

# A REFORMULAÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA DA PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

**DOI:** https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.276-298

Cristina de Jesus Teixeira<sup>1</sup> Geraldo Eustáquio Moreira<sup>2</sup>

**Resumo:** Este estudo objetivou *defender* o uso da estratégia reformulação de problemas em tarefas de transição para um ambiente de formulação de problemas e descrever tarefas de matemática constituídas a partir da estratégia reformulação de problemas. A metodologia utilizada, de abordagem qualitativa e natureza teórica, foi caracterizada como exploratória. A construção teórica amparou-se na proposta de metodologia de ensino-aprendizagem da matemática, por meio da proposição de problemas de Teixeira e Moreira, em elementos da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, da teoria dos campos conceituais de Vergnaud e da taxonomia revisada de Bloom de Anderson *et al.* Depreendeu-se de que a dimensão do processo cognitivo envolvido na reformulação de problemas implica menor complexidade quando comparada à estratégia formulação de problemas; que o manuseio do problema, durante o processo de reformulação, pode propiciar a elaboração e a construção de conhecimentos, favorecendo tanto a formulação quanto a resolução de problemas. Considera-se a necessidade de ampliação e aprimoramento dos tipos de tarefas ofertados, prioritariamente, iniciando-se pela reformulação, visando ultrapassar o uso de problemas restrito à resolução, incidindo na atividade do estudante como reformulador e formulador, para além de apenas resolvedor de problemas.

**Palavras-chave:** Reformulação de problemas. Proposição de problemas. Tarefas de matemática Dimensão do processo cognitivo.

# THE REFORMULATION OF PROBLEMS FROM THE PERSPECTIVE OF PROBLEM POSING IN MATHEMATICS CLASSES

**Abstract:** This study aimed to defend the use the problem reformulation strategy in transition tasks to a problem posing environment and to describe mathematics tasks based on this strategy. The methodology used, with a qualitative approach and theoretical nature, was characterized as exploratory. The theoretical construction was supported on the proposed teaching-learning methodology of mathematics, through the problem posing by Teixeira and Moreira, elements of the Alsubel's meaningful learning theory, conceptual fields the Vergnaud and Bloom's revised taxonomy the Anderson *et al.* It was observed that the dimension of the cognitive process involved in the reformulation of problems implies less complexity when compared to the posing a problem strategy; that the handling of the problem during the reformulation process can propitiate the elaboration and generation of new knowledge, favoring both the posing a problem and the resolution of problems. It is considered the need to expand and improve the types of tasks offered, primarily, starting with the reformulation, aiming to overcome the use of problems restricted to resolution, focusing on the student's activity as a reformulator and formulator, in addition to just solver problems.

**Keywords:** Problem reformulation. Problem posing. Math task. Dimension of the cognitive process.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Este artigo é fruto da ampliação de um texto de comunicação científica apresentada no XVI EPREM em 2022, recorte da tese de doutoramento, em andamento, da primeira autora, sob orientação do segundo autor.



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Doutoranda em Educação no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (PPGE/FE/UnB), na linha de pesquisa Edumat; Professora de Matemática da Secretaria de Educação do DF (SEEDF). *E-mail*: cristina.j.teixeira@gmail.com - ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8174-3735.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Pós-Doutor em Educação pela UERJ e Doutor em Educação Matemática (PUCSP); Professor/Pesquisador da Pós-Graduação em Educação (Acadêmico e Profissional) da Universidade de Brasília (UnB). *E-mail*: geust2007@gmail.com - ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1455-6646.



## Considerações iniciais

No Brasil, o ensino de matemática, quando faz uso de problemas nas aulas de matemática, o faz em grande parte nas abordagens consideradas tradicionais: *sobre* ensino de algoritmos e procedimentos; *para* aplicação de conteúdo (MEDEIROS, 2013). O uso de problemas, na perspectiva da resolução de problemas, e considerando as práticas desenvolvidas no contexto da sala de aula, tem se constituído na atribuição de resolver e encontrar uma solução para o problema (ANDRADE, 1998; MEDEIROS, 2013; MORAIS; ONUCHIC; LEAL JUNIOR, 2017; TEIXEIRA; MOREIRA, 2020b).

Além disso, os problemas apresentados, geralmente, são do livro ou adaptados (MEDEIROS; SANTOS, 2007; BRITO, 2010) e, alguns poucos, formulados pelo professor, reforçando as funções de cada sujeito no trabalho pedagógico quanto ao uso de problemas: o professor como propositor e o estudante como resolvedor de problemas (DINIZ, 2001; SANTOS; ORTIGÃO; AGUIAR, 2014; ALTOÉ, 2017; ANDRADE, 2017), o que pode explicar o estranhamento dos estudantes quando solicitados a formularem problemas (BRANDÃO, 2014; MÜLLER, 2015; SILVA, 2015; SILVEIRA, 2016; ALTOÉ, 2017).

Ao que tudo indica, o pressuposto de que, ao fazer uso da resolução de problemas, são desenvolvidas outras estratégias, como a reformulação e/ou formulação de novos problemas, tem ficado restrito no campo teórico, visto que, no contexto da sala da aula, o uso da estratégia resolução de problemas, quando muito, se limita à aplicação de conteúdo anteriormente trabalhado (ANDRADE, 2008, 2017).

No entanto, o problema deveria ser usado como gerador da situação de aprendizagem (ANDRADE, 1998; ONUCHIC, 1999; ALLEVATO, 2005; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014) e proporcionar ao estudante um processo de descoberta, envolvendo, além da resolução, a reformulação do problema e a formulação de outros problemas (ANDRADE, 1998; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

Nesse contexto, este estudo tem como objeto o uso da estratégia reformulação de problemas em tarefas de transição do trabalho pedagógico de um ambiente de sala de aula de pouco uso de problemas ou restrito à resolução de problemas para um ambiente de formulação de problemas.

O texto traz, além dessas considerações iniciais, uma breve exposição sobre o uso de problemas no ensino da matemática, o marco teórico estabelecido, a metodologia utilizada,



seguida da apresentação da reformulação de problemas na perspectiva da proposição de problemas; na sequência, algumas possibilidades de tarefas de reformulação de problemas, algumas discussões e as considerações finais.

#### O uso de problemas no ensino da matemática

A resolução de problemas tem ocupado lugar importante quando se fala em matemática desde a antiguidade (ANDRADE, 1998; ONUCHIC, 1999; ALLEVATO, 2005; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005), entretanto, na perspectiva do ensino é recente (ANDRADE, 1998).

As necessidades ocasionadas pelas mudanças sociais, econômicas e culturais (ONUCHIC, 1999), impactadas pelos ideais iluministas e burgueses da Revolução Francesa, assim como da Revolução Industrial, geraram novas formas de relações sociais (BOURDIEU, 1998) e a percepção da importância da matemática para o comércio, para a indústria, para o avanço tecnológico, e da necessidade de compreender e ser capaz de fazer uso adequado da matemática no dia a dia (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005) revelaram um movimento crescente de matematização da sociedade (CARVALHO, 1988). Esse movimento acarretou a ampliação da oferta de ensino dessa disciplina, seguido da percepção das dificuldades relacionadas à sua aprendizagem (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022b).

As dificuldades de aprendizagem da matemática levaram pesquisadores, estudiosos e curriculistas à resolução de problemas, a partir da segunda metade do século XX, com uso mais sistematizado para o âmbito escolar, justificado pela necessidade de proporcionar um ensino mais eficaz (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

No contexto internacional, no início dó século XX, houve pesquisas que, em algum aspecto, envolveram a resolução de problemas, algumas com o foco em estudos diversos, como, por exemplo, o pensamento criativo de Wallas (1926) e Hadamard (1946). Outros definiram e descreveram etapas/fases do processo de resolução de problemas, dentre eles, Dewey (1933); Pólya (1945); Krutetskii (1976); Gagné (1983); Mayer (1992); Bransford e Stein (1993); Sternberg (1986).

Entretanto, o estudo que chamou a atenção, sendo bastante conhecido no meio acadêmico, foi o de Pólya, com o livro *A Arte de Resolver Problemas*<sup>3</sup>, publicado em 1945. Apesar de não ter sido o primeiro a tratar da temática, é fato que seus estudos e heurística deram

278

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> How to solve it, de 1945, foi traduzido para o português com o título "A Arte de Resolver Problemas" em 1977.



o pontapé inicial para a visibilidade da resolução de problemas como possibilidade de melhoria no ensino da matemática.

As pesquisas e os estudos, a partir de Pólya, culminaram no documento *An agenda for action do National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Nesse documento, a primeira recomendação refere-se ao uso da resolução de problemas como foco da matemática escolar. Essa recomendação influenciou currículos em vários países, inclusive no Brasil, a partir da década de 1980, produzindo diferentes concepções sobre o uso dos problemas em sala de aula.

De modo geral, a Resolução de Problemas foi compreendida sob diferentes lentes, como objeto de ensino, objetivo de ensino e ferramenta de ensino, que deram lugar às concepções definidas por Hatfield (1978), por Schroeder e Lester (1989), e, posteriormente, com alguma variação na terminologia, por Branca (1997).

Essas formas de conceber o uso de problemas, por meio da estratégia para resolução de problemas, têm orientado os processos de ensinar, acarretando o ensino sobre resolução de problemas (processo), o ensino para a resolução de problemas (meta) e o ensino através da/via resolução de problemas (habilidade básica). As duas primeiras concepções (*sobre* e *para*) estão assentadas na vertente mais tradicional do processo de ensinar matemática; a terceira concepção (através/via) se fundamenta em princípios construtivistas e interacionistas (VAN DE WALLE, 2009).

Quando utilizada sob esta última concepção, através/via, a resolução de problemas apresenta potencial de uma metodologia de ensino, visto ser compreendida "como um meio de ensinar matemática" (ALLEVATO, 2005, p. 37). Nesse âmbito, entre os pesquisadores parece haver consenso de que a resolução de problemas seja uma metodologia (ANDRADE, 1998, 2008; ONUCHIC, 1999; DINIZ, 2001; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, 2011; VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Embora as pesquisas em Educação Matemática, no campo da Resolução de Problemas, venham aumentando em volume e qualidade (ANDRADE; 1998; ONUCHIC, 1999; SMOLE; DINIZ, 2001; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, 2011; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014), o contexto da sala de aula parece não caminhar na mesma cadência (ANDRADE, 2008).

D'ambrósio e D'ambrósio (2006), de forma abrangente, chamam a atenção para a disjunção entre o trabalho do professor na sala de aula e os resultados da pesquisa na esfera da Educação, e, mais especificamente, Andrade (2008, p. 16) ressalta que parece haver "[...] um desencontro entre o que a literatura acadêmica diz sobre a Resolução de Problemas, e o que, de fato, os professores sabem e fazem nas suas salas de aula".



As ênfases no ensino *sobre* resolução de problemas e, mais ainda, no ensino *para* a resolução de problemas podem estar acarretando a compreensão do uso do problema restrito à resolução e solução, e no não desenvolvimento de outras estratégias, como a reformulação do problema, a formulação de novos problemas ou mesmo a sua elaboração.

No entanto, outras estratégias deveriam fazer parte do processo de resolução, sendo-lhe complementar (BROWN; WALTER, 1983; SILVER, 1994; CAI, 2022) e englobar todo o trabalho pedagógico, de modo que o problema fosse indutor do processo de aprendizagem, o que implicaria compreender e fazer uso da resolução de problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a). Entretanto, "tal prática, principalmente numa perspectiva significativa para os estudantes, ainda é frágil no contexto escolar" (ALTOÉ, 2017, p. 11).

Sumarizando, o trabalho pedagógico tem feito pouco ou nenhum uso de problemas, e ainda assim, quando o faz, o restringe ao uso com ênfase na concepção de ensinar *sobre*, e principalmente, *para* resolver problemas. Concepções nas quais a resolução de problemas, na maioria das vezes, é utilizada para finalizar uma sequência didática, na qual a tarefa geralmente requer processos conhecidos para resolver um problema familiar (VERGNAUD, 2009; ANDRADE, 2017), restringindo-a a níveis básicos do processo cognitivo (ANDERSON *et al.*, 2001) e revelando provável mau uso do problema, que deveria ser utilizado como gerador/indutor da situação/do processo de aprendizagem (ANDRADE, 1998, 2017; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, 2011; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

#### Marco teórico

A construção teórica teve suporte na metodologia de ensino-aprendizagem por meio da proposição de problemas de Teixeira e Moreira (2022a), em elementos da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), em elementos da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (2009) e da taxonomia revisada de Bloom de Anderson *et al.* (2001).

A metodologia de ensino-aprendizagem da matemática por meio da proposição de problemas considera que o *problema* deve ser utilizado como indutor do processo de aprendizagem. Essa proposta, além da resolução de problemas, incorpora as estratégias reformulação de problemas, elaboração de problemas e formulação de problemas, considerando-as complementares, visto que, ao escolher uma estratégia para orientar a tarefa,



implicitamente, se envolvem e movimentam as demais, em menor ou maior medida, uma vez que estão todas de alguma forma vinculadas (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

A teoria da aprendizagem significativa disponibiliza elementos que possibilitam influenciar deliberadamente a estrutura cognitiva: de forma substantiva, utilizando os conceitos e as proposições de maior capacidade de inclusão e de integração com o novo objeto de conhecimento; e, sistemática/programática, pela organização, apresentação, ordenação e disposição do objeto do conhecimento na tarefa, de forma mais adequada (AUSUBEL, 2003).

A teoria dos campos conceituais enfoca o ensino e a aprendizagem da matemática, com ênfase na oferta de uma variedade de tarefas constituídas por problemas, nas relações entre os conhecimentos exigidos nesses problemas, nas representações geradas, no processo de conceitualização decorrente e no desenvolvimento cognitivo do estudante (VERGNAUD, 2009).

A taxonomia revisada de Bloom subsidia o planejamento e a confecção da tarefa ao auxiliar a escolha da estratégia adequada ao que se espera que o estudante faça, explicitando *o como*, por meio do processo cognitivo a ser utilizado (lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar, criar) e *o que*, por meio do tipo de conhecimento a ser elaborado ou construído/produzido (fatual, conceitual, procedimental, metacognitivo) (ANDERSON *et al.*, 2001).

No âmbito deste estudo, as três teorias citadas oferecem elementos que podem ser considerados complementares. Na medida em que a teoria da aprendizagem significativa oferece princípios para organizar o ensino com base em tarefas de proposição de problemas; a teoria dos campos conceituais permite verificar os conhecimentos subjacentes à atividade do estudante e o processo de conceitualização a partir da oferta de uma variedade de problemas; e a taxonomia revisada de Bloom subsidia, com base no objetivo de aprendizagem e no domínio do processo cognitivo, a confecção de tarefas de proposição de problemas e a verificação do seu potencial para o desenvolvimento cognitivo.

De forma complementar, buscou-se apoio em estudos sobre Resolução de Problemas, com intenção de conseguir algum direcionamento a partir do que tem sido produzido na temática. Em Andrade (1998, 2017); em Onuchic e Allevato (2005, 2011), Allevato e Onuchic (2014), todos pesquisadores e educadores matemáticos nacionais que consideram a resolução de problemas uma metodologia de ensino, uma orientação para o processo de ensino-aprendizagem nas aulas de matemática e que admitem, em alguma medida, a reformulação do problema e/ou a geração de novos problemas ao longo do processo de resolução.



### Metodologia

Este estudo de abordagem qualitativa, natureza teórica e caracterizado como exploratório, propõe modificar ideias (GIL, 2008); nesse caso, sobre uso de problemas no trabalho pedagógico das aulas de matemática. Lakatos e Marconi (2021) ressaltam que esse tipo de investigação possibilita a exploração do objeto sob diferentes perspectivas, podendo alcançar resultados inovadores.

De forma ampla, considerando a concepção adotada de que, no ensino fundamentado no *uso de problemas*, o trabalho pedagógico<sup>4</sup> deve utilizá-lo como indutor do processo de aprendizagem e, dessa forma, fazer uso da maior variedade de estratégias didáticas a partir do uso de problemas para confeccionar as tarefas, e contemplar todas as etapas da sequência didática, este estudo objetivou evidenciar o uso da estratégia didática reformulação de problemas em tarefas de transição do trabalho pedagógico de um ambiente de sala de aula de pouco uso de problemas ou restrito à resolução de problemas para um ambiente de formulação de problemas; e descrever algumas possibilidades de tarefas constituídas a partir da estratégia didática reformulação de problemas.

Na tentativa de evidenciar a reformulação como estratégia a ser priorizada em tarefas de transição para um ambiente de formulação de problemas, utilizou-se material teórico com potencial para explicar a natureza da reformulação, com ênfase na dimensão do processo cognitivo exigido no uso dessa estratégia e na sua estruturação, principalmente quando comparada à formulação de problemas.

A descrição das tarefas de reformulação foi feita a partir de problemas denominados originais, de livros do 6° e 7° anos<sup>5</sup> do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2020, nos quais são contemplados objetos de conhecimento da unidade temática *números*: multiplicação e divisão de números naturais e adição de números inteiros.

Os objetivos de aprendizagem, estipulados para cada proposta de tarefa, alinham-se às habilidades (EF06MA03) "resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (...) com

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> *Trabalho pedagógico* pode ser caracterizado como a dinâmica do contexto da sala de aula, resultante da interação entre o estudante, os objetos de conhecimento e a mediação do professor, que concerne à pedagogia, isto é, à melhoria da qualidade do processo de ensino-aprendizagem. Além das relações entre estudantes e professor e objeto do conhecimento, ele abrange a metodologia, os recursos didáticos e a avaliação, num ciclo que se inicia no planejamento, passando pela organização, pelo desenvolvimento e pela condução, que tem por finalidade o alcance do objetivo de aprendizagem. Conceito ampliado a partir de Ferreira (2017).

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>A escolha pelo 1º bloco do 3º Ciclo, 6º e 7º anos, do Ensino Fundamental, deve-se a ser este o público sujeito da pesquisa de campo da tese, da qual este recorte faz parte.



números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos (...)" (BRASIL, 2018, p. 299) e (EF07MA04) "resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros" (BRASIL, 2018, p. 306). Esses objetivos foram estruturados com base no processo cognitivo exigido na reformulação, com variação dos procedimentos secundários.

Para cada sugestão de tarefa<sup>6</sup> de reformulação de problemas, foram apresentados: o objeto do conhecimento; o campo conceitual; a classe do problema envolvido; o objetivo de aprendizagem; o problema original; uma ou duas simulações de reformulações (problemas secundários) e alguns comentários.

As simulações apresentadas têm caráter apenas ilustrativo de possíveis reformulações (problemas secundários) para as propostas de tarefas descritas, por sua natureza procedimental, e restringiram-se à perspectiva de como poderiam ser feitas/realizadas.

#### A reformulação de problemas na perspectiva da proposição de problemas

As estratégias didáticas, neste estudo, podem ser consideradas como um conjunto de procedimentos e técnicas utilizados/adotados para desenvolver uma tarefa específica de proposição de problemas.

Selecionadas pelo professor em conformidade com o objetivo de aprendizagem, elas orientam a confecção e realização da tarefa (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003; VERGNAUD, 2009) e podem ser utilizadas em tarefas de introdução, de desenvolvimento e de sistematização do objeto do conhecimento (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

Para além da resolução de problemas, são consideradas estratégias didáticas de ensino as estratégias reformulação, formulação, elaboração de problemas e problematização. Essas estratégias integram a metodologia de ensino-aprendizagem da matemática por meio da proposição de problemas (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

Ao escolher uma dessas estratégias para orientar a confecção da tarefa, implicitamente se envolve as demais em menor ou maior medida, uma vez que todas estão de alguma forma vinculadas. Por exemplo, a realização de uma tarefa de reformulação de problemas,

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> A *tarefa* estrutura a atividade do estudante, oferecendo o contexto/meio cognitivo (problema) para a conceitualização, para a elaboração e a produção de conhecimento. Ela pode ser considerada uma ferramenta de mediação no processo de ensino-aprendizagem, caracterizada como a forma de obter a produção do estudante, não necessariamente embasada no uso de lápis e papel, podendo fazer uso de recursos didáticos diversos. Conceito ampliado a partir de Ponte (2014).



minimamente envolve outras duas estratégias didáticas: a resolução e a elaboração do problema reformulado. A resolução do problema reformulado é exigida para a validação, momento de verificar se os procedimentos adotados foram adequados e se o problema tem solução. A elaboração do problema reformulado ocorre para verificar imperfeições e dados/termos em excesso/falta, ou seja, para melhorar a apresentação do problema.

A escolha por uma dessas estratégias para orientar a tarefa, ainda que envolva outras estratégias, deve ser bem especificada, deixando claro qual delas deve ser utilizada na realização da tarefa (AUSUBEL, 2003). Além disso, deve apresentar coerência com o nível de complexidade do processo cognitivo exigido no objetivo de aprendizagem (ANDERSON *et al.*, 2001), adequar-se à etapa da sequência didática<sup>7</sup> (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a) e considerar o "lugar" no qual se encontra o estudante em relação ao objeto de conhecimento (AUSUBEL, 2003; VERGNAUD, 2009) e ao uso/proposição de problemas.

No caso da constatação de pouco ou nenhum contato dos estudantes com a proposição de problemas, principalmente com a formulação, sugere-se que seja priorizada a estratégia reformulação de problemas. Essa sugestão se justifica na dimensão do processo cognitivo exigido na reformulação de um problema, o "como", que, de acordo com Teixeira e Moreira (2022a), consiste em modificar/alterar dados/informações ou a estrutura de um problema existente.

A dimensão do processo cognitivo se estrutura em categorias de níveis mais simples para os mais complexos progressivamente evoluindo (lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar, criar) (ANDERSON *et al.*, 2001). A complexidade pode ser caracterizada pelo processo de conceitualização, que ocorre a partir da apropriação de diferentes problemas progressivamente mais complexos, resultando no desenvolvimento cognitivo (VERGNAUD, 2009).

Nessa perspectiva, a complexidade cognitiva envolvida na reformulação resulta da análise que parte do problema para o elemento a ser alterado/modificado (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003). Esse processo analítico ocorre pela decomposição do problema a partir da comparação, da diferenciação, da classificação e da organização de seus elementos (ANDERSON *et al.*, 2001), levando o estudante a compreender a relação entre eles e a selecionar os mais adequados às modificações pretendidas (AUSUBEL, 2003), resultando num

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Uma *sequência didática* é um mecanismo de organização do trabalho pedagógico, constituído por uma seleção de tarefas integradas e articuladas a partir de um ou mais objetos do conhecimento, com a finalidade de alcançar um objetivo de aprendizagem. Geralmente composta pelas etapas: introdução, aprofundamento e consolidação do objeto de conhecimento. Conceito ampliado a partir de Zabala (2007).



problema secundário (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

Já a formulação implica a sintetização de elementos para constituir o problema (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a). Esse processo requer que o estudante identifique, diferencie, selecione e integre os elementos, combinando-os (AUSUBEL, 2003) para criar um todo coerente e funcional (ANDERSON *et al.*, 2001) resultando num novo problema.

Quanto às dimensões envolvidas nesses processos (ANDERSON *et al.*, 2001), a reformulação de um problema pode ser situada no quarto nível do domínio do processo cognitivo, *analisar* (decompor o todo em elementos); e a formulação no sexto, *criar* (combinar elementos para formar um novo).

Considerando que o domínio cognitivo é estruturado em níveis de complexidade, e que o seu desenvolvimento, geralmente, requer a apropriação do de nível anterior (ANDERSON *et al.*, 2001), pode-se dizer que é menos complexo apreender elementos de um problema e manipulá-los, do que manipular elementos para constituir um problema (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003).

Durante a reformulação, o manuseio do problema pode levar à compreensão, de forma progressiva, de como ocorre sua constituição (AUSUBEL, 2003), pois o processo de análise ocorre pela identificação das partes que o integram; pela classificação de seus elementos; pela verificação das relações entre esses elementos; e pela percepção dos princípios utilizados na organização e na constituição do todo (ANDERSON *et al.*, 2001).

Esse processo pode resultar na elaboração e na construção de conhecimentos (AUSUBEL, 2003) procedimentais, nesse caso, no desenvolvimento de habilidades de reformular, evoluindo para o desenvolvimento de habilidades de formular problemas, além do consequente desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pois a reformulação de um problema, para ser validada, demanda, não menos que a sua resolução (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a).

Ao mesmo tempo, o esforço cognitivo empreendido durante o processo de reformulação de um problema, no qual ocorre a mobilização de conceitos para interagir com o objeto do conhecimento matemático (conteúdos, conceitos e processos) (BRASIL, 2018) explicitado no problema, pode levar tanto à elaboração dos conceitos existentes na estrutura cognitiva quanto à construção de novos conceitos (AUSUBEL, 2003; VERGNAUD, 2009).

A reformulação de problemas, por favorecer a elaboração e a construção de conhecimentos procedimentais (resolução, elaboração, formulação), bem como por não implicar transformações súbitas e robustas em relação à atividade do estudante e exigir



processos cognitivos menos complexos que a formulação, pode ser considerada uma estratégia didática de ensino intermediária entre resolver e formular um problema.

A resolução de problemas, nas concepções *sobre* e *para*, pode ser situada no terceiro nível do domínio do processo cognitivo, *aplicar* (aplicar um conhecimento numa situação familiar ou realizar/usar um procedimento conhecido em determinada situação). O terceiro nível do processo cognitivo é considerado intermediário/básico em relação à complexidade (ANDERSON *et al.*, 2001). Nessa perspectiva, a resolução de problemas apresenta demanda cognitiva inferior à reformulação de um problema.

Dessa forma, em ambientes nos quais os estudantes não estejam habituados a realizar tarefas que requeiram o uso da estratégia formulação de problemas, a estratégia reformulação pode atuar como facilitadora na transição entre a resolução e a formulação de problemas, agindo como um mecanismo manipulador da estrutura cognitiva que pode desempenhar função mediadora e favorecer a relação não arbitrária e substantiva entre os conhecimentos (conceituais e procedimentais) e os novos conhecimentos pertinentes ao problema (AUSUBEL, 2003).

Além disso, a reformulação, ao exigir o manuseio das demais estratégias, mesmo que de forma secundária, e das diferentes classes de problemas, viabiliza o processo de conceitualização decorrente da oferta de uma variedade de problemas ao estudante (VERGNAUD, 2009).

Portanto, num contexto de transição de um ambiente de sala de aula de pouco uso de problemas ou restrito à sua resolução para um ambiente de proposição de problemas, priorizar o uso da estratégia reformulação nas etapas da sequência didática pode propiciar a elaboração e a construção do conhecimento, tanto conceitual quanto procedimental, de forma mais profícua.

Nessa perspectiva, são apresentadas algumas possibilidades de tarefas constituídas a partir da estratégia reformulação de problemas.

#### Possibilidades de tarefas constituídas pela estratégia reformulação de problemas

A reformulação de problemas ocorre a partir de um problema existente, denominado de problema original, concebido como indutor do processo de aprendizagem. "Esse problema pode ter sido formulado ou adaptado pelo professor, pode ser do livro didático ou formulado pelos pares" (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a, p. 9). A seguir, apresenta-se um esquema que ilustra a estruturação da estratégia reformulação de problemas.



Figura 1: Estratégia reformulação de problema



Fonte: Teixeira e Moreira (2022a).

O uso dessa estratégia consiste em modificações que "[...] podem ser estruturais e/ou conceituais. A modificação pode ser nos dados e nas informações, nas operações, pode haver remoção e/ou adição de condições", resultando num problema similar ou diferente denominado secundário (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022a, p. 10).

A prescrição de modificação/alteração, a ser realizada no problema, possibilita construir uma variedade de tarefas que contemplem reformulações de variados graus de demanda cognitiva, em conformidade com o objetivo de aprendizagem.

Neste estudo, estão apresentadas três sugestões de tarefas de reformulação de problemas estruturadas a partir de: (i) modificações/alterações em qualquer parte do problema; (ii) modificações/alterações em um ou mais dados/informações, de modo a preservar a solução do problema original; (iii) reorganização/estruturação de um problema decomposto em palavras ou frases.

#### (i) Reformulação a partir de modificações/alterações em qualquer parte do problema

Para a proposta de tarefa constituída a partir da estratégia reformulação com modificação/alteração em qualquer uma das partes do problema (texto-base e enunciado), utilizou-se um problema de multiplicação com números naturais, com necessidade de combinar elementos de conjuntos diferentes. O problema original situa-se no campo conceitual da estrutura multiplicativa, na classe combinatória do tipo parte-parte<sup>8</sup>. A proposta de tarefa foi orientada pelo objetivo de aprendizagem: *analisar* problemas com a ideia de combinatória com números naturais, *reconhecendo* os conceitos envolvidos, *determinando* as relações entre eles *e recombinando*-os num problema secundário.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> *Problema tipo parte-parte* – nesse tipo se conhece as partes, os dois conjuntos disjuntos, e procura-se o todo (VERGNAUD, 2009).



## Uma sugestão para a proposição dessa tarefa poderia ser:

Analise o problema abaixo e o reformule, isto é, escreva um problema parecido/similar que apresente alguma alteração nos dados/nas informações do texto-base e/ou no enunciado.

Figura 2: Problema original



Fonte: Silveira (2018, p. 49).

Uma possibilidade de alteração/modificação poderia ser nas informações/nos dados do enunciado do problema original.

#### Problemas secundários simulados:

(1) Em uma lanchonete, são oferecidos 4 sabores de suco (laranja, cajá, morango e uva) e 3 tipos de sanduíche (natural, queijo e misto).

Se Ana escolher *o suco de laranja* e 1 sanduíche dessa lanchonete, de quantas maneiras diferentes poderá lanchar?

Outra possibilidade seria a alteração/modificação das informações/dos dados no textobase:

(2) Em uma lanchonete, são oferecidos <u>5</u> sabores de suco (*maracujá*, laranja, cajá, morango e uva) e 4 tipos de sanduíche (*mortadela*, natural, queijo e misto).

Se Ana escolher 1 suco e 1 sanduíche dessa lanchonete, de quantas maneiras diferentes poderá lanchar?

Qualquer alteração/modificação no texto-base, isto é, nas quantidades e nos sabores de suco e/ou quantidades e tipos de sanduíches, implica a reconstrução do cardápio. Esse tipo de proposta pode possibilitar a exploração de temas diversos, como sanduíches de sabores alternativos, sucos de frutas conhecidas dos estudantes.

Outra possibilidade, de alteração/modificação no texto-base, seria o estabelecimento de preços para os diferentes itens do cardápio. Nesse caso, a proposta de reformulação pode evoluir em termos de objeto de conhecimento, passando dos números naturais aos decimais (sistema monetário), e exigir, além do raciocínio multiplicativo, o aditivo, gerando problemas diversificados e de demanda cognitiva diferente (VERGNAUD, 2009).

Há também a possibilidade de alteração/modificação no texto-base e no enunciado:

(3) Em uma lanchonete, Ana pode combinar 1 suco e 1 sanduíche de 12 maneiras diferentes. Sabendo que há apenas 3 tipos de suco, quantos são os tipos de sanduíches?

O problema secundário, nesse caso, passou a ser do tipo parte-todo, no qual se tem uma



das partes e o todo e deve-se encontrar a outra parte. Essa reformulação, apesar de continuar inserida no campo da estrutura multiplicativa, passa à classe de problema de divisão por distribuição. Esse tipo de problema, de acordo com Vergnaud (2009), apresenta demanda cognitiva mais alta que os do tipo parte-parte.

# (ii) Reformulação a partir da alteração de um ou mais dados/informações, preservando a solução do problema original

Na proposta de reformulação, a partir da alteração de um ou mais dados/informações, preservando a solução do problema original, utilizou-se um problema de adição de números inteiros do campo da estrutura aditiva, com significado de transformação simples<sup>9</sup> e positiva. A confecção da tarefa foi orientada pelo objetivo de aprendizagem: *analisar* problemas com ideias do campo aditivo dos números inteiros relacionados a propriedades da adição, *identificando* os conceitos que integram o problema, *verificando* as relações entre esses conceitos, *descobrindo* princípios utilizados na sua organização e *selecionando* as modificações mais adequadas ao problema secundário.

Uma sugestão para a proposição dessa tarefa poderia ser:

Leia, analise o problema e faça alterações nos seus dados/nas suas informações de maneira que a solução seja preservada, isto é, continue sendo a mesma solução do problema original.

Figura 3: Problema original com solução

O senhor João é vendedor de balões de gás no parque da cidade. No sábado desse fim de semana, por causa da chuva, ele teve um prejuízo de 75 reais. No domingo fez sol, e ele teve um lucro de 125 reais. Esse fim de semana deu lucro ou prejuízo ao Sr. João? De quanto? Lucro de 50 reais.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 50).

Uma possibilidade seria fazer alterações no texto-base, trocando a posição do estado inicial com a transformação, 125 e 75, o que demanda trocar também os termos *por causa da chuva* e *fez sol*, *prejuízo* e *lucro*.

#### Problema secundário simulado:

(1) O senhor João é vendedor de balões de gás no parque da cidade. No sábado desse fim de semana, *fez sol*, ele teve um *lucro* de *125* reais. No domingo, *por causa da chuva*, ele teve um *prejuízo* de *75* reais.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Transformação simples e positiva — Estado inicial e a transformação são conhecidos e o estado final deve ser determinado.



Esse fim de semana deu lucro ou prejuízo ao Sr. João? De quanto?

Nessa reformulação, a mudança de estado inicial, de prejuízo para lucro, e da transformação positiva para negativa, deve levar à percepção da necessidade de efetuar as demais trocas para que o texto-base continue fazendo sentido. Apesar de a operação ser uma adição, da mesma forma que o problema original, o processo de resolução exige uma situação de subtração, e a compreensão e a aplicação da subtração como operação inversa da adição (VERGNAUD, 2009), envolvendo um raciocínio um pouco mais complexo. O problema, antes, com significado de transformação simples e positiva, passou à negativa.

Outra possibilidade seria fazer uso da transformação composta:

Problema secundário simulado:

(2) O senhor João é vendedor de balões de gás no parque da cidade. No sábado desse fim de semana, por causa da chuva, ele teve um prejuízo. No domingo fez sol, e ele teve um lucro de 125 reais. Se nesse fim de semana o Sr. João teve um lucro de 50 reais, de quanto foi o prejuízo do sábado?

O problema secundário, produzido com significado de transformação composta<sup>10</sup>, apresenta o estado final (lucro que o Sr. João teve no fim de semana), a transformação ocorrida (lucro de 125 reais) e omite o estado inicial (prejuízo do sábado). Esse tipo de problema, com estado inicial desconhecido, geralmente, envolve operações de pensamento mais complexas (VERGNAUD, 2009).

#### (iii) Reformulação a partir da reorganização de um problema decomposto em tiras

Para esta reformulação, optou-se por um problema com divisão de números naturais, do campo de estrutura multiplicativa, com significado de divisão que contempla a ideia de distribuição 11. A confecção da tarefa foi direcionada pelo objetivo de aprendizagem: *analisar* problemas do campo multiplicativo com ideia de divisão e significado de distribuição, *comparando*, *selecionando*, *organizando* elementos, conforme as suas características e recombinando-os num problema secundário.

11 Divisão com significado de distribuição — uma quantidade inicial e o número de partes em que esta quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte (VERGNAUD, 2009).

290

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> *Transformação composta* – são conhecidos o estado inicial ou a transformação e o estado final do problema (VERGNAUD, 2009).



Figura 4: Problema original com solução

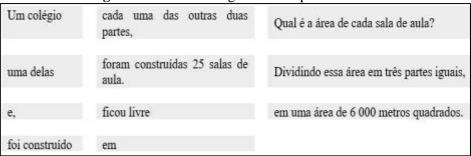
Um colégio foi construído em uma área de 6 000 metros quadrados. Dividindo essa área em três partes iguais, uma delas ficou livre e, em cada uma das outras duas partes, foram construídas 25 salas de aula. Qual é a área de cada sala de aula? 80 metros quadrados

Fonte: Silveira (2018, p. 56).

Uma sugestão de tarefa constituída a partir da estratégia reformulação de problemas poderia ser:

Um problema foi recortado/decomposto em várias tiras. Organize as tiras, recombinando-as de forma que o novo problema faça sentido, tenha um texto-base e um enunciado e possa ser resolvido/tenha solução.

**Figura 5:** Problema original decomposto em tiras

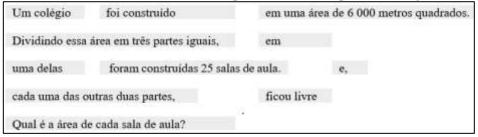


Fonte: De autoria própria.

Como o problema foi recortado e as tiras de papel estão misturadas, ocorre a identificação das partes e a verificação de relações entre elas para descobrir quais os princípios podem ser utilizados na síntese para compor um problema.

Uma simulação de reformulação a partir das tiras do problema está disposta na Figura 6.

Figura 6: Problema secundário a partir das tiras do problema original



Fonte: De autoria própria.

Como se pode observar, foi possível organizar as tiras de uma maneira diferente do problema original. A alteração foi no texto-base, entretanto, a solução foi preservada. Possivelmente, há outras possibilidades de organização das tiras, resultando em reformulações



diferentes, e inclusive, no problema original, que, inicialmente, o estudante não conhece.

Outra possibilidade seria incluir nas tiras a solução, e decompor o texto do problema de forma a ser possível encontrar como resultado da resolução 25 salas de aula, permitindo surgir a ideia de divisão como medida, isto é, dentro do campo de estrutura multiplicativa, mas com problemas de significados diferentes. De acordo com Vergnaud (2009), essa classe de problemas implica um esforço cognitivo maior que problemas de partição.

Essa sugestão de reformulação não envolve a modificação/alteração de elementos específicos do problema, mas a sua reestruturação. E, apesar de basear-se num problema original, demanda síntese e análise das partes para chegar ao todo, aproximando-se do processo de formulação de um problema.

### Algumas observações

Nas propostas das tarefas de reformulação de problemas, pode-se observar grau crescente dos níveis de complexidade, aspecto considerado importante no trabalho pedagógico para a confecção de tarefas com potencial para proporcionar o desenvolvimento cognitivo (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003; VERGNAUD, 2009).

A primeira proposta requer tomada de decisão baseada no que o estudante considera adequado e mais acessível na sua estrutura cognitiva. De modo geral, a sua atividade pode pautar-se na análise do problema com base na diferenciação de conceitos e de suas aplicações (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003), exigindo pouca elaboração do conhecimento conceitual e do procedimental, configurando-se uma proposta de demanda cognitiva considerada mais baixa.

A segunda proposta exige do estudante tomada de decisão baseada na condição imposta na tarefa, bem como processo de análise do problema, com base na verificação das relações entre os conceitos, e descoberta de princípios utilizados (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003), caracterizando uma tarefa com ênfase na elaboração ou construção de conhecimento conceitual, de demanda cognitiva intermediária.

A terceira proposta de tarefa de reformulação de problema exige empenho cognitivo no processo de análise e síntese para determinar a relação entre as partes e constituir o problema (ANDERSON *et al.*, 2001; AUSUBEL, 2003). Essa tarefa enfatiza a elaboração e a construção do conhecimento procedimental e apresenta demanda cognitiva mais elevada.



# Considerações finais

A metodologia de ensino-aprendizagem da matemática por meio da proposição de problemas intenciona melhorar a qualidade da aprendizagem, fazendo uso adequado do problema para viabilizar o desenvolvimento dos processos cognitivos e favorecer a aprendizagem significativa da matemática.

O uso adequado do problema requer superar a restrita resolução e incidir na atividade do estudante como reformulador e formulador para além de resolvedor de problemas "tipo" do professor ou do livro didático, o que implica a ampliação e o aprimoramento dos tipos de tarefas ofertados.

A ampliação e o aprimoramento dos tipos de tarefas, considerando o uso de problemas como indutor do processo de aprendizagem da matemática, ocorrem pela incorporação do uso das estratégias reformulação, formulação e elaboração de problemas ao trabalho pedagógico. Essas estratégias, apesar de estarem vinculadas e serem interdependentes, apresentam características específicas, podendo mobilizar e desencadear processos de demandas cognitivas diferentes.

A dimensão do processo cognitivo envolvido na reformulação de problemas, de modo geral, implica menor complexidade quando comparada à estratégia formulação de problemas, atendendo ao princípio de partir de tarefas de demandas cognitivas mais simples e evoluir para as mais complexas.

Ainda assim, as diferentes estratégias didáticas que compõem a proposição de problemas estão interligadas, pois a reformulação de um problema para ser validada, minimamente, demanda a sua resolução. E, caso sejam encontradas discordâncias, recorre-se a ajustes, isto é, à reformulação da reformulação, e pode ocorrer também a elaboração do problema reformulado para melhorar a sua apresentação. Esse processo coloca em evidência o caráter complementar e a dependência entre as estratégias didáticas da proposição de problemas.

O manuseio do problema, durante a tarefa de reformulação, pode favorecer a elaboração e a construção de conhecimentos, tanto conceituais quanto procedimentais, viabilizando o processo de conceitualização e favorecendo o desenvolvimento de habilidades de formulação e de resolução de problemas.

Como propostas de tarefas constituídas a partir da estratégia reformulação de problemas, foram descritas três tarefas de níveis diferentes, evoluindo do mais simples para o mais



complexo, de caráter introdutório e de demanda cognitiva progressiva, principalmente referente ao conhecimento procedimental.

No âmbito desse estudo teórico, a estratégia reformulação de problemas apresenta potencial para ser utilizada em tarefas de transição de um ambiente de sala de aula de pouco uso de problemas ou restrito à resolução de problemas nas concepções mais tradicionais, para um ambiente de formulação de problemas, de forma mais profícua, viabilizando a proposição de problemas nas aulas de matemática.

### Agradecimentos

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF); à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF, Editais 03/2021 Demanda Induzida e 12/2022 - Programa FAPDF *Learning*) e ao Programa de Pós-Graduação em Educação PPGE/FE/UnB/Acadêmico (Chamada Pública Interna nº 08/2022) pelo apoio financeiro.

#### Referências

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados:** análise de uma experiência. 2005. 270 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. *In*: ONUCHIC, L. de la R. *et al*. (org.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco, 2014.

ALTOÉ, R. O. Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas. 2017. 227 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017. Disponível em: https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/141. Acesso em: 23 out. 2021.

ANDERSON, L. W.; KRATHWOHL, D. R.; AIRASIAN, P. W.; CRUIKSHANK, K. A.; MAYER, R. E.; PINTRICH, P. R.; RATHS, J.; WITTROCK, M.C. A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revison of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Nova York: Addison Wesley Longman, 2001.

ANDRADE, S. Ensino-aprendizagem de matemática via exploração de problemas, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Unesp, Rio Claro, 1998.

ANDRADE, S. A pesquisa em educação matemática, os pesquisadores e a sala de aula:



um fenômeno complexo, múltiplos olhares, um tecer de fios. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para Resolução de Problemas**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. P. 355-395.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Tradução Lígia Teopisto. Lisboa/Portugal: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BOURDIEU, P. A escola conservadora: as desigualdades frente à escola e à cultura. *In*: NOGUEIRA, M. A.; CATANI, A. (org.). **Escritos de educação**. Petrópolis: Vozes, 1998. p. 39-64.

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. *In:* KRULIK, S.; REYS, R. (org.). **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** Tradução: Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

BROWN, S. I., & WALTER, M. **The art of problem posing**. Lawrence Erlbaum Associates, 1983.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In*: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. 2. ed. Campinas, Alínea, 2010. p. 15-44.

BRANDÃO, J. D. P. **Ensino aprendizagem de função através da resolução de problemas e representações múltiplas.** 2014. 192 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, UEPB. 2014. Disponível em:

https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB\_d06e11c76602c30ace94a83a3b55bf25. Acesso em: 29 mar. 2021.

BRANSFORD, J. D.; STEIN, B. S. **The Ideal problem solver.** 2. ed. New York: Freeman, 1993.

BRASIL, Ministério da Educação; Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\_EI\_EF\_110518\_versaofinal\_site.pdf. Acesso em: 20 de out. 2022.

CAI, J. What research says about teaching mathematics through problema posing. **Éducation & didactique**, vol. 16, no. 3, 2022, pp. 31-50. Disponível em: https://www.cairn.info/revue-education-et-didactique-2022-3-page-31.htm. Acesso em dez. 2022.

CARVALHO, J. B. P. Matemática hoje. **Temas & Debates**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano I - 1988 - n° 1. Disponível em: http://www.sbemrevista.com.br/revista/index.php/td/issue/view/171. Acesso em dez. 2022.



D'AMBRÓSIO, B. S.; D'AMBRÓSIO, U. Formação de Professores de Matemática: Professor-pesquisador. **Atos de Pesquisa em Educação**, v. 1, p. 75-85, abr. 2006. Disponível em: https://proxy.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/65. Acesso em: 5 fev. 2022.

DEWEY, J. **How we think:** Restatement of the Relation of Reflective Thinking. D. C. Heath and Company, 1933. 301 p.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001a. p. 87-98.

FERREIRA, L. S. **Trabalho pedagógico na escola**: sujeitos, tempo e conhecimentos. Curitiba: Editora CRV, 2017.

GAGNÉ, R. M. Some issues in the psychology of mathematics instruction. **Journal for Research in mathematics education**, v. 14, n. 1, p. 7-18, 1983.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. A conquista da matemática: 70 ano, ensino fundamental, anos finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HADAMARD, J. **An Essay on The Psychology of Invention in the Mathematica Field**. New York: Dover Publications, 1946.

HATFIELD, L. Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. *In:* HATFIELD, Larry; BRADBARD, David A. **Mathematical problem solving:** Papers from a research workshop. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 1978.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Chicago: University of Chicago Press, 1976.

LAKATOS, E. V.; MARCONI, E. M. A. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 9. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2021.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. WH Freeman/Times Books/Henry Holt & Co, 1992.

MEDEIROS, K. M. **Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula:** Explorando Conexões entre Escola e Universidade. 2013. (Resumo Expandido). Disponível em: https://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/capes/. Acesso em: 14 abr. 2022.

MEDEIROS, K. M.; SANTOS, A. J. B. Uma experiência didáctica com a formulação de problemas matemáticos. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 15, n. 2, p. 87–118, 2007. DOI: 10.20396/zet.v15i28.8647027. Disponível em:

https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647027. Acesso em: 18 fev. 2022.



MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. de la R.; LEAL JÚNIOR, L. C. Resolução de Problemas, uma matemática para ensinar. *In*: ONUCHIC, L. de la R.; LEAL JÚNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (org.). **Perceptivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 397-432.

MÜLLER, A. P. K. **Resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental:** possibilidades a partir da leitura e da escrita. 2015 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social - FUVATES, Lajeado, RS, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalh oConclusao.jsf?popup=true&id trabalho=2014897. Acesso em: 23 mar. 2021.

NCTM. **An Agenda for Action:** Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. S. G. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A.; BORBA, M. (org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231.

ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011. Disponível em: http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf. Acesso: 18 jul. 2021

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação: Araújo, H. L Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1977.

POLYA, George. How to solve it. Princeton, NJ: Princeton University Press. 1945.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. *In:* PONTE, J. P. da (org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.

SANTOS, M. C.; ORTIGÃO, M. I. R.; AGUIAR, G. S. Construção do Currículo de Matemática: como os professores dos anos iniciais compreendem o que deve ser ensinado? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 28, p. 638-661, 2014. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n49a09. Acesso em: 18 fev. 2022.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. J. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, Paul Ross; SHULTE, Albert P. (org.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SILVER, E. **On mathematical problem posing**. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19-28, 1994.

SILVA, V. S. Proposição e exploração de problemas no cotidiano da sala de aula de



**matemática**. 2015 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\_trabalho=2725120. Acesso: 23 mar. 2021.

SILVEIRA, A. A. **Análise combinatória em sala de aula:** uma proposta de ensinoaprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas. 2016. 234 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, 2016. Disponível em:

https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\_trabalho=4342991.Acesso em: 23 mar. 2021.

SILVEIRA, Ê. **Matemática**: compreensão e prática. Manual do professor. Obra em 4 volumes, do 6° ao 9° ano. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018. Disponível em: https://pnld.moderna.com.br/matematica/compreensao-e-pratica/#seqdid. Acesso em: 1° ago. 2022.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 69-86.

STERNBERG, R. J. Inside Intelligence: Cognitive science enables us to go beyond intelligence tests and understand how the human mind solves problems. **American scientist**, v. 74, n. 2, p. 137-143, 1986.

TEIXEIRA, C. J.; MOREIRA, G. E. Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas: uma proposta metodológica. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 6, n. 1, 2022a. Disponível em: https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/38476 . Acesso em 8 set. 2022.

TEIXEIRA, C. J.; MOREIRA, G. E. Ensino de matemática no Brasil: dos jesuítas aos dias atuais. *In*: SILVA, F. T.; Caminha, V. M. (org.). **Historiografia e história da educação brasileira**: ensino, pesquisa e formação docente. São Paulo: Dialética, 2022b, p. 95-118.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lucia Faria; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

WALLAS, G. The art of thought. Nova York: Harcourt, 1926.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2007.

Recebido em: 20 de dezembro de 2022 Aprovado em: 24 de fevereiro de 2023