se incorretas em uma análise mais detalhada (Mancosu, 2005). Em consequência, o uso das representações visuais foi deixado em segundo plano e isso também se refletiu no ensino da Matemática. Por exemplo, no livro de Cálculo sem diagramas de Landau[2].

Ainda segundo Mancosu (2005), a partir da década de 1990, o desenvolvimento de técnicas de visualização em computação gráfica teve impacto na Matemática, permitindo a elaboração de novos conceitos. Isso promoveu uma reação contra uma concepção puramente simbólica da Matemática e abriu caminho para que fossem enfatizados os aspectos visuais da disciplina. Em consequência, as representações visuais passaram a ser consideradas não só como elementos legítimos de demonstrações matemáticas, mas também como ferramentas pedagógicas.

Entretanto, conforme aponta Vale (2017), as representações visuais não são abordadas com frequência nas aulas de Matemática para a resolução de problemas, ainda que pesquisas atuais apontem que o uso de representações visuais possibilita o desenvolvimento da intuição e da criatividade.

[2] LANDAU, E. (1934). *Einführung in die Differentialrechnung und Integralrechnung*. (Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral). Groningen ; Batavia : Noordhoff. Disponível em: http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:101:1-2013100217509. Acesso em: 25 de out. de 2021.

3 METODOLOGIA DO ESTUDO

A pesquisa desenvolvida é de cunho qualitativo. Para o seu desenvolvimento, foi elaborada uma atividade para o ensino do teorema do Ângulo Externo e da propriedade que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180 graus com o uso de representações visuais como recurso para descoberta, justificação e demonstração desses resultados. Para a elaboração da atividade, tomou-se por base a obra *The first six books of the elements of euclid with coloured diagrams and symbols*[3], de Oliver Byrne. A atividade foi proposta aos treze alunos da disciplina Geometria Euclidiana de um Curso de Licenciatura em Matemática, no segundo semestre de 2020. Depois que os alunos concluíram a atividade proposta, foi realizada uma discussão, entre os alunos e o docente da disciplina, sobre a atividade desenvolvida. Os dados para a pesquisa foram coletados por meio de observação da aula remota via Google Meet (que foi gravada) e documentos (atividades desenvolvidas pelos alunos). A metodologia de coleta de dados adotada foi eleita por as aulas estarem sendo desenvolvidas por ensino remoto, em razão do contexto da pandemia de Covid-19.

Por fim, os dados obtidos foram analisados com o intuito de se avaliar as potencialidades epistemológicas do processo. Para a análise dos dados obtidos foi realizada uma análise qualitativa com base na proposta de Yin (2016), seguindo cinco etapas: 1. Reunião e organização dos dados obtidos – a análise formal começa pela classificação das notas de campo e dos demais dados coletados. De fato, uma análise informal já é realizada durante a coleta de dados, quando se avalia a adequação dos dados com o objetivo proposto e com o refinamento das anotações. 2. Desconstrução dos dados – nessa etapa os dados organizados são divididos em partes para a possível atribuição de rótulos ou códigos para cada parte. Essa etapa pode ser repetida num processo de tentativa e erro para refinar os rótulos. 3. Reconstrução dos dados – os rótulos recebem nome (substantivos) que podem ser associados às combinações dos itens desconstruídos, para reconstruí-los em diferentes agrupamentos. 4. Interpretação – a quarta fase envolve o uso do material reconstruído para criar uma nova narrativa. 5. Conclusão – as conclusões estão relacionadas com a interpretação realizada na fase anterior.

[3] Os seis primeiros livros de *Os Elementos* de Euclides com diagramas e símbolos coloridos (Tradução nossa).

4 RESULTADOS OBTIDOS

A atividade foi proposta aos treze alunos matriculados na disciplina. Dos treze alunos, dois não fizeram o upload da resolução da atividade na página do Google Classroom criado pelo docente da disciplina. Cabe pontuar, que a atividade não era obrigatória, já que se buscava estabelecer o envolvimento dos alunos de forma espontânea.

Os outros onze alunos responderam a todos os itens da atividade. A atividade propunha que os alunos construíssem a demonstração do teorema do Ângulo Externo e da propriedade que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180 graus, presentes na Proposição XXXII do Livro I de Os Elementos de Euclides, por meio do uso das representações visuais dadas.

A demonstração deveria ser construída em quatro etapas, tomando-se por base a figura 1 abaixo.

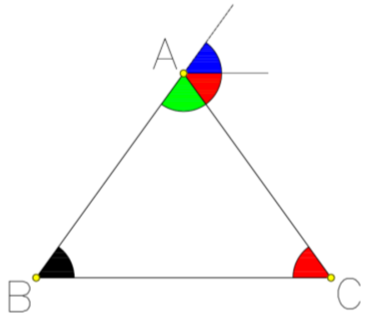


Figura 1: Representação Visual da Proposição XXXII do Livro I de *Os Elementos* de Euclides

Fonte: Elaborada pelos autores

Na primeira etapa da demonstração, os onze alunos responderam que, pelo ponto A, é possível desenhar uma semirreta paralela ao lado BC, de acordo com o axioma V. Na figura 2, apresentamos algumas das resoluções elaboradas pelos alunos, com as justificativas para essa etapa da demonstração.

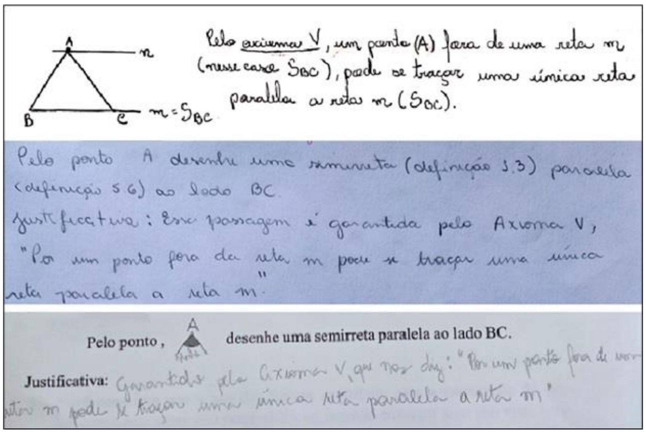


Figura 2: Resoluções da etapa 1
Fonte: Dados Coletados pelos autores

Em seguida, nove alunos utilizaram o axioma III6 e a proposição 6.3 para justificar a congruência dos ângulos correspondentes Â (azul) e B̂, e, alternos internos Â (vermelho) e Ĉ. Um aluno utilizou somente a proposição 6.3 para tal. Outro aluno utilizou as combinações das proposições 3.5 e 6.3, 6.2 e 6.3 e a proposição 6.4, respectivamente. Na figura 3, apresentamos algumas das resoluções dos alunos para essa etapa.

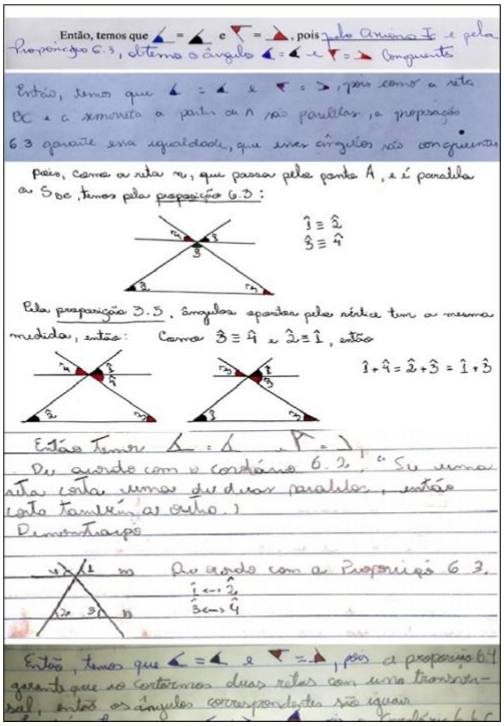


Figura 3: Resoluções da etapa 2
Fonte: Dados da pesquisa

Para justificar que a soma dos ângulos internos B̂ e Ĉ é igual ao ângulo externo Â (azul + vermelho), oito alunos utilizaram o axioma III6, dois utilizaram a proposição 3.5 e apenas um aluno, o corolário 6.6. Na figura 4 apresentamos algumas das resoluções para a terceira etapa da demonstração.

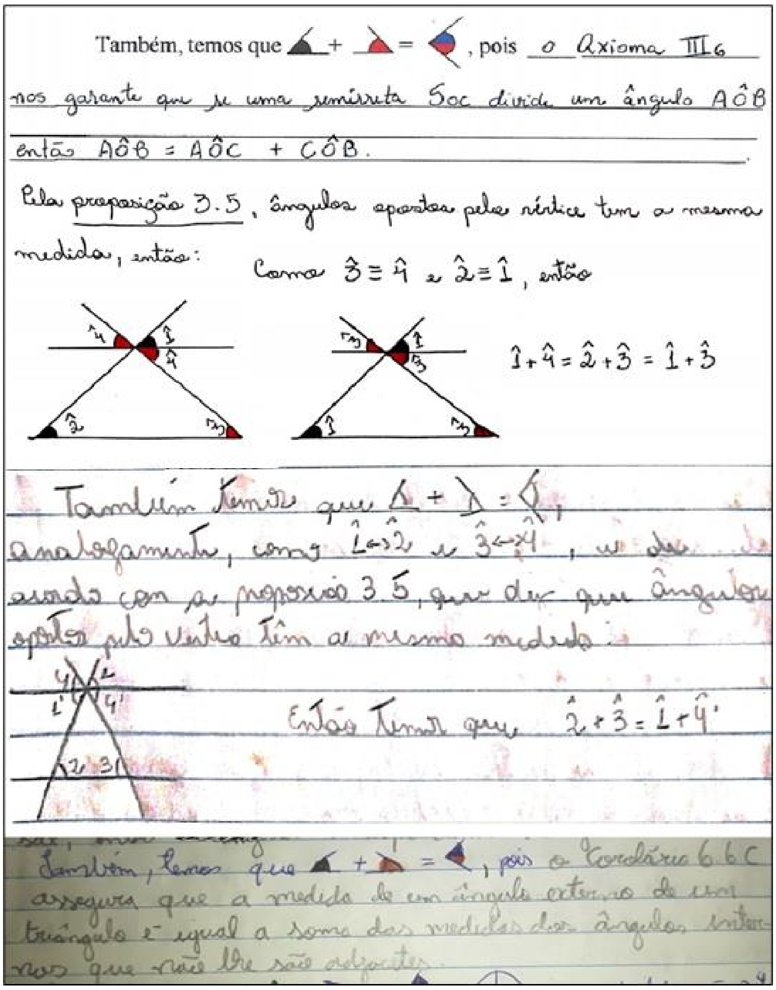


Figura 4: Resoluções da etapa 3
Fonte: Dados da pesquisa

Ao concluir que a soma dos três ângulos internos Â, B̂ e Ĉ do triângulo ABC é igual a 180º, oito alunos utilizaram a proposição 6.3, um aluno utilizou a proposição 3.5 e o teorema 6.5, um aluno utilizou o teorema 6.5 e o último, a definição 3.4. Na figura 5 estão algumas das justificativas apresentadas para última etapa da demonstração.

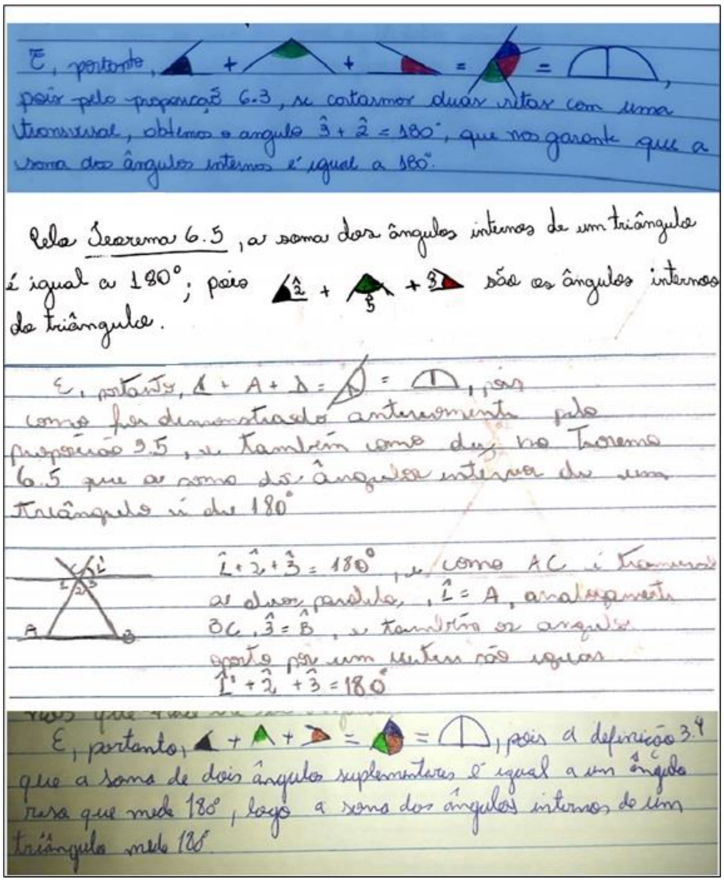
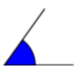
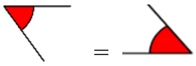
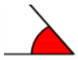
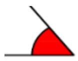
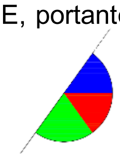
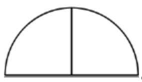


Figura 5: Resoluções da etapa 4
Fonte: Dados da pesquisa

No quadro 1 abaixo encontram-se a quantificação das respostas das justificativas dos alunos em cada passagem da demonstração e a descrição de cada axioma, definição, proposição e teorema utilizados por eles.

Quadro 1: Síntese das justificativas dos alunos para cada etapa da demonstração.

Etapa da Demonstração	Justificativa	Número de Alunos
Pelo ponto  desenhe uma semirreta paralela ao lado BC.	Axioma V: Por um ponto fora de uma reta m pode-se traçar uma única reta paralela a reta m.	11
Então, temos que  =  e	Axioma III6 (Se uma semirreta S_{OC} divide um ângulo AÔB, então AÔB = AÔC + CÔB.) com Proposição 6.3 (Sejam m, n, 1 e 2. Se 1 = 2, então as retas m e n são paralelas.)	9

	Proposição 6.3 (Sejam m, n, 1 e 2. Se 1 = 2, então as retas m e n são paralelas)	1
	Proposição 3.5 (Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.), Corolário 6.2 (Se uma reta corta uma de duas paralelas, então corta também a outra.), Proposição 6.3 (Sejam m, n, 1 e 2. Se 1 = 2, então as retas m e n são paralelas) e Proposição 6.4 (Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os ângulos correspondentes são iguais).	1
Também, temos que  +  = , pois	Axioma III6 (Se uma semirreta S_{OC} divide um ângulo AÔB, então AÔB = AÔC + CÔB).	10
	Proposição 3.5 (Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida).	2
	Corolário 6.6 (A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual a soma das medidas dos ângulos internos que não lhe são adjacentes).	1
E, portanto,  +  +  = =  = , pois	Proposição 6.3 (Sejam m, n, 1 e 2. Se 1 = 2, então as retas m e n são paralelas).	8
	Proposição 3.5 (Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida) e Teorema 6.5 (A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º).	1
	Teorema 6.5 (A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º).	1
	Definição 3.4 (Dois ângulos são ditos suplementares se a soma de suas medidas é 180º. O suplemento de um ângulo é o ângulo adjacente ao ângulo dado obtido pelo prolongamento de um de seus lados).	1

Fonte: Elaborado pelos autores[4]

Na aula remota realizada para a discussão da atividade proposta, foi proposta a discussão das seguintes questões:

1. As representações visuais contribuíram para a compreensão das etapas construídas para realizar a demonstração?
2. Se vocês tivessem que construir a demonstração do Teorema sem que fossem

[4] A numeração dos axiomas, proposições, teorema e definição são os adotados no livro de Barbosa (1985) e que foi adotado pelo professor da disciplina.

fornecidas as representações visuais, vocês iriam desenhá-las para justificar as passagens da demonstração?

3. As representações visuais contribuíram para a construção do seu conhecimento sobre a propriedade dada pelo Teorema?
4. O uso de figuras coloridas fez alguma diferença para a demonstração do Teorema?
5. Foi possível associar as habilidades de imaginação, criatividade e generalização por meio da atividade proposta?

Nas discussões realizadas, os alunos concordaram que as figuras apresentadas auxiliaram na compreensão do passo a passo da demonstração da Proposição XXXII. Os alunos enfatizaram que as representações contribuíram para o reconhecimento e para a interpretação das etapas da demonstração e também destacaram seu potencial em permitir que possíveis dificuldades fossem superadas de forma mais rápida. Um dos alunos afirmou que as figuras auxiliaram não somente na compreensão do que deveria ser feito, mas também na compreensão do que estava sendo realizado.

Outra aluna destacou que a visualização auxilia a resolução de problemas de Geometria. Nessa fala podemos constatar a simplificação do problema promovida por meio das figuras, como afirma Giaquinto (2007).

Os alunos consideram que o uso de figuras coloridas na atividade contribuiu para facilitar a compreensão das demonstrações. Para eles, as cores foram relevantes, mais uma vez, para auxiliar a compreensão, associação e identificação dos ângulos, pois, por meio das cores, foi possível localizar/decifrar cada ângulo sem cometer erros e interpretar corretamente as passagens da demonstração. Em acordo com Arcavi (2003), por meio do uso de figuras coloridas, vimos que os alunos conseguiram visualizar “o não visto”, possibilitando uma percepção mais ampla e detalhada, que os levou a corrigir, quando necessário, a sua intuição.

Foi consenso entre os alunos que as figuras ajudaram na construção do conhecimento da proposição. Um dos alunos mencionou que, por meio das figuras, conseguiu visualizar as passagens da demonstração, porém, teve dificuldade em expressá-las por meio das justificativas escritas. Os demais alunos frisaram a importância da compreensão por meio da visualização, sobretudo na Geometria Euclidiana, já que as imagens complementam a escrita, esclarecendo as passagens da demonstração.

Os alunos também afirmaram que se as figuras não fossem dadas, eles as utilizariam para complementar suas justificativas. Um dos alunos afirmou que desenhar a figura foi indispensável para demonstrar seus pensamentos.

Outro aluno destacou a importância das figuras por fornecer um “olhar diferente” no entendimento do que está sendo pedido. Uma aluna relatou que faria um desenho básico do triângulo com a identificação dos ângulos para então descrever, por meio da escrita, as justificativas da proposição.

Para os demais alunos, a construção das figuras é importante, pois elas podem auxiliar na resolução do problema, bem como completar/complementar o entendimento da proposição, ajudando mesmo aqueles que têm dificuldades em se expressar por meio da escrita. Os alunos também concordaram que a sequência estabelecida pelas figuras na resolução da atividade, promoveu o desenvolvimento das habilidades de imaginação, concentração e generalização, sugeridas por Campos (2009).

Por meio dos resultados obtidos, podemos afirmar que as representações visuais apresentam potencial como um recurso facilitador no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mas, além disso, podem ser usadas como um recurso para a construção de uma demonstração, o que evidencia suas potencialidades epistemológicas.

Para apresentar os resultados obtidos por meio da análise qualitativa dos dados obtidos e à luz do referencial teórico estudado, foram categorizadas as seguintes potencialidades epistemológicas: *recurso de demonstração*; *recurso de justificação*; *recurso de raciocínio*; e, *recurso de intuição e criatividade*.

A primeira é o potencial das representações visuais como *recurso de demonstração*. As representações visuais permitiram aos alunos fazerem a construção da demonstração do Ângulo Externo e da propriedade que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180 graus, o que aponta, de acordo com Giaquinto (2007), o potencial de uso das representações como um recurso epistemológico.

Considerando que as representações visuais também possibilitaram que as passagens de cada uma das demonstrações fossem justificadas por meio de resultados já estudados, como axiomas, definições, teoremas e proposições, a segunda potencialidade é o uso das representações, conforme Giaquinto (2007), como um *recurso de justificação*.

O uso das representações visuais como *recurso de raciocínio*, já que elas contribuíram para o desenvolvimento do pensamento matemático e, em particular, do pensamento geométrico, permitindo aos alunos a validação ou correção de sua intuição.

As representações visuais permitiram aos alunos interpretar a Proposição, intuir caminhos para a construção da demonstração e corrigi-los quando necessário, explicar seus próprios pensamentos e elaborarem conjecturas para chegar à construção da demonstração, ou seja, conforme Balieiro (2017), elas contribuíram para o desenvolvimento do raciocínio heurístico, isto é, provisório e plausível, em que se combinam observações e são feitas analogias para a criação de conjecturas, e do raciocínio demonstrativo, ou seja, a demonstração elaborada.

As representações visuais também permitiram aos alunos elaborarem significados visuais, conceitos e construções matemáticas, por meio da *intuição e criatividade*. Conforme Vale (2017), o uso das representações visuais favorecem o desenvolvimento da intuição e a capacidade de ver novas relações que, como consequência "possibilita o pensamento criativo, pois (...) sem intuição não há criatividade em Matemática." (Vale, 2017, p. 134).

Para além das potencialidades epistemológicas, foi possível perceber que as representações visuais também adicionaram organização dos dados em estruturas significativas, contribuindo para a solução sequencial do problema. Esse aspecto também contribuiu para que os alunos realizassem uma correção de suas intuições.

5 DISCUSSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade proposta foi elaborada buscando explorar potenciais epistemológicos do uso dos diagramas visuais no ensino-aprendizagem de Matemática, na resolução de uma proposição da Geometria Euclidiana. A primeira impressão causada pela atividade, tanto nos alunos quanto em nós pesquisadores, foi o papel facilitador atribuído às figuras apresentadas, em conformidade com as discussões apresentadas em Giaquinto (2007).

Esse aspecto pode ser percebido ao analisarmos os esboços feitos pelos alunos na resolução da atividade proposta. Todos os alunos lançaram mão de figuras, muitas delas com riqueza de detalhes, como os ângulos coloridos, para justificar a resolução apresentada. A representação visual, para esses alunos, se mostrou um recurso importante para a manifestação do pensamento geométrico e para a resolução da atividade proposta.

Ao analisar as resoluções apresentadas pelos alunos e compará-las com a literatura estudada, em especial com Arcavi (2003), podemos deduzir que os alunos foram capazes de “ver o não visto” por meio das representações visuais presentes na atividade, elaborando significados visuais, conceitos e construções matemáticas proporcionadas pelas figuras.

Os alunos também conseguiram adicionar organização dos dados em estruturas significativas, contribuindo para a solução sequencial do problema. Esse aspecto certamente contribuiu para que os alunos realizassem uma correção de suas intuições. Dessa forma, com a atividade proposta, identificamos algumas potencialidades epistemológicas do uso das representações visuais.

Além disso, podemos conjecturar que os alunos foram capazes de desenvolver o pensamento geométrico e o raciocínio matemático investigativo, de cunho epistemológico, como afirma Campos (2009), por meio do uso das representações visuais.

Entretanto, conforme Arcavi (2003), o uso das representações visuais enfrenta barreiras clássicas, como a cultura da Matemática previamente estabelecida, questões cognitivas, sociológicas e curriculares. Portanto, é fundamental que as representações visuais, em diferentes níveis de ensino, sejam consideradas uma parte natural das demonstrações matemáticas e uma ferramenta pedagógica, como afirma Mancosu (2005), em especial, nos cursos de Licenciatura em Matemática, com o propósito de promover uma mudança na cultura estabelecida e, em consequência, na aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), p. 215-241, 2003.

Balieiro Filho, I. F. (2017). *Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya*: quatro episódios da história da heurística. São Paulo: Editora Unesp Digital, 2017.

Barbosa, J. L. (2012). *Geometria Euclidiana Plana*. Rio de Janeiro: SBM.

Byrne, O. (1847). *The first six books of the elements of euclid with coloured diagrams and symbols* Are Used Instead of Letters for the Greater Ease of Learners. London: William Pickering.

Campos, D. G. (2009). Imagination, concentration, and generalization: Peirce on the reasoning abilities of the mathematician. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. 45, n. 2, p. 135-156.

Euclides. (2009). *Os Elementos*. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

Giaquinto, M. (2007). *Visual Thinking in Mathematics*: an epistemological study. New York: Oxford.

Johnston-Wilder, S.; MASON, J. (2005). *Developing Thinking in Geometry*. London: Sage.

Mancosu, P. (2005). Visualization in logic and mathematics. In: *Visualization, explanation and reasoning styles in mathematics*. MANCOSU, P.; JØRGENSEN, K. F.; PEDERSEN, S. A. (Eds.). Springer: Dordrecht.

Vale, I. (2017). Resolução de Problemas um Tema em Continua Discussão: vantagens das Soluções visuais. In L. de la Rosa Onhuchic, L. C. leal Junior & M. Pironel (Orgs), *Perspectivas para a Resolução de Problemas* (pp. 131-162). S. Paulo, Brasil: Editora Livraria da Física.

Yin, R. K. (2016). *Qualitative Research*: from start to finish. New York: Guilford.

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA
Potencialidades epistemológicas do uso de representações visuais na demonstração do teorema do ângulo externo

Inocêncio Fernandes Balieiro Filho
Doutor
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Departamento de Matemática, Ilha Solteira, Brasil
Inocencio.balieiro@unesp.br
https://orcid.org/0000-0003-4012-959X

Silvia Mello Mahdavi
Mestre
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Departamento de Matemática, Ilha Solteira, Brasil
s.mello@unesp.br
https://orcid.org/0009-0009-0729-0489

Endereço de correspondência do principal autor
Inocêncio Fernandes Balieiro Filho
Rua Lajes, 115, Bairro Santa Catarina, Ilha Solteira – SP, CEP 15.385-000

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: Balieiro Filho, I. F. Mahdavi, S.
Coleta de dados: Balieiro Filho, I. F. Mahdavi, S.
Análise de dados: Balieiro Filho, I. F. Mahdavi, S.
Discussão dos resultados: Balieiro Filho, I. F. Mahdavi, S.
Revisão e aprovação: Balieiro Filho, I. F.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
CNPq

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não há conflitos de interesse.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 02-04-2023 – Aprovado em: 11-10-2023