

ANÁLISE DE ERROS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NUMA TURMA DE SEGUNDO ANO DO ENSINO MÉDIO DA REDE PÚBLICA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.251-275>

Aline Mauricio Barbosa¹
Marcos Vinícius Silva da Costa²

Resumo: O objetivo deste trabalho foi analisar os principais tipos de erros, cometidos por estudantes de uma turma do segundo ano do Ensino Médio da rede pública, na resolução de problemas envolvendo áreas de superfícies e volumes de sólidos geométricos. Esses alunos responderam a um questionário diagnóstico, contendo problemas sobre essa temática. Depois eles participaram de atividades com materiais manipuláveis, realizando planificações, montagem de sólidos geométricos e estudando aspectos conceituais. Após isso, eles resolveram novos problemas sobre os conteúdos mencionados e escreveram comentários sobre as atividades realizadas. Para avaliar as respostas desses alunos, usou-se a metodologia de análise de erros segundo Cury (2019). Houve vários equívocos na interpretação de enunciados, confusões conceituais, erros aritméticos, além de várias respostas em branco ou sem fundamento. A análise de erros cometidos pelos alunos se constitui numa importante aliada para o docente repensar a sua prática e para gerar novas oportunidades de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Análise de Erros. Resolução de Problemas. Sólidos Geométricos. Ensino Médio.

ERROR ANALYSIS IN SOLVING PROBLEMS WITH GEOMETRIC SOLIDS IN A TENTH-GRADE CLASS OF A PUBLIC HIGH SCHOOL

Abstract: The purpose of this work was to analyze the main types of mistakes made by students from a tenth-grade class of a public high school when solving problems involving areas of surfaces and volumes of geometric solids. These students answered a diagnosis questionnaire with problems about this topic. Afterwards, they took part in activities with materials they could manipulate, doing flattening, assembling geometric solids, and studying the concepts. After that, they solved new problems about the contents mentioned and wrote comments about the activities done. To evaluate the answers of these students, it was used the methodology of error analysis according to Cury (2019). There were several misunderstandings in the interpretation of the statements, confusion with concepts, arithmetical errors, and several blank or unfounded answers. Analyzing the errors made by the students is an important tool for the teacher to rethink his practice and to create new teaching-learning opportunities.

Keywords: Error Analysis. Problem solving. Geometric Solids. High School.

Introdução

Embora a Geometria seja uma área da Matemática com aplicações em vários setores do conhecimento humano, são bem conhecidas, no meio escolar, as dificuldades existentes no ensino-aprendizagem dessa área. Por exemplo, ao longo da experiência docente dos autores

¹ Doutora em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professora Associada da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). E-mail: alinanet2002@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3926-8648>.

² Mestre em Matemática pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Professor Docente I da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ), atuando no CIEP 435 Hélio Pellegrino. E-mail: mvinicius91@live.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9975-9564>.

desta pesquisa, observou-se que vários estudantes chegam ao Ensino Médio com grandes dificuldades de visualização geométrica, o que motivou a realização da presente pesquisa.

Mediante o exposto, o objetivo principal deste trabalho foi analisar os principais tipos de erros, cometidos por estudantes de uma turma do segundo ano do Ensino Médio da rede pública, na resolução de problemas envolvendo áreas de superfícies e volumes de sólidos geométricos. Para alcançá-lo, foi usada a metodologia de análise de erros, segundo Cury (2019), para realizar uma leitura crítica e reflexiva dos principais tipos de erros cometidos por alunos de uma turma de segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública da Zona Oeste do Município do Rio de Janeiro, RJ, na resolução dos problemas propostos.

Este trabalho é parte de uma pesquisa de dissertação (COSTA, 2020), realizada no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Breve discussão sobre resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática

Nesta seção será feita uma breve discussão sobre a resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. O que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função dos conhecimentos de que dispõe (BRASIL, 1997, p. 33).

É importante destacar que exercícios matemáticos e problemas matemáticos, embora pareçam semelhantes, são atividades com finalidades diferentes. Por exemplo, não há uma preocupação com os procedimentos empregados na realização de um exercício matemático, pois ele consiste em repetição e prática. Portanto, ele se torna automático no decorrer do tempo, como por exemplo, na substituição de determinados valores em uma fórmula qualquer. Entretanto o problema matemático consiste numa situação em que se podem incluir vários conteúdos dentro de um contexto e sua resolução não é realizada de maneira mecânica, ou seja, é necessário traçar estratégias para a sua resolução. Sobre a resolução de um problema, os PCN defenderam uma proposta embasada nos seguintes fundamentos:

I. O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; II. O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; III. Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática; IV. O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações; V. A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997, p. 32-33).

Polya (1945) defendeu que a resolução de problemas consiste nas seguintes etapas:

1. *Compreensão do problema*: significa perceber o que é fundamental para sua resolução, ou seja, observar bem os dados, a incógnita, sua condicionante e até mesmo esboçar uma figura, em algumas ocasiões.
2. *Estabelecimento de um plano*: significa notar se o problema já é conhecido, ou seja, se já foi solucionado um problema similar, obter a relação entre os dados e a incógnita e, caso não se consiga resolver o problema apresentado, tentar solucionar um mais simples, desde que seja parecido com o problema principal.
3. *Execução do plano*: significa fazer o que foi planejado, verificando se cada etapa para a resolução do problema foi realizada corretamente.
4. *Retrospecto*: significa investigar a possibilidade de se obter o resultado do problema de outra maneira. Além disso, significa verificar se os procedimentos utilizados podem ser os mesmos ou similares, para outro problema parecido.

Note que há semelhanças entre os planejamentos de resolução de problemas propostos por Brasil (1997) e por Polya (1945). A resolução de um problema consiste em tomadas de decisões e, para isso,

A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para

dar resposta a situações variáveis e diferentes (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 21).

Conforme citado, a resolução de problemas toma como base a apresentação de situações sugestivas que desafiem o estudante. Esse desafio passa pela “tradução” do enunciado em linguagem matemática e pela visualização da situação-problema. Entretanto, nem sempre essa visualização é fácil para o aluno, pois isso pode depender da sua maturidade matemática e da sua experiência de vida. Entretanto o professor deve aproveitar ao máximo os conhecimentos que seus alunos trazem, não subestimando a capacidade deles, “[...] reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo” (BRASIL, 1997, p. 29). Além disso, o professor deve oportunizar a contextualização, a compreensão do processo, trabalhando a situação-problema de maneira simbólica.

Sendo uma das funções da disciplina de matemática capacitar o indivíduo a trabalhar simbolicamente, representando os problemas matemáticos do mundo através dos símbolos, esse conhecimento anterior deve ser utilizado pelo professor como passo inicial para a estruturação do conhecimento, levando o estudante a visualizar formas de representação simbólica como poderosos instrumentos de representação das situações cotidianas (BRITO, 2005, p. 61).

Os procedimentos para a resolução de problemas, em princípio, são desconhecidos. Porém como o resultado imaginado já está dentro do mundo do aluno, “resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado” (POLYA, 1949 *apud* KRULIK; REYS, 1998, p. 1-3). Mediante o desafio proposto por um problema, o aluno pode ser conduzido a um comportamento desafiador, o que o faz considerá-lo como uma meta. Entretanto, são necessárias uma boa leitura e uma correta interpretação do que é proposto no enunciado do problema. Sem esses itens, dificilmente o aluno conseguirá vencer esse desafio.

Breve discussão sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino-aprendizagem de Matemática

Vários autores defendem o uso de materiais manipuláveis como facilitador do ensino-aprendizagem de Matemática. Uma definição para material manipulável pode ser a seguinte:

[...] considera-se um material manipulável todo o material concreto, educacional ou do dia a dia (e.g. ábaco, policubos, folhas de papel, bolas de gude), que represente uma ideia matemática, que durante uma situação de aprendizagem apele aos sentidos e que se caracteriza por um envolvimento

ativo dos alunos (VALE; BARBOSA, 2014, p. 6).

Segundo essa definição, conclui-se que material manipulável é todo tipo de material, usado em sala de aula com finalidade de ensino-aprendizagem de Matemática, tal que o estudante tenha a oportunidade de pegá-lo, senti-lo ou manuseá-lo de alguma maneira.

Por isso, a utilização dos materiais manipuláveis oferece uma série de vantagens para a aprendizagem dos educandos. Podemos destacar:

a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da Matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas (SARMENTO, 2010, p. 4).

Em geral, quando um material manipulável é utilizado durante a resolução de um problema, pretende-se que ele auxilie o aluno a sair do meio abstrato para o ambiente concreto. Não há garantias de que um material manipulável seja eficaz, entretanto, ele pode auxiliar numa abordagem mais significativa de conteúdos matemáticos, tornando as aulas da disciplina mais atraentes (LORENZATO, 2006 *apud* SILVA; VILAS BÔAS, 2019). Além disso, em contato com tal material, os estudantes podem construir conhecimentos com a orientação do docente em sala de aula, deixando de ser apenas um ouvinte. De acordo com Rodrigues e Gazire (2012), há dois tipos de materiais manipuláveis:

1) O material manipulável estático: material concreto que não permite a transformação por continuidade, ou seja, alteração da sua estrutura física a partir da sua manipulação. Durante a atividade experimental, o sujeito apenas manuseia e observa o objeto na tentativa de abstrair dele algumas propriedades. Ao restringir o contato com o material didático apenas para o campo visual (observação), corre-se o risco de obter apenas um conhecimento superficial desse objeto. 2) O material manipulável dinâmico: material concreto que permite a transformação por continuidade, ou seja, a estrutura física do material vai mudando à medida em que ele vai sofrendo transformações, por meio de operações impostas pelo sujeito que o manipula. A vantagem desse material em relação ao primeiro, na visão do autor, está no fato de que este facilita melhor a percepção de propriedades, bem como a realização de redescobertas que podem garantir uma aprendizagem mais significativa (RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p. 190).

O material manipulável dinâmico é útil em abordagens envolvendo Geometria Espacial. Por exemplo, quando se trabalha com sólidos geométricos desmontáveis, o aluno pode visualizar seções que se pode fazer nele, como também algumas propriedades que eles possuem, devido à característica de “maleabilidade” apresentada pelo material.

Nesse contexto, os materiais didáticos manipulativos dão oportunidade aos alunos para realizarem investigações geométricas, vivenciarem com eles experiências novas e, de forma mais ativa e participativa, construírem seus conhecimentos. Ao desconstruir e reconstruir formas geométricas, variar suas dimensões, observá-las por diferentes vistas, argumentar sobre essas transformações usando os materiais concretos criamos uma prática pedagógica que favorece a elaboração do conhecimento pelos estudantes no campo da abstração (DALVI; LORENZONI; REZENDE, 2020, p. 117).

Pensando nisso, Vale e Barbosa (2014) realizaram algumas experiências em sala de aula com futuros professores do Ensino Básico, envolvendo a realização de atividades que usavam materiais manipuláveis e resolução de problemas geométricos. Foi concluído nessa pesquisa que esses futuros professores conseguiram, de fato, compreender alguns conceitos geométricos com o auxílio de materiais manipuláveis e de resolução de problemas. Além disso, foi relatado nesse trabalho que esses participantes executaram as atividades de forma entusiástica. Nesse trabalho, observou-se que o uso do material manipulável foi primordial para a aprendizagem de conceitos geométricos pelos participantes.

Breve discussão sobre a análise de erros no ensino-aprendizagem de Matemática

Vários estudantes interpretam o erro na realização de uma tarefa como sendo algo ruim, uma vez que se sentem desconfortáveis quando não conseguem atingir o objetivo proposto na atividade. Entretanto alguns outros estudantes entendem o erro como uma pequena falha, sendo motivados a buscar um aprimoramento de sua aprendizagem.

Para alguns professores, o erro cometido por um aluno na realização de uma tarefa pode ter várias interpretações. Por exemplo, o aluno pode ter cometido um erro de forma proposital, ou seja, ele pode apresentar uma resposta sem fundamentação na resolução de um problema proposto, por não ter ideia de como começar a resolvê-lo. O erro também pode ser de origem conceitual, ou seja, o estudante pode ter resolvido um problema de maneira equivocada por não ter aprendido bem o conceito abordado. Outro tipo de erro possível é o aritmético, ou seja, o discente pode ter se equivocado na realização de alguma operação numérica ao tentar solucionar o problema proposto. O aluno também pode cometer um erro por falta de atenção. Tal desatenção pode aparecer no segundo e terceiro tipo de erros mencionados neste parágrafo.

Radatz (1980) afirmou que os erros cometidos por discentes em questões de Matemática não são apenas resultado de ignorância e acidentes situacionais. De acordo com esse autor, a maior parte dos equívocos cometidos por estudantes não é devido à insegurança, a descuido ou a condições situacionais. Ele comentou que esses erros são determinados casualmente e muitas

vezes são sistemáticos; persistem e duram por vários anos escolares, a menos que o professor realize uma intervenção pedagógica para atenuá-los; podem ser analisados e descritos como técnicas de erro; quanto às suas causas, podem vir de certas dificuldades apresentadas pelos estudantes ao receber e processar informações para a aprendizagem matemática, ou de efeitos da interação de variáveis que atuam no processo ensino-aprendizagem de Matemática (professor, currículo, estudante, ambiente acadêmico etc.).

Alguns docentes afirmam que o processo de avaliação usado hoje em dia está ultrapassado, uma vez que as respostas dos discentes são classificadas de maneira que não é possível concluir com certeza se houve aprendizagem ou se apenas foi memorizado o padrão de resposta determinado pelo professor, para se obter sucesso. Silva e Buriasco (2005) comentam que

Para o aluno, a avaliação pode servir para regular sua aprendizagem, sendo subsídio capaz de orientá-lo para a autonomia de pensamento, para perceber suas dificuldades, analisá-las e descobrir caminhos para superá-las. Para o professor, deve contribuir para que ele possa repensar e reorientar a sua prática pedagógica, além de possibilitar-lhe entender e interferir nas estratégias utilizadas pelos alunos (SILVA; BURIASCO, 2005, p. 500).

Essa citação vai ao encontro da metodologia de análise de erros proposta por Cury (2019), a qual consiste na observação do erro, com a finalidade de tentar buscar sua origem e entender a sua causa. Com essa metodologia, é possível também identificar a maneira em que os estudantes estão assimilando o conteúdo trabalhado pelo professor. Para fazer essa análise, Cury (2019) recomendou realizar a leitura atenta de todas as respostas apresentadas pelos alunos e classificá-las em algumas categorias, que podem ser, por exemplo, as seguintes:

1. *Correta*: o discente obteve sucesso na resolução da questão.
2. *Parcialmente correta*: o discente realizou o caminho correto para a resolução da questão, mas acabou se descuidando em alguma etapa e não obteve êxito.
3. *Incorreta*: o discente não atingiu o objetivo previsto na resolução da questão.

Alguns tipos de questões só admitem respostas corretas ou incorretas.

Além disso, de acordo com Cury (2019), após essa classificação preliminar das respostas, os tipos de erros encontrados devem ser categorizados. Essas categorias podem ser estabelecidas com base no que o professor observa nas respostas dos estudantes, comparando com a sua experiência docente, seja na turma avaliada ou em outras. Essas categorias apresentadas devem ser acompanhadas de alguns exemplos de erros relacionados a cada classe. A partir dessa etapa, os resultados obtidos nessa análise podem ser usados com finalidade

investigativa ou rotineira. Finalmente realiza-se uma reflexão sobre os tipos de erros que ocorreram com maior frequência. Essa reflexão objetiva investigar a causa desses erros e o que o docente poderá fazer para atenuá-los em futuras tarefas ou avaliações.

Quando o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter a situação (BRASIL, 1997, p. 41).

Essa citação ilustra bem o que acontece em várias aulas. Considerando a experiência docente dos autores da presente pesquisa, já ocorreu várias vezes a seguinte situação: após tirar a dúvida de um estudante, percebeu-se que outros continuaram com a mesma dúvida e que esses não a relataram por temer sofrer alguma represália do professor ou dos colegas de turma, ou ainda por se sentirem menos capazes de aprender, em comparação aos demais colegas. Dependendo do docente e da situação, ele pode procurar uma nova forma de explicar a questão ou mesmo deixar a situação como está.

Usar a metodologia de análise de erros em sala de aula ainda é um grande desafio. De fato, algumas escolas determinam um período curto para correção e divulgação de resultados das avaliações. Dessa forma, o professor responsável pela turma (que costuma atuar em diversas outras turmas) se sente pressionado e acaba não conseguindo realizar essa análise de erros de forma detalhada.

Nesta presente pesquisa foi usada a metodologia de análise de erros, segundo Cury (2019), em resolução de problemas geométricos pelos alunos pesquisados, com auxílio de materiais manipuláveis. Os detalhes desta pesquisa serão apresentados nas seções seguintes.

Descrição das atividades realizadas

Esta pesquisa foi realizada com uma turma do segundo ano do Ensino Médio regular do turno noturno, numa escola estadual da Zona Oeste do Município do Rio de Janeiro, RJ, no ano de 2019. Nessa turma, 19 alunos frequentavam às aulas regularmente, observando que a maioria deles tinha mais de 18 anos de idade e já trabalhava ou já tinha exercido alguma atividade remunerada. A escolha dos participantes foi feita considerando a facilidade de acesso a eles: um dos autores deste trabalho atua como professor da referida escola e lecionava para essa turma na ocasião da pesquisa.

A direção dessa escola assinou uma Carta de Anuência, os alunos participantes maiores de 18 anos assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o único participante menor de idade assinou um Termo de Assentimento Livre e Esclarecido e seu responsável assinou um TCLE (responsáveis). O Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro aprovou a realização desta pesquisa em 2019 (Processo nº 23083.022109/2019-49)³.

As atividades com a turma pesquisada foram realizadas em sete aulas, com duração de dois tempos de quarenta minutos cada uma. Na primeira aula, foi aplicado um questionário diagnóstico, com problemas discursivos envolvendo áreas de superfícies e volumes de sólidos geométricos, cujo objetivo foi verificar conhecimentos prévios dos participantes sobre os assuntos abordados. Esse questionário foi resolvido individualmente pelos participantes e não houve intervenção do professor-pesquisador responsável pela turma nessa atividade.

Na segunda e na terceira aulas, foi realizada uma revisão sobre os conceitos de áreas de superfícies e de volumes de sólidos. Nessa revisão, houve uma abordagem sobre as áreas do triângulo, do quadrado, do retângulo, do hexágono, do círculo e sobre os volumes do cubo, do paralelepípedo, do prisma, da pirâmide e da esfera. Além disso, comentou-se sobre a cunha esférica e o fuso esférico. No final da terceira aula, o professor-pesquisador resolveu junto com a turma o questionário diagnóstico aplicado no primeiro dia, relacionando os problemas nele abordados com os conceitos revisados e realizando estratégias de resolução de problemas com base em Polya (1945). Em seguida, ele apresentou planificações de alguns sólidos geométricos, usando sólidos em acrílico disponibilizados pela própria escola e mostrou a montagem de cada sólido por meio de sua respectiva planificação (Figura 1).

Note que os sólidos em acrílico (Figura 1) são materiais manipuláveis do tipo dinâmico, de acordo com a classificação apresentada por Rodrigues e Gazire (2012), uma vez permitem que suas estruturas físicas sofram transformações contínuas, por meio de sucessivas manipulações da pessoa que trabalha com eles.

Figura 1: Exemplos de sólidos em acrílico.



Fonte: Casa da Educação (2020).

³ Disponível em: https://sipac.ufrj.br/public/jsp/processos/processo_detalhado.jsf?id=35221#. Acesso em: 24 fev. 2023.

Na quarta aula, a turma se dividiu em várias duplas e um trio e realizou uma atividade, que consistia na montagem de alguns sólidos por meio de suas planificações impressas em papel sulfite, conforme consta na Figura 2.

Figura 2: Sólidos montados por grupos de alunos.



Fonte: Os autores.

Os autores da presente pesquisa optaram por trabalhar com esses materiais manipuláveis, visando auxiliar os participantes na visualização e na compreensão dos sólidos geométricos e de suas superfícies, observando que os problemas abordados em sala de aula, durante a pesquisa, envolveram volumes de sólidos geométricos e áreas de suas superfícies. Além disso, já foi comentado nesse texto que Vale e Barbosa (2014) usaram o mesmo tipo de material em sua pesquisa sobre resolução de problemas geométricos, com resultados satisfatórios.

Na quinta, na sexta e na sétima aulas, os participantes trabalharam com listas de problemas, sendo uma por aula. Eles resolveram esses problemas em dupla (um trio foi permitido na quinta aula) e puderam usar a calculadora e o caderno como fontes de consulta. Também poderiam consultar e manipular os sólidos geométricos construídos em aulas anteriores. Foi permitido que os alunos trabalhassem em grupo durante essas atividades para que tivessem total liberdade para discutir entre eles estratégias para a resolução de cada problema, expressando o pensamento que tiveram e compreendendo o que o colega de grupo imaginou, para que, juntos, tomassem uma possível decisão, debatendo as dúvidas obtidas, dentre outras possibilidades.

A única intervenção do professor durante a execução dessas atividades foi para ler e interpretar alguns problemas propostos, visto que alguns alunos não conseguiam compreender alguns enunciados. No final de cada aula, o professor resolvia cada lista, com a participação da turma. Vale observar que, durante as correções, o professor estimulava a participação dos alunos, questionando-os sobre a forma que eles pensaram para resolver cada problema, construindo assim uma estratégia para a resolução de cada um deles, à luz de Polya (1945).

Após a correção da última lista de problemas, foi solicitado aos participantes formular

comentários, por escrito, sobre as atividades realizadas nesta pesquisa. Esses comentários foram entregues ao professor na aula seguinte e tiveram por finalidade compreender de que forma os alunos receberam a realização das atividades, se o que foi feito acrescentou algo à sua aprendizagem, além de conhecer suas opiniões e sugestões a respeito do que foi realizado. Ou seja, saber o que os participantes consideraram mais atrativo na execução das atividades ou se não gostaram da maneira em que elas foram realizadas.

Esta pesquisa teve abordagem qualitativa. Foram analisadas, de forma detalhada, as respostas dos participantes aos problemas propostos, buscando identificar aspectos que precisavam ser melhorados no ensino-aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Para esse propósito, foi usada a metodologia de análise de erros, segundo Cury (2019).

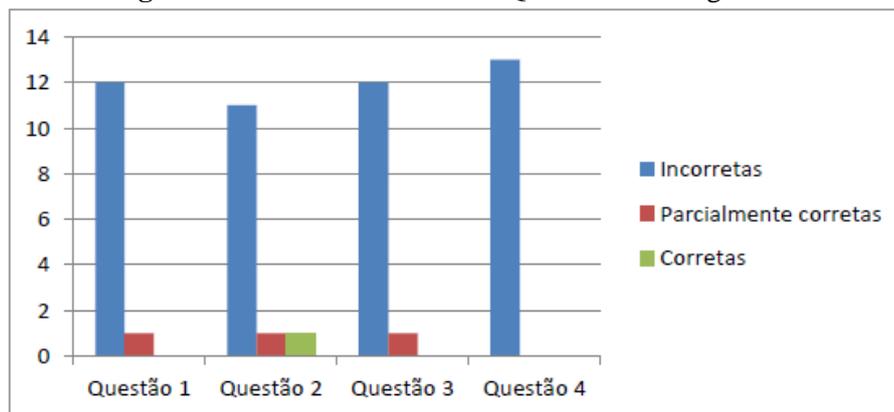
Análise e classificação dos tipos de erros encontrados na resolução dos problemas propostos

Para fins de divulgação dos resultados da pesquisa com preservação do anonimato, os 19 alunos participantes foram numerados de 1 a 19. É importante destacar que ocorreram ausências de alguns estudantes durante determinados dias, ou seja, os 19 alunos não atingiram 100% de frequência.

Treze participantes responderam individualmente ao Questionário Diagnóstico, aplicado na primeira aula. As resoluções de cada questão foram classificadas preliminarmente como corretas, parcialmente corretas ou incorretas, à luz de Cury (2019). Os resultados obtidos nesse questionário constam na Figura 3.

Note na Figura 3 que o Questionário Diagnóstico apresentou uma quantidade muito grande de respostas incorretas. Esse resultado pode ter ocorrido devido ao fato de que os participantes não sabiam ou não se lembravam do conteúdo abordado pela atividade. Além disso, como foi o primeiro questionário realizado durante a pesquisa, esses estudantes deixaram transparecer um temor de que ele poderia “valer ponto” ou prejudicá-los na nota final da disciplina, embora o professor-pesquisador tenha esclarecido no início das atividades que nada disso iria acontecer.

Figura 3: Resultados obtidos no Questionário Diagnóstico.

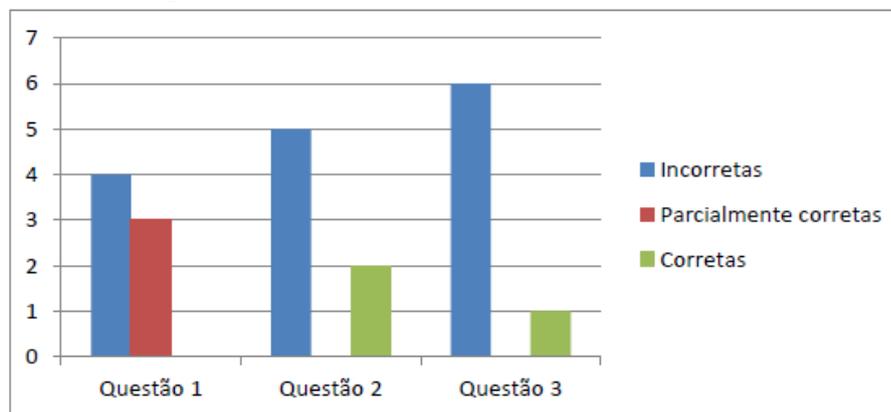


Fonte: os autores.

Conforme explanado na seção anterior, após algumas aulas envolvendo manipulações com sólidos em acrílico, planificações de sólidos e sua montagem, a partir de suas planificações, além de discussões de conceitos envolvendo áreas de superfícies e volumes de sólidos, os participantes resolveram mais três listas de problemas, uma em cada aula.

Quinze alunos participaram da resolução da Lista de Problemas 1. Eles se dividiram em seis duplas e um trio. A Figura 4 representa os resultados obtidos pelos sete grupos na Lista de Problemas 1.

Figura 4: Resultados obtidos na Lista de Problemas 1.



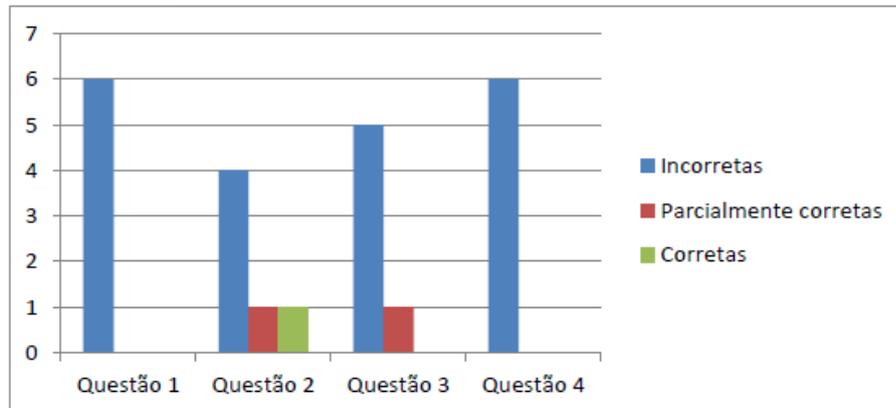
Fonte: os autores.

Note que a Figura 4 apresenta resultados relativamente melhores aos apresentados na Figura 3. Conjectura-se que isso pode ter ocorrido devido ao fato que os participantes trabalharam em grupo e, por isso, tiveram oportunidade de debater estratégias de resolução de problemas ou por terem lembrado ou até aprendido algumas propriedades sobre área de superfícies e volume de sólidos, nas aulas anteriores.

Doze alunos participaram da resolução da Lista de Problemas 2, os quais se dividiram

em seis duplas para a realização dessa atividade. A Figura 5 representa os resultados obtidos por essas seis duplas na Lista de Problemas 2.

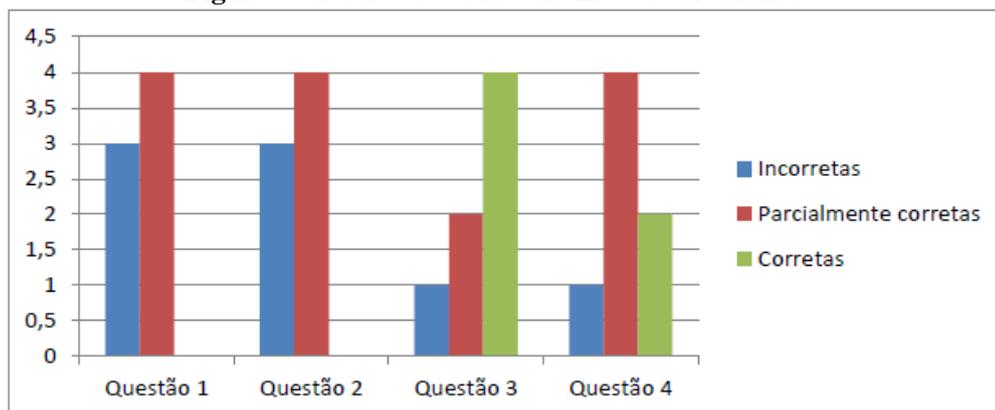
Figura 5: Resultados obtidos na Lista de Problemas 2.



Fonte: os autores.

Observe que a Figura 5 apresenta um aumento relativo de respostas incorretas e parcialmente corretas, em comparação com os resultados apresentados na Figura 4. Conjectura-se que isso pode ter ocorrido, devido ao fato de terem sido introduzidas, nesta lista de problemas, questões que envolveram esfera e semiesfera, situação que não houve na lista anterior. Uma outra hipótese é que o nível das questões da Lista de Problemas 2 era um pouco mais elevado que o nível apresentado na Lista de Problemas 1.

Figura 6: Resultados obtidos na Lista de Problemas 3.



Fonte: os autores.

Quatorze alunos participaram da resolução da Lista de Problemas 3, os quais se dividiram em sete duplas para a realização dessa atividade. A Figura 6 representa os resultados obtidos pelas sete duplas na Lista de Problemas 3.

Observe que a Figura 6 apresenta um progresso nos resultados em comparação com os questionários anteriores. Pela primeira vez, a quantidade de respostas parcialmente corretas ou

corretas foi superior à quantidade de respostas incorretas. Possivelmente isso aconteceu porque, nessa atividade, os alunos aparentavam estar mais confiantes para resolverem os problemas propostos. Além disso, aparentemente eles venceram o temor de que, de fato, esta pesquisa não teria finalidade avaliativa para a disciplina.

À luz da metodologia de análise de erros de Cury (2019), os erros encontrados nas respostas parcialmente corretas ou incorretas foram categorizados, com base nas resoluções de problemas apresentadas pelos alunos e na experiência docente dos autores do presente trabalho. As categorias criadas para os tipos de erros observados foram as seguintes:

E1 – *Erro aritmético*: erro em algum procedimento numérico na solução do problema.

E2 – *Erro conceitual*: equívoco na aplicação de algum conceito relacionado a área temática Geometria e Medidas, durante a resolução do problema.

E3 – *Erro interpretativo*: equívoco na interpretação do enunciado do problema.

E4 – *Erro total*: resposta sem fundamento, popularmente conhecida como “chute”.

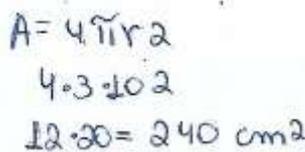
E5 – *Questão em branco*: quando não há apresentação de resposta para o problema.

Ao realizar a análise dos erros cometidos por participantes na resolução dos problemas propostos, os autores desta pesquisa perceberam que algumas respostas apresentaram mais de um tipo de erro. A seguir serão apresentados alguns exemplos de resoluções de problemas com respostas parcialmente corretas ou incorretas, seguidas de uma breve análise dos erros encontrados.

Questão 3 do Questionário Diagnóstico: Uma laranja tem o formato de uma esfera com 10 cm de diâmetro. Qual a área ocupada pela casca da laranja? (Adote $\pi = 3$).

Nas Figuras 7 e 8, constam exemplos de respostas com erros a essa questão.

Figura 7: Solução da questão 3 do Questionário Diagnóstico, feita pelo aluno 8.


$$\begin{aligned}A &= 4\pi r^2 \\4 \cdot 3 \cdot 10^2 \\12 \cdot 100 &= 240 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Fonte: os autores.

Os erros encontrados na Figura 7 foram classificados como E1 e E2. Note que o aluno pode ter esquecido que o raio de uma esfera equivale à metade de seu diâmetro ou pode ter usado a medida do diâmetro da esfera como se fosse a do seu raio, ou seja, cometeu um erro do tipo E2 (erro conceitual). Observe também na Figura 7 que o aluno 8 tratou 10^2 como se fosse $10 \cdot 2$, caracterizando um erro do tipo E1 (erro aritmético).

Na Figura 8, o erro encontrado nessa resposta foi classificado como E4 (erro total). Note

que o aluno apenas escreveu uma resposta, mas não sinalizou o raciocínio usado para chegar até ela. Ou seja, apresentou uma resposta sem fundamento.

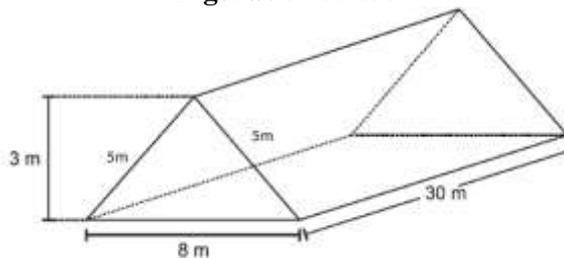
Figura 8: Solução da questão 3 do Questionário Diagnóstico, feita pelo aluno 6.

$$\frac{10}{3} = 3,3\bar{3}$$

Fonte: os autores.

Questão 3 da Lista 1 (Adaptada de PUC-RS, 2012 *apud* MUNDO MATEMÁTICA, 2019, p. 10-11): A quantidade de materiais para executar uma obra é essencial para prever o custo da construção. Quer-se construir um telhado cujas dimensões e formato são indicados na Figura 9. Qual a quantidade de telhas de tamanho 15 cm por 20 cm necessárias para fazer esse telhado? Lembrar que: 1 m = 100 cm.

Figura 9: Telhado.



Fonte: Mundo Matemática (2019, p. 11).

Na Figura 10 consta um exemplo de resposta com erros para essa questão.

Figura 10: Solução da questão 3 da Lista 1, feita pela dupla formada pelos alunos 8 e 9.

$$\begin{array}{l} 8 \cdot 30 \cdot 5 \\ 1200 \text{ cm}^2 \\ 12 \text{ cm}^2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 15 \cdot 20 = 300 \text{ cm}^2 \\ 3 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Fonte: os autores.

A Figura 10 apresenta erros dos tipos E1, E2 e E3.

De fato, ocorreram dois erros conceituais (E2), pois essa dupla exibiu na resposta o que seria o cálculo do volume de um paralelepípedo de dimensões 8 m por 5 m por 30 m e apresentou a resposta como se fosse da área ocupada pelo telhado. Ou seja, além de confundir área de superfície com volume de sólido, tratou o prisma triangular que aparece na Figura 9 como se fosse um paralelepípedo.

Além disso, essa dupla não conseguiu visualizar que deveria dividir a área do telhado

pela área de cada telha para descobrir o número de telhas necessárias, ou seja, cometeu um erro interpretativo (E3), embora tenha tentado calcular a área de uma telha. Repare ainda na Figura 10 que ocorreu erro aritmético (E1). A dupla cortou zeros dos resultados obtidos, de forma indevida.

Questão 2 da Lista 2 (Adaptada de FFT, 19--? *apud* MACHADO, 2012, p. 8): Considere a Terra como uma esfera de raio 6.370km. Qual é sua área superficial? Descobrir a área da superfície coberta por terra, sabendo que ela corresponde a, aproximadamente, quarta parte da superfície total.

Figura 11: Planeta Terra.



Fonte: Machado (2012, p. 8).

Segue na Figura 12 um exemplo de resposta com erros para essa questão.

Figura 12: Solução da questão 2 da Lista 2, feita pela dupla formada pelos alunos 8 e 9.

$$\begin{array}{l}
 A = 4\pi \cdot R^2 \\
 R = 3,185 \\
 4 \cdot \pi \cdot 3,185^2 \\
 4 \cdot \pi \cdot 56 \\
 = 224\pi \text{ Km}
 \end{array}$$

Fonte: os autores.

Na Figura 12, os erros encontrados nessa resolução foram classificados como E1, E2 e E3. Embora essa dupla tenha compreendido que deveria calcular a área da superfície de uma esfera, confundiu-se com o fato de que o raio é a metade do diâmetro, pois usou 3185 como valor do raio, o que corresponde à metade do raio fornecido pela questão, que é 6370. Ou seja, cometeu um erro do tipo E2 (conceitual). Um segundo erro conceitual cometido por essa dupla foi expressar a área superficial da Terra em quilômetros, em vez de quilômetros quadrados.

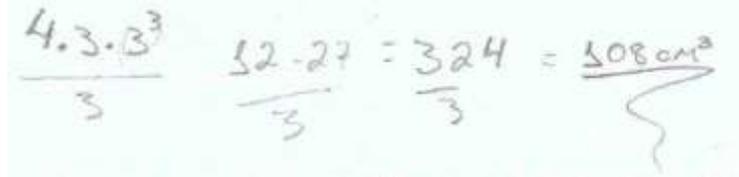
Também houve um erro aritmético (E1) na parte $3185^2 = 56$ da resolução apresentada por essa dupla, onde o correto seria $3185^2 = 10144225$. Ela não entendeu que também deveria encontrar a área da parte da superfície coberta por terra. Ou seja, cometeu um erro de interpretação (E3).

Questão 4 da Lista 3: (Adaptada de UCPEL, 2011 *apud* ESTUDA.COM, 2019) Uma esfera metálica de 3 cm de raio é colocada em um congelador e, após algum tempo, acumula

uma camada de gelo de 3 cm de espessura, mantendo a forma esférica. Então, qual o volume do gelo acumulado? (Adote $\pi = 3$)

Segue na Figura 13 um exemplo de resposta com erros para essa questão.

Figura 13: Solução da questão 4 da Lista 3, feita pela dupla formada pelos alunos 6 e 16.



$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 3^3}{3} = \frac{324}{3} = 308 \text{ cm}^3$$

Fonte: os autores.

Na Figura 13, o erro encontrado nessa resolução foi classificado como E3 (erro interpretativo). Essa dupla encontrou o volume da esfera antes de ser congelada. Faltou encontrar o volume da esfera após o congelamento, para obter o volume da camada de gelo formada.

Discussões e reflexões sobre a análise de erros encontrados

Um tipo de erro que ocorreu várias vezes durante a execução das atividades e não foi destacado na seção anterior o E5, ou seja, questões em branco. Sobre ele, Amarante (2019) comentou que, para iniciar a resolução de uma questão, o aluno deve conhecer minimamente o assunto que está sendo abordado. Se isso aconteceu e, mesmo assim, o aluno deixou uma questão em branco, outros fatores deverão ser analisados, “como, por exemplo, a questão comportamental, psicológica, socioeconômica, como está sendo repassado esse conhecimento, entre outros” (AMARANTE, 2019, p. 75).

Lembrando que a turma pesquisada teve a oportunidade de comentar por escrito sobre as atividades realizadas, destaca-se o seguinte comentário realizado pelo Aluno 1:

Bom, eu gostei das atividades em sala, apesar de ter pouca aptidão em analisar ou resolver qualquer resolução que envolva formas geométricas, e esse é um problema que vem me permeando desde o ensino fundamental. Muitos dizem que é “TOC”, já outros, ansiedade. Estar diante de desafio, como esse, que nada mais medem o esforço do aluno, me incentiva a entender amplamente a matéria dada e tentar no instante resolvê-la, mesmo que eu fracasse. Isso me gera motivação para querer aprender e estudar mais a fundo sobre geometria espacial, por exemplo, e aprimorar as dificuldades que ainda me restam. Posso me considerar o tipo de pessoa que não tolera desvios, por mais difíceis (e exaustos) que sejam, uma hora ou outra consigo aprender - e pensar dessa forma até me gera um ânimo danado nos estudos. Tive uma boa e má experiência participando desse trabalho, mas faz parte. É através do esforço que podemos ser alguém na vida, e não será diferente daqui. Além de ter

mencionado só as dificuldades que tive, pude aprender a memorizar as fórmulas de cada forma geométrica, embora o meu nervosismo suba mais a cabeça do que a minha capacidade em saber resolvê-las. Era complexo demais para mim, porém, se eu tivesse tido mais foco, talvez a situação seria outra (ALUNO 1, 2019).

Esse estudante afirmou que o desafio proposto pela resolução de problemas em sala de aula o motivou a estudar e não desistir, embora ele tenha sentido várias dificuldades durante o processo. Ele disse que houve uma mistura de experiências ao participar das atividades: uma boa experiência por ter conseguido memorizar as fórmulas e ter se sentido motivado, e uma má experiência por não ter conseguido se dedicar como gostaria, o que o dificultou muito.

No comentário mencionado, ele deixou claro que ficou muito ansioso diante de problemas envolvendo formas geométricas. É bem provável que essa ansiedade tenha influenciado no desempenho dele nas tarefas realizadas. Isso corrobora o comentário de Amarante (2019) em relação a uma possível influência de aspectos psicológicos no desempenho do aluno em atividades em sala de aula.

Mesquita (2000) mencionou que uma resposta em branco também pode vir de uma situação de bloqueio cognitivo que alguns estudantes enfrentam ao serem avaliados. Segundo essa autora, esse bloqueio pode ser atribuído ao fato de alguns estudantes terem se cobrado muito sobre determinadas soluções: “O sujeito enquanto observador da sua conduta vê-se como cumpridor das suas tarefas e, ao não obter o sucesso esperado, nomeia o branco” (MESQUITA, 2000, p. 7).

Com base em suas experiências docentes, os autores da presente pesquisa, além de corroborarem a reflexão de Amarante (2019) e de Mesquita (2000), observam que o ato de deixar uma questão em branco também pode ocorrer devido à ausência de motivação do estudante para com o problema proposto e ao ambiente escolar. Além disso, entendem que uma maneira de atenuar este tipo de erro pode ser reforçar determinados conteúdos, tendo como foco a resolução de problemas, bem como encaminhar ao acompanhamento psicológico, caso seja necessário, o aluno que apresente esse tipo de dificuldade.

Quando um aluno exibiu uma resolução de problema sem fundamentação (ou seja, cometeu um erro do tipo E4), conjectura-se que ele pode ter simplesmente “chutado” a resolução do problema, pelo simples motivo de não querer deixar a resposta “em branco”, como consta, por exemplo, na Figura 8. Segundo Cruz, Silva e Tavares (2020), quando um aluno cometeu um erro dessa natureza, significa que ele conseguiu assimilar o que foi proposto, mas não conseguiu dispor de ferramentas necessárias para desenvolver o que foi solicitado.

O erro interpretativo (E3) ocorreu quando o estudante se confundiu com algum dado do

problema ou quando não conseguiu “traduzir” as informações apresentadas no enunciado do problema para uma linguagem matemática, reveja por exemplo a Figura 13. A respeito desse tipo de erro, Lorensatti (2009) afirmou que extrair os dados de um problema e traduzi-los para uma linguagem matemática nem sempre será algo trivial, porque a simbologia matemática não é uma linguagem natural para o aluno. Essa autora também destacou que algumas palavras usadas pelo professor durante as aulas possuem significados distintos daqueles presenciados pelos estudantes em seu cotidiano.

Por exemplo, utiliza-se, com frequência, nas aulas sobre frações, a frase reduzir ao mesmo denominador. Reduzir para a maioria das pessoas, no seu dia a dia, tem o significado de tornar menor. Se não for explicado o sentido dessas palavras em contexto de uso, dificilmente um aluno tomará reduzir como sendo converter ou trocar (LORENSATTI, 2009, p. 91-92).

Além disso, “as dificuldades apresentadas pelos estudantes com interpretação textual se devem à leitura limitada e o pouco contato com textos literários em sala de aula” (EMMERT; OLIVEIRA, 2018, p. 69). Para amenizar este tipo de erro, recomenda-se que inicialmente sejam propostos problemas mais fáceis de serem interpretados e que o nível de dificuldade desses problemas suba gradativamente. Além disso, sugere-se a realização de algumas aulas conjuntas com o professor de Língua Portuguesa, pois esse poderá auxiliar aos estudantes interpretarem corretamente o que é proposto, de uma maneira mais didática.

Observando que a principal unidade temática abordada pelos problemas propostos na presente pesquisa foi Geometria e Medidas, considerou-se que o estudante cometeu um erro conceitual (E2) quando ele se confundiu ao aplicar algum conceito relacionado a essa temática na resolução de uma determinada questão. Analisando vários erros do tipo E2 cometidos por estudantes ao longo da presente pesquisa, notou-se que ocorreu, com boa frequência, confusões envolvendo o cálculo de área de superfícies e de volume de sólidos, como consta, por exemplo, na Figura 10. Embora estes conceitos tenham sido esclarecidos aos alunos durante a realização das atividades, percebeu-se que ainda ocorreram erros relacionados a tal compreensão. Além disso, os materiais manipuláveis usados na pesquisa (sólidos geométricos e suas planificações) ficaram o tempo todo à disposição dos alunos durante a resolução de problemas, mas nem todos os grupos consultaram esses materiais.

Esse tipo de erro lembrou a pesquisa realizada por Fuck (2013). Ao relatar em sua pesquisa alguns erros cometidos por alunos em problemas envolvendo área e perímetro, Fuck (2013) chegou à conclusão de que alguns estudantes podem cometer erros desse tipo por não conseguirem estabelecer uma conexão entre o tipo de cálculo e o contexto da questão.

Além disso, Kikuchi e Trevizan (2010, p. 1) comentaram que “muitos dos conceitos de Grandezas e Medidas não são compreendidos de forma adequada pelos alunos [...]. Tais dificuldades geram a má utilização de fórmulas matemáticas [...]”. Para essas autoras, devem-se deixar claros os conceitos de Grandezas e Medidas para os estudantes, a fim de que erros dessa natureza possam ser minimizados.

Outros erros do tipo E2 recorrentes na pesquisa foram algumas confusões com unidades de medida, por exemplo, uso de unidades de medida de comprimento em vez de unidades de medida de área, como consta na Figura 12.

Para amenizar a ocorrência de erros do tipo E2, sugere-se que sejam realizadas atividades de reforço com quem apresentar essa dificuldade. Nessas atividades de reforço, poderiam ser explorados vários conceitos relacionados a Grandezas e Medidas e diversos problemas voltados para a prática cotidiana desses estudantes, além de tentar novas formas de abordagem sobre áreas de superfícies e volumes de sólidos.

Considerando apenas os erros do tipo E1, E2 e E3, os do tipo E1 (erro aritmético) foram os mais cometidos pelos alunos pesquisados, mesmo com a permissão do uso da calculadora durante a resolução dos problemas propostos. Sobre esse tipo de erro, Zatti, Agranionih e Enricone (2010) afirmaram que normalmente os estudantes buscam uma solução alternativa para realização dos cálculos, quando se deparam com a incerteza de como efetuar-los. Essa atitude pode ser explicada pelo fato que várias avaliações realizadas em sala de aula priorizam a resposta final e não os procedimentos do aluno na resolução do problema. Em algumas situações, o estudante consegue realizar todo o processo de pensamento e execução do problema proposto, mas acaba sendo penalizado na questão por errar alguma operação, seja por falta de atenção ou por alguma falha no processo de ensino-aprendizagem em relação à aritmética.

Durante a análise de erros na presente pesquisa, também foi observado que alguns conceitos relacionados a área temática Números não foram bem compreendidos por vários estudantes. Perceberam-se, por exemplo, erros básicos em potenciação (veja a Figura 7) e “cortes de zeros” de resultados, de forma indevida (veja a Figura 10). Paias (2009) relatou em seu trabalho que uma parte considerável dos alunos do Ensino Médio não possui com clareza o domínio sobre a operação potenciação: uma confusão comum sobre esse conteúdo é a troca das funções da base e do expoente e, por conta disso, muitos a entendem como uma simples multiplicação. Esse tipo de confusão também ocorreu em várias resoluções de problemas da presente pesquisa, como consta na Figura 7, por exemplo.

Ao analisarem o desenvolvimento de algumas expressões numéricas por seus alunos

com o auxílio da calculadora, Silva, Nascimento e Silva (2012) comentaram que esses estudantes notaram que devem prestar atenção ao que está sendo calculado, isto é, “não é apenas ‘jogar as contas’ na calculadora, visto que esta é apenas uma ferramenta e o estudante é quem tem o pensamento matemático” (SILVA; NASCIMENTO; SILVA, 2012, p. 5).

O comentário desses autores vai ao encontro do que foi observado durante a análise de erros do tipo E1 na presente pesquisa: notou-se que os participantes esperavam inicialmente que a calculadora utilizada forneceria a resposta correta de uma determinada expressão, sem considerarem a ordem sequencial de resolução das operações. Ou seja, para a calculadora ser uma aliada na aprendizagem matemática, é necessário que o estudante domine conhecimentos básicos sobre Números.

Para diminuir a ocorrência de erros do tipo E1, os autores desta pesquisa recomendam, por exemplo, a elaboração e a realização de futuras atividades, com o objetivo de relembrar o que foi visto pelos estudantes no início do Ensino Fundamental sobre Números, explorando melhor os significados de conceitos numéricos. Por exemplo, pode-se relembrar e explorar os significados das operações, como calcular uma expressão numérica, além de promover o resgate do conceito e do significado de potenciação. Recomenda-se também a realização de mais atividades envolvendo o uso da calculadora e a exploração de suas potencialidades para o ensino-aprendizagem de Números.

Considerações finais

Esta pesquisa colaborou para melhorar ainda mais a relação do professor da turma pesquisada com seus alunos, ocorrendo um clima bastante amistoso entre professor e turma durante as atividades, motivando o interesse desses discentes pelos estudos. Além disso, alguns estudantes, depois do experimento, aparentaram estar mais seguros na resolução de problemas, e outros se interessaram pelos conteúdos abordados, mesmo com algumas dificuldades apresentadas, conforme expressaram em alguns comentários ao professor.

Alguns erros encontrados envolveram confusão de conceitos geométricos ou problemas de interpretação do texto. Entretanto, a maior parte dos equívocos constituiu-se de erros aritméticos ou de respostas sem fundamento ou em branco. Comparando os resultados encontrados na presente pesquisa com aqueles obtidos pelos trabalhos mencionados na seção anterior, notou-se que há equívocos que se assemelham entre eles, como erros na interpretação textual, confusão entre grandezas, entre outros. Mediante o exposto, o objetivo principal da

pesquisa foi considerado cumprido, mesmo que infelizmente várias dificuldades dos alunos pesquisados tenham persistido.

Uma proposta de desdobramento da pesquisa é a realização do mesmo tipo de experiência com turmas dos turnos matutino e vespertino da mesma instituição onde a pesquisa foi realizada, uma vez que envolveria uma quantidade maior de alunos, com um percentual menor de ausências, em comparação com o turno noturno. Outra proposta de desdobramento é a elaboração de sequências didáticas voltadas para atenuar a quantidade de equívocos cometidos pelos discentes na resolução dos problemas envolvendo sólidos geométricos, além da realização dessas sequências com os estudantes envolvidos, visando verificar se elas, de fato, propiciarão melhoria na aprendizagem dos assuntos abordados.

Este trabalho serve de sugestão para repensar a maneira que os estudantes do ensino básico regular são avaliados. Por exemplo, uma dupla de alunos trabalhando de forma conjunta tende a ter um melhor aproveitamento numa atividade, comparada a um aluno atuando individualmente. Além disso, a metodologia de análise de erros ajuda a identificar onde estão as maiores dificuldades que um estudante possivelmente enfrenta em sua aprendizagem. A principal reflexão que esta pesquisa deixa é a importância de “enxergar” os erros cometidos pelos alunos, não de maneira taxativa e pejorativa, mas sim como aliados para repensar a prática docente e para gerar novas oportunidades de aprendizagem com os discentes.

Referências

AMARANTE, J. M. N. **Análise de Erros**: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos - PA a partir de questões da OBMEP. 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=4821&id2=160040374. Acesso em: 06 jul. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, [1997]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2020.

BRITO, M. R. F. Contribuições da psicologia educacional à educação matemática. In: BRITO, M. R. F. **Psicologia da educação matemática**: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005. p. 49-64.

CASA DA EDUCAÇÃO. **Sólidos geométricos em acrílico com planificações - MMP - 00126P**. 2020. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.casadaeducacao.com.br/solidos-geometricos-em-acrilico-com-planificacoes.5185.html>. Acesso em: 06 jul. 2020.

COSTA, M. V. S. **Análise de erros em resolução de problemas envolvendo sólidos geométricos**: uma experiência em uma turma de segundo ano do Ensino Médio da rede pública. 2020. 127 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2020. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5592&id2=171052486. Acesso em: 19 dez. 2022.

CRUZ, L. F.; SILVA, J. L. C.; TAVARES, R. Avaliação matemática nos 8º anos do Ensino Fundamental II da Escola Estadual Pe. Pedro Gislandy. **Revista Psicologia & Saberes**, Maceió, v. 9, n. 15, p. 106-114, 2020. Disponível em: <https://revistas.cesmac.edu.br/psicologia/article/view/1161/913>. Acesso em: 24 jun. 2020.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

DALVI, S. C.; LORENZONI, L. L.; REZENDE, O. L. T. Representação semiótica e Geometria Espacial: uma prática usando material concreto com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 20, p. 109-126, nov./dez. 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6255/4278>. Acesso em: 19 dez. 2022.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver a aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-42.

EMMERT, R. F.; OLIVEIRA, V. B. M. As dificuldades de interpretação apresentadas pelos discentes do Ensino Médio. In: OLIVEIRA, V. B. M.; CAVALCANTE, H. M. (org.). **Estudos e práticas de ensino de língua portuguesa, literatura e artes**. Porto Alegre: Evangraf/Exclamação, 2018. p. 60-70. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Higor-Cavalcante/publication/354386677_ESTUDOS_E_PRATICAS_DE_ENSINO_DE_LINGUA_PORTUGUESA_LITERATURA_E_ARTES/links/61362adf0360302a008411df/ESTUDOS-E-PRATICAS-DE-ENSINO-DE-LINGUA-PORTUGUESA-LITERATURA-E-ARTES.pdf#page=61. Acesso em: 28 jun. 2020.

ESTUDA.COM. **Questão 449914**. [S. l.: s. n.], 2019. Disponível em: <https://enem.estuda.com/questoes/?id=449914>. Acesso em: 01 jul. 2019.

FUCK, R, S. Análise de Erros em Geometria: uma investigação com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 2, p. 16-36, 2013. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/823/693>. Acesso em: 06 jul. 2020.

KIKUCHI, L. M.; TREVIZAN, W. A. Obstáculos Epistemológicos na Aprendizagem de Grandezas e Medidas na Escola Básica. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EBRAPEM, 14., 2010, Campo Grande. **Anais** [...]. Campo Grande: UFMS, 2010. p. 1-20. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Luzia_Kikuchi/publication/305398926_Obstaculos_Epis

temologicos_na_Aprendizagem_de_Grandezas_e_Medidas_na_Escola_Basica/links/578d0f1908ae5c86c9a6532e/Obstaculos-Epistemologicos-na-Aprendizagem-de-Grandezas-e-Medidas-na-Escola-Basica.pdf. Acesso em 29 jun. 2020.

KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na Matemática escolar**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1998.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem Matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, maio/ago. 2009. Disponível em: <http://ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/view/17>. Acesso em 28 jun. 2020.

MACHADO, V. S. **Esfera**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ/Consórcio CEDERJ, 2012. Disponível em: <https://canal.cecierj.edu.br/012016/98aea76e5ab149210ed14b8475f2442f.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2019.

MESQUITA, C. G. R. Deu branco, e agora? – uma abordagem matemática. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 23., 2000, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: ANPED, 2000. p. 1-14. Disponível em: http://www.ufrjr.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/deu_branco.pdf. Acesso em 24 jun. 2020.

MUNDO MATEMÁTICA. **Geometria Espacial**. [S. l.: s. n.], 2019. Disponível em: <https://www.mundoedu.com.br/uploads/pdf/5a04d84a8cb2d.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2019.

PAIAS, A. M. **Diagnóstico dos erros sobre a Operação Potenciação aplicados a alunos do Ensino Fundamental e Médio**. 2009. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11385/1/Ana%20Maria%20Paias.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2020.

POLYA, G. **How to solve it**. Princeton: Doubleday, 1945.

RADATZ, H. Students' Errors in the Mathematical Learning Process: a survey. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 1, n. 1, p. 16-20, jul. 1980. Disponível em: https://flm-journal.org/Articles/flm_1-1_Radatz.pdf. Acesso em: 02 mai. 2020.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187/23460>. Acesso em: 26 abr. 2020.

SARMENTO, A. K. C. A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática. *In*: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 6., 2010, Teresina. **Anais [...]**. Teresina: UFPI, 2010. p. 1-12. Disponível em: http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf. Acesso em: 27 jun. 2019.

SILVA, F. V. G.; NASCIMENTO, T. M.; SILVA, M. N. Experiências do projeto

“Expressões numéricas e radiciação: uma abordagem contextualizada” na escola Maria do Carmo Carneiro. *In: ENCONTRO NACIONAL PIBID-MATEMÁTICA*, 1., 2012, Santa Maria. **Anais** [...]. Santa Maria: UFSM, 2012. p. 1-7. Disponível em: https://www.ufsm.br/cursos/pos-graduacao/santa-maria/ppgemef/wp-content/uploads/sites/534/2020/03/PO_Silva_Francisca_Valdielle.pdf. Acesso em: 29 jun. 2020.

SILVA, L. R.; VILAS BÔAS, J. Contribuições do uso de manipuláveis como estratégia na resolução de problemas sobre o princípio multiplicativo. **Ensino em Foco**, Salvador, v. 2, n. 4, p. 85-98, abr. 2019. Disponível em: <https://publicacoes.ifba.edu.br/ensinoemfoco/article/view/473/371>. Acesso em: 25 fev. 2020.

SILVA, M. C. N.; BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. **Ciência & Educação (Bauru)**, Bauru, v. 11, n. 3, p. 499-512, 2005. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v11n3/11.pdf>. Acesso em 02 mai. 2020.

VALE, I.; BARBOSA, A. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 65, p. 3-16, jul./dez. 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Ana_Barbosa13/publication/277620264_Materiais_manipulaveis_para_aprender_e_ensinar_geometria/links/5575676108aeb6d8c0195723/Materiais-manipulaveis-para-aprender-e-ensinar-geometria.pdf. Acesso em: 23 abr. 2020.

ZATTI, F; AGRANIONI, N. T.; ENRIGONE, J. R. B. Aprendizagem Matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. **Perspectiva**, Erechim, v. 34, n. 128, p. 115-132, dez. 2010. Disponível em: http://www.uricer.edu.br/site/pdfs/perspectiva/128_142.pdf. Acesso em: 29 jun. 2020.

Recebido em: 20 de dezembro de 2022
Aprovado em: 22 de fevereiro de 2023